

درس: کنترل اتوماتیک

استاد: دکتر ذوقی

Text-

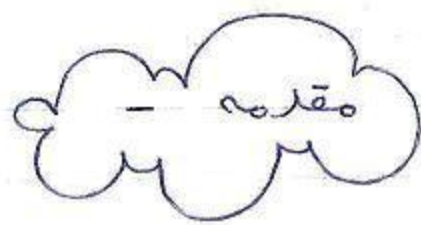
1. R.C Dorf Modern Control Sys
2. K Ogata Modern Control Eng.
3. F.H. Raven Aut. Control Eng.
4. کنترل اتوماتیک دکتر غفاری (دا تشگاه خواجه نصیر)

فرشاد نسرایلی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی
 طراحی - نظارت - اجرا
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ مقام مهندسی:
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ پروانه مهندسی:
 ۱۵۴۰۰-۰۱۲۲۲ شماره شهرسازی:

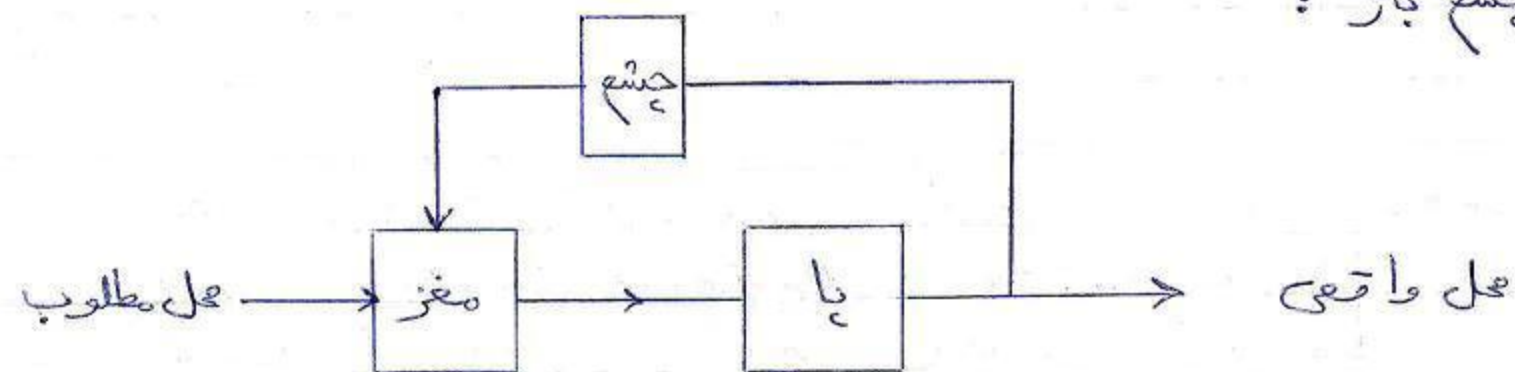
جزوه آموزشی درس کنترل اتوماتیک **آقای دکتر ذوقی**

دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران - دانشکده فنی (۱۳۷۳)

مثلاً چشم بسته :خواهیم به نقطه ای از
حیات برویم :



با چشم باز :



اندازه گیری - چشم
سیستم اصلی - یا
کنترل + مقایسه - مغز

* کنترل دمای هوا توسط ترموستات هم نوعی کنترل اتوماتیک
است اما مثل کنترل مغز لحظه به لحظه و پیوسته نیست ، یا
حالت one دارد یا off یعنی کنترل از نوع قطع و وصل -
است .

* سنایر کولر هم نوعی کنترل است.

* مثالهای فوق کنترل مدار بسته است. اما راه رفتن با چشم بسته کنترل مدار باز است.



تعاریف :

چیزی است که وضعیت سیستم را معین می کند. در یک سیستم حداقل متغیرهایی که با دانستن شرایط اولیه آنها وضعیت و رفتار کل سیستم معین می گردد را متغیرهای وضعیت گویند مثل تغییر مکان و سرعت در سیستم جرم و فنر.

1- متغیر وضعیت :

ورودی یا علت آن چیزی است که از خارج سیستم بر آن اثر نهاده و موجب تغییر در متغیرهای وضعیت سیستم می شود.

2- ورودی :

یا معلول آن چیزی را گویند که تعیین تغییراتش در یک سیستم مورد نظر است.

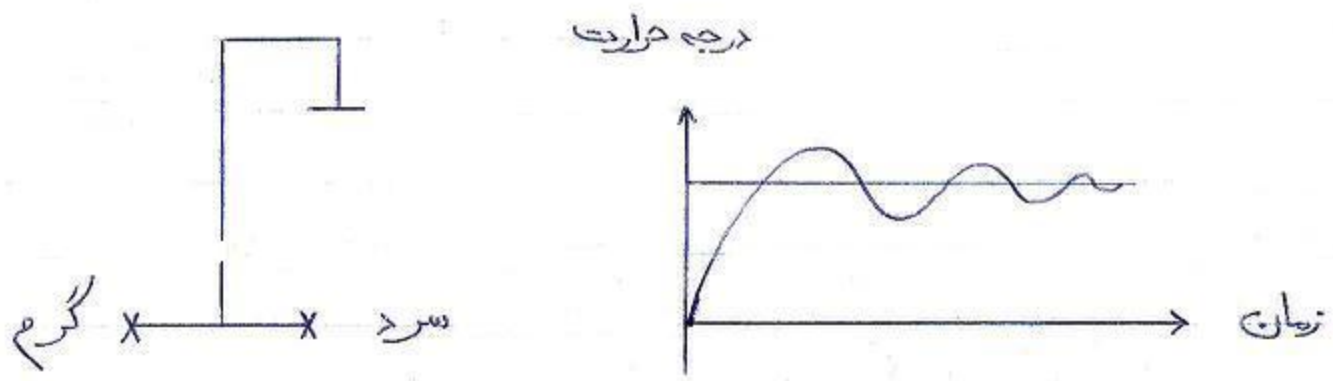
3- خروجی :

عبارت است از مجموعه ای با مشخصات و

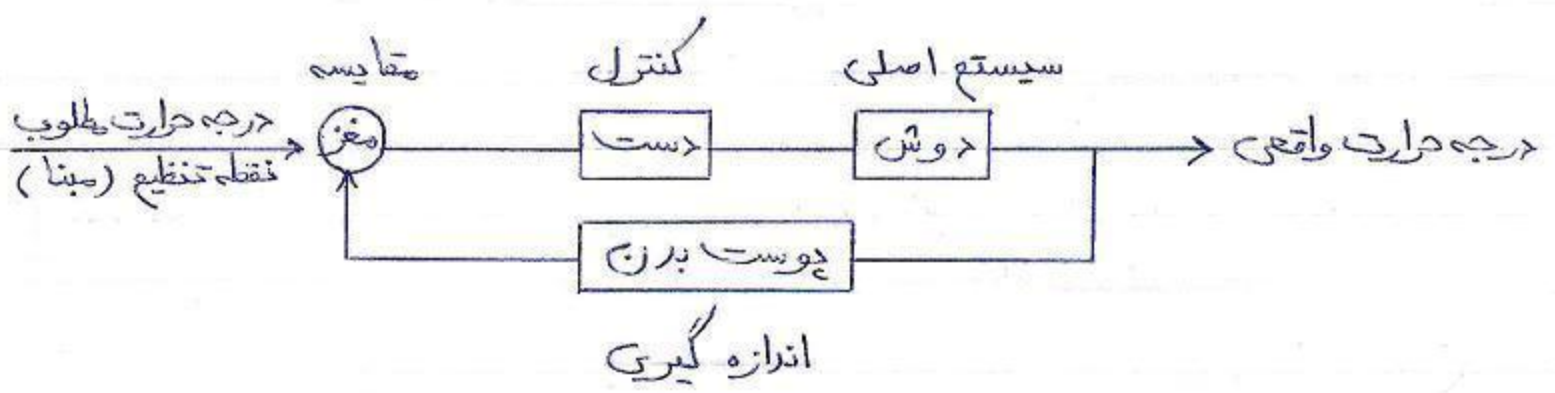
4- سیستم :

رفتار معین که توسط حدود فرضی از محیط اطراف جدا شده باشد.

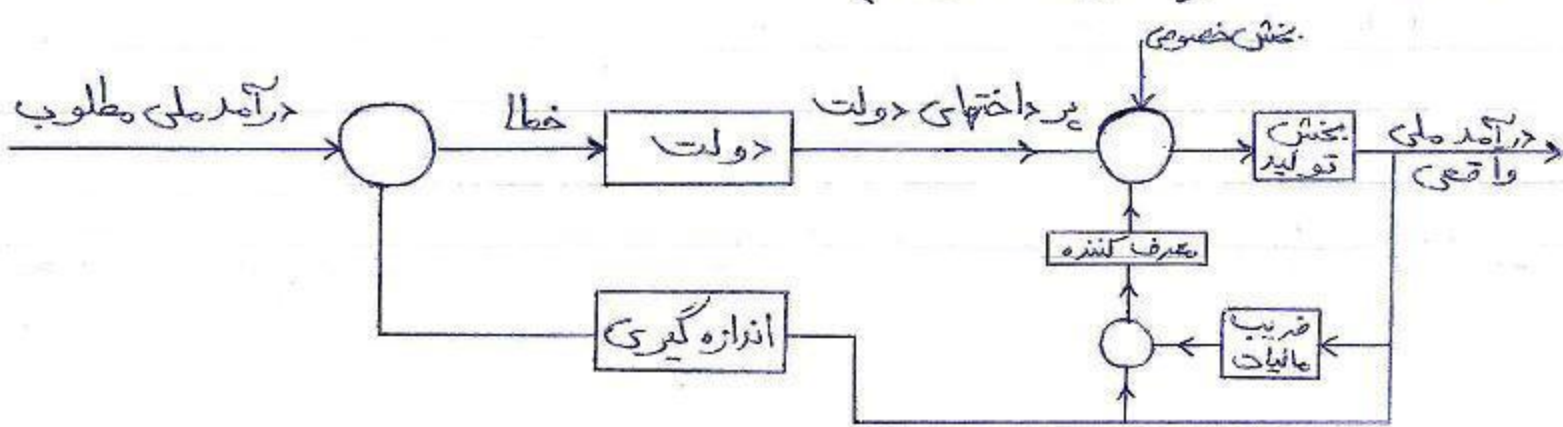
مثال - یک دوش با دوش آب سرد و گرم .



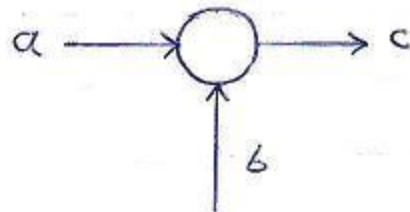
خودار جعبه ای :



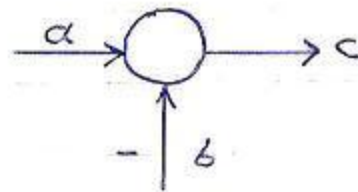
مثال - (درآمد ملی)



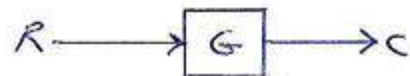
قرار دادها



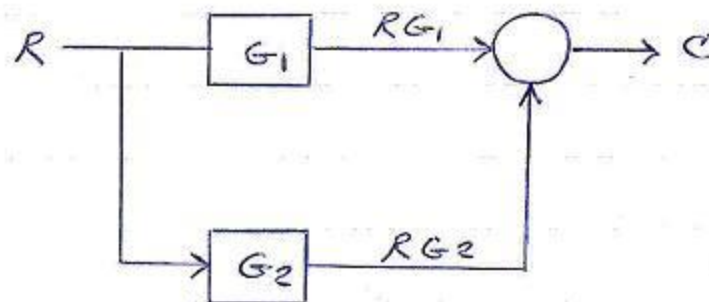
$$C = a + b$$



$$C = a - b$$

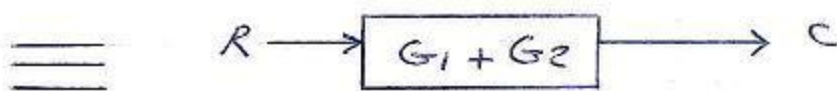


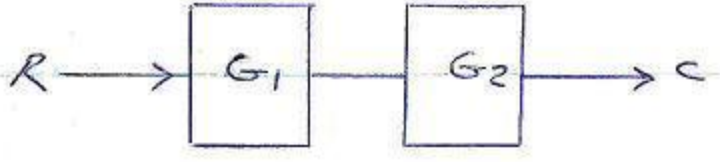
$$C = RG$$



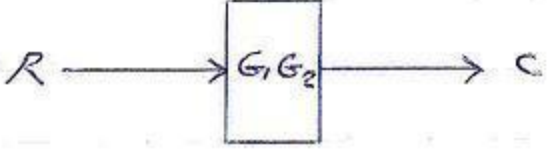
مثال -

$$C = R(G_1 + G_2)$$

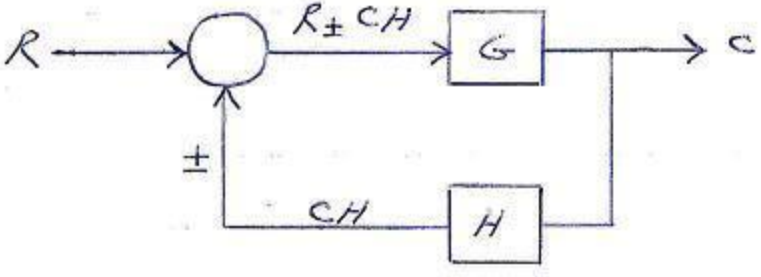




مثال -



مثال -



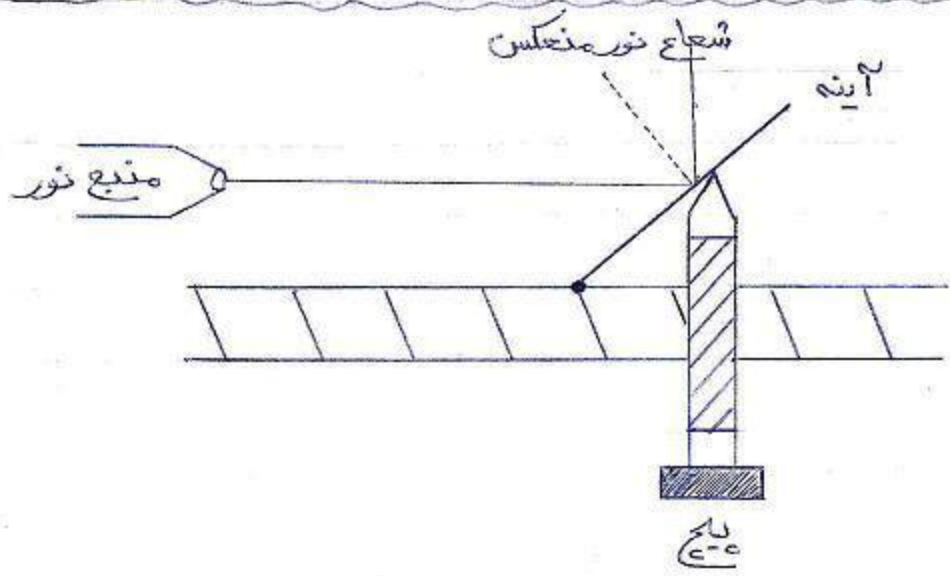
$$(R \pm CH) G = C$$

$$RG \pm CHG = C$$

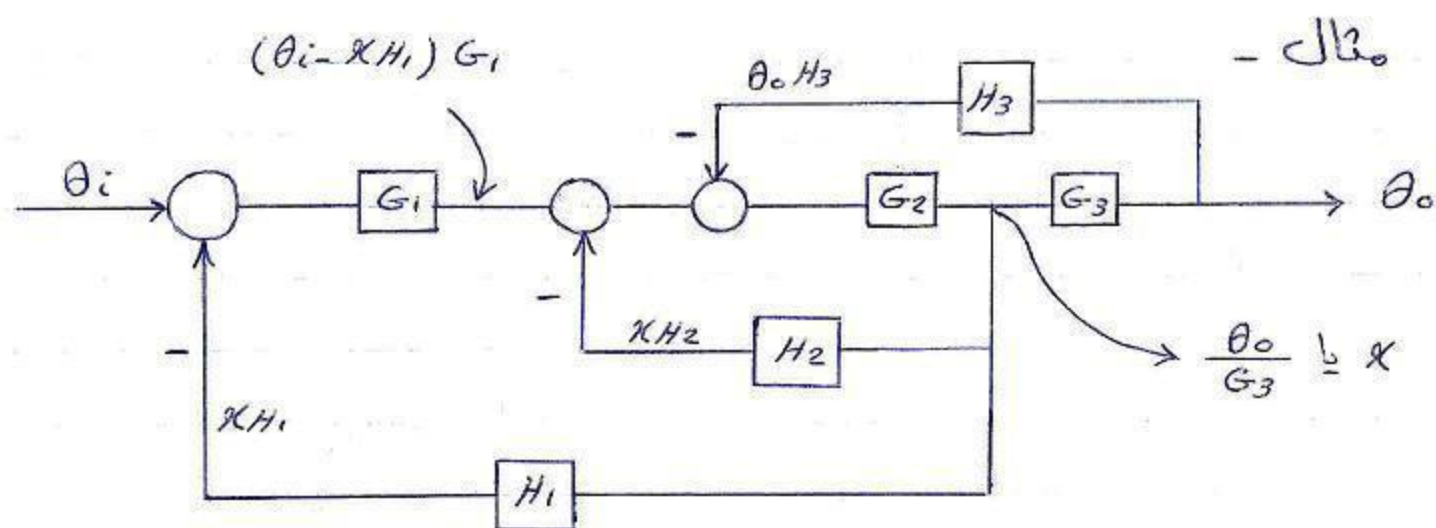
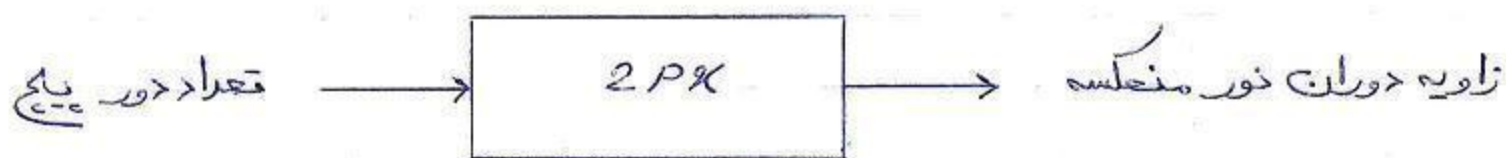
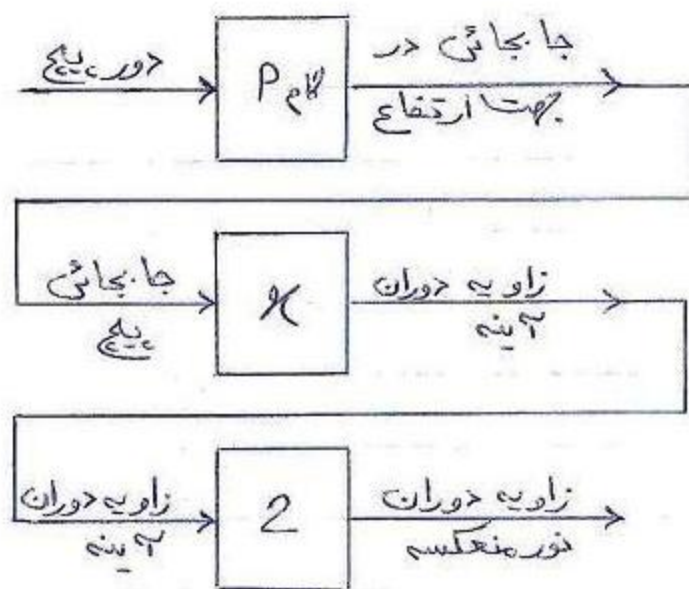
$$RG = C(1 \mp HG) \rightarrow$$

