۷ قیاسهای الکتریکی

مقدمه

سیستمهای مکانیکی را می توان بوسیلهٔ مدارهای الکتریکی معادل آنها ارائه نمود که نسبت به مدلهای سیستم مکانیکی مربوطه به مراتب آسانتر ترسیم شده و نیز نتایج تجربی آنها به نسبت مدلهای مکانیکی آسانتر بدست می آید . مدارهای الکتریکی معادل ، با مقایسهٔ معادلات حرکت هر دو سیستم بدست می آیند .

چنانچه معادلات حرکت سیستمهای مکانیکی و الکتریکی یکسان باشند ، آن دو سیستم قابل مقایسه می باشند . چنانچه این موضوع پدید آید ، روابط مربوطه در معادلات دیفرانسیلی حرکت برای دیگری نیز قابل مقایسه هستند . مدارهای الکتریکی معادل با استفاده از قوانین کیرشهف ایجاد شده‌اند .

قوانین کیرشهف

قانون ولتاژ کیرشهف : جمع جبری تمام ولتاژهای موجود در یک مدار بسته برابر با صفر است .

قانون جریان کیرشهف : جمع جبری تمام جریانهای جاری بطرف هر نقطه از هر مداری برابر صفر است .

قیاسهای الکتریکی

دو قیاس الکتریکی برای سیستمهای الکتریکی وجود دارد : (۱) قیاس ولتاژ-نیرو یا جرم-ضریب القائی (اندوکتانس) (۲) قیاس جریان-نیرو یا جرم-مقاومت ظرفیتی (کپاسیتانس) . قیاس ولتاژ-نیرو برای اغلب سیستمها مفید می باشد ولی استفاده از آن برای سیستمهای پیچیده مشکل است . قیاس جریان-نیرو بیشتر یک قیاس فیزیکی است تا یک قیاس معادلات مشابه حرکت و استفاده از آن آسان است .

قیاس مذکور دارای این مزیت است که مدار الکتریکی و مدار مکانیکی هر دو دارای شکل یکسانی می باشند . جدول ذیل قیاسهای ولتاژ-نیرو و جریان-نیرو را برای سیستمهای مکانیکی نشان می دهد .

در کل ، درطرح ریزی مدارات الکتریکی معادل با سیستمهای مکانیک از قاعدهٔ ذیل استفاده می شود . چنانچه نیرو در سیستمهای مکانیکی به صورت سری عمل نماید ، اجزای الکتریکی که بیانگر این نیروها هستند به صورت موازی قرار می گیرند . نیروهائی که در مدارهای الکتریکی به صورت

موازی هستند را بوسیلهٔ اجزائی که بصورت سری قرار دارند ، نمایش می‌دهیم .

جدول

Mechanical System		Electrical System			
		Voltage-force Analogy		Current-force Analogy	
	D'Alembert's principle		Kirchhoff's voltage law		Kirchhoff's current law
	Degree of freedom		Loop		Node
	Force applied		Switch closed		Switch closed
F	Force (lb)	v	Voltage (volt)	i	Current (ampere)
m	Mass (lb-sec²/in)	L	Inductance (henry)	C	Capacitance (farad)
x	Displacement (in)	q	Charge (coulomb)		$\phi = \int v\,dt$
$\dot{x}$	Velocity (in/sec)	i	Loop current (ampere)	v	Node voltage (volt)
c	Damping (lb-sec/in)	R	Resistance (ohm)	$1/R$	Conductance (mho)
k	Spring (lb/in)	$1/C$	1/Capacitance	$1/L$	1/Inductance
	Coupling element		Element common to two loops		Element between nodes

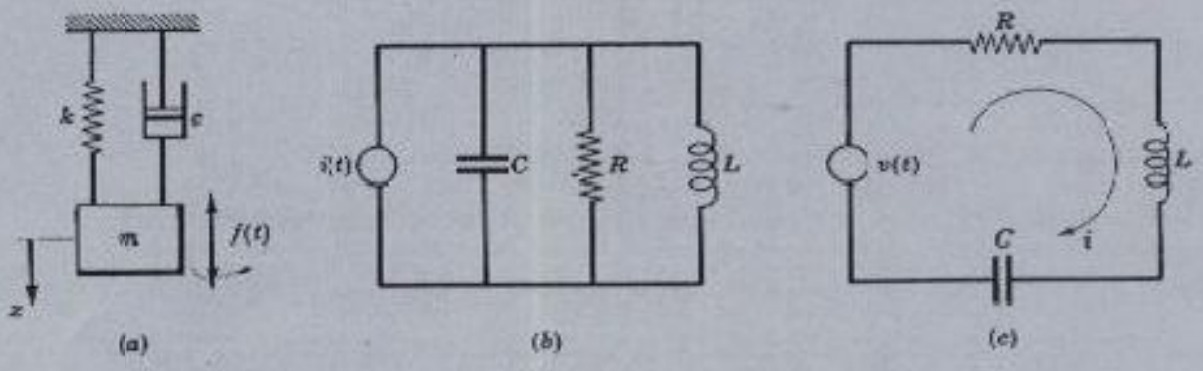
اعداد بدون بعد

به منظور اینکه قیاس الکتریکی کاملاً با سیستم مکانیکی مورد سئوال معادل باشد ، از تحلیل ابعادی برای بدست آوردن ضرایب مقیاس درست استفاده می‌شود . بدین ترتیب ، دو سیستم با یکدیگر یکسان هستند . اعداد بدون بعد ذیل را می‌توان از تحلیل ابعادی بدست آورد .

$$m_1/m_2 = L_1/L_2, \quad k_1/k_2 = C_2/C_1, \quad \omega\sqrt{m/k} = \omega_e\sqrt{LC}, \quad F/kx = vC/q, \quad c^2/km = R^2C/L$$

مسائل حل شده

۱ - قیاسهای الکتریکی سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی را در شکل ۱-۷(a) بدست آورید .



شکل ۱-۷

با استفاده از قانون حرکت نیوتن ، معادلهٔ دیفرانسیلی حرکت به صورت ذیل است .

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = f(t) \qquad (1)$$

برای یک شبکه الکتریکی که در شکل ۱-۷(b) نشان داده شده‌است ، می‌توان معادله‌ای به شکل زیر نوشت :

$$C\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{dv}{dt} + \frac{1}{L}v = \frac{di(t)}{dt} \qquad (2)$$

که در اینجا C = مقاومت ظرفیتی - که از این پس ظرفیت نامیده می‌شود .[i = C (dv/dt)]

R = مقاومت (i = v/R) ،

L = ضریب القائی [i = (1/L) ∫ vdt + i(0)] ،

i(t) = منبع جریان ،

v = ولتاژ ،

از آنجا که معادلات(۱) و(۲) دارای شکل یکسانی می‌باشند ، هر دو از نظر ریاضی یکسان بوده و دو سیستم ارائه شده توسط این دو قیاس همانند می‌باشند .

