www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسین عمران

ارائه کتابها و جزوات رایگان مهندسی عمران

بهترین و برترین مقالات روز عمران

انجمن های تخصصی مهندسی عمران

فروشگاه تخصصی مهندسی عمران

جزوه تحلیل سازه ۱

استاد: جناب آقای دکتر فردین رئوفی

به نوشته ی محمد حسین سلیمانی

تنظیم : افشین طاهری

www.civilart.ir

مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

ترم اول ۹۰-۱۳۸۹

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject: جلسه اول

Data: بنام خدا

غضو یا مجموعه ای از اعضاء که برای تحمل و انتقال نیرو به کار می رود، سازه نام دارد.

تحلیل سازه شامل دو مرحله زیر است.

گام اول: بررسی پایداری و ناپایداری سازه است.

گام دوم: بدست آوردن نیرو (هندسه جسم) همراه با تغییر شکل ها.

گام سوم: محاسبه واکنش های تکیه گاه است.

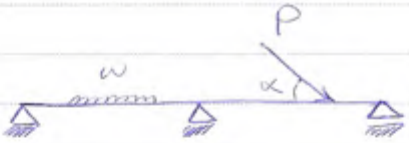
گام چهارم: محاسبه نیروهای داخلی در سطح مقطع های مورد نظر (نیروی محوری، برشی، لنگر خمشی و ...)

گام پنجم: محاسبه تغییر شکل ها.

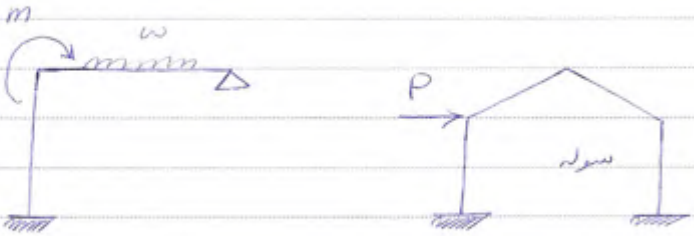
اجسام مورد بحث در این بخش، اجسام سازه ای هستند، یعنی سازه هایی که هندسه آن در حرکت قابل نوشتن است.

انواع سازه ها:

تیرها (نیروها)



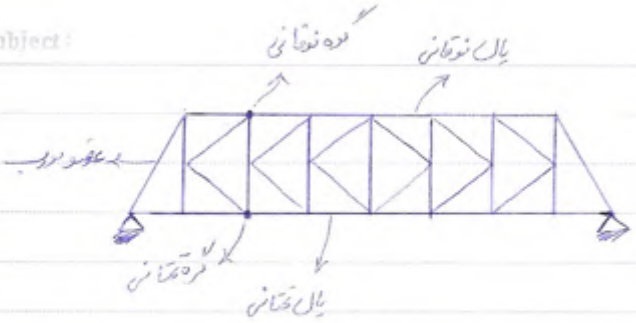
قاب ها



MICRO

Subject :

Date

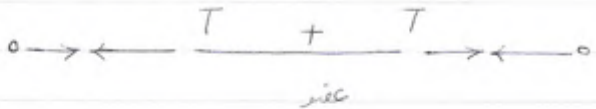


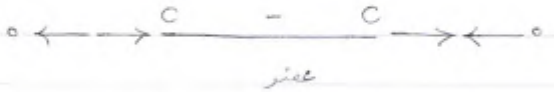
خرپاها

تیرها:

تیرها: سازه‌هایی که بعضی از اعضا آن زاویه دار بوده و بعضی از اعضا آن زاویه دار کاربرد بیشتری هستند.

خرپاها: سازه‌هایی که از اشکال مثلثی ساخته شده‌اند و اعضا مورد استفاده در آن میله‌ای است که تحت نیروی کشش یا فشار می‌باشند. خرپاها عمدتاً برای پوشش دهانه‌های بلند مورد استفاده قرار می‌گیرند. محل تقاطع اعضا در خرپا گره می‌نامیم. فرض می‌شود که اتصالات در خرپا مفصلی عمل می‌کنند. بدین منظور مرکز ثقل اعضا در گره باید از یک نقطه عبور کند.





تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات و کتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

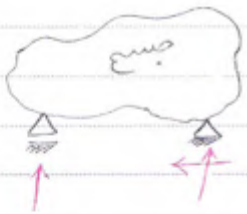
Subject: Data:

پایداری و ناپایداری:

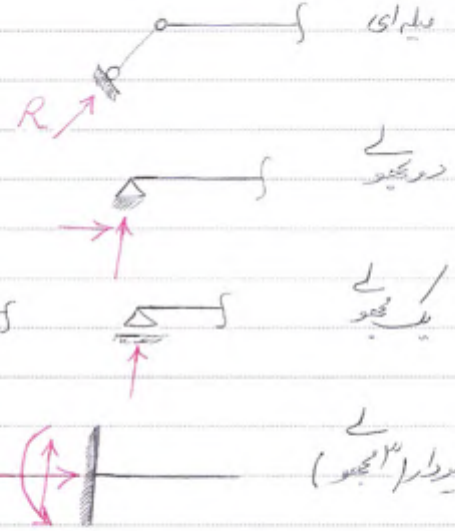
منظور از پایداری آن است که اگر پایه به سازه وارد شود، سازه نسبت به تکیه گاه تغییر شکل ندهد.

اگر این سازه تغییر شکل داده و امنیت آن از دست رود، سازه ناپایدار است.

+ حداقل تعداد واکنش برای ایجاد پایداری در صفحه، ۳ واکنش می باشد.



حداقل تعداد واکنش برای ایجاد پایداری



طریقه اتصال پایدار دو جسم:

۱- استفاده از ۳ تا میله.

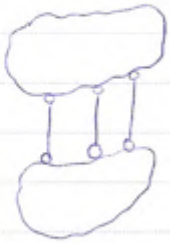
تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

۲_استفاده از یک انفصل دیلیه.

۳_استفاده از اتصال صلب

اتصال صلب (جوش)

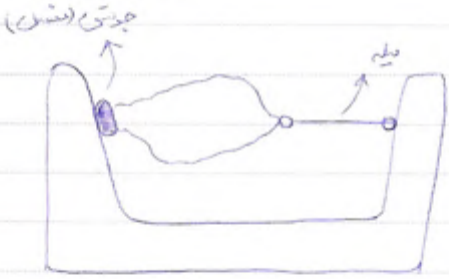
اما حالتی وجود دارد که باز هم ناپایداری ایجاد می‌کند. مثل حالت ۳ میله موازی، یک میله دیگر منفصل



سه میله موازی

دیگر انتداد

سه میله همگرا



جوشی (مفصل)

میله

یک میله یک منفصل دیگر انتداد

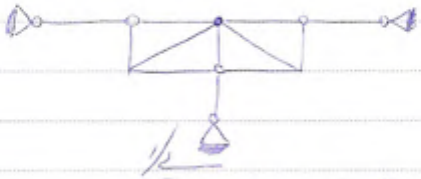
چنانچه ناپایداری به دلیل طریقه نامناسب اتصالات باشد ناپایداری هندسی نیز باشد. مثل حالت ۳ میله موازی و...

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

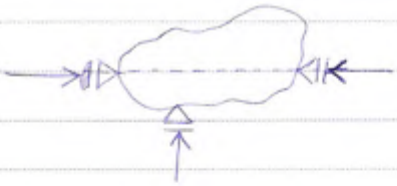
Subject: Data:

حالتی دیگر از ناپایداری :



← قطعی جدا

اگر ناپایداری به دلیل کمبود تعداد واکنش ها باشد ناپایداری را ایستا گوییم .