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1 \mp GH}$$

حفظ شود



مثال -



$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = ?$$

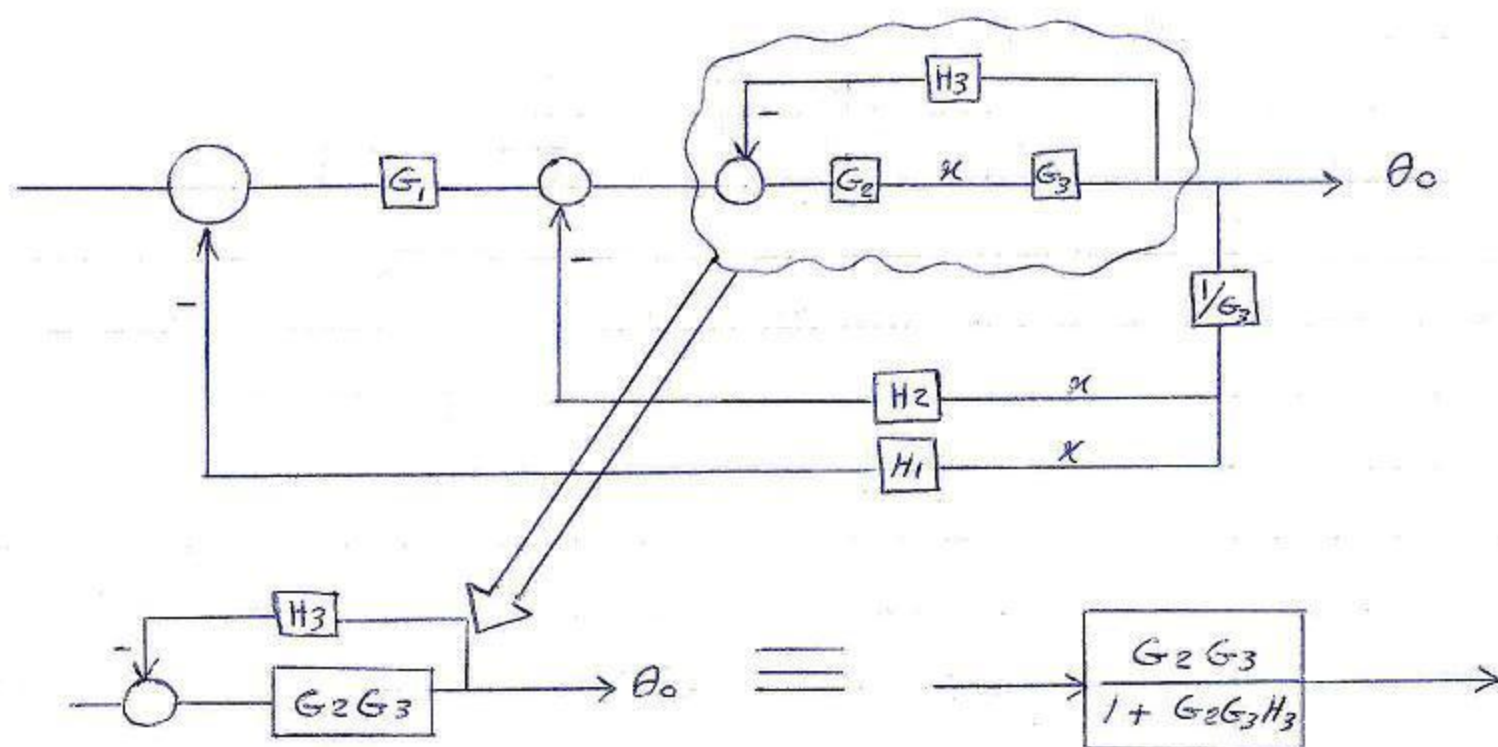
تابع تبدیل

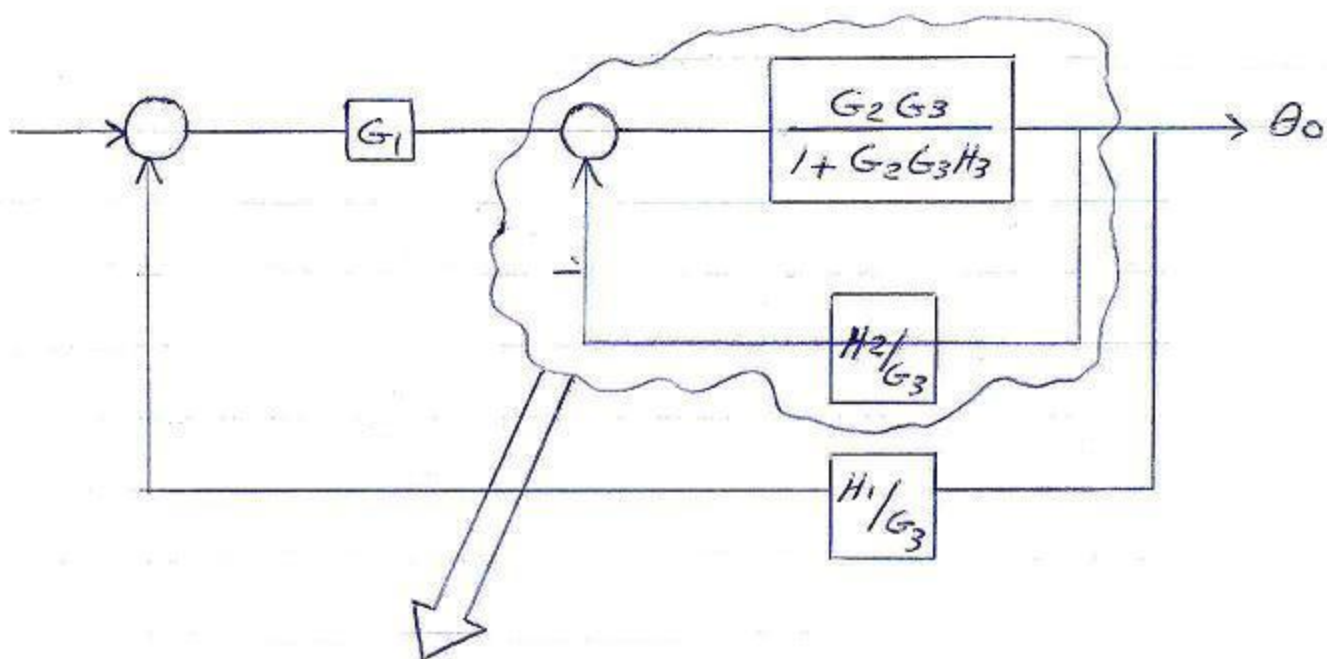
۴. رابطه مجهولات اضافه کردیم پس دو معادله داریم که یکی از آنها $\kappa = \frac{\theta_o}{G_3}$ است:

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa = \frac{\theta_o}{G_3} \\ \left[(\theta_i - \kappa H_1) G_1 - \kappa H_2 - \theta_o H_3 \right] G_2 = \kappa \end{array} \right.$$

→ $\theta_o = \dots$

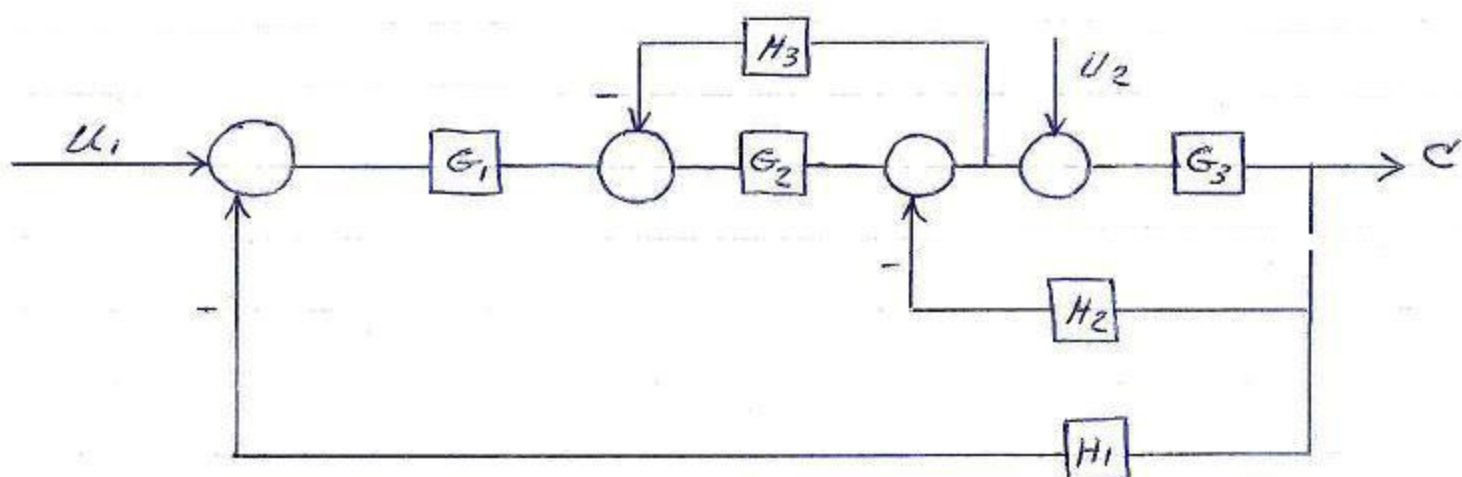
* روش دوم - « ساده کردن »



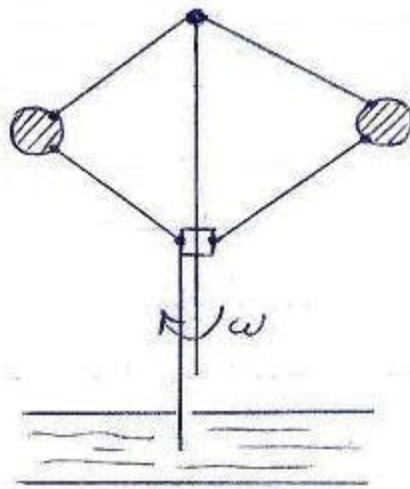


$$\frac{\frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_3}}{1 + \frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_3} \frac{H_2}{G_3}}$$

* آخرین قسمت هم به همین ترتیب عمل می شود.



تمرین ۱- $C = (\dots) U_1 + (\dots) U_2$



(دستگاه کاورین)

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega : \text{ورودی} \\ \text{دبی سیال} : \text{خروجی} \\ \text{دیاگرام جعبه ای} = ? \end{array} \right.$$

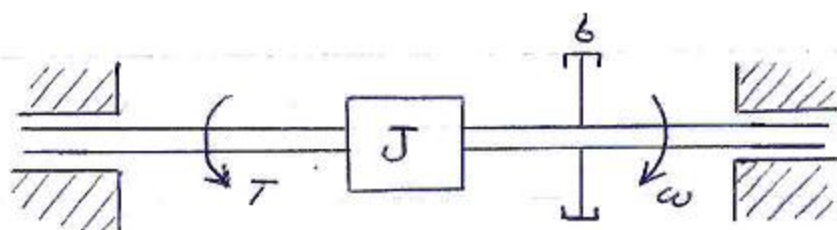
تابع تبدیل : تابع تبدیل عبارت است از نسبت خروجی به ورودی در میدان لاپلاس اگر تمام شرایط اولیه صفر باشند.

$$T.F. = \frac{C(s)}{R(s)}$$

فرشاد نسرایلی - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک
 طراحی - نظارت - اجرا
 ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶ : نظام مهندسی
 ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵ : پروانه مهندسی
 ۱۵۴-۰۱۲۲۲ : شماره شهرسازی

جزوه آموزشی درس کنترل انوماتیک **آقای دکتر ذوقی**
 دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران - دانشکده فنی (۱۳۷۳)

مثال - تابع تبدیل سیستم ذیل را بیابید اگر ورودی گشتاور و خروجی سرعت زاویه ای باشد.



$$J \ddot{\theta}(t) + b \dot{\theta}(t) = T(t)$$

$$(\omega = \dot{\theta}) \rightarrow J \dot{\omega}(t) + b \omega(t) = T(t)$$

$$J s \Omega(s) + b \Omega(s) = T(s)$$

$$\frac{\Omega(s)}{T(s)} = \frac{1}{J s + b}$$

تبدیل لاپلاس

تعریف : اگر تابع $f(t)$ را در میدان زمان داشته باشیم می توان به تابع $f(s)$ در میدان لاپلاس دست یافت به ترتیبی که :

$$* \quad f(s) = \mathcal{L} [f(t)]$$

$$* \quad \mathcal{L} [f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

$$f(t) = e^{-\alpha t}$$

مثال - تبدیل لاپلاس تابع مقابل
را بدست آورید .

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[f(t)] &= \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} e^{-st} dt \\ &= \int_0^{\infty} e^{-(s+\alpha)t} dt = \frac{-1}{s+\alpha} e^{-(s+\alpha)t} \Big|_0^{\infty} \\ &= \frac{1}{s+\alpha} \end{aligned}$$

مثال - تبدیل لاپلاس تابع زیر را بیابید .

$$f(t) = t$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} t e^{-st} dt = \frac{1}{s^2}$$

1. $\mathcal{L}[e^{-\alpha t}] = \frac{1}{s+\alpha}$ نتیجه :

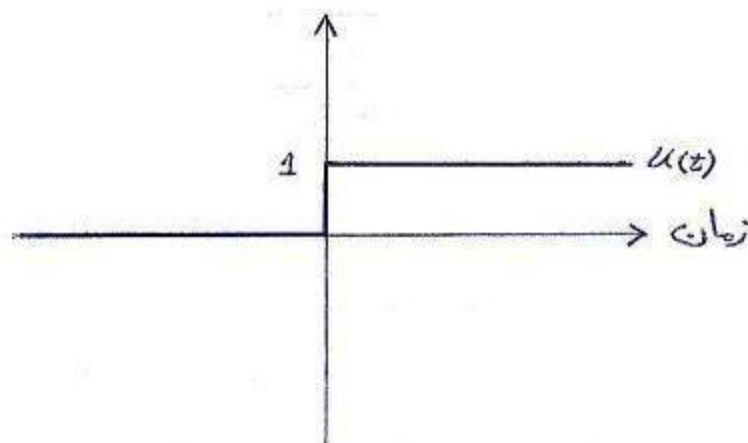
2. $\mathcal{L}[t] = \frac{1}{s^2}$

3. $\mathcal{L}(1 \text{ یا } u(t)) = \frac{1}{s}$ (تابع پله‌ای واحد)

4. $\mathcal{L}(\delta(t)) = 1$ (تابع ضربه واحد)

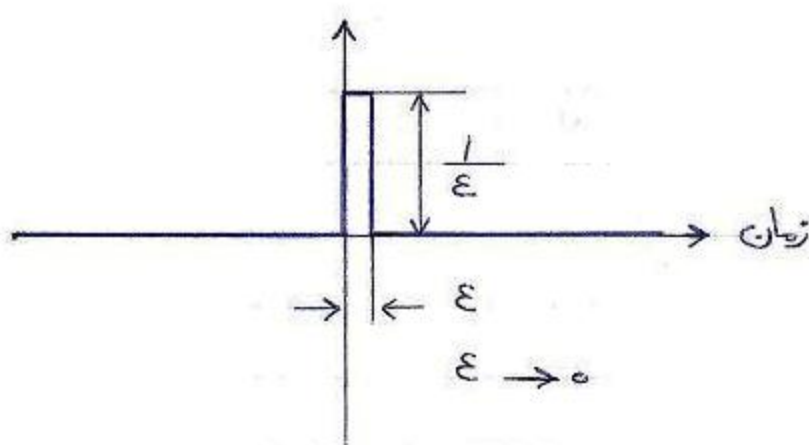
تابع پله‌ای واحد $u(t)$:

$$\begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$



تابع ضرب‌بهای واحد $\delta(t)$:

$$\begin{cases} 0 & t < 0 \text{ و } t > \varepsilon \\ \frac{1}{\varepsilon} & \varepsilon \geq t \geq 0 \end{cases}$$



فرشاد نسراپی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه آموزشی درس کنترل اتوماتیک **آقای دکتر ذوقی**

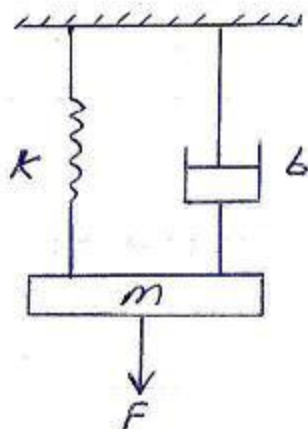
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران - دانشکده فنی (۱۳۷۳)

$$5. \quad L[f^{(n)}(t)] = s^{(n)} F(s) - s^{(n-1)} f(0) - s^{(n-2)} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

$$* \quad L[f'(t)] = s F(s) - f(0)$$

$$* \quad L[f''(t)] = s^2 F(s) - s f(0) - f'(0)$$

مثال - تابع تبدیل سیستم زیر را بیا بید.



$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F$$

* تبدیل لاپلاس می گیریم و شرایط اولیه صفر است.

$$ms^2 X(s) + b s X(s) + k X(s) = F(s)$$

* فرض می کنیم (F ورودی و x خروجی) :

$$X(s) [ms^2 + bs + k] = F(s)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

مثال - عکس العمل سیستم با تابع تبدیل زیر را برای ورودی ضربه ای واحد بدست آورید.

$$\left. \begin{aligned} T.F. &= \frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)} \\ T.F. &= \frac{C(s)}{R(s)} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$C(s) = R(s) \cdot (T.F.)$$

$$(تابع\ تبدیل) \cdot (ورودی\ (s)) = (خروجی\ (s))$$

* عکس العمل یعنی خروجی در میان زمان .

$$\begin{cases} \mathcal{L}[\delta(t)] = 1 \\ C(s) = \frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)} \end{cases}$$

$$(t) = ?$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)}\right] \Rightarrow$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{a}{1+T_1s} + \frac{b}{1+T_2s}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{a_1}{(s+\frac{1}{T_1})} + \frac{b_1}{(s+\frac{1}{T_2})}\right]$$

* نحوه محاسبه a_1 و b_1 با صخرج مشترک گیری است :

$$\frac{a_1}{s + \frac{1}{T_1}} + \frac{b_1}{s + \frac{1}{T_2}} = \frac{a_1(s + \frac{1}{T_2}) + b_1(s + \frac{1}{T_1})}{(s + \frac{1}{T_1})(s + \frac{1}{T_2})}$$

$$\equiv \frac{K}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} = \frac{K / T_1 T_2}{(s + \frac{1}{T_1})(s + \frac{1}{T_2})}$$

$$\begin{cases} \frac{K}{T_1 T_2} = \frac{a_1}{T_2} + \frac{b_1}{T_1} \\ a_1 + b_1 = 0 \end{cases} \longrightarrow$$

$$a_1 = -\frac{K}{T_2 - T_1}$$

$$b_1 = \frac{K}{T_2 - T_1}$$

$$* \text{ صخرج } (s) = \frac{-\frac{K}{T_2 - T_1}}{s + \frac{1}{T_1}} + \frac{\frac{K}{T_2 - T_1}}{s + \frac{1}{T_2}}$$

$$\text{صخرج } (t) = -\frac{K}{T_2 - T_1} e^{-\frac{1}{T_1} t} + \frac{K}{T_2 - T_1} e^{-\frac{1}{T_2} t}$$

(صخرج از لاپلاس بیرون می آید)

روش > فتح :

$$Y(s) = \frac{\dots\dots}{(s-\alpha_1)(s-\alpha_2) \dots\dots (s-\alpha_n) (s-\alpha)^m}$$

$$Y(s) = \frac{b_1}{s-\alpha_1} + \frac{b_2}{s-\alpha_2} + \dots\dots + \frac{b_n}{s-\alpha_n} + \frac{d_1}{(s-\alpha)} + \dots\dots$$

$$+ \frac{d_m}{(s-\alpha)^m}$$

$$\begin{cases} b_1 = \left[(s-\alpha_1) Y(s) \right]_{s=\alpha_1} \\ \vdots \\ b_n = \left[(s-\alpha_n) Y(s) \right]_{s=\alpha_n} \end{cases}$$

$$d_{m-j} = \left[\frac{d^j}{ds^j} \left[Y(s) (s-\alpha)^m \right] \right] \frac{1}{j!} \Big|_{s=\alpha}$$

مثال -

$$Y(s) = \frac{1}{(s-3)(s-4)}$$

$$Y(t) = ?$$

$$Y(s) = \frac{b_1}{s-3} + \frac{b_2}{s-4}$$

$$b_1 = \left[(s-3) \frac{1}{(s-3)(s-4)} \right] \Big|_{s=3} = -1$$

$$b_2 = \left[(s-4) \frac{1}{(s-3)(s-4)} \right] \Big|_{s=4} = 1$$

$$\begin{cases} Y(s) = \frac{-1}{s-3} + \frac{1}{s-4} \\ y(t) = -e^{3t} + e^{4t} \end{cases} \quad \left(\mathcal{L}(e^{-at}) = \frac{1}{s+a} \right)$$

تمرین - در مثال گذشته در مورد سیستم جرم و فنر و میرا کننده اگر ورودی اولاً ضربی واحد و ثانیاً پله ای واحد باشد عکس العمل سیستم را بیابید.

مثال - یک (رادار دنبال کن) اتوماتیک دارای موتوری است که با چرخنده گاهشی $1/100$ به محور ۲ تن رادار وصل شده است. موتور توسط یک آمپلی فایر با مشخصه (خطا $10\%/s$) (یعنی به ازای 1° خطای موجود - بین هدف و جهت رادار تولید $10\%/s$ اختلاف پتانسیل می کند) بکار می افتد. سایر مشخصات :

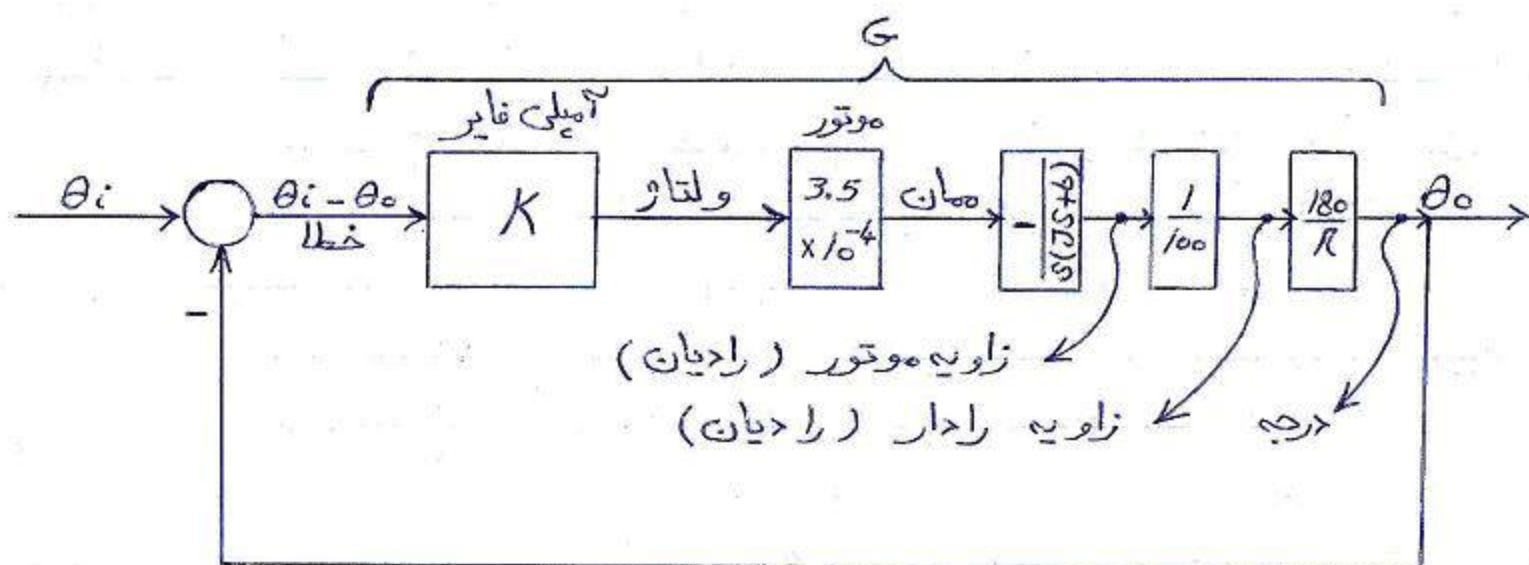
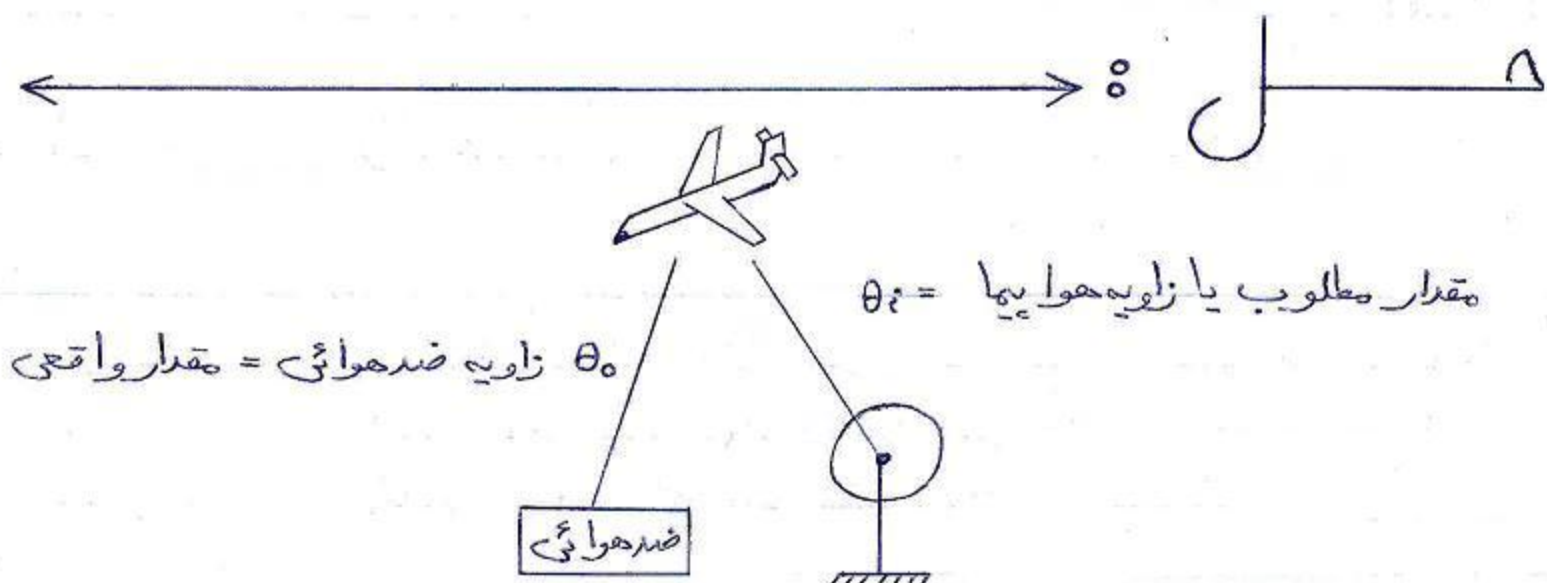
$$* \quad s^2 - fs - 16f = 2 \times 10^6 \quad \text{اینرسی موتور}$$

$$* \quad = 0.2 \quad \text{اینرسی رادار و ...}$$

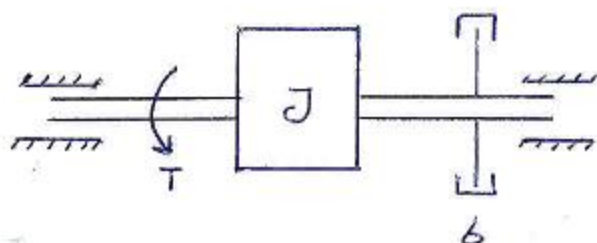
* اصطفاک کل ویسکوز = 4×10^{-6} lb-ft / Radis
روی محور موتور

* همان موتور = 3.5×10^{-4} lb-ft / Volt

* دیاگرام جعبه‌ای و معادله دیفرانسیل سیستم را بیا بید.



