www.hoseinzadeh.info

Structure Analyses

Prepared By :

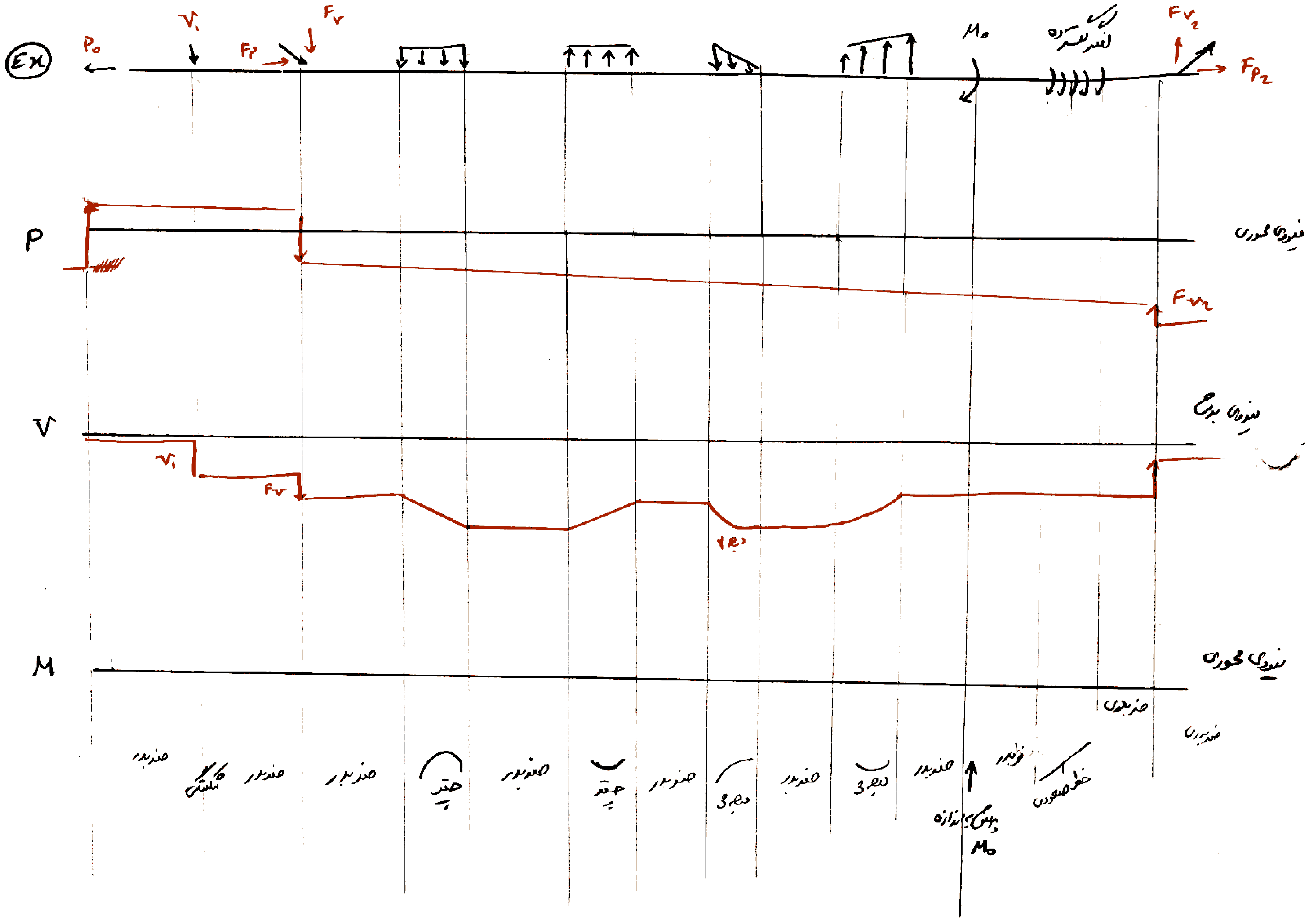
Mehdi Ashari

87.11.30

14 ساعت

بسمه تعالی

تحلیل سازه ها


Ex
P_0
V_1
F_P
F_V
M_0
گشتاور گسترده
F_{V_2}
F_{P_2}
P
نیروی محوری
F_{V_2}
V
نیروی برشی
V_1
F_V
درجه ۲
M
نیروی محوری
صفر بود
شکستگی
صفر بود
صفر بود
چتر
صفر بود
چتر
صفر بود
درجه 3
صفر بود
درجه 3
صفر بود
پرش به اندازه M_0
صفر بود
خط صعودی
صفر بود
صفر بود

نقاط کنترل نمودارها

۱- منحنی بایستی از صفر شروع شده و به صفر خاتمه پیدا کند [بسته باشد]

اگر بسته نشد سازه ناپایدار است یا شما اشتباه کرده اید

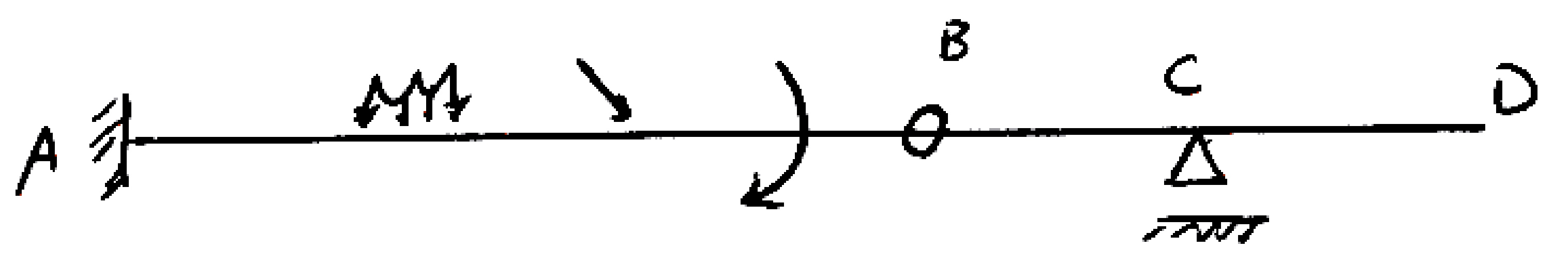
منحنی P بسته بود ← امید است که مسئله درست حل شده باشد

" V " بود ← " " " " " " " [اگر نیرو متمرکز وارد نکنی علیرغم اشتباه محاسباتی باز هم نمودار بسته می‌شود]

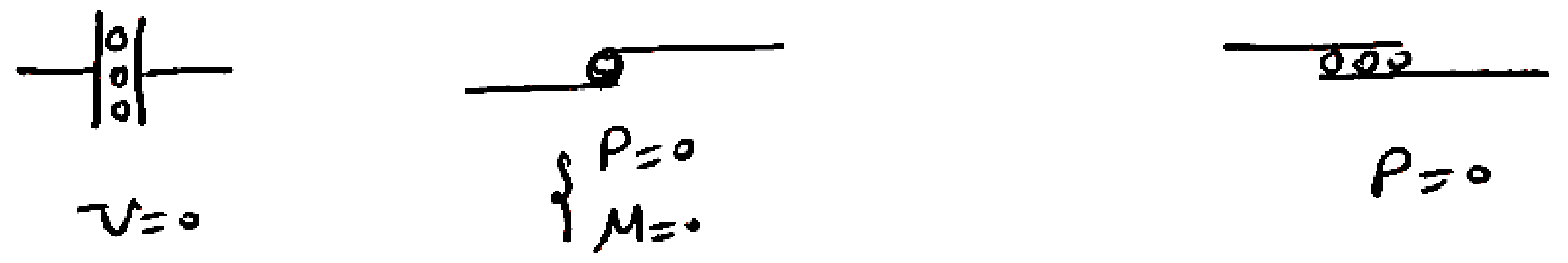
" M بسته بود ← ۱۰۰٪ درست حل کرده اید.

نکته هرجایی که تیرها دیدی فوراً نگو حتماً باید M و P و V داشته باشد [سوال کارشناسی ارشد سراسری]

در کل اتکاءگاه‌ها = منزله امکان جهت واکنش‌های مربوط هستند نه حتماً



برای سازه مقابل نقطه B قطعاً نگفت که M=0 الزاماً باید حساب لولا.



تحلیل خرپاها

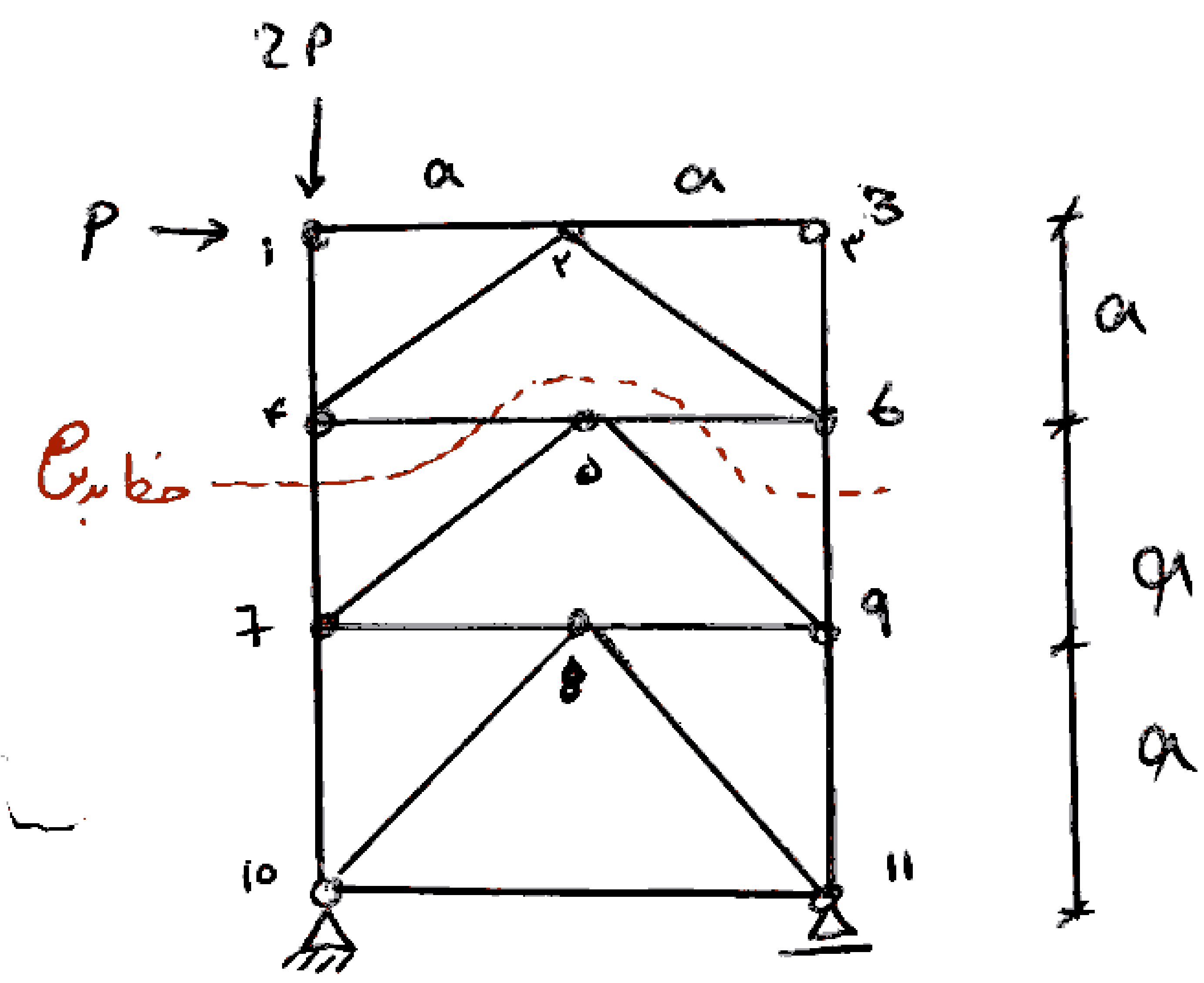
روش‌های تحلیل خرپاها [اگر خرپا نامعین باشد از هیچ روشی قابل تحلیل نیست]

① روش مفاصل (گره) ② روش برش [مقاطع]

① روش مفاصل:

در هر گره دو معادله داریم $\begin{cases}\Sigma F_x=0\\ \Sigma F_y=0\end{cases}$ لذا حداکثر ۲ مجهول می‌تواند به مفصل متصل باشد.

در جاهایی که عضوی میانی از خرپا بدون بدست آوردن نیروی سایر اعضا باید محاسبه شود از روش برش استفاده می‌شود.



Ex. عمران ۳ آزاد ۸۴ نیروی عضو 6-9 را بدست آورید.

Page 108 _ T19

مهمترین عیب در اینجا انتخاب نوع برش است

① برش باید عضو را قطع کند ② امتداد برش‌ها از یک نقطه نگذرد تا بتوان اثر لنگر آنها را صفر گرفت

تعریف خرپا:

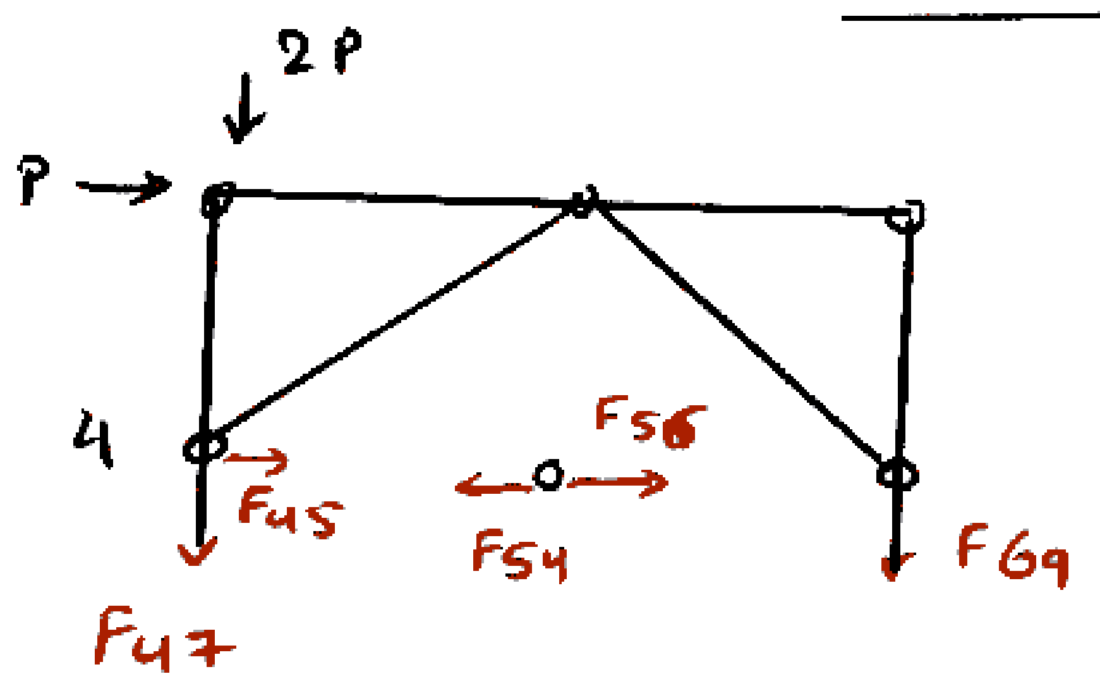
۱- همه اتصالات مفصلی هستند

۲- بارهای خارجی فقط در مفاصل وارد میشوند

خواص خرپا

$M=0$
$V=0$

برش و لنگرخمشی
نیروی [illegible] صفر میشود



اساس حل مسائل صفحه بعد

$\Sigma M_4=0$

$F_{69} * 2a + Pa = 0$

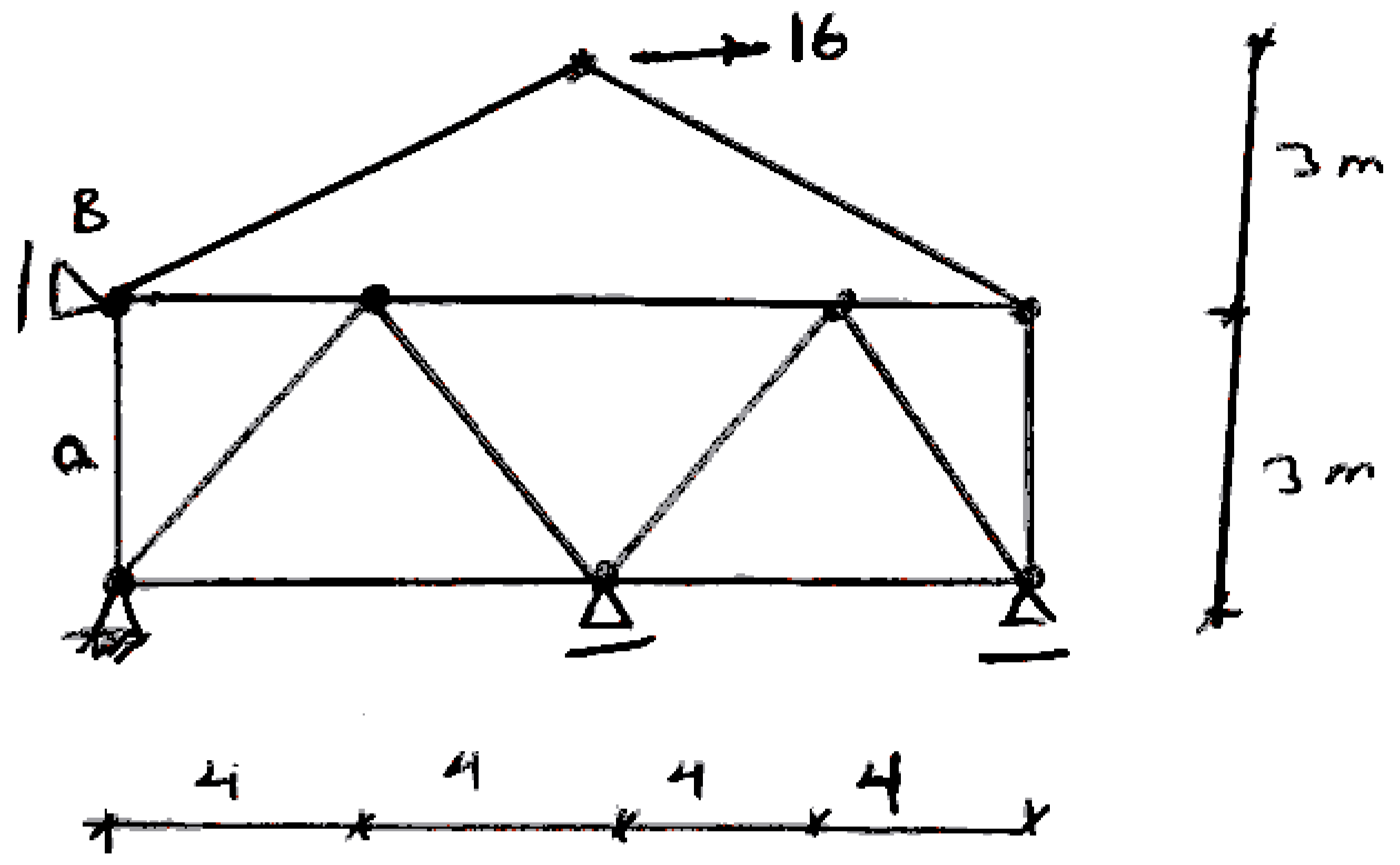
$F_{69} = -\frac{P}{2} \longrightarrow$ نیرو فشاری است
یعنی جهت آن را اشتباه انتخاب کردم

نیرو منفی شود ← فشاری است ⟶ گره را فشار میدهد

نیرو مثبت شود ← کششی است ⟶ گره را می‌کشد

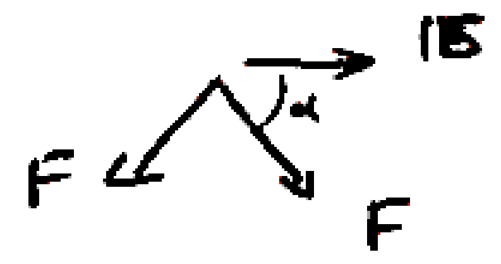
(P ۱۲۰ / T 24

Ex. نیروی فشاری عضو a چقدر است



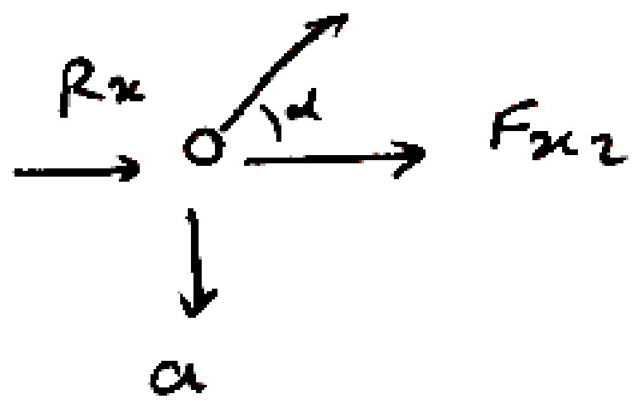
این خرپا درجه نامعین است
۲ تا عکس العمل تکیه گاهی زیادی دارد

لذا بایستی گره به گره جلو برید:



$\xrightarrow[\text{گره}]{\text{در جهت x}}$ $16 = 2F * \frac{8}{\sqrt{8^2+3^2}}$

$F = \sqrt{8^2+3^2} = \sqrt{73}$



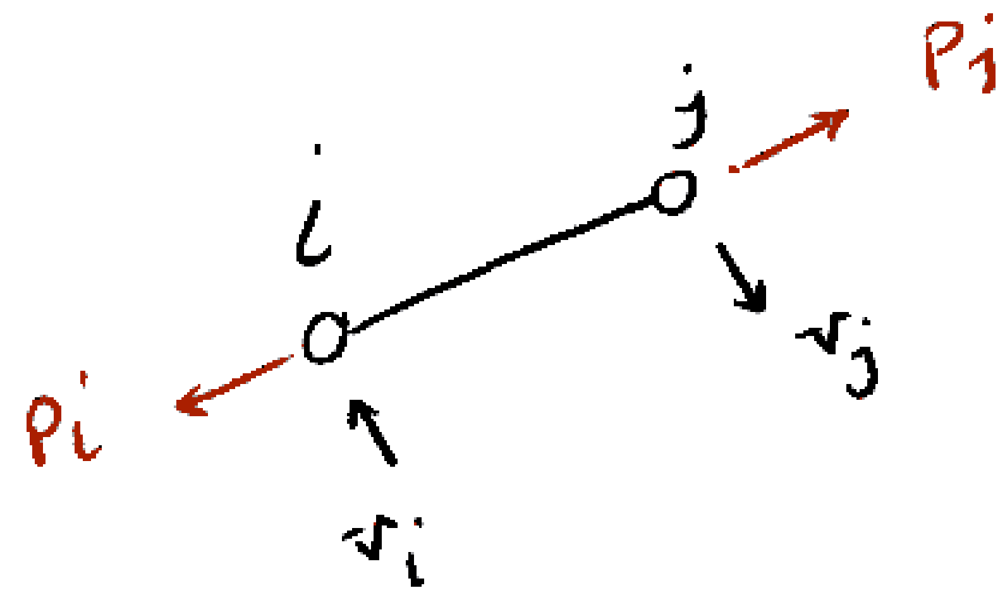
$\xrightarrow{\text{تعادل گره}}$ $F\sin\alpha = a$

$a = \frac{3}{\sqrt{73}} * \sqrt{73}$

$\Rightarrow \boxed{a = 3 \quad kN}$

تعریف عضو دو نیرویی < صاف / خمیده

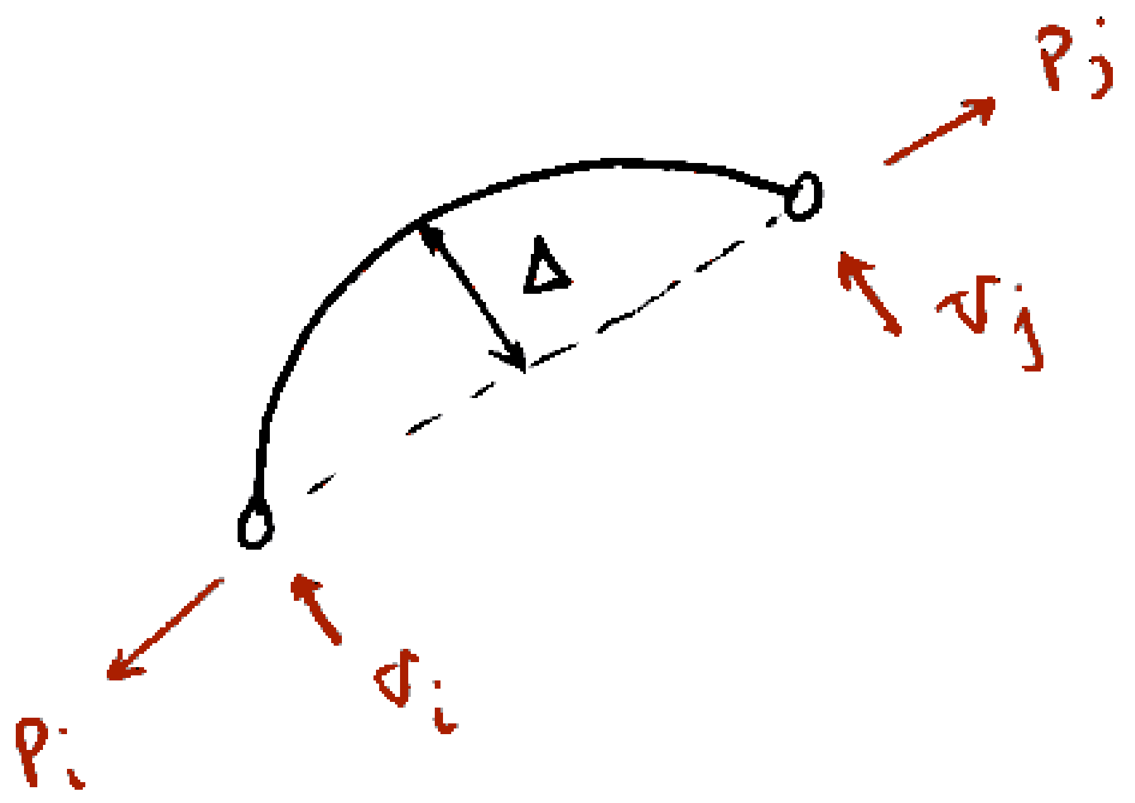
عضوی است ۲ سر مفصل که بارخارجی در طول آن وارد نمی‌شود نیروی برشی و لنگر خمشی نخواهد داشت.



جهت با کشش نیرو را مثبت گرفت

$\sum M_i = 0$

$$\left.\begin{array}{l} V_i * \ell_{ij} = 0 \\ \ell_{ij} \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} V_j = 0 \\ V_i = 0 \end{array}$$

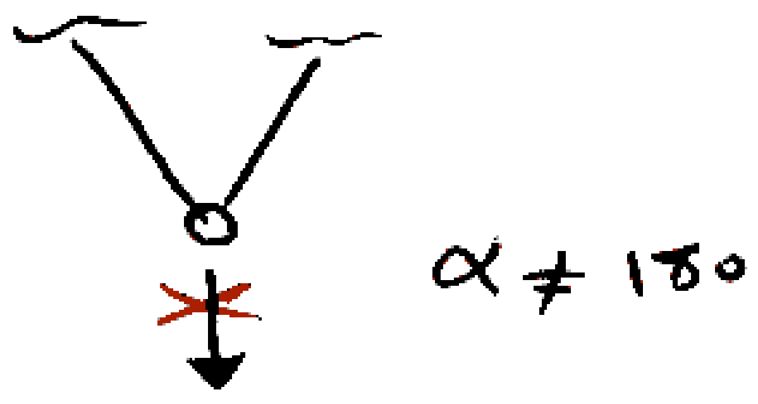


$V_i = V_j = 0$ →

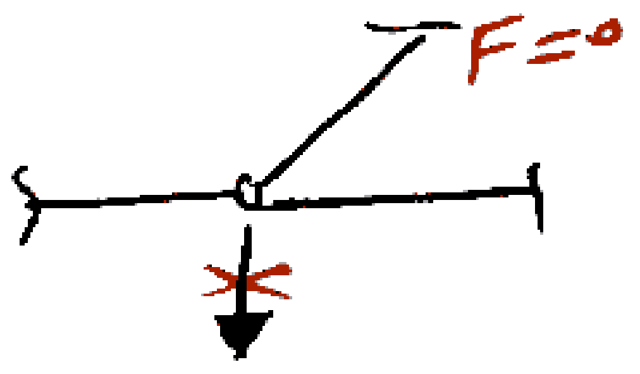
* در اینجا اگر از وسط عضو برش بزنیم (برخلاف عضو صاف) لنگر خواهد داشت

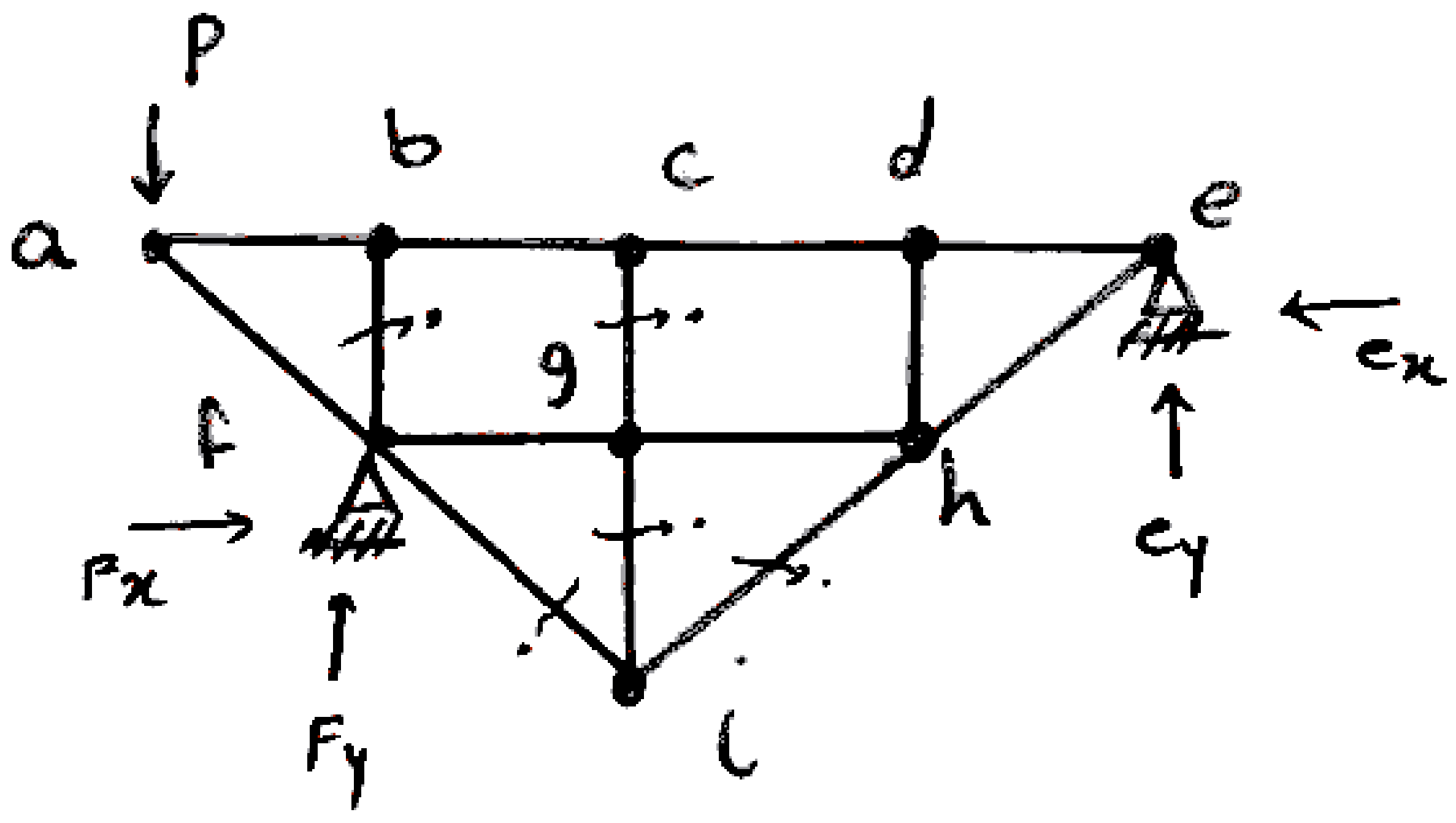
اعضا با نیروی صفر

① حالت اول: در گره‌ای که بارخارجی اثر نکند دو عضو غیرهمراستا متصل شده در این صورت نیروی هر دو صفر است



② حالت دوم: در گره‌ای که بارخارجی اثر نکند دو عضو همراستا و یک عضو غیرهمراستا متصل شده در اینصورت نیروی عضو غیرهمراستا صفر است.



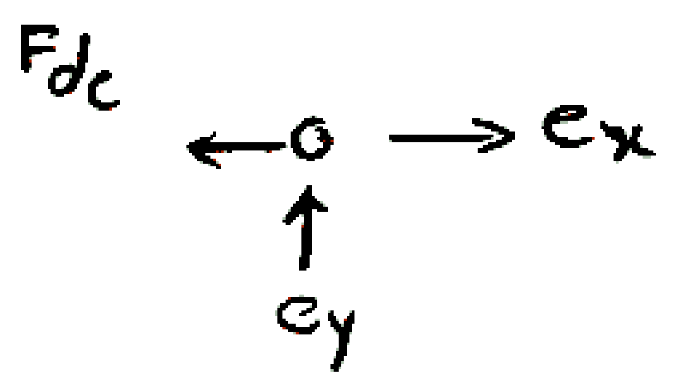


Ex. در سازه شکل زیر امتداد نیروی واکنش تکیه‌گاه e تحت بار P

۱) افقی است
۲) قائم است
۳) با افق زاویه 45 می‌سازد
۴) می‌تواند در هر امتدادی باشد

عمران ۱ آذر ۸۴
138-17

ابتدا عضوهای صفرنیرو را بیابیم از قوانین بالا (چون ۴ عدد واکنش تکیه‌گاه داریم)



$\sum F_y=0 \rightarrow \underline{e_y=0}$

لذا امتداد این واکنش افقی است

گزینه الف درست است ✓

همین سوال در امتحان محاسبات پایه ۳ شهریور 86 سوال 18 تکرار شده است.

Ex). در شکل سوال قبل چه گزینه‌ای صادق است؟

الف) سازه ناپایدار است

ب) سازه نامعین است و قابل تحلیل نیست

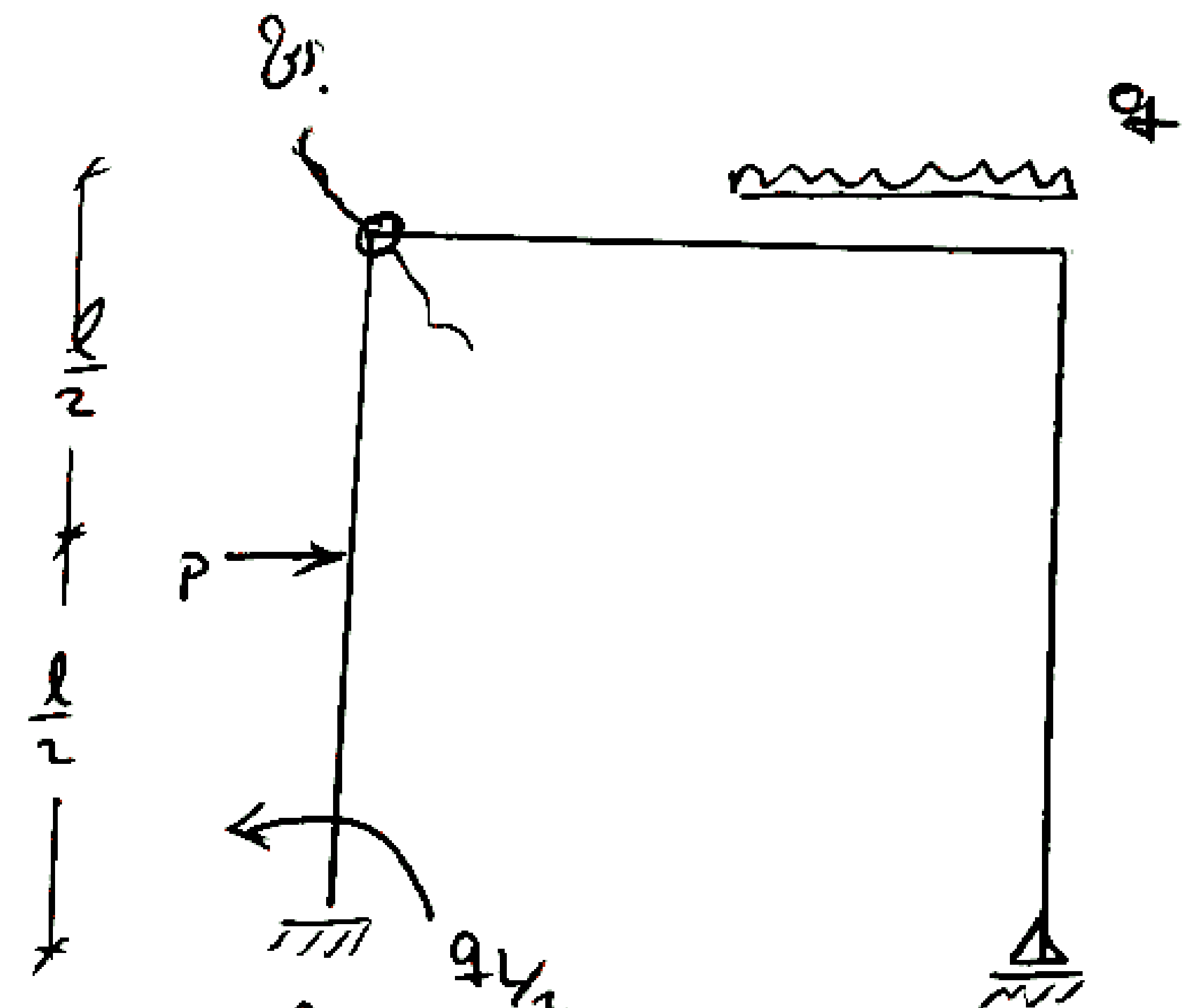
ج) نیروی واکنش تکیه‌گاه e در جهت قائم $\frac{P}{3}$ است ($\frac{P}{5}$)

د) نیروی واکنش تکیه‌گاه e در جهت قائم صفر است ✓

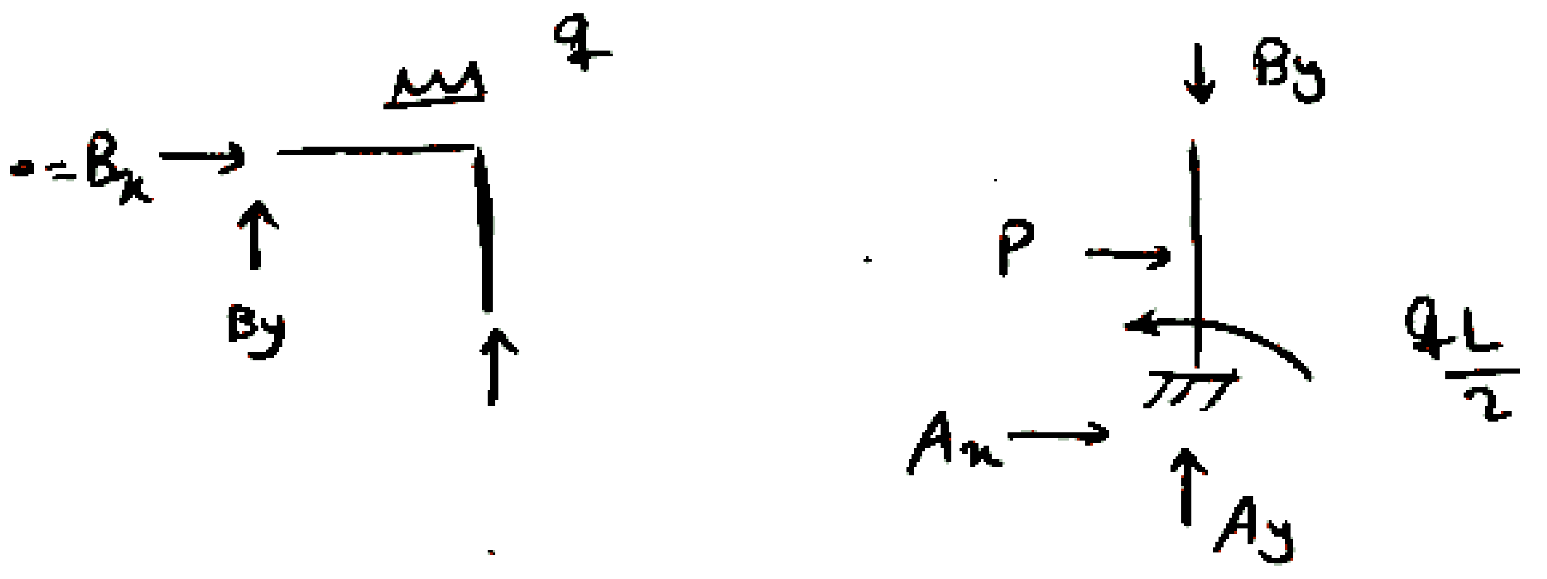
تحلیل سازه‌ها معین

Ex). صفحه 35 شماره 50

($\frac{P53}{T.U}$ Ex). در سازه مقابل مقدار P چقدر است


گره
q
$\frac{l}{2}$
P
$\frac{l}{2}$
$\frac{qL}{2}$
A

سازه ۴ واکنش داره و یک مفصل ← سه‌تا با لولا ← معین است

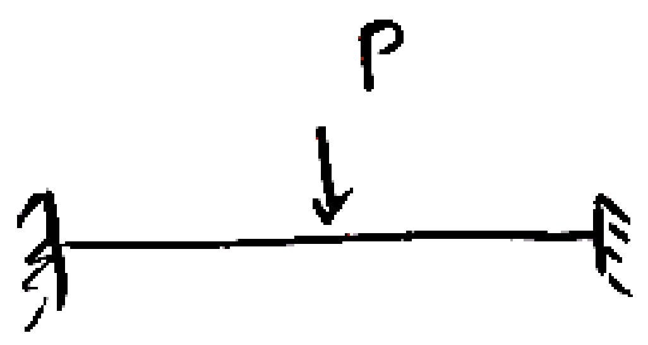

q
B_x
B_y
B_y
P
$\frac{qL}{2}$
A_x
A_y

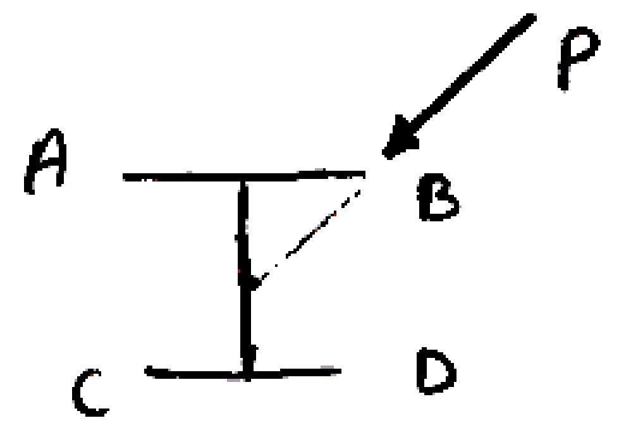
$$\sum M_A=0 \rightarrow P\times\frac{l}{2}=\frac{qL}{2} \rightarrow \boxed{P=q}$$

تکمیل page6

$\frac{P.57}{T.15}$ Ex.) تیر گیردار زیر تحت بار مایل زیر کدام نقطه از نظر تنش فشاری حداکثر باشد

مورد بررسی قرار گیرد.





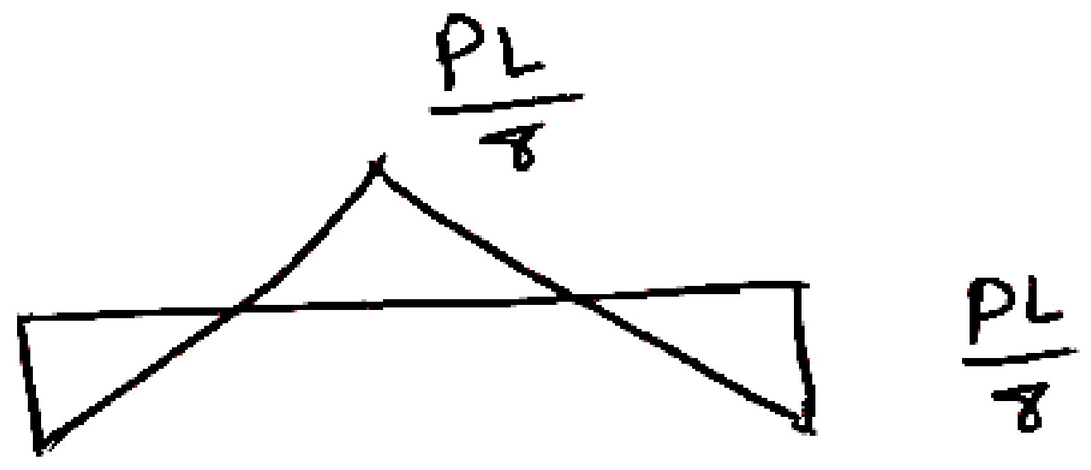
۱) نقطه D در تکیه‌گاه

۲) نقطه B در تکیه‌گاه

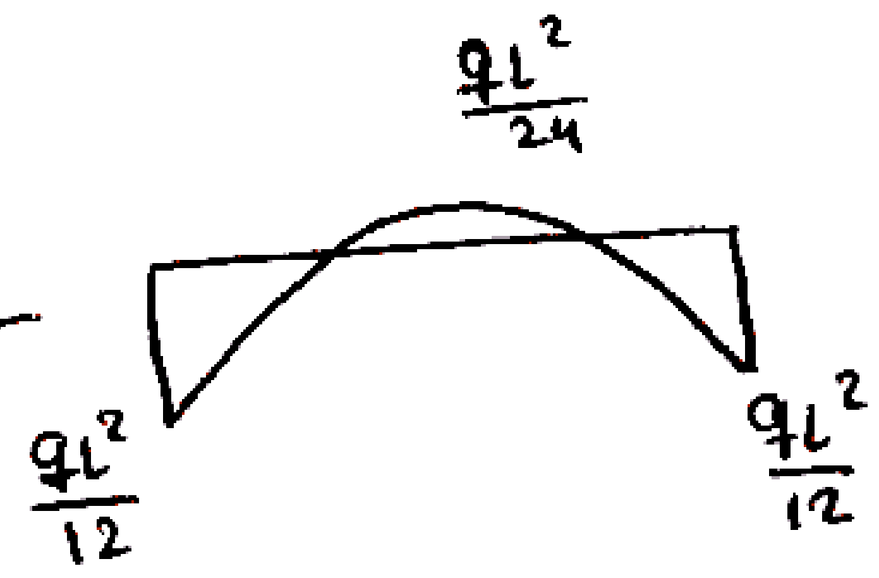
۳) نقطه A در وسط دهانه

۴) نقطه C در تکیه‌گاه

نکته ۱: تنها تیری که لنگر مثبت و منفی آن برابر است همین تیر است. ←


$\frac{PL}{8}$
$\frac{PL}{8}$

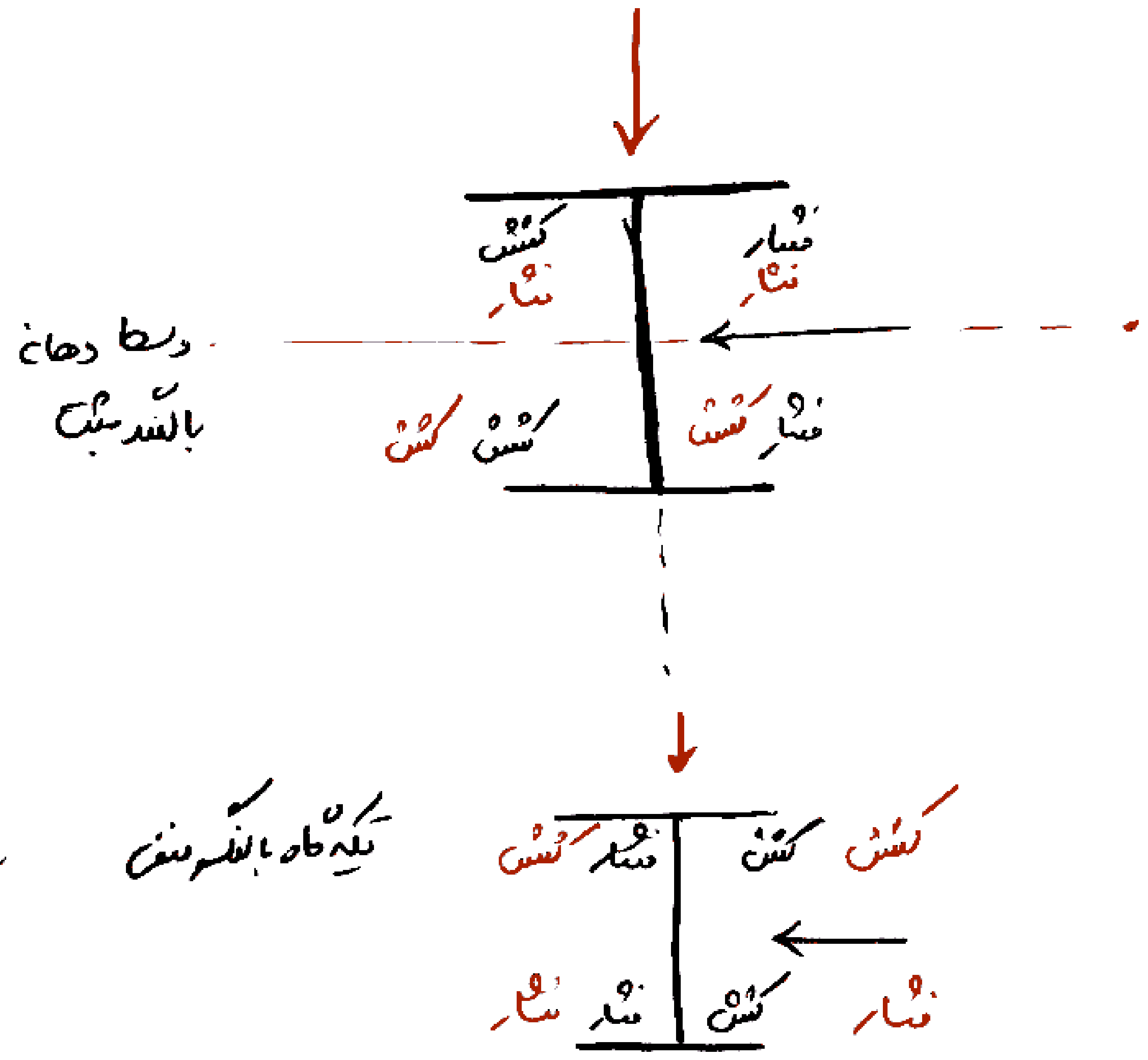
نکته ۲: اگر بار گسترده بود


$\frac{qL^2}{24}$
$\frac{qL^2}{12}$
$\frac{qL^2}{12}$

← که سریع برسیم سراغ تکیه‌گاه‌ها چون لنگر وسط دهانه خیلی کمتر است

این سوال در رابطه خمش دو محوره است.

نیروها را تجزیه می‌کنیم با توجه به جهت لنگر در جاها مختلف تیر تعیین میکنیم.

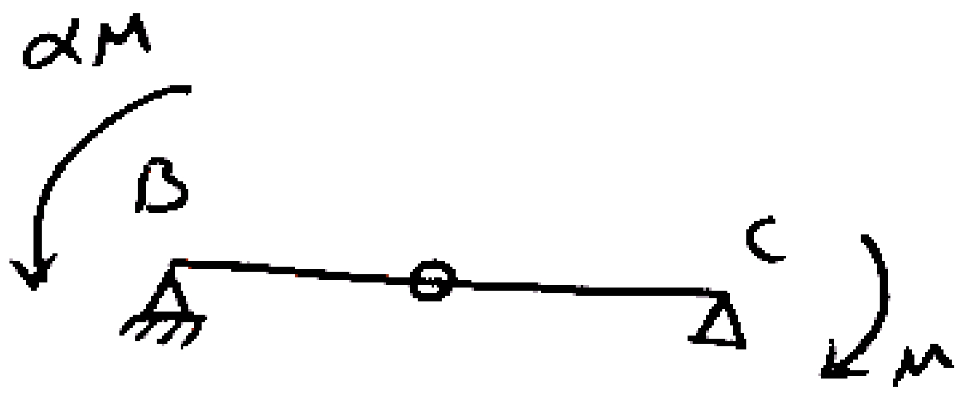

کشش
فشار
فشار
فشار
وسط دهانه
با لنگر مثبت
کشش
کشش
فشار
کشش
تکیه‌گاه با لنگر منفی
کشش
فشار
کشش
کشش
فشار
فشار
کشش
فشار

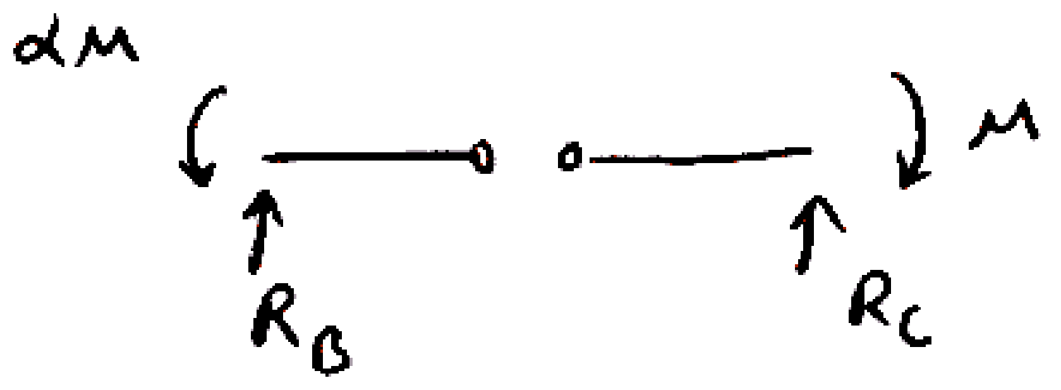
جواب گزینه C است

چون در هر دو حالت تکیه‌گاه و نیز وسط دهانه

بحرانی‌ترین حالت است.

ص 72 No.20 دقت عکس العمل A صفر باشد ← حذف مسئله کنیم





$\Sigma F_y = 0$

$R_B = -R_C$

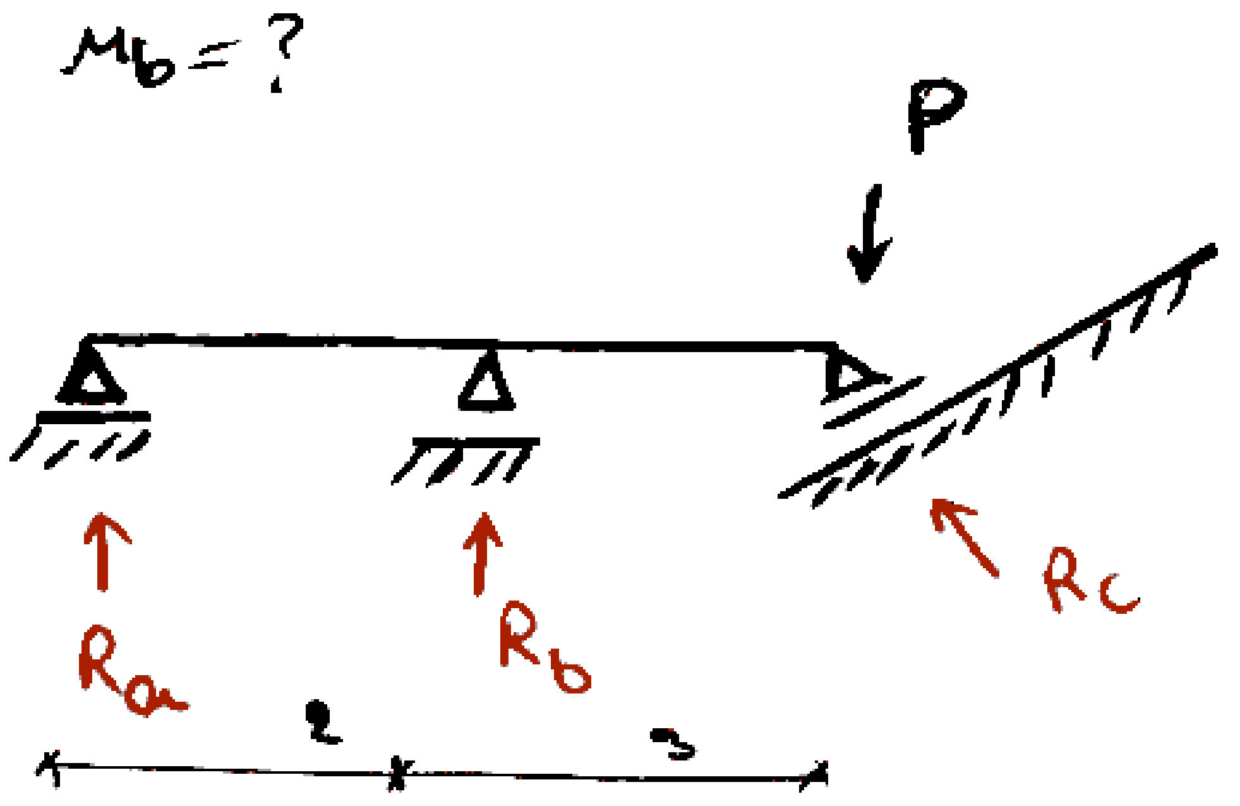
$M_D: \quad R_C = \frac{M}{L}$

$M_D: \quad R_B = \frac{\alpha M}{l}$

$\alpha = -1$

No. 17
Page 108

$M_b = ?$



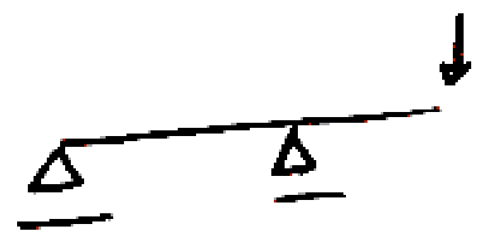
سازه پایدار است. چون نیروها متقارب نیستند ـ سازه معین است

تکنیک صفرها فقط در سازه‌ها نامعین استفاده می‌کند

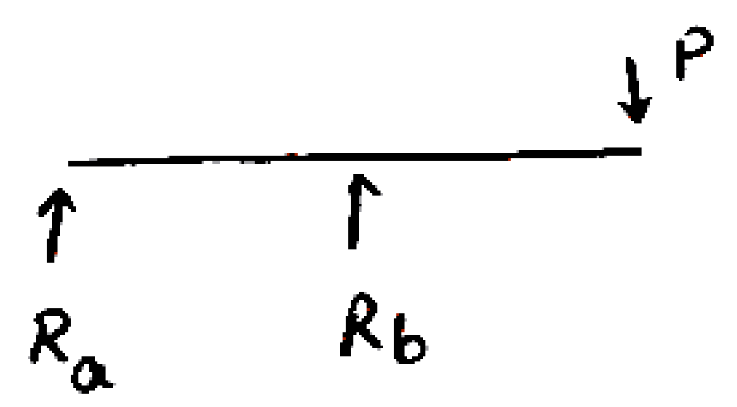
$\sum F_x = 0 \qquad R_c \cdot \cos\alpha = 0 \longrightarrow \underline{R_c = 0}$

لذا می‌توان تکیه‌گاه را حذف کرد

به شکل روبرو حاصل می‌شود؟
که دور از ذهن است



چون نیروی افقی نداریم لذا پایدار است.