با استفاده از قانون ولتاژ کیرشهف ، معادلهٔ ولتاژ برای شبکهٔ الکتریکی در شکل ۱-۷(c) به صورت ذیل است :

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = v(t) \qquad (3)$$

با بازنویسی معادلهٔ (۱) داریم :

$$m\frac{d\dot{x}}{dt} + c\dot{x} + k\int \dot{x}\,dt = f(t) \qquad (4)$$

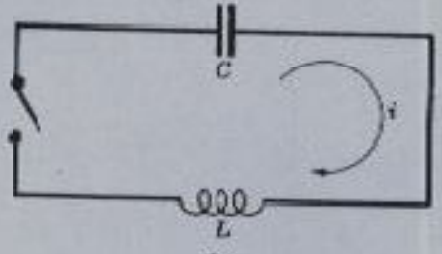
که دراینجا $\dot{x}$ جایگزین dx/dt شده و ∫ xdt جایگزین x گردیده است . حال معادلات (۳) و (۴) دارای شکل یکسانی می‌باشد و این موضوع بدین معنی است که دو سیستم نمایش داده‌شده، به توسط این دو معادله ، همانند می‌باشند . به بیان دیگر نیروی برانگیزش v(t) مشابه با نیروی برانگیزش f(t) بوده و جریان حلقهٔ i مشابه سرعت جرم $\dot{x}$ است والی آخر . این موضوع به قیاس جرم-ضریب‌القائی یا ولتاژ-نیرو معروف است. با یکبار انتگرال گیری از معادلهٔ (۲) نسبت به زمان ، معادلهٔ جریان را برای شبکهٔ شکل (b) ۱-۷ بدست می آوریم .

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} + \frac{1}{L}\int v\,dt = i(t) \qquad (5)$$

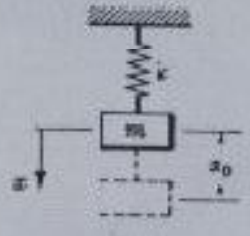
(می‌توان معادلهٔ ، (۵) را بااستفاده ازقانون جریان کیرشهف بدست آورد .)

حل معادلات (۴) و (۵) به یک شکل می‌باشند . بدین معنی که دو سیستم نمایش داده‌شده بوسیلهٔ این دو معادله یکسان هستند . از اینرو جریان برانگیزش i(t) همانند نیروی برانگیزش f(t) بوده ، ولتاژ شبکهٔ v همانند سرعت جسم $\dot{x}$ است والی آخر . این موضوع به قیاس جرم - ظرفیت یا جریان - نیرو معروف است .

۲ - یک مدار الکتریکی محتوی خازن C ، القاگر L و یک کلید سری می‌باشد که در شکل ۲-۷(a) نشان داده شده‌است. خازن مزبور در ابتدا دارای بار q_0 بوده و کلید در زمان $t < 0$ باز است . چنانچه کلید در $t = 0$ بسته شود ، بار موجود در سیستم را بدست آورید .



(a)



(b)

شکل ۲-۷

با استفاده از قانون ولتاژ کیرشهف ، داریم ،

$$\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0 \qquad (1)$$

که دراینجا q بار موجود از خازن C می‌باشد . از آنجا که $dq/dt = i$ است ، معادلهٔ (۱) بدین صورت مبدل می‌شود .

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \qquad (2)$$

یا

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0 \qquad (3)$$

از اینرو

$$q(t) = A \sin\sqrt{1/LC}\, t + B \cos\sqrt{1/LC}\, t \qquad (4)$$

در $t = 0$ ، $q = q_0$ بوده و بنابراین $B = q_0$ است .

در $t = 0$ ، $\dot{q} = i = 0$ بوده و بنابراین $A = 0$ است . در نتیجه :

$$q(t) = q_0 \cos\sqrt{1/LC}\, t = q_0 \cos\omega_n t \qquad (5)$$

که دراینجا $\omega_n = 1/\sqrt{LC}$ فرکانس طبیعی سیستم است .

این مدار الکتریکی را با یک سیستم جرم - فنر یک درجه آزادی شکل (b) ۲-۷ مقایسه کنید . معادلهٔ حرکت برای این سیستم مکانیکی عبارت است از ،

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

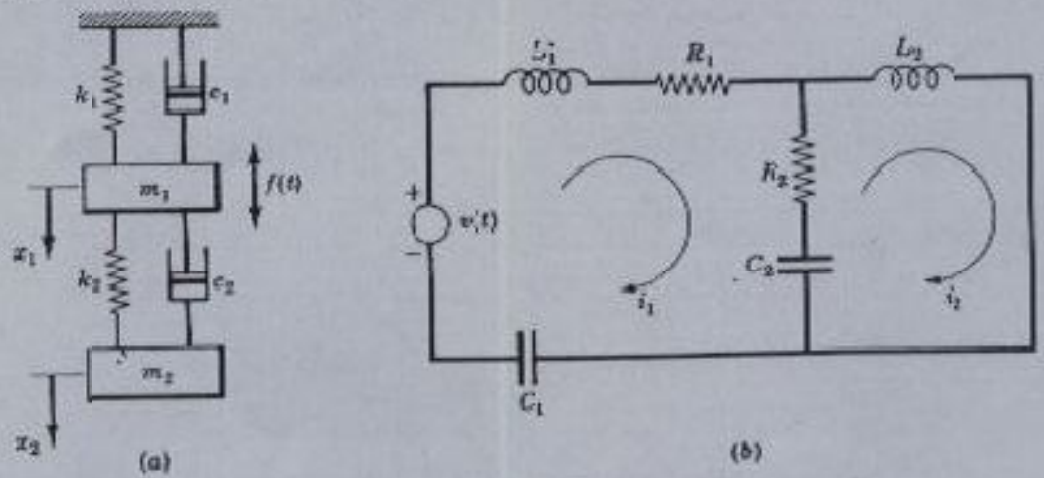
که با حل آن داریم ،

$$x(t) = x_0 \cos\sqrt{k/m}\, t = x_0 \cos\omega_n t$$

که دراینجا x_0 جابجائی اولیهٔ جرم m از موقعیت تعادل استاتیک است .

بنابراین ، دو سیستم مزبور با احتساب L برای m ، q برای x ، $1/C$ برای k و $\omega_n = 1/\sqrt{LC}$ برای $\omega_n = \sqrt{k/m}$ مساوی می‌باشند .

۳- یک سیستم جرم - فنر دو درجه آزادی را در شکل ۷-۳(a) ملاحظه می کنید . از قیاسهای ولتاژ-نیرو و جریان-نیرو استفاده نموده مدارهای الکتریکی معادل را برای سیستم مذکور بدست آورید .