* با توجه به مثال ذکر شده در قبل :



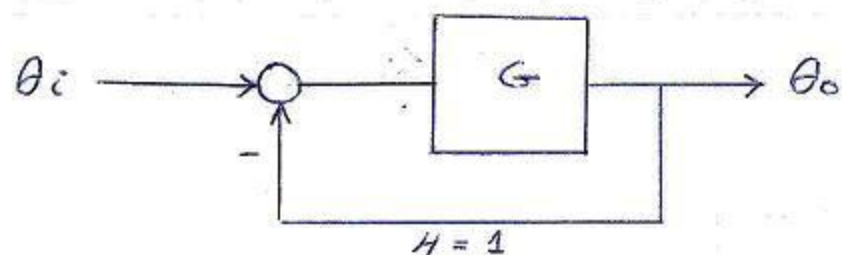
$$\begin{cases} J \ddot{\theta} + b \dot{\theta} = T \\ J s^2 \theta + b s \theta = T \\ \frac{\theta \text{ خروجی}}{T \text{ ورودی}} = \frac{1}{s(Js + b)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{eq} = J_m + \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 J_r \\ J_{eq} = 2 \times 10^{-6} + \left(\frac{1}{100} \right)^2 (0.2) \\ J_{eq} = 0.22 \times 10^{-4} \quad 16f - ft - s^2 \end{cases}$$



* معادله دیفرانسیل :

$$\left[\begin{array}{l} (\theta_i - \theta_o) \times K \times (3.5 \times 10^4) \\ \times \left(\frac{1}{100} \right) \times \left(\frac{180}{\pi} \right) \end{array} \right] = \underbrace{J_{eq} \ddot{\theta} + b \dot{\theta}}_T$$



و یا :

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{G}{1+G}$$

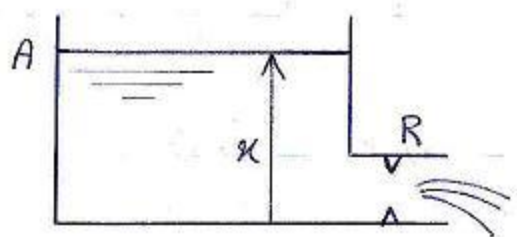
$$G = K \times (3.5 \times 10^{-4}) \times \dots \times \frac{1}{100} \times \frac{180}{R}$$

→ معادله دیفرانسیل

تمرین : در مثال فوق با استفاده از ساده کردن تابع تبدیل و در نظر گرفتن $(S\theta_o = L\dot{\theta}_o)$ و $(S^2\theta_o = L\ddot{\theta}_o)$ و گرفتن معکوس لاپلاس به معادله دیفرانسیل سیستم برسید.

رفتار سیستم مرتبه یک

* سیستم مرتبه یک سیستمی است که معادله دیفرانسیل آن رسته یک باشد.



مثال -

(R مقاومت شیرآلات و... است)

خروجی - ورودی = تغییرات جمع سیال (جمع AX)

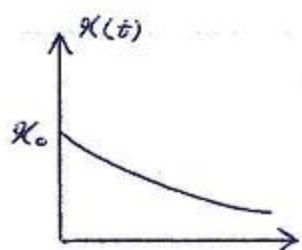
$$* \quad A\dot{X} = -\frac{X}{R}$$

$$\dot{X} = \frac{-1}{AR} X$$

$$\longrightarrow \{ \dot{X} = \alpha X \}$$

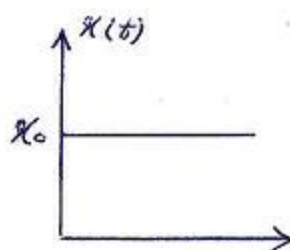
$\left. \begin{array}{l} \dot{X} = \alpha X \\ \text{رفتار سیستم چیست؟} \end{array} \right\}$

$$* \quad X = e^{\alpha t} X_0$$



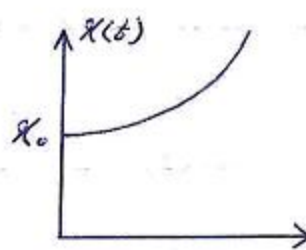
$$\alpha < 0$$

(پایدار)



$$\alpha = 0$$

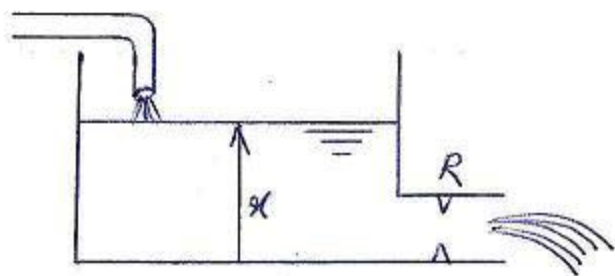
(مز پایداری)



$$\alpha > 0$$

(ناپایدار)

اگر ورودی داشته باشیم :



$$* \quad A \dot{x} = u - \frac{x}{R}$$

$$\dot{x} = \frac{1}{A} u - \frac{1}{AR} x$$

$$\dot{x} = \alpha x + b u$$

$$* \quad \dot{x} = \alpha x + b u \quad \text{جواب سیستم :}$$

$$x = x_h(t) + x_p(t)$$

$$x_h = e^{\alpha t} x_0$$

$$x_p = e^{\alpha t} P(t)$$

$$\frac{d}{dt} (e^{\alpha t} P(t)) = \alpha e^{\alpha t} P(t) + b u$$

$$P(t) = \int_0^t e^{-\alpha \tau} b u(\tau) d\tau$$

$$x(t) = e^{\alpha t} x_0 + \int_0^t e^{\alpha(t-\tau)} b u(\tau) d\tau$$

جواب نهائی $(t \rightarrow \infty)$

* ماضیلی و قتها علاقمند هستیم جواب نهائی را بدانیم تا بفهمیم آیا سیستم پایدار است یا خیر.

قضیه مقدار نهائی : اگر توابع $f(t)$ و مشتق آن $f'(t)$ تبدیل لا پلاس داشته باشند و اگر تبدیل لا پلاس تابع $f(t)$ برابر $F(s)$ باشد و اگر حد $f(t)$ در ∞ وجود داشته باشد داریم :

$$\left(\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) \right)$$

اثبات -

$$\int_0^{\infty} f'(t) \underbrace{e^{-st}}_1 dt = L[f'(t)] = s F(s) - f(0) \quad s \rightarrow 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) - f(0) = f(t) \Big|_0^{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) - f(0)$$

قضیه مقدار اولیه : اگر $f(t)$ و $f'(t)$ دارای تبدیل لاپلاس باشند و اگر $\lim_{s \rightarrow \infty} s F(s)$ وقتی که $s \rightarrow \infty$ وجود داشته باشد داریم :

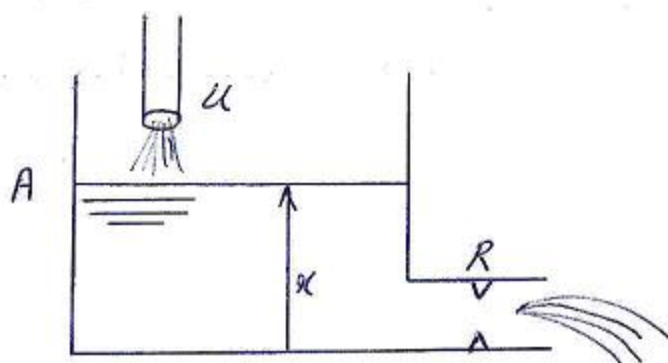
$$\left(\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s F(s) \right)$$

$$\int_0^{\infty} f'(t) e^{-st} dt = s F(s) - f(0) \quad \text{اثبات -}$$

$$\int_0^{0+} f'(t) \underbrace{e^{-st}}_1 dt + \int_{0+}^{\infty} f'(t) e^{-st} dt = s F(s) - f(0) \quad s \rightarrow \infty$$

$$f(0+) - f(0) = s F(s) - f(0)$$

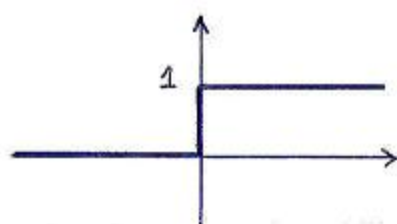
مثال - معادله دیفرانسیل سیستیم زیر را با فرضی $R=1$ و $A=1$ بیابید و با شرایط اولیه % و با فرضی ورودیهای پلهای و ضربه‌ای واحد مقادیر اولیه و نهائی را بیابید.



$$* \quad \dot{h} = -h + u(t)$$

$$h(t) = e^{-t} h_0 + \int_0^t e^{-(t-\tau)} u(\tau) d\tau$$

* پله‌ای واحد :



$$h(t) = e^{-t} h_0 + e^{-t} \int_0^t e^{\tau} d\tau$$

$$h(t) = e^{-t} h_0 + 1 - e^{-t} = 1 + (h_0 - 1) e^{-t}$$

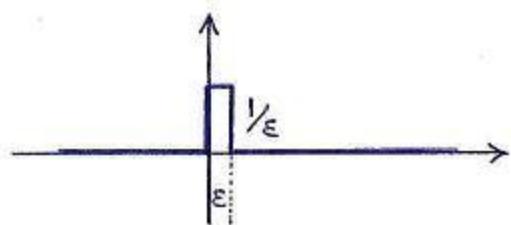
$$* \quad h(t) = h_0 \quad (اَوَّلِيه)$$

$$t \rightarrow 0$$

$$* \quad h(t) = 1 \quad (نَهَائِي)$$

$$t \rightarrow \infty$$

* ورودی ضربی واحد :



$$* \quad x(t) = e^{-t} x_0 + e^{-t}$$

$$x(t) = x_0 + 1 \quad (\text{اولیه})$$

$$t \rightarrow 0$$

$$x(t) = 0$$

(نهایی)

$$t \rightarrow \infty$$

* در ورودی ضربی واحد درست در لحظه صفر هم ورودی داریم بر عکس ورودی پله‌ای واحد. لذا در لحظه صفر به شرط اولیه x_0 نرسیده بلکه به $(x_0 + 1)$ رسیدیم. مثل این که در لحظه صفر یک سطل آب داخل ظرف بریزیم.

* راه حل دوم (« بک بک قضیه ها »)

پله‌ای واحد :

$$\dot{x} = -x + u(t)$$

$$X(s) = \frac{x_0}{s+1} + \frac{u(s)}{s+1} \quad \xrightarrow{\text{پله‌ای واحد}}$$

$$X(s) = \frac{x_0}{s+1} + \frac{1}{s(s+1)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{x_0}{s+1} + \frac{s}{s(s+1)} \right] = 1 \\ \lim_{t \rightarrow 0} x(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} \left[\frac{s x_0}{s+1} + \frac{s}{s(s+1)} \right] = x_0 \end{array} \right.$$

* ضرب‌بای واحد :

$$X(s) = \frac{x_0 + 1}{s+1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{x_0 + 1}{s+1} = 0 \\ \lim_{t \rightarrow 0} x(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{x_0 + 1}{s+1} = x_0 + 1 \end{array} \right.$$

تمرین - در رادار دنبال کن قبلی اولاً تابع تبدیل سیستم را بیا بید. ثانیاً ضریب K میلی فایر را طوری - حساب کنید که برای گردش 2 نتن با سرعت 10 RPM خطای نهائی بیش از 3.5° نباشد.

تمرین - اگر تابع تبدیل سیستمی $\frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$ باشد پایداری سیستم را برای ورودی ضربی واحد مشخص کنید.

نمایش عکس العمل سیستم :

$$\begin{cases} \text{T.F.} = \frac{C(s)}{R(s)} \\ G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} \end{cases} \rightarrow C(s) = R(s) \cdot G(s)$$

↓
تابع تبدیل

مثال - عکس العمل انتگرالگیر نسبت به ورودی های پله ای و ضربی واحد را بیا بید.

توضیح جداگانه :

$$L \left[\underset{g(t)}{f'(t)} \right] = s \cdot F(s) \quad (1)$$

$$\rightarrow f(t) = \int g(t) \quad , \quad \mathcal{L}(g(t)) = G(s) \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{L}[f(t)] = F(s) \\ \mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}\left[\int g(t)\right] \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$(1, 2) \rightarrow F(s) = \frac{G(s)}{s}$$

$$\mathcal{L}\left(\int g(t)\right) = \frac{G(s)}{s}$$

* یعنی مشتق گیری در میدان زمان ضرب کردن در (s) است.
یا عبارتی (s) سیستم مشتق گیر است.

* انتگرال گیری در میدان زمان ضرب کردن در $(\frac{1}{s})$ است یا -
عبارتی $(\frac{1}{s})$ سیستم انتگرال گیر است.

* حل - $G(s) = \frac{1}{s}$

$$\begin{cases} C(s) = \frac{1}{s} \\ C(t) = 1 \end{cases} \quad R(s) = 1 \quad \text{ضربهای واحد}$$

$$\begin{cases} C(s) = \frac{1}{s^2} \\ C(t) = t \end{cases} \quad R(s) = \frac{1}{s} \quad \text{پله‌ای واحد}$$

مثال - برای سیستم زیر خروجی را برای ورودی‌های ضربهای و پله‌ای واحد بدست آورید.

* $G(s) = \frac{K}{1+Ts}$

$$\begin{cases} C(t) = \mathcal{L}^{-1} \frac{K}{1+Ts} \\ C(t) = \mathcal{L}^{-1} \frac{K/T}{s + \frac{1}{T}} = \frac{K}{T} e^{-t/T} \end{cases} \quad \text{ضربهای واحد:}$$

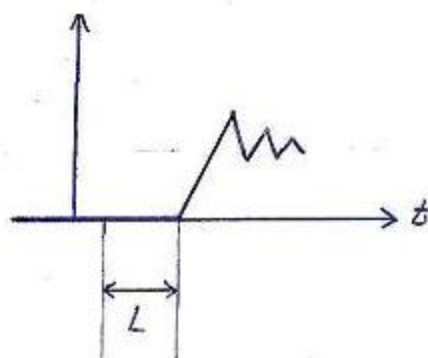
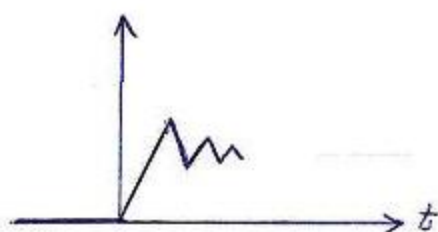
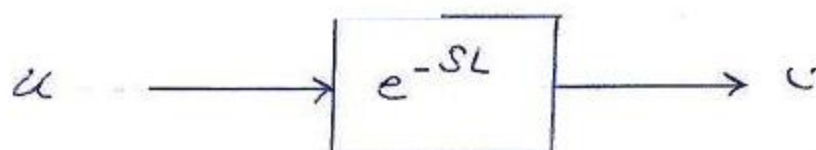
$$\begin{cases} C(t) = \mathcal{L}^{-1} \frac{K}{s(1+Ts)} \\ C(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{K}{s} - \frac{K}{s + 1/T} \right] = K(1 - e^{-t/T}) \end{cases} \quad \text{پله‌ای واحد:}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی
 طراحی - نظارت - اجرا
 نظام مهندسی: ۱۷۲۷۶-۰۴-۱۵
 پروانه مهندسی: ۵۲۸۱۵-۰۴-۱۵
 شماره شهرسازی: ۵۱۲۲۲-۰۴-۱۵

جزوه آموزشی درس کنترل اتوماتیک **آقای دکتر ذوقی**
 دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران - دانشکده فنی (۱۳۷۳)

تابع تأخیر زمانی

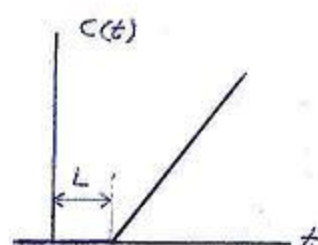
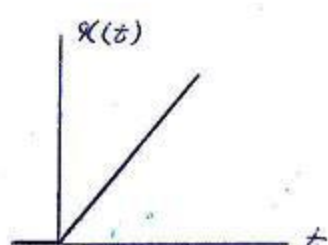
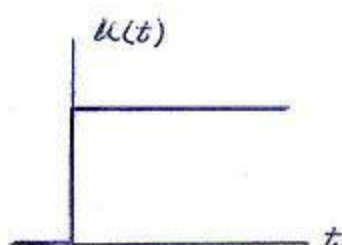
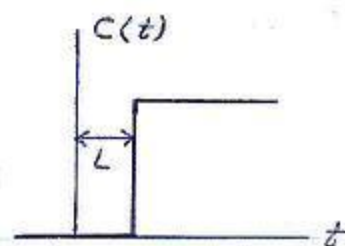
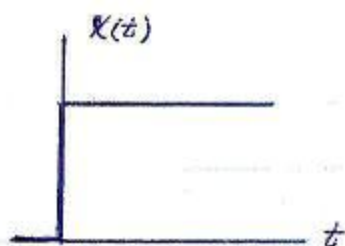
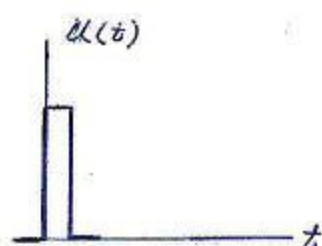
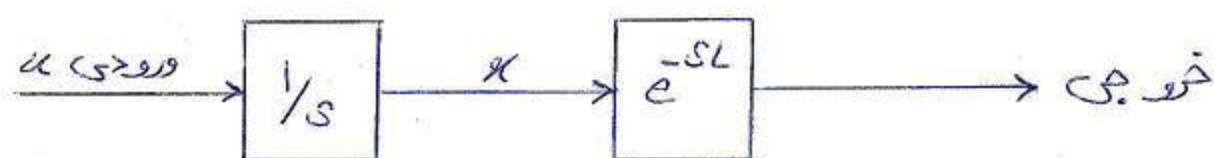
$$** \quad G(s) = e^{-sL}$$



** هر ورودی را در میدان زمان عیناً بصورت خروجی در میدان زمان مشاهده می کنیم با این فرق که آن را به اندازه زمان L به تاخیر می اندازد.

مثال - برای سیستم با تابع تبدیل زیر و ورودی های ضربی و پله ای واحد خروجی را بیا بید.

$$G(s) = e^{-sL} / s$$



$\frac{1}{s}$ - انتگرالگیر است.

e^{-sL} - تابع تأخیر زمانی است.

$$* \quad \alpha \dot{x} + b x = C(t)$$

C - ورودی

x - خروجی

$$\begin{cases} \alpha s X(s) + b X(s) = C(s) \\ \frac{X(s)}{C(s)} = \frac{1}{\alpha s + b} \end{cases}$$

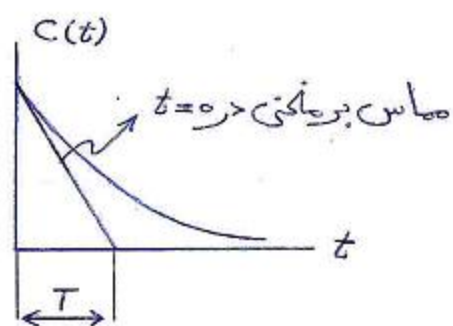
$$\begin{cases} \alpha \ddot{x} + b \dot{x} + c x = d(t) & \text{رسته دو :} \\ \alpha s^2 X(s) + b s X(s) + c X(s) = D(s) \\ \frac{X(s)}{D(s)} = \frac{1}{\alpha s^2 + b s + c} \end{cases}$$

پس - سیستم رسته n یعنی سیستمی که در آن مخرج تابع تبدیل از درجه n باشد.

عکس العمل سیستم رسته یک

* عکس العمل یعنی خروجی در میان زمان .