$\Rightarrow M_b = -3P$

پایداری

سازه: مجموعه‌ای از بناست که بارهای وارده را تحمل می‌کند و به زمین منتقل می‌کند

ساختمان: به کل بنا شامل قسمتهای باربر، غیرباربر و تأسیسات و نازک‌کاری گفته می‌شود

درجه آزادی: امکان حرکت

جسم صلب: پس از بارگذاری هیچ دو نقطه‌ای از آنها نسبت به هم حرکت نکنند. طولشان ثابت بماند یک مفهوم نسبی است

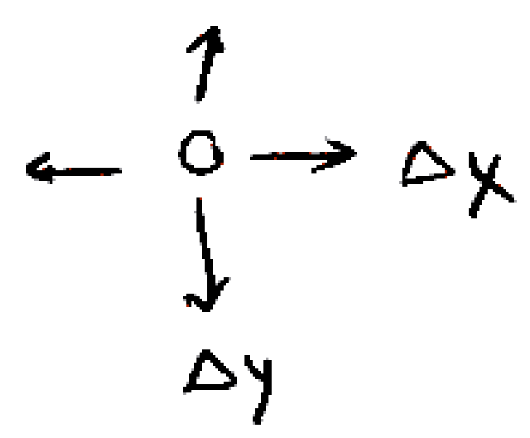
جسم انعطاف‌پذیر: پس از بارگذاری نقاطی از آن نسبت به هم تغییر طول دهند یک مفهوم نسبی است

نقطه مادی: همان جسم است که ابعاد آن قابل صرف‌نظر کردن باشد [نقطه مادی] یک مفهوم نسبی است.
لذا دیگر چرخش برای آن مفهوم ندارد و فقط می‌تواند حرکت انتقالی داشته باشد.

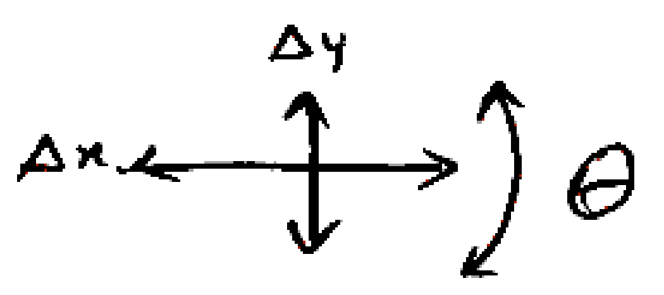
حالت دو بعدی
2D

حالت سه بعدی
3D

$$\begin{cases}\Delta x, y, z\\ \sum F_{x,y,z}\end{cases}$$



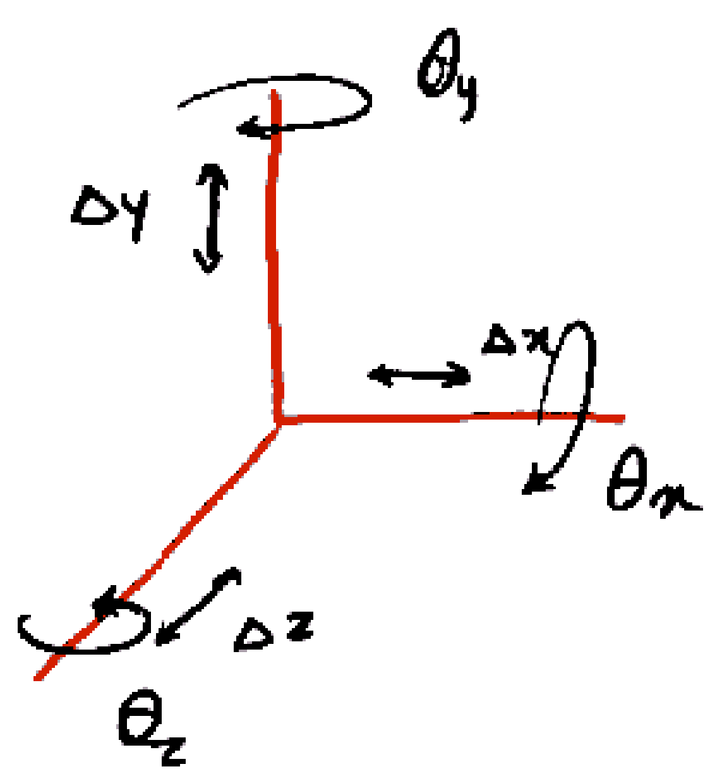
$$\begin{cases}\sum F_x = 0\\ \sum F_y = 0\end{cases}$$



۲ معادله داریم

تکمیل Page 8

در حالت سه بعدی 3D



θ_y
Δy
Δx
θ_x
Δz
θ_z

بایستی درجات آزادی گرفته شود تا جسم پایدار شده و قابلیت بارگذاری داشته باشد.

درجه آزادی = صفر ← جسم پایدار است.

جسم پایدار
- بایستی پایدار داخلی باشد ← مربوط است به اتصالات
- بایستی پایدار خارجی باشد ← مربوط است به واکنشهای تکیه‌گاهی

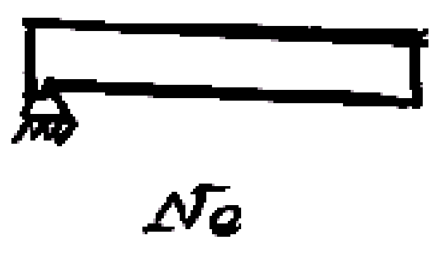
حالتهای پایدار را نمی‌توان شمرد لذا حالتهای ناپایداری را می‌شمریم و اگر جزء آنها نبود ⇐ جسم مطمئناً پایدار است

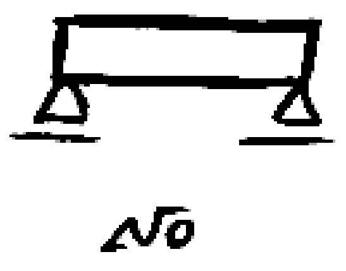
حالتهای ناپایداری خارجی

۱- تعداد قیدها کمتر از تعداد درجات آزادی باشد

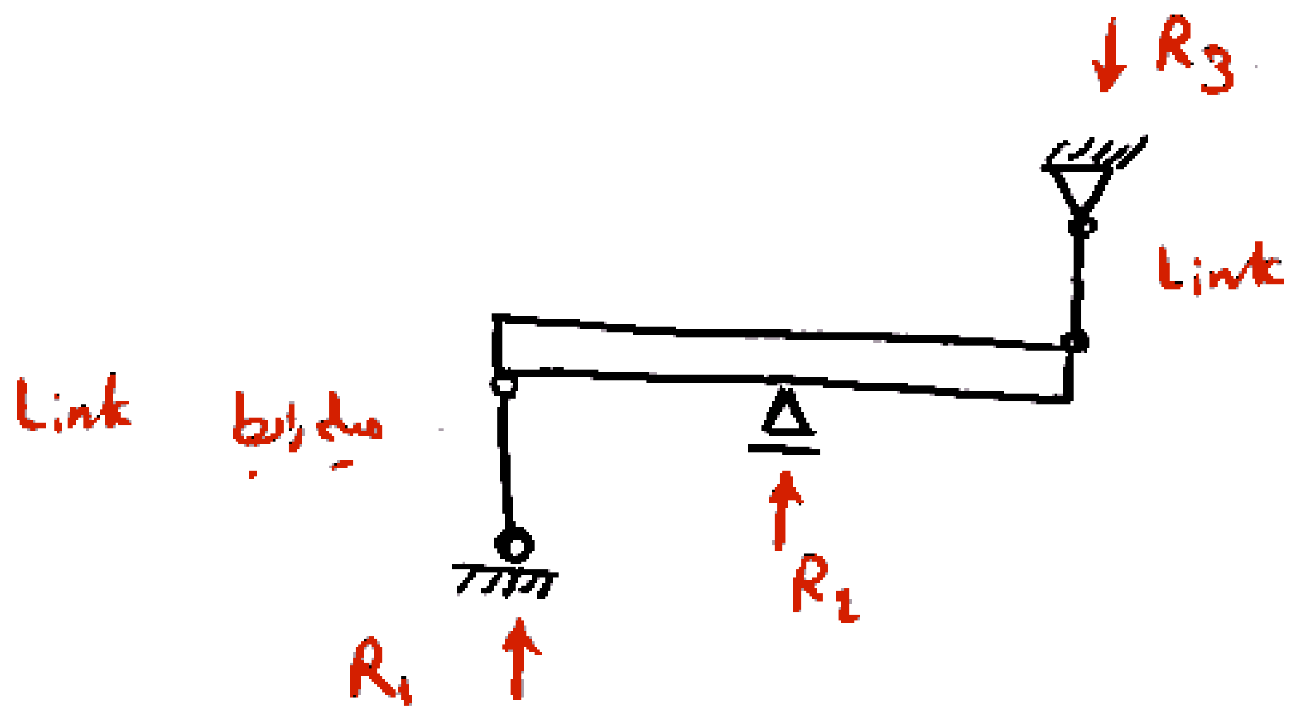
مثلاً برای یک تیر حداقل ۳ قید می‌خواهیم

یا برای یک سازه ۳ بعدی حداقل ۶ قید می‌خواهیم





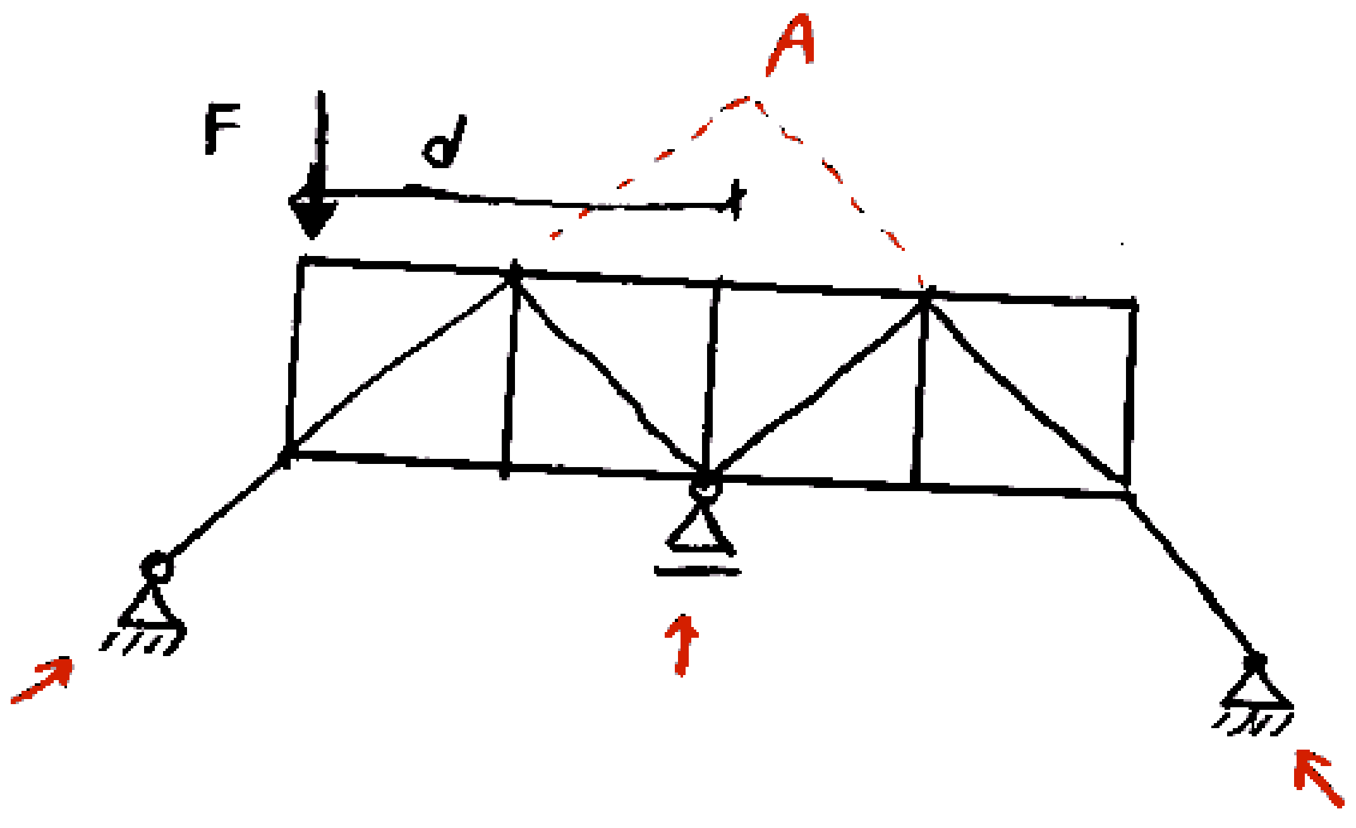
۲- همه واکنشها موازی هم باشند



R_3
Link
Link
میله رابط
R_2
R_1

در جهت افق می‌تواند حرکت کند

۳- واکنشها همرس یا در یک نقطه متقارب باشند

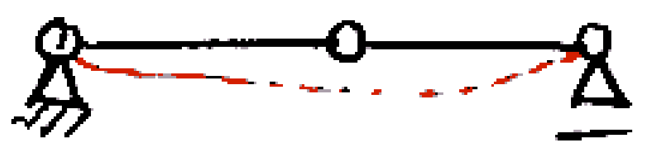


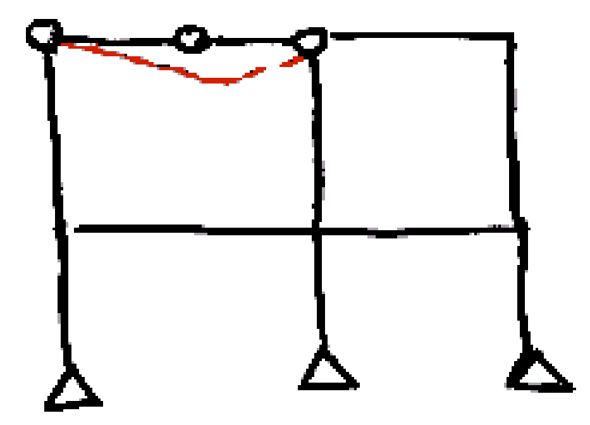
$\Sigma M_A = Fd \neq 0$ ⟶ حول هر نقطه‌ای ناپایدار است.

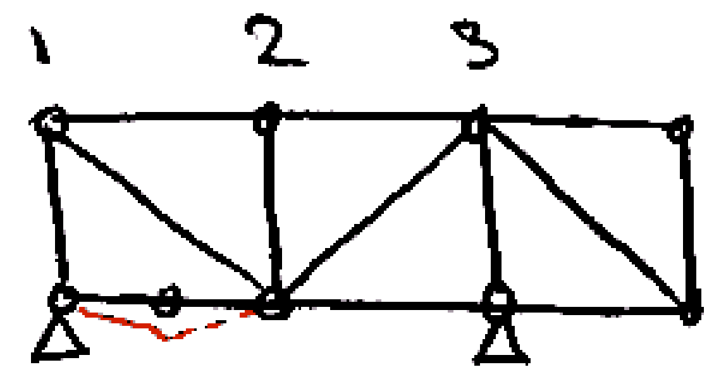
سازه ناپایدار بدرد نخوره واصلاً طلب معنی یا معنی آن وارد حساب نمیشویم

ناپایداری‌های داخلی

① سه مفصل دریک امتداد باشند

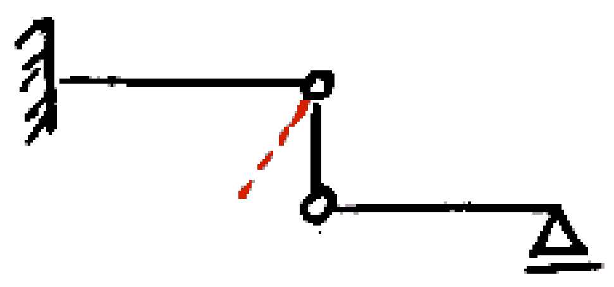


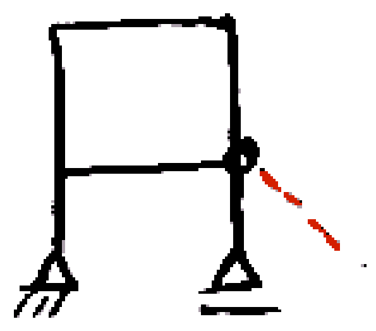


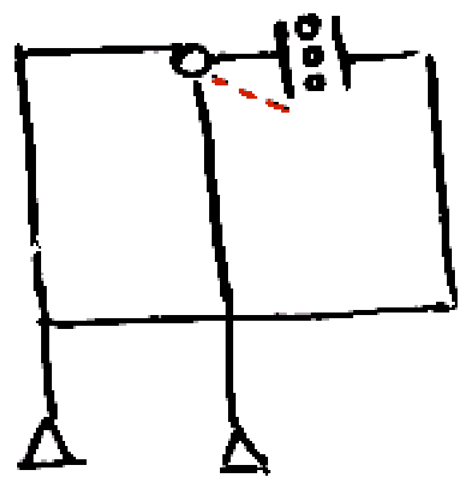


نکته منظور از سه مفصل دریک امتداد که منجر به ناپایداری میشود حالتی‌ست که بین مفصل اول و آخر از جمله روی مفصل میانی یا درمیانه اعضا هیچ عضو دیگری متصل نشده باشد. اتصال اعضا در مفصل اول و آخر نمیتواند جلوی ناپایداری را بگیرد [مثلاً بین سه مفصل ۱و۲و۳ قابل مشاهده است]

② هر حالت دیگری که مکانیسم جزئی ایجاد کند.





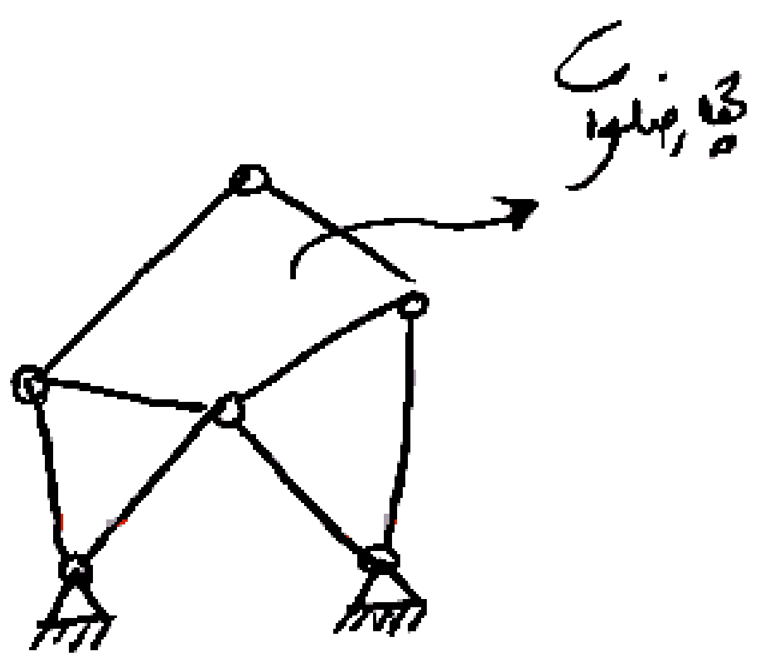


نکته وجود شبکه مثلث بندی در خرپاها باعث تضمین پایداری است. [شرط کافی است]

شبکه مثلث بندی:

یک اصطلاح است. به منزله وجود مثلث نیست.

شبکه مثلث بندی لزوماً به معنی دیدن مثلث‌ها نیست. بیشتر با دیدن دومیله و یک مفصل به آن نگاه میکنیم



درجه نامعینی

$n =$ (تعداد مجهولها) $-$ (تعداد معادلات)

درخرپاها

دوبعدی 2D: $n = (\overset{\text{تکیه‌گاهها}}{r} + 1\overset{\text{اعضا}}{m}) - 2\overset{\text{گره‌ها}}{j}$ ← هیچ تنش تا ایجاد نشود

سه‌بعدی 3D: $n = (r + 1\overset{\text{اعضا}}{m}) - 3\overset{\text{گره}}{j}$

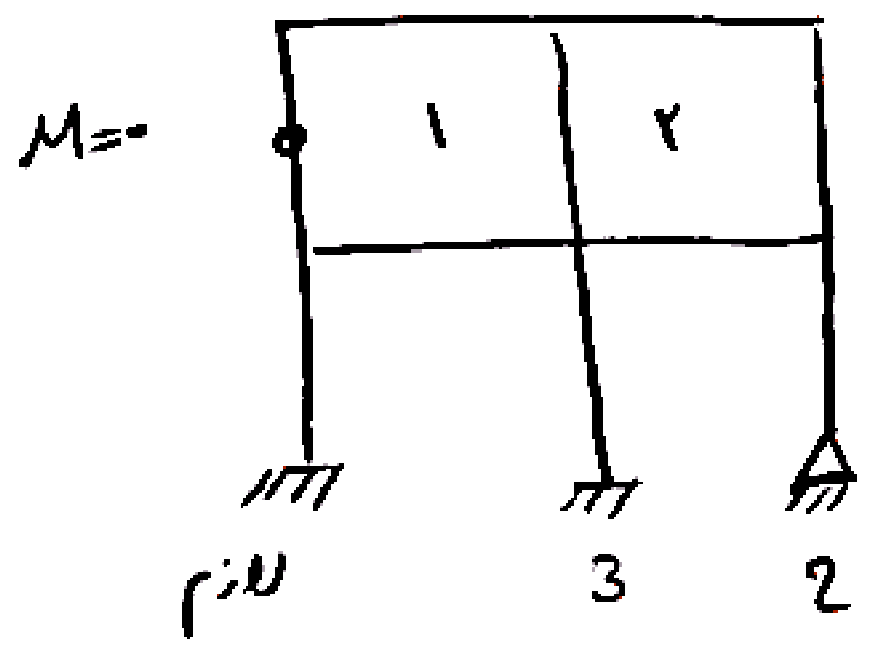
در اعضای خمشی

از روش کادربسته استفاده کنید. به ازای هر کادربسته ۳ عدد نامعین

فقط اضافی‌ها را بشماریم.

$n =$ تکیه‌گاههای اضافی $+ (3 *$ تعداد کادربسته$) -$ معادلات شرط

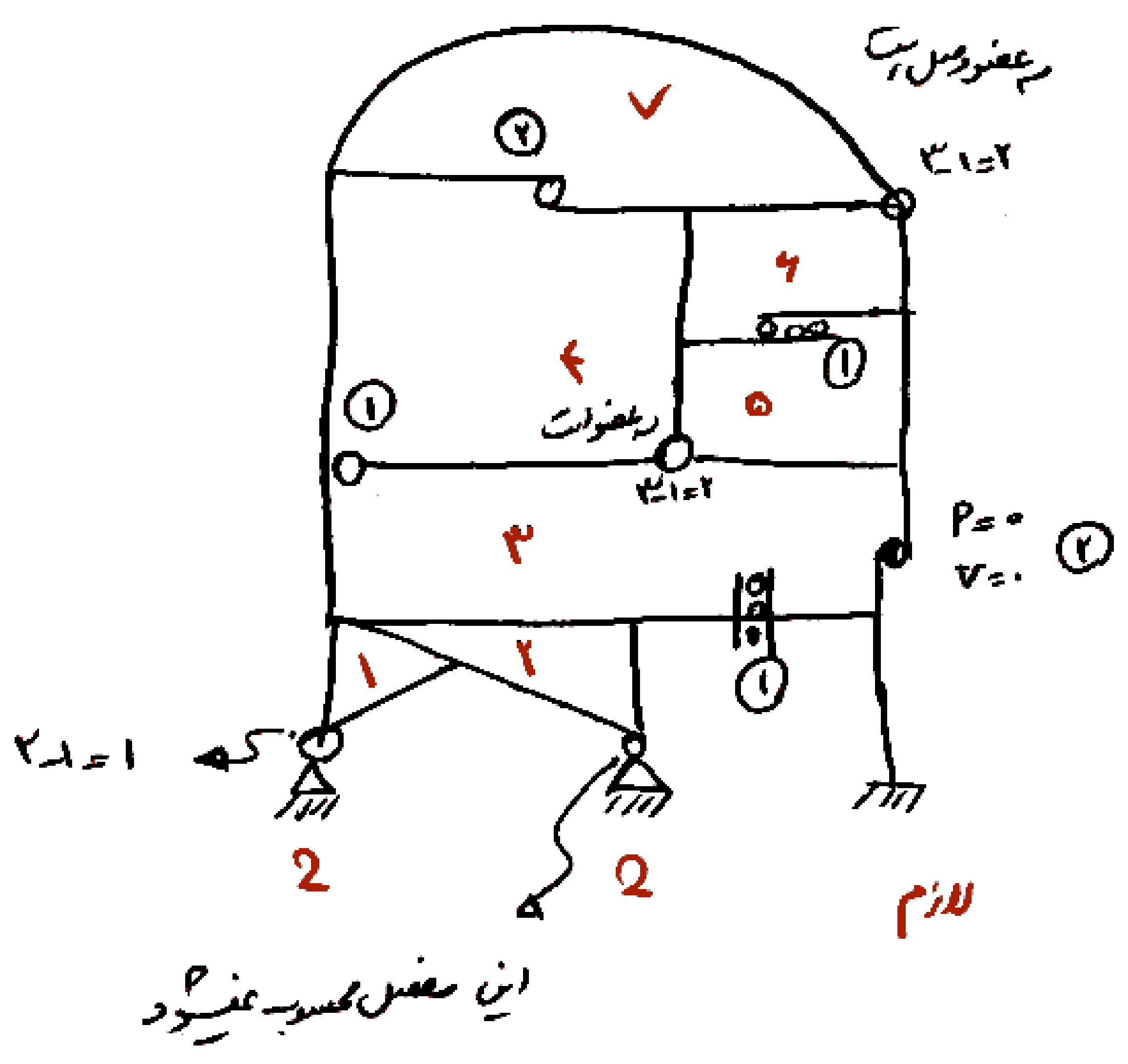
Ex.)


M=0
۱
۲
لازم
3
2

$n = (3+2) + (3*2) - 1 = 10$

نکته: به شکل دایره‌ها در امتحان خیلی دقت کنید شکل هم نیستند

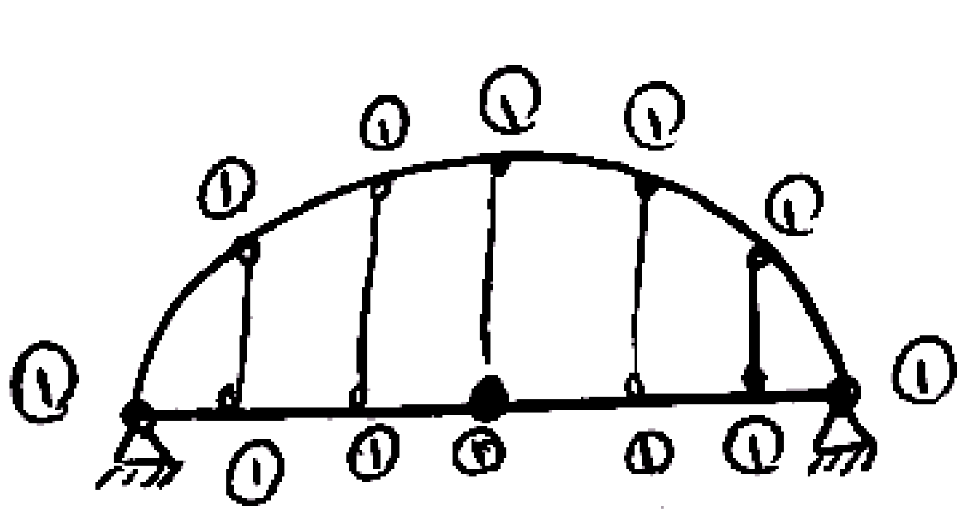
Ex.)


۲ عضو وصل است
۳-۱=۲
۷
②
①
۶
①
۴
۵
۴ عضو وصلت
۳-۱=۲
۳
P=0
V=0
②
①
۱
۲
۲-۱=۱
2
2
لازم
این مفصل محسوب نمی‌شود

$n = (2+2) + (3*7) - 12 = 13$

هنگامی که مفصل را ببینید تعداد $n-1$ اعضای وصل شده به آن مستقل هستند لذا $\underline{n-1}$ عدد معادله شرط خواهیم داشت

($\frac{P45}{T19}$



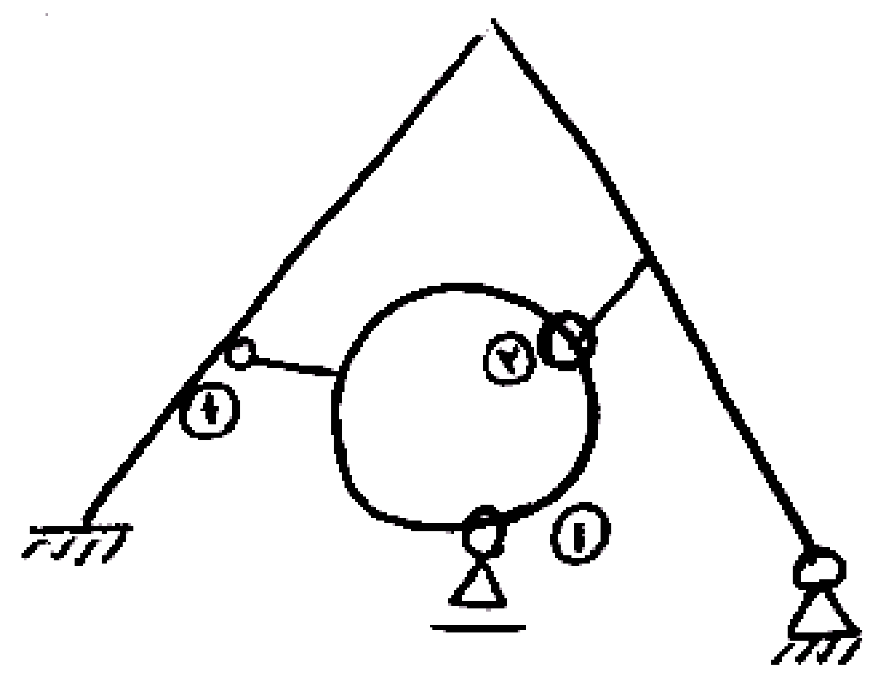
واکنش اضافی = 1

کادربسته = 6

شرط = 13

$n = 1 + (3*6) - 13 = 6$

$\frac{P = 117}{T \cdot 16}$



واکنش اضافی = 3

کادربسته = 2

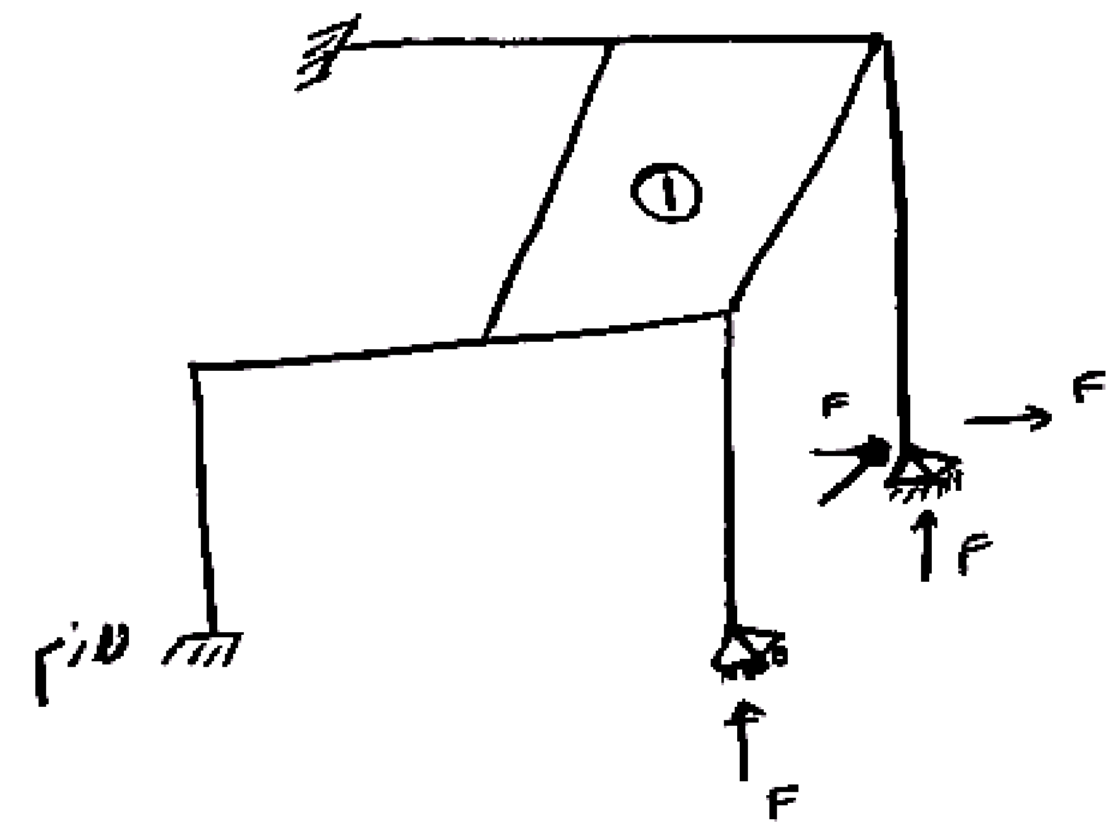
شرط = 4

$n = 3 + (3*2) - 4 = 5$

$\frac{P\ 72}{T17}$

در سه بعدی هر جا برش بزنیم ← ۶ تا نیرو میدهد

یک تکیه‌گاه گیردار فضایی لازم داریم ← ۶ تا واکنش



آزاد غلتک مفصل

واکنش اضافی = 6 + 1 + 3

کادربسته = 1

ناپایداری خارجی = ۱۰

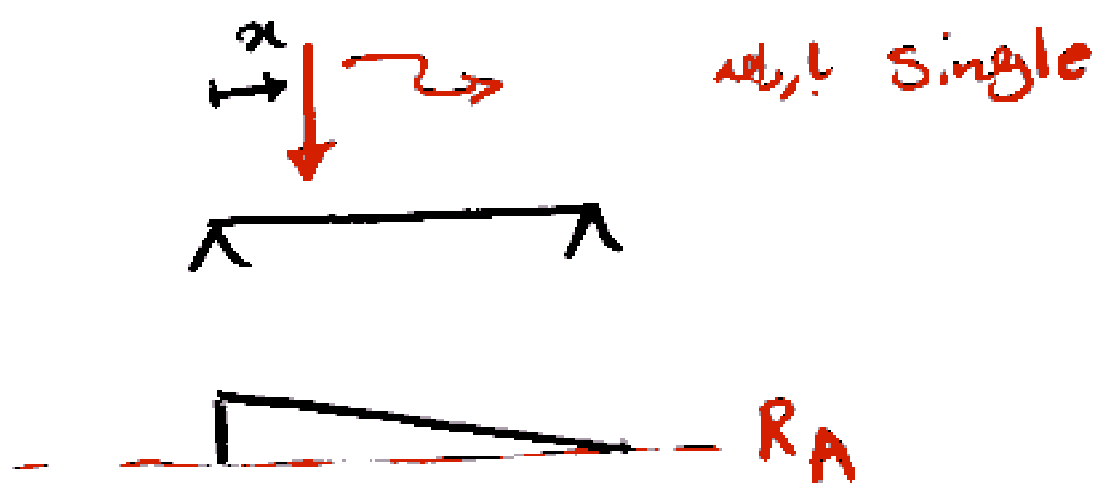
داخلی = 6

پایان جلسه 87.11.30

خط تاثیر: تغییرات یک کمیت (واکنش تکیه‌گاهی، نیروی برشی، نیروی محوری و لنگر خمشی ....) در یک نقطه خاص وقتی بار در یک فاصله تغییر کند

نمودار نیروی برشی ← ؟ اثر یک بار در نقاط مختلف برش اندازه گرفته می‌شود

نمودار خط تاثیر برش ← در یک نقطه برش را حساب میکنیم وقتی بار در نقاط مختلف قرار گیرد

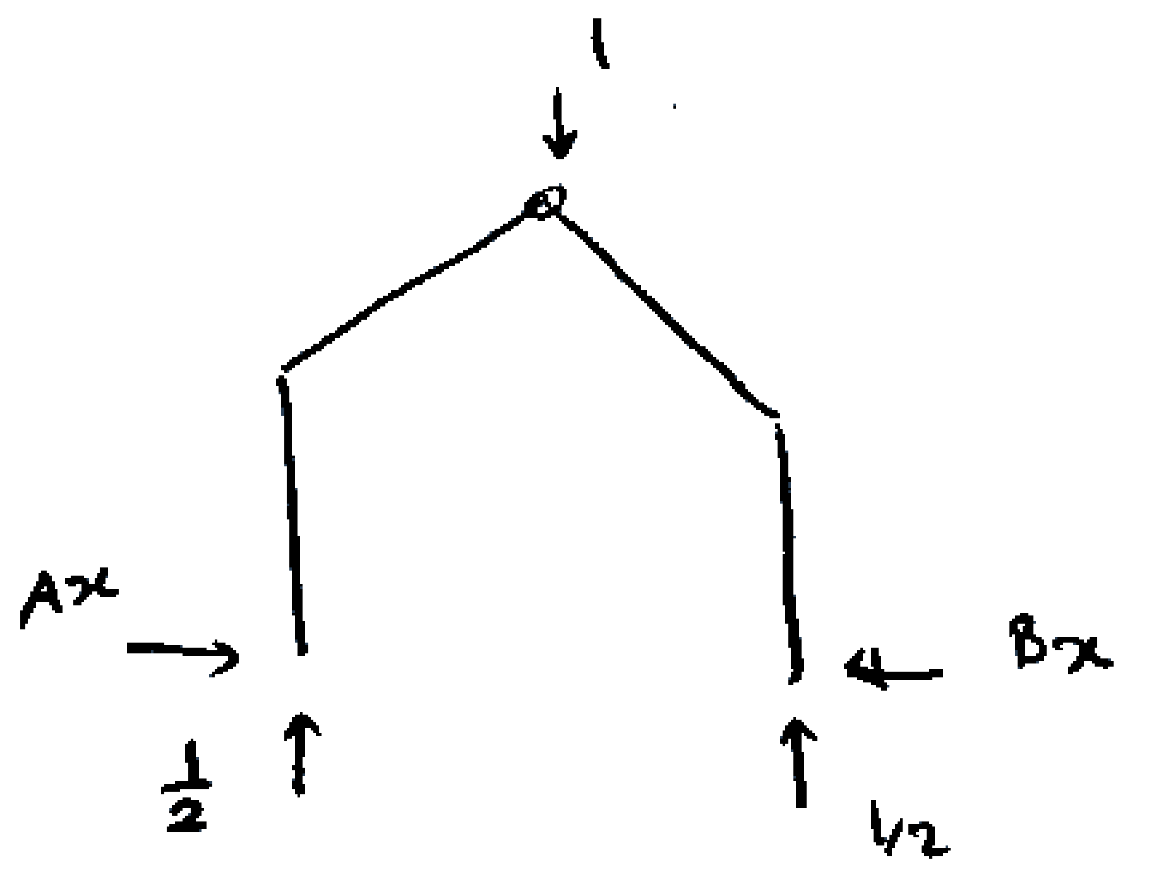


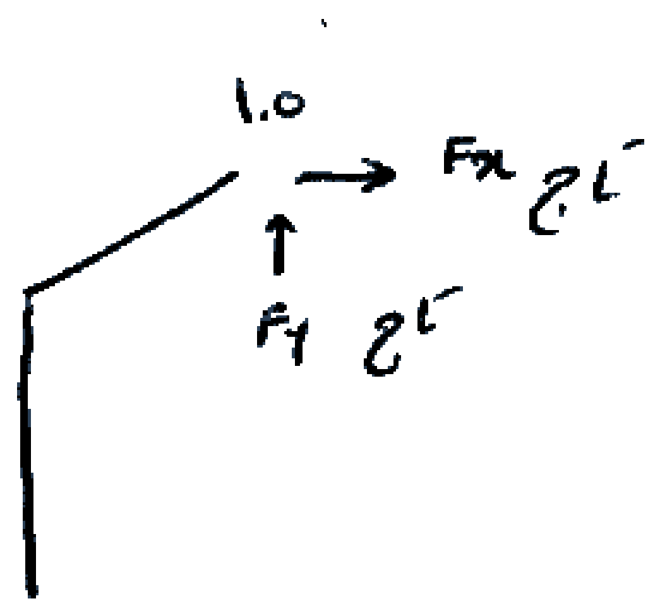
روشهای ترسیم خط تاثیر

۱- روش مستقیم

اگر بار واحد در A باشد ← $R_A=1$ و اگر در B باشد $R_A=0$

برای بارهای گسترده باید کاری کنیم که بیشترین مساحت را بدهد [مساحت زیر منحنی در محدوده قرارگیری بار گسترده]





$\left(\frac{P.58}{T.19}\right.$ روش مستقیم

با تقسیم نوع جوابا از این روش استفاده می‌کنیم

$$\sum M_{چپ} = 0$$

$$1/2 * \frac{l}{2} = Ax(h+f)$$

$$Ax = \frac{l}{4(h+f)}$$

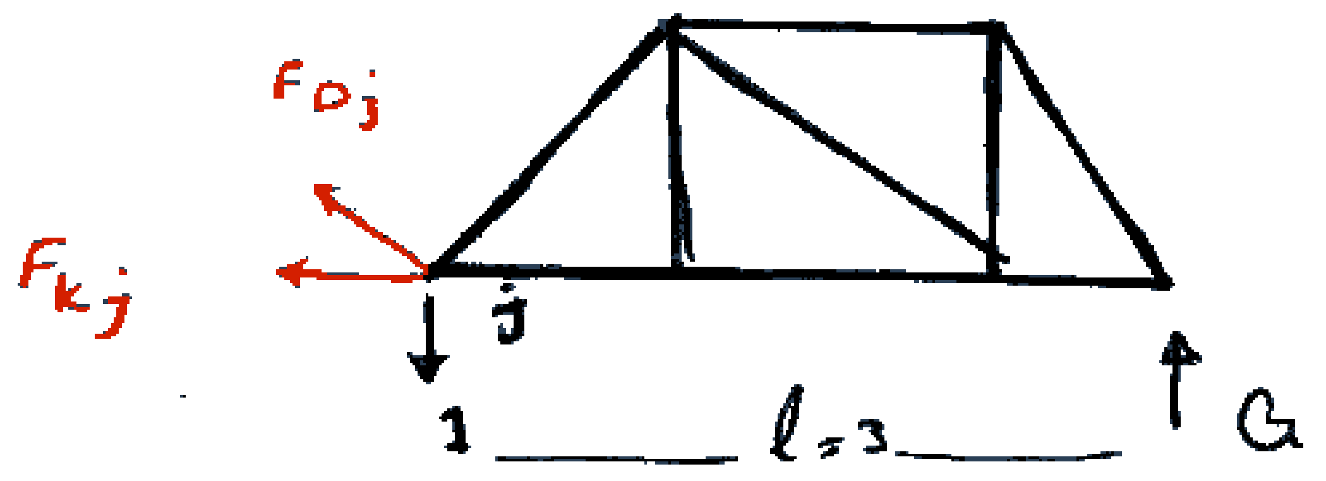
اشتباه تایپی دارد

$\left(\frac{P.72}{T.19}\right.$

در مورد ترسیم خط تأثیر واکنش تکیه‌گاهی، نیروی برشی و لنگر خمشی در ادامه روش کار مجازی که روش سریع‌تری است ارائه خواهد شد

هرگاه عضوی از یک خرپا مورد سوال قرار گیرد، به دو گونه می‌توان تحلیل نمود:

① مثل روش مستقیم بار را در گره‌ها مختلف تصور نمود در این صورت هرگاه بتوان نقطه بحرانی را شناسایی نمود [بدون حل یا با حل مختصر] در این صورت بار در همان نقطه قرار داده می‌شود [یا نقاط] و مقدار نیروی محوری براساس روابط تعادل استخراج می‌شود ولی سه نقطه را چک کنید از این روش استفاده نکنید چون خیلی طول می‌کشد.



حل مسأله: ابتدا حدس می‌زنیم در کدام نقطه بیشترین اثر را خواهیم داشت در اینجا نقطه J را در نظر می‌گیریم

از عضو Dj یک برش می‌زنیم دیاگرام فوق ترسیم باشد

$$\sum M_G = 0 \qquad F_{Dj} * \sin 45 * 3_m = 1 * 3$$

$$\boxed{F_{Dj} = 1.41}$$

$$(F_{Dj})_{max} = 1.41 \overset{\text{ظرفیت لوله}}{\uparrow} * 50 = 70 \text{ ton}$$

جهت کنترل این عضو نگاه می‌کنیم آیا این کرنش‌ها عضو بیش از 70 وجه دارد یا خیر

در این مسأله از A تا K بین تکیه‌گاه‌ها و المان‌ها توزیع می‌شود.

روی K ← نیروها صفر می‌شوند

از I به بعد ← ● توزیع بار به صورت غیرمستقیم ؟ Dj اثر دارد

عضو BC خیلی سخت است.

روش دوم بهتر از روش کار مجازی است.

روش کار مجازی

در این روش از نیرو استفاده می‌کنیم.

فرق خط تأثیر سازه معین و نامعین (مورد کاربرد در روش کار مجازی) ؟

روش کار

برای رسم خط تأثیر یک سازه اعم از معین یا نامعین با روش کار مجازی کافیست قید مربوطه را حذف و با توجه به علامت مثبت تغییر شکل سازه را هماهنگ با قیود تکیه‌گاهی رسم کنید در این صورت تغییر شکل بدست آمده همان خط تأثیر است.

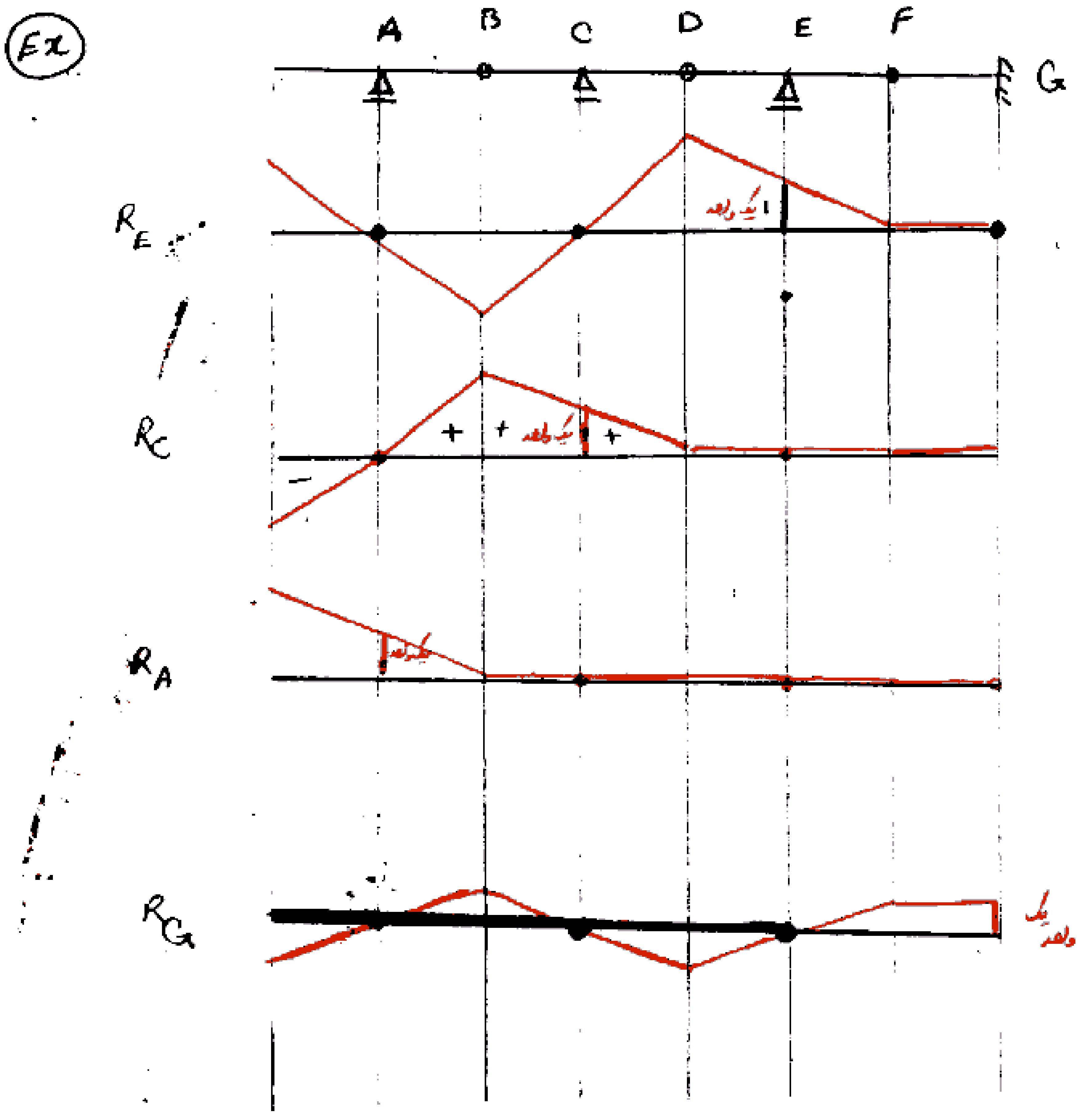
توضیح:

- قید واکنش تکیه‌گاهی، همان تکیه‌گاه است که حرکت آن را سلب می‌کند (یک واحد بالا می‌بریم)
- برای حذف قید برش در آن نقطه مفصل برشی می‌گذاریم
- برای حذف قید خمش در آن نقطه مفصل می‌گذاریم

نکته: برای تکیه‌گاه گیردار نقطه‌ای که قید خاصی که مد نظر است حذف می‌شود

Ex

سازه معین و پایدار است



در نقاط G و C و A مرجع‌ها هست → قید تکیه‌گاه در E حذف می‌شود و یک واحد بالا می‌بریم

بخاطر گیردار G اجازه دوران نمی‌دهد لذا خط‌ها صاف است

G اجازه دوران نمی‌دهد لذا تا F صاف است، E هم صاف است F و E پیوسته است لذا تا D صاف است

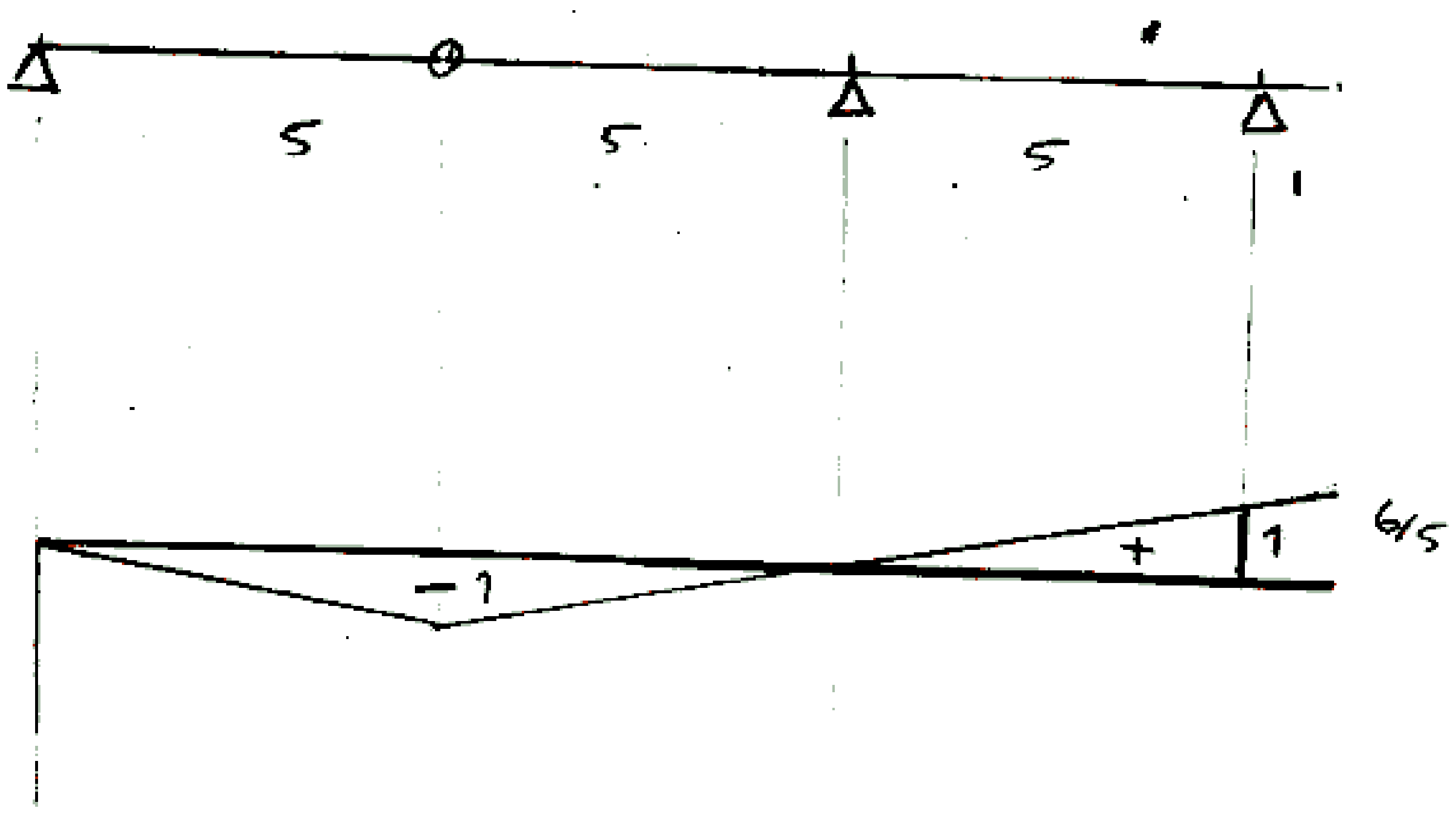
[illegible] دوران صفر دارد

در نقطه G یک واحد بالا می‌بریم و سپس با توجه به اینکه اجازه دوران نمی‌دهد هم مستقیم برود

R_C ماکسیمم کجاست؟ (برای بارهای متحرک)

- بار متمرکز ← روی ابتدای تیر یا نقطه B
- بار گسترده ← سطح زیر نمودار روی شاخه مثبت فقط یا روی شاخه منفی فقط اگر روی دو شاخه همدیگر را خنثی می‌کند

$\left(\frac{P441}{T.17}\right.$



مساحت‌ها را حساب کنیم

$A^- = \frac{10 * 1}{2} = 5$ عبارت

$A^+ = \frac{1.2 * 6}{2} = 3.6$

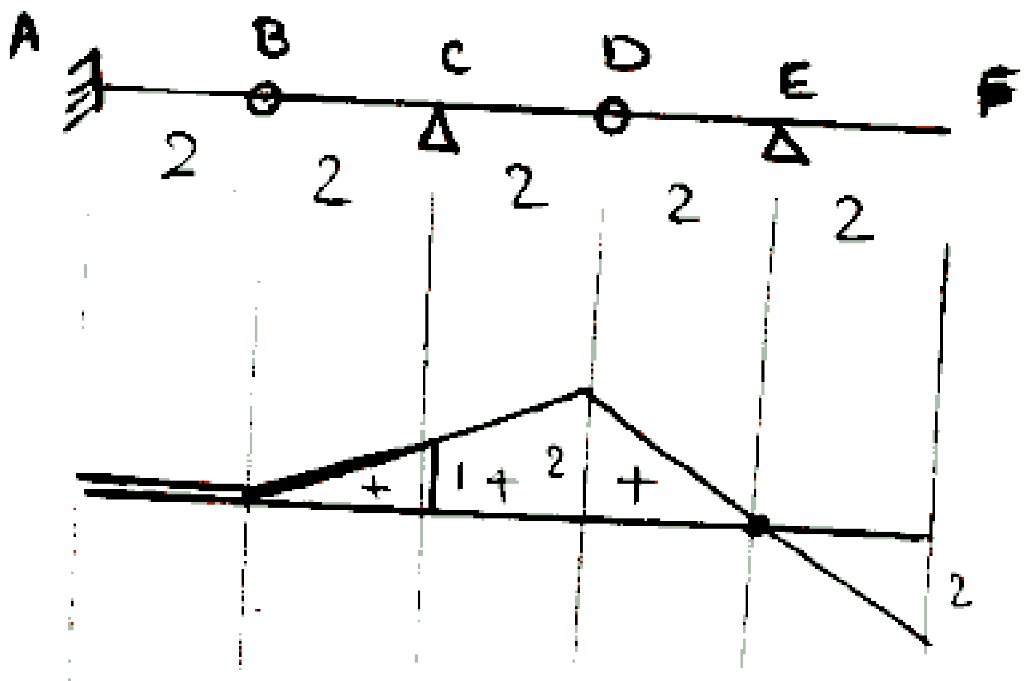
$5 * 1 = 5$

$P_{max} = 5 * 1 = 5$

اگر بار متمرکز گرفته بود نقطه انتهایی می‌شد جواب ما

$\left(\frac{P118}{T.19}\right.$ اگر طول گسترده بود ∞ می‌شود

باید ببینیم کدام مساحت بزرگتر است


A
B
C
D
E
F
2
2
2
2
2
+
1
+
2
+
2

$A^+ = \frac{2 * 6}{2} = 6$

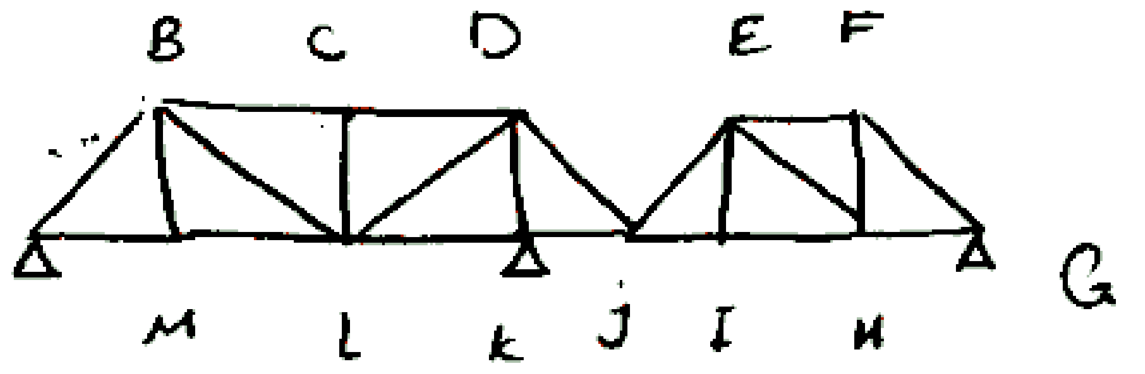
$P = Ag = 6\,w$

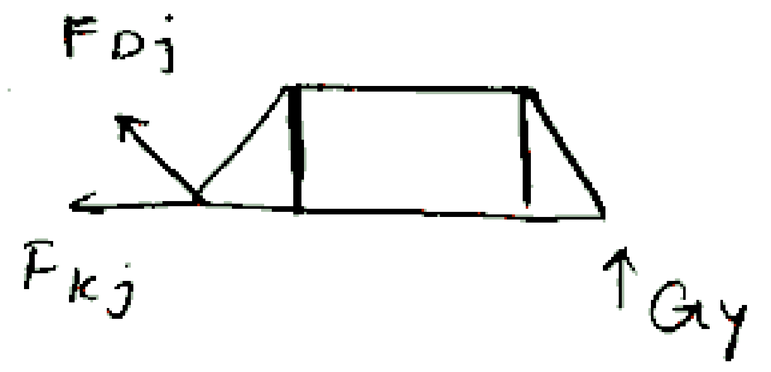
روش کار مجازی در خرپا

هرگاه نتوان از روش مستقیم به نتیجه مورد دست یافت لازم است نیروی عضوی خواسته شده را به یکی از تکیه‌گاهها ربط دهیم

(به روش همیشه نمی‌توان ربط داد)

Ex


B
C
D
E
F
G
M
L
k
J
I
H

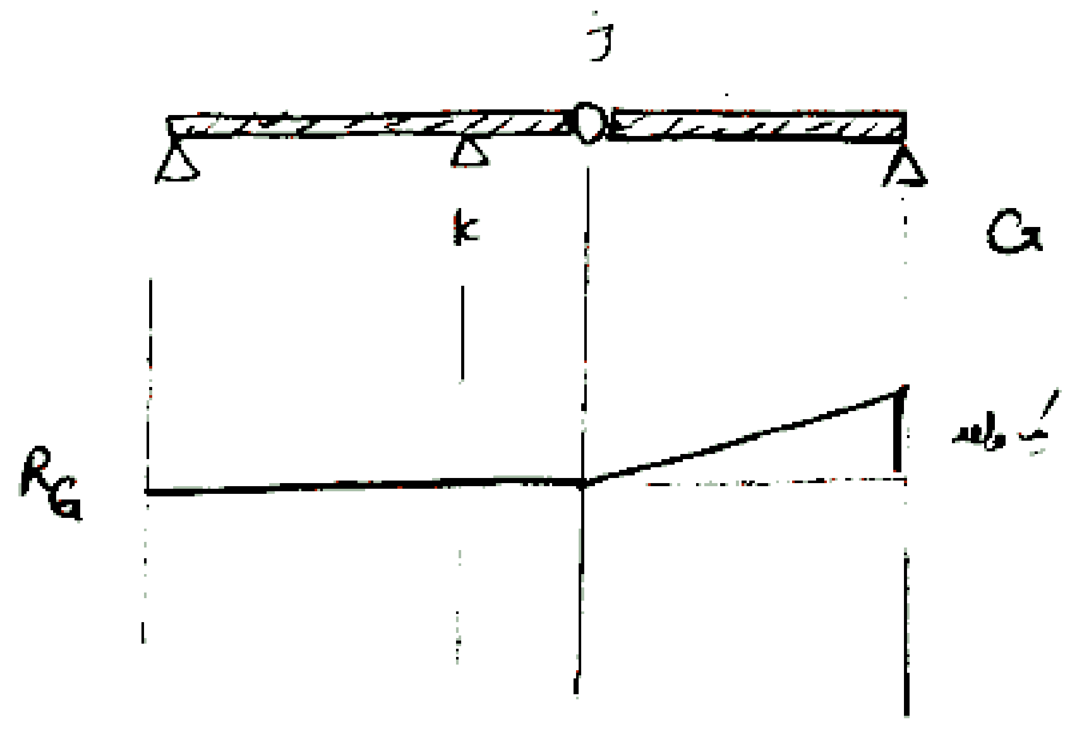


$\Sigma F_y = 0$

$F_{Dj} \sin 45 = G_y$ $\boxed{F_{Dj} = 1.4\,G_y}$

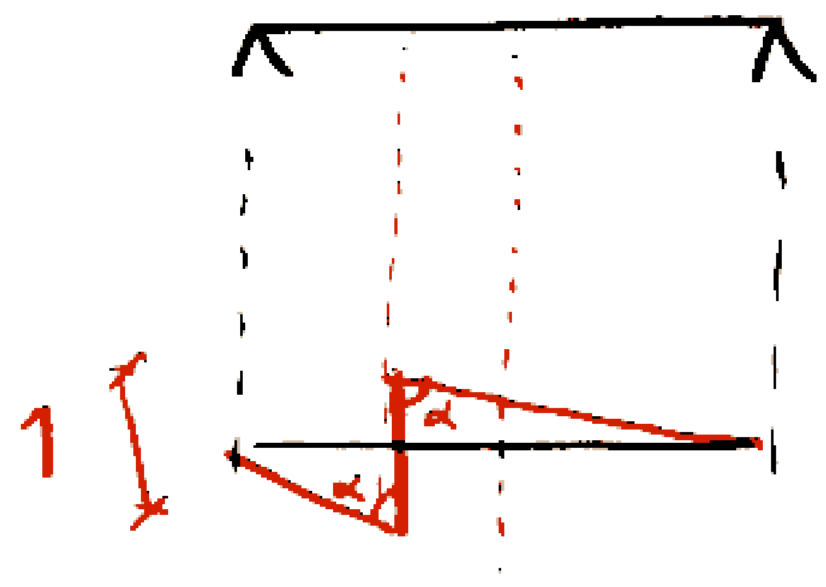
می‌توانستیم خط تاثیر Gy را بکشیم و سپس 1.4 برابرش کنیم

$F_{Dj} = 1.4 * 50 = 70$ ton


J
k
G
RG
یک واحد

خط تأثیر برش در کار مجازی

الف

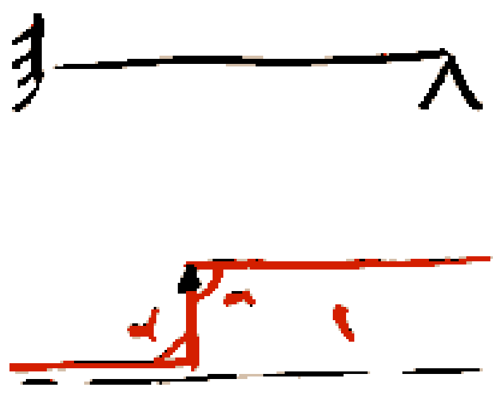


قید برش را حذف می‌کنیم و یک مکانیسم می‌گذاریم.