شکل ۳-۷

معادلات حرکتی که بوسیلهٔ $\Sigma F = ma$ بدست می آید، به صورت ذیل است:

$$m_1\frac{d^2x_1}{dt^2} + (c_1+c_2)\frac{dx_1}{dt} + (k_1+k_2)x_1 - c_2\frac{dx_2}{dt} - k_2x_2 = f(t)$$

$$m_2\frac{d^2x_2}{dt^2} + c_2\frac{dx_2}{dt} + k_2x_2 - c_2\frac{dx_1}{dt} - k_2x_1 = 0$$

با استفاده از قیاس ونتاژ-نیروی داده‌شده در جدول ۱-۷، معادلات الکتریکی همانند عبارتند از:

$$L_1\frac{di_1}{dt} + (R_1+R_2)i_1 + \left[\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right]\int i_1\,dt - R_2i_2 - \frac{1}{C_2}\int i_2\,dt = v(t)$$

$$L_2\frac{di_2}{dt} + R_2i_2 + \frac{1}{C_2}\int i_2\,dt - R_2i_1 - \frac{1}{C_2}\int i_1\,dt = 0$$

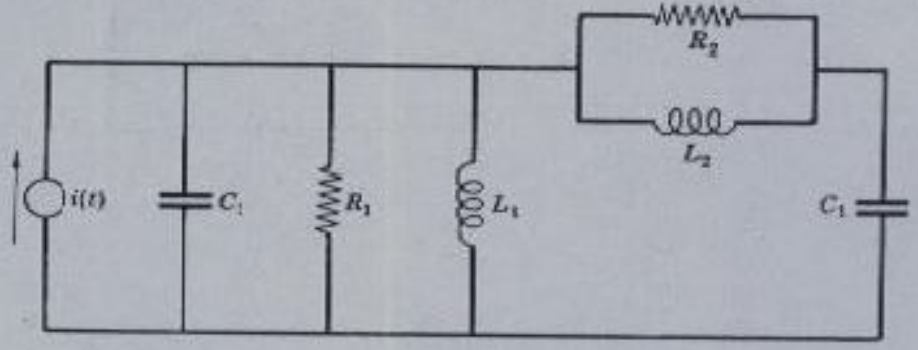
و مدار الکتریکی همانند در شکل ۷-۳(b) نشان داده‌شده است.

با استفاده از قیاس جریان-نیرو که در جدول ۱-۷ نشان داده‌شده‌است، معادلات الکتریکی همانند عبارتند از:

$$C_1\frac{dv_1}{dt} + \left[\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right]v_1 + \left[\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}\right]\int v_1\,dt - \frac{v_2}{R_2} - \frac{1}{L_2}\int v_2\,dt = i(t)$$

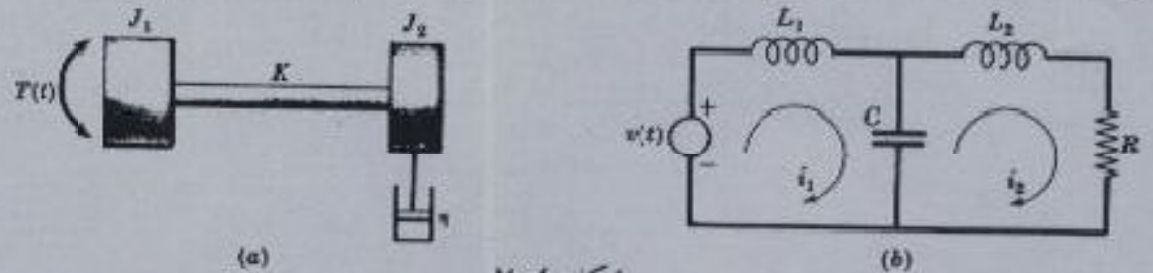
$$C_2\frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{1}{L_2}\int v_2\,dt - \frac{v_1}{R_2} - \frac{1}{L_2}\int v_1\,dt = 0$$

و مدار الکتریکی همانند در شکل ۷-۳(c) نشان داده‌شده‌است.



شکل ۷-۳(c)

۴- یک سیستم گشتاور پیچشی سادهٔ دارای میرائی، در شکل ۷-۴(a) نشان داده‌شده‌است. از قیاس ونتاژ-گشتاور استفاده کرده و نمودار الکتریکی را برای سیستم مذکور ترسیم کنید.



شکل ۷-۴

معادلات دیفرانسیل حرکت عبارتند از:

$$J_1\ddot{\theta}_1 + K(\theta_1-\theta_2) = T(t)$$

$$J_2\ddot{\theta}_2 + v\dot{\theta}_2 + K(\theta_2-\theta_1) = 0$$

که دراینجا θ_1 و θ_2 جابجائی‌های زاویه‌ای روتورهای J_1 و J_2 و η ضریب میرائی است.

قیاس ولتاژ - گشتاور عبارت از بسط قیاس ولتاژ-نیرو می باشد و از آنجائی قیاسی کاملی بین سیستمهای خطی و دورانی بوجود دارد، مورد مزبور صحت دارد. با جایگزینی نیرو بجای گشتاور پیچشی و جابجائی خطی بجای جابجای زاویه‌ای والی آخر، معادلات الکتریکی برای سیستم گشتاور به صورت ذیل می باشند.

$$L_1\frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C}\int (i_1 - i_2)\,dt = v(t)$$

$$L_2\frac{di_2}{dt} + Ri_2 + \frac{1}{C}\int (i_2 - i_1)\,dt = 0$$

و نمودار الکتریکی مربوطه در شکل (b) ۷-٤ نشان داده شده است.

۵- یک سیستم مکانیکی به توسط معادلات ذیل نشان داده شده است.

$$A\ddot{\theta}_1 + B\dot{\theta}_1 + D\theta_1 - E\ddot{\theta}_2 = 0$$

$$a\ddot{\theta}_2 + b\dot{\theta}_2 + d\theta_2 - e\ddot{\theta}_1 = 0$$

مدار الکتریکی را برای سیستم داده شده تعیین کنید.