مثال :

برای این سیستم ها که از ترکیب دو یا چند سازه

تشکیل شده لازم به روش زیر عمل می کنیم :

برای راحتی کار به بدست آوردن به روش زیر عمل

می کنیم :

r : تعداد واکنش ها

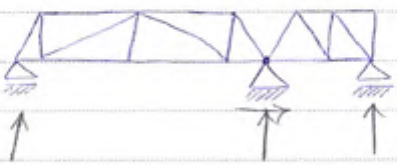
3 : تعداد معادلات

c : تعداد معادلات شرطی

۱ ـ تعداد سازه ها تشکیل دهنده ی C = ؟

اما در قدم بعدی برای بدست آوردن c ، تعداد اعضا را می شماریم .

حل :



if: $r = 3 + c$ ⇒ سازه پایدار و بصورت خارجی

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject :

/ /

Date :

⇐ سپس ناپایداری هندسی را چک می‌کنیم.

$r = 4$
$C = 2 - 1 = 1$ $\Rightarrow 4 = 3 + 1 \longrightarrow$ پایدار و معین است

* علت اینکه در بررسی "ناپایداری" به طور کلی از نظر تعداد تعادل و کنش بررسی شده و تعادل اعضا را بررسی نکرده‌ایم. امکان داشتن به علت عدم تعادل اعضا هم ناپایداری داشته باشیم.

مثال :

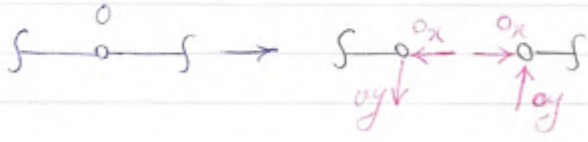
$r = 9$
$C = 3 - 1 = 2$

$9 - 5 = 4 \longrightarrow$ درجه نامعینی — پایدار و نامعین

این قاب 4 درجه نامعین و پایدار است. $4 = r - (3+C)$ و همانطور که مشاهده می‌شود ناپایداری هندسی هم ندارد. بنابراین اگر $r > 3+C$، مسئله نامعین خواهد شد. اگر $r < 3+C$، مسئله ناپایدار ایستایی خواهد شد.

انواع اتصالات :

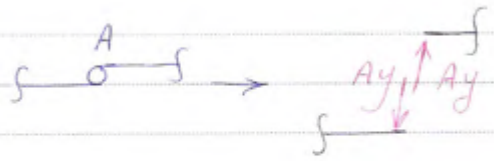
مفصلی :



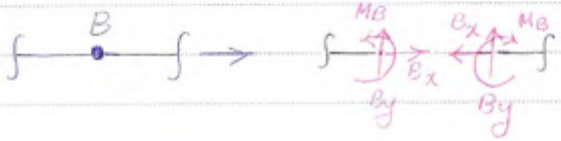
تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject: Data:

تکیه گاه:



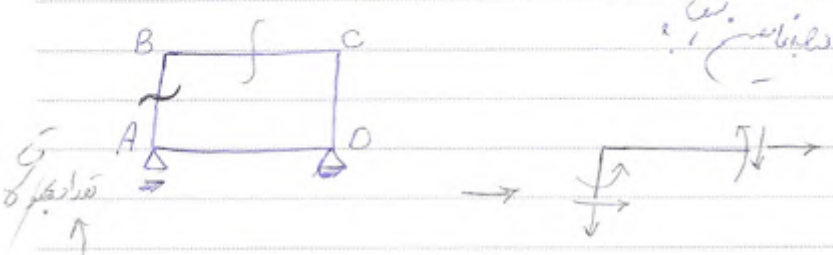
صلب:



اتصال صلب:

اتصالی را که تمام اعضا پیرامون آن نیز شکل ساده به یک اندازه دوران خواهند کرد، بنابراین:

یک حادثه چند درجه نامعینی است:

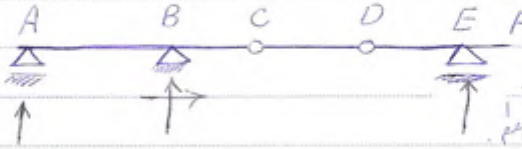


تعداد مجهول

6-3=3 → درجه نامعینی

تعادل

مثال: معادلیت تعیین پایداری، معینی، ناپایداری و نامعینی:



* معادله شرط، معادله‌ای است که اضافه بر معادلات تعادل می‌توانیم بنویسیم. مثلاً مشخص شده معادل یک لنگر.