طبق استاندارد طرف راست بالا می‌رود

کل ارتفاع به اندازه واحد است به شرطیکه زاویه‌ها طرف چپ و راست یکسان شود "α"

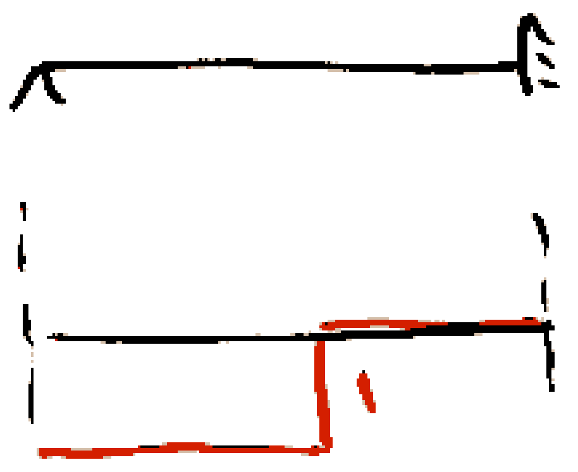
ب



ب) چنانچه طرف چپ نتواند دوران کند چون زاویه دو طرف باید برابر باشد لذا مطابق خواهد بود

همیشه چپ پایین است و راست بالاست

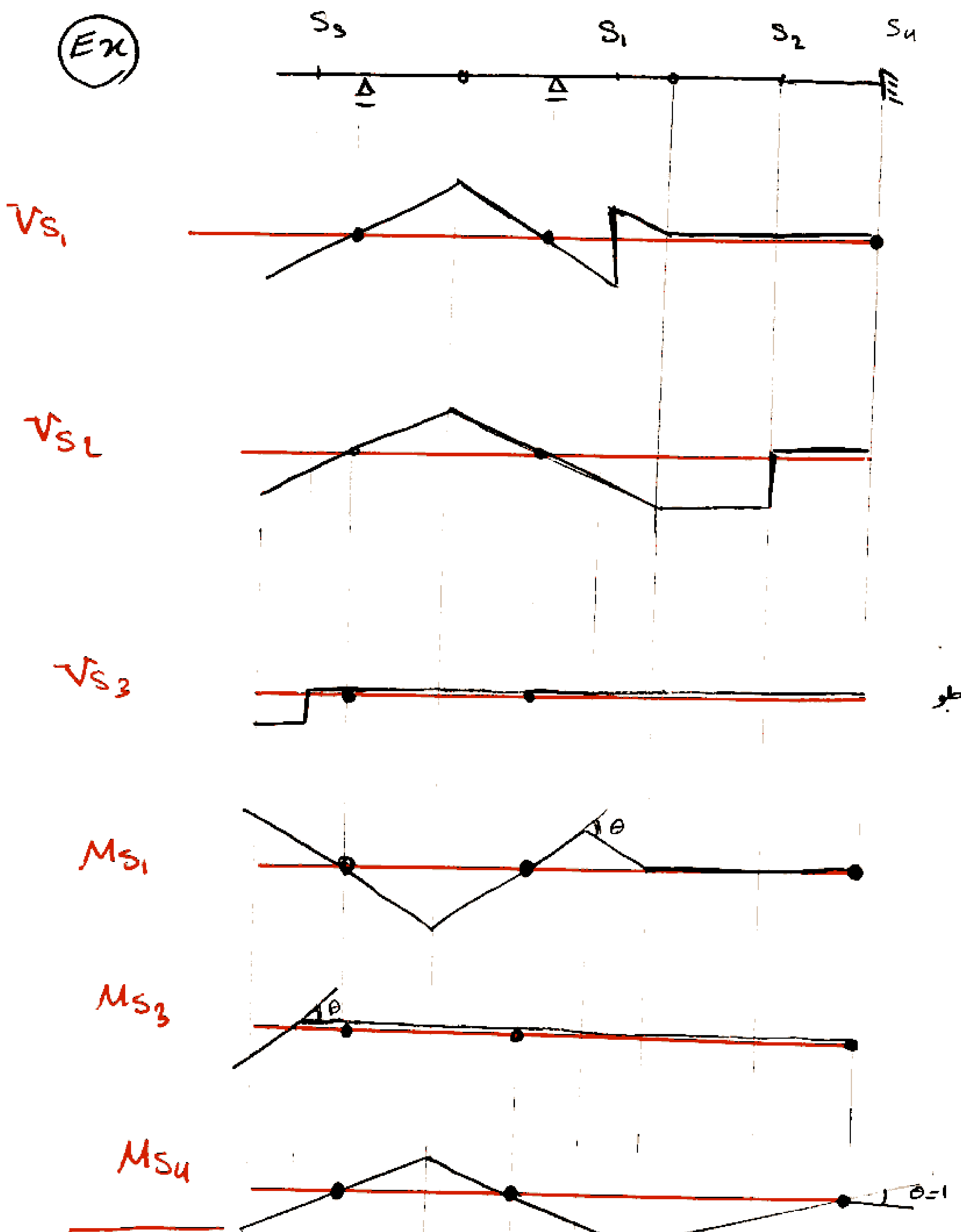
ج



ج) چنانچه راست اجازه دوران نداشته باشد

همیشه چپ پایین و راست بالاست

Ex



از طرف تکیه‌گاه گیردار جلو می‌رویم → یعنی اگر بار از S_3 رد شود هیچ برشی در S_3 ایجاد نمی‌شود

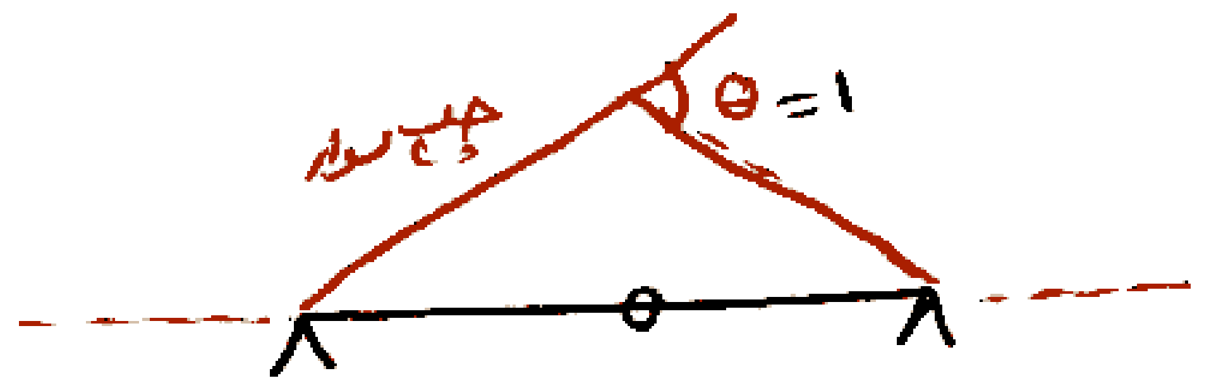
یک مفصل گذاشتیم در S_4 لذا می‌چرخد ولی نمی‌تواند کل بجز قسمت حرکت رو به رو

تحلیل

Page 16

87.12.1

خط تأثیر لنگر در روش کار مجازی

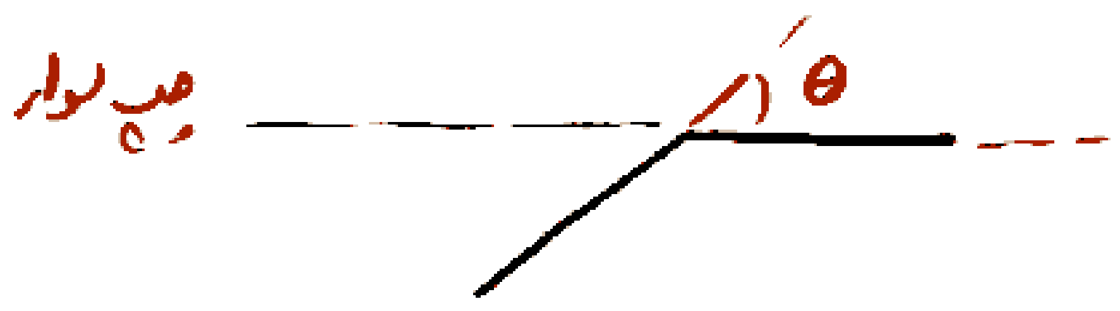


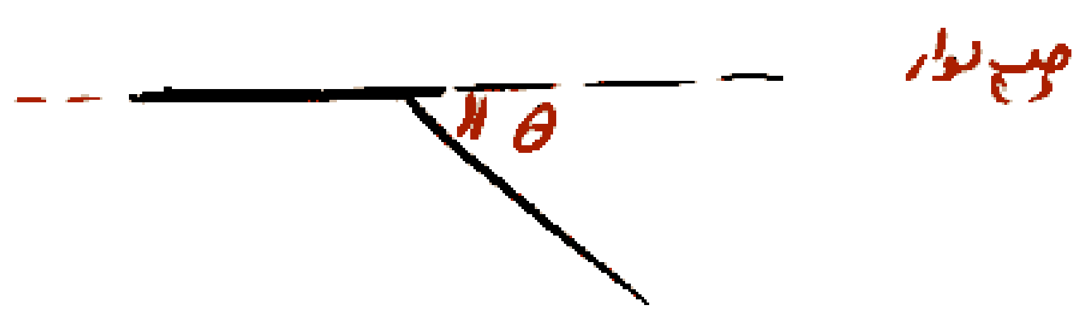
یک مفصل در آن نقطه می‌گذاریم و بالا می‌بریم به اندازه زاویه دوران θ واحد

لنگر همیشه جمع دوار است

زاویه‌ی خارجی = واحد = θ = یک رادیان

حالتهای خاص که یک طرف نتواند دوران کند.





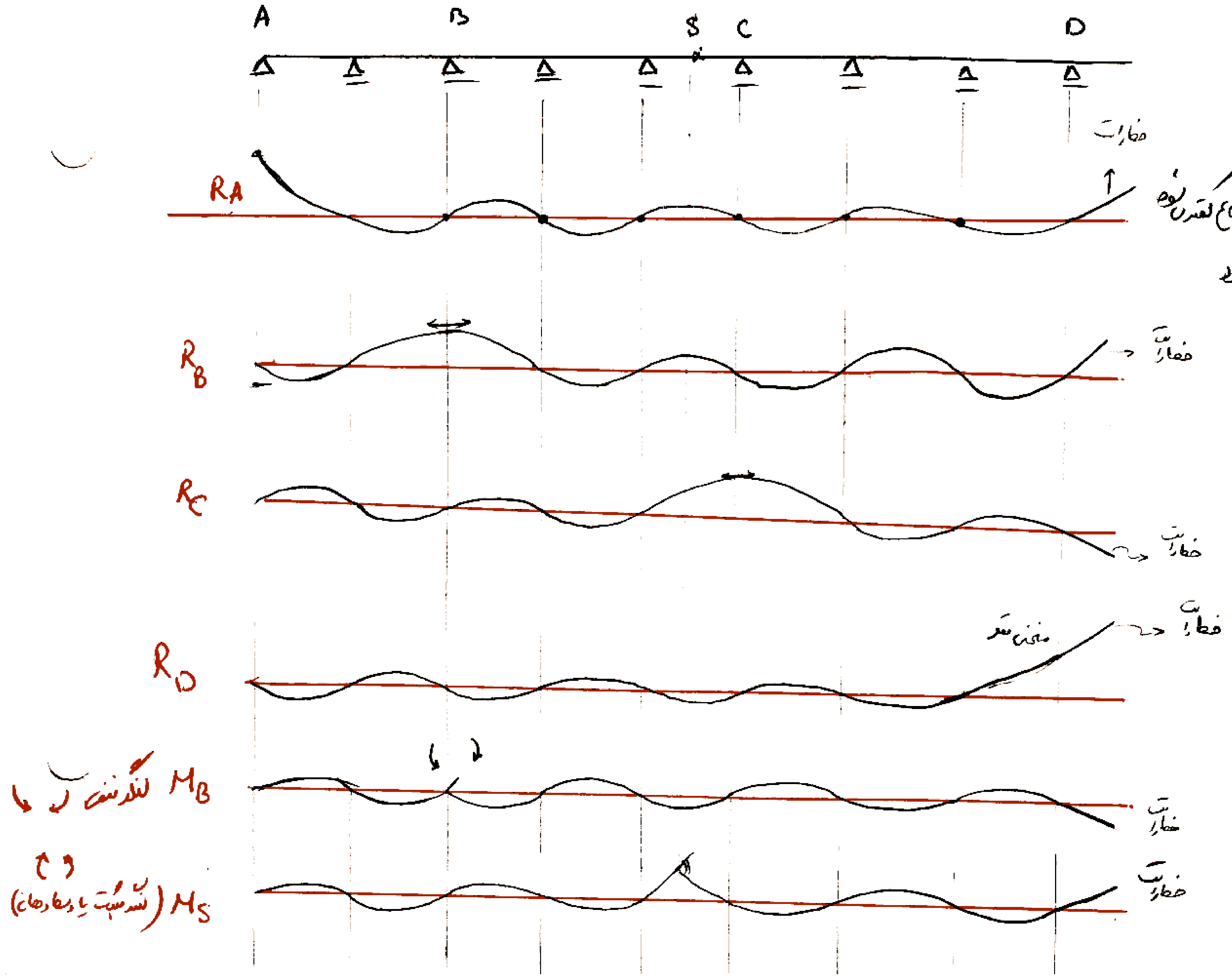
دو خط تأثیر سازه معین و نامعین

چون در سازه معین هیچ قید اضافه نداریم ← با حذف یک قید سازه حالت ناپایدار پیدا می‌کند لذا حرکت می‌کند و شکل خط تأثیر را به ما می‌دهد.

(تغییر شکل خطی است)

در سازه‌ها نامعین خط تأثیرها منحنی است چون به راحتی حالت ناپایدار پیدا نمی‌کند.

جهت تقعر خیلی مهم است


A
B
S
C
D
خطا رفت
RA
R_B
خطا رفت
R_C
خطا رفت
منفی‌تر
خطا رفت
R_D
M_B لنگر منفی
خطا رفت
M_S (لنگر مثبت یا دهانه‌ها)
خطا رفت

یک واحد بالا می‌بریم هرچه جلوتر می‌رویم ارتفاع کمتر می‌شود
در انتها تیر چون سازه معین است خط راست می‌شود

در تیر نامعین لنگر تکیه‌گاه منفی است.
نقطه‌ی مفصل در نقطه‌ی B می‌گذاریم جمع دوار می‌کنیم

← ظاهرا این جور پرسیده اند که تعبیر را بالا و پایین گذاشته اند تا هوش بچه‌ها را بسنجند

← در تیرها سراسری برای حداکثر شدن واکنش تکیه‌گاهی کافیست دهانه‌ها مجاور و ما فوق دهانه‌ها یک در میان (شطرنجی) بارگذاری شوند.

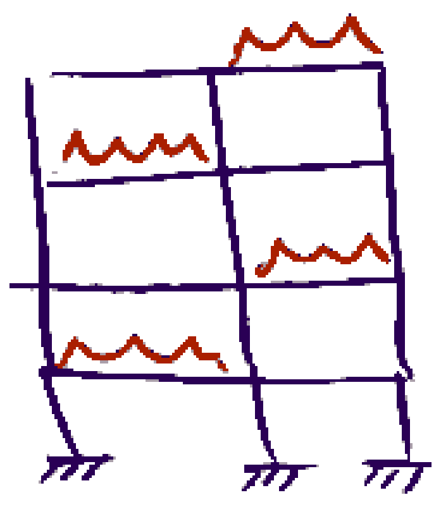
برای A یک دهانه مجاور داریم و برای D دو دهانه مجاورش است

لنگر خمشی

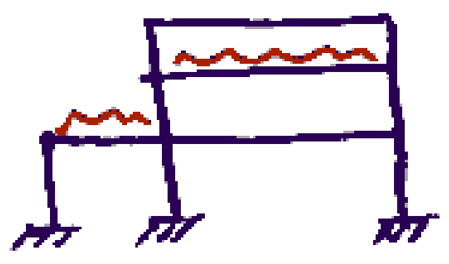
برای لنگر مثبت ← دهانه مربوطه آن نقطه و شطرنجی ← حداکثر خواهد بود چه در ارتفاع چه در طول (وسط دهانه تیر با معین)

برای لنگر منفی ← دهانه مجاور آن نقطه و شطرنجی ← حداکثر خواهد بود. چه در ارتفاع چه در طول ← (تکیه‌گاه تیر نامعین)

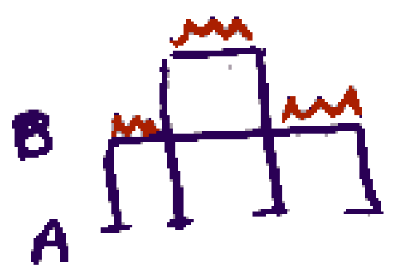
$\frac{P42}{T.3}$) گزینه دوم لنگر منفی را خواسته (تکیه‌گاه در تیر نامعین لنگر منفی دارد



$\frac{P.58}{T.18}$) لنگر مثبت را خواسته ← دهانه مربوطه و شطرنجی



$\frac{P.89}{T.60}$) لنگر مثبت را خواسته دهانه و شطرنجی است ← AB و DE ← گزینه الف است.



$\frac{P.117}{T.15}$) لنگر تکیه‌گاه‌ها لنگر منفی است که خواسته است. وقتی لنگر A ماکزیمم است که لنگر در B حداکثر شود ← مجاور و شطرنجی است

صفحه بعدی تغییر شکل ۱۵

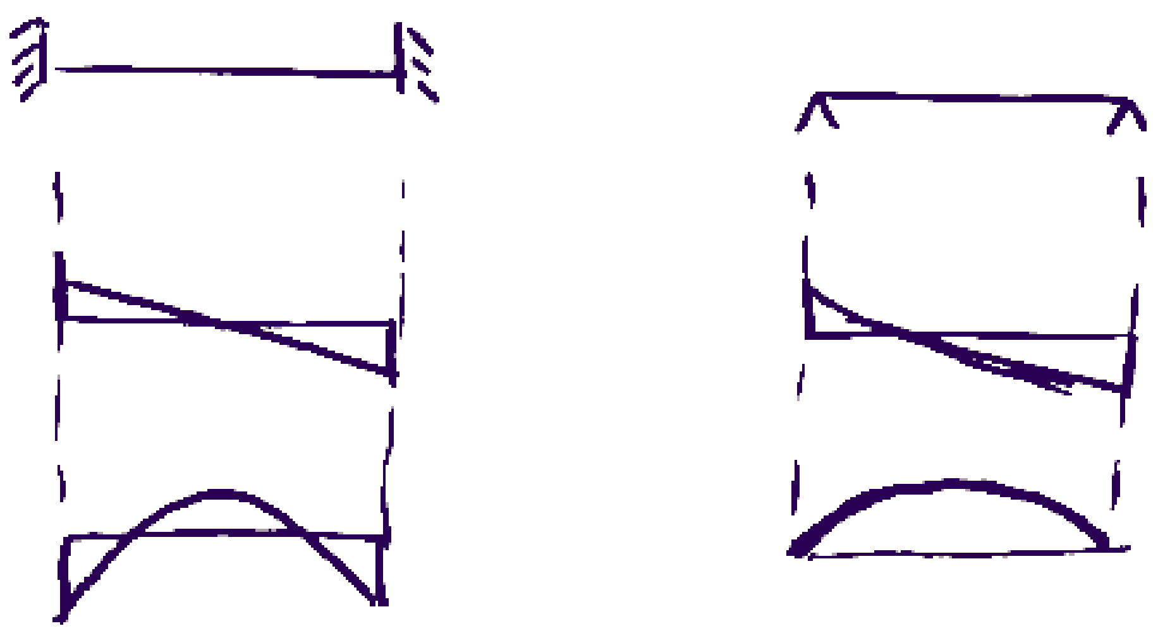
$\frac{P.31}{T.22}$) می‌دانیم ← تیر ساده ← برش بحرانی در تکیه‌گاه
لنگر بحرانی در وسط دهانه

گزینه ۴ صحیح است.

در لنگر ← دورترین تارها کار می‌کنند یال بالا و پایین به همین دلیل I می‌سازیم ← در وسط دهانه بحرانی است

در برش ← [illegible] جان کار می‌کند ← اعضای مورب کار می‌کنند ← در نزدیک تکیه‌گاه‌ها بحرانی است

گزینه دوم جواب است



$\frac{P.42}{T.4}$) لانه زنبوری برای خمش تقویت و برای برش ضعیف است لذا در جایی که هم برش و هم لنگر بحرانی است نمی‌توان استفاده کرد ← در تکیه‌گاه‌ها همزمان این دو وجود دارد

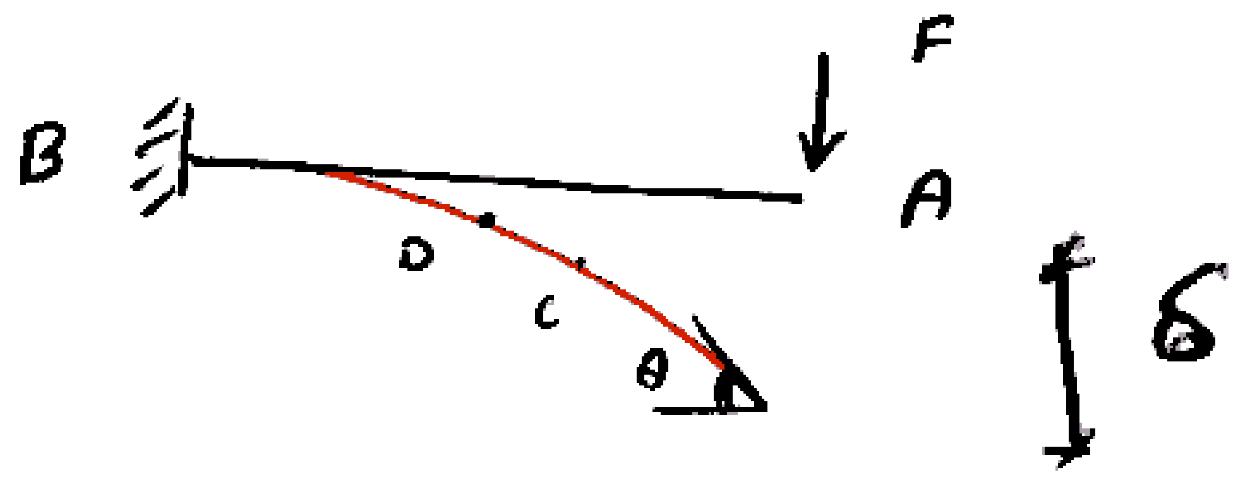
تغییر مکان δ , θ

در سازه‌ها معین

لنگر سطح ، تیر مزدوج ، کار مجازی ، کاستیلیانو ، کار حقیقی ، ~~ماکسول بتی~~ ، ~~بار واحد~~ .

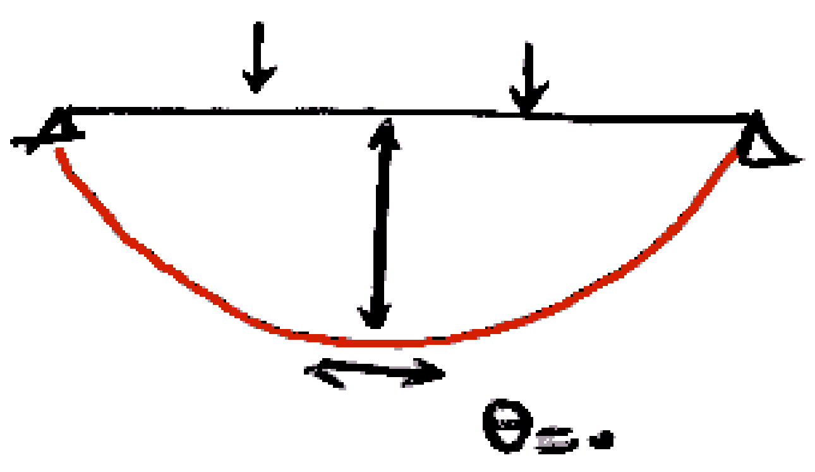
قضایای لنگر سطح

تغییر شیب بین دو نقطه از منحنی ارتجاعی تیر برابر است با سطح زیر نمودار منحنی $\frac{M}{EI}$ در آن فاصله



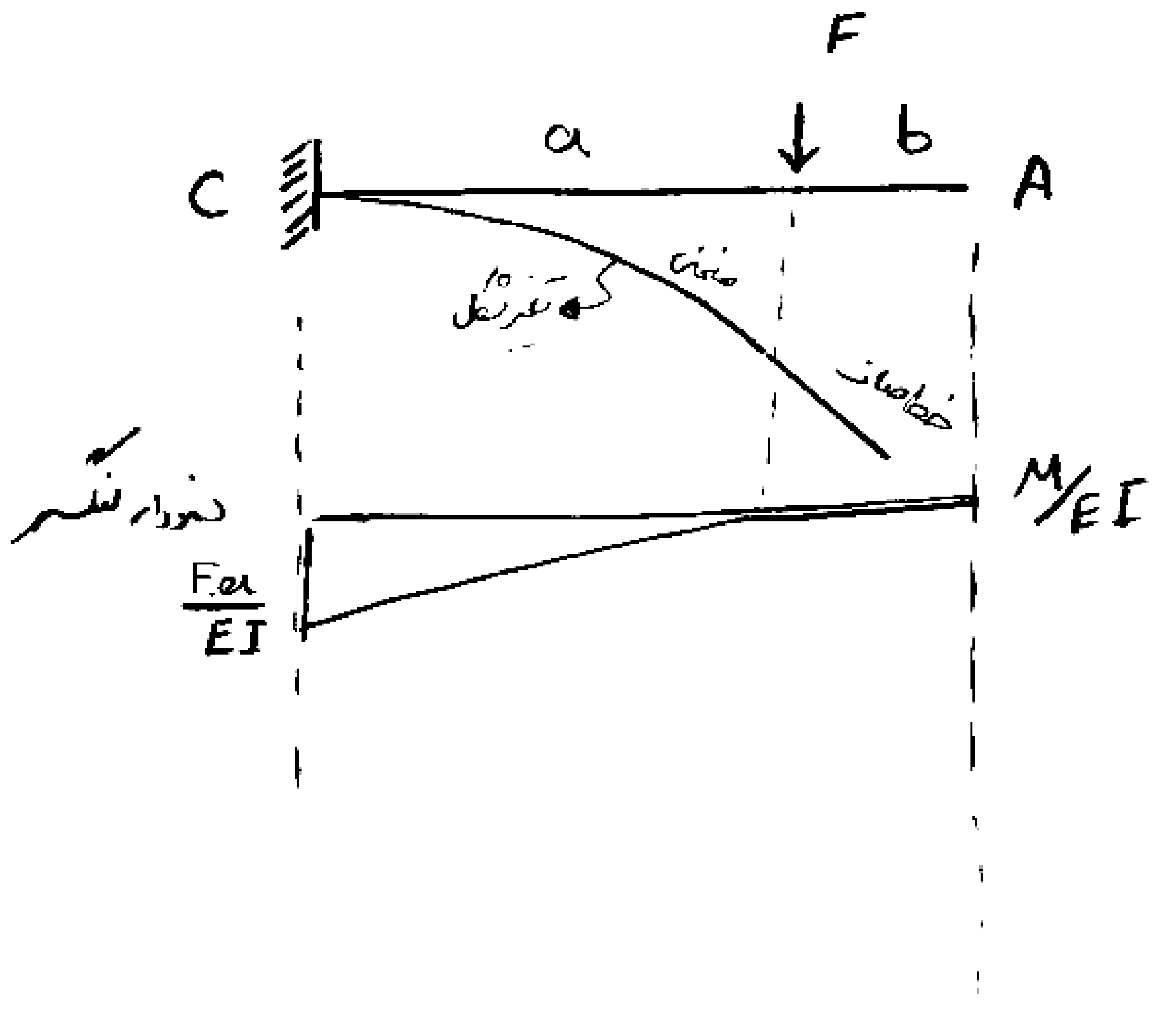
$$\theta_C - \theta_D = \int \frac{M}{EI} \quad (\text{در فاصله } CD)$$

عیب این روش این است که تغییر شیب را می دهد



شیب مطلق بدرد می خورد که یک نقطه معلوم باشد ← شرایط تکیه گاهی ، در محل خیز ماکسیمم

محل خیز ماکسیمم در سازه ها متقارن وسط سازه است


F
C
a
b
A
منحنی
که تغییر شکل
خط راست
نمودار لنگر
$\frac{Fa}{EI}$
M/EI

Ex) در سازه شکل زیر θ در انتهای تیر (A) را بدست آورید .

$$\theta_A - \theta_C = S_{AC}$$

$$\boxed{\theta_A = \frac{Fa^2}{2EI}}$$

این یک فرمول است

با آن تست حل کن

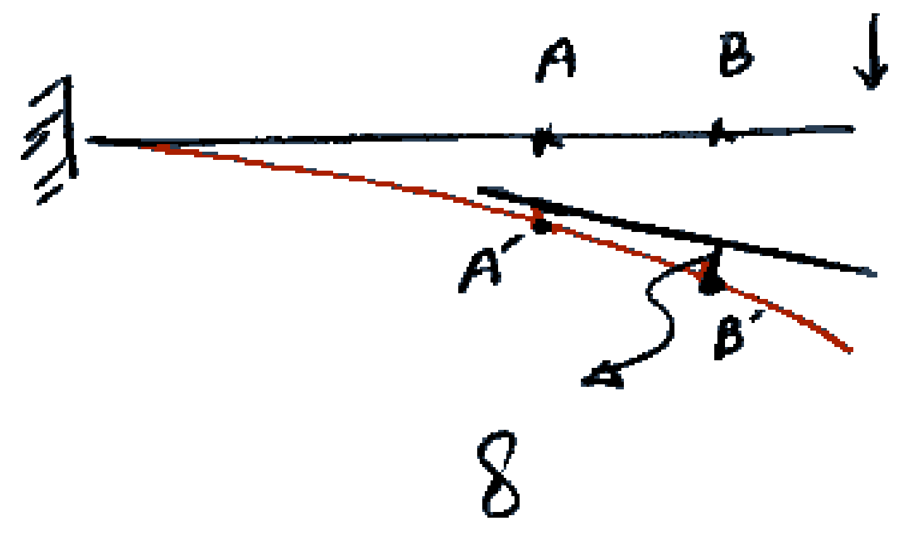
حلشو ببر خونه

Page 19

87.12.2

قضیه دوم لنگر سطح

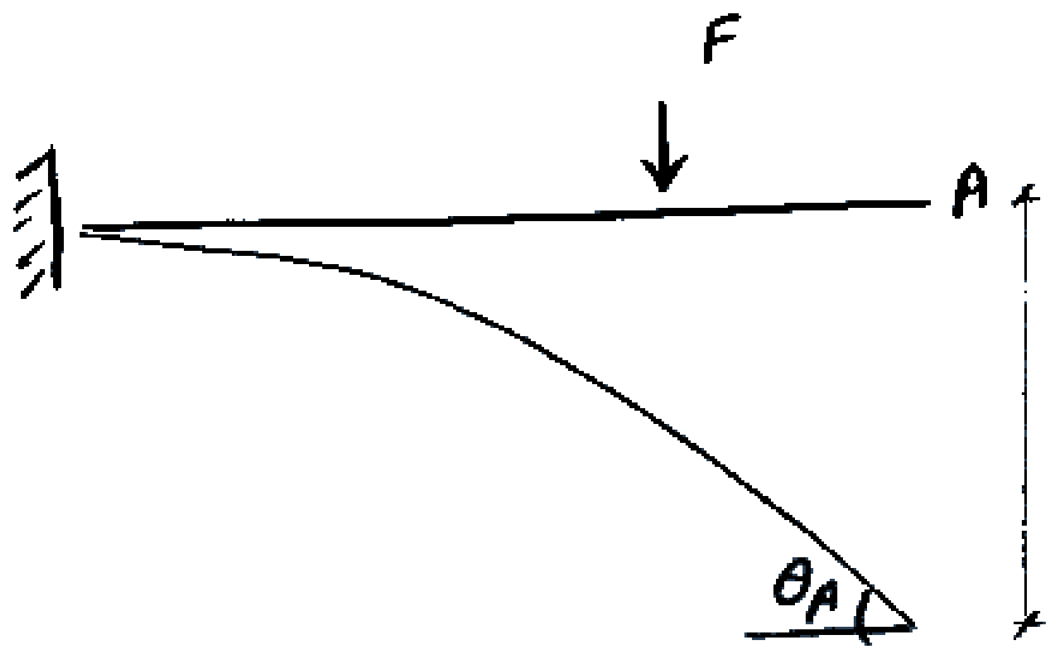
فاصله یک نقطه از منحنی ارتجاعی تا مماس بر منحنی در نقطه دیگر برابر است با لنگر سطح زیر نمودار منحنی $\frac{M}{EI}$ حول همان نقطه.



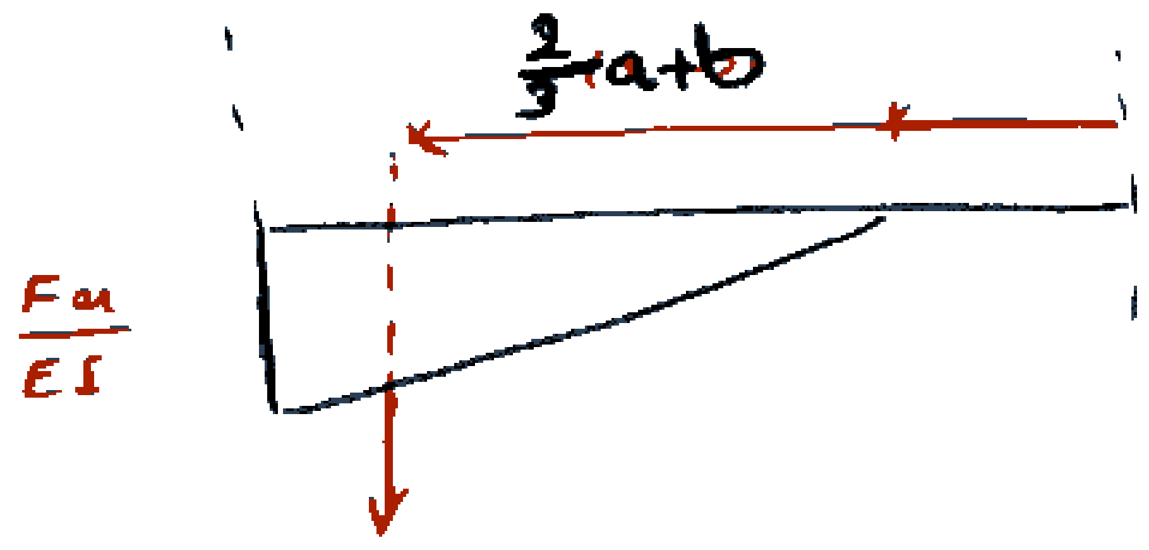
این هم نه خیز است نه شیب است و فقط در تست‌ها بدرد می‌خورد

باید نقاط خاص باشد مثل تکیه‌گاه چون مماس بر تکیه‌گاه خود منحنی خواهد بود

(Ex



Δ_A

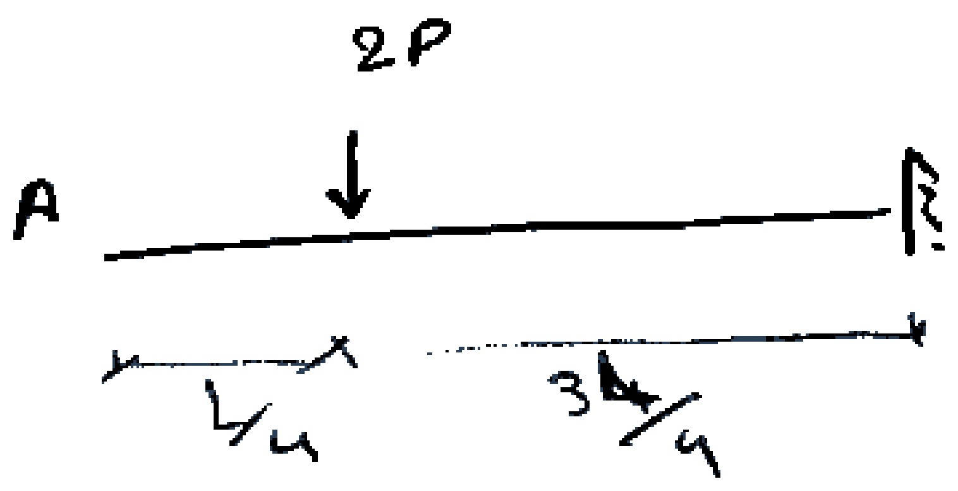


$$\Delta_A = \frac{Fa^2}{2EI}\left(\frac{2}{3}a+b\right)$$

$$\boxed{\Delta_A = \frac{Fa^2}{6EI}(2a+3b)}$$

تنها همین رابطه را حفظ کن

(P.130 / T.13

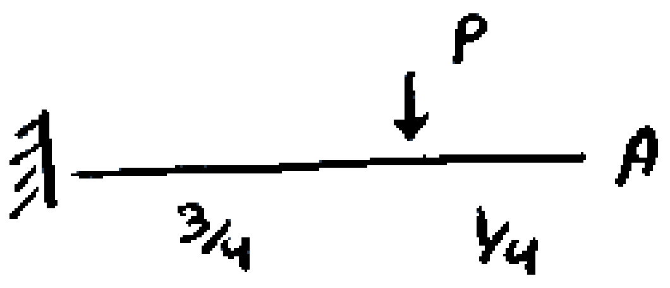


فرمول کلی $\theta_A = \frac{Fa^2}{2EI}$

$$\theta_A = \frac{(2P)(3/4\,L)^2}{2EI} = \frac{9}{16}PL^2$$

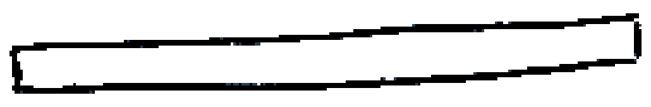
$$\Delta_A = \frac{Fa^2}{6EI}(2a+3b)$$

$$\Delta_A = \frac{(2P)(3/4\,L)^2}{6EI}\left(2\cdot\frac{3}{4}L + 3\frac{L}{4}\right) = \frac{27}{64}\frac{PL^3}{EI}$$



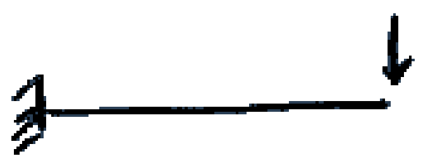
$\theta_A = \frac{9}{32}PL^2$ $\Delta_A = \frac{27}{128}\frac{PL^3}{EI}$

تمرین نیم (P.162 / T.54



(P.44 / T.16

حالت خاص b=0 ← طره خاص



$$\boxed{\Delta_A = \frac{Fa^3}{3EI}}$$

$$\theta_A = \frac{Fa^2}{2EI}$$

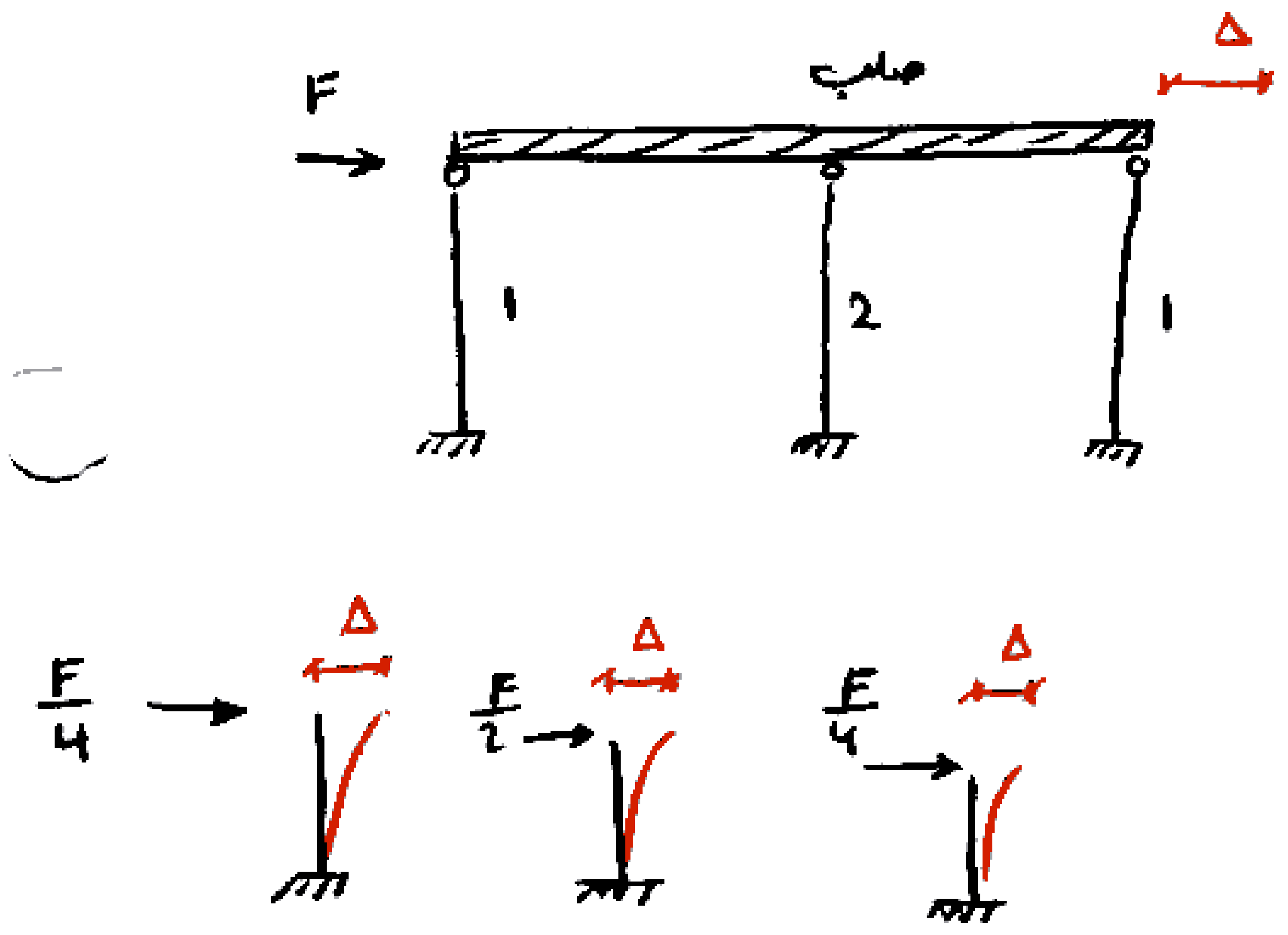
که به هیچ وجه b ندارد
مطابقت

تحلیل - Page 20
87.12.2

($\frac{P.44}{T.16}$) چون سقف صلب است ← تغییر مکانها یکسان است

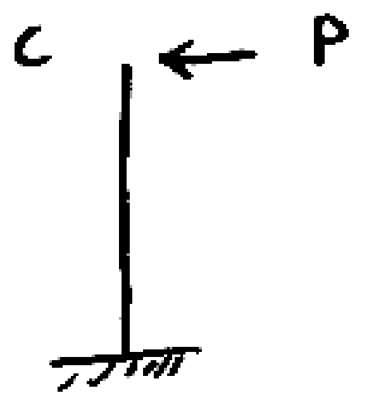
نیروی ستون وسط بیشتر است چون EI بیشتری دارد

نیروی وارده به هر ستون را از روابط بالا پیدا کنیم (با توجه به نوع EI هایشان)



$$\Delta_A = \frac{Fa^3}{3EI} \qquad \Delta_A = \frac{\frac{F}{4}L^3}{3EI} = \frac{FL^3}{12EI}$$

($\frac{P.118}{T.17}$) ستون با شکل بالای نقطه C هیچ تاثیری در سختی جانبی سازه ندارد لذا می‌توان آنرا حذف کرد

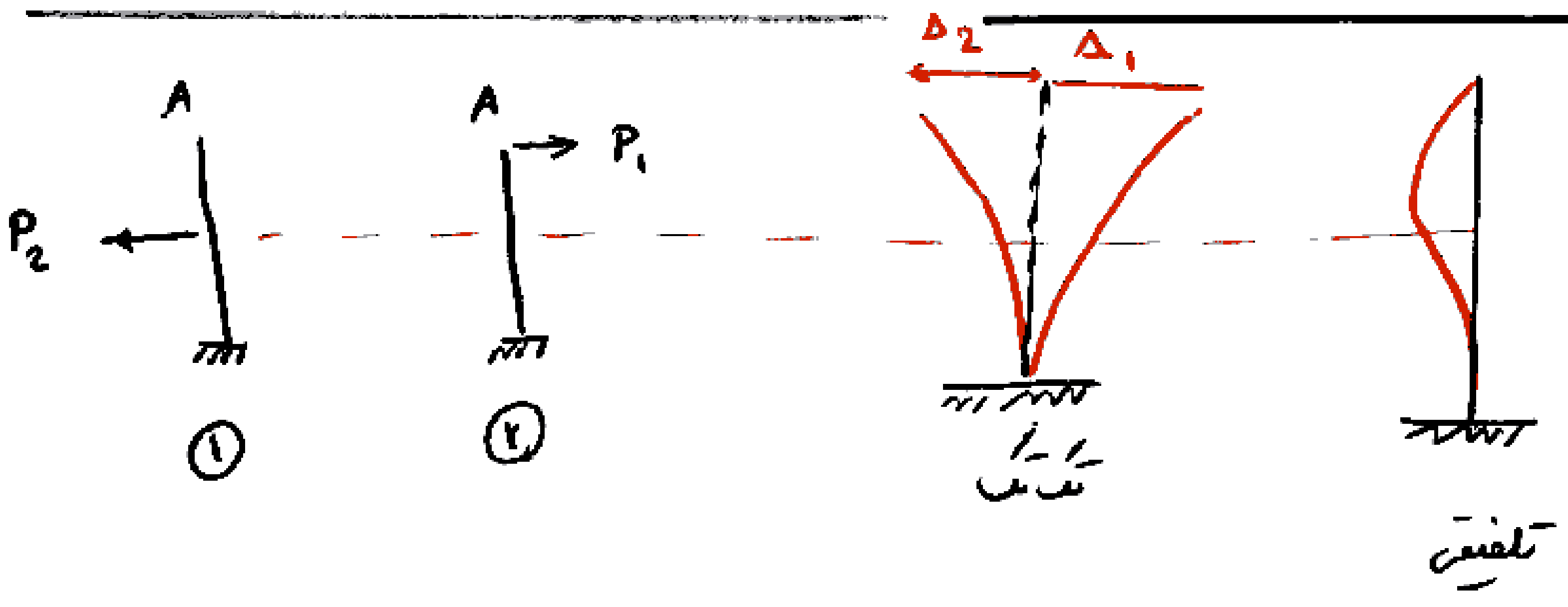


$$\Delta_C = \frac{PL^3}{3EI}$$

($\frac{P.36}{T.51}$) باز هم مثل شکل قبل می‌توان حذف کرد

$$\Delta_C = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{P(3L)^3}{3E(3I)} = \frac{P\times 27L^3}{9EI} = \frac{3PL^3}{EI}$$

($\frac{P.71}{T.14}$) اثر جمع آثار قوا



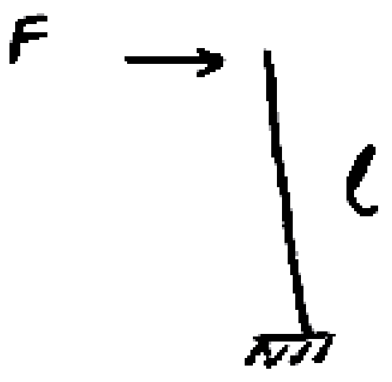
$$\Delta_1 = \Delta_2$$

$$\frac{P_1\left(\frac{L}{2}+\frac{L}{2}\right)^3}{3EI} = \frac{P_2\left(\frac{L}{2}\right)^2}{6EI}\left[2\left(\frac{L}{2}\right)+3\left(\frac{L}{2}\right)\right]$$

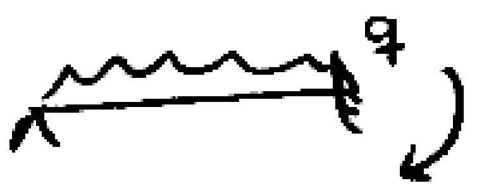
$$\frac{P_1L^3}{3EI} = \frac{5P_2L^3}{48EI} \rightsquigarrow \boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{5}{16}}$$

تغییر مکانهای مهم

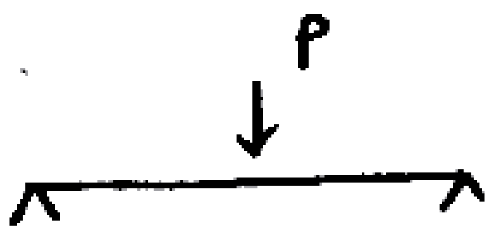
حفظ کنید حتماً یا همراه داشته باشید



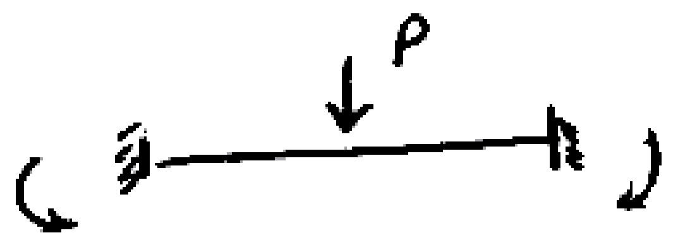
$$\delta = \frac{FL^3}{3EI}$$



$$M = \frac{wL}{8}$$

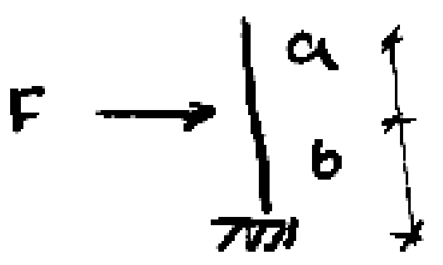


$$\Delta = \frac{PL^3}{48EI}$$

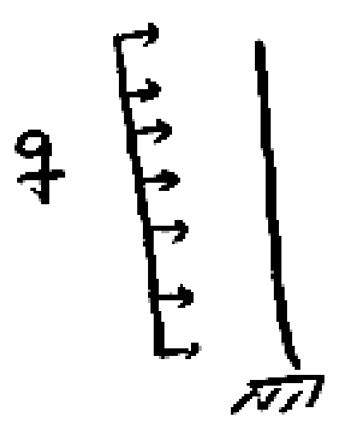


$$\delta = \frac{PL^3}{192EI}$$

$$M = PL/8$$

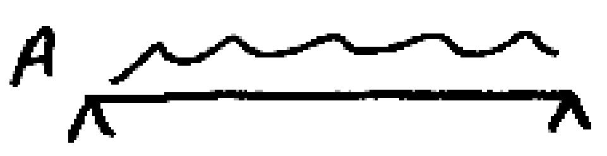


$$\delta = \frac{P}{6EI}(3ab^2+2b^3)$$



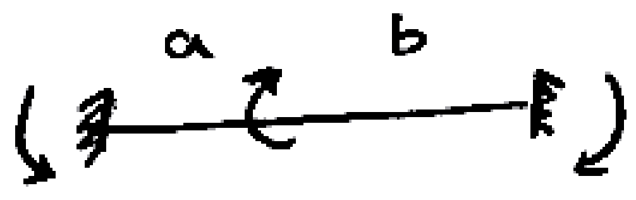
$$\delta = \frac{q}{8}\cdot\frac{l^4}{EI}$$

$$\theta_{\text{انتهای}} = \frac{ql^3}{6EI}$$



$$\delta_{max} = \frac{5}{384}\,\frac{ql^4}{EI}$$

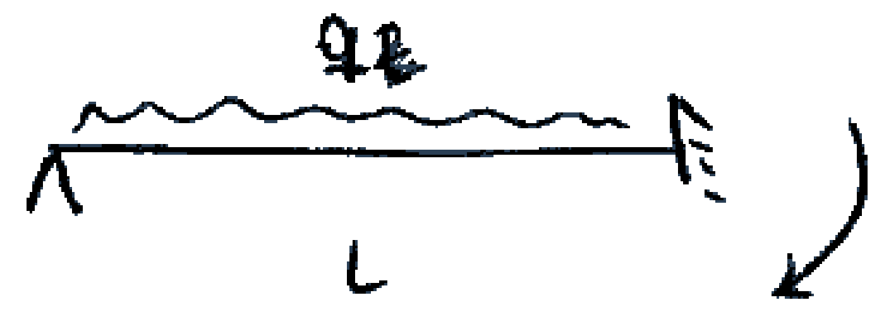
$$\theta_A = \frac{ql^3}{24EI}$$



$$\frac{Mb}{L^2}(3a-L) \qquad \frac{Ma}{L^2}(3b-L)$$

Page 21

۸۷.۱۲.۲

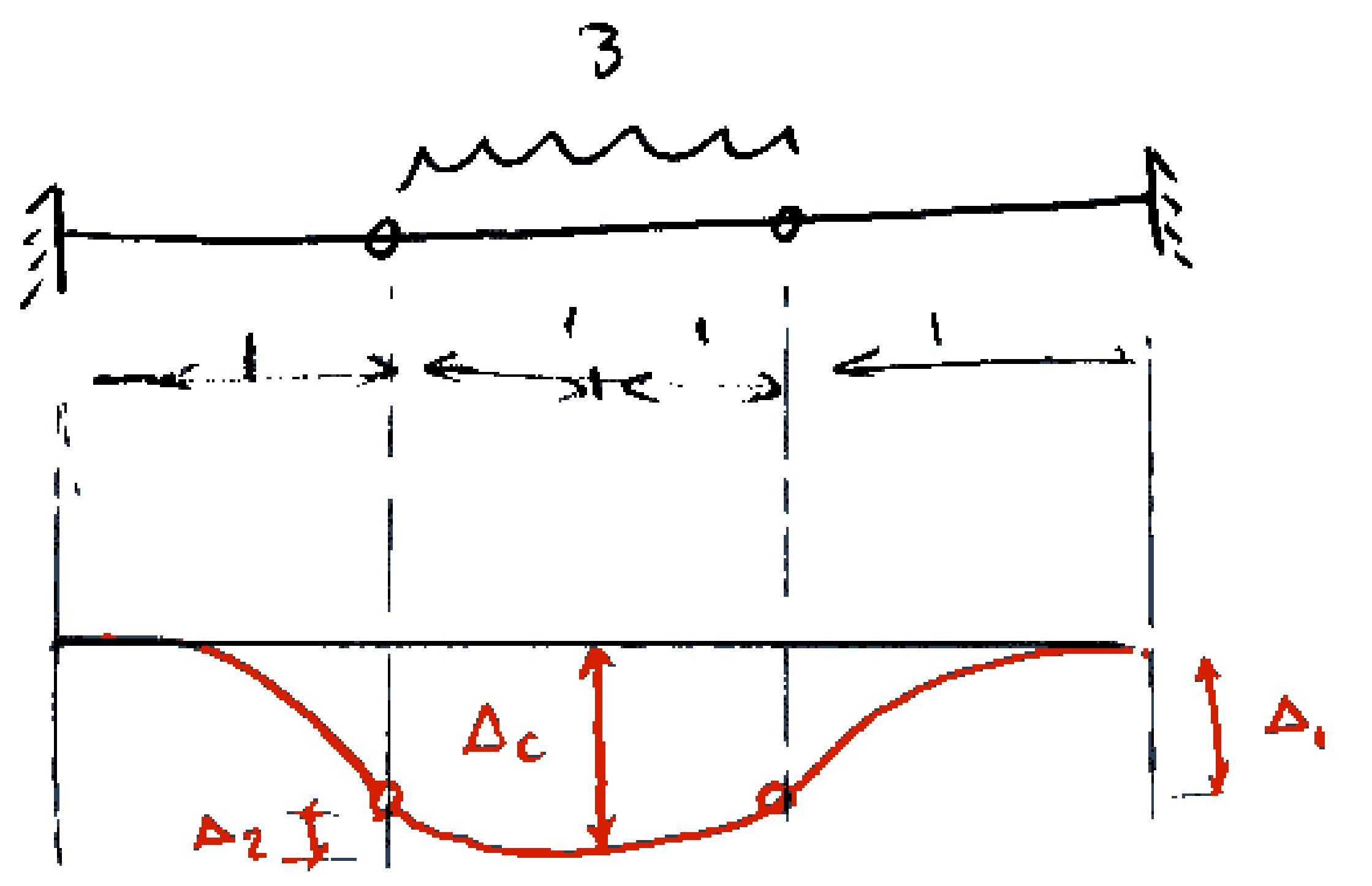


$M = \frac{WL}{8} = \frac{qL^2}{8}$

(P.106 / T.15) شکل متقارن است.