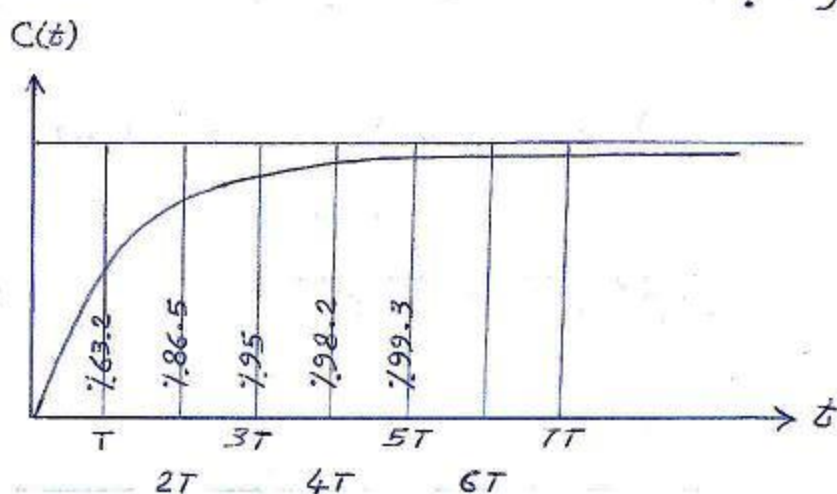
* در مثال $G(s) = \frac{k}{1 + Ts}$ که سیستم رسته یک است :



* ضربی واحد :

(T - ثابت زمانی سیستم رسته یک)

پله‌ای واحد :



* یعنی اگر مثلاً یک میزان الحار را ناگهان داخل آب جوش کرده و در آن صریح (تابع پله ای واحد) ، اگر به اندازه ثابت زمانی خود داخل آب جوش بماند دمای 63.2 را نشان می دهد و اگر به اندازه $2T$ بماند دمای 86.5 را نشان می دهد و تا در ∞ زمان ، دمای 100 را نشان می دهد.

ورودی خطی Ramp :

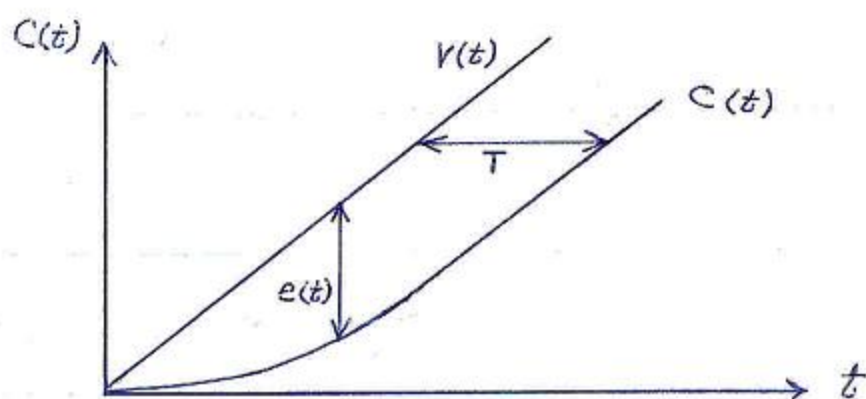
$$r(t) = t \rightarrow R(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$C(t) = \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s^2(1+Ts)} = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{Ts+1} \right)$$

$$C(t) = t - T + T e^{-t/T}$$

error تابع خطا : $e(t) = r(t) - c(t)$

$$e(t) = T(1 - e^{-t/T})$$



تقریب - * یک حرارت سنگ نیاز به 1 دقیقه زمان دارد تا 98% تغییر درجه حرارت ناگهانی را نشان دهد. با فرضی این که حرارت سنگ دارای تابع تبدیل درجه اول $(\frac{1}{1+Ts})$ باشد ثابت زمانی را بیا بید.

* اگر از این حرارت سنگ برای اندازه گیری محلولی که درجه حرارتش با نرخ 10 درجه بر دقیقه بالا می رود - استفاده شود چقدر خطا در اندازه گیری درجه حرارت محلول وجود دارد ؟

تقریب - مقدار 1 kg از ماده رادیو اکتیوی در اختیار است. اگر نیمه عمر ماده رادیو اکتیو مورد نظر دو سال و نیم باشد :

- الف - ثابت زمانی آن را بیا بید.
- ب - مشخص کنید که بعد از چه مدتی تنها 18 gr از ماده رادیو اکتیو بدون تجزیه شدن باقی مانده است.

* این سیستم رسته یک است و تابع تبدیلیش مثل قبلی است.

عکس العمل سیستم رسته >

$$\left\{ \begin{array}{l} m \ddot{x} + b \dot{x} + Kx = F(t) \\ ms^2 X(s) + b s X(s) + KX(s) = F(s) \\ \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1/m}{s^2 + \underbrace{b/m}_{2\xi\omega_n} s + \underbrace{K/m}_{\omega_n^2}} \end{array} \right.$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K' \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$1 < \xi$:

پاسخ به ضربی واحد :

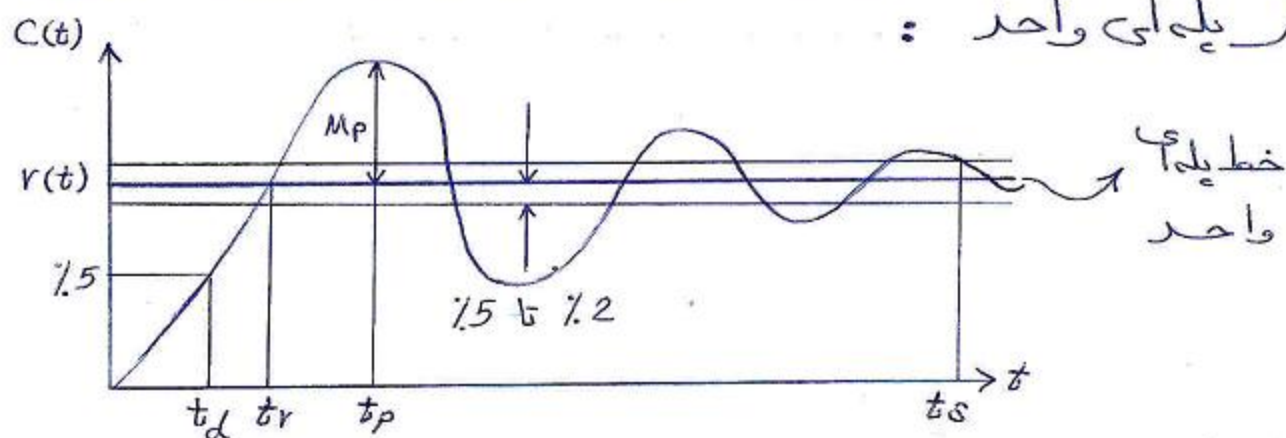
$$C(t) = K' \left[\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-\xi^2} t \right]$$

پاسخ به پله ای واحد :

$$C(t) = K' \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin (\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t + \phi) \right]$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$$

خودار پله ای واحد :



* دو خط پایین و بالا محدوده دقت ما و یا (باند) است و خط وسط مقدار مطلوب است.

* زمان صعود (t_r) زمانی است که $C(t)$ اولین بار برابر با ورودی می‌شود.

* زمان تاخیر (t_d) زمانی است که $C(t)$ اولین بار نصف ورودی می‌شود.

* زمان ارج (t_p) زمانی است که طول می‌کشد تا خروجی به حداکثر مقدار خود برسد.

* زمان استقرار (t_s) مدت زمانی است که طول می‌کشد تا مقدار خروجی در محدوده باند یا دقت مورد نظر قرار گیرد.

* زمانی که آخرین بار $C(t)$ محدوده باند را قطع می‌کند لحظه استقرار می‌نامند.

* M_p : افزایش خروجی نسبت به ورودی در حداکثر مقدار را -
(over shoot) یا M_p گویند.

$$\xi = 0$$

پاسخ به پله‌ای واحد : $C(t) = 1 - \cos \omega_n t$

$$\xi = 1 :$$

پاسخ به پله‌ای واحد :

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2 s}$$

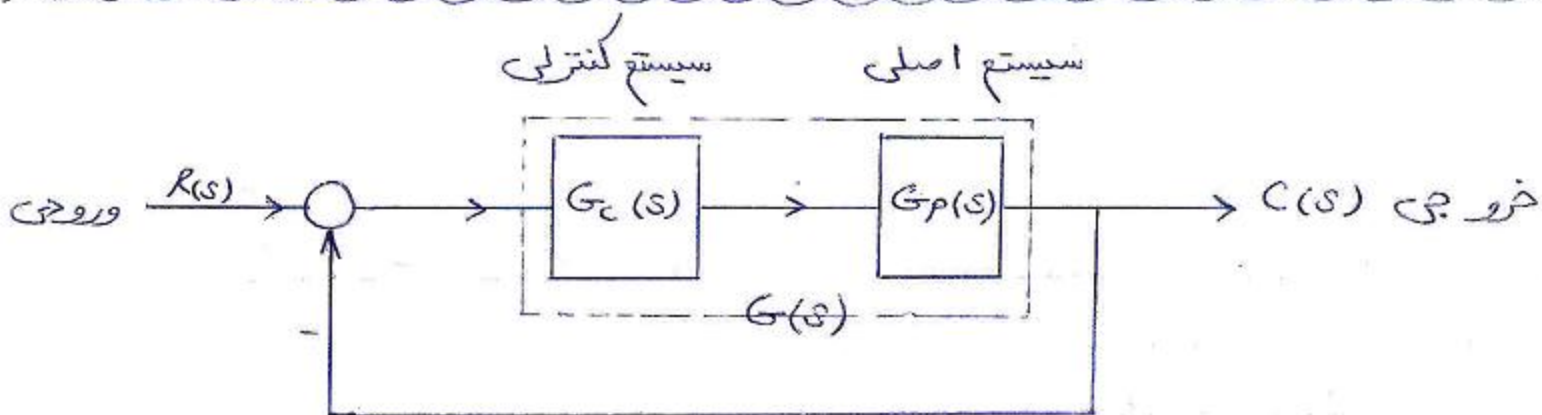
$$C(t) = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t)$$

تقریب - اگر $\xi > 1$ باشد برای سیستم رسته دو به شکل

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{به کمک تبدیل معکوس}$$

لاپلاس خروجی را برای ورودی‌های پله‌ای و ضربه‌ای

واحد بیا ببیند.



در این مورد غلط است

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{C(s)}{R(s)} \neq G(s) \\ \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G}{1+G} = T(s) \end{array} \right.$$

تابع تبدیل

ثابت زمانی سیستمهای رسته دو

$$* T = \frac{1}{\xi \omega_n} = \frac{1}{\sigma}$$

حل قسمت دوم مسئله را دار :

تابع تبدیل

$$* \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{9.1 K}{s^2 + 1.82 s + 9.1 K}$$

درجه

$$* \theta_i = \left(10 \times \frac{2\pi}{60} \right) \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{زمان (sec)}}}{t} \times \frac{180}{\pi} = 60 t$$

ورودی خطی است

$$* \theta_i(s) = \frac{60}{s^2}$$

*

$$e(s) = \theta_i - \theta_o = \theta_i \left[1 - \frac{\theta_o}{\theta_i} \right]$$

خطا

$$e(s) = \frac{60}{s^2} \left[1 - \frac{9.1 K}{s^2 + 1.82 s + 9.1 K} \right]$$

$$e(s) = \frac{60}{s^2} \left[\frac{s(s + 1.82)}{s^2 + 1.82s + 9.1K} \right]$$

$$e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} s e(s) \quad \text{خطای نهائی :} \quad s \rightarrow 0$$

$$e_{ss} = \frac{12}{K} < 3.5^\circ \quad \longrightarrow$$

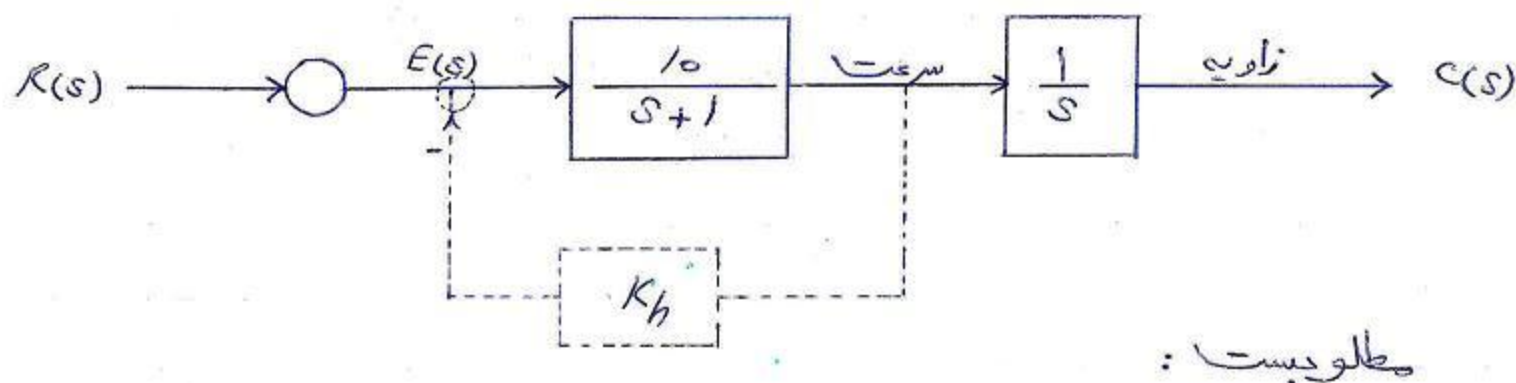
$$K = 3.44 \quad \text{Volt/درج}$$

حل نسبت استهلاک برای رادار :

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{31.3}{s^2 + \underbrace{1.82s}_{2\xi\omega_n} + \underbrace{31.3}_{\omega_n^2}} \quad \longleftarrow K=3.44$$

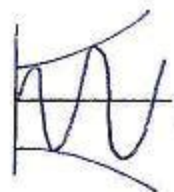
$$\begin{cases} \omega_n = 5.6 \quad \text{rad/s} \\ \xi = 0.162 \\ \omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n = 5.51 \quad \text{rad/s} \end{cases}$$

تمرین - در سیستم شکل زیر نسبت استهلاک 0.137 و فرکانس طبیعی 3.16 rad/s است. برای بهین کردن عکس العمل این سیستم (از بین بردن نوسانات زیاد) از یک تانکومتر استفاده می شود یعنی سرعت اندازه گیری شده و با ضریب K_h پس خوانده منقح می گردد:

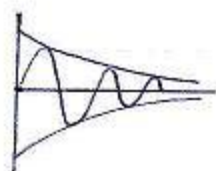


- 1- مقدار K_h بطوری که نسبت استهلاک 0.5 شود.
- 2- برای سیستم اولیه عکس العمل پله ای واحد و خطای ماندگار را بیا بید.
- 3- برای سیستم اصلاح شده نیز موارد فوق را بیا بید.

* در $e^{(\alpha + bi)}$ اگر α مثبت باشد ارتعاش افزایشی است و حالت ناپایدار و اگر α منفی باشد ارتعاش کاهش می یابد و حالت پایدار.



ناپایدار



پایدار

حل تمرین درجه حرارت :

$$\begin{cases} G(s) = \frac{1}{1+Ts} \\ R(t) \text{ پله‌ای} \longrightarrow R(s) = \frac{1}{s} \\ C(s) = G(s) \times R(s) = G(s) \times \frac{1}{s} \end{cases}$$

* هر تغییر ناگهانی در دما یعنی پله‌ای واحد چرا که در ضربهای واحد یکبار تغییر به بالا دارد و یکبار پایین می‌آید.

$$\begin{cases} C(t) = 1 - e^{-t/T} \\ 0.98 = 1 - e^{-60/T} \end{cases} \longrightarrow \text{Cloud } T \approx 15 \text{ s}$$

$$e(t) = \underset{\substack{\downarrow \\ 15}}{T} (1 - e^{\underset{\substack{\downarrow \\ t \rightarrow \infty}}{-t/T}})$$

خطا :

* اگر صحبتی نشد یعنی خطا در زمان ∞ یا عبارتی خطای ماندگار را می‌بینیم.

حل مسئله رادیواکتیو :

$$m = \frac{m_0}{2^{t/T}} \rightarrow$$

$$135 \times 10^{-3} = \frac{1}{2^{t/67}} \rightarrow 135 \times 10^{-3} 2^{t/67} = 1$$

$$\rightarrow 2^{t/67} = \frac{1}{135 \times 10^{-3}} \rightarrow \ln 2^{t/67} = \ln 7/4$$

$$\rightarrow t/67 \ln 2 = 2 \rightarrow 0.69 t = 134$$

$$\rightarrow t = 194.2 \text{ روز}$$

$r(t) = u(t)$ پله‌ای واحد

$$C(t) = 1 - e^{-t/T}$$

$$m = \frac{m_0}{2^n} \rightarrow \frac{m_0}{2} = \frac{m_0}{2^n} \rightarrow n = 1$$

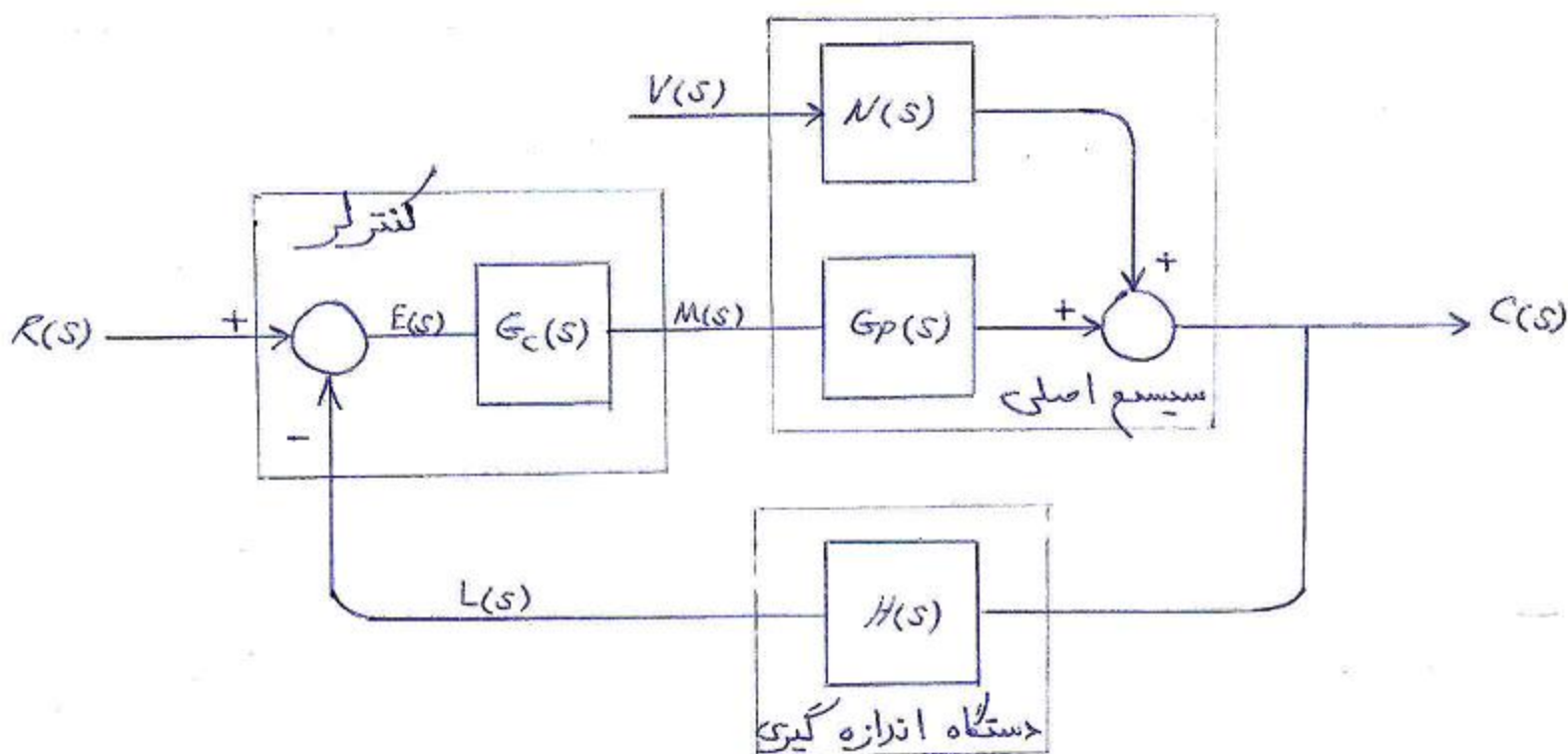
$$n = \frac{t}{T} \rightarrow 1 = \frac{t}{2.5} \rightarrow t = 2.5$$

زمانی که جرم نصف می‌شود

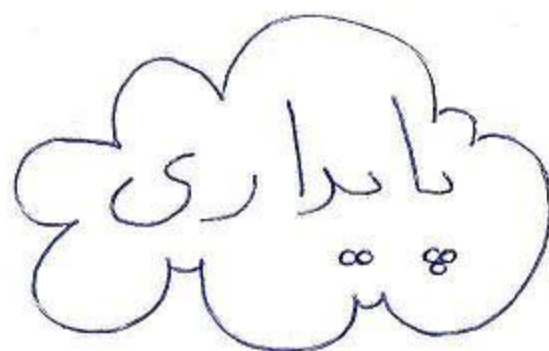
$$0.5 = 1 - e^{\frac{-2.5}{T}} \rightarrow e^{\frac{-2.5}{T}} = 0.5 \rightarrow$$

$$\frac{-2.5}{T} = \ln(0.5) \rightarrow T = 3.6$$

$$1 - 0.018 = 1 - e^{-t/3.6} \rightarrow t = 14.463$$



- $C(s)$ خروجی یا متغیری که باید کنترل شود
- $R(s)$ ورودی مبنا - مقدار مطلوب - نقطه تنظیم
- $E(s)$ سیگنال خطای سیستم
- $L(s)$ سیگنال فید بک
- $M(s)$ ورودی کنترل شده به سیستم
- $V(s)$ ورودی مزاحم به سیستم
- $G_c(s)$ تابع تبدیل کنترلر
- $G_p(s)$ تابع تبدیل سیستم اصلی
- $N(s)$ تابع تبدیل مربوط به ورودی مزاحم
- $H(s)$ تابع تبدیل مدار فید بک که معمولاً مربوط به دستگاه اندازه گیری خروجی سیستم است و بسیاری از مواقع برابر (1) است.



$$\frac{C}{R} = \frac{1}{TS + 1}$$

* سیستم رسته یک

$$\frac{C}{R} = \frac{\dots}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

* سیستم رسته دو

$$\frac{C}{R} = \frac{\dots}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

* سیستم رسته n

$$\frac{C}{R} = \frac{\dots}{(s - \dots)(s - \dots) \dots (s - \dots)}$$

معادله مشخصه

اگر: $0 =$ خرج تابع تبدیل



$$s = \underbrace{p_1, p_2, \dots, p_n}_{\text{قطب}}$$

$$\frac{C}{R} = \frac{\dots}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)}$$

$$\frac{C}{R} = \frac{b_1}{s - p_1} + \frac{b_2}{s - p_2} + \dots + \frac{b_n}{s - p_n}$$

$$C(t) = b_1 e^{p_1 t} + b_2 e^{p_2 t} + \dots + b_n e^{p_n t} + (\dots)$$

چیزهای دیگری که بر اثر ورودی
ظاهر می شود.