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject :

Date

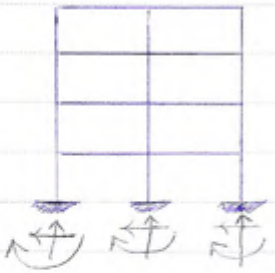
تعداد مجهولات = ۴=r

c = 2

تعداد معادلات = 3+c=5 ⇒ تعداد مجهولات > تعداد معادلات ⇒ ناپایدار استاتیکی

مثال : مقایسه بین تعیین معینی، نامعینی، پایداری و ناپایداری :

این قاب چه درجه ای نامعین است، بحث از تعداد اعضا نیز باید چک شود. برعکس تیرها و قاب باز که از تعداد خارجی نیز بررسی می کردیم.



از تعداد خارجی :

مجهولات = 9

معادلات تعادل = 3

درجه نامعینی خارجی = تعداد مجهولات - تعداد معادلات = 6

از تعداد داخلی : درجه نامعینی داخلی $6 \times 3 = 18$

⇒ کلاً درجه نامعینی = 18+6=24

تعداد تیرها $\times 3 = 24$

تیرهای داخلی

۱- استفاده از معادلات تعادل

۲- استفاده از روش برش زدن : یعنی روشی که برای سال نوشتن معادلات تعادل برای المان بریدن استفاده

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سایمانی

Subject: Data: /

دارای یکسری اصول به شرح زیر:

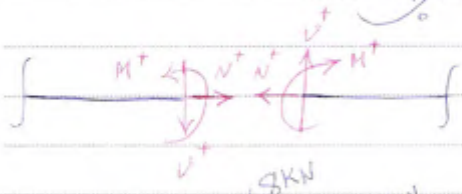
۱) سطح زیر دیاگرام بار گسترده - برش در نقطه قبلی = برش در همان نقطه

۲- در محل بار متمرکز در دیاگرام برش، پرش داریم.

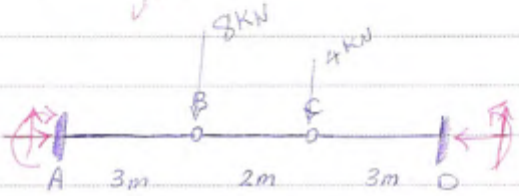
۳) سطح زیر دیاگرام برش - ممان در نقطه قبلی = ممان در همان نقطه

۴- در محل لنگر متمرکز، در دیاگرام لنگر پرش داریم، اما در دیاگرام برش تغییری نداریم.

قرارداد (+) به شرح زیر می‌باشد: (برای نیروهای خارجی)



مثال:



$r = 6$ ← چند نیروی اتکی داریم / چند نیروی اتکی برابرند → $r - 1 = 5$

معادله تعادل = 3

$C = 2$

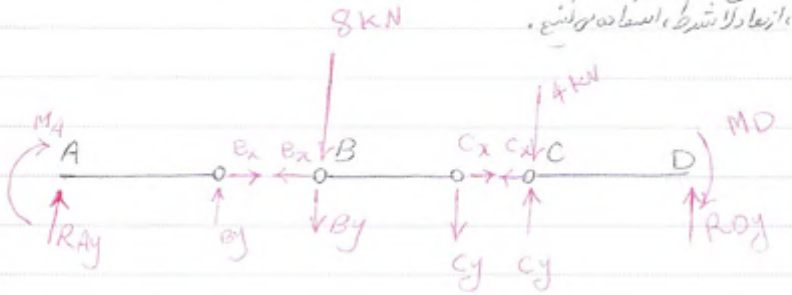
$\Rightarrow r = 3 + C$

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject :

Date

برای حل این مسئله، از معادلات شرط، استفاده می‌کنیم.