بوسیلهٔ بازنویسی معادلات حرکت داده شده داریم:

$$A\ddot{\theta}_1 + B\dot{\theta}_1 + D\theta_1 = E\ddot{\theta}_2 \qquad (1)$$

$$a\ddot{\theta}_2 + b\dot{\theta}_2 + d\theta_2 = e\ddot{\theta}_1 \qquad (2)$$

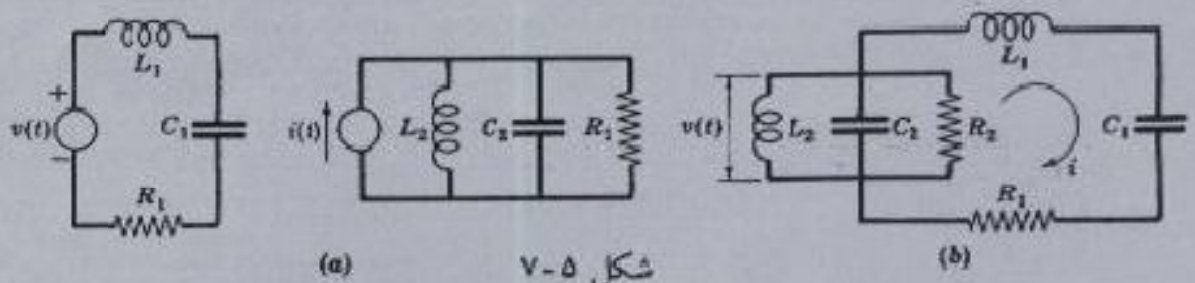
معادلات الکتریکی همانند به صورت ذیل داده شده‌اند:

$$L_1\frac{di}{dt} + R_1 i + \frac{1}{C_1}\int i\,dt = v(t) \qquad (3)$$

$$C_2\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R_2} + \frac{1}{L_2}\int v\,dt = i(t) \qquad (4)$$

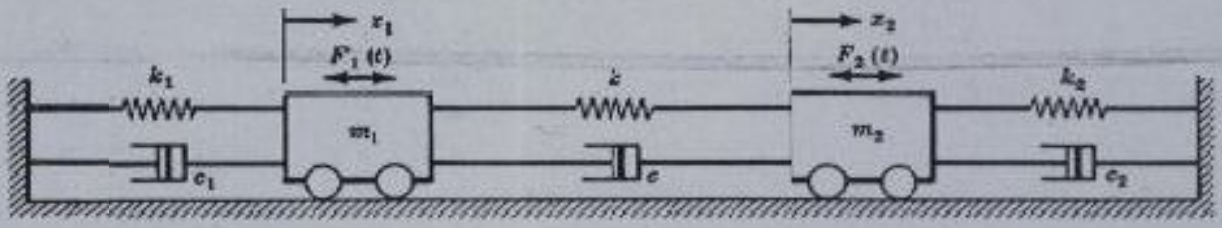
با بکارگیری قیاس ولتاژ-نیرو، معادلهٔ (۳) بدست می آید. همچنین با استفاده از قیاس جریان-نیرو، معادلهٔ (٤) بدست می آید.

شبکه های الکتریکی برای معادلات (۳) و (٤) در شکل ۷-۵(a) نشان داده شده‌اند و می توان این دو شبکهٔ مجزا را به صورت یک حلقهٔ واحد ترکیب نمود که آنرا در شکل (b) ۷-۵ ملاحظه می کنید.



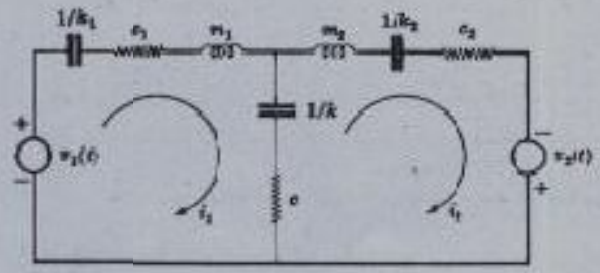
(a) شکل ۷-۵ (b)

۶- با استفاده از قیاس ولتاژ-نیرو و جریان نیرو، همانند الکتریکی را برای سیستم مکانیکی شکل ۷-۶(a) ترسیم نموده و معادلات دیفرانسیلی حرکت را از آنها استنتاج نمائید.

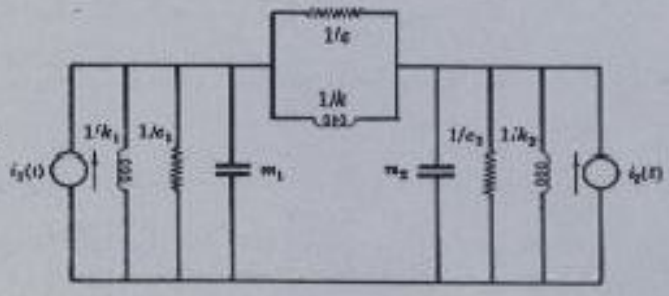


شکل ۷-۶(a)

مدارهای الکتریکی معادل در شکل ۷-۶(b) و (c) داده شده است.



قیاس ولتاژ - نیرو
شکل ۷-۶(b)

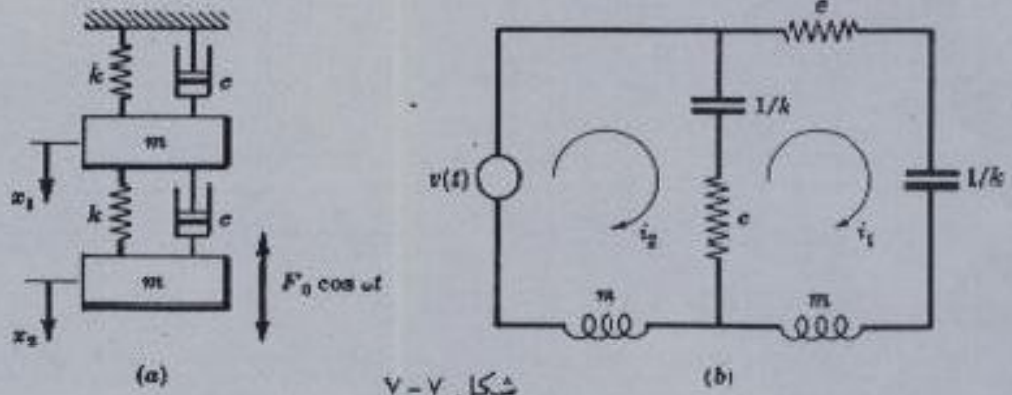


قیاس جریان - نیرو
شکل ۷-۶(c)

از اینرو معادلات دیفرانسیلی حرکت عبارتند از:

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + k(x_1 - x_2) + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F_1(t)$$
$$m_2\ddot{x}_2 + c_2\dot{x}_2 + k_2x_2 + k(x_2 - x_1) + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = F_2(t)$$

۷- عملکرد سیستم مکانیکی ۷-۷(a) را با استفاده از همانند الکتریکی آن تحقیق نمائید. اجزای مکانیکی عبارتند از $k = 50$ lb/in, $c = 0.1$ lb-sec/in, $m = 0.05$ lb-sec²/in, $F_0 = 5$ lb, و $\omega = 10$ rad/sec. یک ضریب القائی L به میزان 0.1 هنری و یک منبع ولتاژ متناوب با فرکانس 100 rad/sec دراختیار است.



شکل ۷-۷

با استفاده از قیاس ولتاژ-نیرو، همانند الکتریکی برای سیستم مکانیکی فوق در شکل ۷-۷(b) نشان داده شده است.