* وقتی حرف از پایداری می‌زنیم بحث ما روی $b_1 e^{p_1 t} + \dots + b_n e^{p_n t}$ می‌باشد. اگر ورودی ضربه‌ای باشد $R=1$ می‌شود و هیچ اثری روی پایداری نمی‌گذارد. پس اگر سیستمی براثر ورودی - ضربه‌ای واحد پایدار بود همواره پایدار است و بالعکس.

* چه موقع سیستم پایدار است؟

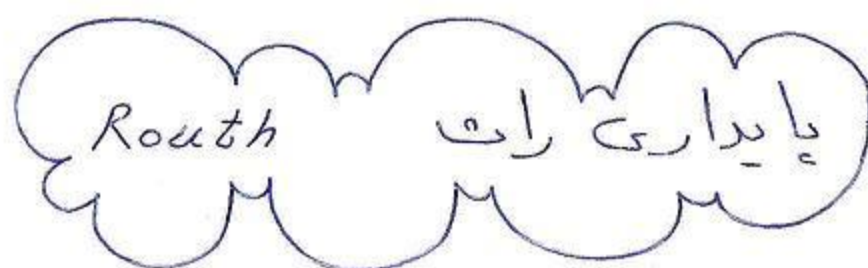
وقتی که $\sigma \rightarrow -\infty$ تک تک جملات $C(z)$ محذور باشند و یا موقعی که تک تک قطبها منفی باشند.

$$\begin{cases} p < 0 & \text{پایدار} \\ p > 0 & \text{ناپایدار} \\ p = 0 & \text{مرز ناپایداری} \end{cases}$$

* اگر $a \pm bi$ بود به قسمت حقیقی نگاه می‌کنیم :

$$\begin{cases} \alpha < 0 & \text{پایدار} \\ \alpha > 0 & \text{ناپایدار} \\ \alpha = 0 & \text{مرز ناپایداری} \end{cases}$$

* هر جفت ریشه موهومی یک مُدار تعاشی به ما می دهد.



* شرط لازم برای پایداری بودن سیستم آن است که ضرایب خارج تابع تبدیل (که همان ضرایب معادله مشخصه است) همگی مثبت باشند.

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

$$(a_0 > 0)$$

* شرط کافی برای پایداری بودن سیستم آن است که ضرایب ستون اول در جدول راث همگی مثبت باشند.

* اگر $a_0 < 0$ بود از منفی فاکتور می گیریم تا a_0 مثبت شود و ۲ نگاه بحث می کنیم.

جدول Routh :

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6	
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7	
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	b_4	
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	c_4	
⋮					

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی
 طراحی - نظارت - اجرا
 ۱۵۴۰۵۰۱۷۲۷۶
 پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۵۰۰۲۸۱۵
 شماره شهرسازی: ۱۵۴۰۵۱۲۲۲

$$\left\{ \begin{aligned} b_1 &= \frac{a_4 a_2 - a_0 a_3}{a_4} \\ b_2 &= \frac{a_4 a_4 - a_0 a_5}{a_4} \\ c_1 &= \frac{b_1 a_3 - a_4 b_2}{b_1} \\ c_2 &= \frac{b_1 a_5 - a_4 b_3}{b_1} \end{aligned} \right.$$

جزوه آموزشی درس کنترل اتوماتیک **آقای دکتر ذوقی**
 دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران - دانشکده فنی (۱۳۷۳)

مثال -

$$9s^7 + 3s^6 + 48s^5 + 14s^4 + 64s^3 + 14s^2 + 14s + 2 = 0$$

* در مورد سیستمی با معادله مشخصه فوق پایداری را به روش رات بحث کنید.

s^7	9	48	64	14
s^6	3	14	14	2
s^5	6	22	8	
s^4	3	10	2	
s^3	2	4		
s^2	4	2		
s^1	3			
s^0	2			

- * مابقی صفر است.
- * در آخر هر ردیف یک عدد تکرار می شود.
- * ردیفها را دو تا دو تا جدا می کنیم.

$$b_1 = \frac{(3 \times 48) - (9 \times 14)}{3}$$

~~$$b_2 = \frac{(14 \times 14) - (2 \times 48)}{14}$$~~

$$s^3 + 2s^2 + s + 2 = 0$$

مثال -

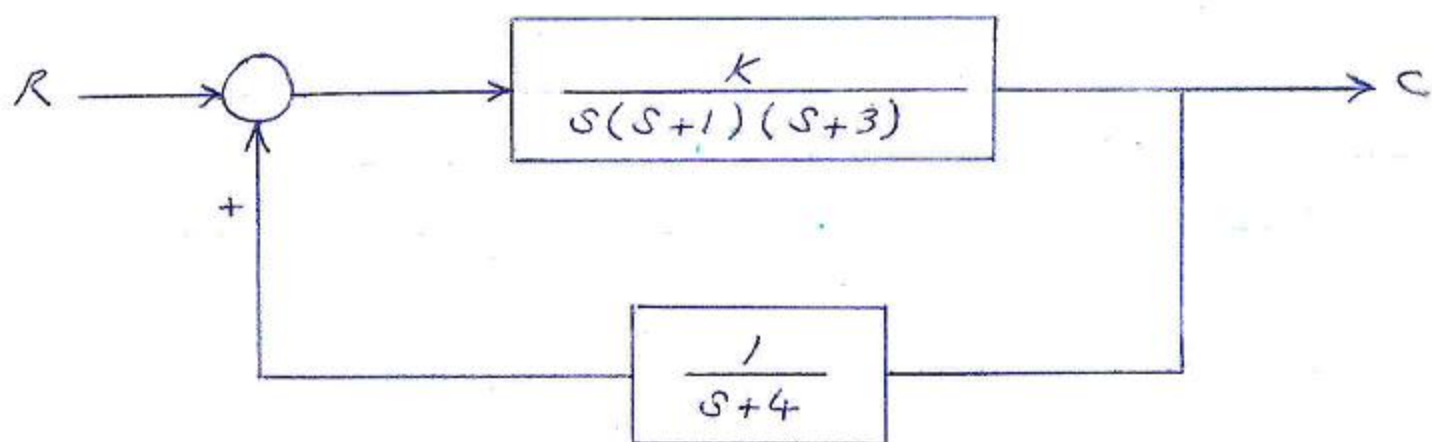
s^3	1	1
s^2	2	2
s^1	0 = \epsilon	
s^0	2	

$$\frac{2\epsilon - 0}{\epsilon} = 2$$

رفع ابهام تستی :
صفر را فرضاً ϵ گرفتیم و رفع ابهام کردیم.

- ۱- هرگاه در ستون اول صفر داشته باشیم یک جفت ریشه موهومی به تعداد صفرها جفت ریشه موهومی داریم.
- ۲- هرگاه در ستون اول ضرب منفی داشته باشیم به تعداد تغییر علامتها ریشه ناپایدار داریم.

تمرین - برای سیستم ذیل شرایط پایداری را به روش رات تعیین کنید.



مثال - $s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 - 25s - 50 = 0$

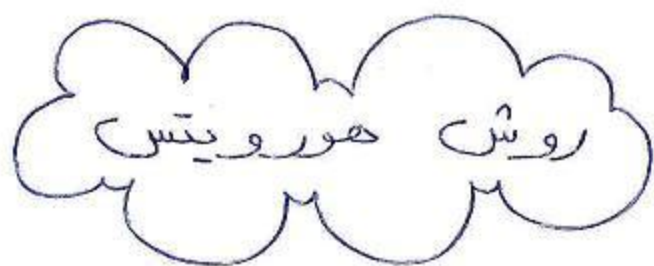
s^5	1	24	-25
s^4	2	48	-50
s^3	$\odot \nearrow 8$	$\odot \nearrow 96$	
s^2	24	-50	
s^1	112.7		
s^0	-50		

اگر در داخل محدوده بیش از یک صفر داشته باشیم به روش قبلی -
غی توان رفع ابهام کرد:

$$\begin{cases} P = 2S^4 + 48S^2 - 50 \\ \frac{dP}{dS} = 8S^3 + 96S \end{cases}$$

* ضرایب این معادله را
موقتاً بجای صفرهای
داخل محدوده نهاده و بقیه
اعداد را محاسبه می کنیم.

* در ستون اول یک صفر داریم پس یک جفت ریشه موهومی
داریم و چون یکبار هم تغییر علامت داریم پس یک جواب
نایابدار هم داریم. جفت ریشه موهومی یک مدار تعاشی می دهد.



$$a_0 S^n + a_1 S^{n-1} + \dots + a_{n-1} S + a_n = 0$$

* این روش تنها می گوید سیستم پایدار است یا خیر.

* شرط پایداری در این روش عبارت است از مثبت بودن تمامی ضرایب (Δ).

$$\Delta_1 = \alpha_1$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 \\ \alpha_0 & \alpha_2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 \\ \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \alpha_7 \\ \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \alpha_6 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 \\ 0 & \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 \end{vmatrix}$$

$$\vdots$$

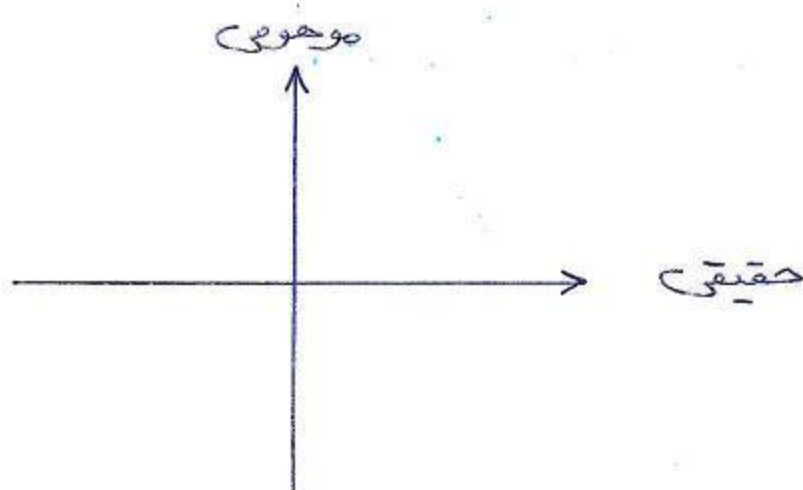
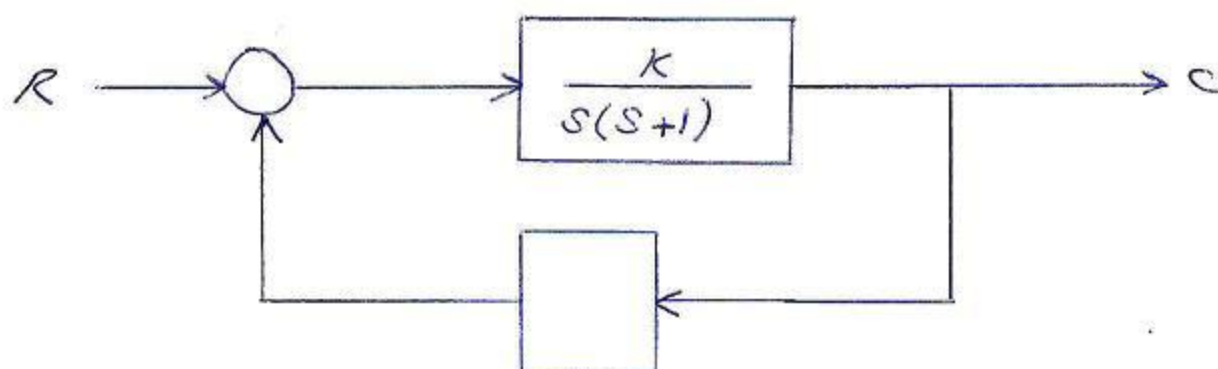
$$\Delta_n =$$

* در هر مرحله ماتریس قبلی را تکرار می‌کنیم و در ستون اول صفر قرار می‌دهیم و سپس ردیف‌ها را ادامه می‌دهیم.

فرشاد نسرایس - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی
 طراحی - نظارت - اجرا
 نظام مهندسی: ۱۷۲۷۶-۰۳-۱۵
 پروانه مهندسی: ۰۲۸۱۵-۰۳-۱۵
 شماره شهرسازی: ۰۱۲۲۲-۰۳-۱۵

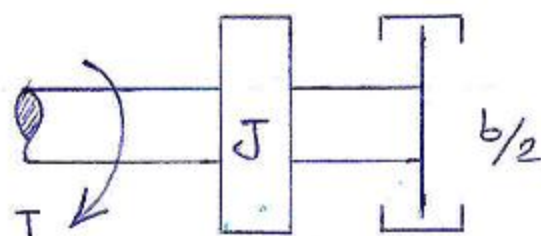
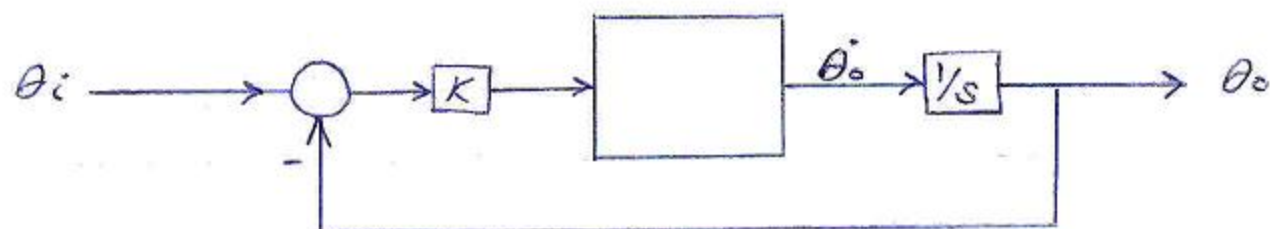
جزوه آموزشی درس کنترل اتوماتیک **آقای دکتر ذوقی**
 دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران - دانشکده فنی (۱۳۷۳)

- تقریب - برای سیستم زیر به ازای مقادیر مختلف K برابر ۱ -
 و $-\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{4}$ و ۱ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ قطبهای سیستم را -
 تعیین کنید و در صفحه s رسم نمایید.



* ممانی تغییر یکی از قطبها را به ازای تغییرات K رسم کنید.

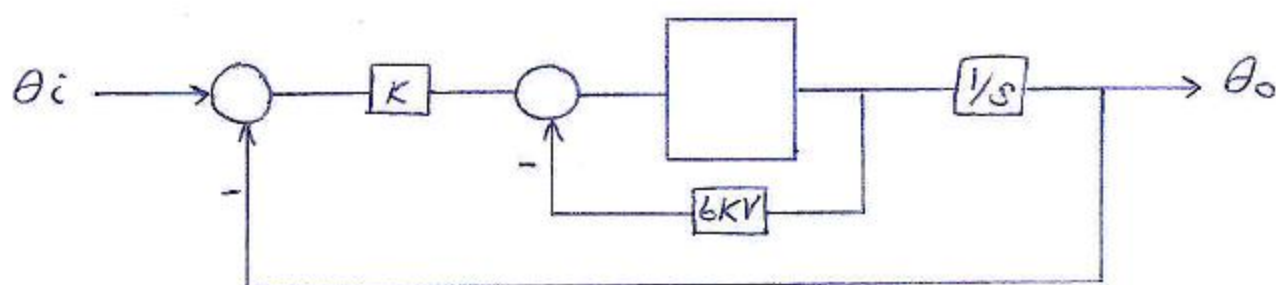
تقریب - یک سیستم سرو مکانیزم مطابق شکل زیر مورد نظر است که در آن کوئل ورودی $T = K(\theta_i - \theta_o)$ است K ضریب ثابت است



رابطه T و θ → قانون نیوتن

الف - دیاگرام جعبه ای را با نوشتن معادله حرکت سیستم بیا بید

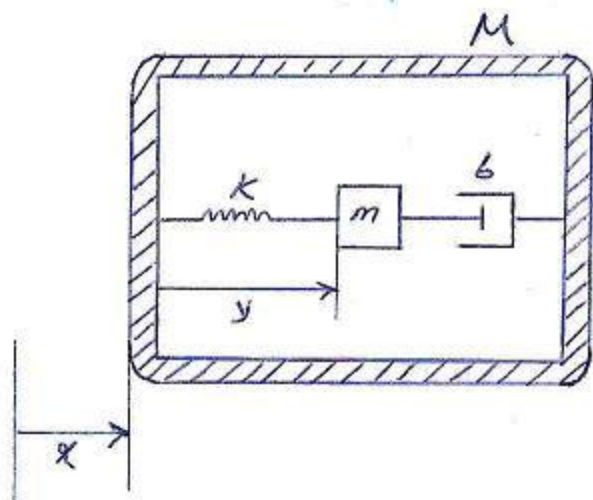
ب - $\xi = 0.3$ است برای کم کردن $over\ shoot$ از پس خوراند متغی سرعت با ضریب $6KV$ استفاده می شود KV را طوری بیا بید که $\xi = 0.6$ گردد.



ج - در سیستم جدید برای از بین بردن خطای ماندگار نسبت به ورودی Ramp کنترلر $(1 + T_c s)$ را قبل از پس‌خوراکی $\theta_i - \theta_o$ قرار می‌دهیم و در این حالت T_c را طوری بیا بید که خطای ماندگار صفر گردد.

د - را طوری بیا بید که سرعت زاویه‌ای در زمان $t = 0$ برای ورودی پله‌ای واحد برابر 3 Rad/s گردد.

تمرین - در شتاب‌سنج شکل زیر اولاً تابع تبدیل را بیا بید و ثانیاً در مورد پایداری سیستم به روش هورویتز بحث کنید.

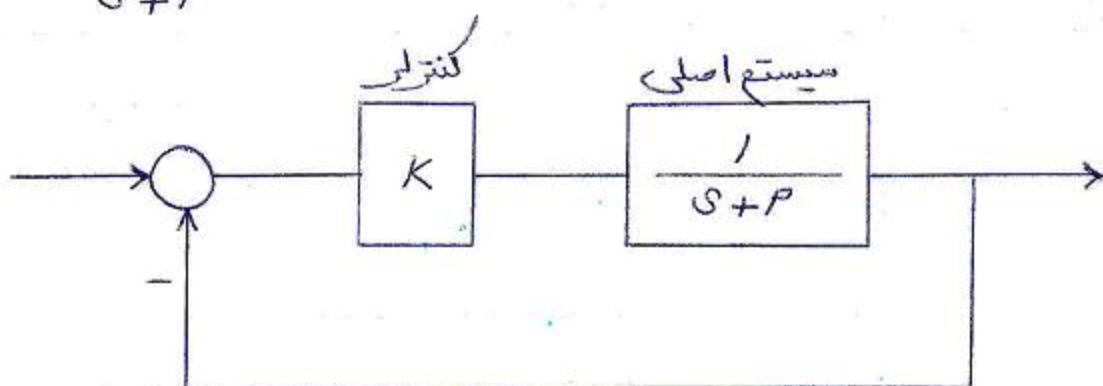


ورودی - شتاب وارده به شتاب‌سنج
خروجی - y

پایداری - (روش مکان هندسی ریشه‌ها)

مثال - تابع تبدیل مدار باز سیستمی مقدار زیر است. ریشه‌های سیستم مدار بسته را در حالتی که K بین ۰ و ∞ حرکت کند در صفحه اعداد مختلط تعیین نمایید.

$$G(s) = \frac{K}{s+p}$$



$-P$ - فیزیکی
 $-I$ - انتگرالگیر
 $-D$ - مشتق‌گیر

مدار بسته $T.F = \frac{K}{s + p + K}$

$$s + p + K = 0 \rightarrow$$

$$s = -(p + K) \quad \text{«تنها قطب سیستم است»}$$

مفنی تغییر آقطب سیستم به ازای تغییر K

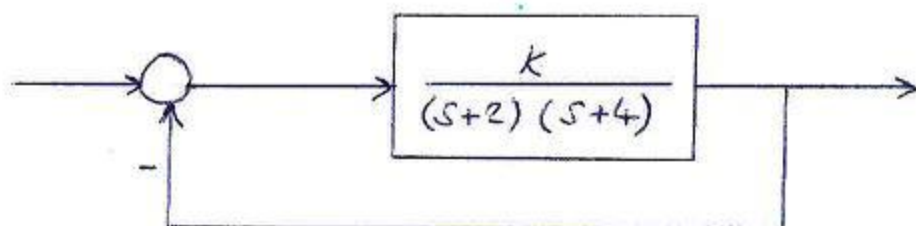
موجوهی

حقیقی



مثال - ریشه های مدار بسته سیستم دارای تابع تبدیل مدار باز ذیل را تعیین کنید:

$$G = \frac{K}{(s+2)(s+4)}$$



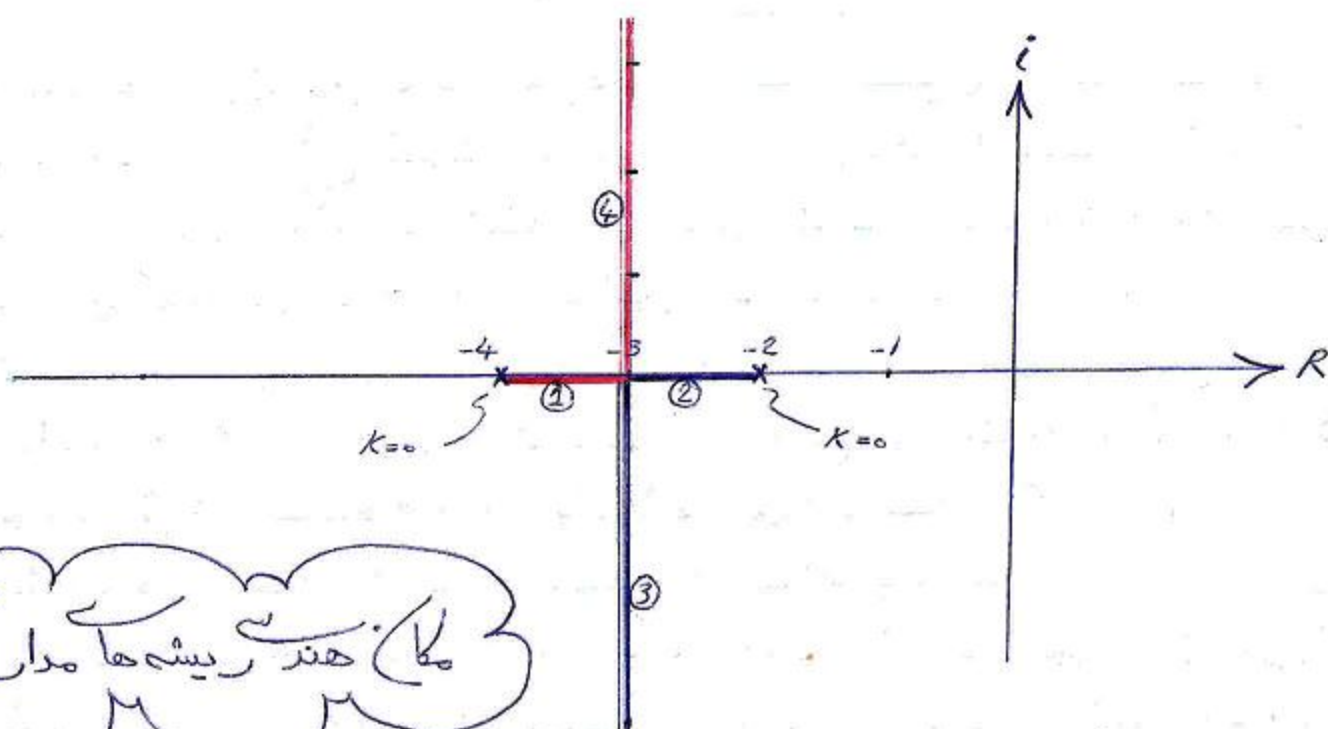
$$T.F = \frac{K}{(s+2)(s+4) + K} \Rightarrow$$

$$(s+2)(s+4) + K = 0 \rightarrow$$

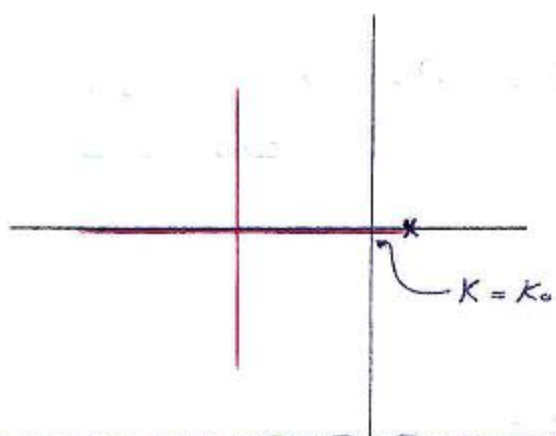
$$s^2 + 6s + 8 + K = 0$$

$$s = -3 \pm \sqrt{1-K}$$

K	قطبها	
0	-2	-4
1	-3	-3
2	$-3+i$	$-3-i$
5	$-3+2i$	$-3-2i$



* هواره ($K=0$) قطبهای سیستم مدار باز را می‌دهد.