$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 \rightarrow C_y = 0 \rightarrow B_y = -8\,kN$

$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow -8\,kN - B_y = 0 \rightarrow B_y = -8\,kN$

$R_{Dy} = 4$

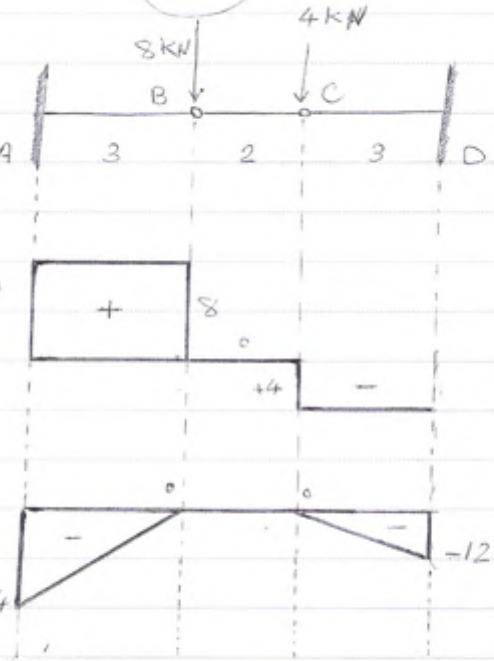
$R_{Ay} = 8$

$M_D = 12$

$M_A = -24$

$V_A = 8$

$V_B = 8 - 8 = 0$ به علت برش



سطح زیر دیاگرام برش $M_B = M_A +$ (سطح زیر دیاگرام برش قبل از B) $\rightarrow M_B = -24 + 24 = 0$

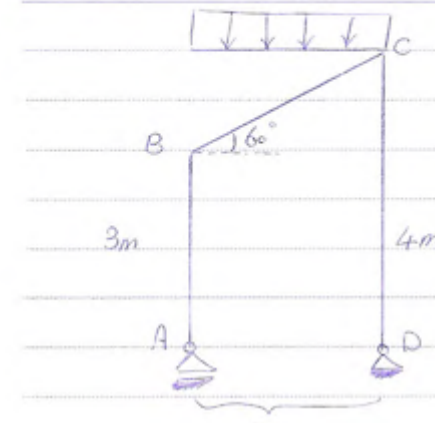
$M_D = M_C + (-12) = -12$

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject: Data:

تمرین:

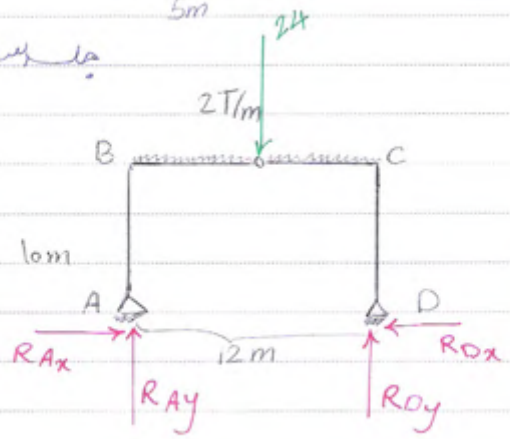


جلسه سوم

بنام خدا

مثال: سطوح تاثیر و دیاگرام بتن و...

برای جواب نشان داده شده.