با استفاده تحلیل ابعادی، روابط ذیل را بین سیستم مکانیکی و مشابه الکتریکی آن داریم:

$$\omega\sqrt{m/k} = \omega_e\sqrt{LC} \quad (1)$$
$$c^2/km = R^2C/L \quad (2)$$
$$F/kx = vC/q \quad (3)$$

با استفاده از رابطهٔ (۱) داریم :

$$10\sqrt{0.05/50} = 100\sqrt{0.1C} \quad \text{یا} \quad C = 100 \text{ micrcfarads}$$

از رابطهٔ (۲) داریم :

$$c^2/km = 0.1^2/(50)(0.05) = 100(10)^{-6}R^2/0.1 \quad \text{یا} \quad R = 2 \text{ ohms}$$

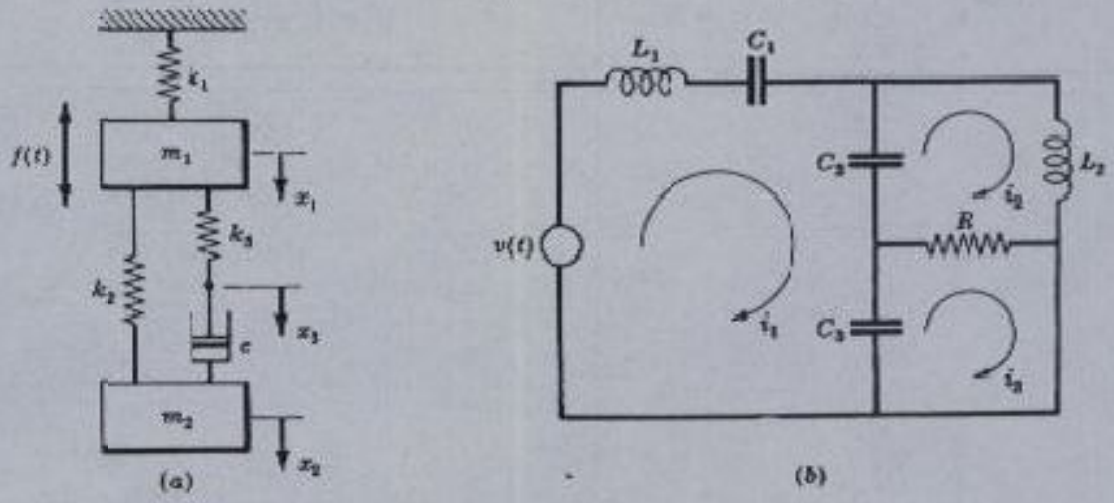
واز رابطهٔ (۳) داریم ،

$$F/kx = 5/50x = vC/q \quad \text{یا} \quad x = (0.1/v)(q/C)$$

که دراینجا v ولتاژ موثر می‌باشد . حال می‌توان عبارت مربوط به x را به صورت ذیل نوشت : $x(t) = (0.1/v)v_c$
که دراینجا v_c افت ولتاژ درخازن C می‌باشد .

واضح است که جابجائی های جرمهای سیستم مکانیکی مورد نظر را می‌توان بطور کمی و کیفی بوسیله اندازه گیری افت ولتاژ درخازنهای مربوطه بدست آورد . بنابراین عملکرد یک سیستم مکانیکی پیچیده را می‌توان به سهولت و بطور دقیق بوسیلهٔ همانند الکتریکی آن که ارزان ، متنوع و قابل دسترسی می‌باشد ، مطالعه نمود .

۸- یک سیستم جرم - فنر سه درجه آزادی را در شکل (a) ۸-۷ ملاحظه می کنید . با استفاده از قیاس ولتاژ-نیرو ، شبکهٔ الکتریکی همانند آنرا بدست آورید .



شکل ۸-۷

معادلات دیفرانسیلی حرکت عبارتند از :

$$m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) + k_3(x_1 - x_3) = f(t)$$
$$m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) = 0$$
$$k_3(x_3 - x_1) = c(\dot{x}_2 - \dot{x}_3)$$

با استفاده از قیاس ، ولتاژ-نیرو ، معادلات الکتریکی همانند آن به صورت ذیل می‌باشند .

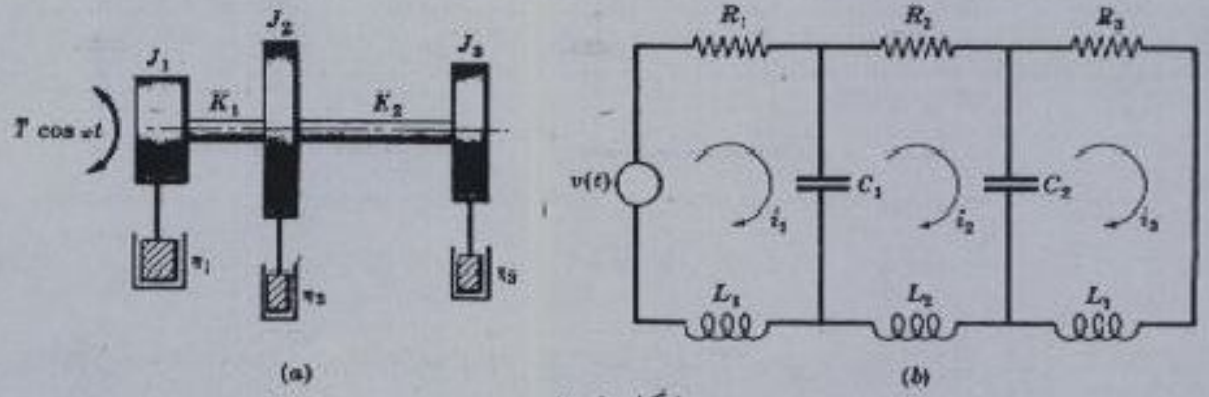
$$L_1\frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1}\int i_1\,dt + \frac{1}{C_2}\int (i_1 - i_2)\,dt + \frac{1}{C_3}\int (i_1 - i_3)\,dt = v(t)$$

$$L_2\frac{di_2}{dt} + (i_2 - i_3)R + \frac{1}{C_2}\int (i_2 - i_1)\,dt = 0$$

$$R(i_3 - i_2) + \frac{1}{C_3}\int (i_3 - i_1)\,dt = 0$$

و شبکه الکتریکی مربوطه در شکل (b) ۸-۷ نشان داده شده است.

۹- با استفاده از قیاس ولتاژ-نیرو، مدار الکتریکی را برای سیستم ارتعاش پیچشی شکل (a)۹-۷ بدست آورید.