* در این سیستم اگر کنترل کننده (کنترلر) $K > K_0$ قرار دهد سیستم پایداری شود.

(ضوابط روش مکان هندسی ریشه‌ها)

- شروع $T.F$ مدار باز
- نتیجه ریشه‌های مدار بسته

- 1- مکان هندسی ریشه ها نسبت به محور حقیقی قرینه است.
- 2- اگر $G(s)$ (تابع تبدیل مدار باز) دارای n قطب باشد مکان هندسی از n شاخه تشکیل می شود که برخی ممکن است همدگر را قطع کنند ولی هرگز منطبق نمی شوند.
- 3- تمامی شاخه ها از قطبهای مدار باز به ازای $K=0$ شروع و به ازای $K=\infty$ به صفرهای مدار باز ختم می شوند. اگر $n > m$ باشد (m تعداد صفرها یا ریشه های صورت T.F) $n-m$ شاخه در جهت جابجایی آنها به سمت ∞ میل می کنند.
- 4- جابجایی آنها خطوط مستقیمی هستند که زاویه آنها با محور حقیقی از رابطه $(\pm 180^\circ \frac{q}{n-m})$ بدست می آید که تعداد آنها $n-m$ است و q به ترتیب مقادیر فرد (1، 3، 5، ...) به خود می گیرد.
- 5- برای $n-m \geq 2$ نقطه تمرکز جابجایی آنها از رابطه زیر بدست می آید:

$$h = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{j=1}^m z_j}{n-m}$$
- 6- برای $n-m \geq 2$ مرکز ثقل قطبها یا ریشه های مدار بسته برابر است با:

$$C.G = \sum_{i=1}^n \frac{p_i}{n}$$
- 7- تمامی نقاطی از محور حقیقی که تعداد مجموع قطبها و صفرهای مدار باز واقع شده بر روی محور حقیقی و در سمت راست آن نقاط عدد فرد باشد جزء مکان هندسی هستند.
- 8- مختصات نقطه جدائی مکان هندسی از محور حقیقی عبارتست از:

(6) که از رابطه زیر بدست می آید:

$$\left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{b - p_i} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{b - z_j} \right)$$

9 - در موارد قطبهای مختلف، زاویه جراثی شاخه مکان هندسی از قطب مدار باز p_i عبارتست از :

$$(\theta_i = -180 - 2\psi_j) \quad (i \neq j)$$

10 - زاویه ای است که توسط سایر قطبها (با علامت +) و صفرها (با علامت -) تشکیل می شود.

مثال - مکان هندسی ریشه های سیستم مدار بسته را برای مدار باز ذیل رسم کنید.

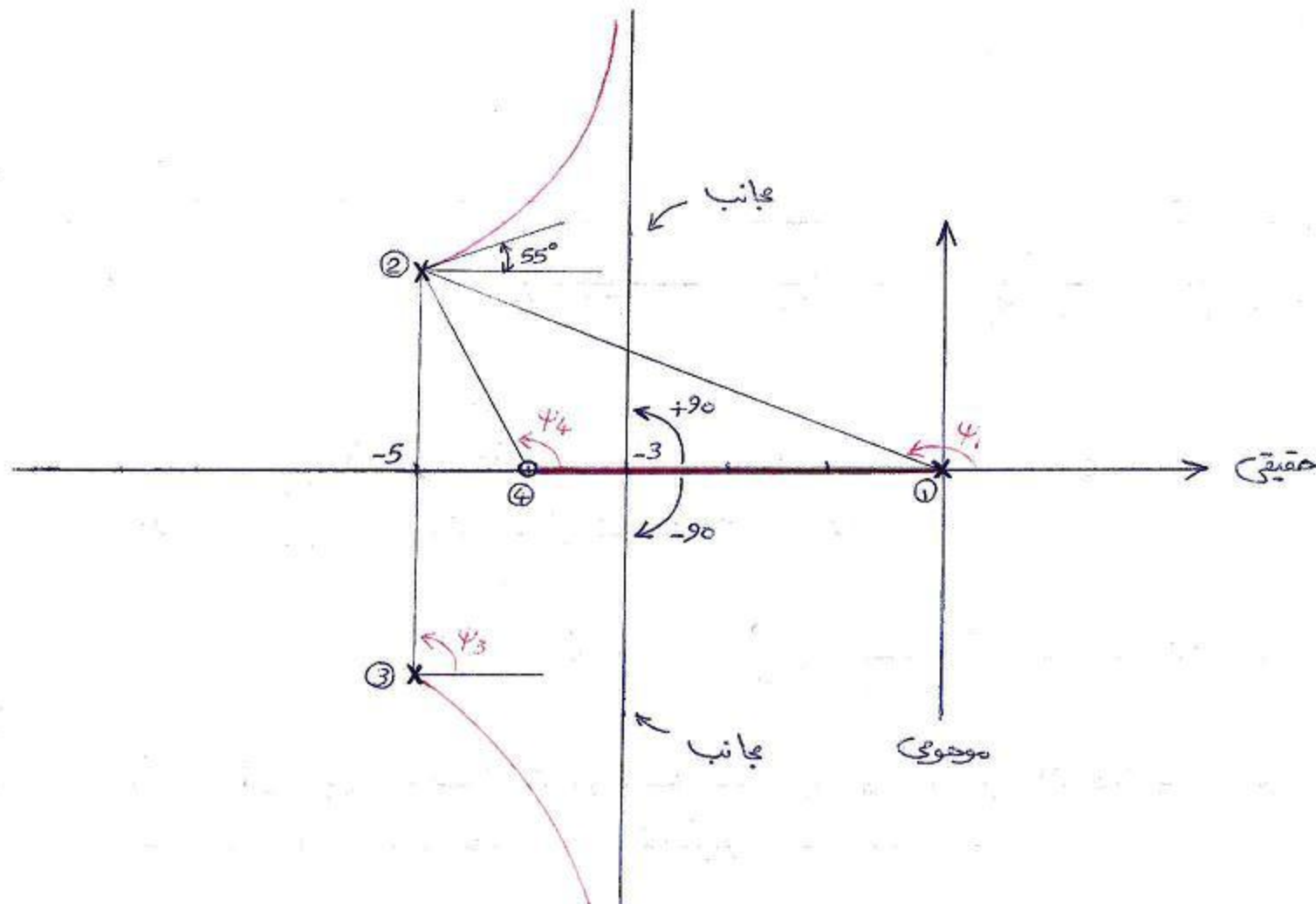
$$G(s) = \frac{s+4}{s[(s+5)^2 + 4]}$$

$$\begin{cases} p_1 = 0 \\ p_2 \text{ و } p_3 = -5 \pm 2i \\ z = -4 \end{cases}$$

توجه شود که همواره عملیات را از تابع تبدیل مدار باز شروع می کنیم و نتایج حاصله قطبهای مدار بسته است.

(مهم)

قبایلر T.F مدار بسته را بنویسیم و قطبها را بیابیم چون این یک روش دیگر است.



* هرگاه شخصی دادیع تابع تبدیل مدار بسته درجه 3 یا بالاتر - می باشد از روش مکان هندسی مستقیم (روش قبلی) نمی‌تواند و از همین روش (ضوابط مکان هندسی ریشه ها) می‌تواند .

* روی محور حقیقی طبق بند 7 نگاه می کنیم اگر سمت راست هر قطب یا صفر تعداد قطبها یا صفرهای موجود نوج بود ۲ ن قسمت جزو مکان هندسی نیست و اگر فرد بود جزو مکان هندسی است.

* تمامی شاخه‌های مکان هندسی باید از خطب شروع شده یا به صفر برسند یا به جانب. چون خطب اول به صفر ختم شده دو خطب دیگر باید به جانب ختم شوند.

(تعداد مجانبها) : $n - m = 3 - 1 = 2$

$$h = \frac{0 + (-5 + 2i) + (-5 - 2i) - (-4)}{3 - 1} = -3$$

(نقطه تمرکز مجانبها)

$$(\text{زاویه مجانبها}) = \pm 180 \frac{\varphi}{n-m} = \pm 90$$

* ادامه φ تا جائی کافیست که به تعداد مجانبها زاویه بیاییم.

* زاویه خروج مکان از قطب مختلف :

قطبی را که در نظر داریم، با خطوط مستقیم به تمامی قطبها و -
صفرها وصل می‌کنیم و زوایا را اندازه‌گیری می‌کنیم :

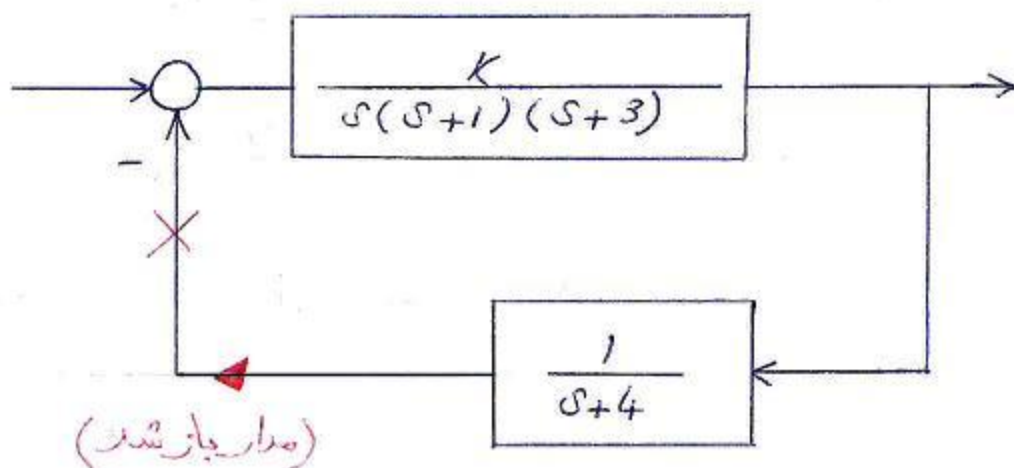
$$\begin{cases} \psi_1 = 15.5^\circ \\ \psi_3 = 90^\circ \\ \psi_4 = 120^\circ \end{cases} \quad \begin{aligned} \sum \psi_j &= \psi_1 + \psi_3 + \psi_4 \quad j \neq 2 \\ &= 125^\circ \end{aligned}$$

$$\angle \theta_2 = -180 - 125 = -305^\circ \equiv 55^\circ$$

* برای رسم شاخه متصل به قطب (3) از خاصیت قرینه بودن نسبت به محور حقیقی بهره می‌گیریم.

تقریب - مکان هندسی ریشه ها را برای موارد زیر بدست آورید:

①



②
$$GH = K \frac{s^2 + 0.6s + 2.6}{(s^2 + 0.4s + 1)(s+4)}$$

③
$$G = \frac{K}{s(s+2)(s+4)}$$

(GH یعنی مدار باز . G یعنی H مساوی 1 است .)

۲ نالیز کیفی مکان هندسی ریشه ها :

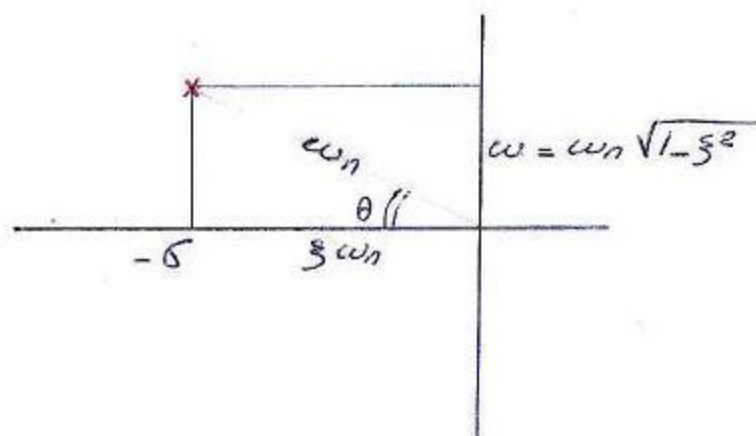
$$\frac{c}{R} = \frac{\dots}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

« اذعنا » : $s = -\delta \pm i\omega$

اگر : $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = (s + \delta + i\omega)(s + \delta - i\omega)$

$\rightarrow s^2 + \underbrace{2\delta s}_{2\xi\omega_n} + \underbrace{\delta^2 + \omega^2}_{\omega_n^2}$

$\rightarrow$ $\delta = \xi\omega_n$
 $\omega = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$



** هواره فاصله قطب تا محور مختصات فرکانس طبیعی را می دهد.

** $\cos\theta$ نسبت استهلاک را می دهد. هر چه θ بیشتر باشد نسبت استهلاک کمتر است و برعکس.
 $(\cos\theta = \xi)$

* $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = (Tis)^2 + 2\xi(Tis) + 1$

$(Ti = \frac{1}{\omega_n})$

حل مسئله 2 -

$$GH = K \frac{s^2 + 0.6s + 2.6}{(s^2 + 0.4s + 1)(s + 4)}$$

معادله مشخصه : $(s^2 + 0.4s + 1)(s + 4) = 0 \rightarrow$

$$P_1 = -4$$

$$P_2 = -0.2 + 0.98i$$

$$P_3 = -0.2 - 0.98i$$

$$n = 3$$

تعداد صفرها : $s^2 + 0.6s + 2.6 = 0 \rightarrow$

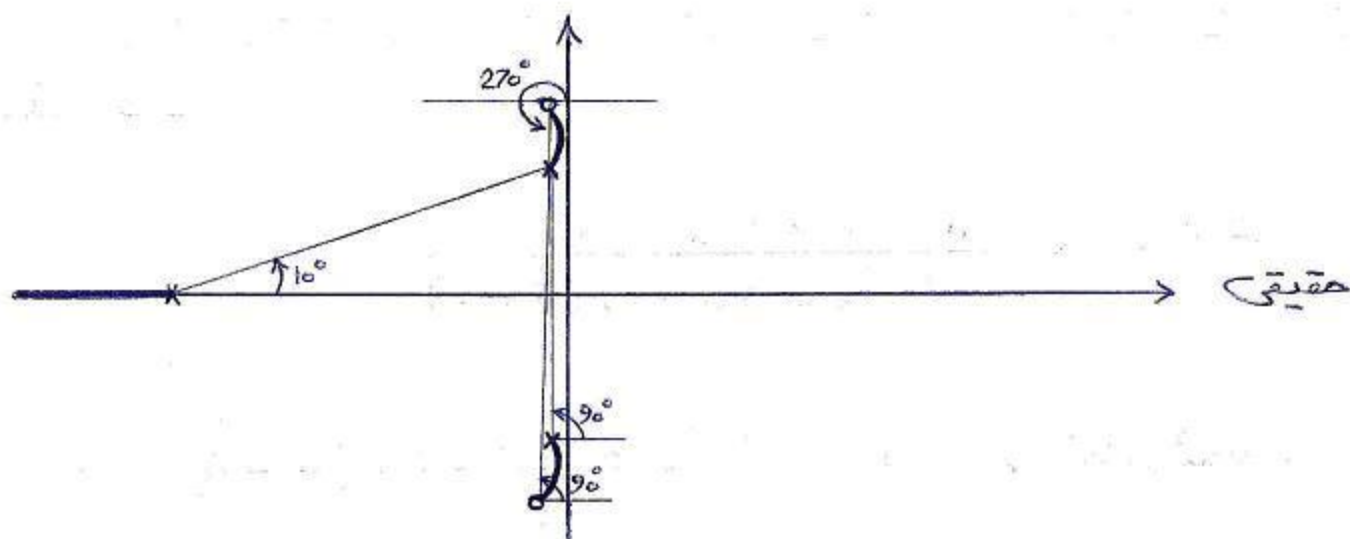
$$Z_1 = -0.3 + 1.5i$$

$$Z_2 = -0.3 - 1.5i$$

$$m = 2$$

$$h = \frac{\sum_{i=1}^n P_i - \sum_{j=1}^m Z_j}{n - m}$$

* بهتر است اگر نتوانستیم h را محاسبه کنیم به سراغ رسم نمودار برویم و نمودار خودش به ما نشان می دهد. مثلاً در این مسئله قسمتی از مکان روی محور حقیقی به ∞ می رود پس خودش مجانبی با زاویه 180° است ($n-m=1$) یعنی یک مجانب هم بیشتر نداریم. ولی باید زاویه خروج مکان را بیابیم :



$$\theta = -180 - \psi$$

$$\sum \psi = 90 + 10 + (-90 - 270) = 100^\circ - 360^\circ = -260^\circ$$

$$\theta = -180 - (-260) = -180 + 260 = 80^\circ$$

$$G = \frac{K}{s(s+2)(s+4)}$$

حل مسئله 3 -

$$P_1 = 0, \quad P_2 = -2, \quad P_3 = -4$$

$$\begin{cases} n = 3 \\ m = 0 \end{cases} \longrightarrow (n - m = 3 - 0 = 3)$$

$$h = \frac{0 - 2 - 4}{3} = -2$$

$$\text{زاویه جانب} = \pm 180 \frac{\varphi}{-m+n}$$

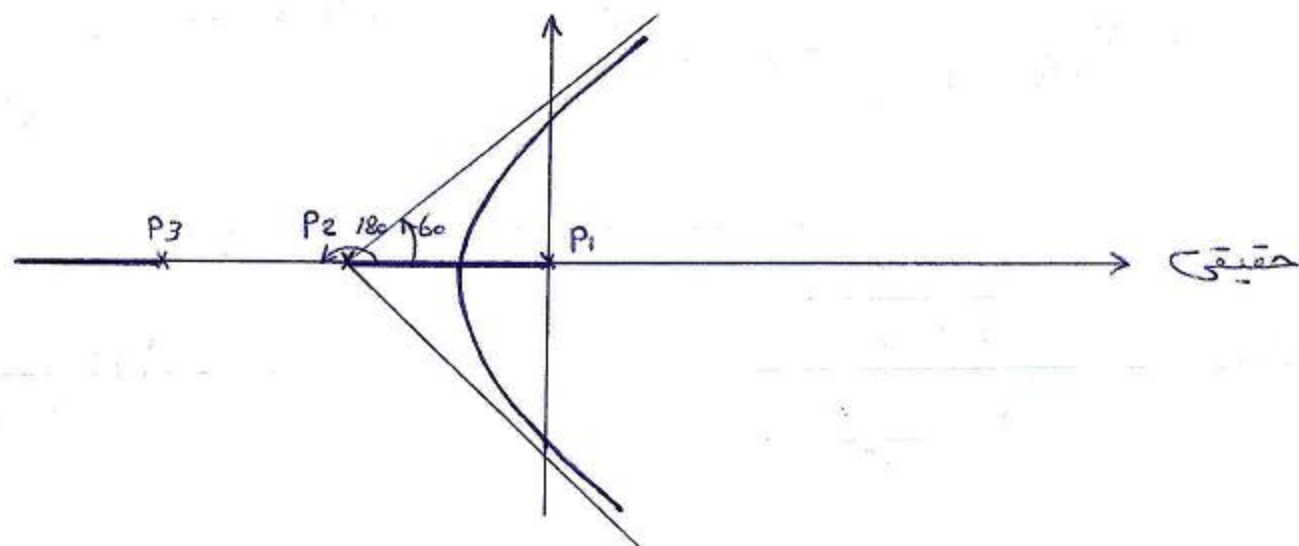
$$\begin{cases} \varphi = 1 \longrightarrow \pm 180 \frac{1}{3} = \pm 60 \\ \varphi = 3 \longrightarrow \pm 180 \frac{3}{3} = \pm 180 \end{cases}$$

$$\sum \frac{1}{b-p} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{b-z_j}$$

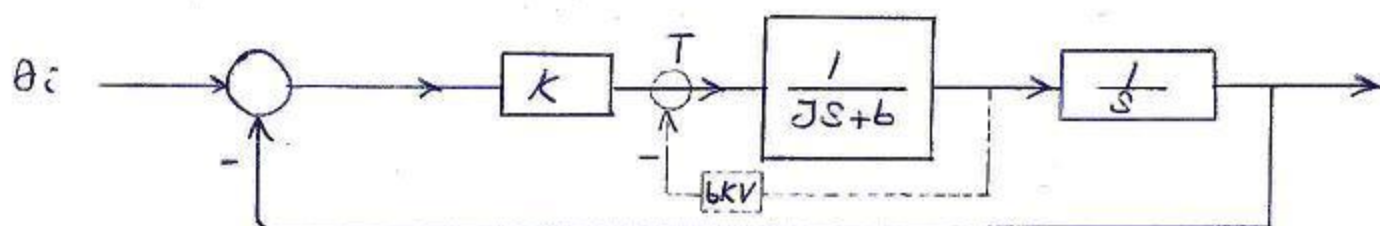
$$\frac{1}{b-0} + \frac{1}{b-(-2)} + \frac{1}{b-(-4)} = 0 \rightarrow \text{* برای } b \text{ هر چند مقدار بدست آید فقط یکی از آنها}$$

قابل قبول است که در فاصله مورد نظر ما قرار بگیرد و b محل جدائی از محور حقیقی را می دهد و جدائی از محور حقیقی همواره عمودی است.

$$b \approx -0.8, \dots$$



حل مسئلہ (سیر مکینزم) -



$$\bar{e} T = J \ddot{\theta} \rightarrow J \ddot{\theta}_o + b/2 \dot{\theta}_o = T \quad \textcircled{I}$$

$$\dot{\theta} = \omega \rightarrow J s \Omega(s) + b/2 \Omega(s) = T(s)$$

$$\frac{\Omega(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js + b/2}$$

$$\frac{\theta_o}{T} = \frac{1}{Js + b/2} \cdot \frac{1}{s}$$

* از طرف چپ $\textcircled{I}$ لایلاس گرفتیم.