گام اول: خلاصه داشتن رهای آزاد ما

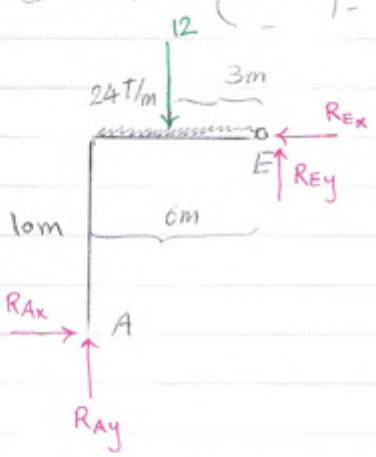
$$\circlearrowleft \sum M_A = 0$$

$$+ R_{Dy} \times 12 - 24 \times 6 = 0 \Rightarrow R_{Dy} = \frac{24 \times 6}{12} = 12 \text{ Ton}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_{Dy} = 24 \Rightarrow R_{Ay} = 12 \text{ Ton}$$

12

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران



$$\circlearrowleft \sum M_E = 0$$

$$\Rightarrow 12 \times 3 - 12 \times 6 + R_{Ax} \times 10 = 0$$

$$\Rightarrow R_{Ax} = \frac{36}{10} = 3.6 \text{ Ton}$$

$$\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} + R_{Dx} = 0 \Rightarrow R_{Dx} = -R_{Ax}$$

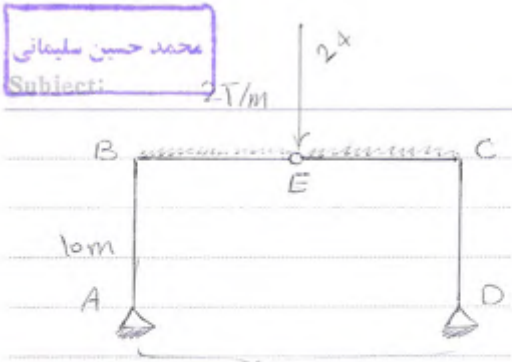
$$\Rightarrow R_{Dx} = -3.6 \text{ Ton}$$

پس از محاسبه واکنش های تکیه گاه نوبت به رسم دیاگرام ها می رسد. اولین دیاگرام، دیاگرام برش است پس از رسم آن، دیاگرام خمش را رسم می نمیم. بخاطر این است که دیاگرام ها را می خود تا راحت رسم کنند.

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

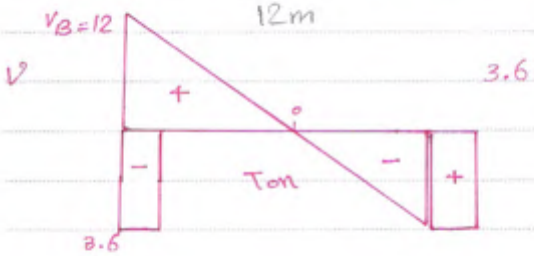
Subject: Data:



روش جمع زدن:

$$\begin{cases} V_E = V_B - (2\times 6) = -12 \\ V_C = V_E - 12 = -12 \end{cases}$$

حل پایسته



برای رسم دیاگرام ها از سمت چپ شروع می کنیم و همینطور

در صورتی که دیاگرام داخل قاب نیفتد شروع و پایان

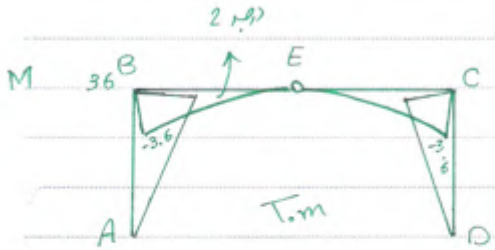
خارج قاب باشد، مثبت است.

رسم دیاگرام لنگر:

دیاگرام لنگر بدون محاسبه مستقیما قابل رسم می باشد.

با توجه به اینکه در هر گره تعادل وجود دارد باید

در نقطه B (گره B) تعادل لنگر باید وجود داشته باشد.