شکل ۹-۷

معادلات دیفرانسیلی حرکت عبارتند از:

$$J_1\ddot{\theta}_1 + \eta_1\dot{\theta}_1 + K_1(\theta_1 - \theta_2) = T\cos\omega t$$
$$J_2\ddot{\theta}_2 + \eta_2\dot{\theta}_2 + K_1(\theta_2 - \theta_1) + K_2(\theta_2 - \theta_3) = 0$$
$$J_3\ddot{\theta}_3 + \eta_3\dot{\theta}_3 + K_2(\theta_3 - \theta_2) = 0$$

که دراینجا θ ها عبارت از جابجائی‌های زاویه‌ای روتورها، η ها ضرایب میرائی، k ها ضرائب صلبیت پیچشی و $T\cos\omega t$ گشتاور بکار برده شده‌است.

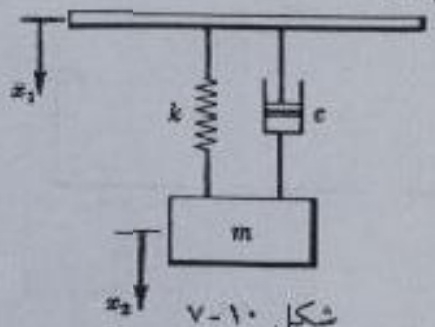
بااستفاده از قیاس ولتاژ-نیرو معادلات الکتریکی به صورت ذیل می‌باشند.

$$L_1\frac{di_1}{dt} + R_1i_1 + \frac{1}{C_1}\int (i_1 - i_2)\,dt = v\cos\omega t$$
$$L_2\frac{di_2}{dt} + R_2i_2 + \frac{1}{C_1}\int (i_2 - i_1)\,dt + \frac{1}{C_2}\int (i_2 - i_3)\,dt = 0$$
$$L_3\frac{di_3}{dt} + R_3i_3 + \frac{1}{C_2}\int (i_3 - i_2)\,dt = 0$$

و مدار الکتریکی مربوطه در شکل (b)۹-۷ نشان داده شده است.

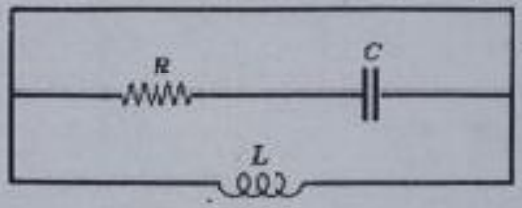
مسائل تکمیلی

۱۰- با استفاده از قیاس ولتاژ-نیرو، همانند الکتریکی سیستم مکانیکی شکل ۱۰-۷ را ترسیم نموده و بر حسب آن معادلات دیفرانسیلی حرکت را استنتاج نمائید.



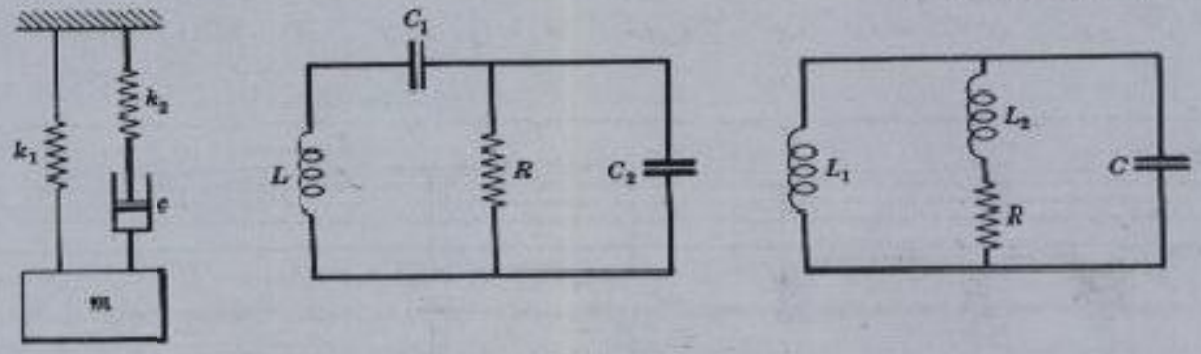
شکل ۱۰-۷

جواب:



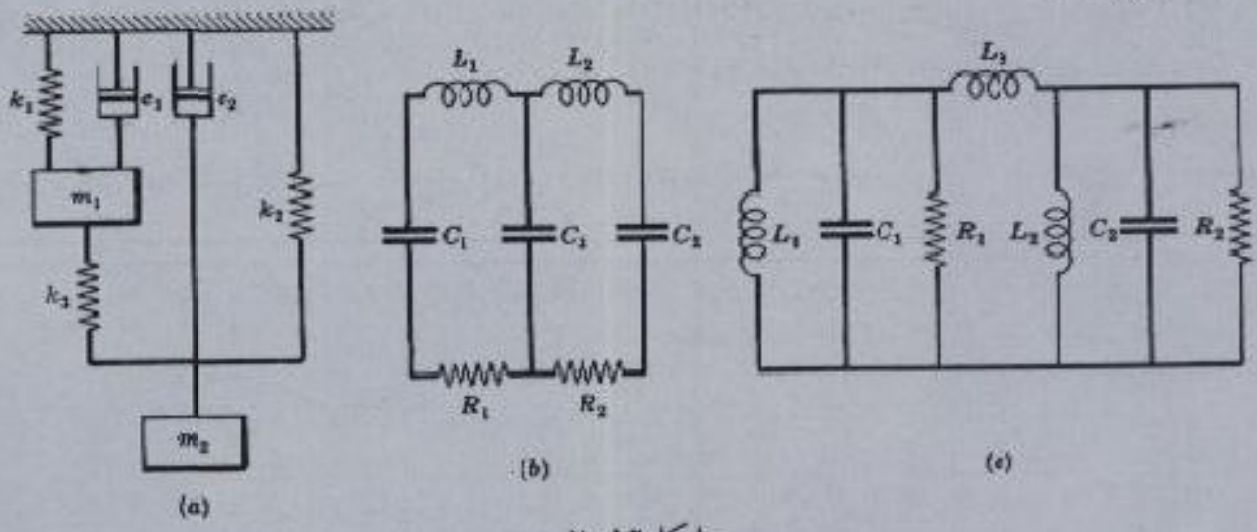
$$m\ddot{x}_2 + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k(x_2 - x_1) = 0$$
$$c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k(x_1 - x_2) = 0$$

۱۱- نشان دهید که مدارهای الکتریکی شکل ۱۱-۷ ، مشابه یکدیگر بوده و مشابه سیستم مکانیکی مزبور می باشند .