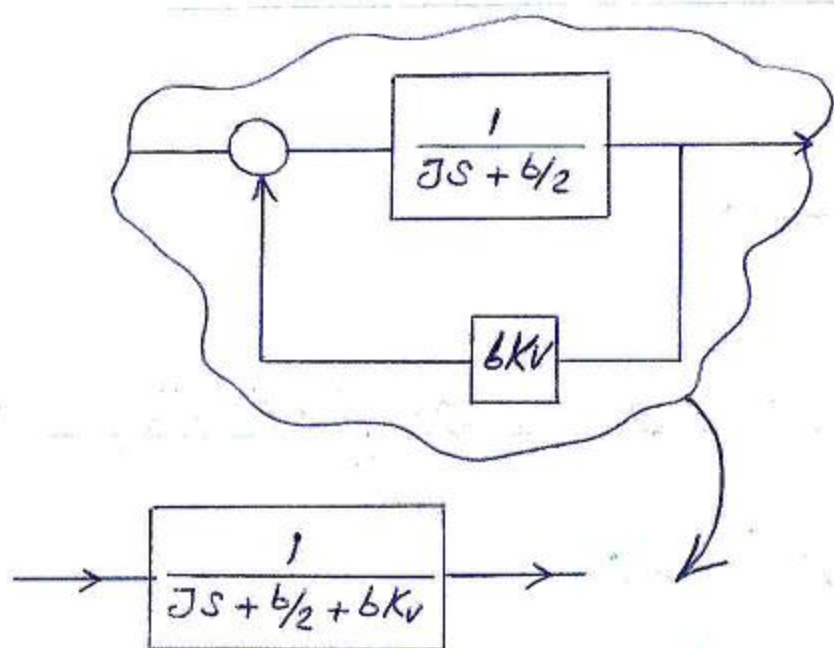
$$G_1(s) = \frac{\frac{K}{Js^2 + \frac{b}{2}s}}{1 + \frac{K}{Js^2 + \frac{b}{2}s}}$$

پراسیسٹع اولیہ :

$$G_1(s) = \text{T.F} = \frac{K}{Js^2 + \frac{b}{2}s + K} = \frac{K/J}{s^2 + \underbrace{\frac{b}{2J}}_{2\xi\omega_n} s + \underbrace{K/J}_{\omega_n^2}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{b}{2J} \sqrt{\frac{K}{J}} = 0.3 \quad \textcircled{I}$$

بر سیستم اصلاح شده :

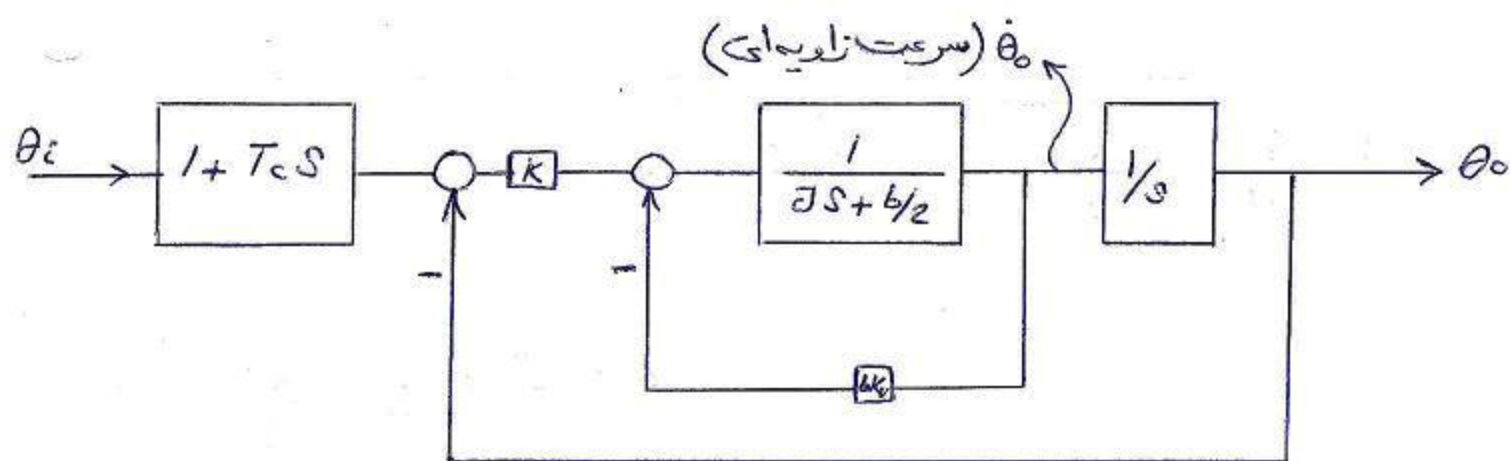


$$T.F = \frac{K/J}{s^2 + \underbrace{\frac{b/2 + bKv}{J}}_{2\xi\omega_n} s + \underbrace{K/J}_{\omega_n^2}} \quad \text{کلاً :}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{b/2 + bKv}{J} \sqrt{\frac{K}{J}} = 0.6 \quad \textcircled{II}$$

$$\textcircled{II} \div \textcircled{I} \rightarrow \rho = \frac{b/2 + bKv}{b/2} \rightarrow$$

$$Kv = \frac{1}{2}$$



$$e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s)$$

$$\begin{cases} E(s) = \theta_i (1 + T_c s) - \theta_o = \theta_i [(1 + T_c s) - T.F.] \\ \theta_i = \frac{1}{s^2} \quad \text{Ramp ورودی} \end{cases}$$

* چون در خود T.F. $(1 + T_c s)$ داریم پس :

$$E(s) = \theta_i (1 + T_c s) \left[1 - \frac{T.F.}{1 + T_c s} \right]$$

* اگر مقادیر را قرار دهیم و $(e_{\infty} = 0)$ را در نظر بگیریم رابطه ای بر حسب T_c بدست می آید.

$$\dot{\theta}_0 = \text{سرعت زاویه‌ای} = \frac{d\theta_0}{dt} \rightarrow$$

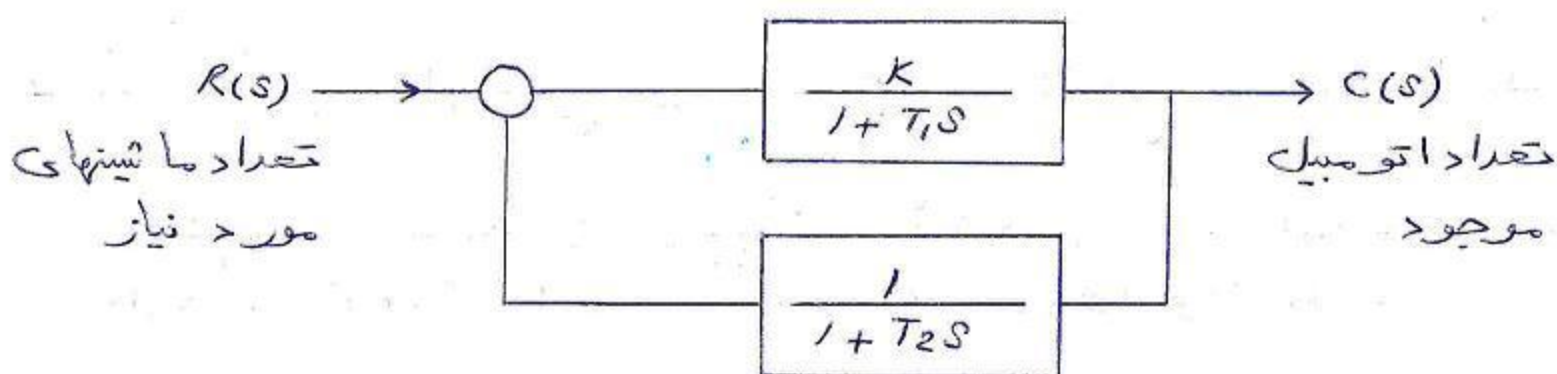
$$L(\dot{\theta}_0) = s\theta_0$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta}_0 \Big|_{t=0} &= \lim_{s \rightarrow \infty} s (L(\dot{\theta}_0)) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot s\theta_0 \\ \theta_0 &= \theta_i (T.F.) \\ &\downarrow \\ &(\frac{1}{s}) \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

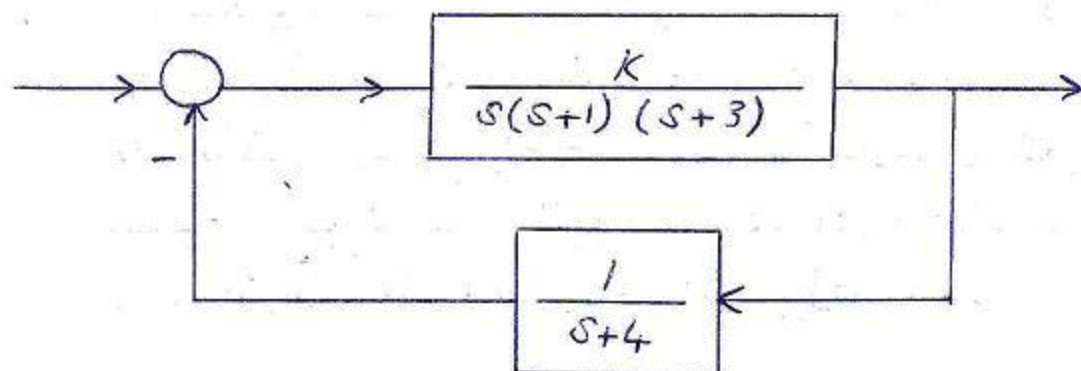
* اگر مقادیر را قرار دهیم و $\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot s\theta_0 = 3$ را در نظر بگیریم
 رابطه‌ای درست می‌آید که $k/g = \omega_n^2$ در آن وجود دارد و $\xi = 0.6$ است پس ω_n درست می‌آید.

قرین - در شهری تعداد اتوموبیل‌های وارد شده به شهر توسط -
 سازمان ترافیک کنترل می‌شود بطوری که تعداد -
 ماشین‌های مورد نیاز شهر با تعداد موجود مقایسه -
 شده و ماشین به مقدار تفاوت حاصله وارد می‌گردد. اگر
 T_1 تاخیر زمانی جهت ورود ماشین به شهر و T_2 تاخیر
 زمانی مربوط به اطلاع یافتن از تعداد ماشین‌های موجود
 و k ضریب کنترل ورود اتومبیل باشد :

- الف - تابع تبدیل را بیابید.
- ب - شیب منحنی $C(t)$ را وقتی ورودی یک تابع پله‌ای واحد - باشد بیابید (در لحظه $t=0$).
- ج - شیب منحنی $C(t)$ در حالت ماندگار را وقتی ورودی $Ramp$ باشد بیابید.
- د - مقادیر K و T_1 و T_2 را طوری بیابید که اگر ورودی تابع خطی باشد $\left. \frac{d}{dt} C(t) \right|_{t=\infty} = 0.9$ شود و $\omega_n = 0.7$ و $\zeta = 0.9$ گردند.



مسئله از مکان هندس:



تابع تبدیل مدار باز : $GH = \frac{K}{s(s+1)(s+3)(s+4)}$

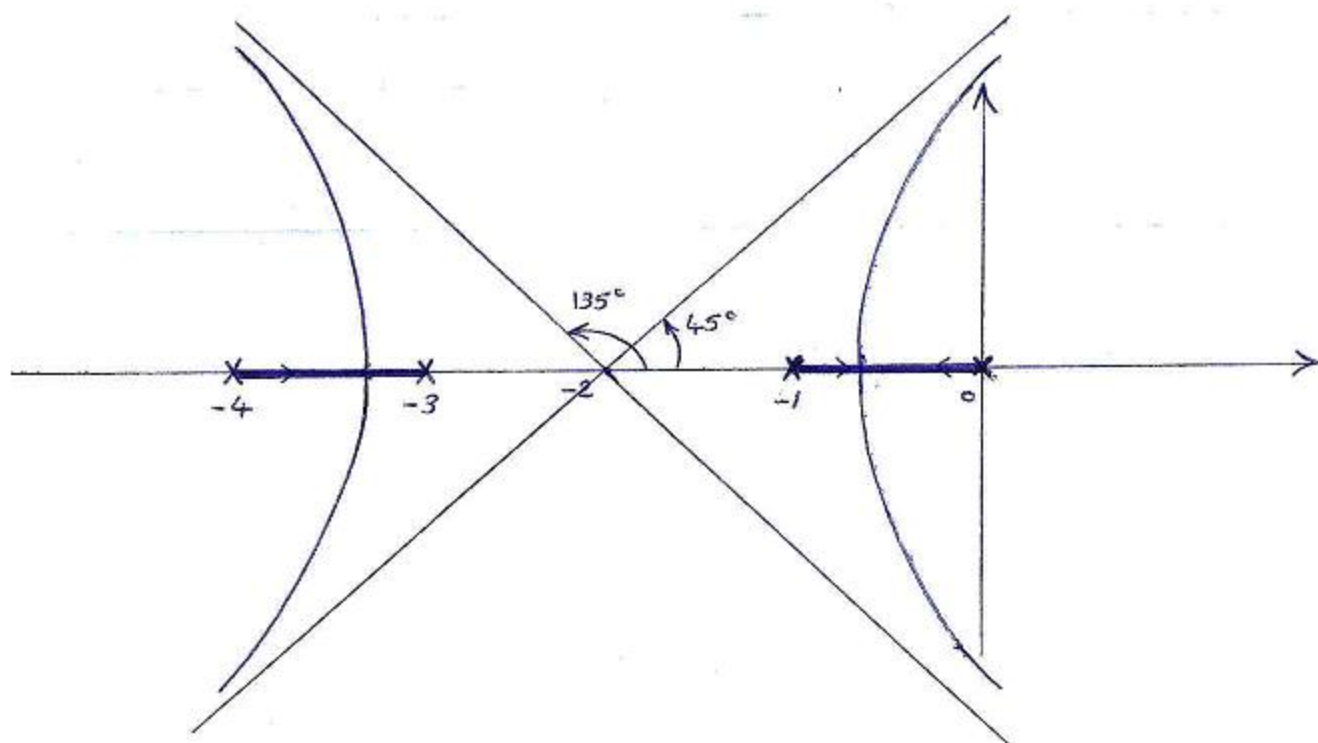
$$\begin{cases} p_1 = 0 \\ p_2 = -1 \\ p_3 = -3 \\ p_4 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 4 \\ m = 0 \end{cases}$$

(تعداد مجانبها) : $n - m = 4$

$$h = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{j=1}^m z_j}{n - m} = -2$$

(زاویه) = $\pm 180 \frac{q}{n - m} \rightarrow \begin{matrix} q=1 : \pm 45 \\ q=3 : \pm 135 \end{matrix}$



$$\frac{1}{b-5} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{b+3} + \frac{1}{b+4} = 0$$

$$\frac{1}{b-p} = \frac{1}{b-2}$$

* معادله درجه (۳) است. آن گاهائی که داخل مکان
(بین ۵ و ۱- و ۳- و ۴-) قرار دارند مورد قبول و
نقطه جدائی هستند.

حل مسئله امتحان - (مکان هندسی)

$$\frac{s^2 + s + 1}{s(s+3)^2}$$

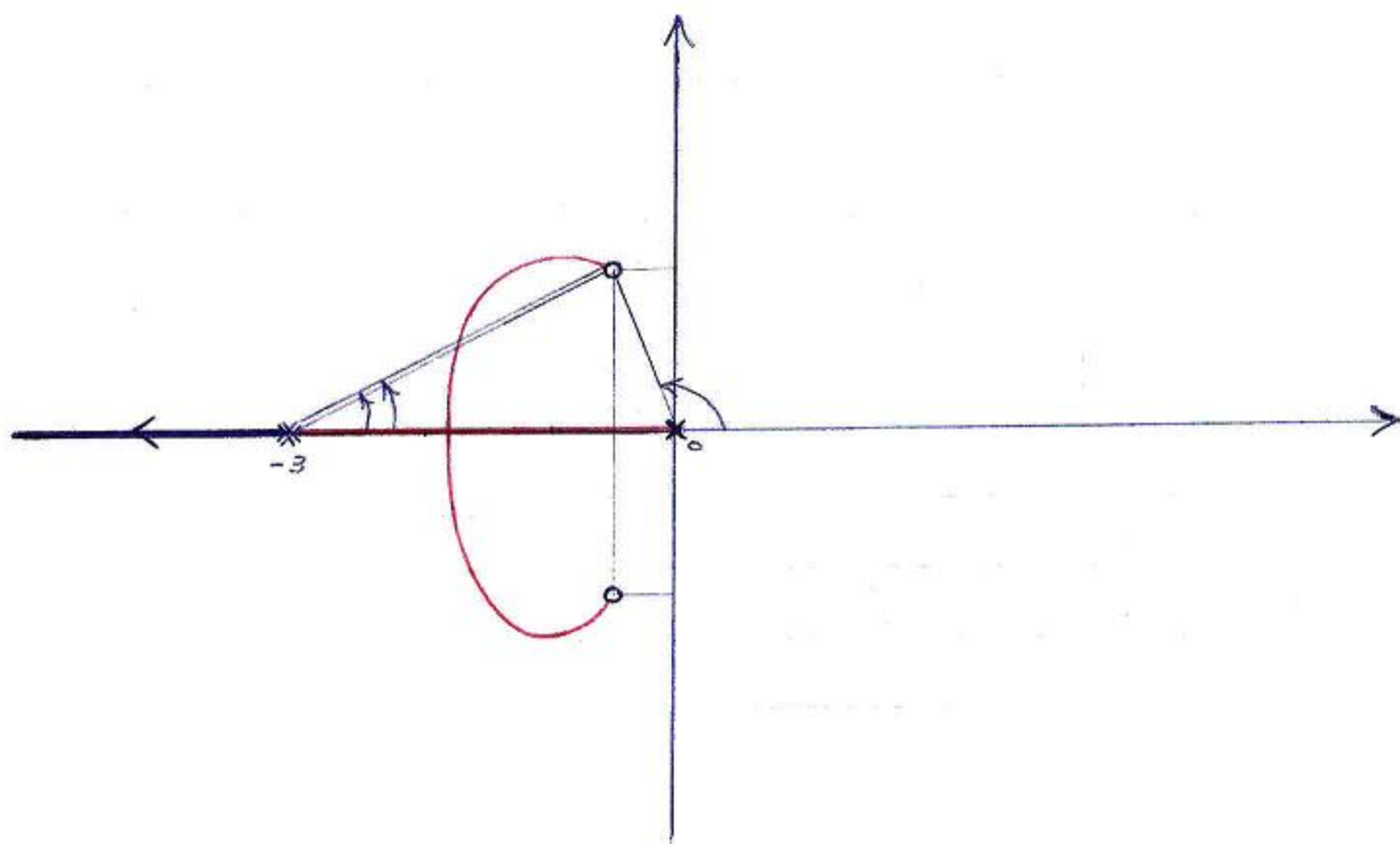
$$s(s+3)^2 = 0 \rightarrow \left. \begin{array}{l} s_1 = 0 \\ s_2 = s_3 = -3 \end{array} \right\} n = 3$$

$$s^2 + s + 1 = 0 \rightarrow \left. \begin{array}{l} z = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \end{array} \right\} m = 2$$

$$n - m = 1 < 2$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۵۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۵۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۵۴-۰۱۲۲۲

جزوه آموزشی درس کنترل انوماتیک **آقای دکتر ذوقی**
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران - دانشکده فنی (۱۳۷۳)



نقطه جبرائی از مکان : $\sum \frac{1}{b-p} = \sum \frac{1}{b-z}$

$$\frac{1}{b-0} + \frac{1}{b+3} + \frac{1}{b+3} = \frac{1}{b-(\text{مختلط})} + \frac{1}{b-(\text{مختلط})}$$

* جواب قابل قبول بین 0 و -3 است.

* برای محاسبه زاویه ورود به صفر از هر صفر باید به هر سه قطب وصل کرد یعنی به دو قطب منطبق بر هم باید دو خط وصل شده و دو زاویه محسوب شود. در ضمن مکان باید بر محور حقیقی مورد باشد.

$$(\theta = -180 - \sum \psi)$$

حل مسئله امتحان : (روش Routh)

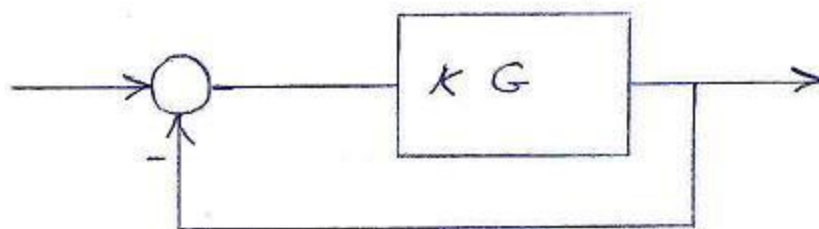
$$S^4 + (K+2)S^3 + 1.2S^2 + 3.4S + 5.6 = 0$$

S^4	1	1.2	5.6
S^3	$K+2$	3.4	
S^2	$1.2 - \frac{3.4}{K+2}$	5.6	
S^1	$3.4 - \frac{5.6(K+2)}{1.2 - \frac{3.4}{K+2}}$		
S^0	5.6		

ادامه بحث مکان هندسی ریشه ها :

$$\text{تابع تبدیل} = \frac{G}{1+G}$$

ریشه های مدار بسته را می دهیم $1+G = 0 \longrightarrow$



$$G = \frac{KA(s)}{B(s)}$$

$A(s) = 0 \rightarrow$ صف‌های مدار باز

$B(s) = 0 \rightarrow$ قطب‌های مدار باز

مدار بسته $T.F = \frac{KA/B}{1 + KA/B} = \frac{KA}{KA + B}$

$$\begin{cases} A(s) = 0 & \text{صف‌های مدار بسته} \\ KA + B = 0 & \text{قطب‌های مدار بسته} \end{cases} \rightarrow$$

$K=0 \rightarrow B(s)=0 \Rightarrow$ قطب‌های مدار بسته به ازای $K=0$ برابر قطب‌های مدار باز است.