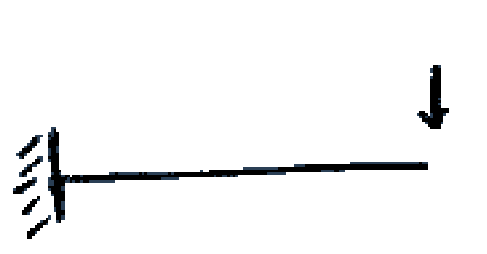
اول تغییر شکل سازه را رسم می‌کنیم

از جمع آثار قوا استفاده می‌کنیم



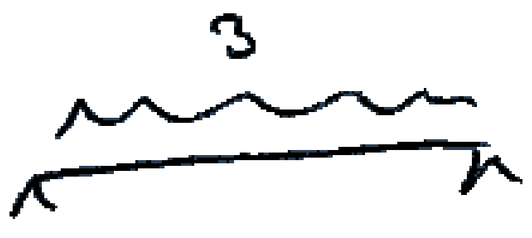
یک تیر کنسول و یک تیر دو سر ساده است

نصف بار گسترده وسط تیر سمت چپ هم به او می‌رسد.



$\frac{3*(1+1)}{2} = 3$

$$\Delta_1 = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{3*1^3}{3EI} = \frac{1}{EI}$$



$$\Delta_2 = \frac{5}{384}\frac{qL^4}{EI} = \frac{5}{384} * \frac{3*2^4}{EI} = \frac{0.625}{EI}$$

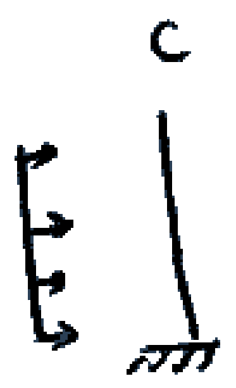
$$\} \rightarrow \Delta = \frac{1.625}{EI}$$

جواب تست

- می‌توانست EI ها را تغییر بدهد
- اگر از همین شکل تقارن نداشت ← برید سراغ تست بعدی والا خیلی وقتگیر است.
- ممکن است شلوغ کند، بار متمرکز بگذارد ... ← هسته اصلی تست را استخراج کنید

(P.106 / T.16) اعضای DB و DC عضو خرپایی هستند و تغییر طول هم نمی‌دهند در ضمن صفر نیرو هستند
چون هیچ بار خارجی در D وارد نمی‌شود

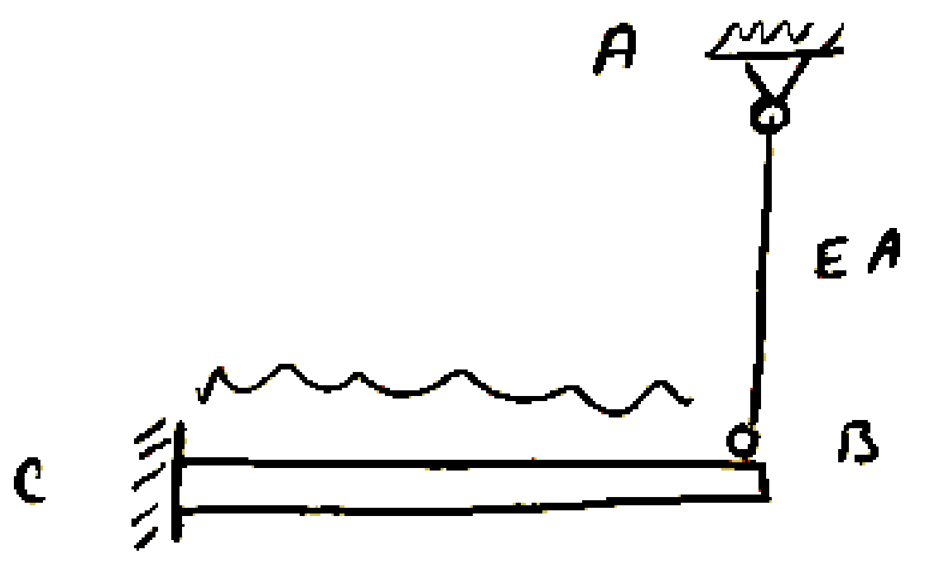
لذا با تغییر مکان در C در D هم همان تغییر مکان را خواهیم داشت



$$\delta_c = \frac{q}{8}\frac{L^4}{EI} = \frac{wL^4}{8EI}$$

گزینه سوم جواب است

$\left(\frac{P106}{T.13}\right.$

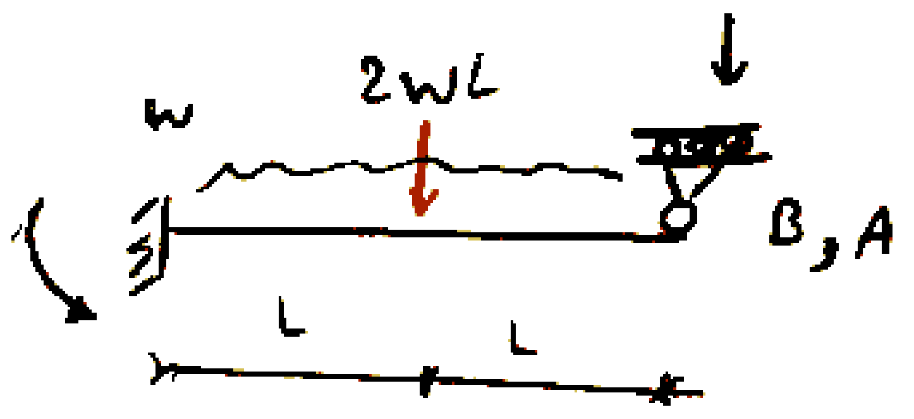


$EA=0 \rightarrow$ تیر طولی نشود $\rightarrow R_A=0$

هیچ نیرویی به بالا وارد نشود

$EA=\infty \rightarrow \delta=0$

انگار در نقطه B یک تکیه‌گاه دارم



عکس‌العمل B یک ممان در تکیه‌گاه گیردار ایجاد خواهد کرد

$$2L * R_A = M_c = \frac{qwL^2}{8} = \frac{w(2L)^2}{8} = \frac{wL^2}{2}$$

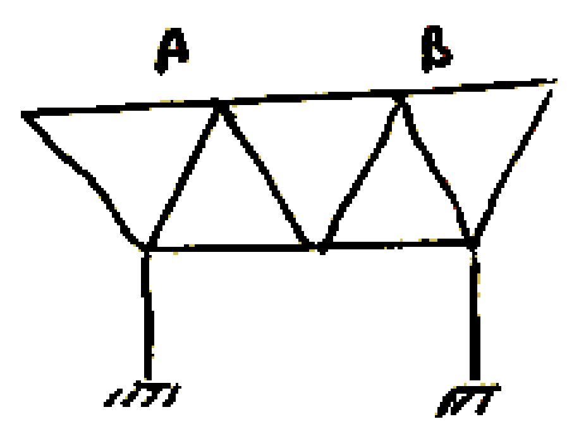
که از جدول

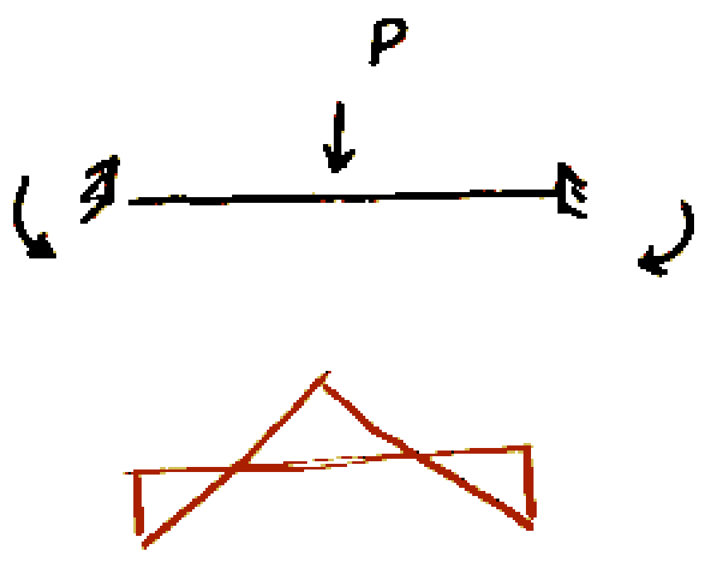
$$\Sigma M_c = 0 \qquad B_y * 2\cancel{l} = 2w\cancel{l} * l - \frac{wL^2}{2} \qquad B_y = \frac{3}{4}wL$$

گزینه د

نکته این تست این بود که لازم است جدول واکنشهای تکیه‌گاهی تیرها را نیز همراه داشته باشید

$\left(\frac{P.106}{T.14}\right.$ چون بار بر روی المان وارد شده است خواسته

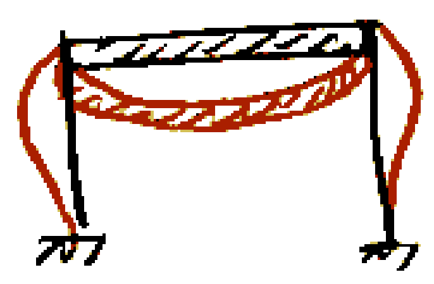




تکیه‌گاه‌های سیستم هم گیردار است

دنبال لنگر خمشی در AB هستیم به همراه نیروهای محوری اش

چون قاب است. و گیردار است گزینه‌های ب و دال حذف می‌شود



تارهای بالا در فشار و پایین در کشش هستند (با توجه به جهت بارگذاری) ← گزینه الف حذف می‌شود

← جواب گزینه ج است.

اثرات غیرِ نیرویی

حرارت ، نقص عضو ، نشست

۱- حرارت

۱-۱) اثر حرارت کلی : کل محیط به اندازه ΔT تغییر دما می دهد

در سازه معین حرارت کلی سبب تغییر شکل (تغییر مکان) می شود.

در سازه نامعین حرارت کلی علاوه بر تغییر مکان ، نیرو، تنش و تلاش‌های داخلی ایجاد خواهد شد

حالت خاص

چنانچه در یک سازه نامعین امکان حرکت همساز وجود داشته باشد در آن تنش بوجود نمی‌آید. [رفتار آن مثل سازه معین است]

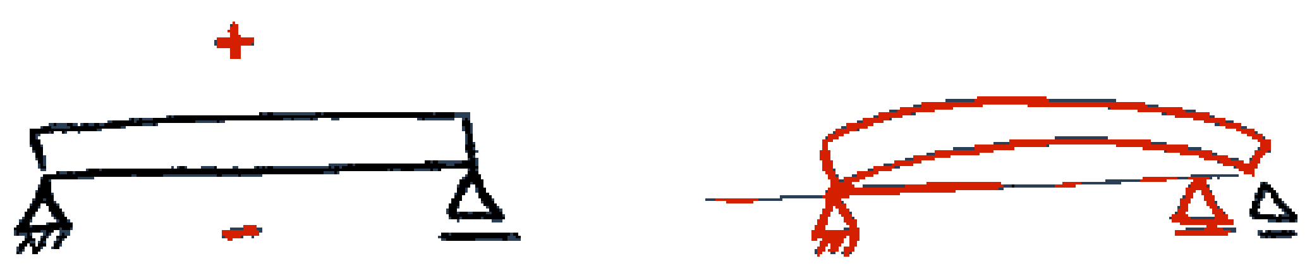
$\frac{P.24}{T.57}$) سازه نامعین است. ولی امکان حرکت دارد.

نکته ◄ اگر یک روز سازه نامعین گزینه صفر نداشت ← بروید تست بعدی

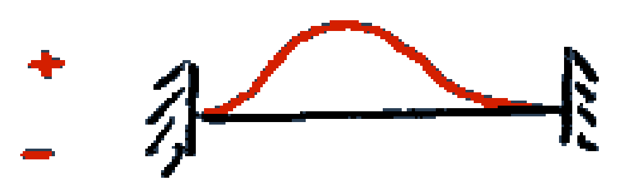
چون امکان حرکت دارد ← تغییر مکان همساز خواهد داشت ← هیچ نیرویی ایجاد نخواهد شد ← ۰ و ۰

$\frac{P.134}{T.19}$) سازه نامعین است ← تغییر مکان همساز است ← ۰ , ۰

۱-۲) گرادیان حرارتی : بالا و پایین سازه هم دما نباشند

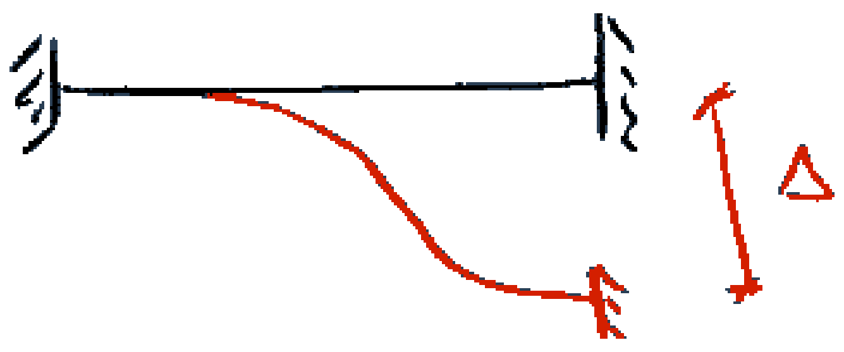


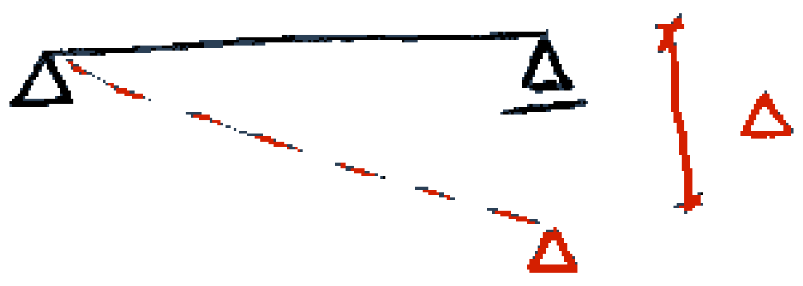
① حرکت رو به جلو دارد.
② تغییر شکل می دهد.



ایجاد تنش داخلی می‌شود

۲- نشست





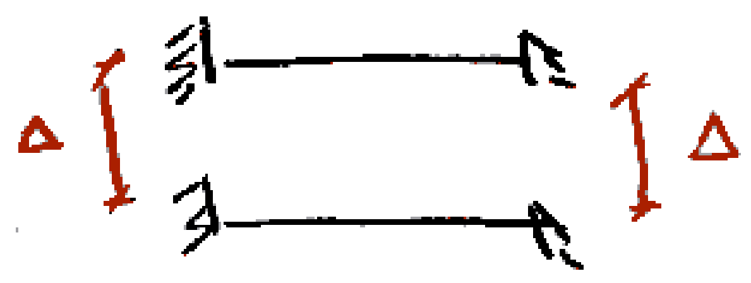
در سازه معین فقط تغییر مکان داریم

در سازه نامعین تغییر مکان و تنش داخلی داریم.

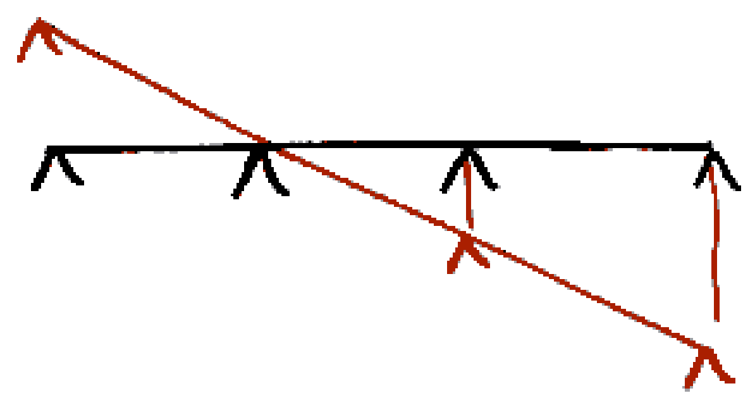
محسن Page 24
87.12.2

حالت خاص نشست

نشست‌های منظم و نشست‌های همساز در سازهٔ نامعین نیز تلاش‌های داخلی ایجاد نخواهد شد. (خوراک تست)



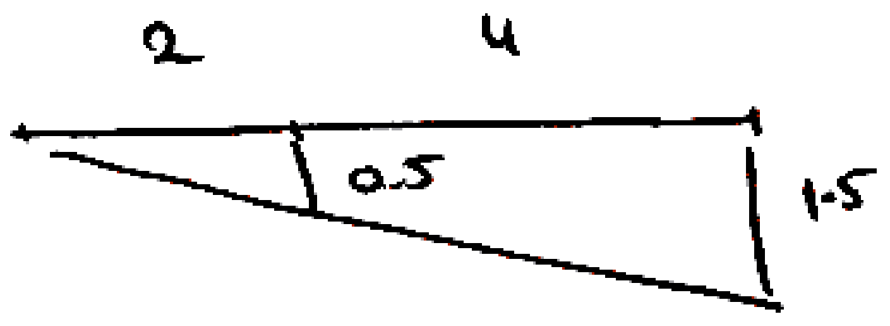
نشست منظم



الاکلنگ ← شرایط تماس برقرار است . → نشست همساز

$\frac{P.43}{T.13}$) هیچ تغییری نخواهیم داشت چون سازه معین است .

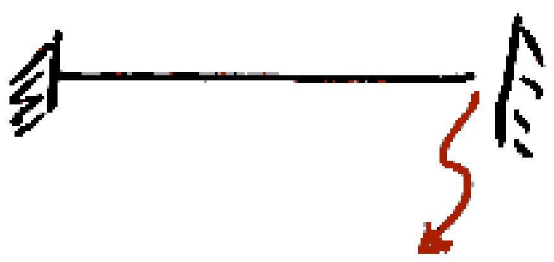
$\frac{P.118}{T.18}$) تیر نامعین است چون همساز است ← صفر و صفر $M_B=0$



---

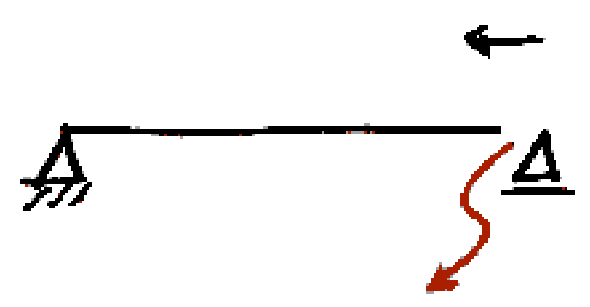
۳ - نقص عضو

کوتاه بودن عضو



اگر وصل می‌شد نامعین باشد

لذا پس از وصل شدن نیروی داخلی
ایجاد خواهد شد. (تنش)



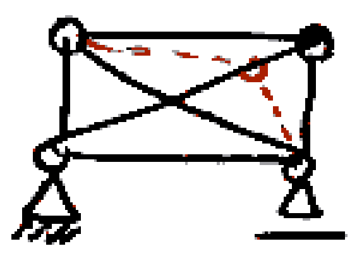
اگر وصل می‌شد ← معین بود

لذا پس از وصل شدن مقداری به سمت چپ حرکت می‌کند

* در سازه معین فقط تغییر مکان داریم

* در سازه نامعین تغییر مکان و تلاش‌های داخلی داریم

حالت خاص نقص عضو



دقت است که نقص عضوها طوری هستند که یک نقطه جدید را دقیق ایجاد کنند.

گزینه الف جواب است

$\frac{P.45}{T.22}$) بار کمانشی = P_{cr}

هیچکدام از اینها با هم مساوی نیست ← ۳ و ۴ حذف است

تفاوتهای P_1 ، P_2 ، P_3

درکمانش چه چیزهایی مطرح است

دو سر مفصل $k=1$ ، دو سر گیردار = 0.5

- شرایط گیرداری انتهایی واستها ← البته زیاد تأثیر ندارد
- آیا انتقال جانبی داریم یا نداریم ← P_1 دارد ← پس خیلی کم است

اثرش از شرایط گیرداری خیلی بیشتر است.

- در P_2 مفصل داریم در P_3 گیردار است (محل اتصال)
- در P_2 یک تیر و یک ستون داریم ولی در P_3 دو تیر و یک ستون داریم ← جلوی دورانش را بیشتر از P_2 میگیرد

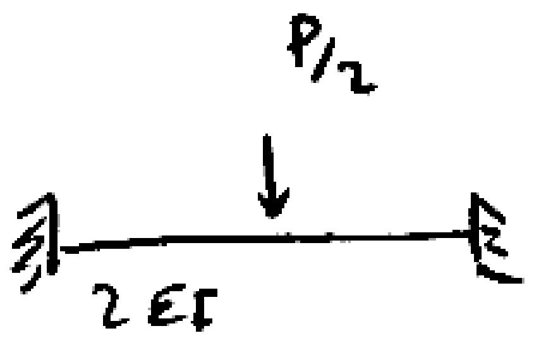
اگر P_3 هم مفصل بود $P_3 = P_2$ چون دورانش آزاد است.

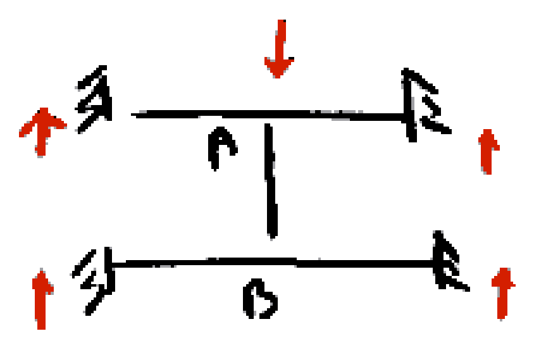
$\frac{P.56}{T.9}$) الف) دیگ محدب است ← No

ج) k شکل خوبی نیست ← No

د) طبقه بالا مهار شده است ← No

گزینه ب جواب است





$\frac{P.17}{P.58}$) چون AB صلب است نصف بار به تیر بالایی می‌رسد.

چون سختیها هم یکسان است (جالب توجه کن)

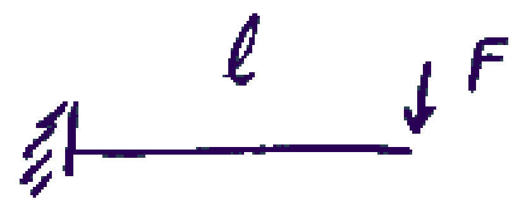
انگار دو عضو داریم که مثل چسب روی هم گذاشته‌ایم.

وقتی چند سازه به هم وصل هستند همه‌شان در باربری شرکت می‌کنند و به نسبت سختی‌هایشان تقسیم نیرو می‌شود سختی ↑ ⇐ نیروی جذب شده ↑

مفهوم سختی

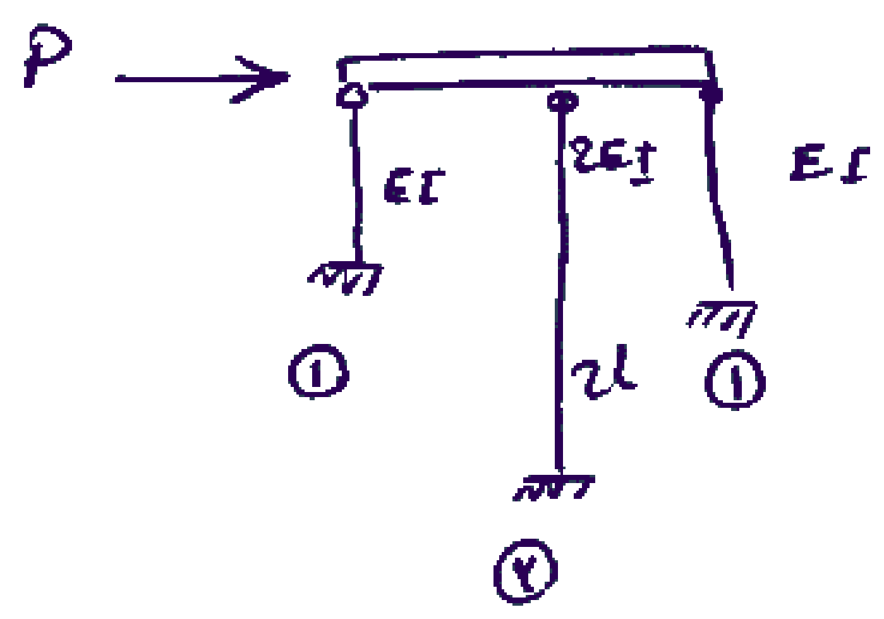
نیروی فنر $\rightarrow$ $F = k.\Delta$

سختی بیان نیرویی که واحد $\Rightarrow$ $k = \frac{1}{\Delta}$ یعنی هر که تغییر مکان دارم عکس آن سختی آن عضو است.

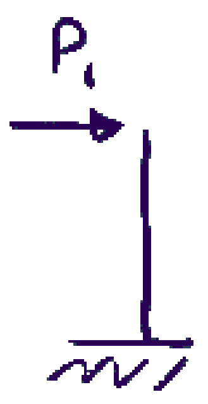


$$\delta = \frac{F.\ell^3}{3EI} \xrightarrow[\text{عکس شود}]{F=1} k = \frac{3EI}{\ell^3}$$

$$\delta = \frac{PL}{AE} \rightsquigarrow \underset{\text{محوری}}{k} = \frac{AE}{\ell}$$



$$P_1 = \frac{k_1}{\sum k} P \Rightarrow P_1 = \frac{3EI/\ell^3}{2 * \frac{3EI}{\ell^3} + \frac{3(2EI)}{(2\ell)^3}} P \Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{12}{27} P}$$



$$\delta = \frac{FL^3}{3EI} = \frac{(\frac{12}{27}P)(\ell)^3}{3EI}$$

نکته

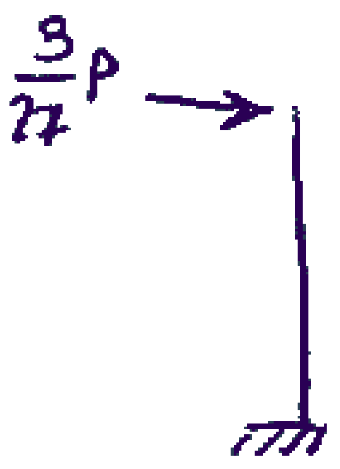
تغییر مکانها برابر است

یعنی اگر نسبت $\frac{3/27}{12/27}$ را دارد همان تغییر مکان را بدست داده است

$$P_1 = P_2 = \frac{12P}{27} \rightarrow \boxed{P_3 = \frac{3}{27} P}$$

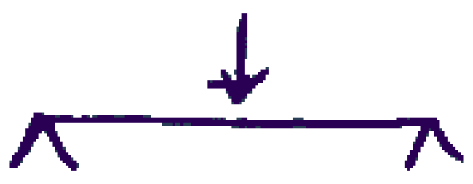
نکته

در همین مثال در صفحه ۲۸۰ گفته‌اند از اتصال طره به طول بیش از 1.5 متر خودداری کنید. چون اینجا با تغییر مکانش ۸ برابر می‌شود



$$\delta = \frac{FL^3}{3EI} = \frac{(\frac{3P}{27})(2\ell)^3}{3(2EI)} = \frac{\frac{3P}{27} * \overset{4}{\cancel{8}} L^3}{\cancel{2} * 3EI} = \frac{\frac{12P\ell^3}{27}}{3EI}$$

تناسب است

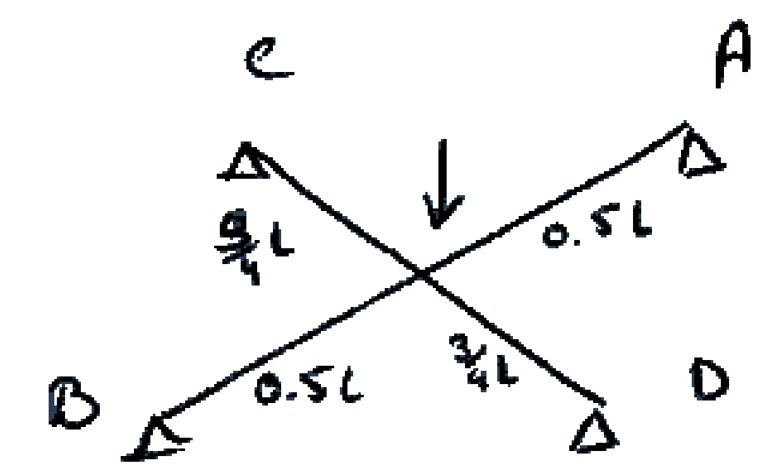


$$\Delta = \frac{PL^3}{48EI} \longrightarrow k = \frac{48EI}{\ell^3} \simeq \frac{I}{\ell^3}$$

($\frac{T.53}{P.153}$ نمی‌توان ۴ تا صفحه گرفت چون پایدار نخواهد بود

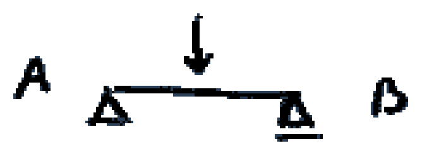
۲ تیر سرتاسری است. بار به نسبت سختی تقسیم می‌شود

$$P_{AB} = \frac{k_{AB}}{\sum k} P = \frac{1/8^3}{\frac{1}{8^3} + \frac{1}{4^3}} P = 0.11 P \Rightarrow \Delta_{AB} = \frac{0.11 P * 8^3}{48 EI} = \frac{42.7}{EI}$$



($\frac{T.13}{P.57}$ سختی متناسب با $k \approx \frac{EI}{l^3}$ است

$$P_{AB} = \frac{k_{AB}}{\sum k} P = \frac{0.4/l^3}{\frac{0.4}{l^3} + \frac{1}{(1.5l)^3}} = 0.57P$$



$R_A = \frac{P_{AB}}{2} = 0.29 \approx 0.3$ → گزینه ۴ جواب است

هر تیری که جمع آن ها از یک بیشتر شد یا کمتر شد حذف می‌شود

باید ببینیم که کدام گزینه حدود 0.3 است.

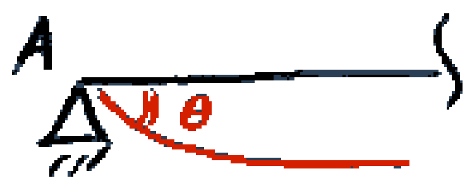
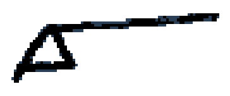
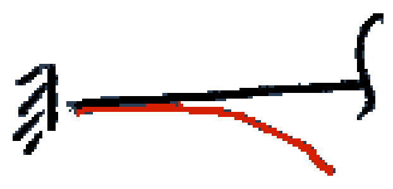
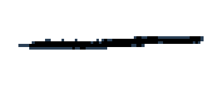
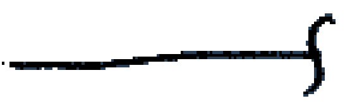
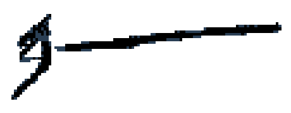
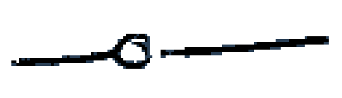
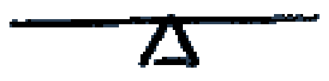
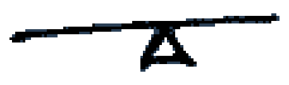
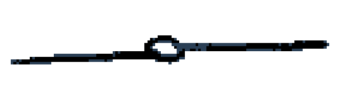
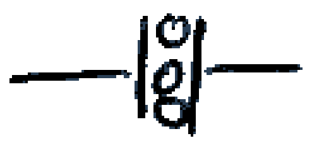
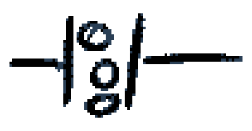
87.12.3

روش تیر مزدوج

اساس ایده تیر مزدوج بر این استوار بوده است که محاسبه شیب و خیز در سازه ها به محاسبات آشنای برش و لنگر تبدیل شود

در این روش یک تیر فرضی جدید بنام تیر مزدوج ساخته می‌شود که بارگذاری این تیر همان منحنی $\frac{M}{EI}$ از تیر اصلی است.

در این صورت برش در هر نقطه از این تیر جدید [مزدوج] برابر است با شیب در تیر اصلی و همچنین لنگر در تیر مزدوج برابر است با خیز در تیر اصلی.

		تیر اصلی		تیر مزدوج		شکل مزدوج
مفصل یا غلتک		$\theta \neq 0$ $\delta = 0$	⇒	$V \neq 0$ $M = 0$	⇒	
گیردار		$\theta = 0$ $\delta = 0$	⇒	$V = 0$ $M = 0$	⇒	انتهای آزاد 
انتهای آزاد		$\theta \neq 0$ $\delta \neq 0$	⇒	$V \neq 0$ $M \neq 0$	⇒	
			⇒		⇒	
			⇒		⇒	
			⇒		⇒	

چون ترسیم مزدوج موضوع پایداری اینها مهم نیست

تکمیل Page 28
87.12.2

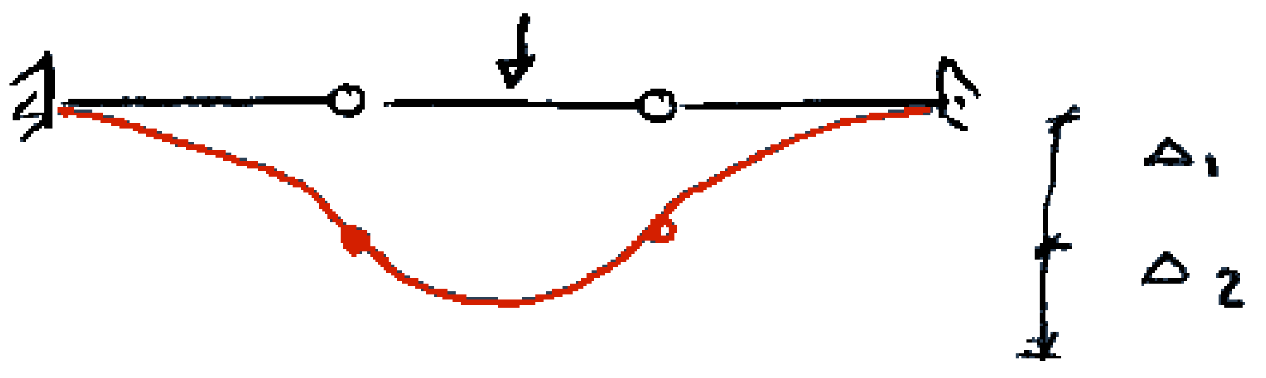
مزیت

در تحلیل تیرهای نامعین روش ازاینها استفاده می [البته در تستها به نکات زیر توجه کنید]

در تستها

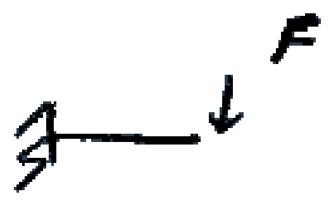
- ۱- اولویت اول استفاده از جداول است
- ۲- اولویت دوم ← کار مجازی
- ۳- اولویت سوم ← تیر مزدوج

مشکل اصلی تیر مزدوج این است که ۲ بار باید سازه را تحلیل کرد و حل آن کمی طولانی‌تر است.

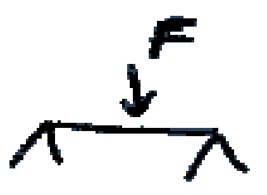


Δ_1
Δ_2

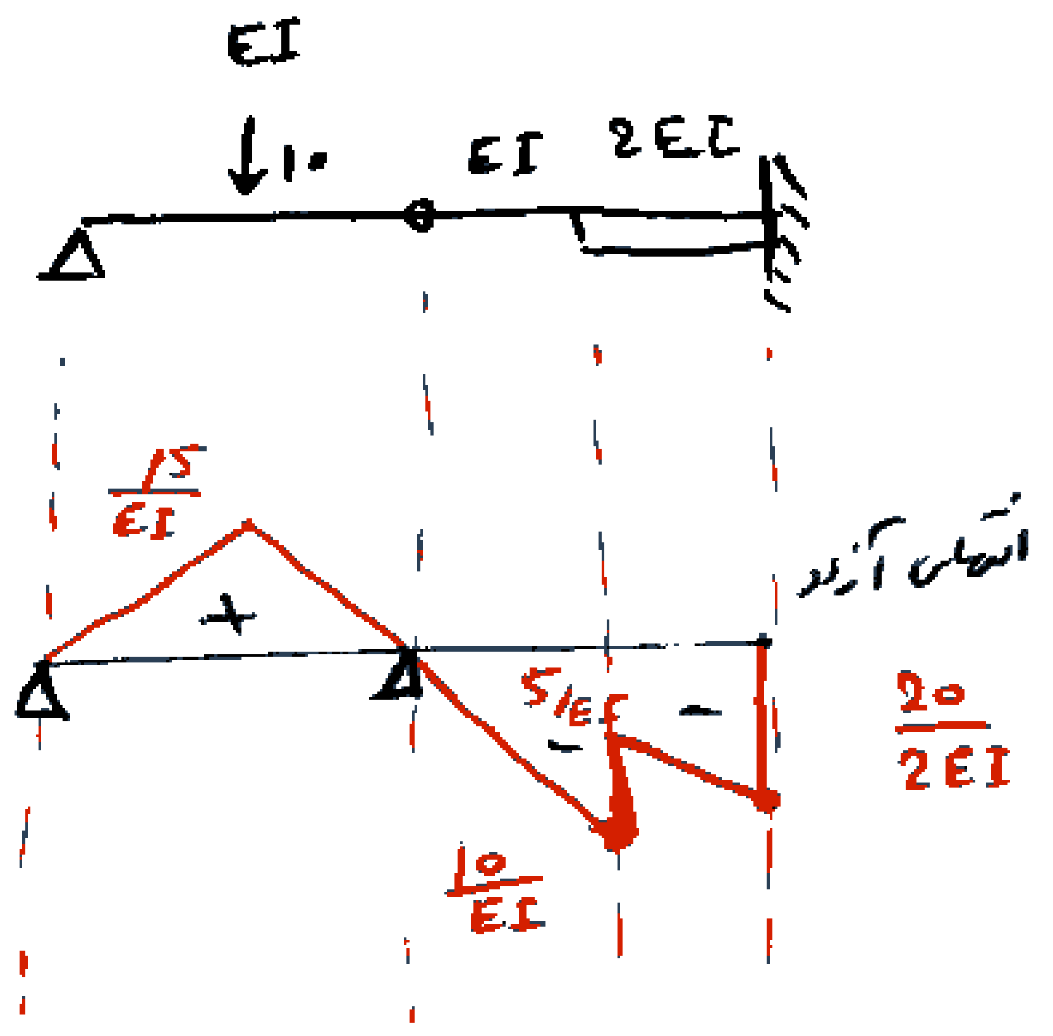
$$\Delta_1 = \frac{FL^3}{3EI}$$



$$\Delta_2 = \frac{FL^3}{48EI}$$



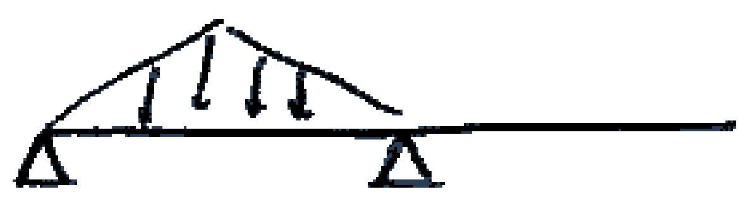
نیازی به تیر مزدوج نیست چون متقارن است

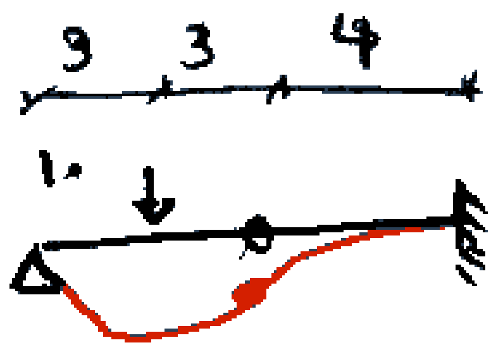


EI
۱۰
EI
2EI
$\frac{15}{EI}$
+
$5/EI$
−
$\frac{20}{2EI}$
$\frac{10}{EI}$
اتصال آزاد

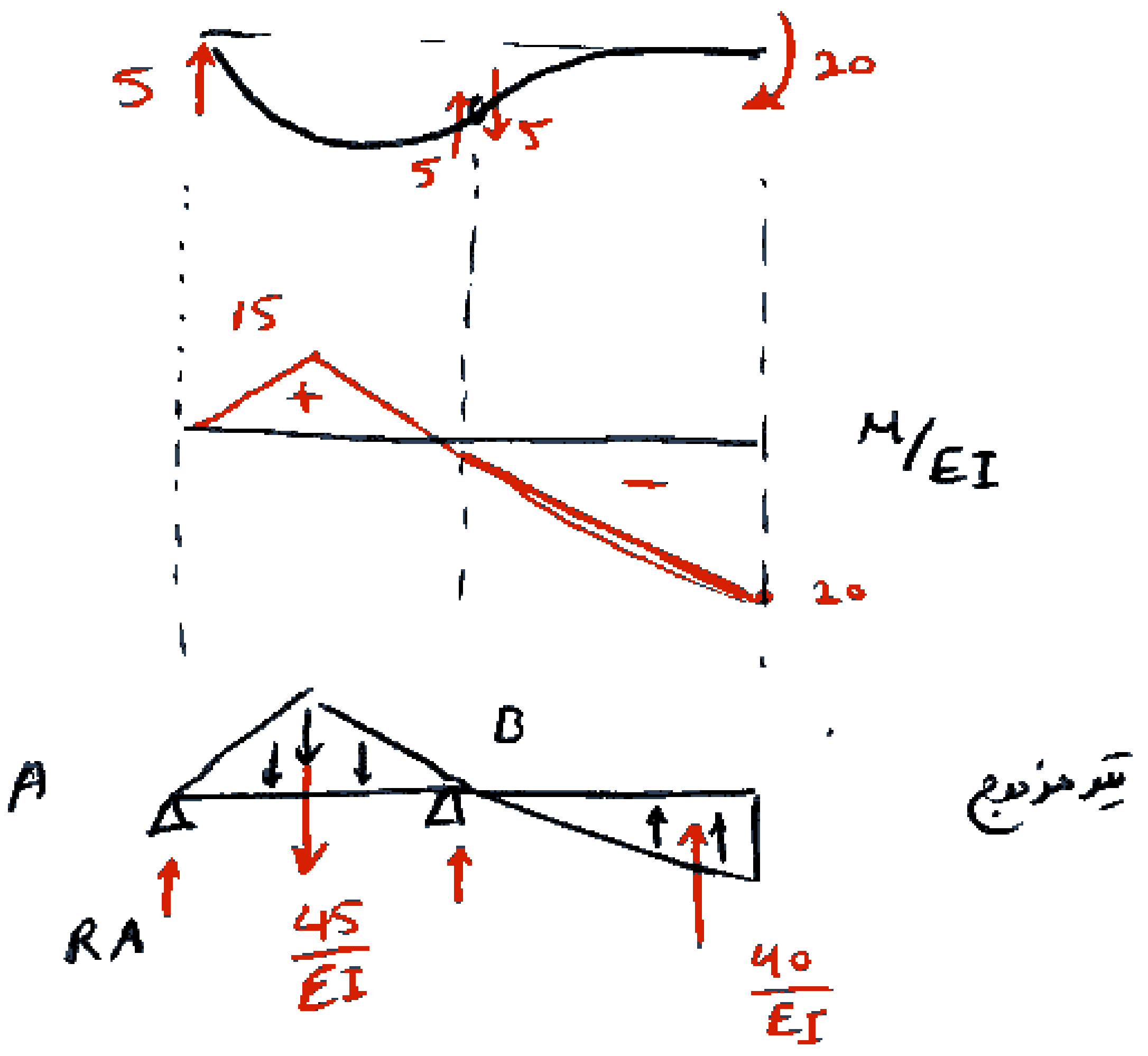
شکل مزدوج را می‌آوریم

تیر مزدوج





از جداول قابل حل نیست چون متقارن نیست



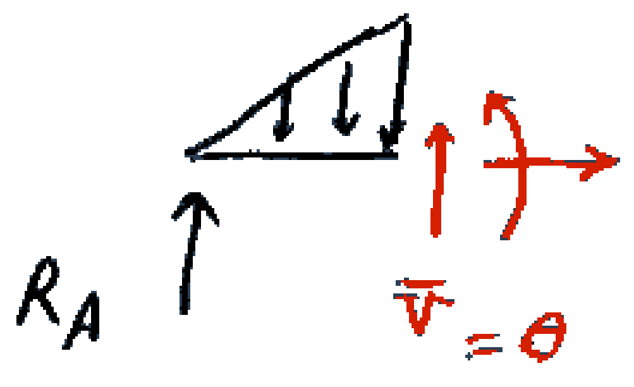
5
20
5
5
15
+
−
M/EI
20
A
B
RA
$\frac{45}{EI}$
$\frac{40}{EI}$
تیر مزدوج

$\bar{V}$ ← برش وسط دهانه $\quad \theta_{\text{میان}} = ?$

$$\Sigma M_B = 0 \qquad R_A * 6 - \frac{45}{EI} * 3 + \frac{40}{EI} * \frac{8}{3} = 0$$

$R_A =$

حال از وسط دهانه برش می‌زنیم



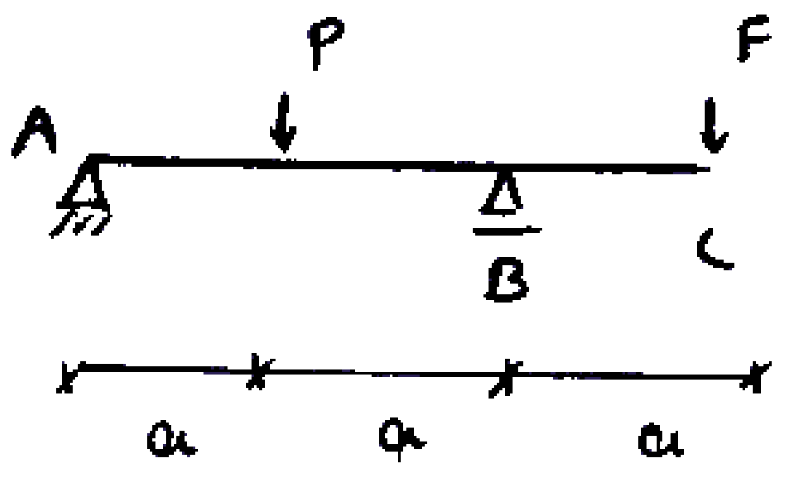
R_A
$\bar{V} = \theta$

$\Sigma F_y = 0$

$\bar{V} =$

همانطور که دیده شد کار تیر مزدوج طولانی است اما در بعضی جاها آنقدر طولانی نیست به شرطی که لنگرهای گیرداری آن در جداول موجود باشد در این صورت نصف مسأله حل است

Ex) سؤال 17 صفحه 58 را هم می‌توان از تیر مزدوج حل کرد

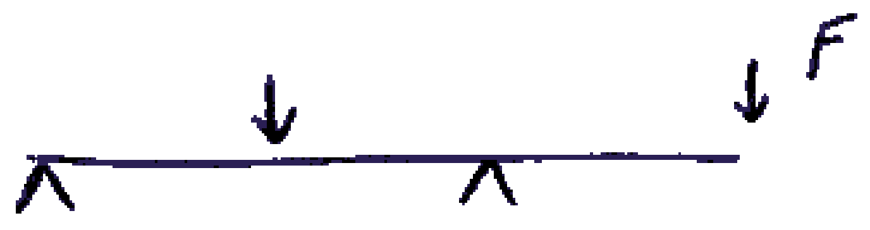


$\Delta_c = 0$

($\frac{T.17}{P168}$ خود هندسه کتاب نیست با آن حل کرد

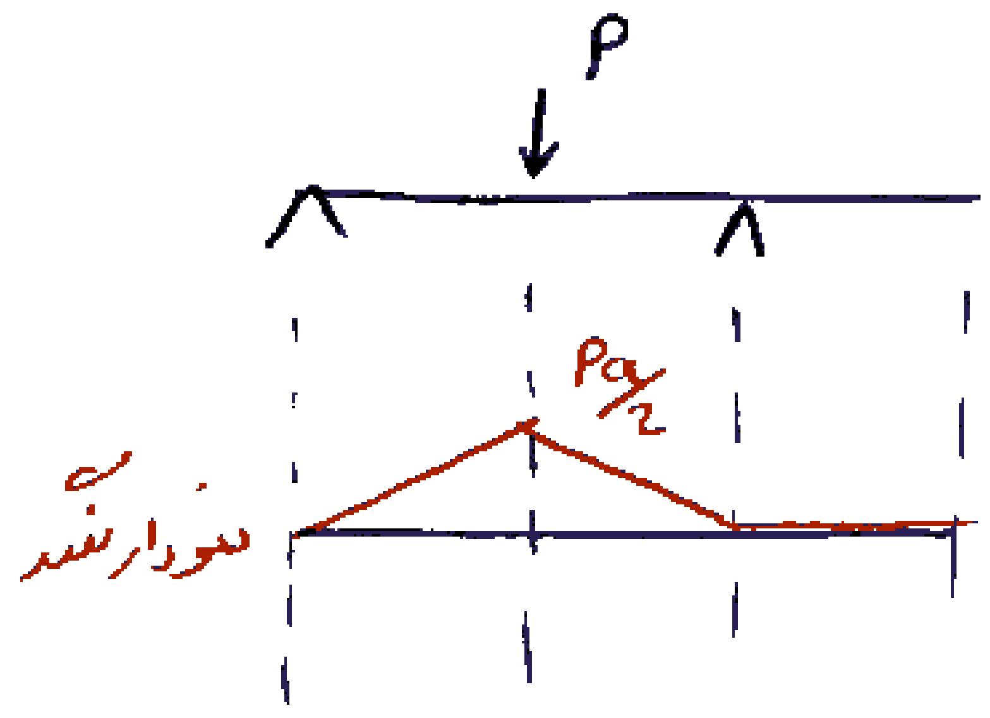
هم از تیر مزدوج و نیز از کار مجازی می‌توان حل کرد.