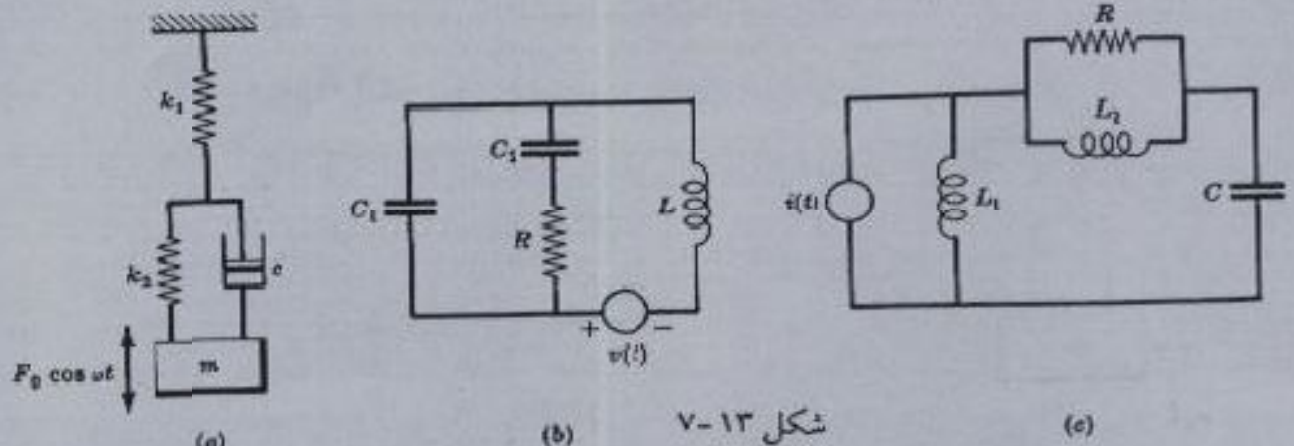
شکل ۱۱-۷

۱۲- نشان دهید که سیستم الکتریکی شکل (b)۱۲-۷ یا (c) معادل با سیستم مکانیکی شکل (a)۱۲-۷ می باشد .



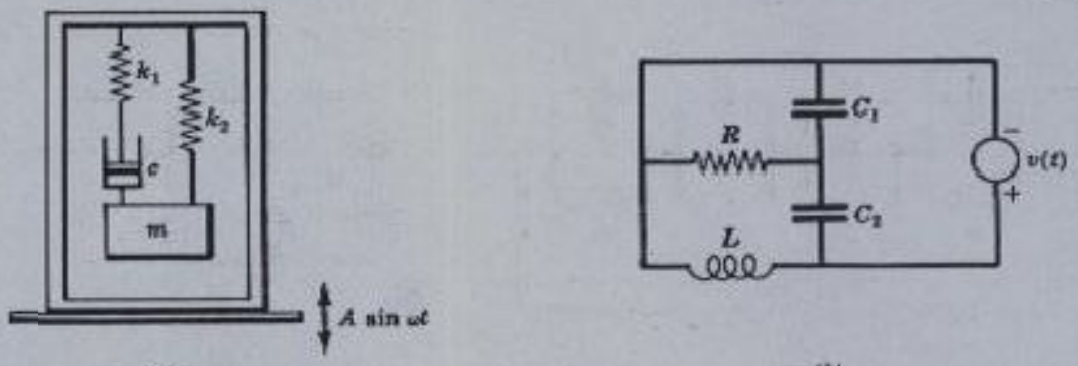
شکل۱۲-۷

۱۳- نشان دهید که سیستمهای الکتریکی شکل (b)۱۴-۷ و شکل (c)۱۳-۷ معادل سیستم مکانیکی شکل (a)۱۳-۷ می باشند .



شکل ۱۳-۷

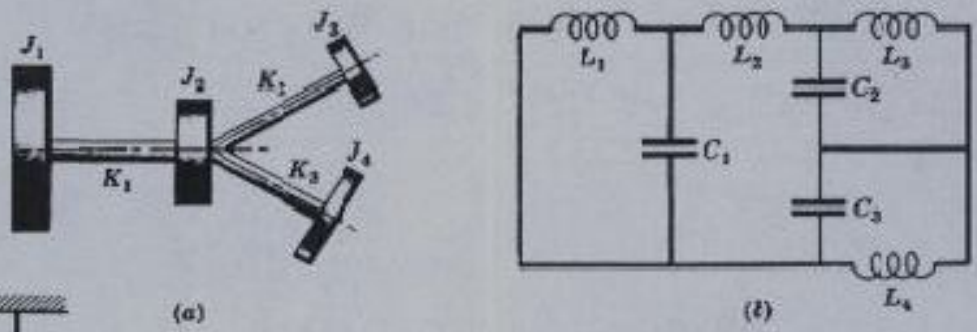
۱۴ - نشان دهید که سیستم الکتریکی شکل (b)۷-۱۴ معادل سیستم مکانیکی شکل (a)۱۴ - ۷ می باشد .



شکل ۱۴-۷

۱۵ - همانند الکتریکی را برای سیستم منشعب پیچشی که در شکل (a)۱۵-۷ نشان داده‌شده ترسیم نمائید .

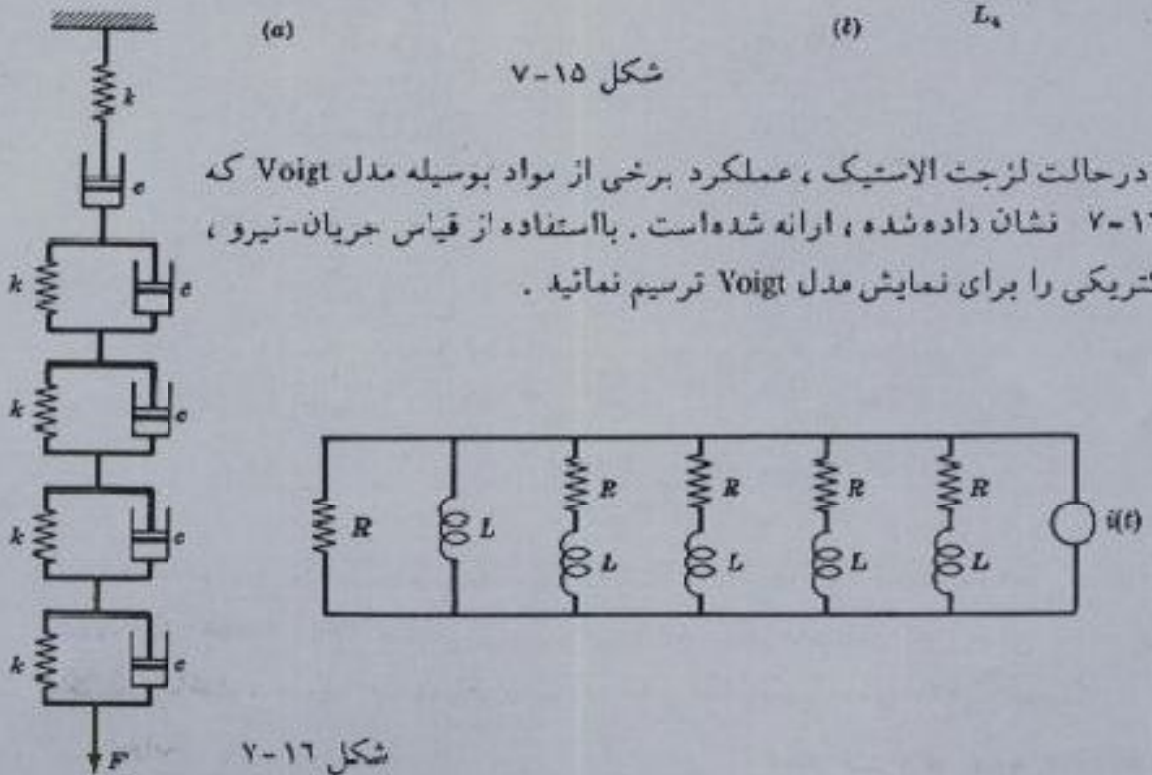
جواب: به شکل (b) ۱۵-۷ رجوع شود .