$K=\infty \rightarrow A(s)=0 \Rightarrow$ قطب‌های مدار بسته به ازای $K=\infty$ برابر صف‌های مدار باز است.

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تأسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
تلفن: ۱۰۴-۰۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه آموزشی درس کنترل اتوماتیک **آقای دکتر ذوقی**
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران - دانشکده فنی (۱۳۷۳)

$$1 + K G(s) = 0$$

معادله مشخصه مدار بسته

$$G(s) = -\frac{1}{K}$$

* هر نقطه ای که خواهیم بداییم جزء مکان هست یا خیر باید در $G(s)$ قرار دهیم تا $(-\frac{1}{K})$ را جواب دهد.

$$G(s) = \frac{\prod_{j=1}^m (s - z_j)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)}$$

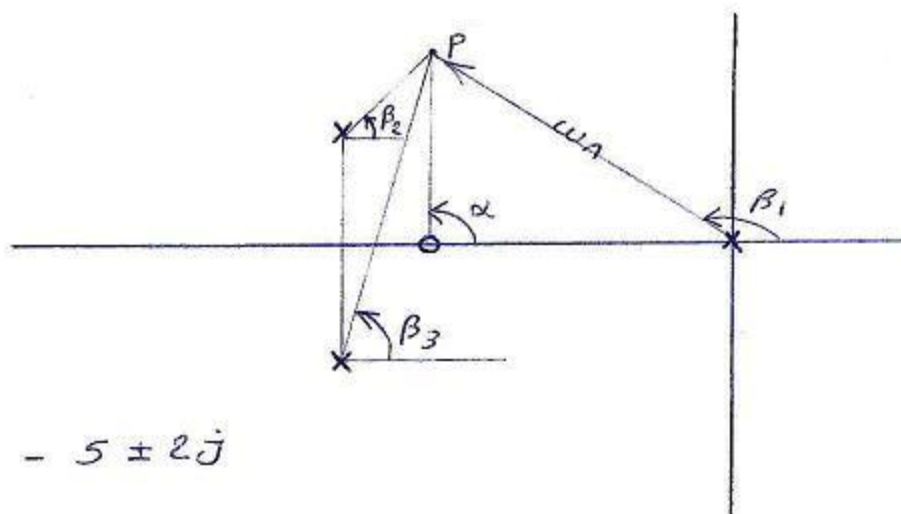
هر نقطه ای که در این شرط صدق نماید جزء مکان است.

$$\angle G(s) = -180 \pm 360N$$

زاویه ↗

مثال - در مدار زیر مکان هندسی ریشه ها را بیابید.

$$G(s) = \frac{s+4}{s[(s+5)^2 + 4]} \quad (\text{مدار باز})$$



$$p = 0 \text{ و } -5 \pm 2j$$

$$z = -4$$

* می خواهیم بدانیم ۲ یا نقطه P جزء مکان هست یا خیر. لذا از P به تمام صفرها و قطبها وصل می کنیم و زوایای α می یابیم:

$$\alpha = 90^\circ \quad \beta_1 = 14^\circ \quad \beta_2 = 49^\circ$$

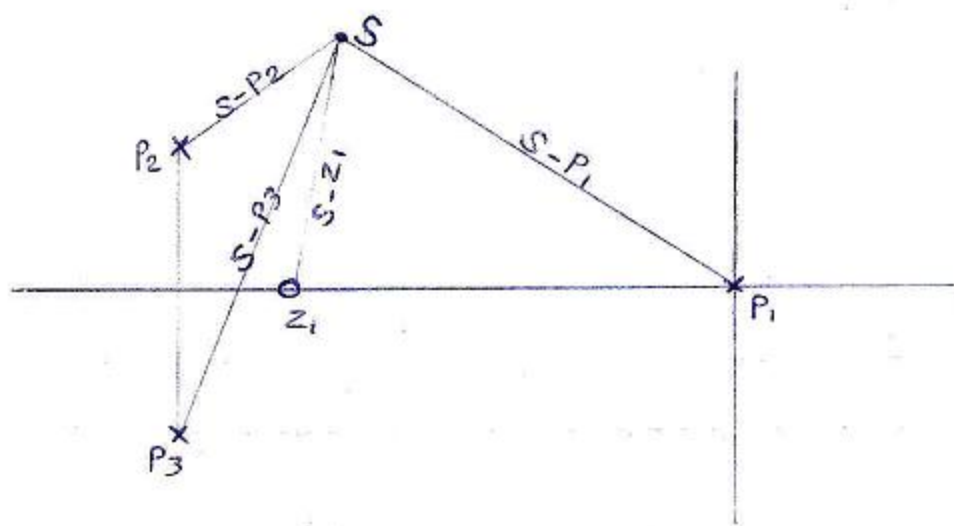
$$\beta_3 = 81^\circ$$

$$\sum \text{زاویه} = 90 - (14 + 49 + 81) = -180$$

پس P جزء مکان هست.
(صفرها علامت مثبت و قطبها علامت منفی دارند)

$$K = \frac{1}{|G(s)|} = \frac{\prod (s - p_i)}{\prod (s - z_j)} \quad \text{نکته -}$$

اگر بخواهیم در نقطه s با ω_n مشخص (یعنی محل معلوم) K (ضریب کنترل) را بیابیم از رابطه فوق استفاده می کنیم -



* فواصل S را تا خطرها و صفرهای y یا x :

$$S - P_1 = 5.2$$

$$S - P_2 = 1.6$$

$$S - P_3 = 5.5$$

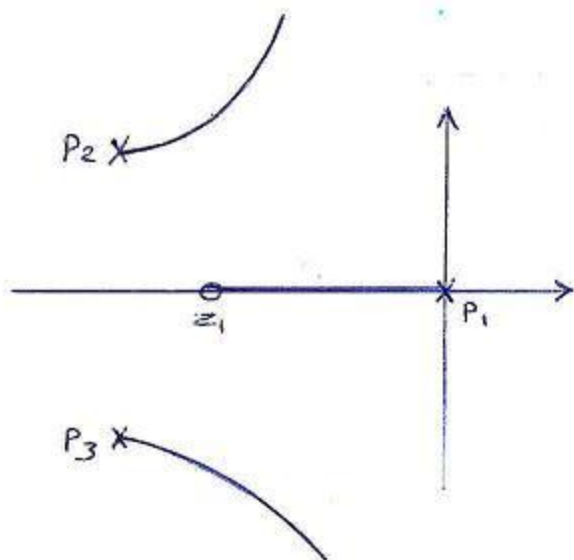
$$S - Z_1 = 3.4$$



$$K = \frac{5.2 \times 1.6 \times 5.5}{3.4} = 13.5$$

* اگر رسم دقیق باشد فواصل را با خط کش هم می توان خواند.

نکته -

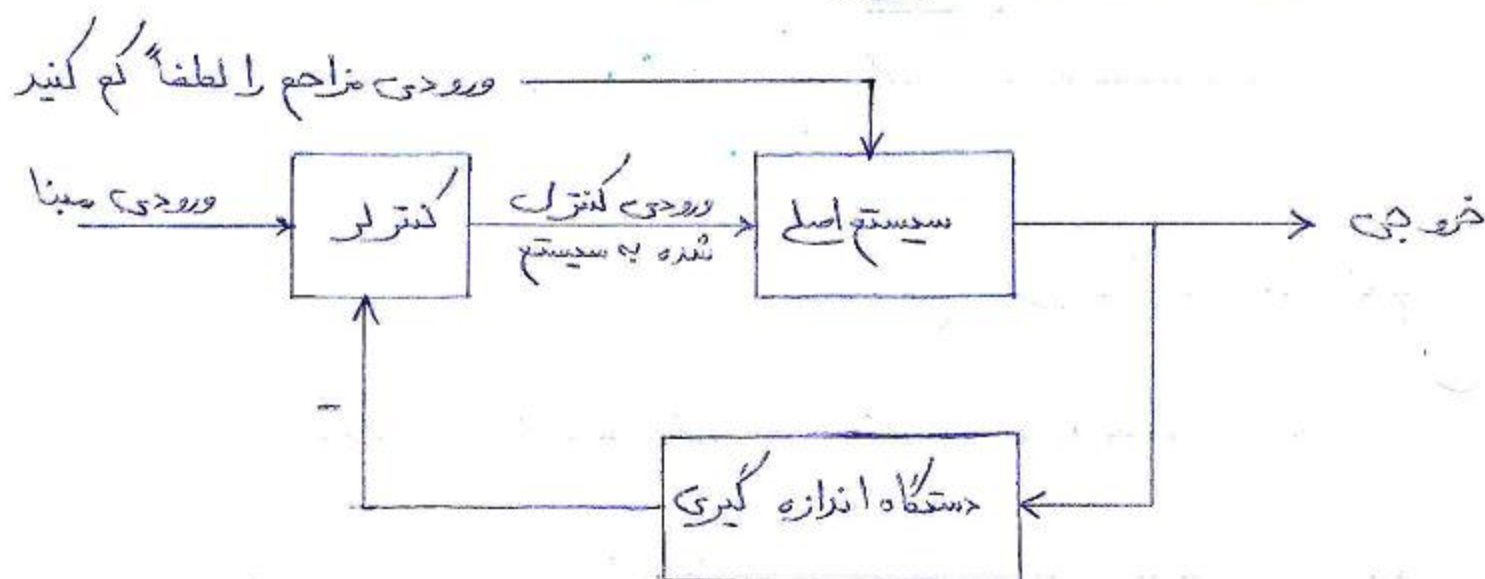


* در شکل فوق اگر بخواهیم در ω صحت K را بیابیم به شعاع ω دایره می زنیم هر جا مکان را قطع کند K آن نقطه را می یابیم و بعد از K برای تنظیم سیستم کنترلی (آمپلی فایر یا رتوستا یا ...) استفاده می کنیم. و یا $\cos \theta$ آن نقطه را می یابیم که : $(\cos \theta = \xi)$

تمرین - مکان هندسی را رسم کرده و در حالتی که $\xi = 0.45$ باشد K و ω را بیا بید. در ضمن K پایداری را (یا K مرز پایداری) را به کمک مکان هندسی بیا بید. در این حالت فرکانس سیستم را هم بیا بید.

$$\frac{1}{s(s+1)(s+5)}$$

کنترل فید بک (پسخوراند)

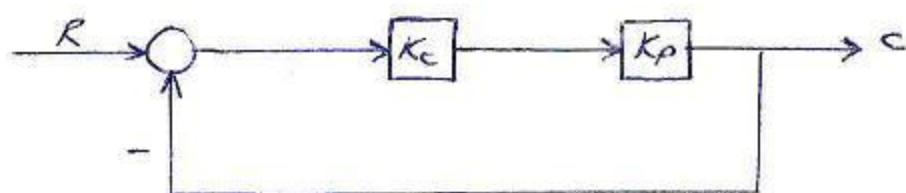


سیستم باز : $R \rightarrow K_c \rightarrow K_p \rightarrow C$

$K_p = 10$
 $K_c = 10$

$$C = K_p K_c R$$

$$(C = R) \rightarrow K_c = \frac{1}{K_p}$$



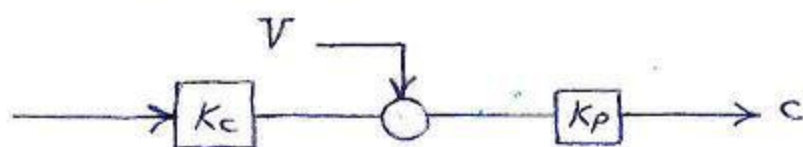
$$C = \frac{K_c K_p}{1 + K_c K_p} R$$

سیستم بسته :

$$(C = R \text{ برای}) \rightarrow K_c K_p \gg 1 \rightarrow$$

$$\begin{matrix} K_p = 10 \\ K_c = 10 \end{matrix}$$

$$K_c \gg \frac{1}{K_p}$$



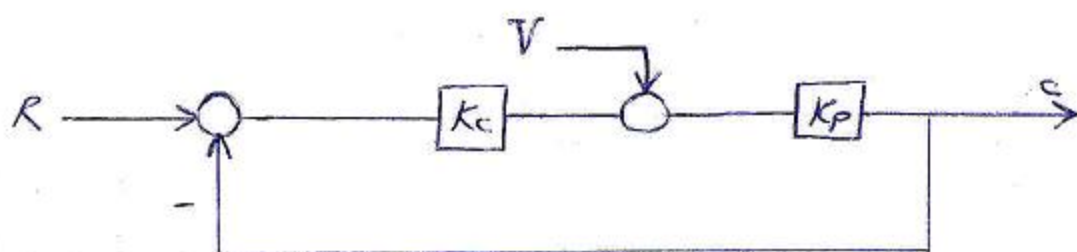
سیستم باز با ورودی مزاحم :

$$C = (K_c R + V) K_p = K_c K_p R + K_p V$$

$$\text{مثلاً : } K_p = 10 \rightarrow K_c = \frac{1}{10} \rightarrow$$

$$C = R + 10V$$

* پس ورودی مزاحم در سیستم باز هیچ تغییری نمی‌کند و یک مشکل جدی محسوب می‌شود.



$$C = \frac{K_c K_p}{1 + K_c K_p} R + \frac{K_p}{1 + K_c K_p} V$$

$$K_p = 10 \rightarrow K_c \gg 0.1$$

$$\text{مثلاً } (K_c = 10) \rightarrow C = \frac{100}{101} R + \frac{10}{101} V$$

* یعنی ورودی مزاح کاهش می یابد.

تغییر پارامترهای سیستم



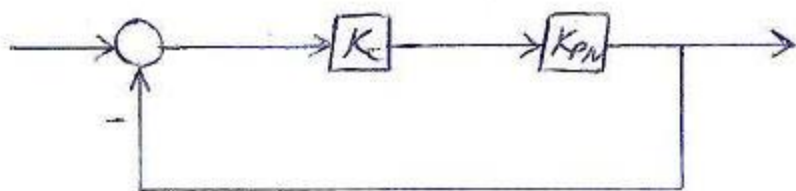
$$\begin{aligned} K_{pN} &= 11 \\ K_c &= \frac{1}{10} \end{aligned}$$

→

اصولاً سیستم بر اثر فرسایش
تغییر می یابد (K_{pN}) اما
 K_c معمولاً ثابت است.

$$C = K_c K_{pN} R = 1.1 R$$

(10% خطا)



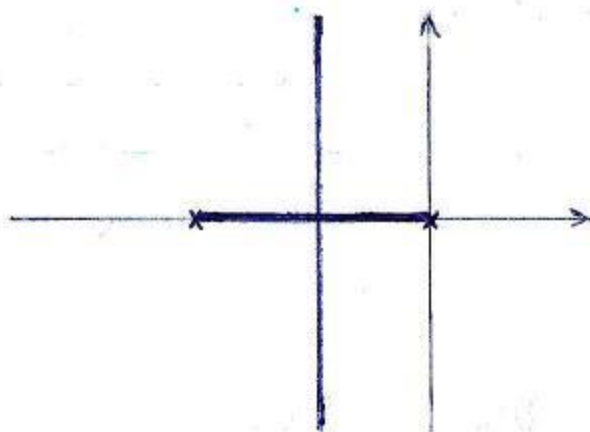
$$K_c = 10$$

$$K_{PN} = 11$$

$$C = \frac{K_{PN} K_c}{1 + K_{PN} K_c} R = \frac{110}{111} R$$

در سیستم بسته برای تغییر پارامترها تغییر در خروجی کمتر است.
(% خطا)

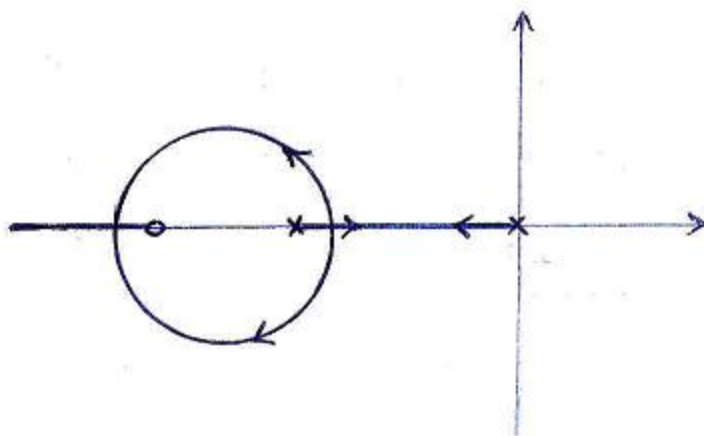
تأثیر اضافه کردن صفر یا قطب



$$G = \frac{K}{s(s + \frac{1}{T_i})}$$

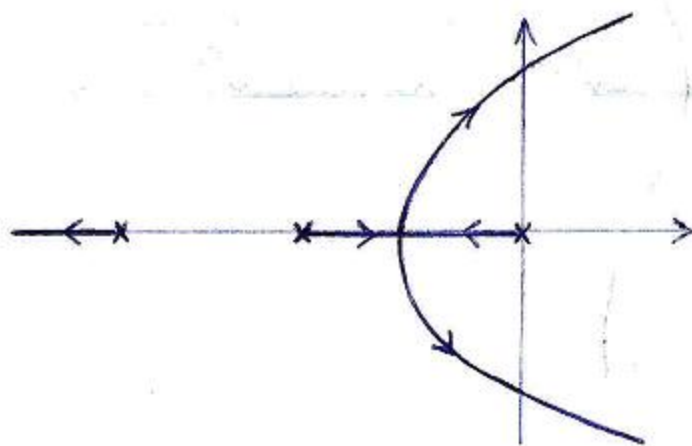
* اگر صفر اضافه کنیم

$$G = \frac{K \left(s + \frac{1}{T_2} \right)}{s \left(s + \frac{1}{T_1} \right)}$$



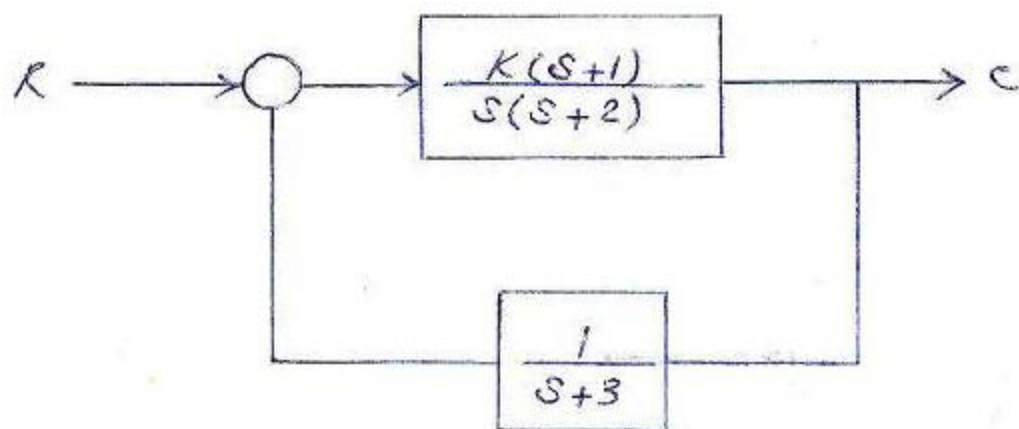
* اگر قطب اضافه کنیم :

$$G = \frac{K}{s \left(s + \frac{1}{T_1} \right) \left(s + \frac{1}{T_2} \right)}$$



(جهت افزایش K از قطب به سمت صفر یا بجانب است.)

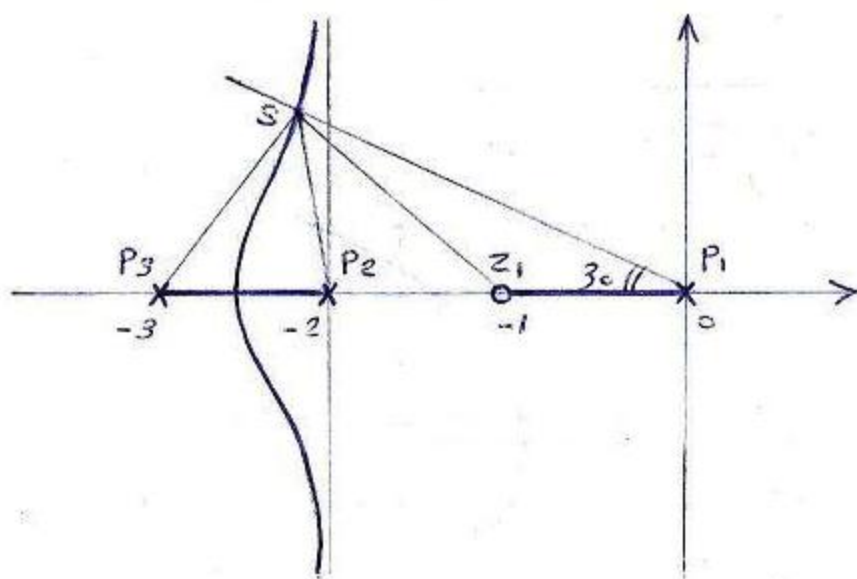
مثال -



مکان هندسی چیستها؟

$$G = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)}$$

تابع تبدیل مدار باز



-2 = نقطه تمرکز

فرشاد نسرايي - مهندس پایه یک تأسیسات و مکانیک
 طراحی - نظارت - اجرا
 نظام مهندسی: ۱۵۳۰۰-۱۷۲۷۶
 پروانه مهندسی: ۱۵۳۰۰-۰۲۸۱۵
 شماره شهرسازی: ۱۵۳۰۰-۱۲۲۲

جزوه آموزشی درس کنترل اتوماتیک **آقای دکتر ذوقی**
 دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران - دانشکده فنی (۱۳۷۳)

$$\begin{cases} \xi = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ K = ? \end{cases}$$

$$\xi = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$K = \left| \frac{\prod (S-P)}{\prod (S-Z)} \right|$$

$$K = \frac{SP_1 \times SP_2 \times SP_3}{SZ_1}$$

$$\left(\sum_{i=1}^n \dot{z}_i = 0 \right) \quad \left(\prod_{i=1}^n \dot{z}_i = 1 \right)$$

معادله :

بایداری به روشی (راست) :

$$S^V + 1S^6 + 3S^5 + 4S^4 + 5S^3 + 6S^2 + 7S + 8 \quad \text{مثال -}$$

S^V	1	3	5	7
S^6	2	4	6	8
S^5	1	2	3	
S^4	$\odot \rightarrow 5$	$\odot \rightarrow 6$	8	
S^3				
S^2				
S^1				
S^0				

اگر صفر شد از ردیف بالاتر
مشتق می گیریم (از S^0 آغاز
شده و توانهای فرد)

$$1S^5 + 2S^3 + 3S = P$$

$$\frac{dP}{dS} = 5S^4 + 6S^2 + 3$$