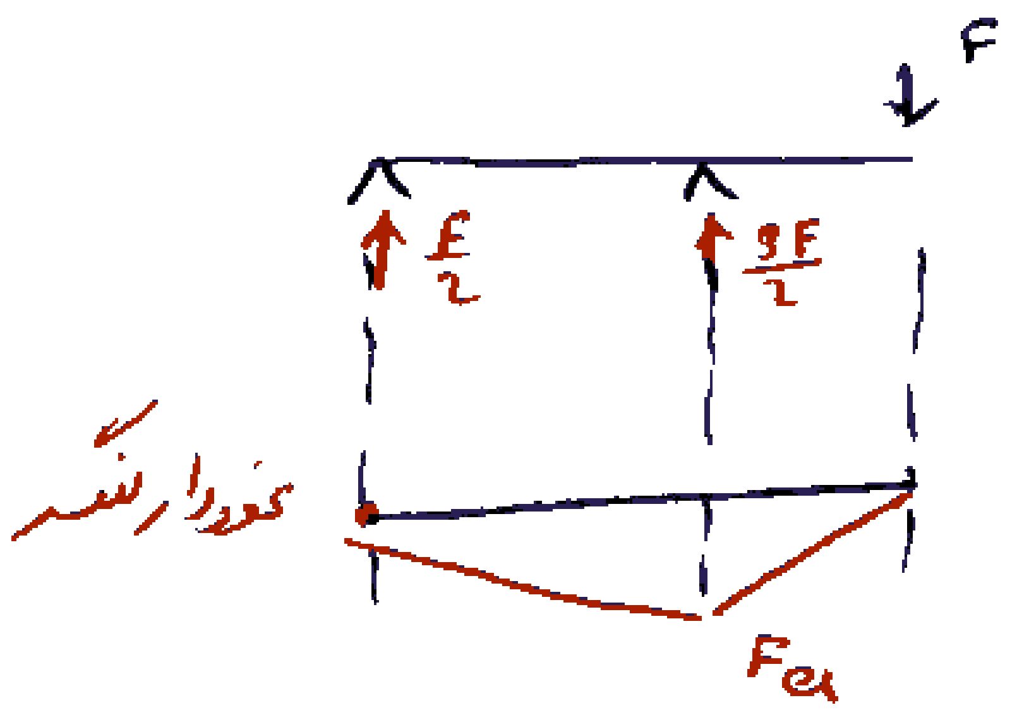
تیر مزدوج . تمرین : آیا مزدوج یا از روش‌های دیگر می‌توان حل کرد ؟

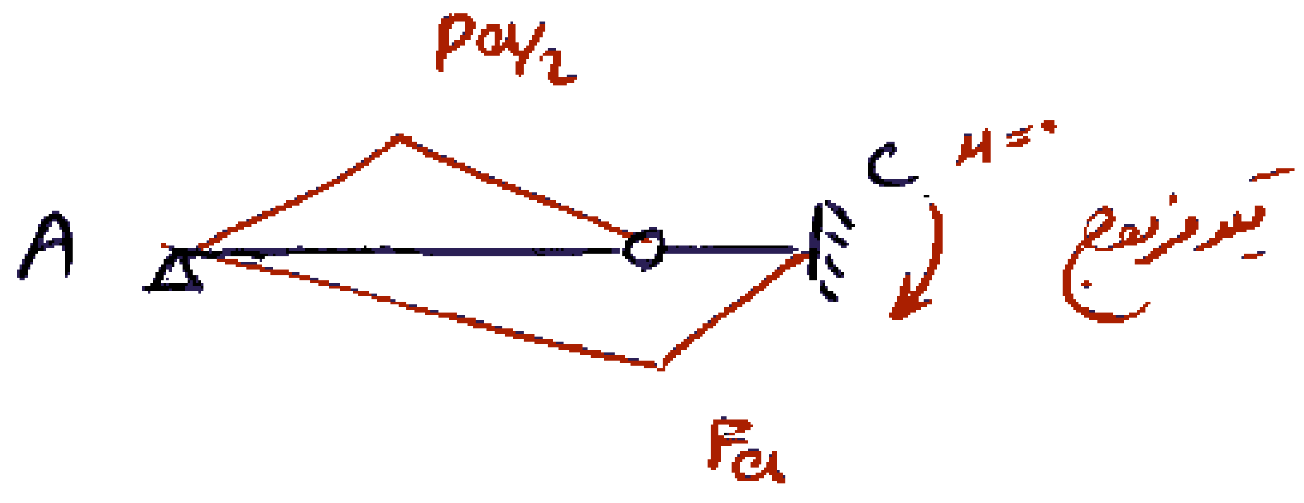


مثل بالا $\frac{M}{EI}$ را بیابیم

چون طول‌ها را برابر استفاده داده‌ایم
سازه را تفکیک می‌کنیم





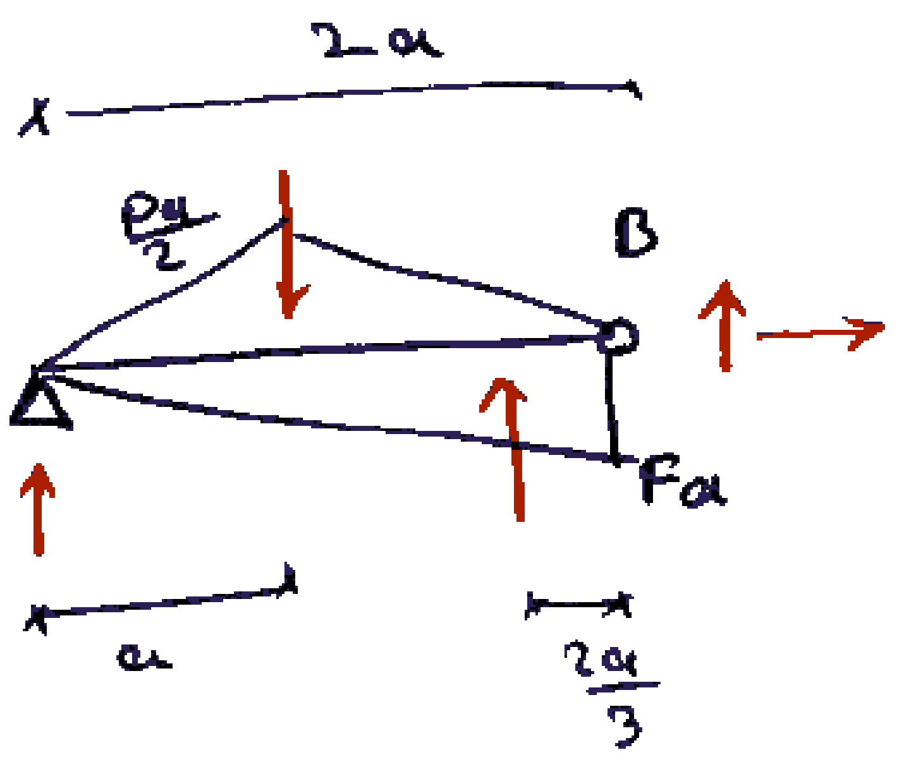


<=> تغییر مکان تیر اصلی ← معادل لنگر است در تیر مزدوج

لذا برای اینکه $\Delta_c=0 \Leftarrow M_c=0$ ثابت می‌شود البته EI ها مخرج را نوشته‌ام.

لذا حول نقطه C گشتاور می‌گیریم. به عکس‌العمل تکیه‌گاه A نیاز دارم.

از محل مفصل ممان می‌زنیم.



$$\Sigma M_B=0 \qquad -\left(\frac{Pa}{2} * \frac{2a}{2}\right) a + \left(\frac{Fa * 2a}{2}\right)\frac{2a}{3} + RA(2a) = 0$$

$$-\frac{Pa^2}{4} + \frac{Fa^2}{3} + RA = 0 \qquad R_A = \frac{Pa^2}{4} - \frac{Fa^2}{3}$$

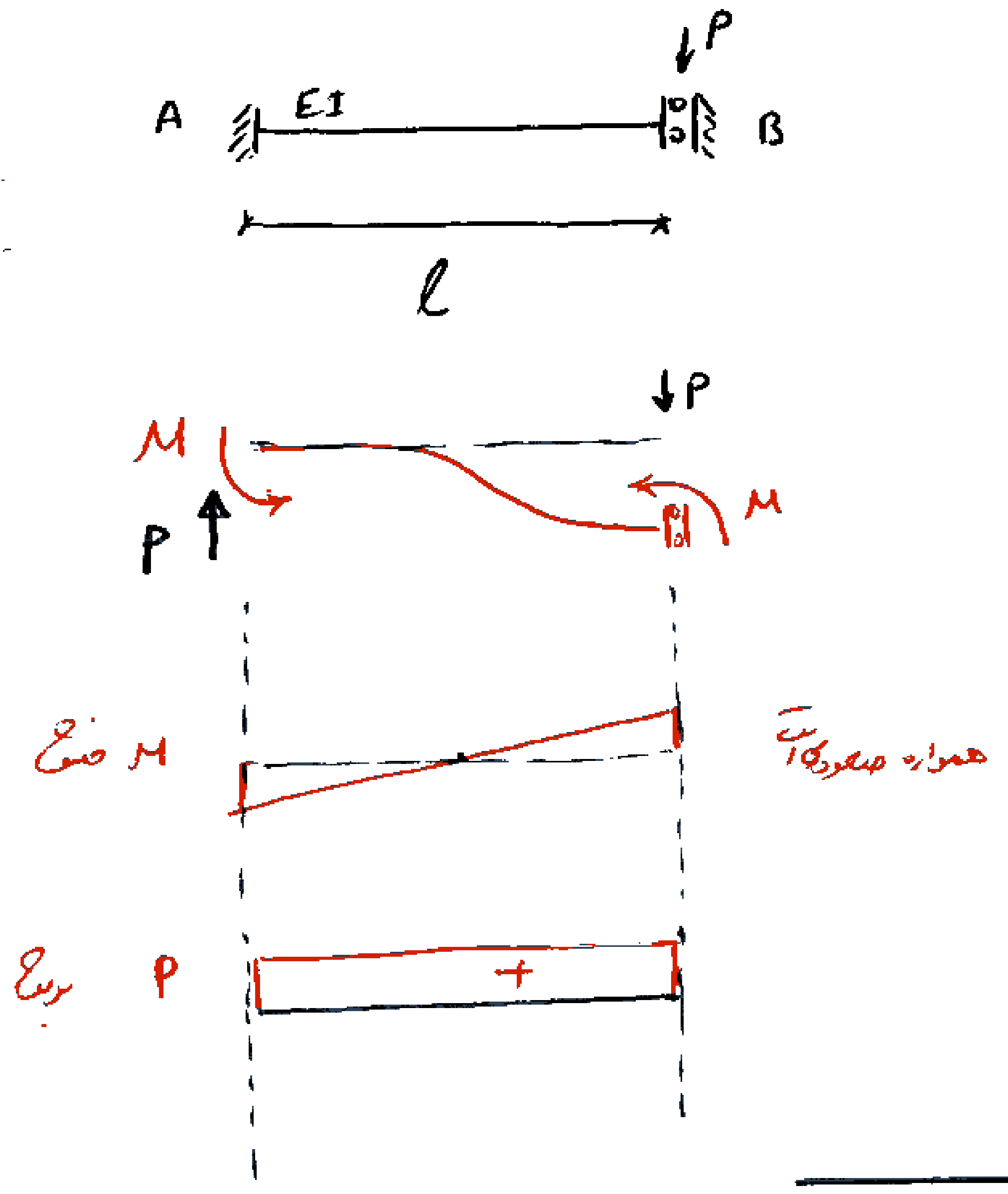
حال در تیر ~~[illegible]~~ مزدوج حول نقطه C لنگر می‌گیریم

همیشه فقط در تیرها مزدوج برای تیرهای یک دهانه استفاده شود
در غیر این‌صورت خیلی طولانی خواهد شد.

تکمیل Page 30
87.12.3

$\frac{P.190}{T.59}$) درحالت استاندارد لنگرهای گیرداری این تیر محاسبه است.

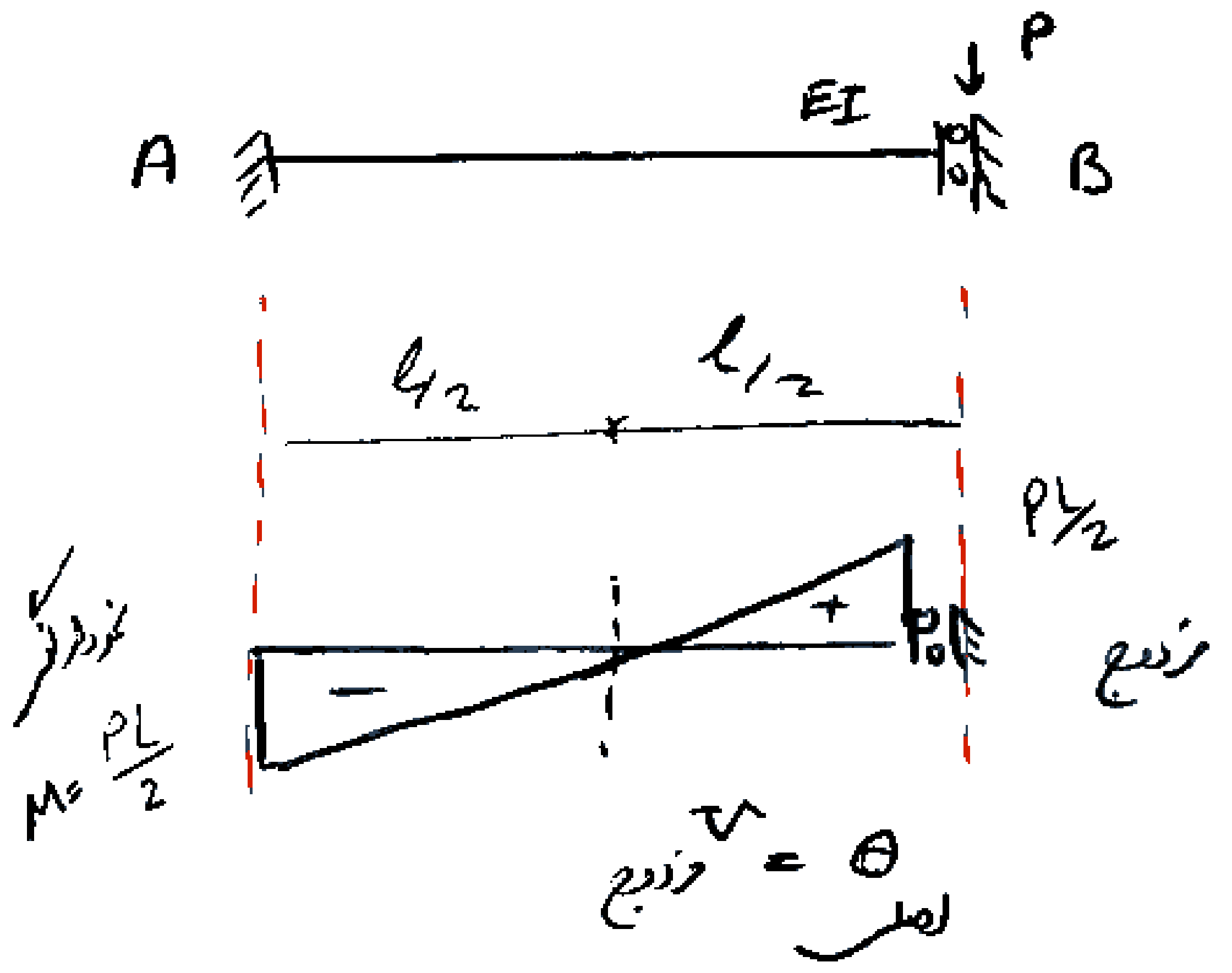
$M_A , M_B = ?$


A
EI
B
P
l
M
P
M
P
خمش M
همواره صفر است
برش P
+

چون مرجع B صولات ⇐ $P = R_A$

لنگرهای گیردار → $M + M = Pa$ → $M = \frac{Pa}{2}$

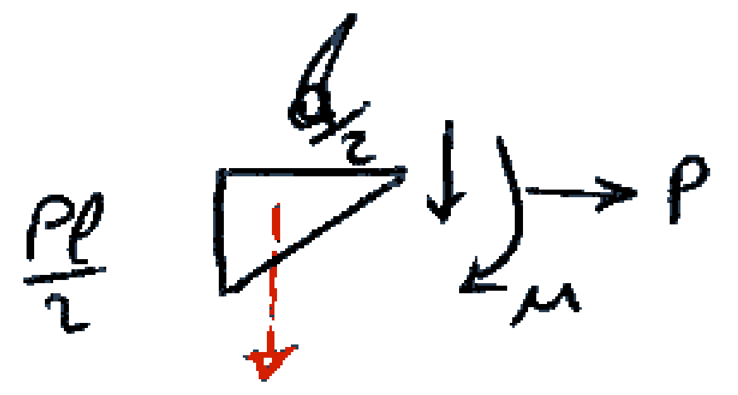
$\frac{P.170}{T.39}$) شیب $\overset{\theta}{}$ مقاطع خاص در هندسه‌ی نسبت موازی این تیر


A
EI
P
B
l/2
l/2
Pl/2
+
−
لنگر گیردار
$M=\frac{PL}{2}$
مزدوج

$V_{\text{مزدوج}} = \theta_{\text{اصلی}}$

فقط از مزدوج استفاده کن

نمودار ممان تیر اصلی ← بارگذاری تیر مزدوج است


$\frac{Pl}{2}$
$\frac{l}{2}$
P
M

$\Sigma F_y = 0$

$$\frac{PL}{2} * \frac{l}{2} * \frac{1}{2} = \frac{Pl^2}{8}$$

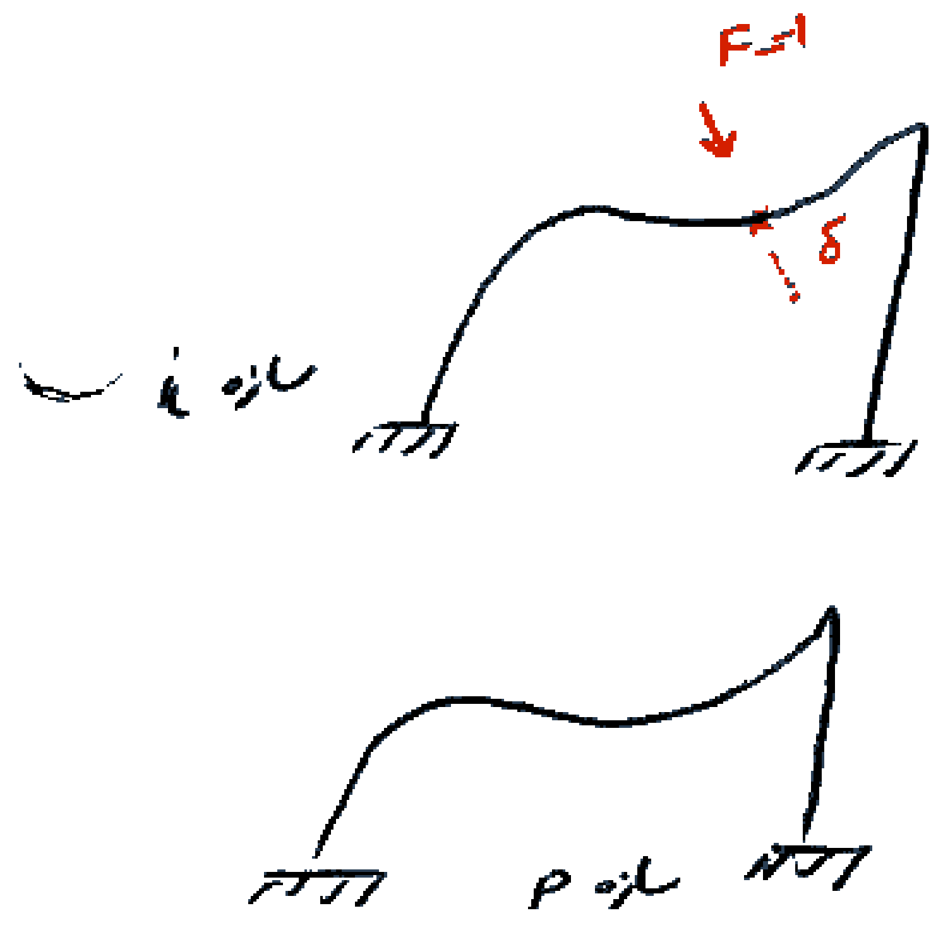
نکته: EI ها اگر چند تیر به حالت جمع باشه

روش کار مجازی

هر مسأله تحلیلی را می‌توان با این روش حل کرد

مبتنی است بر انرژی لذا هیچ استثناء ندارد.

برای مواردی مثل تغییر شکل خرپاها، قابها و نیز بررسی اثرات غیر نیرویی مثل حرارت، نقص عضو و نشست روش بی جایگزینی است


F=1
δ
سازه i
سازه p

خارجی $W_E = W_I$ داخلی

$$F\times\delta=\int\underbrace{\frac{M_pM_i}{EI}dx}_{\text{کار لنگر}}+\int\underbrace{\frac{F_pF_i}{EA}dx}_{\text{کار نیروی محوری}}+\int\underbrace{\frac{v_pv_i}{GA}dx}_{\text{کار برش}}\quad(M_b+V+M_t)$$

وقتی سازه سه بعدی باشه ترم آخر داخل پرانتز را اضافه می‌کنیم.

M_T

Page 31
87.12.3

در سازه سه بعدی
که بار پیچشی بوده است

$$M_T = \int \frac{T_p \cdot T_i}{GJ}\, dx$$

کار تنش برشی

ممان اینرسی قطبی

کار لنگر ⇐ ٪۹۰

کار برشی ⇐ 2٪

کار نیروی محوری ⇐ 7٪

در سازه اثر دارند (سازه خمشی) ← در حل تحلیل تقریبی به راحتی می‌توان از اثر بقیه صرف‌نظر کرد و به جواب تقریبی رسید.

$$\delta = \int_{\text{کل سازه}} \frac{M_p M_i}{EI}\, dx$$

$$\delta_{\text{خرپا}} = \sum_{\text{روی اعضا}} \frac{F_p F_i}{EA} L$$

M_p : لنگر ناشی از نیروهای خارجی در سازه اصلی

M_i : لنگر ناشی از بار واحد متناسب در سازه

F_p : نیروی محوری ناشی از نیروهای خارجی در سازه اصلی

F_i : نیروی محوری ناشی از بار واحد متناسب در سازه

V_p : نیروی برشی ناشی از نیروهای خارجی در سازه اصلی

V_i : نیروی برشی ناشی از بار واحد متناسب در سازه

G : مدول برشی

J : ممان اینرسی قطبی

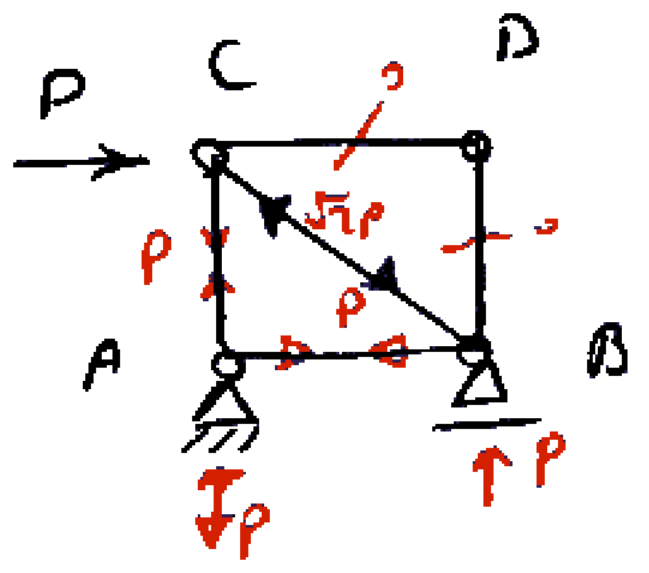
در این روش‌ها بند ۲ بار سازه باید تحلیل شود ولی در اکثر اوقات به نحوی داده می‌شود که فقط یکی را باید حل کرد.

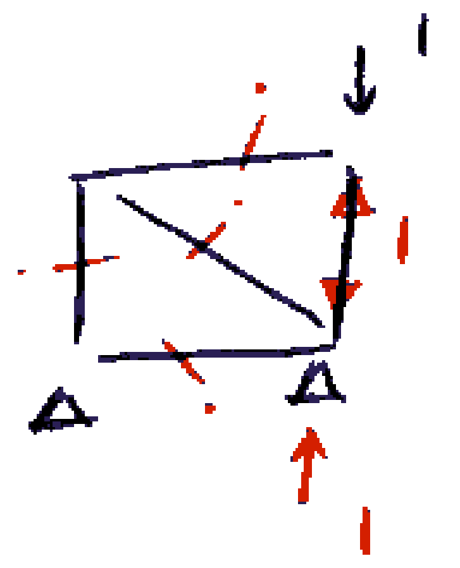
به علامتهای مثبت و منفی
دقت توجه کن

Ex) درخرپای ذیل تغییرمکان افقی و قائم نقطه D را محاسبه کنید.

اول سازه اصلی را تحلیل می‌کنیم

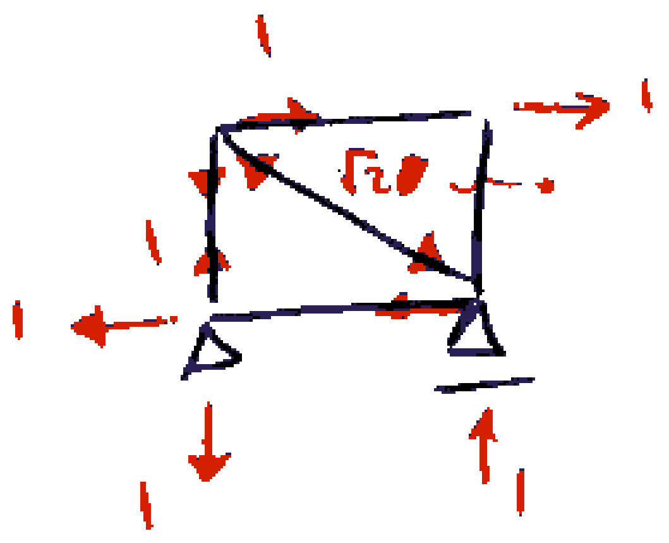
قائم D ← بار واحدی را قائم روی D می‌گذاریم.





$$\delta_{D\,\text{قائم}} = \sum_{\text{کل خرپا}} \frac{F_p F_i}{EA} l = 0$$

اعضای سازه اصلی که دارای حرکت صفر هستند لذا حاصلشان صفر باشد



$$\delta_{D\,\text{افقی}} = \sum = \frac{1}{EA}\left[(-\sqrt{2}P)(-\sqrt{2}) * \sqrt{2}l + P * 1 * l + P * 1 * l\right]$$

$$\delta_{D\,\text{افقی}} = (2+\sqrt{2})\frac{Pl}{EA}$$

تکمیل Page32
87.12.3

روش کار مجازی هم می‌تواند سریع باشد هم حل طولانی داشته باشد .

در خرپاها چون امکان وجود عضو صفرنیرو داشته باشد باعث کوتاه شدن مسیر می‌گردد.

اگر خرپا بزرگ بود اصلاً نترسید چون احتمالاً عضوها صفرنیرو زیاد دارد

اگر زوایا مقدار 45 ، 30 و 60 بود ⟵ بروبرتستی جدی

بررسی اثرات غیر نیرویی

محاسبه تغییر مکان حرارتی (اجرا)

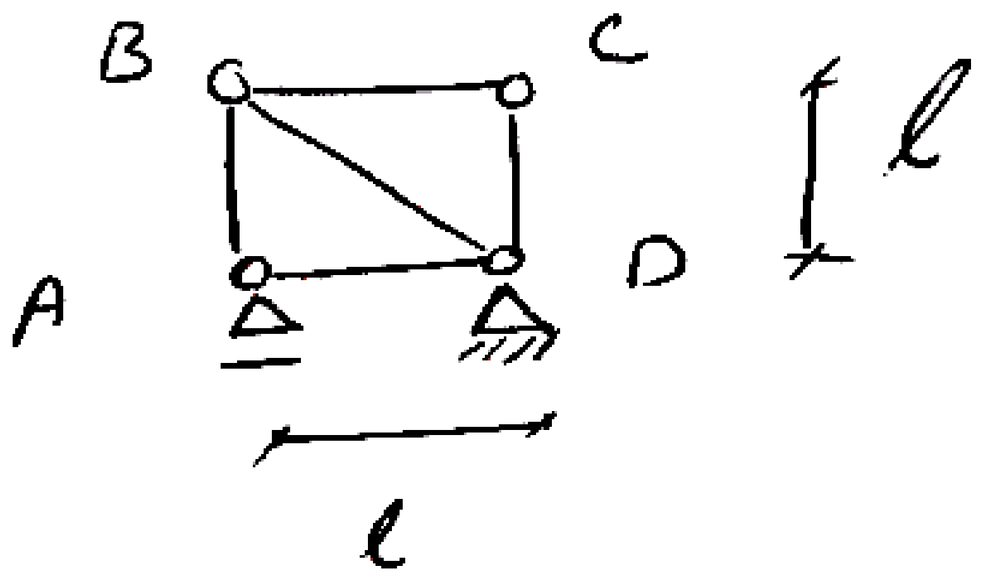
باید کار داخلی و خارجی با هم برابر شوند.

$$W_E = W_I$$

$$1 * \delta = \sum \text{نیروی مجازی } F_i * \overset{\text{حرارتی}}{\delta_t} \qquad \delta_t = \alpha . L . \Delta T$$

$$\delta = \sum F_i \, \alpha L \, \Delta T$$

Ex) در خرپای شکل زیر تغییرات درجه حرارت نسبت به زمان ساخت چنین است.

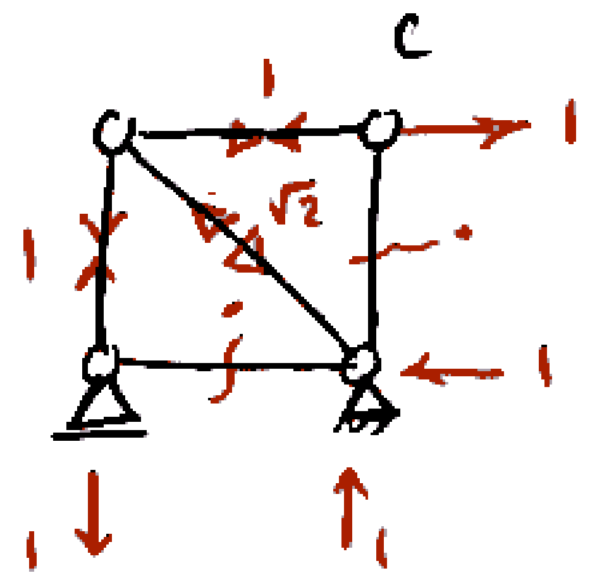


AB ، BD و CD ⟵ -5

BC ⟵ $+25$

AD ⟵ -15

تغییر مکان افقی نقطه C چقدر است؟



روش کار مجازی است . بار واحد یک برای نقطه C می‌گذاریم.

حال بی سازه P پیدا شد ⟵ راحتی کامل ممکن است که تغییرات

اعضای DC و AD هیچ تاثیری در تغییر مکان نقطه C ندارند

$$\delta_c = \sum = \alpha \Big[\underbrace{(1 * \ell * 25)}_{BC} + \underbrace{(-1 * \ell * 5)}_{AB} + \underbrace{(-\sqrt{2} * \sqrt{2}\,\ell * (-5))}_{BD} \Big] = 30 \alpha \ell$$

87.12.3

اثر نقص عضو در طول

miss Fit

$$W_E = W_I$$

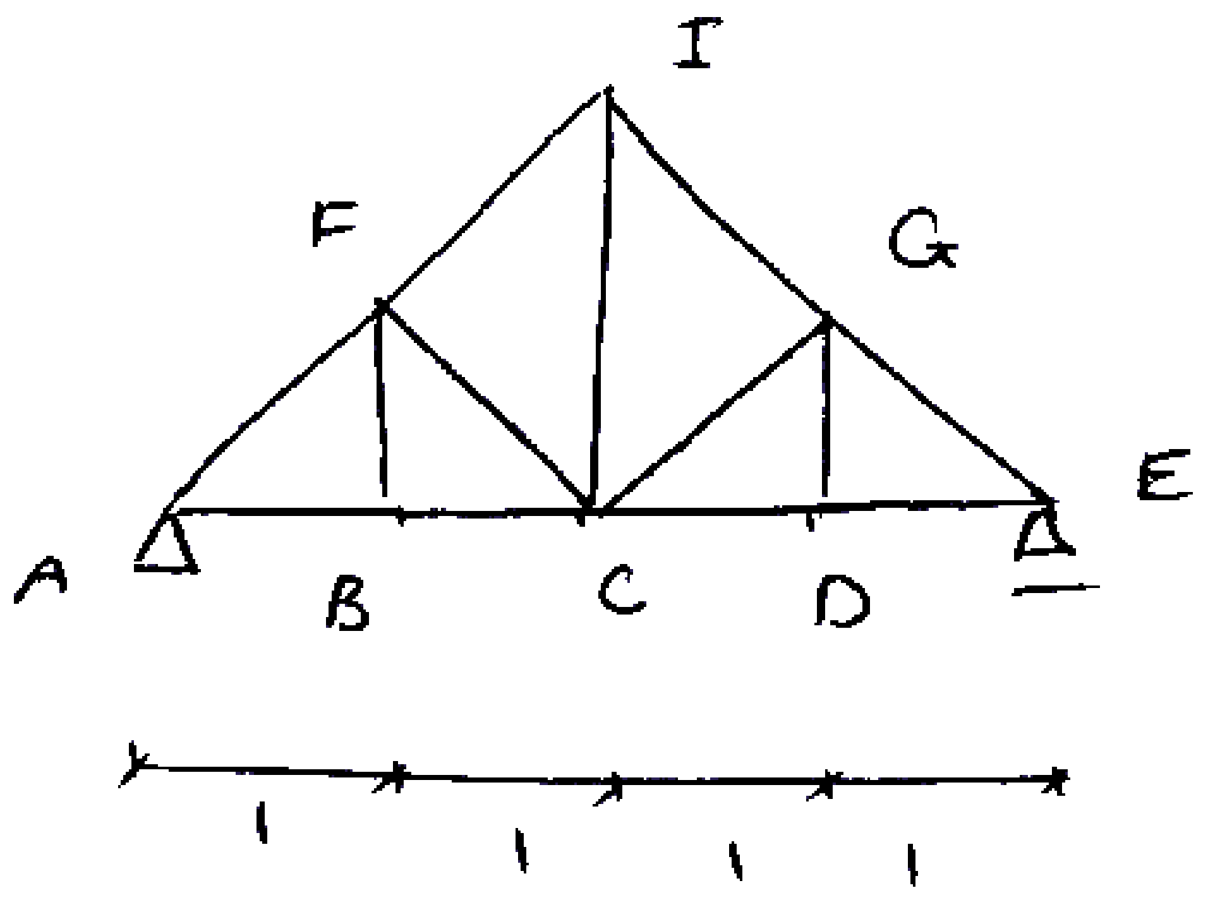
$$1 * \delta = \sum F_i * \delta_m$$

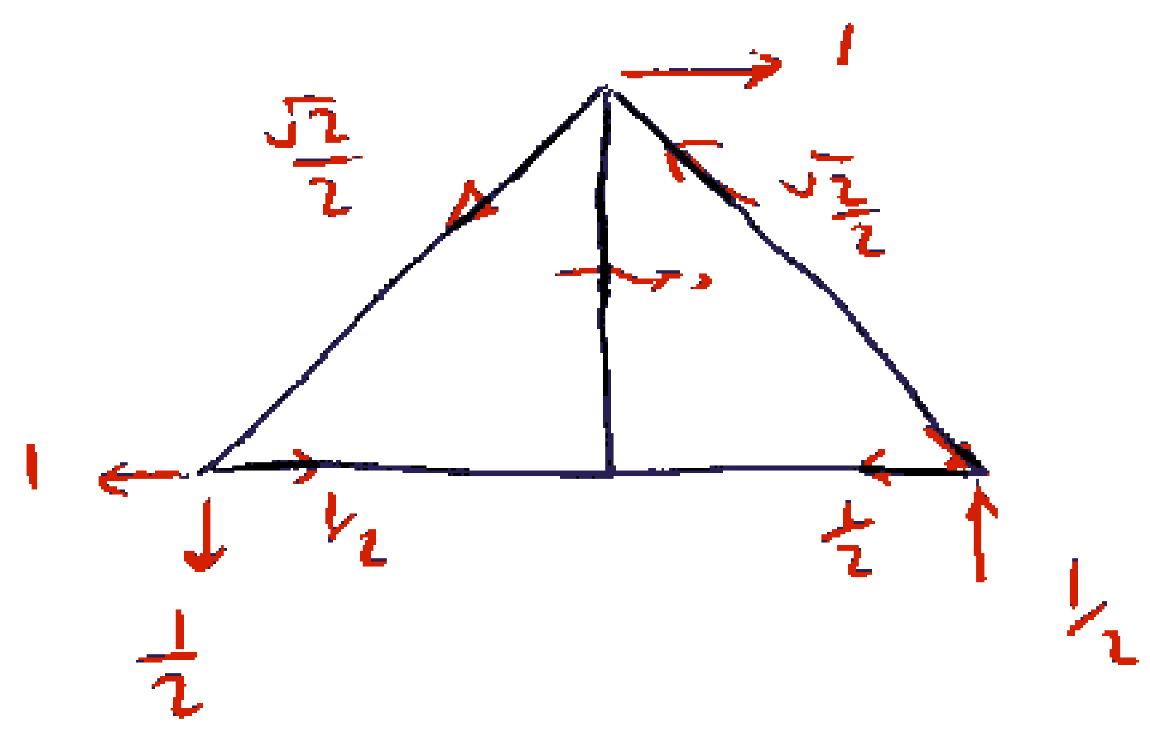
تستهای نقص عضو

۱- برای خرپاهایی که از این فرمول استخراج شده حل می‌شوند ← راحت ← آنها که یک نقطه مشخص را بخواهند

۲- برای ارتفاعات استفاده از روابط سازگاری لازم است ← در آزمونتان حل کنید هم وقتگیر هستند و هم امکان اشتباه دارند.

Ex) درخرپای شکل زیر عضو FI 1.5 سانتیمتر بلند، GE یک سانت کوتاه، اعضای CG و CF یک سانت بلندتر از نقشه‌ها بوده‌اند. مطلوب است تغییر مکان افقی نقطه I.





بار افقی در نقطه I می‌گذاریم

تمام اعضا صفرنیرو هستند

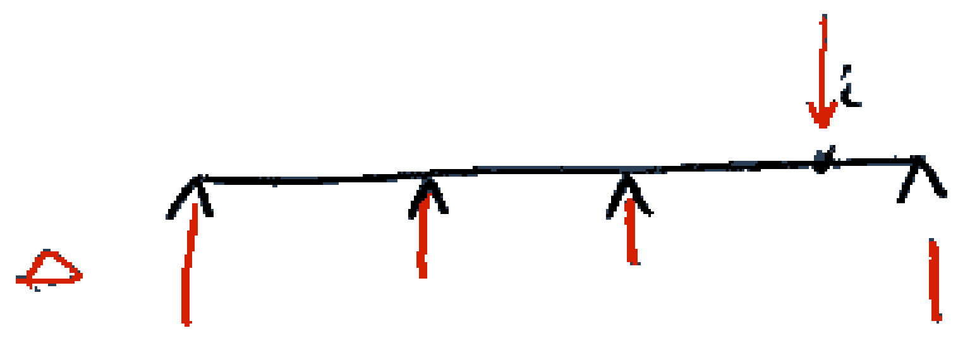
$$\Sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} * 1.5 - \frac{\sqrt{2}}{2}(-1) = \frac{5\sqrt{2}}{4}$$

نحوه طرح سوال

به راحتی مشاهده می‌شود که کوتاه یا بلند بودن اعضای صفرنیرو هیچ تأثیری بر تغییر مکان افقی I نخواهند داشت

کدام یک از اعضا اگر کوتاه‌تر یا بلندتر ساخته شوند هیچ تأثیری بر تغییر مکان افقی نقطه I نخواهند داشت؟

محاسبه تغییرمکانهای ناشی از نشست



$W_E = W_I$

در اینجا چون نشستها نیز چون در واکنشهای تکیه‌گاهی ضرب می‌شوند ایجاد کار می‌کنند (کار خارجی)

$$1 * \delta_i + \sum R_j \Delta_j = 0 \quad \text{سازه معین}$$

چون سازه معین است

هیچ نیروی داخلی ایجاد نشود ← کار صفر است

$$\boxed{\delta_i = -\sum R\Delta}$$

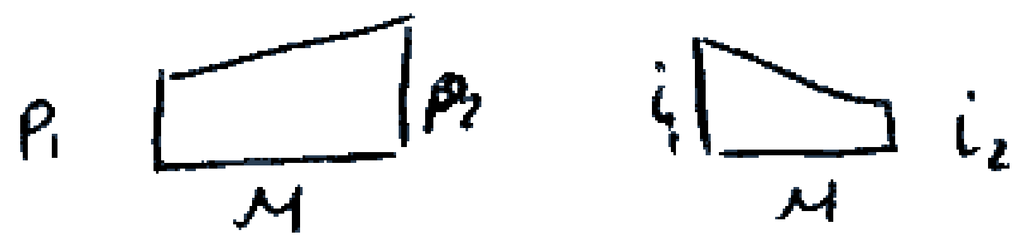
نکته ← البته در سازه‌ها نامعین هم باشد بازهم چون ایجاد جابجایی می‌کند بازهم کار داخلی صفر خواهد شد

حل عددی انتگرال

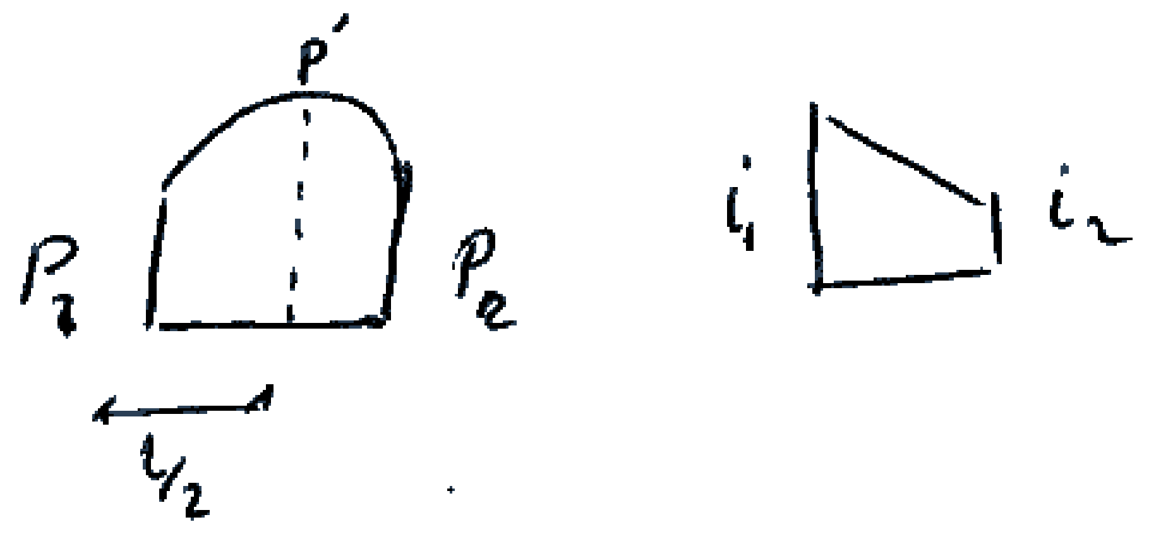
$$\delta = \int \frac{M_p M_i}{EI} dx$$

M_i ناشی از بار نقطه‌ای است ← لذا همواره نمودار درجه یک است

M_p <
خطی باشد
درجه ۲ باشد



هر دو خطی $\delta = \int = \frac{l}{6EI}\left[i_1(2P_1+P_2)+i_2(2P_2+P_1)\right]$

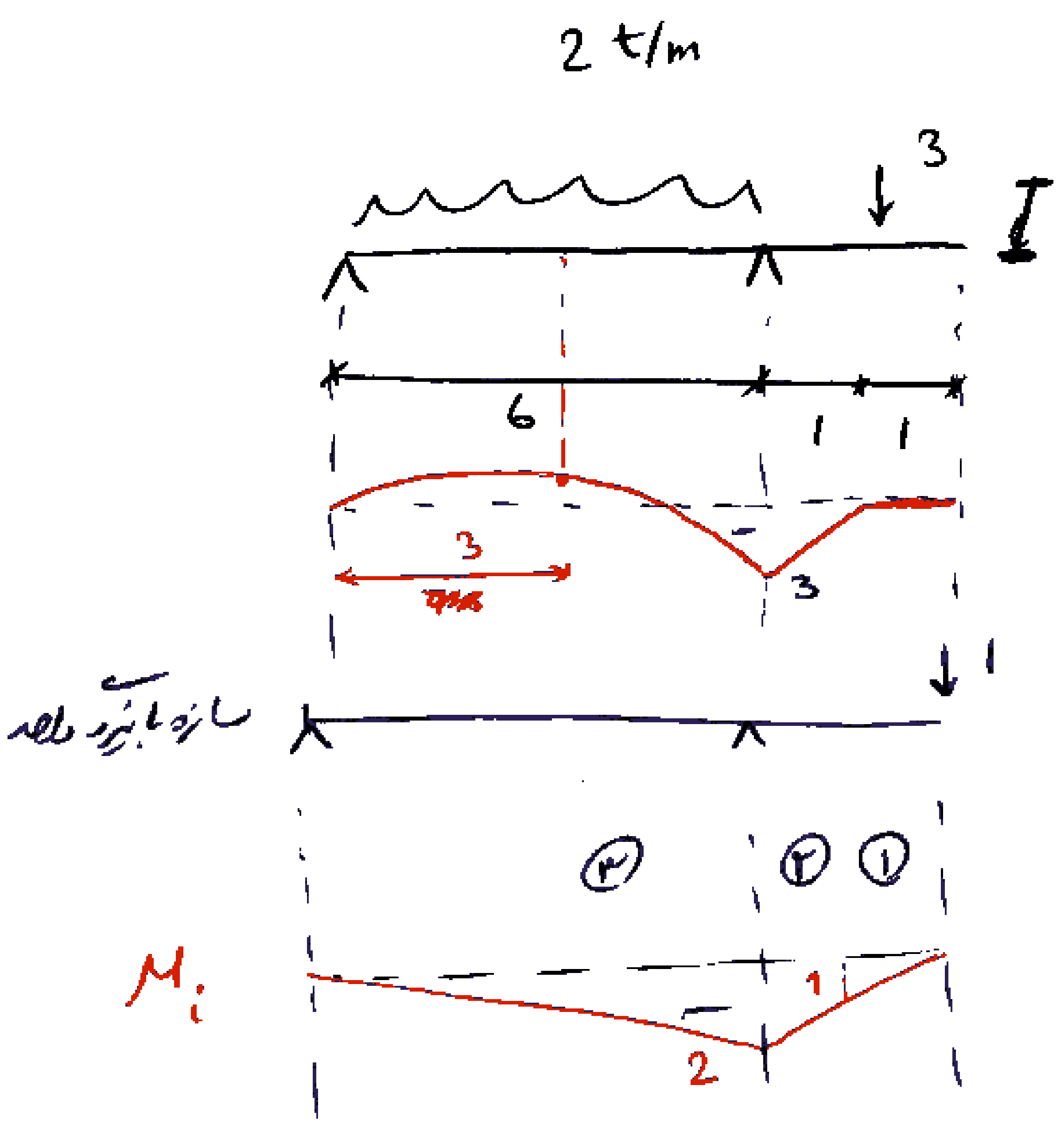


P' در وسط دهانه است و الزاماً Max نیست

M_p سهمی →
M_i خطی
$\delta = \int -- = \frac{l}{6EI}\left[i_1(2P'+P_1)+i_2(2P'+P_2)\right]$

Ex) سوال تحقیقی

تغییر مکان قائم نقطه I چقدر است؟



چون نمودار M سهمی است باید جهت استفاده از اشکال صفحه بعد

حتما باید لنگر وسط دهانه (3m) را پیدا کنیم.

۳ ناحیه داریم. چون انتگرال روی کل سازه است

. تا جائیکه منحنی ها ثابت هستند یک ناحیه خواهد بود

در ناحیه یک چون یکی از نمودارها صفر است ← صفر خواهد بود

$\boxed{P' = 7.5}$

علامت مثل هم

هم جهت $\delta_1 = \int \dots = \frac{1}{6EI}\left[\bar{2}\,(2\times\bar{3}+0)+\bar{1}\,(0+\bar{3})\right]$

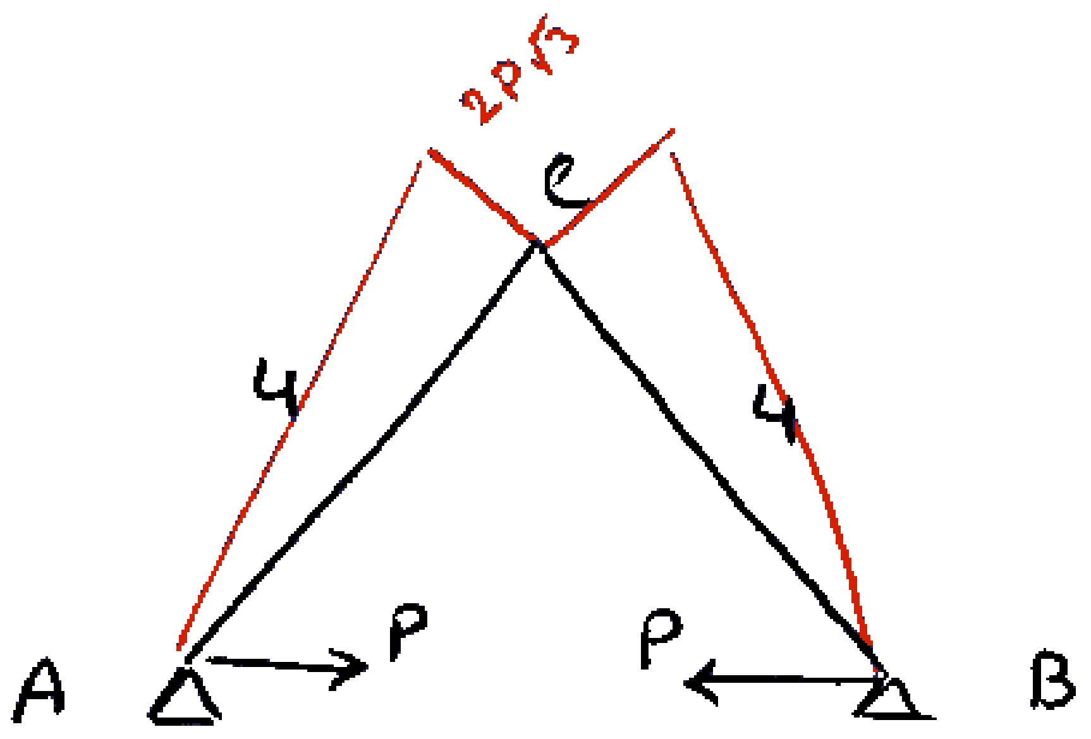
$i_1=-2$
$i_2=0$
$P_1=-3$
$P_2=0$

یکسو $\delta_2 = \int \dots = \frac{6}{6EI}\left[0+\bar{2}\,(2\times 7.5+\bar{3})\right]$

$i_1=0$
$i_2=-2$
$P_1=0$
$P_2=-3$
$P'=7.5$

$\Big\} \Rightarrow \quad \Delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{-21.5}{EI}$

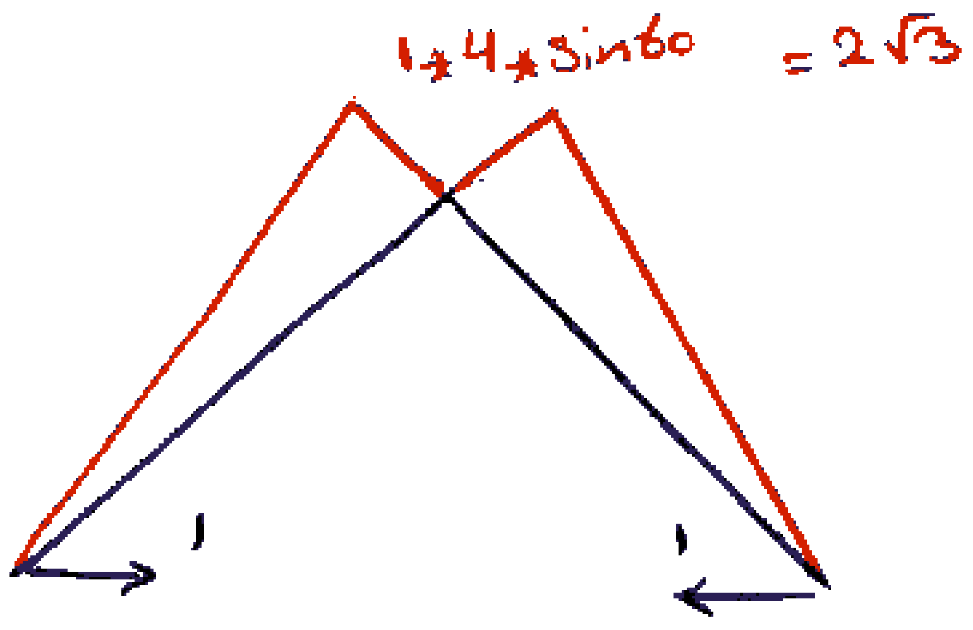
$\frac{T.15}{P.72}$) نقاط A و B چقدر به هم نزدیک می‌شوند



باید بار واحد را نیز به همین طریق گذاشت (۲ عدد بار واحد می‌خواهد)

واکنشهای تکیه‌گاهی صفر هستند.

شکل متقارن است.