MICRO

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

$M_B = M^{\circ}_A + (-3.6 \times 10) \Rightarrow M_B = -36$

یعنی اینکه در ابتدای تیر باید لنگر اندازه‌ی مشخص برابر می‌باشد. $(36\ Ton/m)$

$M_E = -36 + (12 \times 6 \times \frac{1}{2}) = 0$ (تقریبی)

حتی تقریبی

دیاگرام برش در هر نقطه، شیب دیاگرام لنگر می‌باشد.

شیب مثبت کم می‌شود

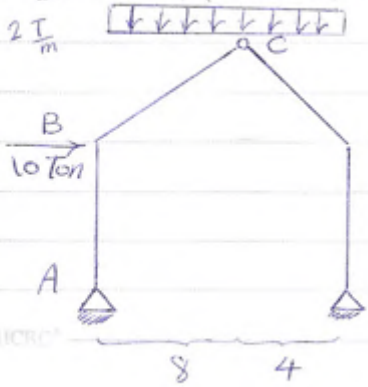
شیب مثبت زیاد می‌شود

$M_C = 0 + (\frac{12 \times 6}{2}) = -36$

باید برای تیر C مقدار لنگر وجود دارد. یعنی لنگر اندازه‌ی مشخص در C برابر لنگر ابتدایی تیر است.

$M_D = -36 + (10 \times 3.6) = 0$

مثال :

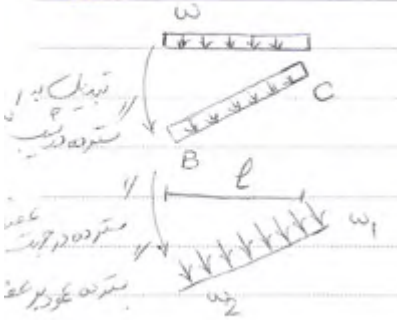


تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسن سلیمانی

Subject: Data:

با پسترده در آوردن را تبدیل به بار گسترده در طول دهانه



خرپاها:

روش های تحلیل خرپاها:

بطور کلی ۳ روش برای حل خرپاها وجود دارد.

روش اول: تعادل گره

در این روش دیاگرام آزاد تک تک گره (در نظر گرفته شده و معادله تعادل را برای آن می نویسیم یعنی مجموعه معادله $\sum F_x = 0$ و $\sum F_y = 0$. و بدین ترتیب نیروی کلیه اعضا بدست می آید. از این روش در مواردی استفاده می شود که نیروهای داخلی تمام اعضا از ما خواسته شده باشد. معمولاً از گره ای آغاز می شود که بیش از دو مجهول نداشته باشد.

روش دوم: تعادل

در این روش با زدن یک مقطع مناسب و در نظر گرفتن دیاگرام آزاد قسمتی از خرپا ایجاد شده و نوشتن

MICRO

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

۳- معادله تعادل گره‌ها را بدست می‌آیند. از این روش وقتی استفاده می‌شود که نیروی داخلی بعضی از اعضا خواسته شده باشد. (مقطع از این اعضا عبور کند) باید قبلا ثابت کند مقطع در نظر گرفته شده بیش از ۳ عضو را قطع نکند

۳- روش سوم: تدریسی

در این روش با استفاده از تدریب سه روش قبلی یعنی روش مفصل و مقطع خرپا تحلیل می‌شود.

۴- روش چهارم:

برای تحلیل خرپاهای مجمع یعنی خرپایی که نتوان از ۳ روش قبلی تحلیل کرد روش چهارمی وجود دارد بنام روش هندرگ.

این روش بر اساس اصل جمع آثار تقاطی باشد.

خرپای مجمع

خرپای ساده

خرپای ذوزنقه

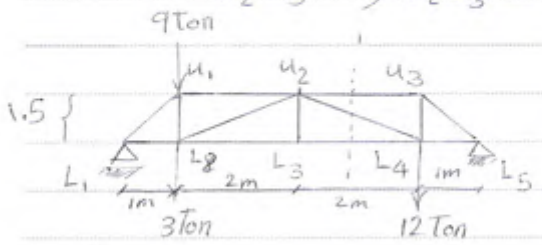
تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسن سلیمانی

Subject: Data:

حل

مثال: خطوط تاثیر نیروی را برای عضو U_2L_3 و U_2U_3



حل: اولین گام محاسبه واکنش تکیه گاه

سپس با استفاده از روش تعادل قابل محاسبه.