شکل ۱۵-۷

۱۶ - درحالت لزجت الاستیک ، عملکرد برخی از مواد بوسیله مدل Voigt که در شکل ۱۶-۷ نشان داده‌شده ، ارائه شده‌است . بااستفاده از قیاس جریان-نیرو ، همانند الکتریکی را برای نمایش مدل Voigt ترسیم نمائید .

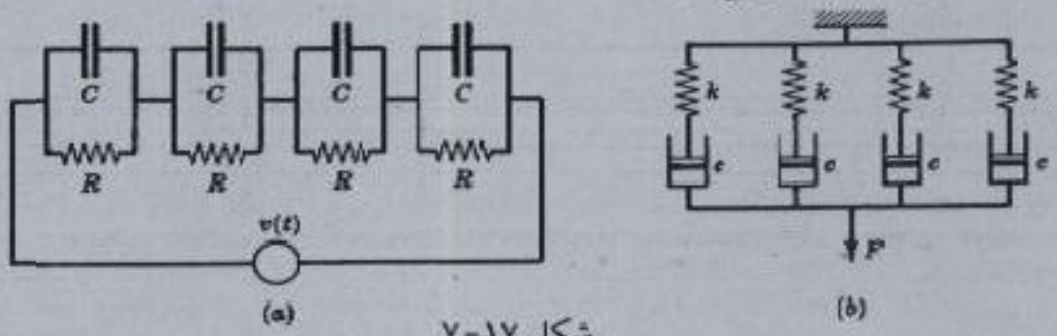
جواب:



شکل ۱۶-۷

۱۷ - شکل (a)۱۷-۷ مدار الکتریکی را برای نمایش مدل ماکسول مربوط به عملکرد یک جسم جامد ، نشان می دهد . نمایش مکانیکی معادل را ترسیم نمائید .

جواب: به شکل (b)۱۷-۷ رجوع شود .

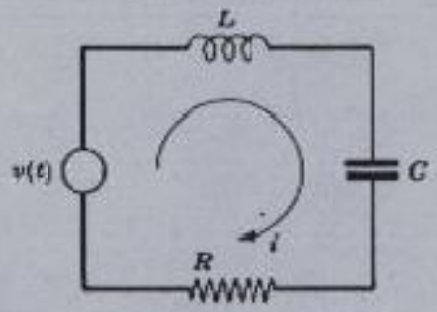


شکل ۱۷-۷

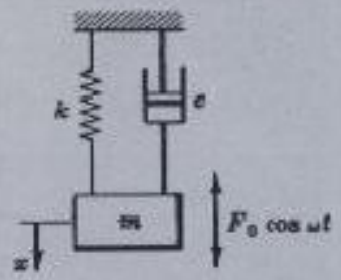
۱۸ - مدار الکتریکی شکل ۱۷-۷ شامل یک القاگر L ، خازن C و مقاومت R می باشد که به صورت سری به یک منبع ولتاژ متناوب $v(t) = E_0 \sin \omega t$ متصل می باشند . معادله‌ای را برای q(t) بدست آورید . پاسخ حالت دائمی و گذرای سیستم شکل ۱۹-۷ را مقایسه کنید .

جواب: $$q(t) = e^{-(R/2L)t}[A \sin \sqrt{1/LC - (R/2L)^2}t + B \cos \sqrt{1/LC - (R/2L)^2}t] + D \sin(\omega t - \phi)$$

که دراینجا $$D = \frac{E_0/L}{\sqrt{[1/LC - \omega^2]^2 + (R\omega/L)^2}}, \qquad \phi = \tan^{-1}\frac{R\omega/L}{(1/LC - \omega^2)}$$



شکل ۱۸-۷



شکل ۱۹-۷

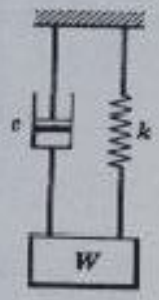
۱۹ - با استفاده از تحلیل ابعادی ، کمیتهای بدون بعد مربوط به سیستمهای مکانیکی و همانندهای الکتریکی آنها را بدست آورید .

$$\omega\sqrt{m/k} = \omega_1\sqrt{LC}, \qquad c^2/km = R^2C/L, \qquad F/kx = vC/q$$

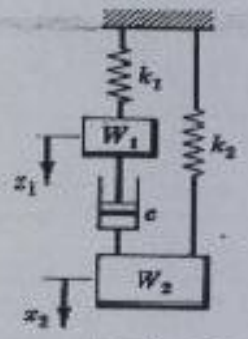
۲۰ - اجزای مکانیکی برای سیستم شکل ۲۰-۷ عبارتند از k=100 lb/in ، W=10 lb و c = 0.01 lb-sec/in . چنانچه L = 0.01 هنری بکار برده شود و فرکانسهای الکتریکی ۱۰۰ برابر فرکانسهای مکانیکی باشند ، مقادیر اجزای باقی مانده در مدار الکتریکی معادل چه می باشند ؟

جواب:

$$C = 0.26(10)^{-3} \text{ farad}, \quad R = 0.39 \text{ ohm}$$



شکل ۲۰-۷



شکل ۲۱-۷

۲۱- اجزای مدار الکتریکی برای سیستم مکانیکی شکل ۲۱-۷ را با استفاده از قیاس ولتاژ-نیرو تعیین کنید. اجزای مکانیکی عبارتند از،

$k_1 = 10$ lb/in., $k_2 = 100$ lb/in.,

$c = 0.1$ lb-sec/in., $W_1 = 10$, $W_2 = 100$ lb, $F_0 = 10$ lb, $\omega = 10$ rad/sec.

$C_1 = 10^{-8}$, $C_2 = 2(10)^{-8}$ farad, $\omega_r = 100\omega$

برخی از اجزای الکتریکی عبارتند از:

$F_0 \cos \omega t$ بر هر دو وزنهٔ W_1 و W_2 تأثیر می کند.

جواب:

$L_1 = 0.26$, $L_2 = 0.13$ henry

$R = 100$ ohm

$x_1 = v_{C_1}/v$, $x_2 = (v_{C_2}/v)(0.1)$