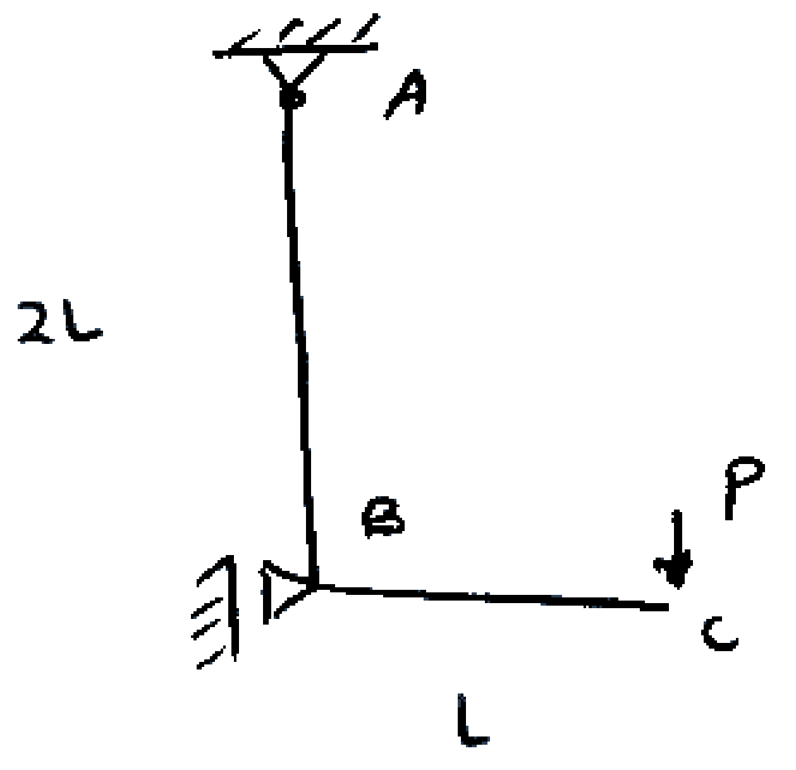


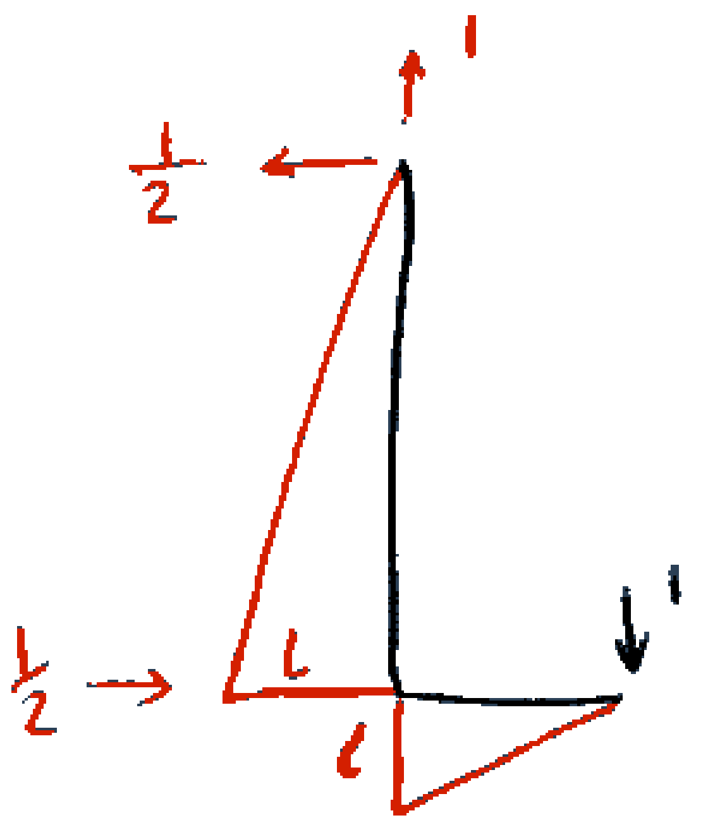
هم جهت هستند $\Rightarrow \quad \delta = 2 \times \frac{4}{6EI}\left[2\sqrt{3}\,(2\times 2P\sqrt{3}+0)\right] = \frac{32\,P}{EI}$ نزدیک شدن جواب است

چون دو عضو داریم

تحلیل Page 36
87.12.3

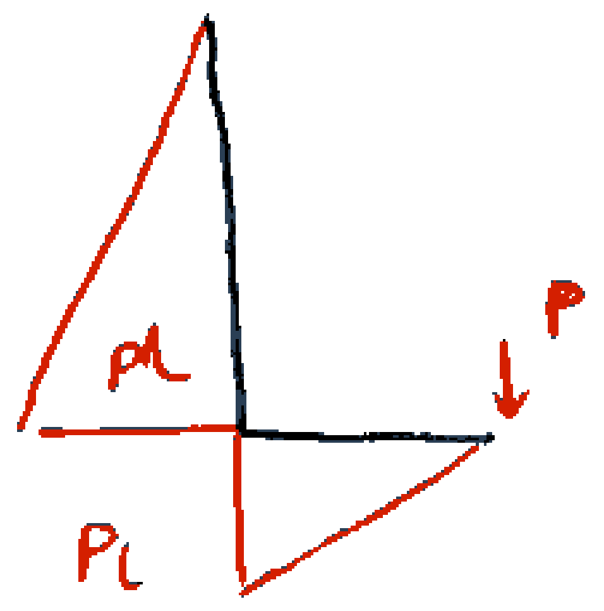
$\left(\frac{T.22}{P.169}\right.$





واکنشهای تکیه‌گاهی سازه ۱ را داریم

درست به سختی‌اش باشد که مثل هم باشند



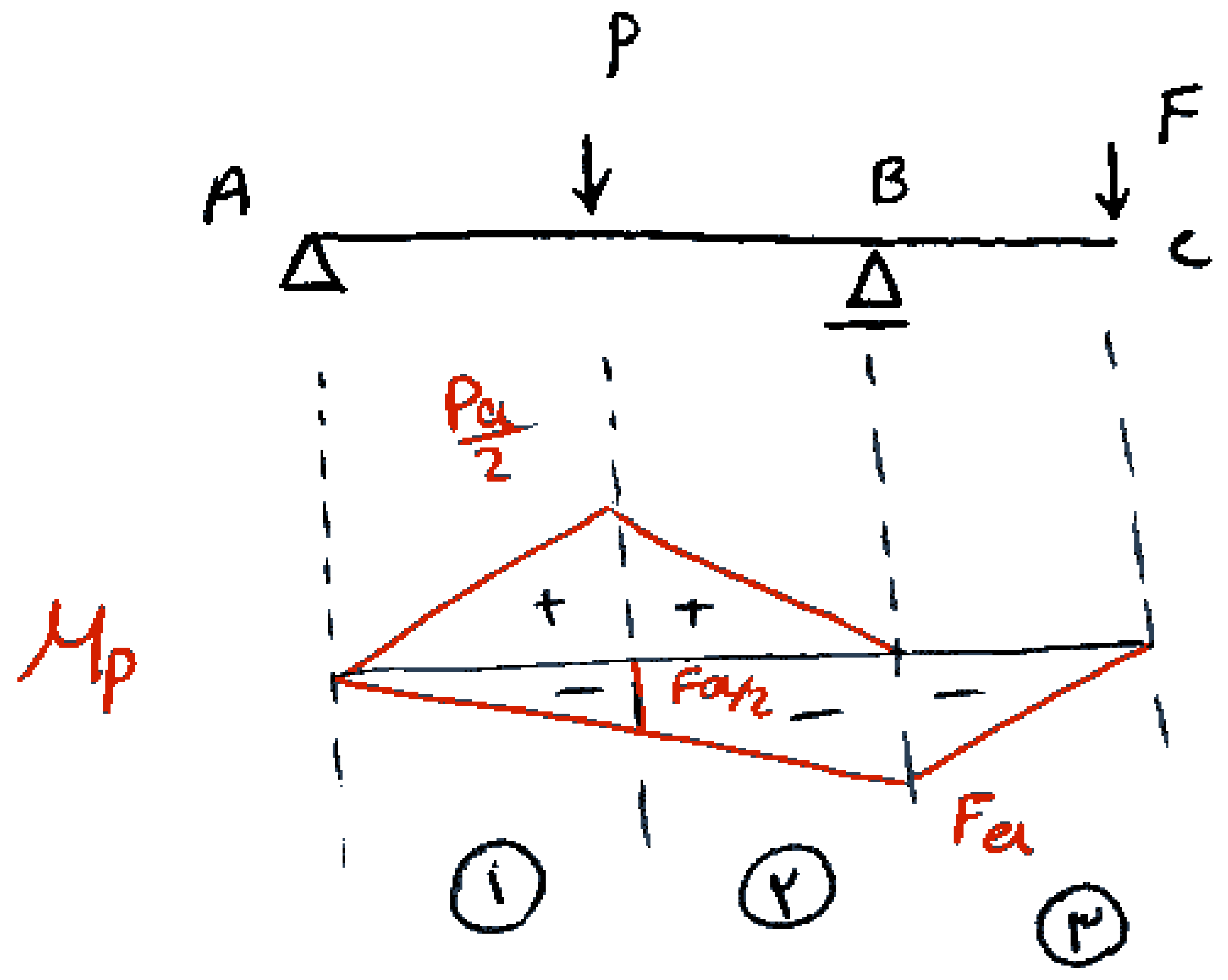
$$\delta = \int_{\text{شکل قائم}} + \int_{\text{شکل افقی}}$$

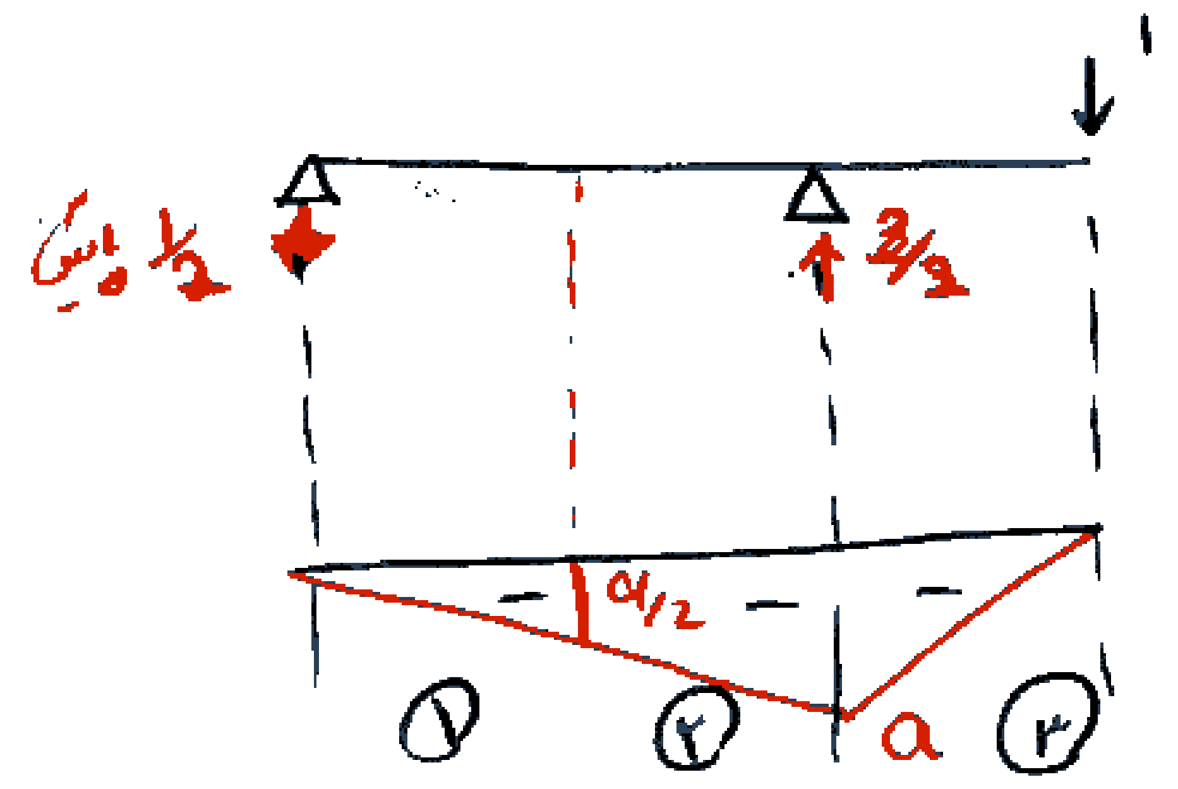
$$= \frac{2L}{6EI}\left[0 + L(2\times PL + 0)\right] + \frac{L}{6EI}\left[L(2PL+0)+0\right]$$

$$\delta = \frac{PL^3}{EI}$$

گزینه ج جواب است

$\left(\frac{T.17}{P.168}\right.$


P
F
A
B
C
Pa/2
+
+
Mp
−
Fa/2
−
−
Fa
①
②
③


1
½ پایین
3/2
a/2
−
−
a
①
②
③

نمودار ۱

چون پاراستری است هم‌ست افقی کار

۳ ناحیه داریم

$P' =$

وسط دهانه را می‌خواهیم

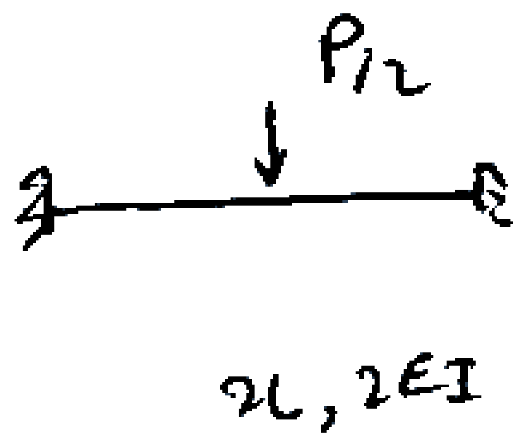
دو ناحیه

هر دو خطی هستند $\Rightarrow$ $\delta = \int_1 + \int_2 + \int_3 = \frac{a}{6EI}\left[0 + \frac{a}{2}(Pa - Fa)\right] + \frac{a}{6EI}\left[\frac{a}{2}(Pa - Fa) + a\left(2Fa + \frac{Pa}{2} - \frac{Fa}{2}\right)\right]$

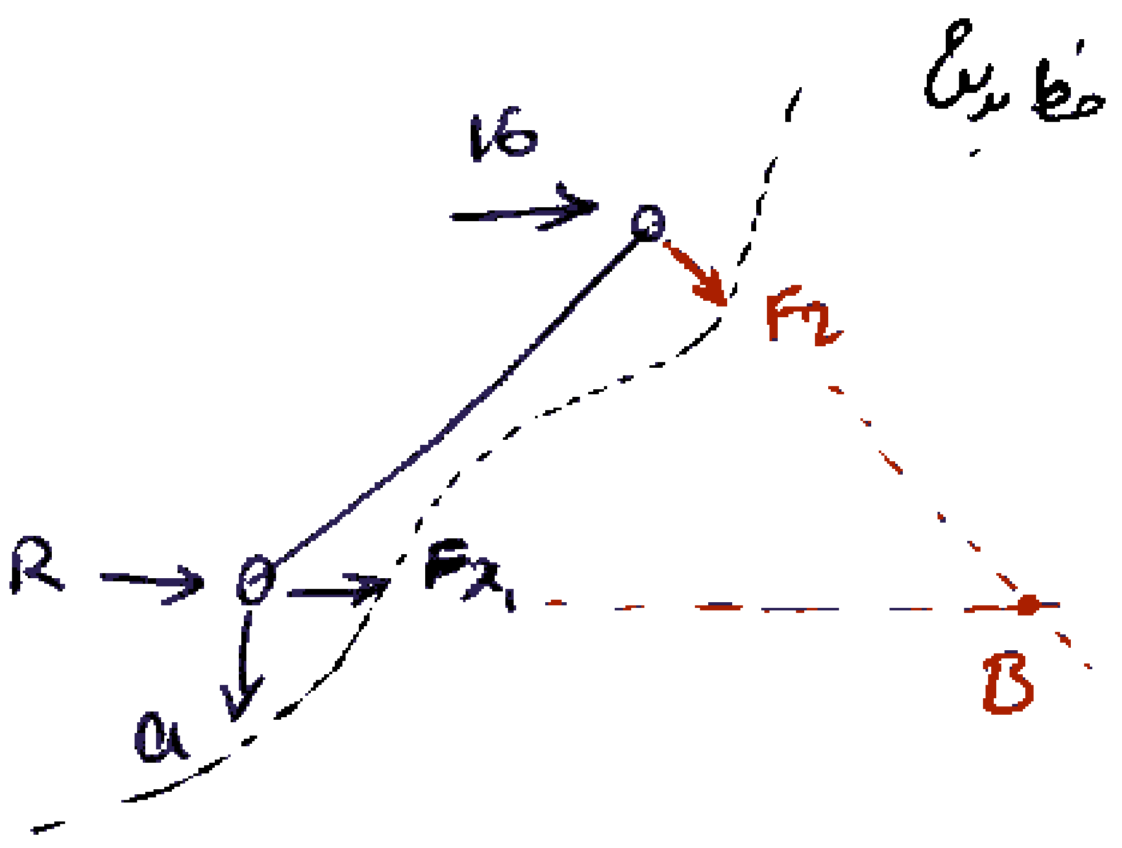
$$+\frac{a}{6EI}\left[a(2Fa + 0)\right]$$

علامت منفی‌ها را چک کنید

$\left(\frac{P.50}{T.9}\right.$



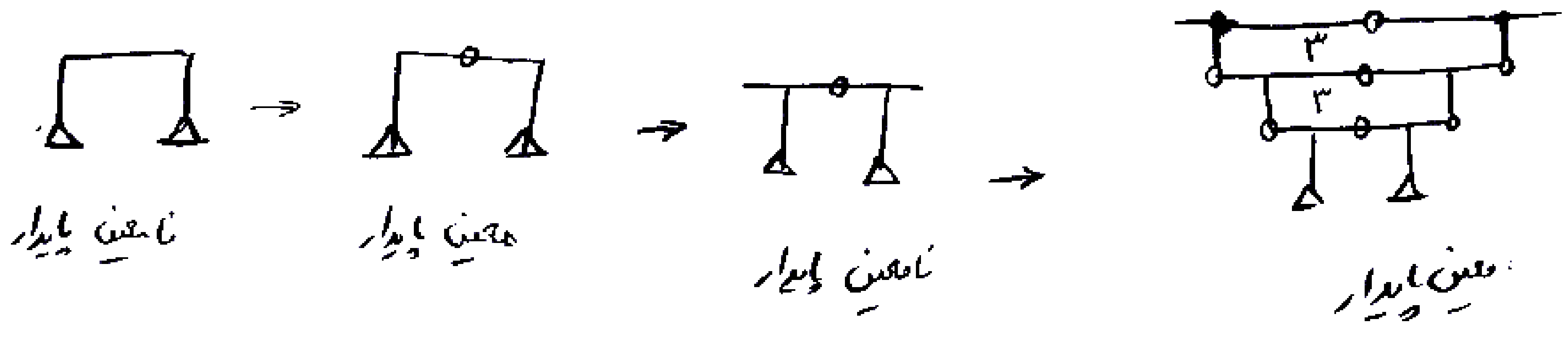
$$\delta = \frac{PL^3}{192EI} = \frac{P/2\,(2L)^3}{192\,(2EI)} = \frac{PL^3}{96EI}$$


خط برش
16
F_2
R
F_{x1}
a
B

$\frac{P.170}{T.24}$) چون نقطه‌ای انتخاب کردیم که مجهولات دیگر را بدهد
یا به عبارتی نیروها از آن جا عبور کنند.

$\Sigma M_B = 0$ $16 * 3 = a * 16$ $\underline{a = 3}$

از روش گره هم قابل حل است


نامعین پایدار
معین پایدار
نامعین پایدار
۳
۳
معین پایدار

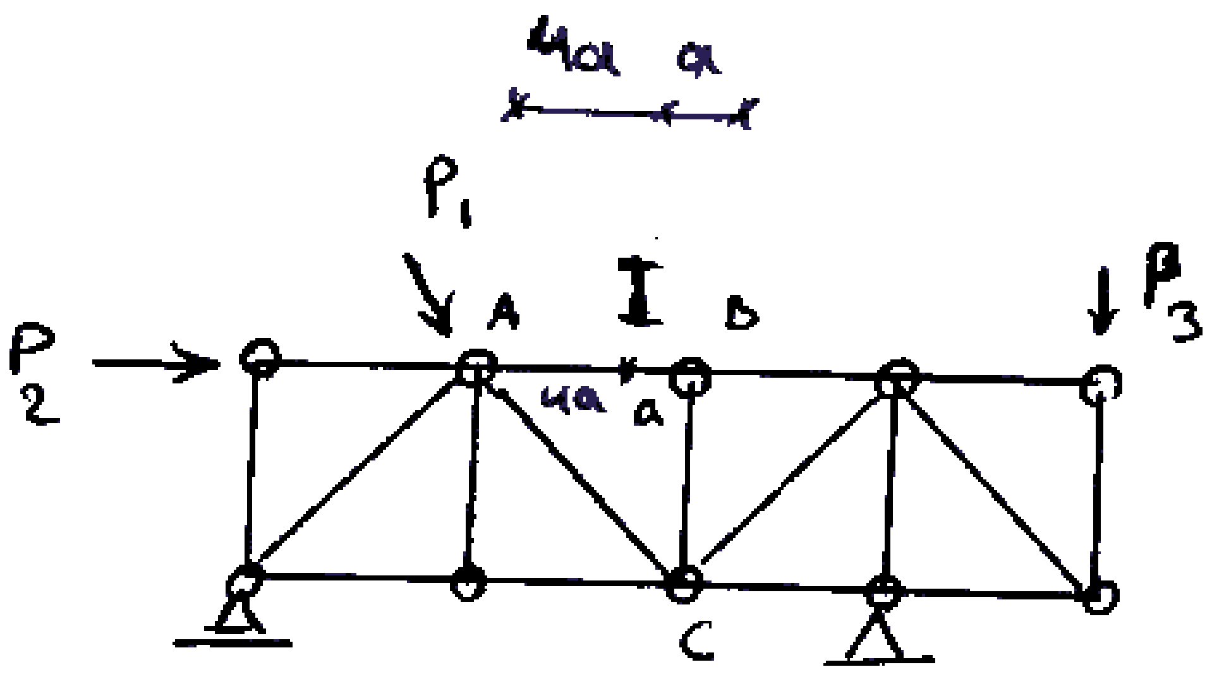
$n = 1 + 2 * 3 - 7 = 0$ $\frac{P.168}{T.16}$)

تعداد حلقه — حلقه — مفصل — واکنش اضافی

$\frac{P.168}{T.18}$) قبلاً حل شده است فقط گزینه‌ها کمی عوض شده است

چنانچه اعضای صفر نیرویی را خارج کنید ← گزینه چهارم جواب است

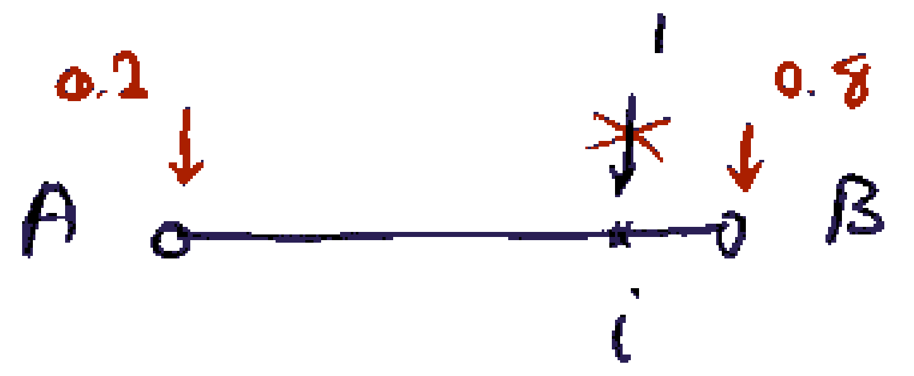
تعیین مطلوبهای خاص در روش کار مجازی


4a
a
P_1
A
I
B
P_3
P_2
4a
a
C

Ex) در خرپای شکل زیر چه روشی برای محاسبه تغییر مکان قائم نقطه I پیشنهاد می‌کنید

در خرپاها نمی‌توان نیروی متمرکز را در وسط عضو گذاشت چون خمش می‌شود

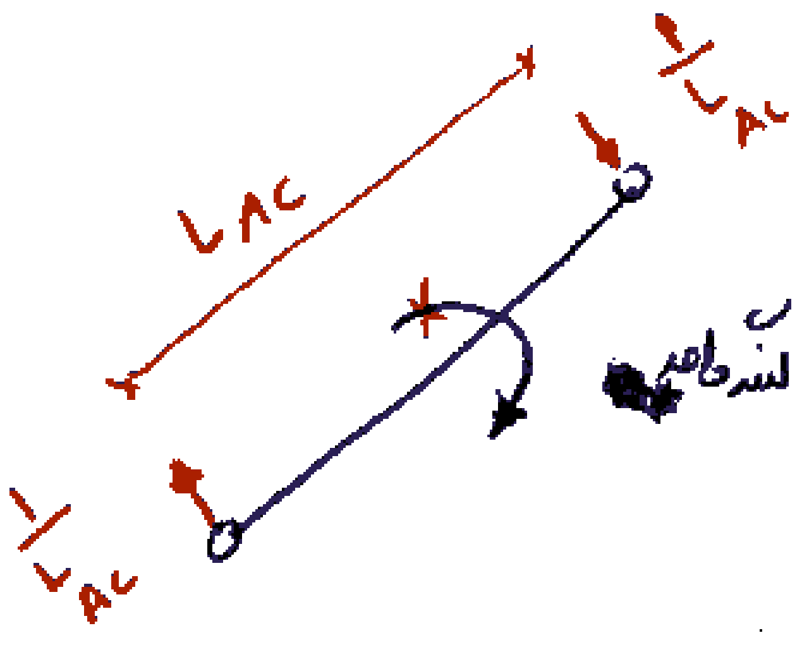
لذا بار واحد را کجا وارد کنیم ؟



لذا بار واحد در نقطه I را نمی‌گذاریم و اثرات آن را برروی گره‌ها اعمال می‌کنیم یعنی در A و B

نکته این شکل حاصل شده یعنی بارگذاری ما کنترل بوده است.

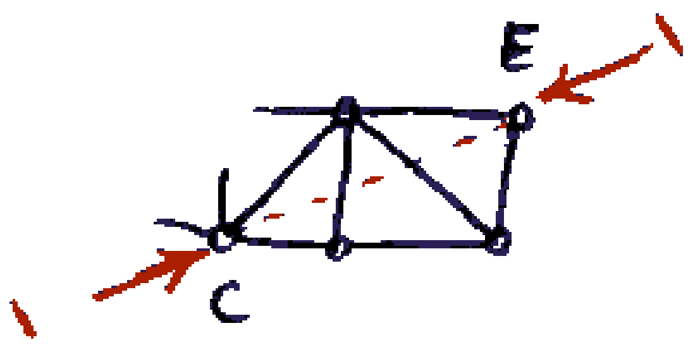
نکته یکبار پرسیده است که حداقل چند خرپا باید تحلیل کنیم تا به تغییر مکان I برسیم ← جواب ۲ خرپا کلی اصلی و دیگری خرپای با بارگذاری بالا ↑


$\frac{1}{L_{AC}}$
L_{AC}
لنگر واحد
$\frac{1}{L_{AC}}$

Ex) میزان دوران عضو AC را چگونه محاسبه می‌کنید.

اگر دوران بود از لنگر واحد استفاده می‌کردیم

حال چون خرپاست اثر آن را بر روی مفصلها پخش می‌کنیم. [کوپل نیرو]

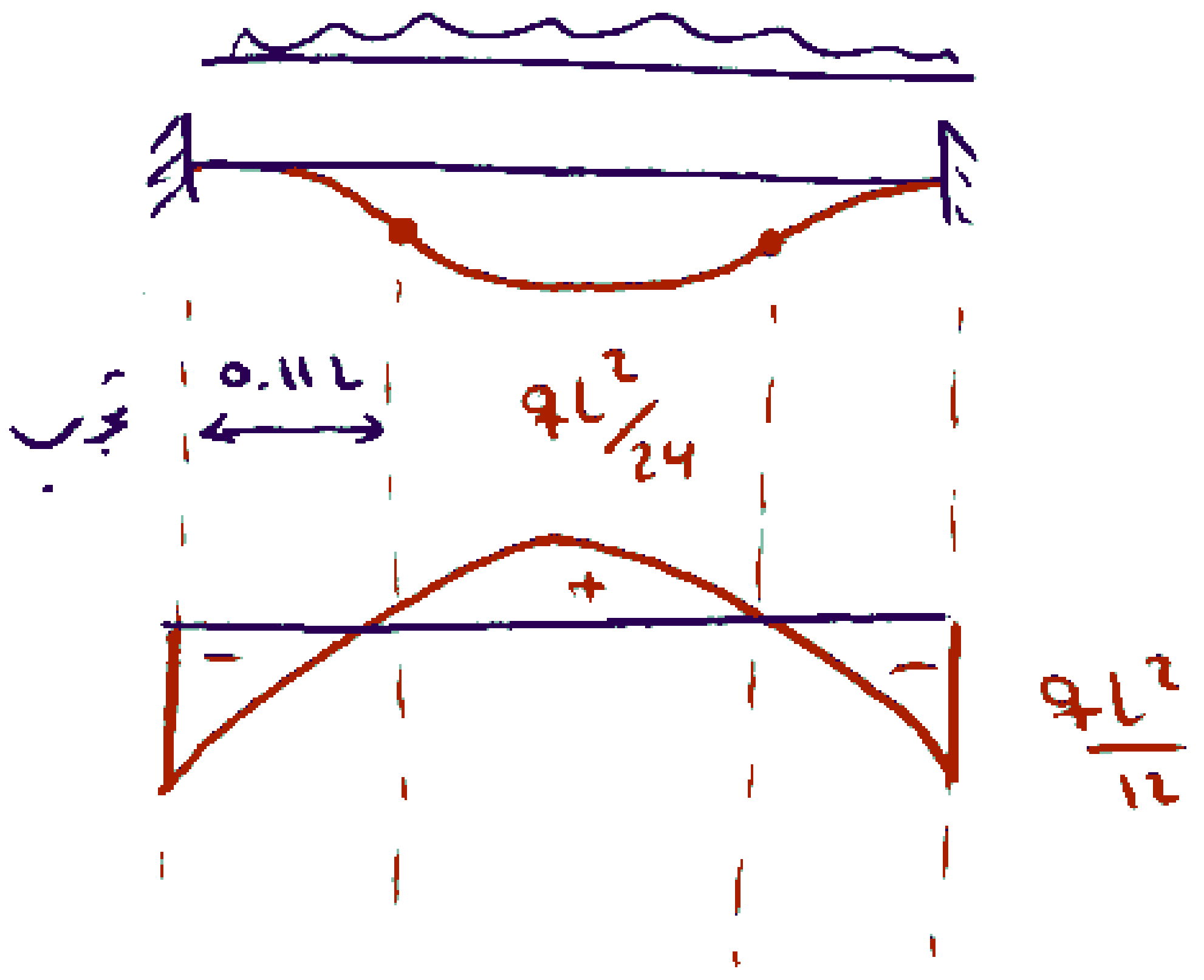


نکته میزان نزدیک شدن C و E دو عدد نیروی واحد در امتداد روبروی هم می‌گذاریم.

[illegible] Page 38
87.12.4

تحلیل تقریبی

جهت کنترل جوابها یا تخمین اولیه آنها می‌تواند کاربرد داشته باشد.



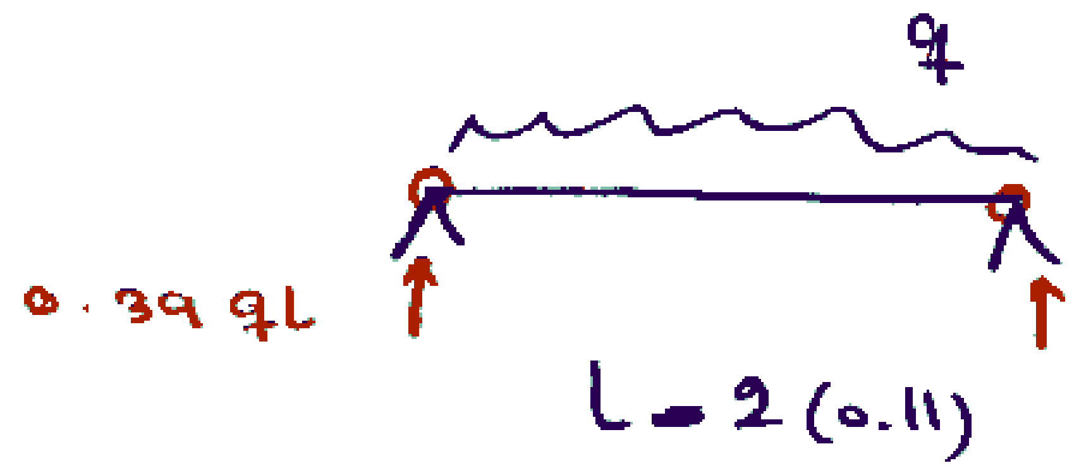
F_x ← یک درجه افقی

این سازه ۳ درجه نامعین است $\left.\begin{matrix}F_y\\M\end{matrix}\right\}$ ← ۲ درجه نامعین ← ۲ عدد نقطه عطف لازم داریم

لذا فقط نیروی قائم را می‌توان پیدا کرد ولی چون عطف افقی را نداریم لذا نمی‌توان F_x حساب کرد

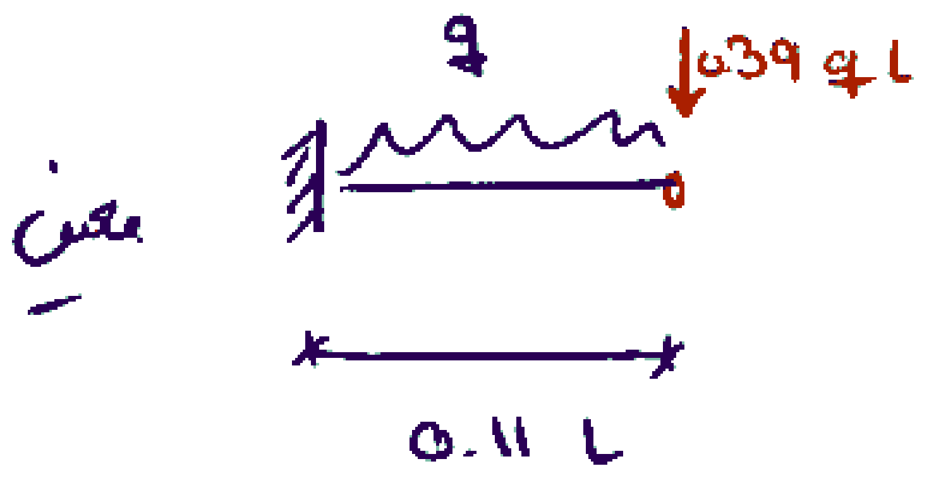
درضمن در نقطه عطف ~~[illegible]~~ برش صفر است

می‌توان تیر را به شکل زیر ترسیم کرد ⇙



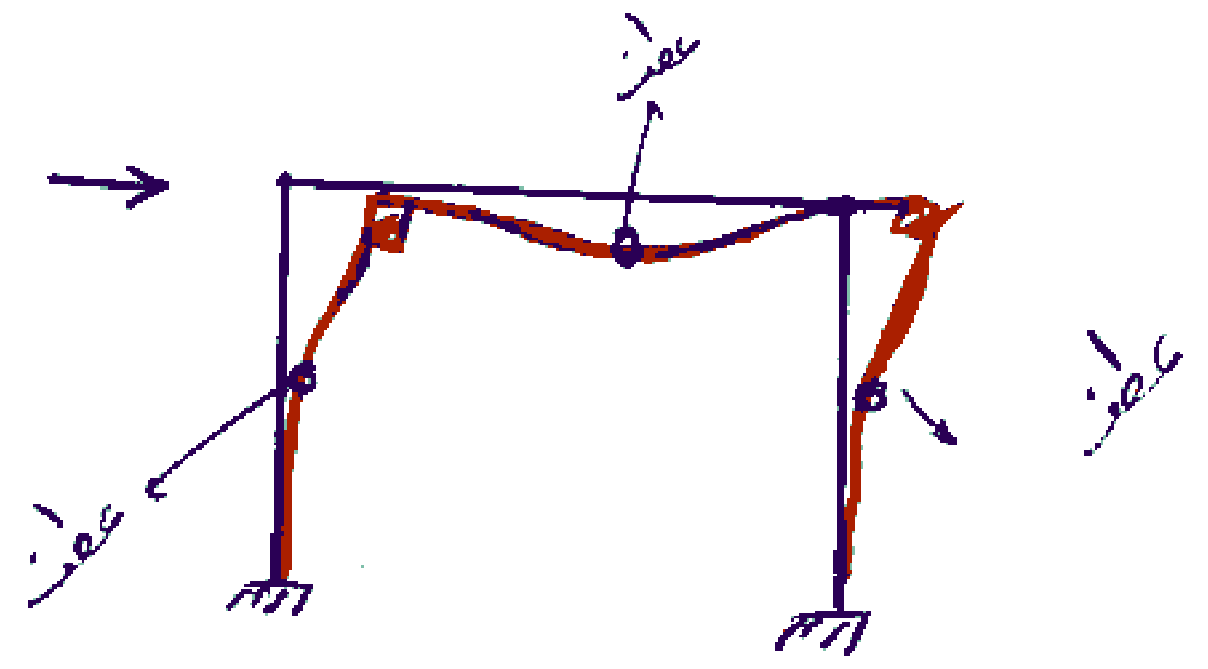
لذا لنگر مثبت وسط دهانه را می‌توان به صورت روبرو محاسبه کرد
با تقریب ±۵٪

$$M^+ = \frac{qL^2}{8},\quad M^+ = \frac{q(0.78L)^2}{8}$$



قسمت دوم تیر را می‌توان به شرح روبرو محاسبه کرد که عکس‌العمل تکیه‌گاه کناری نیز روی مفصل گذارده می‌شود.

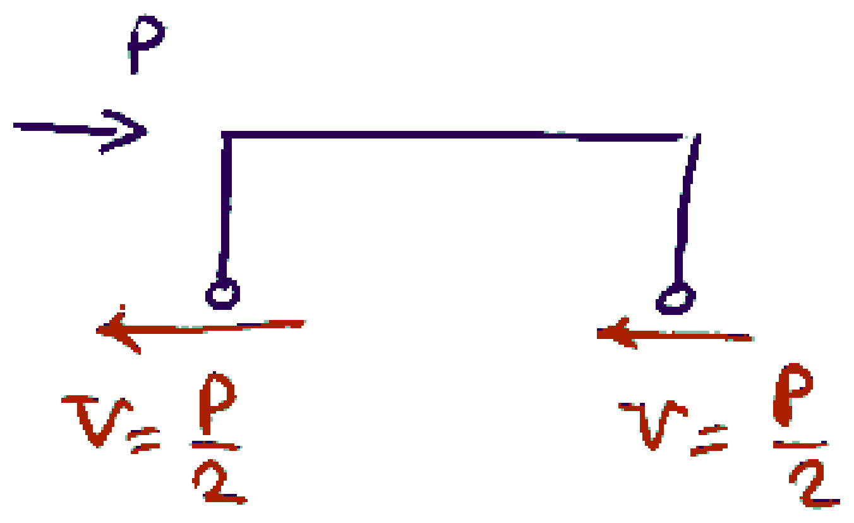
این روش تحت اثر بار قائم است ولی هیچ‌وقت چنین چیزی اتفاق نمی‌افتد چون دقت را از روی جداول خواهید داشت

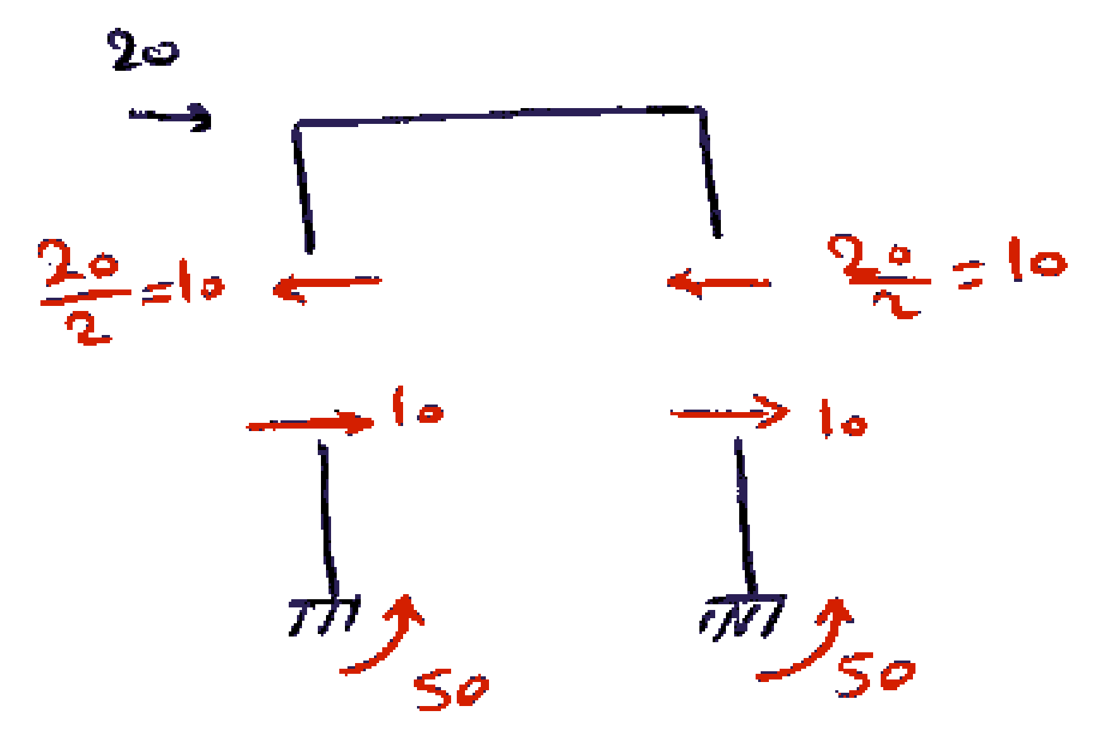


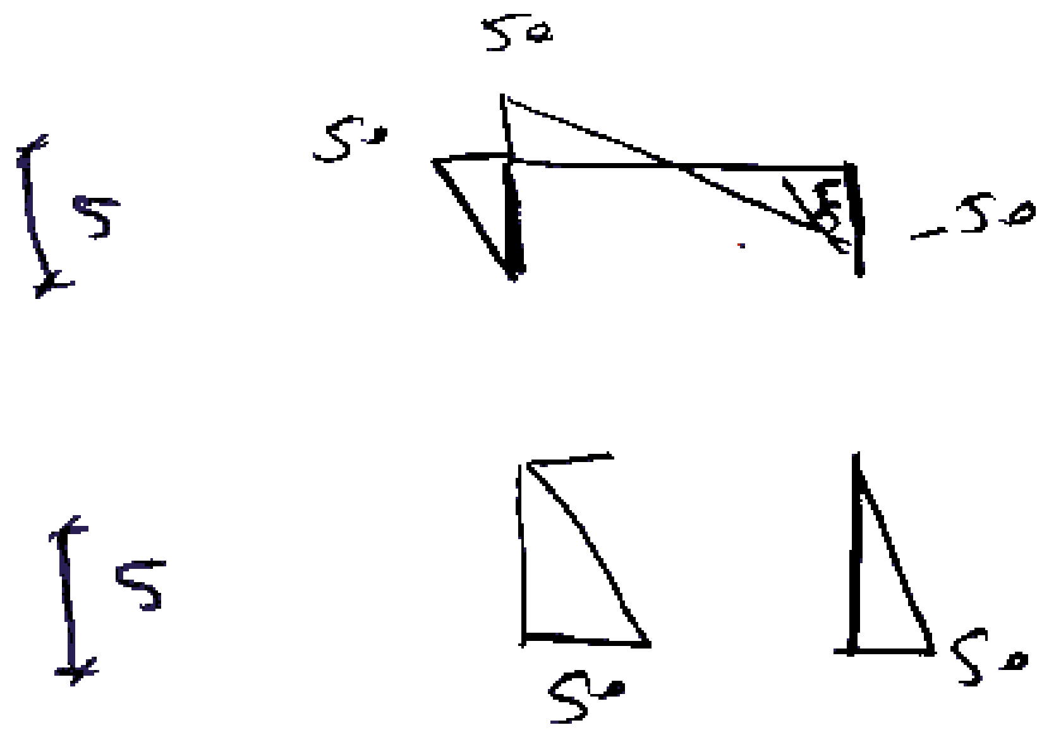
این سازه ۳ درجه نامعین است ← در تغییرشکل هم ۳ نقطه عطف دارد.

نکته

برای قابهای تک‌دهانه و یک طبقه که ۳ درجه نامعینی دارند طبق منحنی تغییرشکل به طور تقریبی می‌توان در وسط تیرها و ستونها ۳ مفصل مجازی قرار داد (M=0) بنابراین قاب معین خواهد شد.




20
$\frac{20}{2}=10$
$\frac{20}{2}=10$
10
10
50
50


50
50
-50
5
5
50
50

($\frac{P.44}{T.18}$ شکل الف درست است

گزینه دوم صحیح است. شیفون کرده است.

حالا شکلها را هم ببینیم

کلمهٔ تقریبی را باید در متن سوال نوشته باشند

نکته

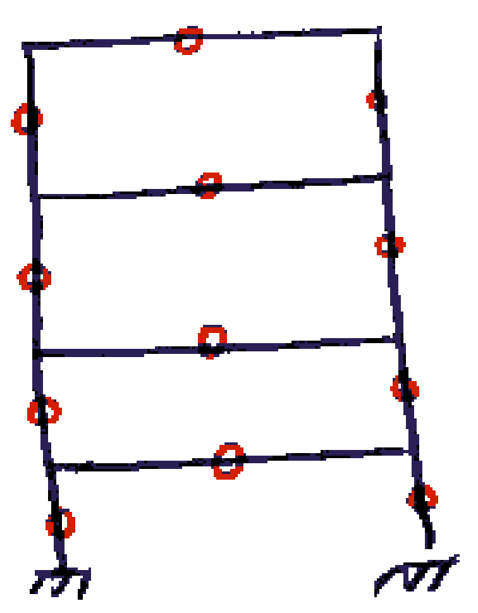
قابهای یک دهانهٔ چند طبقه

دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد:

~~[illegible]~~

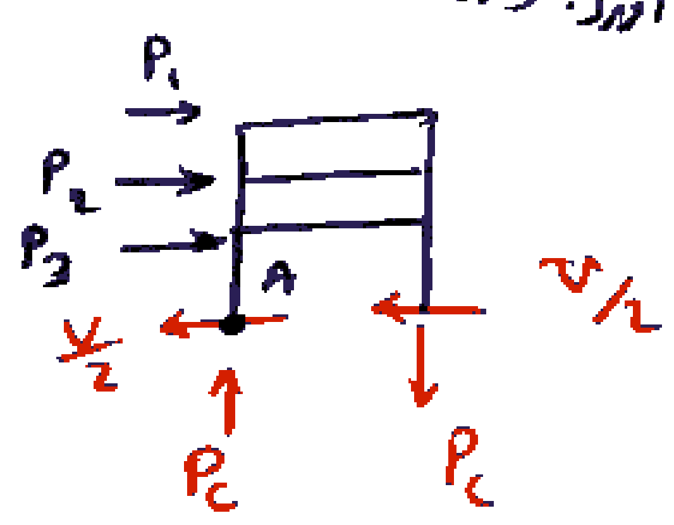
۱- بدون مهاربندی

در این صورت در کلیه تقریبی که گاه قاب بدون بادبند باشد؛ مثل قاب شکل مقابل عمل خواهیم کرد. تقریب بیشتر خواهد بود.



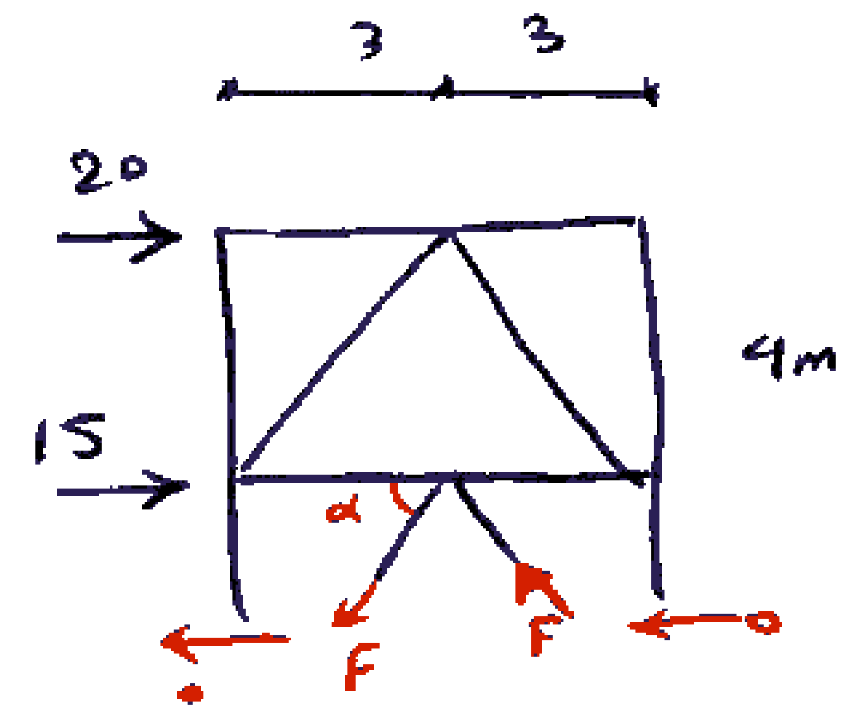
در این صورت نیروی برشی هر ستون در میانهٔ آن نصف برش آن طبقه است

نیروی محوری هر ستون را از لنگرگیری حول وسط یک ستون می‌توان بدست آورد. (A)


P_1
P_2
P_3
A
V/2
V/2
P_c
P_c

۲- حالت با مهاربندی:

در این صورت کل بار جانبی به بادبندها تعلق می‌گیرد و نیروی محوری ستون را از روش تیرکی می‌توان بدون حضور بادبندها حساب کرد


3
3
20
15
4m
α
F
F

چون گفته بادبندها هم کشش و هم فشار تحمل می‌کنند ← در دو بادبند نیروی F ظاهر می‌شود

($\frac{P.45}{T.20}$

جهت نیروها باید خلاف جهت نیروهای خارجی باشد

$$\sum F_x=0$$

$$20+15=2F\frac{3}{\sqrt{3^2+4^2}}$$

برش ستونها: چون بادبند داریم برش ستونها صفر است

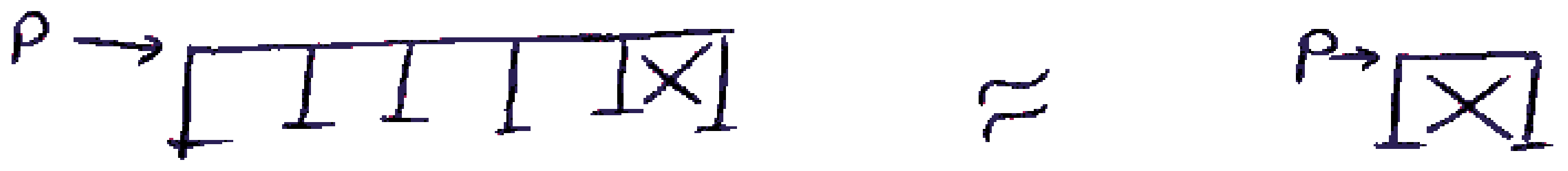
$F=29.2$ ton

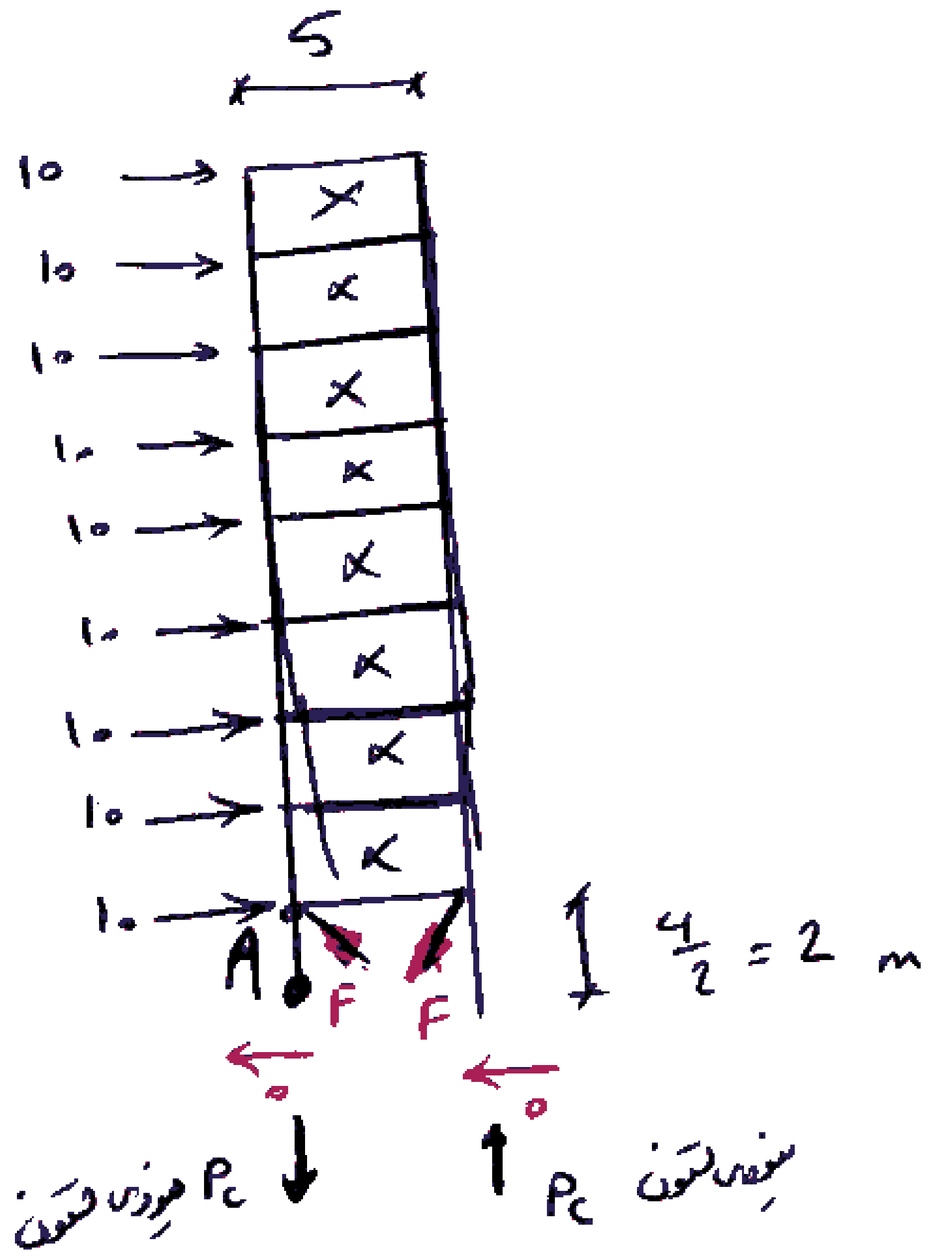
اگر بادبند فقط فشاری بود یا فقط کششی بود ← یکی از نیروهای F حذف می‌شد

نکته

درحالتی که قاب چندطبقه باشد؛ و تعدادی از دهانه‌ها دارای مهاربندی باشند

فقط قاب‌های دارای مهاربند در مهاربندها خود قادر به تحمل بار جانبی هستند (بقیه را پاک کنید)





$\left(\frac{T.60}{P.13}\right.$ جواب: گفته از تحلیل تقریبی استفاده شود

چون طبقه اول را خواسته لذا از ~~[illegible]~~ محل

aa مقطع را بزنیم ← از وسط ستون برش را بزنیم ← 2 شد

با توجه به اینکه نیروهای P به سمت راست هستند نیروهای بادبند به سمت چپ هستند

چون گفته بادبندها تحت کشش گفته است ← 2 عدد F ظاهر می‌شود

$$\Sigma F_x = 0 \qquad 9 * 10 = 2F \frac{5}{\sqrt{5^2 * 4^2}} \qquad F = 9\sqrt{41}$$

می‌توانست بگوید 30٪ به فشار و 70٪ به کشش هستند لذا همین محاسبات با این جواب را جمع می‌کردی

در نوشتن ترتیب ارزیابی بگیر در بالا

$\Sigma M_A = 0$ هنگام لنگرگیری حول نقطه‌ای در محور ستون دیگر F های بادبند لحاظ نمی‌شود

$$10\,(2+6+10+14+18+22+26+30+34) = 5 \cdot P_c$$

$$\underline{P_c = 324}$$

دیده می‌شود تعداد طبقات مقطع باعث ایجاد یک حجم بزرگ خواهد شد و دیگر هیچ

(اصلاً نترس
با تو کشش حلش کن)

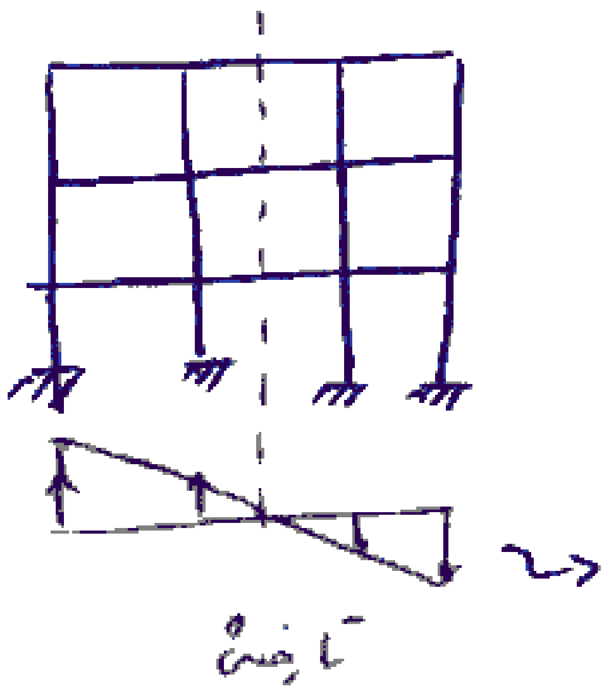
درحالتی قاب سیستم باربری چند دهانه چند داشته باشد (و احیاناً چند طبقه)

در این صورت از روش‌های مختلفی می‌توان استفاده کرد که یکی از این روش‌ها روش **طره** یا **کانتیلور** است

در این صورت مقاطع ستون‌ها فرض می‌شود که یک مقطع بزرگتر و مرکب همراه با هم به شکل زیر یک مقطع مقاوم در برابر لنگر بارهای جانبی ایجاد می‌کند.

به سادگی در ؟، ممان اینرسی مقطع مذبور را نسبت به محور دورتر از چند .....

مساله حل می‌شود



خط توزیع تنش

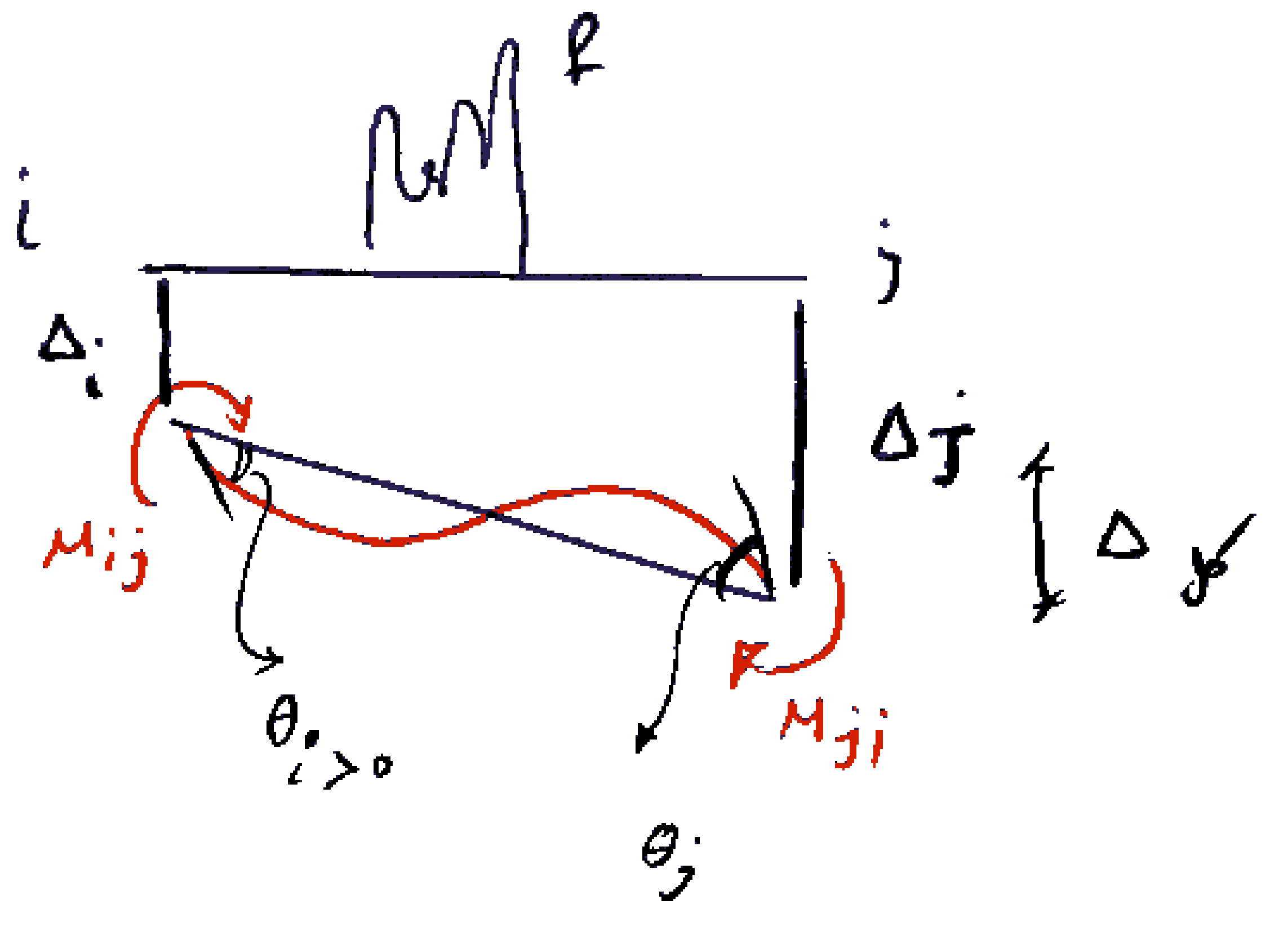
(T.14 / P.44)

روش شیب افت

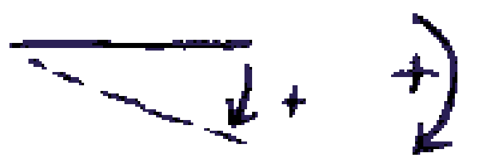
یک روش بسیار شیرین فنی است.

می‌تواند معادله ۳ لنگری را هم پوشش دهد. سرعت حل آن در حد مطلق است

تقریباً خلاصه در این شکل است.


f
i
j
Δ_i
Δ_j
Δ
M_{ij}
M_{ji}
$\theta_i > 0$
θ_j

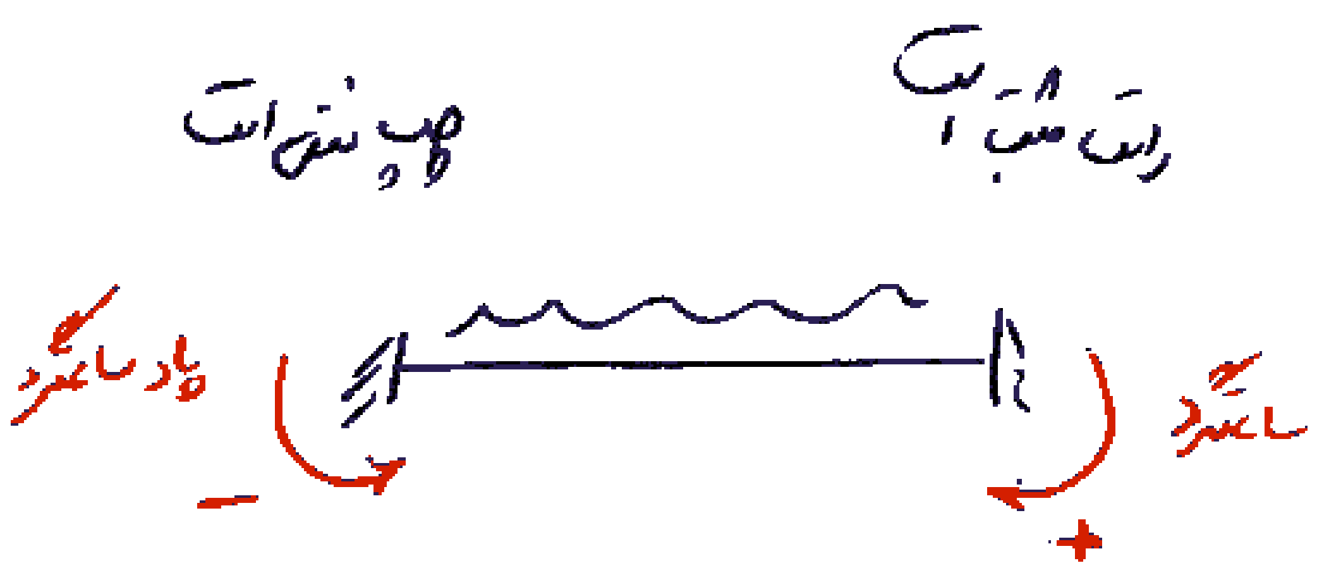
لنگرهای قراردادی ← ساعتگرد همیشه مثبت است



$$\boxed{M_{ij} = \frac{2EI}{l}\left(2\theta_i + \theta_j - \frac{3\Delta}{l}\right) \pm M_{ij}^{f}}$$

↓ از جداول لنگر گیرداری

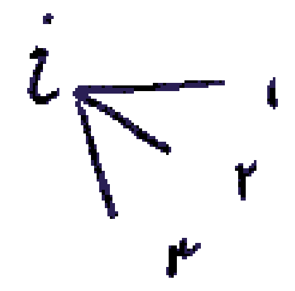
لنگرهای ایجاد شده یا ناشی از ←
- دوران خود آن نقطه است
- دوران نقطه آن سر است (نقطه دور)
- Δ دوران عضو است
- بارهای خارجی است (لنگر گیرداری)


چپ منفی است
راست مثبت است
پاد ساعتگرد
ساعتگرد
−
+

برای ترسیم آن فرمول فوق از لنگر

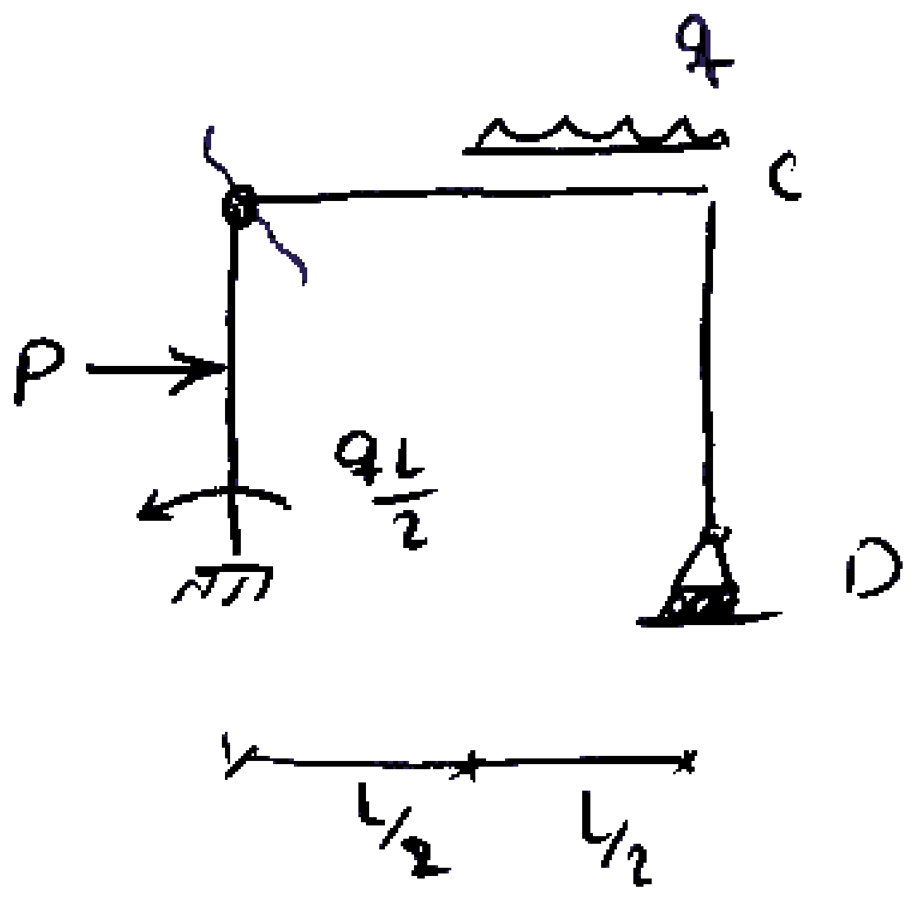
لنگرهای گیرداری را از جداول می‌یابیم سپس با توجه به جهت آنها با جهت قراردادی مقایسه می‌کنیم

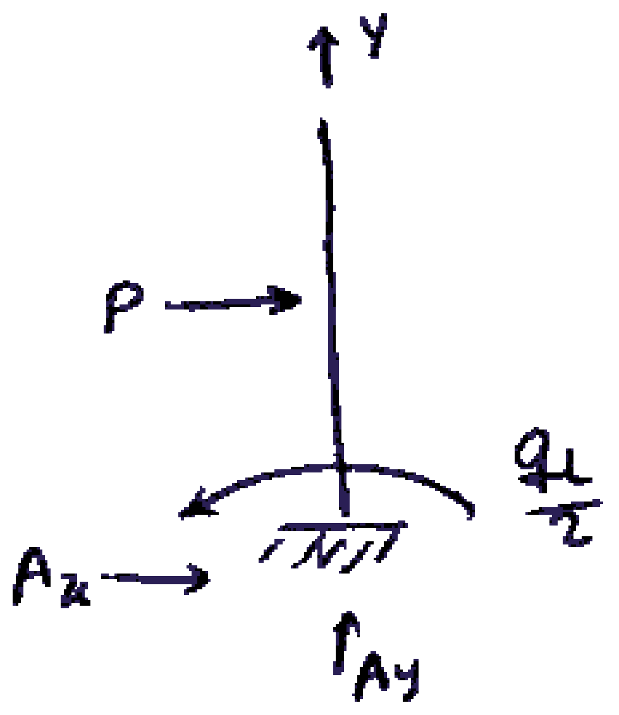
می‌دانیم ← در هر گره‌ای باید تعادل لنگر برقرار شود



$\Sigma M_i = 0 \qquad M_{i1} + M_{i2} + M_{i3} = 0$

$\frac{T.50}{P.36}$) غالباً به وسط عضو بار وارد شود ← گزینه دوم جواب است. چون در انتهای بار بند دیگر عضو جابجایی نیست.


q
C
P
qL/2
D
L/2
L/2



$\frac{T.14}{P.57}$) تحلیل سازه‌ها معین است.

قسمت سمت راست هیچ عکس‌العمل افقی ندارد ابتدای اتکا هم همینطور

چون هیچ تکیه‌گاهی در ستون‌ها افقی ندارند.

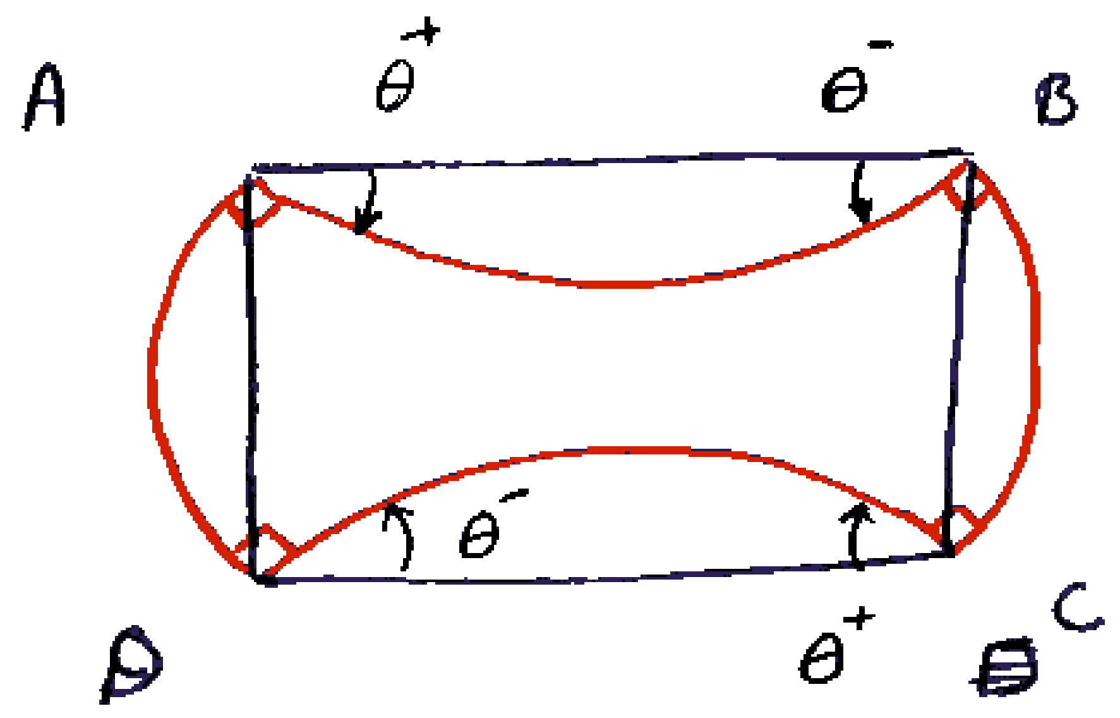
$\Sigma M_A = 0 \qquad \frac{PL}{2} = \frac{qL}{2} \qquad \boxed{P = q}$

$\frac{T.20}{P.57}$) شکل یک سیلو یا یک مخزن است. این شکل برش از مقطع است.

این شکل پایدار متقارن است یعنی تحت اثر همین بار پایدار است و درجه سه گانه است.

حلقه بسته است.

$\boxed{\text{اصل تقارن}}$



تمرکز تنش در زیر بار به اندازه عمق صفحات ضخیم خواهد بود.

چون طول و شدت بار AB بیشتر است لذا خمیدگی بیشتری دارد

چرخش‌هایشان مساوی است به دلیل تقارن. با توجه به ساعتگرد منفی و مثبت‌ها تعیین می‌شوند.

پس اگر یک گره بنویسیم حل است.

اگر سیلو به دیوار از طرف وارد شود لذا لنگر گیرداری در A مثبت بود

$$M_{AB} = \frac{2EI}{4}(2\theta - \theta + 0) - \frac{2*4^2}{12}$$

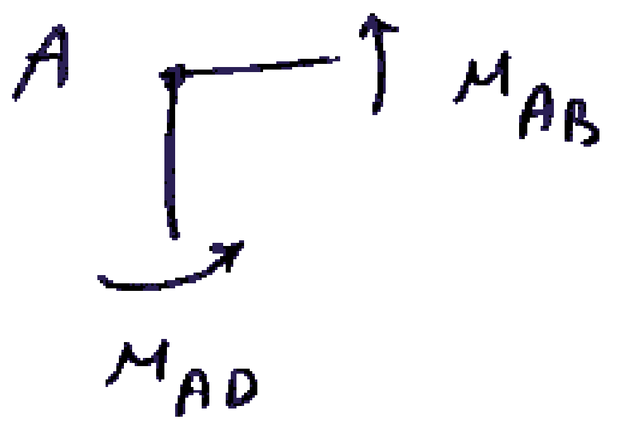
چون صفر است

$$M_{AD} = \frac{2EI}{2}(2\theta - \theta) \textcircled{+} \frac{2*2^2}{12}$$

در اینجا A مثبت است.

به EI ها توجه کن

۲ به علامات خیلی دقت کنید



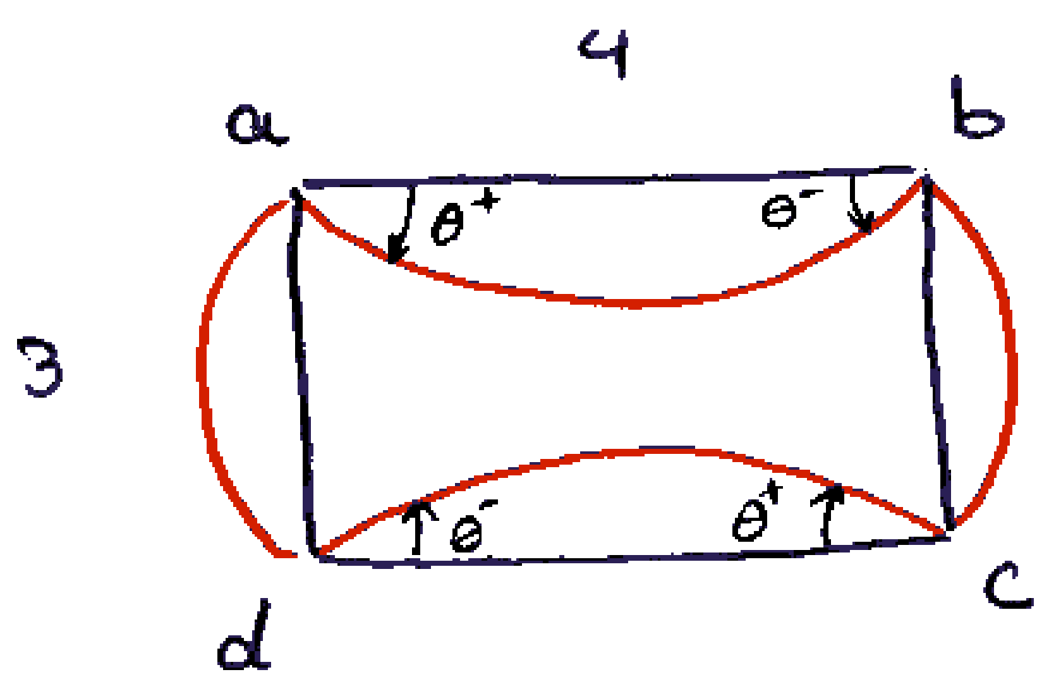
$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow M_{AB} + M_{AD} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{EI\theta}{2} + EI\theta = \frac{28}{12} \rightarrow \boxed{EI\theta = \frac{14}{9}} = 1.56$$

جایگذاری می‌کنیم $\rightarrow$

$$M_{AB} = 0.5 * 1.55 - \frac{8}{3} = -1.9$$

لنگر در جهت منفی است.

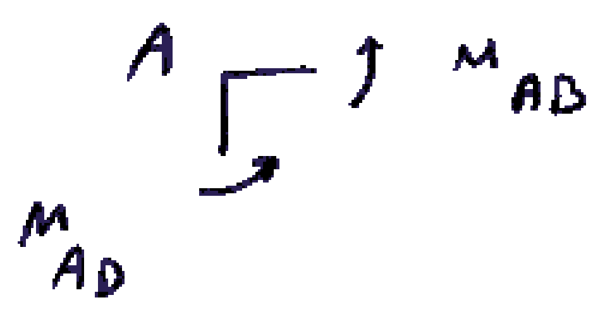


EI یکسان ($\frac{P.117}{T.14}$

$$M_{ab} = \frac{2EI}{4}(2\theta - \theta) - \frac{21*4^2}{12}$$

$$M_{ad} = \frac{2EI}{3}(2\theta - \theta) + 0$$

چون بار خارجی ندارد

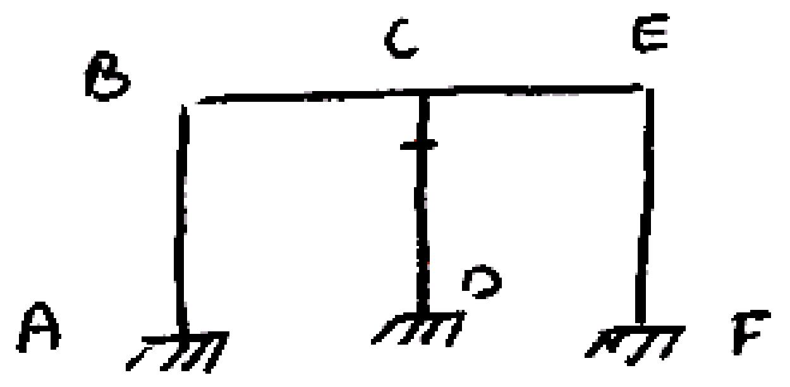


$$\Sigma M_A = 0 \qquad M_{AB} + M_{AD} = 0 \qquad \frac{EI\theta}{2} + \frac{2}{3}EI\theta = 28$$

$$\underline{EI\theta = 24} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} M_{ab} = 0.5 * 24 - 28 = \pm 16$$

چون یک طرف آن از طرف علامت مثبت است و دیگری از طرف علامت منفی است.

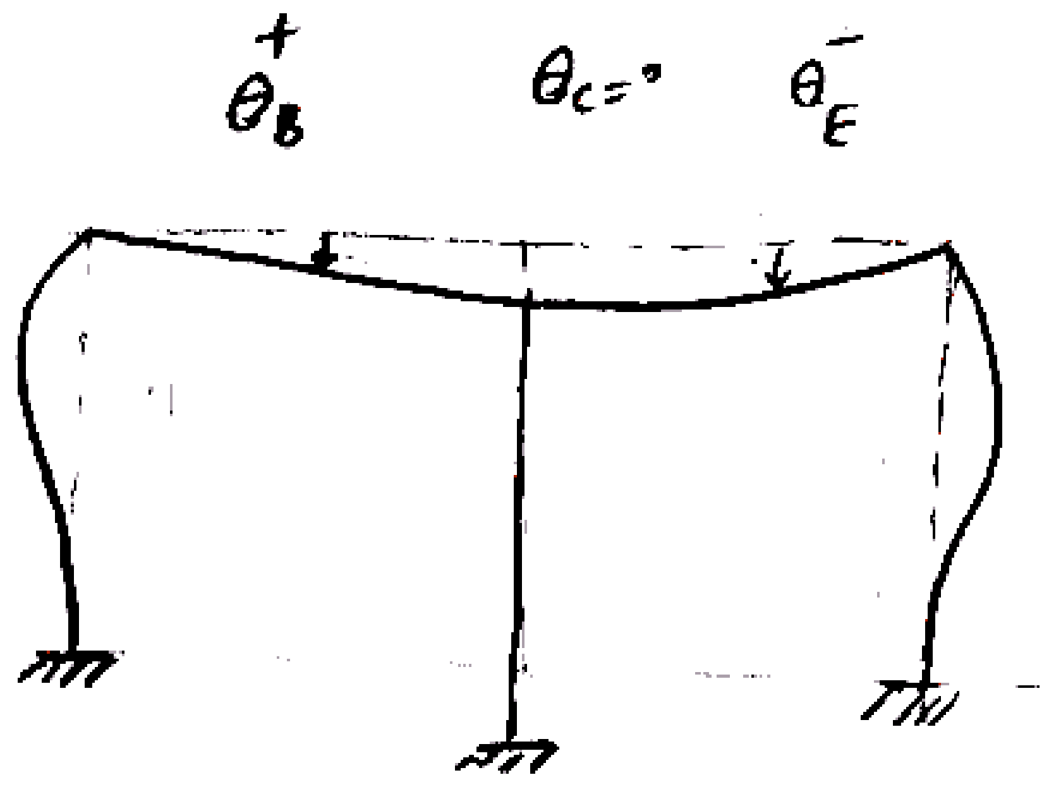
تحلیل Page 44
87.12.4



$\frac{T.13}{P.117}$) از شیب افت حل کنید. نامعین و نشست نامتقارن دارد

خود شکل تقارن دارد. چون تغییر طول محوری نداریم C هم نمی‌تواند پایین بیاید

همیشه در سازه‌ها نامعین تغییر شکل را رسم کنید.



در C، دوران نداریم ولی در B ممکن است دوران داشته باشیم. $|\theta_B| = |\theta_E|$

EI ها ثابت

$$M_{BC} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta + 0 - \frac{3*1}{L}\right) + 0$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}(2\theta + 0 - 0) + 0$$

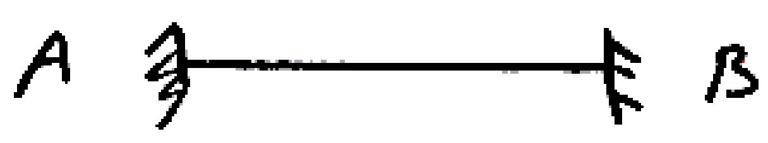
جهت نشست هم با توجه به ساعتگرد بودن مثبت است

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow 2\theta - \frac{3}{L} + 2\theta = 0 \rightarrow 4\theta = \frac{3}{L} \rightarrow \boxed{\theta = \frac{0.75}{L}}$$

$\xrightarrow{\text{جاگذاری}}$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{L}\left(2\frac{*0.75}{L} - \frac{3}{L}\right) = \frac{4EI}{L}\left(\frac{0.75}{L}\right) - \frac{3}{L} * \frac{2EI}{L} = \frac{-3EI}{L^2}$$

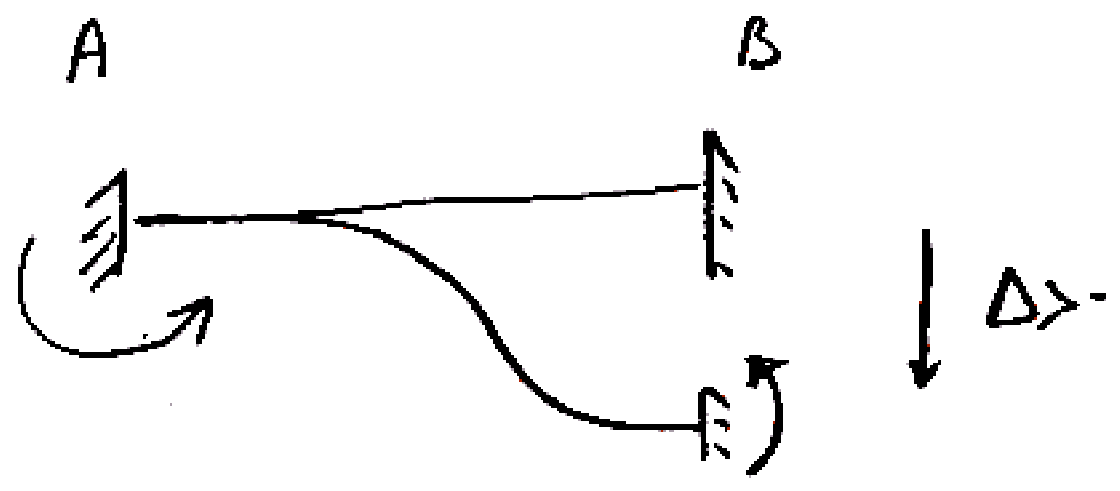
در اینگونه سوالات اگر دو سر تا حرکت داشتند اختلاف کل آنها را Δ بگیرید و منطقی یکی را حرکت دهید و دیگران را ثابت بگیرید



$\frac{P.44}{T.15}$) درست مثل جابجایی هر سر تا حرکت داشتند اختلاف کل آنها را Δ بگیرید و فقط یکی را حرکت دهید و دیگران را ثابت بگیرید

شیب افت را وقتی استفاده کنید، فقط یک معادله و یک مجهول داشته باشد.

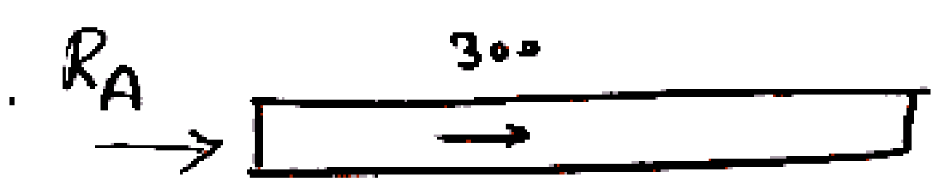
جهت نشست با توجه به ساعتگرد بودن مثبت است



چون فقط نشست داریم و بار خارجی نداریم ← $\theta = 0$ ، $F.E.M = 0$

$$M_{AB} = \frac{2(4EI)}{L}\left(-\frac{3}{L} * \frac{1}{6EI}\right) = -\frac{4}{L^2}$$

گزینه چهار است. چون باید غیر هم علامت باشد



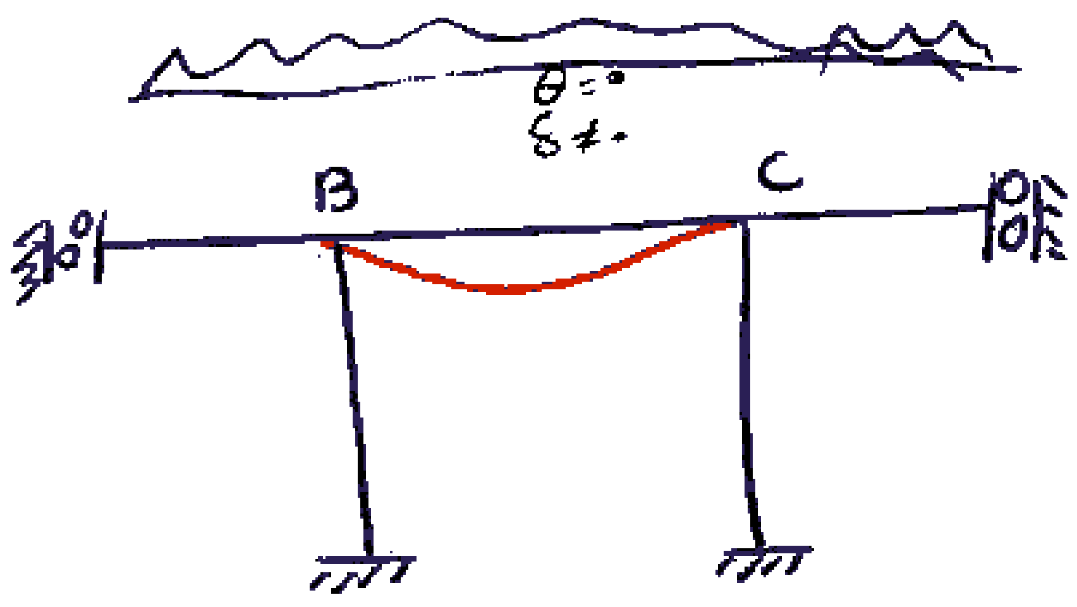
$\frac{T.16}{P.72}$) اگر فقط P_2 بود به نسبت سختی‌هایشان تقسیم می‌شد. به کمک نصف P_2 با روش حل سوپرپوزیشن داریم

$$\text{فنر } \Delta = \frac{PL}{AE} \rightarrow k = \frac{AE}{L}$$

$$R_A = \frac{k_{R_A}}{\Sigma k} P_1 + \overset{\curvearrowright P_2 \text{ از}}{150} = \frac{1/0.3}{\frac{1}{0.3} + 1/0.7} * 300 + 150 = 360$$

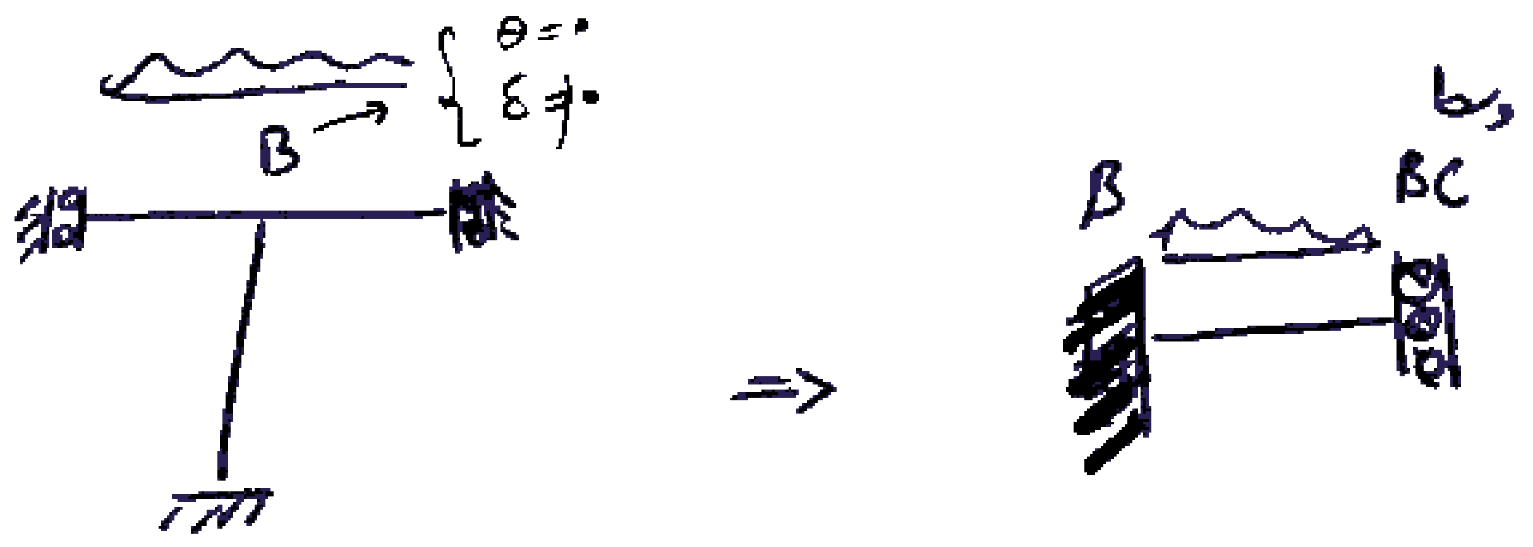
گزینه دوم جواب است.

$\frac{T.18}{P.72}$) بحث تقارن است



با توجه به تغییر شکل سازه می‌توان در وسط دهانه BC یک مفصل برشی گذاشت

چون θ=0 و فقط Δ دارد.



سازه جدید هم متقارن است. که در نقطه B داریم $\left\{\begin{matrix}\delta=0\\ \theta=0\end{matrix}\right.$

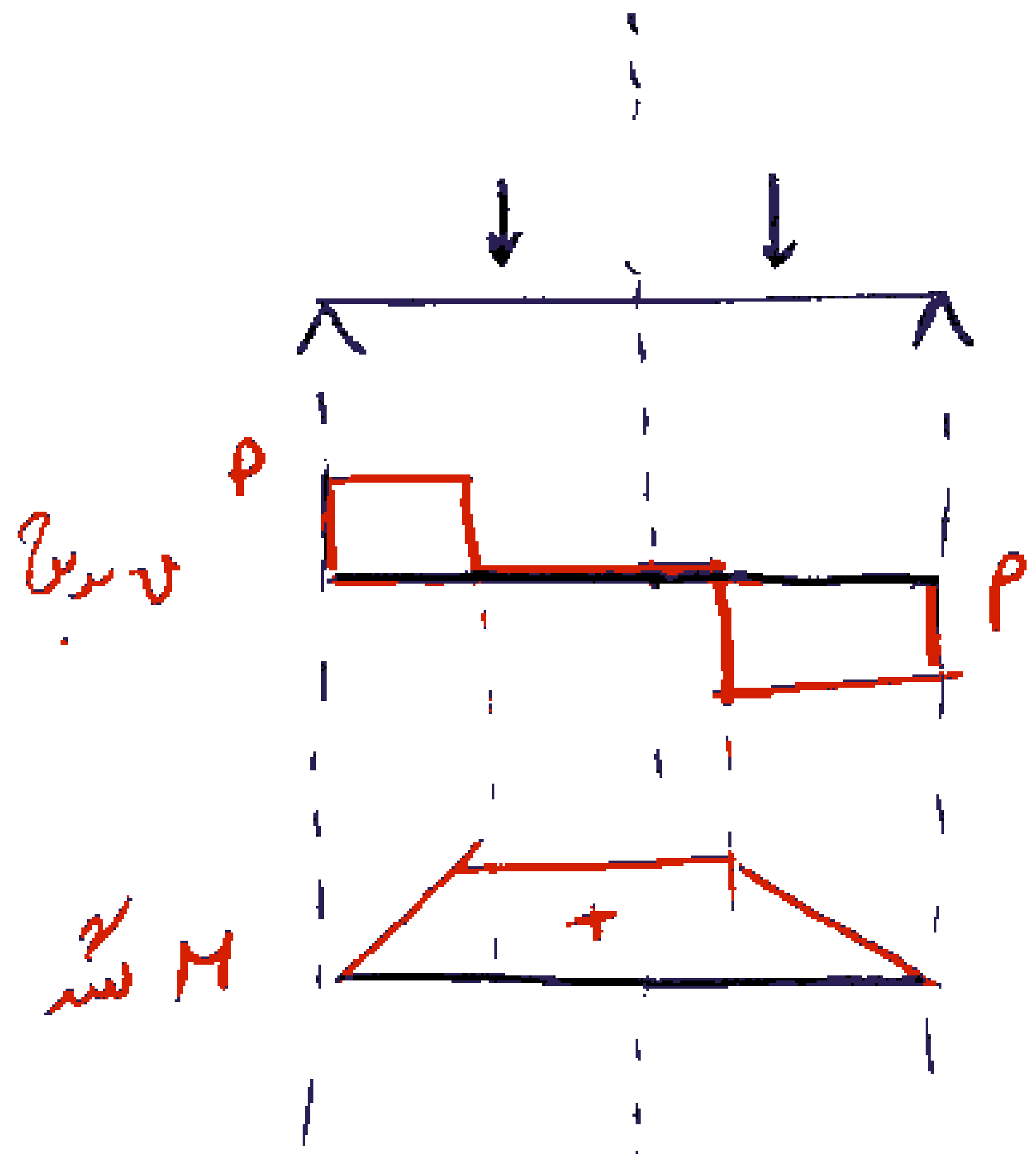
به شکل جدید می‌رسیم و [illegible] حل

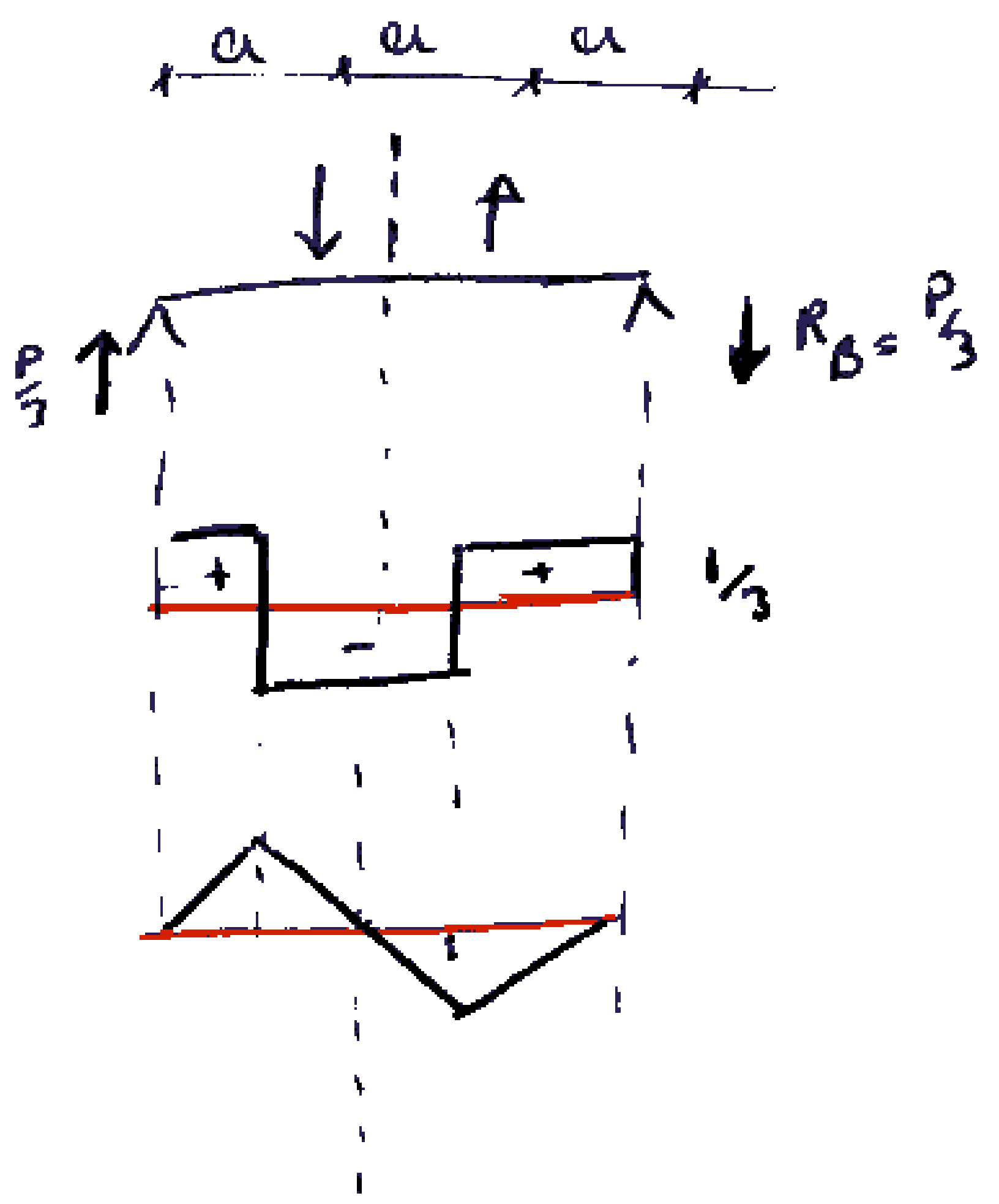
$M_B = \frac{qL^2}{6}$

نکته: وقتی تغییرشکل (دوران) یا شیب به اندازه معین در سازه اتفاق افتاد:

یا صفر است ← که حالتهای خاص می‌باشد > سازه معین / نامعین ...

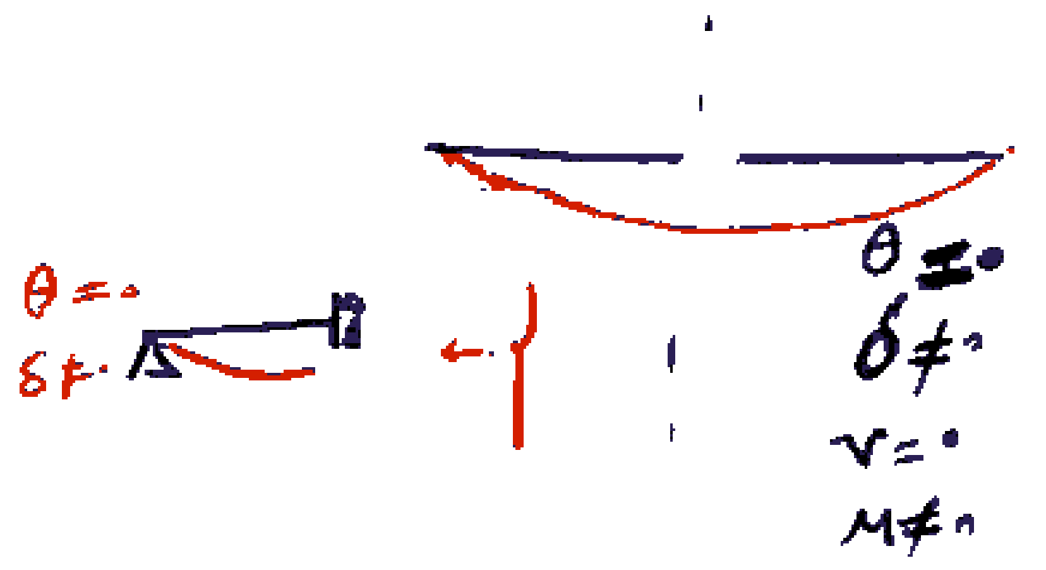
اگر صفر نشد ← حتماً روش شیب افت است



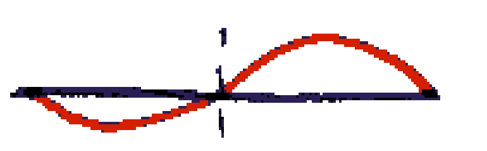


محور تقارن

محور پادتقارن



θ≠0
δ≠0
V=0
M≠0



$\left.\begin{matrix}\theta\neq0\\ \delta=0\\ V\neq0\\ M=0\end{matrix}\right\}$

در وسط نقطه عطف است

می‌توان یک مفصل ساده هم در نظر گرفت

ضرایب اصلاح سختی

برای حالت تقارن = 1/2

برای حالت پادتقارن = 3/2

برای حالت مفصلی = 3/4

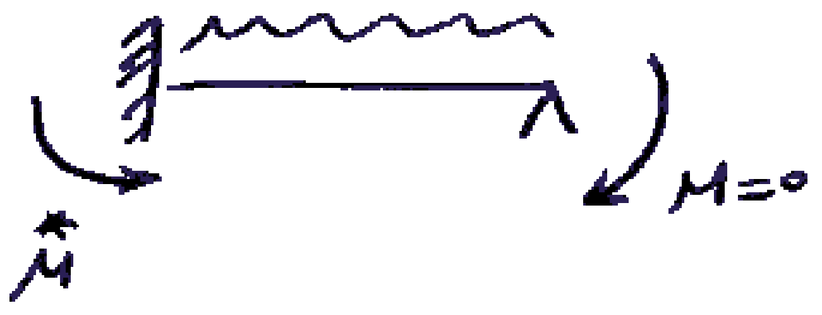
پادتقارن یعنی ضد تقارن

رابطه شیب افت وقتی که یک انتها مفصل است

$$M_{ij} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_i - \theta_j - \frac{3\Delta}{L}\right) \pm M_{ij}^F$$

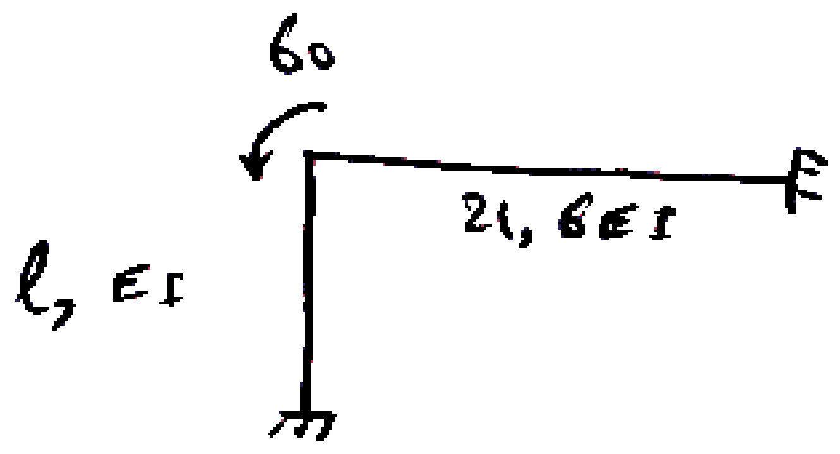
اصلاح شده

$$\xrightarrow{} \quad M_{ij} = \frac{3EI}{L}\left(\theta_i - \frac{\Delta}{l}\right) \pm \overset{*}{M}{}_{ij}^F$$



یعنی گیردار تبدیل به مفصل شده شکل‌های ۱۲، ۱۳، ۱۴ جدول.

این روش اصلاح شده مدت کار شما را خیلی زیاد خواهد کرد



$\left(\frac{T.55}{P.23}\right.$

نامعین است ← سراغ جدول می رویم ← نداریم.

یا شیب افت است
یا پخش لنگر است
} ← اگر دو تا شود ← پخش لنگر سریعتر است

لنگر به نسبت سختی ها پخش می شود

روش پخش لنگر

یک روش تغییر مکان برای تحلیل سازه ها نامعین است که از روش شیب افت مشتق شده است

خود شیب افت از روش تیر مزدوج استخراج شده است.

اگر θ ها مشخص باشد کار ما مشخص است ← شیب افت است

اگر هم شیب افت بود و هم پخش لنگر ← پخش لنگر سریعتر است چون حل شیب افت دوباره برمی گردد

مراحل

۱- لنگر نامتعادل گره محاسبه می شود

اگر چند تا بار بود ← سوپرپوزیشن [همه را هم در جداول داریم]

۲- لنگر نامتعادل گره به نسبت سختی خمشی ($\frac{EI}{L}$) بین اعضا تقسیم می شود. مثل آن که گوشش را بکشی ← لنگر انتهای نزدیک

۳- در حالتی که یک انتها مفصل باشد متقارن یا پاد متقارن باشد ضرایب اصلاح نیز در سختی ضرب می شوند

۴- با اعمال ضریب انتقال ½ لنگرهای انتهای نزدیک به انتهای دور منتقل می شوند

$$M_{BA} = \frac{k_{BA}}{\sum k} M_0$$

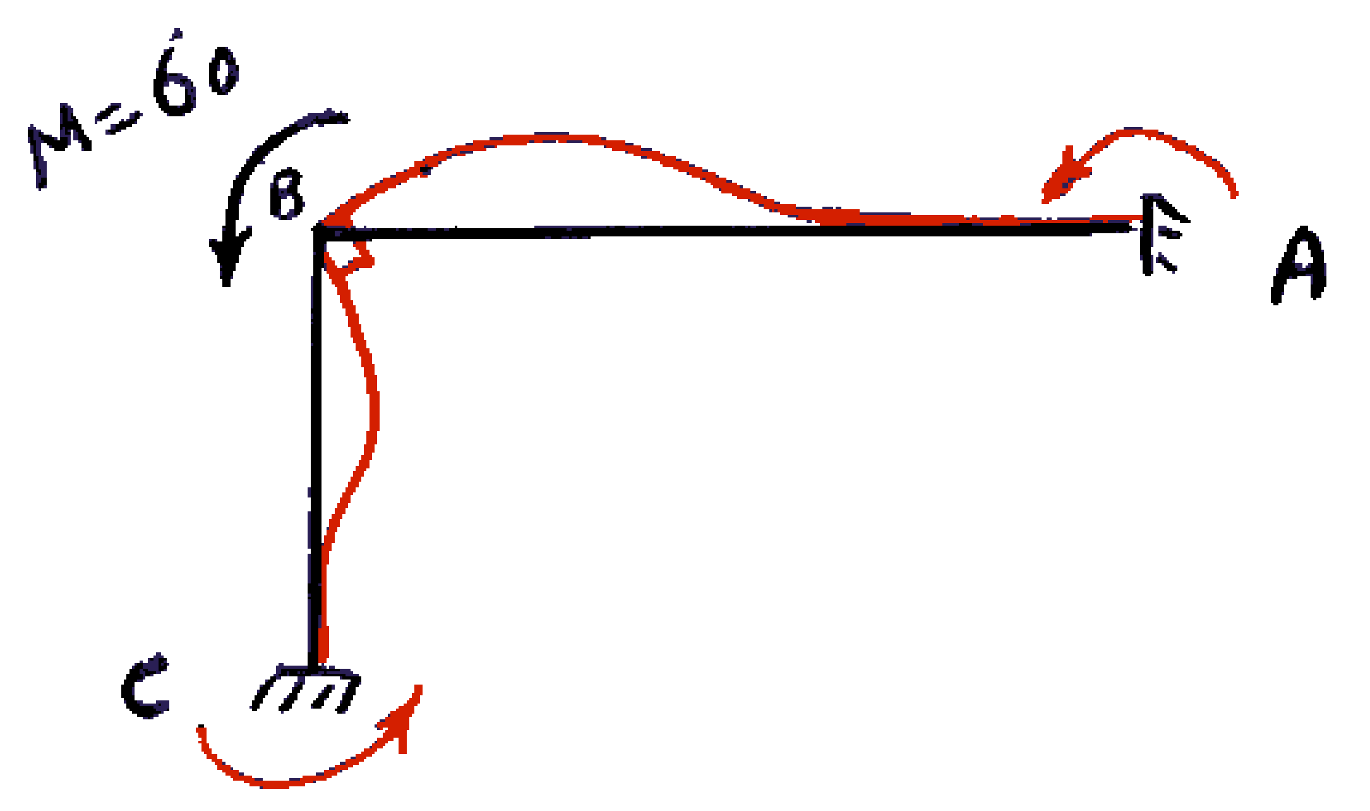
$$M_{BA} = \frac{2EI/6L}{\frac{2EI}{6l} + \frac{EI}{l}} 60 = 15$$ لنگر انتهای نزدیک B در عضو BA

$\longrightarrow M_{BC} = 60 - 15 = 45$ انتهای نزدیک B در عضو BC

½ = ضریب انتقال

انتهای دور $M_{AB} = \frac{1}{2} * M_{BA} = \frac{1}{2} * 15 = 7.5$

انتهای دور $M_{CB} = 45 * \frac{1}{2} = 22.5$



اتصال پادساعتگرد می‌چرخد تحت اثر لنگر 60 در جهت آن

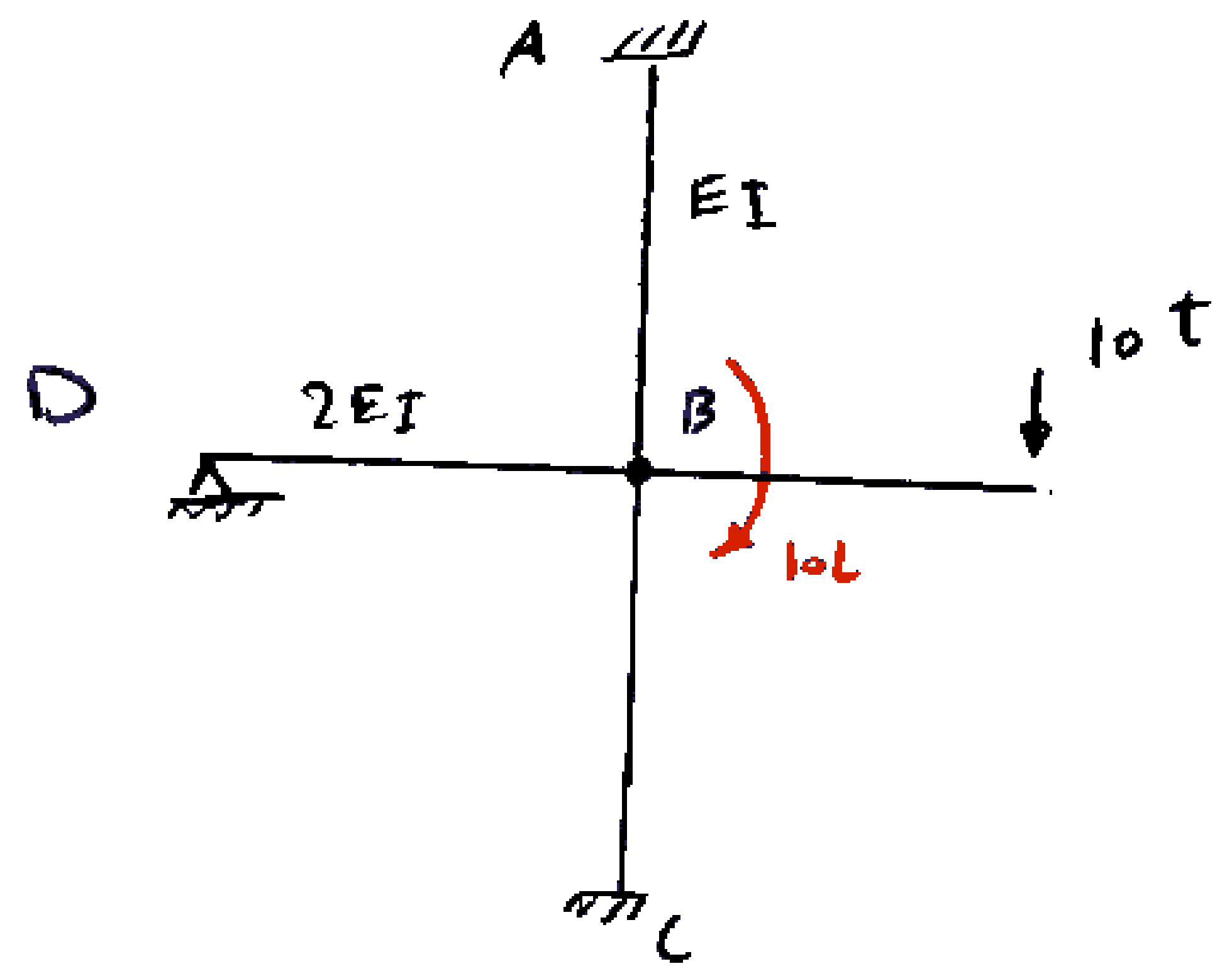
با توجه به تغییر شکل سازه لنگرهای مورد نظر را تعیین علامت می‌کنیم

M_A پادساعتگرد ← منفی است

M_C پادساعتگرد ← منفی است

گزینه الف جواب است

$M_{BC} = M_{BA}$ < $M_{CB} < M_{BC}$, $M_{AB} < M_{BA}$ البته بدون حل می‌شود به جواب رسید



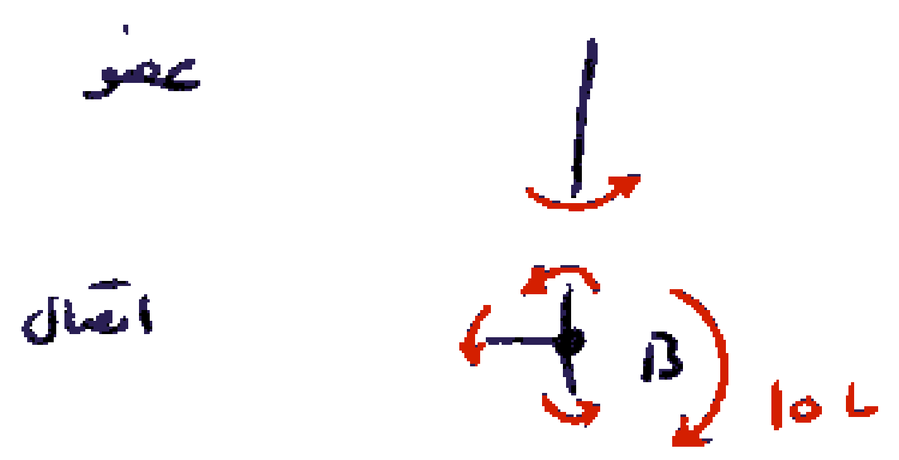
(P.71 / T.13

عضو طره را حذف می‌کنیم و اثر آن را روی گره می‌گذاریم (این سری معادلات را مطالعه حتماً بکنید)

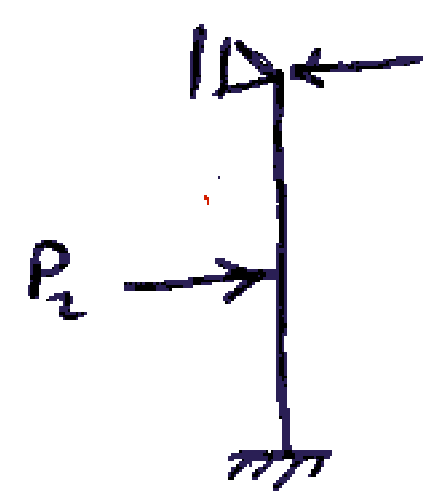
$\overrightarrow{M_B} = 10 * l = 10 l$ ساعتگرد   لنگر گره

لنگر نزدیک B $M_{BA} = \frac{I/l}{I/l + I/l + \frac{2I}{l} * \frac{3}{4}} (10L) = \frac{20}{7} l$

چون انتهای مفصلی دارد در D



انتهای نزدیک A $M_{AB} = \frac{20}{7} L * \frac{1}{2} = \frac{10}{7} l$



(P.77 / T.14

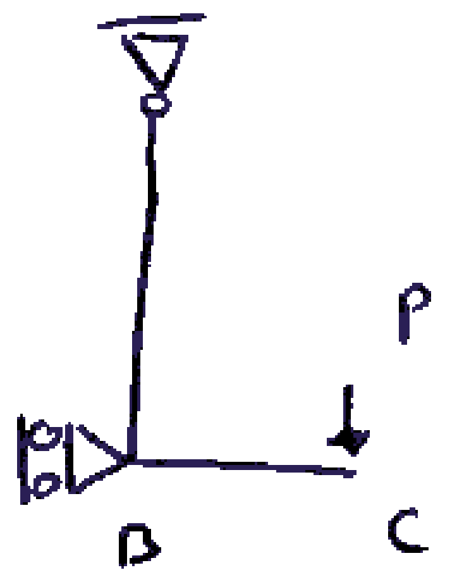
نکته

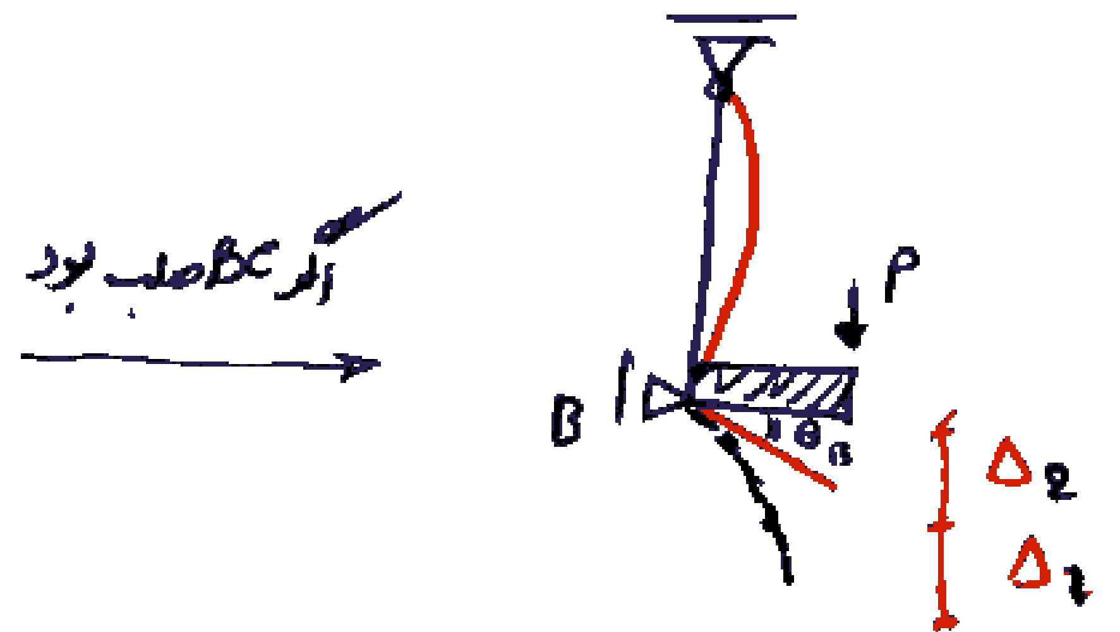
شکل شماره 12 جدول دقیقاً مثل روبروست

$\delta_A = 0$ چون در تقاطع ستاره گفته است

آنالیز را درست حل نکنیم باید دوبار تکرار کنیم [illegible]

همیشه با توجه به مسئله δ و θ را پیدا کنید و سپس به جدول مراجعه کنید





(T.22 / P.169

θ خواهیم از جداول حل کنیم

$\Delta_1 \rightarrow$ شماره یک جدول

$\Delta_2 \rightarrow \Delta_2 = \theta_B * L$ دو سر مفصل یا یک گیردار یک مفصل

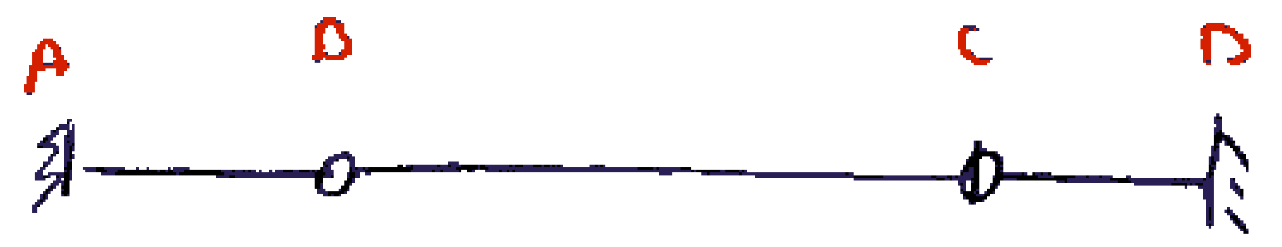
↓ شماره ۲۲ [illegible]

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = \frac{PL^3}{3EI} + \left[\underbrace{\frac{\overset{\text{لنگر}}{(P*L)} \overset{\text{دهانه}}{(2L)}}{3EI}}_{\theta_B} \right] * L = \frac{PL^3}{EI}$$

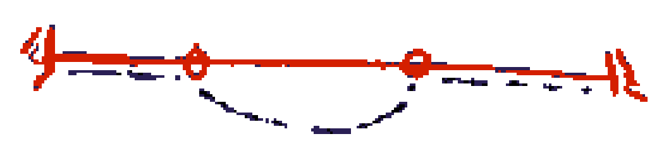
$M = P*L$

جلسه Page 48

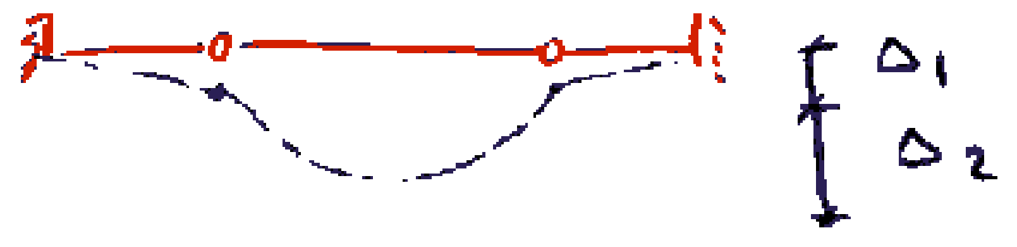
87.12.9

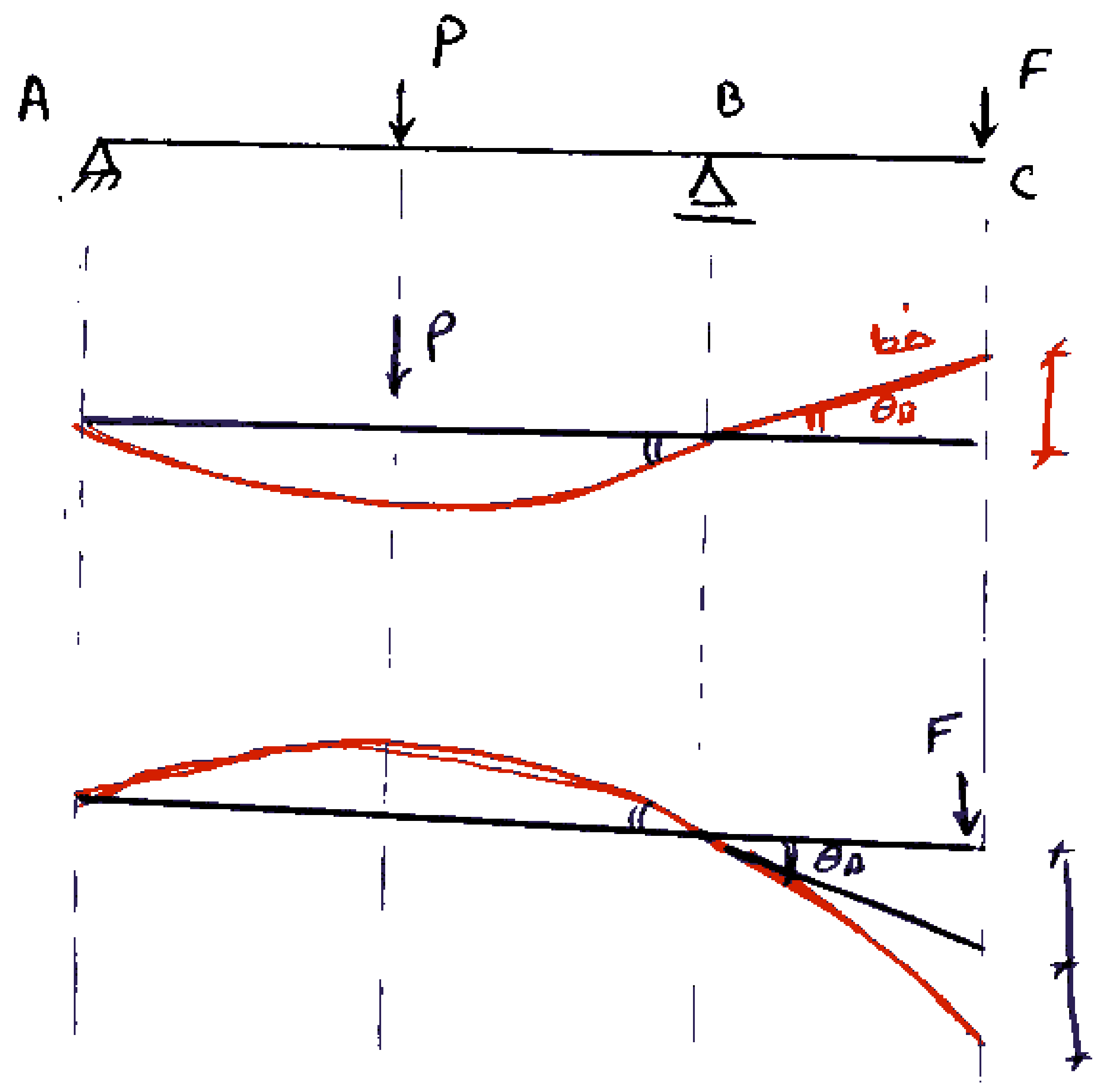


AB و CD صلب باشند



صلب باشد





$\Delta_C = \theta_B * a =$
شکل

T.17 / P.168 (شکل تغییر شکلهای سازه را برای هر بار به صورت حداکثر ترسیم می‌کنیم.

$$\Delta P = \Delta_1 F + \Delta_2 F$$

شماره ۲۴

$\Delta_2 F = \theta_B \cdot a$ → انگار تیر صلب باشد

$\Delta_1 F =$ شکل یک کتاب

شکل ۵ کتاب $\longrightarrow$

$$\theta_B = \frac{PL^2}{16EI} = \frac{P(2a)^2}{16EI} = \frac{Pa^2}{4EI} \rightsquigarrow \Delta_C = \frac{Pa^2}{4EI} * a = \frac{Pa^3}{4EI}$$

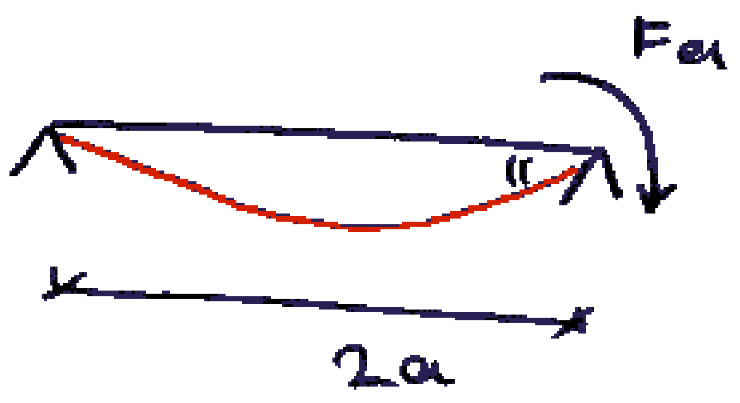
شکل ~~20~~ $\longrightarrow$

$$\Delta_1 F = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{Fa^3}{3EI}$$

شکل 22 $\longrightarrow$

$$\Delta_2 F = L * \frac{ML}{3EI} = \left(\frac{(Fa)(2a)}{3EI}\right) a = \frac{Fa^3}{3EI}$$

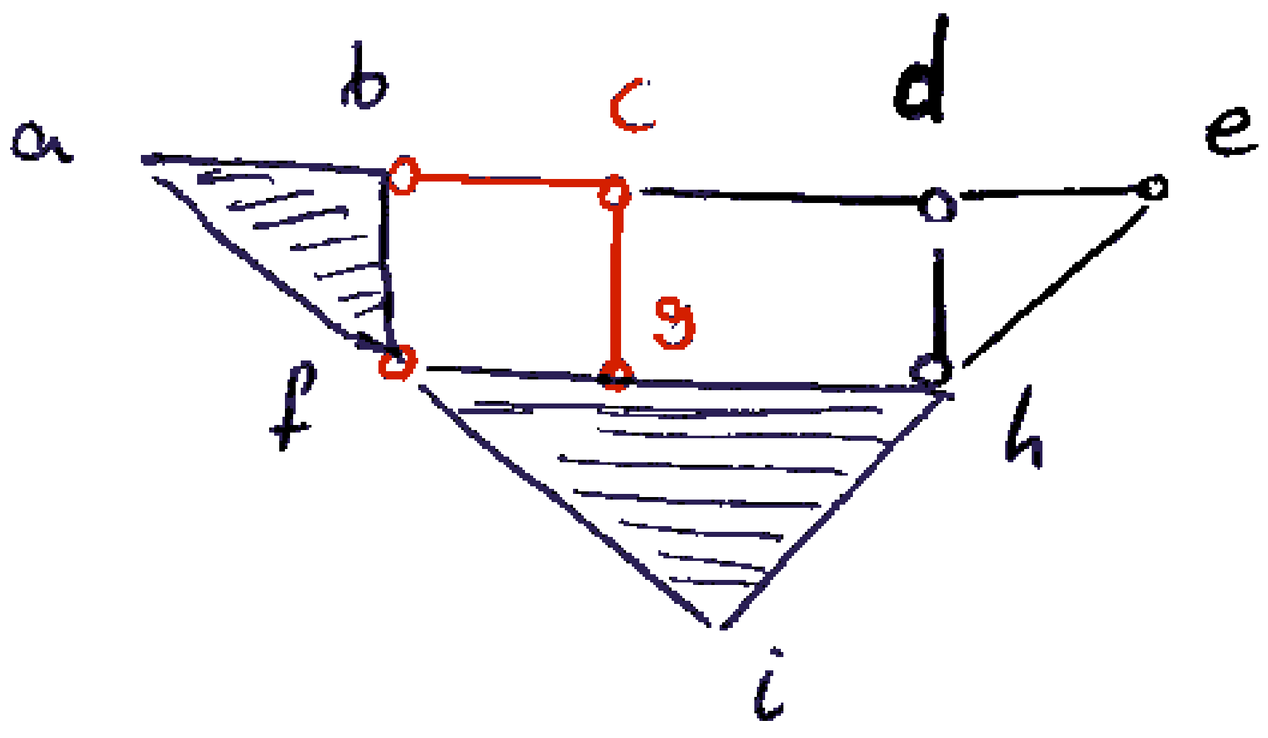
M [illegible]



$$\frac{P}{4} = F \qquad \boxed{\frac{F}{P} = \frac{1}{4}}$$

T.18 / P.168 (از روی مثلث مبنا ← مثلث پایدار abf
fhi خود پایدار

} با دو عضو bc و cg به هم وصل شده‌اند ← با دو عضو cd و dh به هم وصل شده‌اند ← با دو عضو de و eh به هم وصل شده‌اند
با دو قید — دو قید



$\frac{T.21}{P.169}$) تیر ۳ مفصله است خیالمان راحت است که کار مجازی داریم اگر هیچ راهی پیدا نکردیم آخر از این روش استفاده خواهیم کرد

لنگر قطع ← فقط به درد تیر کنسول می‌خورد که آنهم حل شده است

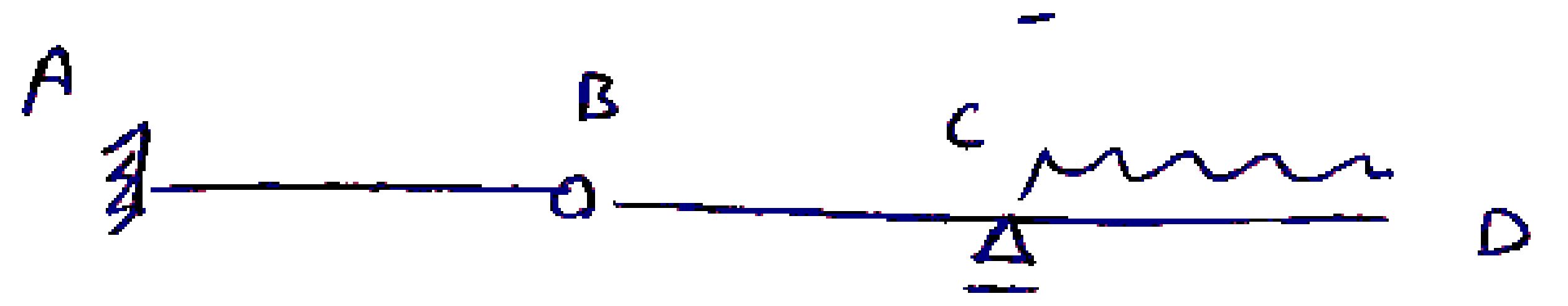
شیب افت ← نه چون معین است

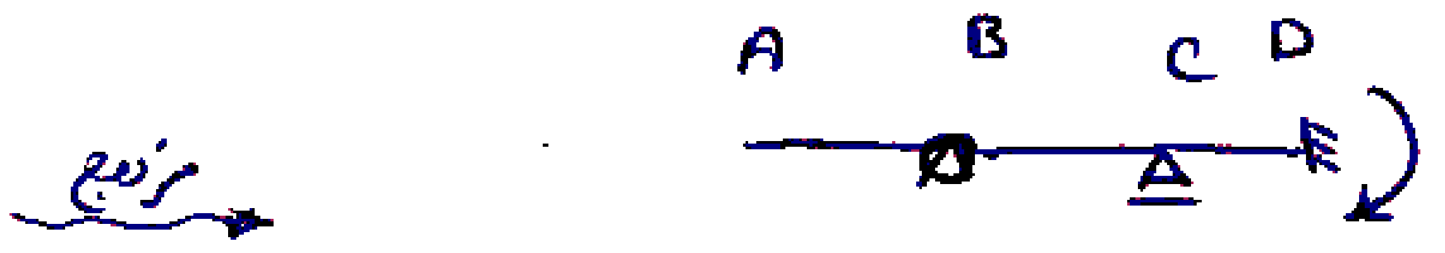
قضایای اتصالی سازگاری به جدول نمی‌خورد.

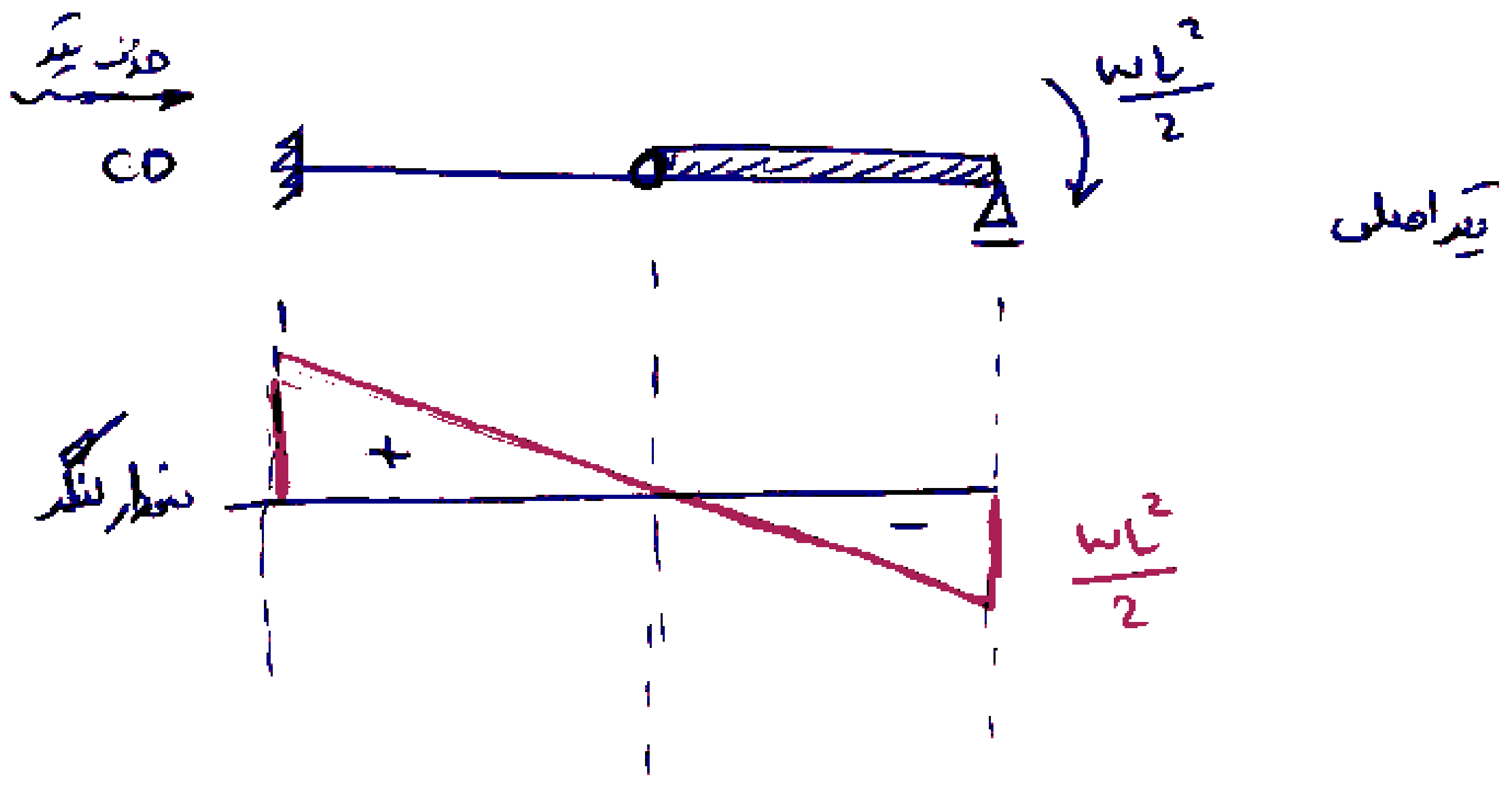
پس فقط تیر مزدوج می‌ماند و کار مجازی

کار مجازی ← اگر شیب بار ثابت باشد ← نشد به درد ما نمی‌خورد ← باید از V' استفاده کرد ←

می‌خواهیم سعی کنیم در تیر مزدوج کار کنیم فقط عضو CD مشکل‌ساز است ← لذا آن را برمی‌داریم و اثرش را به C می‌آوریم





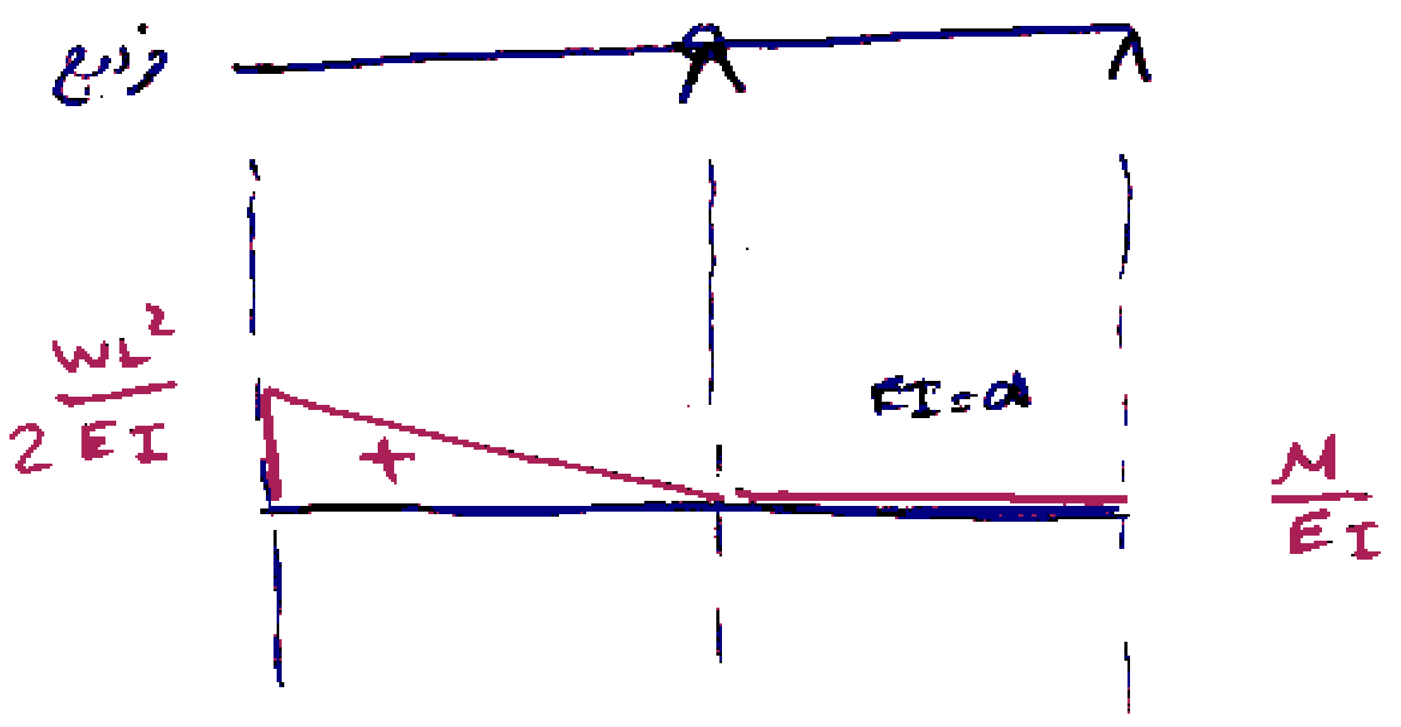

حذف تیر
CD
$\frac{wL^2}{2}$
تیر اصلی
نمودار لنگر
+
−
$\frac{wL^2}{2}$

البته بیشتر می‌توان این قسمت را حذف کرد، هیچ باری در این قسمت مد نظر نباشد.

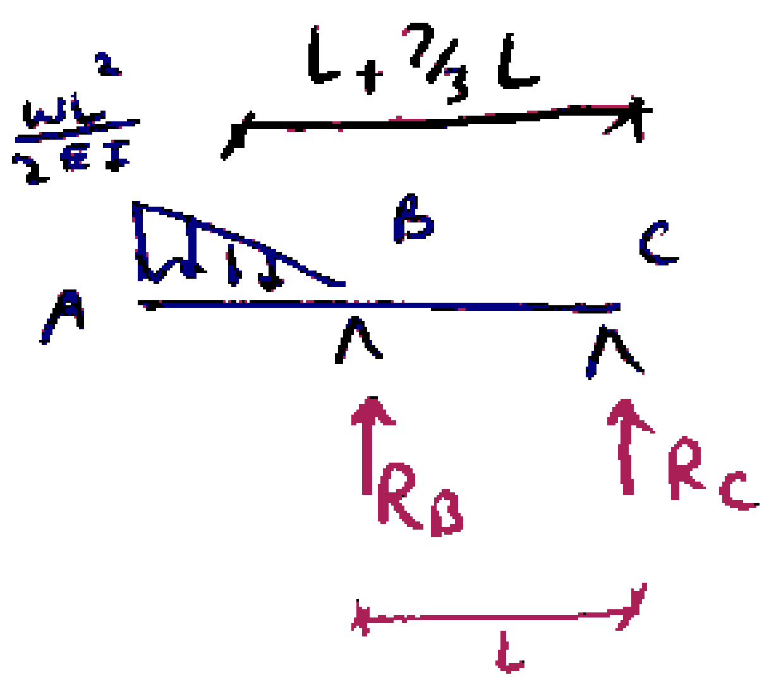
① ابتدا $\frac{M}{EI}$ را بدست آوریم ← نمودار لنگر را بکشیم در تیر اصلی

② $\Delta\theta$ در تیر اصلی = ΔV در تیر مزدوج

حالا می‌رویم سراغ تیر مزدوج نمودار $\frac{M}{EI}$ را در تیر مزدوج بکشیم وقت اثر آن بارگذاری تیر اصلی می‌کنیم


مزدوج
$\frac{wL^2}{2EI}$
+
EI=∞
$\frac{M}{EI}$

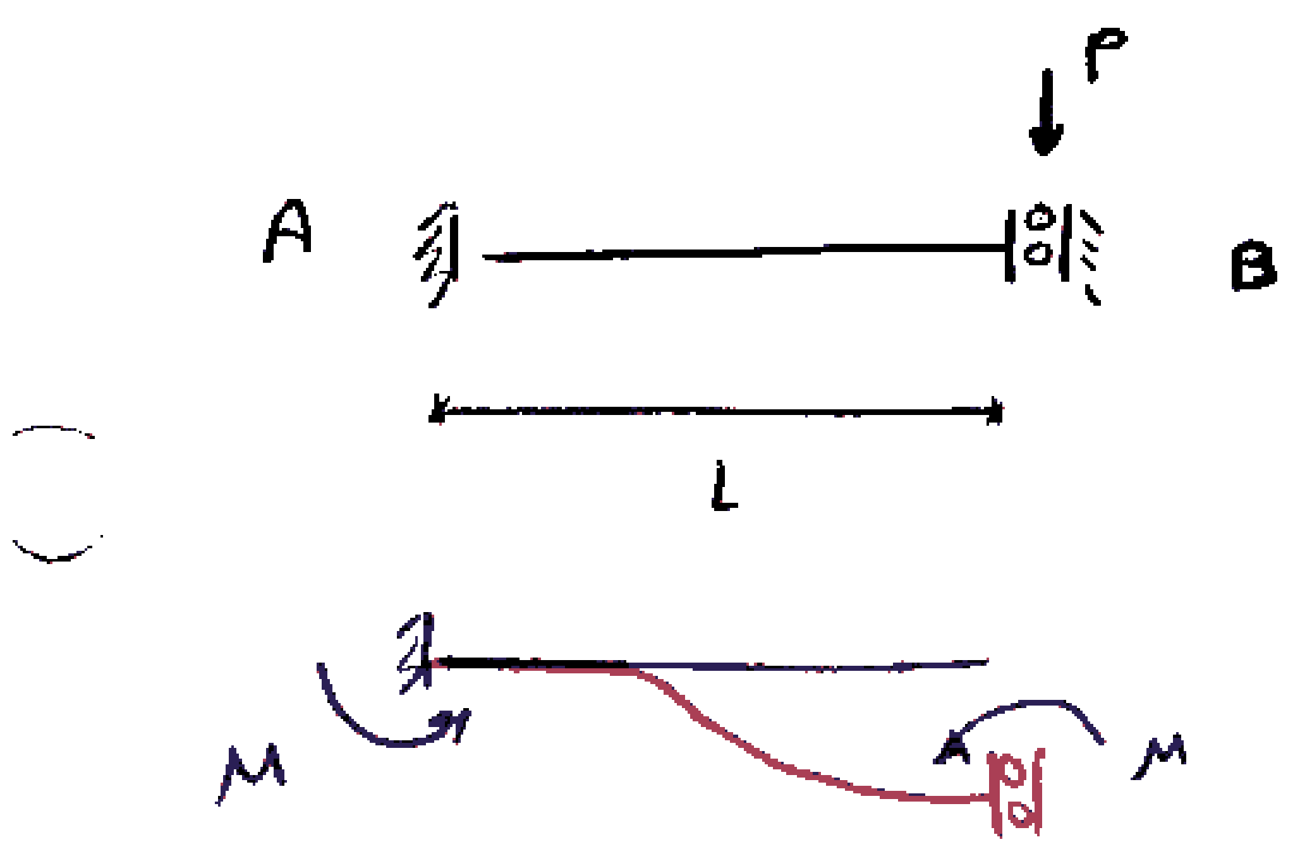
اختلاف برش در نقطه B تیر مزدوج تحت بارگذاری M/EI = $\Delta\theta_B$ در تیر اصلی


$\frac{wL^2}{2EI}$
L + 2/3 L
A
B
C
R_B
R_C
L

اختلاف برش در نقطه B همان عکس‌العمل تکیه‌گاهی در این تیر معین است

$$\left(\frac{wL^2}{2EI}\right) * \frac{l}{2} * \frac{5}{3}l = R_B * l$$

$$\boxed{R_B = \frac{5}{12}\frac{wL^3}{EI}}$$



$\left(\frac{P.190}{T.59}\right.$ درجدول اضافه کرده‌ایم

با اطلاعات خود سالم این تیرک تیر معین است . چون گفته درهریک از تکیه‌گاهها

پس معنی لنگر هر دو سر مساوی است.

$\Sigma M_A = 0$

$PL = M + M \rightsquigarrow \underline{M = \frac{PL}{2}}$

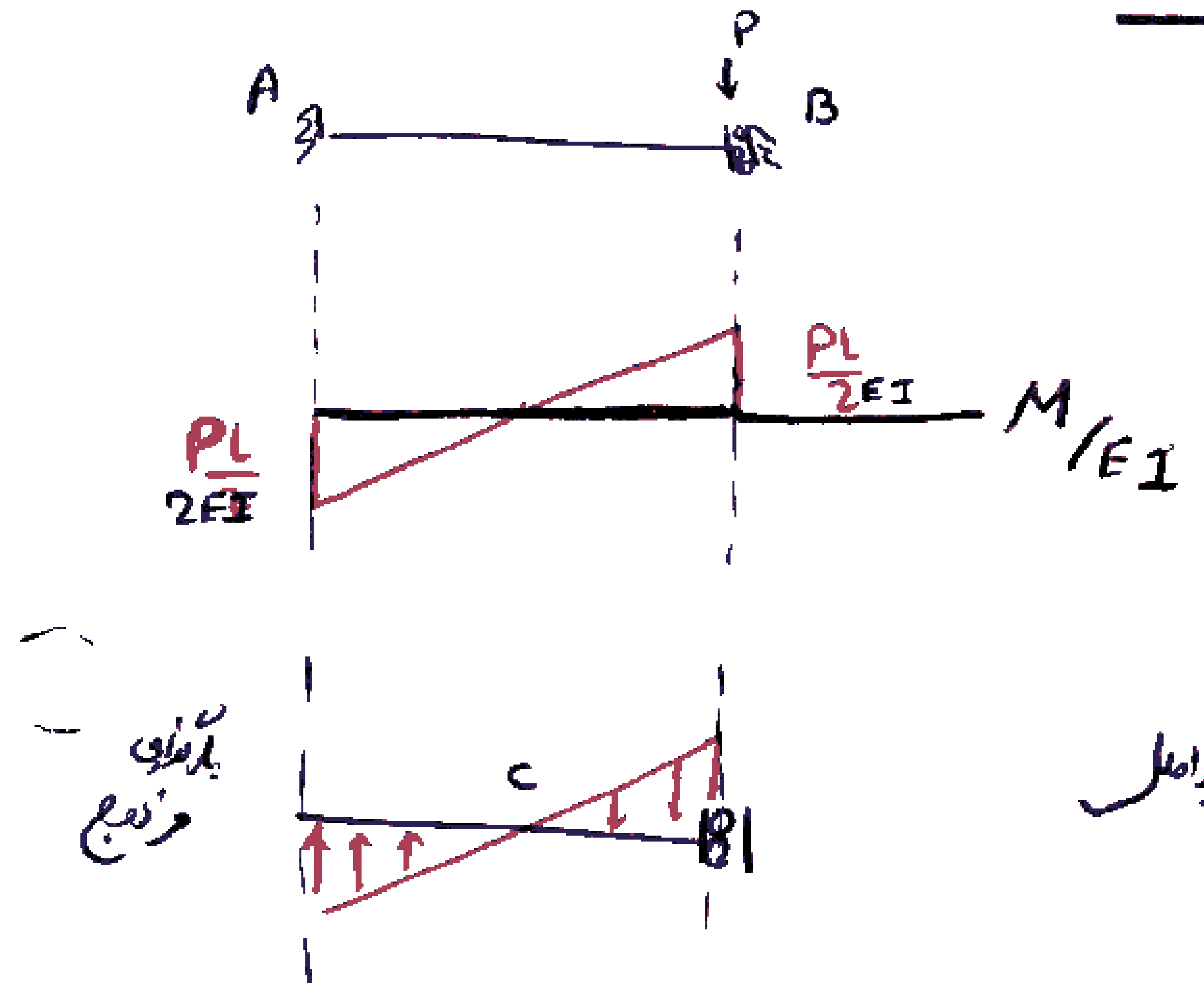
$\left(\frac{T.23}{P.170}\right.$

سازه نامعین ← باید توان شیب لنگر باشد

نحوه لنگر شیب ← چون θ صاف نمی‌کند

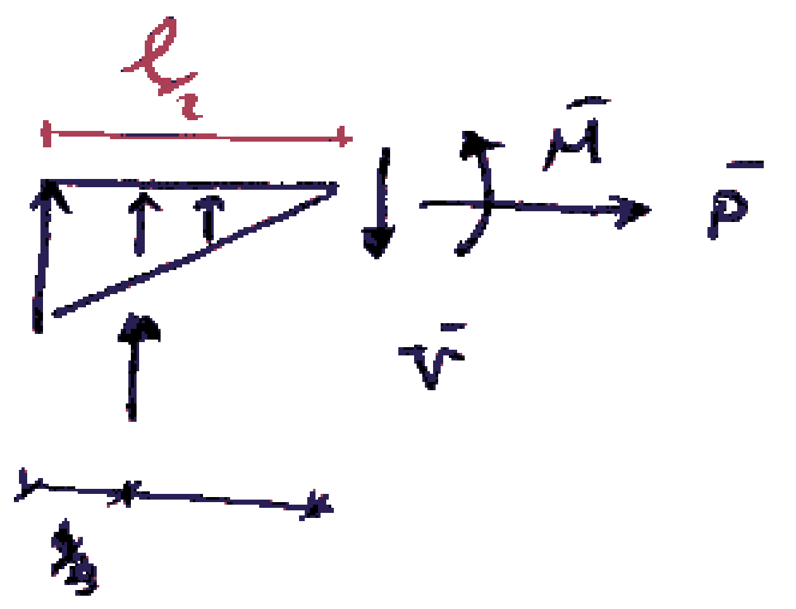
کار مجازی ← چون سازه معین است نمی‌توانیم

فقط تیر مزدوج ← اگر بتوانستیم یک لنگری آنا بگذاریم جواب می‌دهد



P
A
B
$\frac{PL}{2EI}$
$\frac{PL}{2EI}$
M/EI
بارگذاری مزدوج
C
B

دوران $\theta_c = \bar{V}_c$ مزدوج $=$



$\frac{l}{2}$
$\bar{M}$
$\bar{P}$
$\bar{V}$

$\bar{V} = \frac{PL}{2EI} * \frac{l}{2} * \frac{1}{2} = \frac{PL^2}{8EI}$

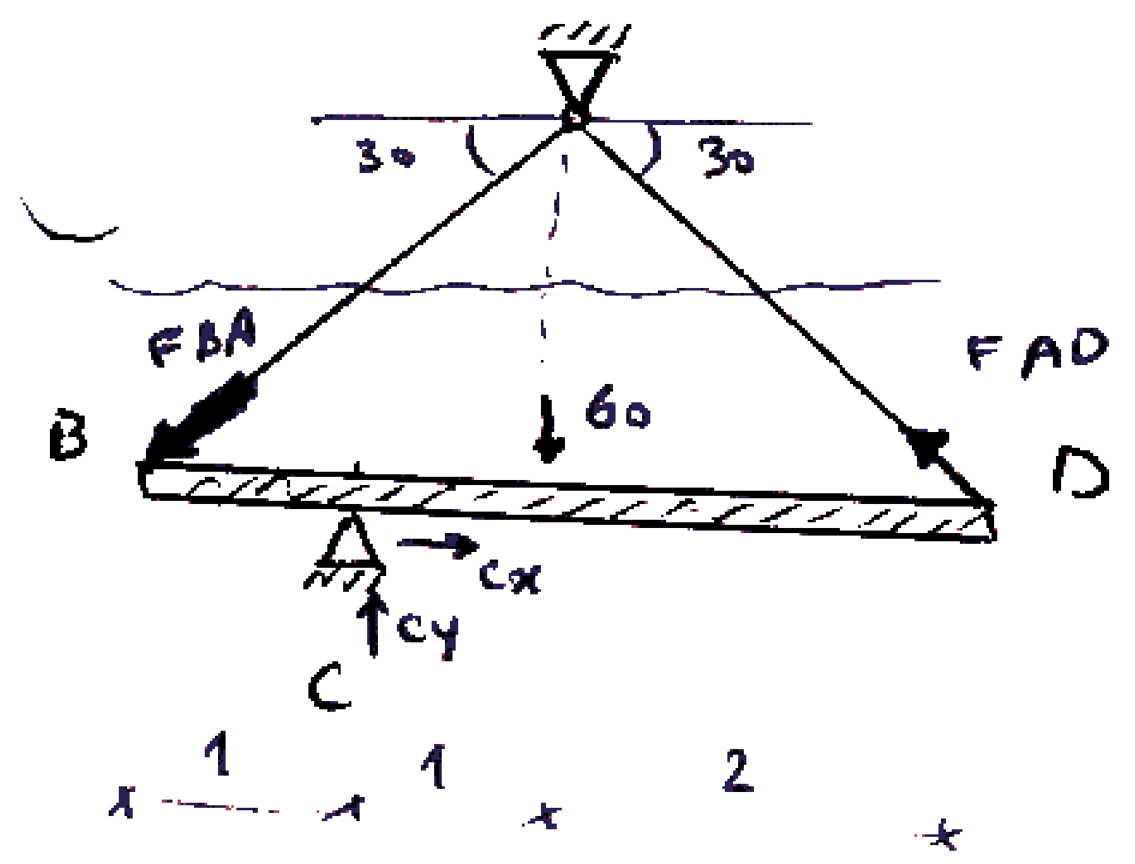
$\delta_c = ?$ ممان است $\rightsquigarrow \frac{PL^2}{8EI} * \frac{2}{3}\frac{L}{2} = \frac{PL^3}{24EI}$

$\delta_{max} = \delta_B = \frac{PL^2}{8EI}\left(\frac{2}{3}\frac{L}{2} + \frac{L}{2} - \frac{1}{3}\frac{L}{2}\right)$

$$\boxed{\delta_{max} = \frac{PL^3}{12EI}}$$

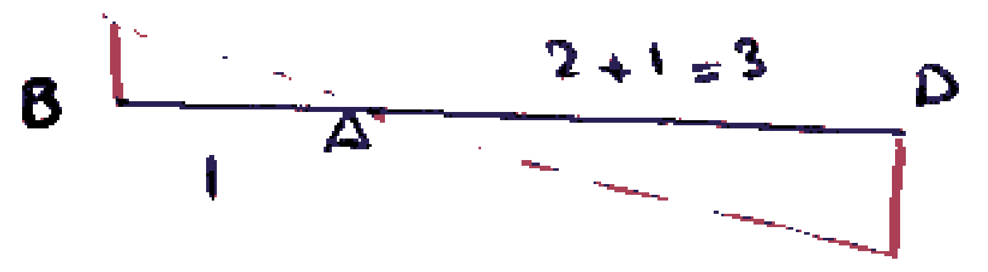
$\left(\frac{T.19}{P.169}\right.$ خیابانی D و B را تکیه‌گاه در نظر بگیریم ← سازه نامعین است . می‌بایستی

حالا F_{AD} را با استفاده بارگذاری و نحوه حرکت سازه تعیین می‌کنیم



30
30
F_{BA}
F_{AD}
B
60
D
cx
cy
C
1
1
2

$\Sigma M_c: \quad 60 * 1 = F_{AD} \sin 30 * 3 + F_{AD} \sin 30 * 1$ ⓘ



$\Delta_D = 3\Delta_B \rightarrow$ تغییرطول میله

$\rightarrow \frac{P_{AB}\,l_{AB}}{E A_{AB}} = \frac{1}{3}\,\frac{P_{AD}\,l_{AD}}{EA} \rightsquigarrow \boxed{P_{AD} = \frac{P_{AD}}{3}}$ ⓘⓘ

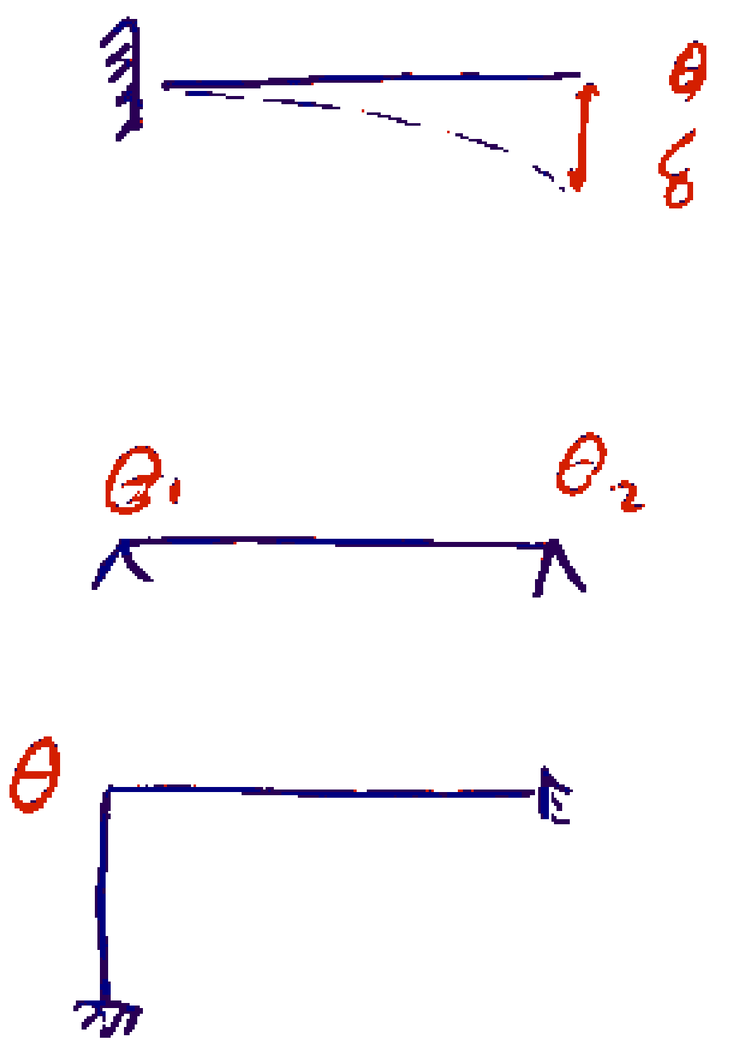
$\xrightarrow{I,II} \boxed{F_{AD} = 36}$

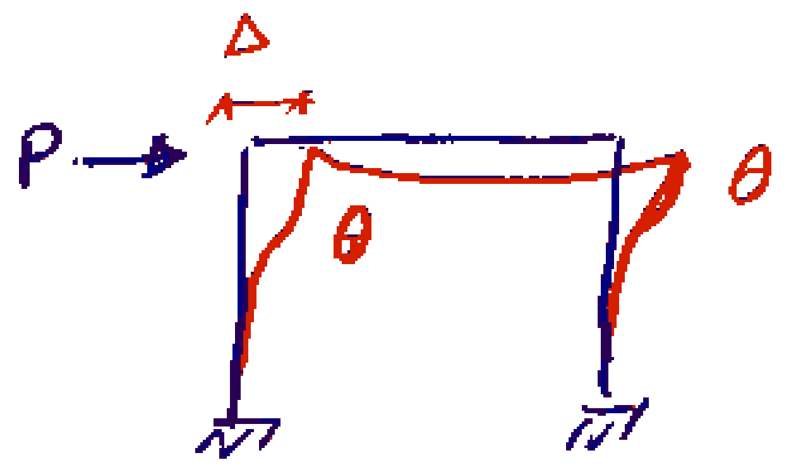
در گره‌ها

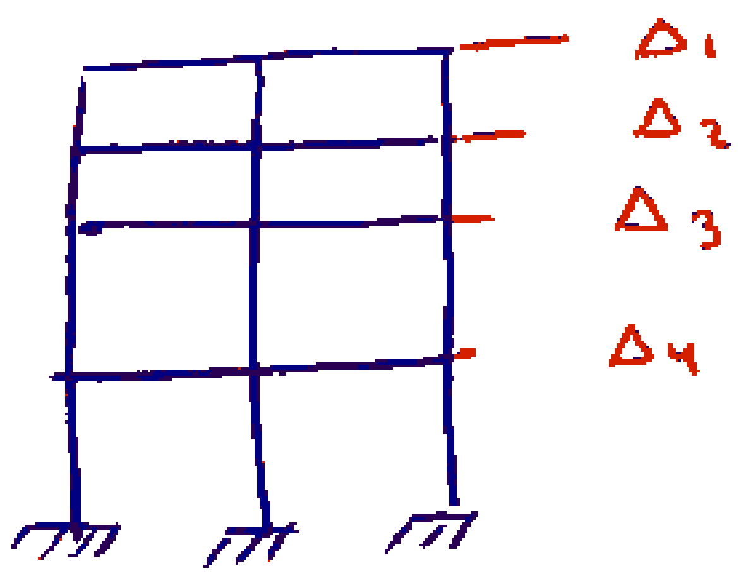
درجات آزادی در روش سختی

دورانی Torsion
انتقالی displacement

① از تغییرات محوری صرف‌نظر می‌شود مگر آنکه خلاف آن در سوال تصریح شود. در گره‌ها


θ
δ
θ_1
θ_2
θ

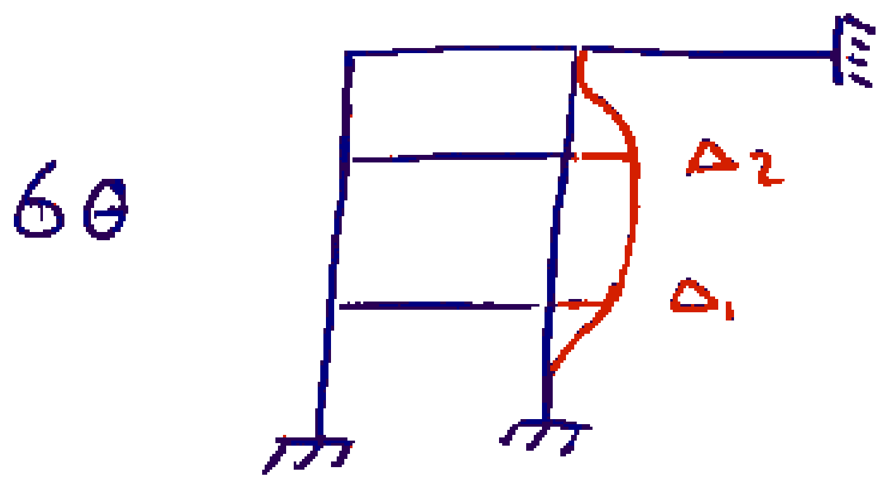



Δ_1
Δ_2
Δ_3
Δ_4

هر طبقه یک Δ دارد

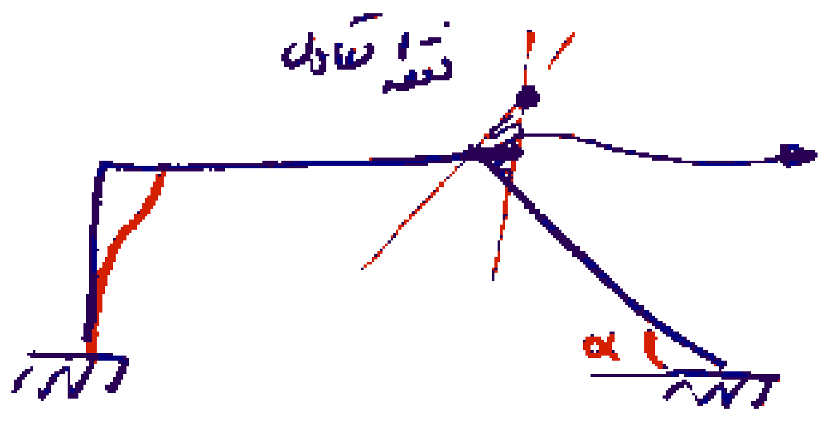
۴ تا Δ = تعداد طبقات
۱۲ تا θ = تعداد گره‌ها

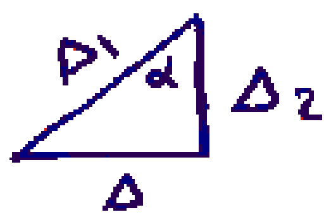
② در هر تراز یک Δ وجود دارد


6θ
Δ_2
Δ_1

③ عضو افقی در هر تراز که انتهای آن به تکیه‌گاه وصل شده باشد Δ آن طبقه را صفر می‌کند

④ تأثیر عضو مایل:

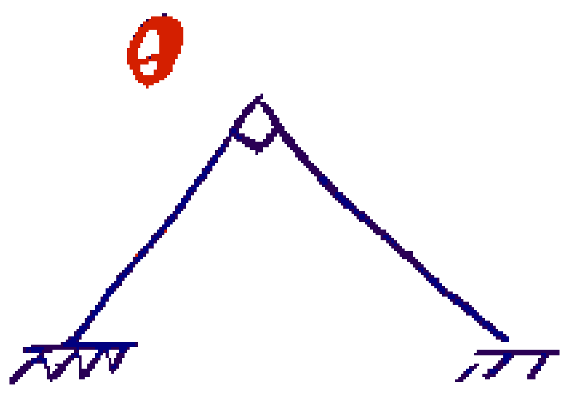

نقطه تقاطع
α


Δ_1
α
Δ_2
Δ

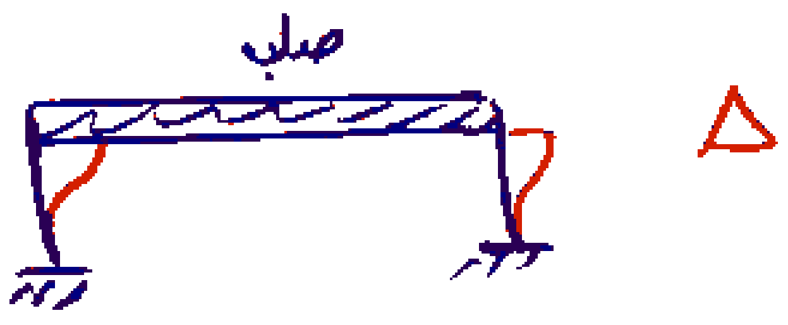
وجود عضو مایل در هر طبقه Δ را نه کم می‌کند نه زیاد

⑤ اعضای نسبتاً متعامد و لو مورب که به تکیه‌گاه متصل باشند

اگر عمود بر هم باشند ← δ نداریم [چون باید تغییر طول بدهند]

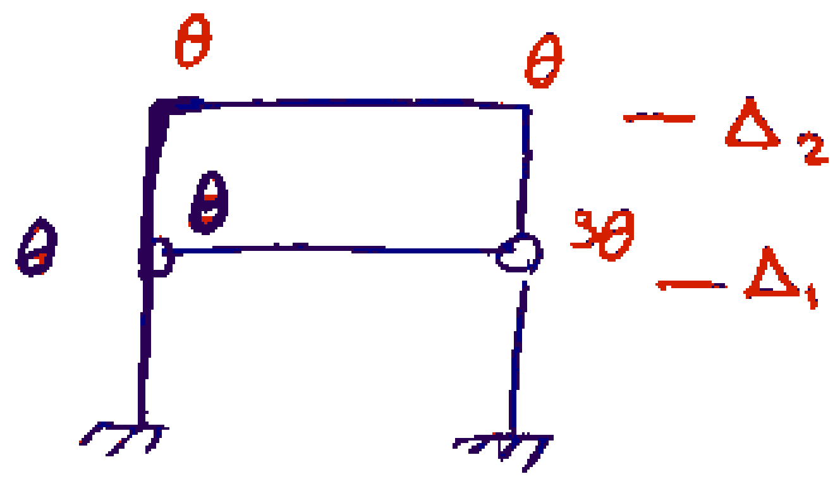


⑥ تأثیر سقف صلب:

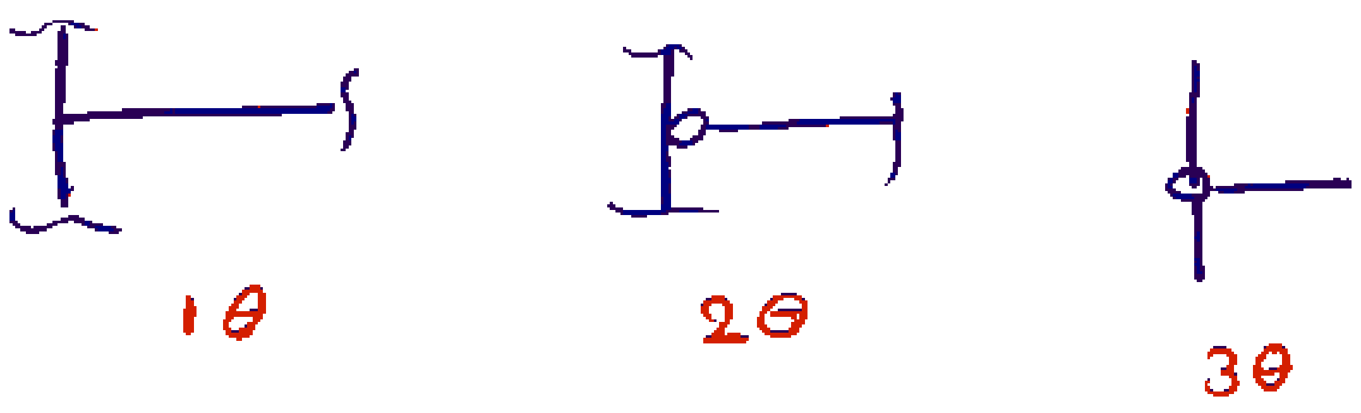


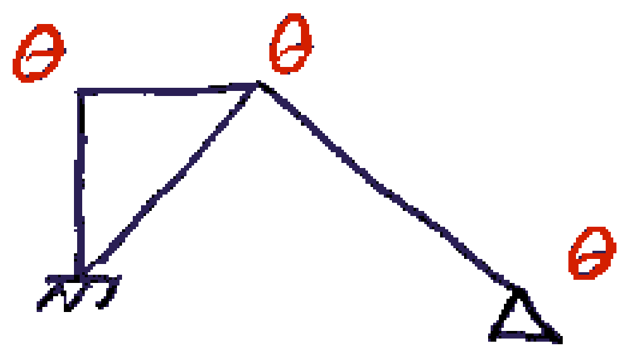
θ در اعضای متصل به سقف صلب صفر است.

چون اگر بخواهد دوران کند یکی از طولها باید تغییر کند


θ
θ
θ
θ
3θ
Δ_2
Δ_1

⑦ تأثیر مفصل:



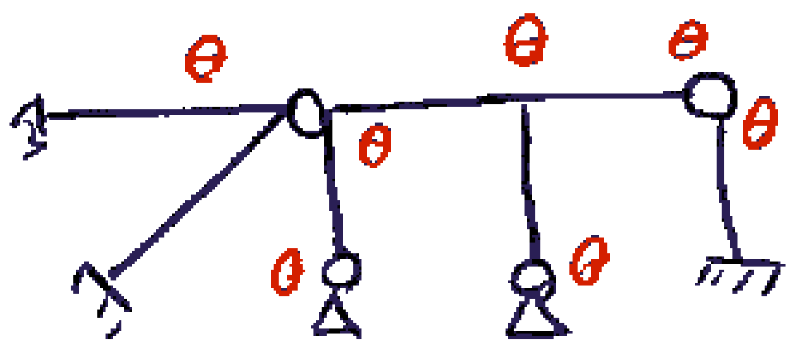


(Page11 / T.53

درجات آزادی انتقالی = Δ = صفر

چون همه اعضا عمود بر هم هستند هیچ Δ ندارد

3θ و هیچ Δ



(P.108 / T.18

چون عضو افقی داریم ← Δ نداریم.

۷ تا θ داریم.

$n_d = 0$

$n_t = 7$

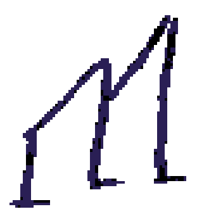
(P.131 / T.18

دوتا تراز دارد هر تراز یک Δ دارد

۳ تا گره آزاد دارد ← 3θ

← 2+3=5

روش تغییر مکانها ← همان شیب افت است ← که در آن θ و Δ مجهول هستند



(T.20 / P.169

۲ تا تراز داریم ← 2Δ انتقالی

۴ تا گره آزاد داریم ← 4θ دورانی

اگر دو ترازها هم تراز نبودند 4Δ داشتیم.

(T.15 / P.72

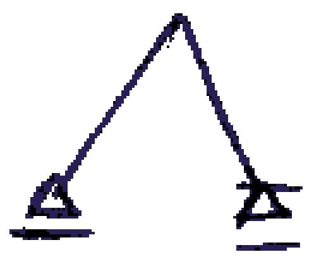
از روش کار مجازی یکبار حل شده است حال می‌خواهیم از معادلات حل کنیم

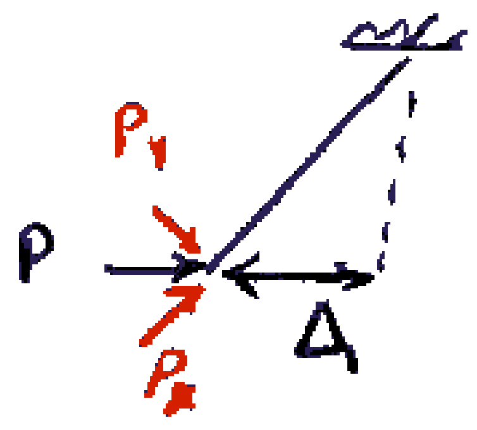
صفحه 36

در گره C ← δ=0

θ=0 ← چون تقارن دارد

← تکیه‌گاه گیردار می‌شود.





$P_Y = P\cos\alpha$ $\xrightarrow{\text{[illegible]}}$ $\Delta_1 =$

چون تقارن نیروها هم نصف وارد می‌شوند $\Delta_{کل} = 2\Delta_1$

(T.61 / P.89

سازه پادمتقارن است ← لنگر آن در وسط صفر است. گردش دوران است.

(T.62 / P.89

سازه خرپا نیست چون نیرو به وسط المان‌ها وارد شده است

اگر خرپا بود ← معادلش ۲ [illegible] است.

چون قاب است ← حتماً بروید سمت بعدی.