گره های تحتانی را با L و گره های فوقانی را با U نشان می دهند.

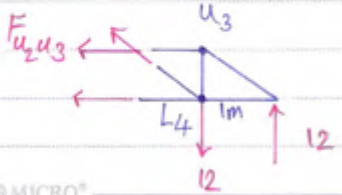
$$+\circlearrowleft \sum M_{L_5}=0 \Rightarrow R_{L_1y}\times 6 - 9\times 5 - 3\times 5 - 12\times 1 = 0$$

$$\Rightarrow R_{L_1y} = \frac{15+45+12}{6} = \boxed{12\ ton}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 12 - 3 - 9 - 12 + R_{L_5y} = 0 \Rightarrow \boxed{R_{L_5y} = 12}$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{R_{L_5x} = 0}$$

با توجه به اینکه عضو خواسته شده، مسئله را از این قسمت حل می کنیم سپس عضو مثا در حل مثال داده شده را، برای هر دو حالت چپ یا راست رسم می کنیم.



MICRO

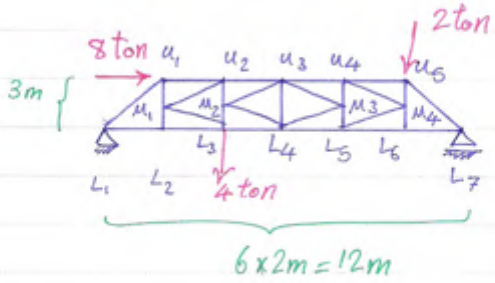
$\curvearrowright +\sum M_{L_4}=0 \Rightarrow F_{u_2u_3}\times 1.5 + 12\times 1 = 0$

$\Rightarrow F_{u_2u_3} = -8\ \text{Ton}\ C$ (فشاری)

برای محاسبه $F_{u_2L_3}$ دیاگرام آزاد گره L_3 را در نظر می‌گیریم.

$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow \boxed{F_{u_2L_3}=0}$

تمرین:

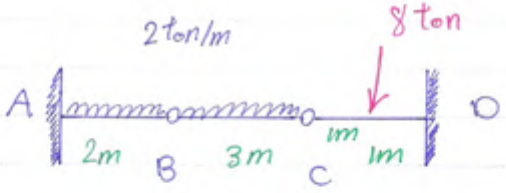


$F_{u_4M_3} = ?$

$F_{u_3M_3} = ?$

$F_{u_3L_4} = ?$

$F_{L_4L_5} = ?$



تمرین: تعادل رسم دیاگرام های V, M.

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject: Data:

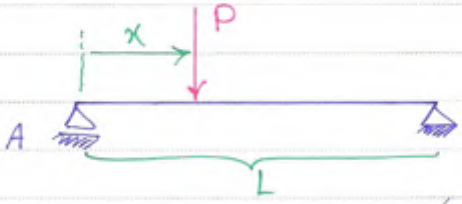
مفهوم خط تاثیر:

نیروهای داخلی در یک مقطع بستگی به پارامترهای زیر دارد:

۱- محل مقطع

۲- مقادیر بارهای وارده (هندسه بارگذاری و خواص مقطع)

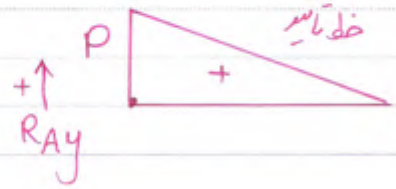
۳- محل اثر بار، که اثر آن با مفهوم خط تاثیر بیان می‌شود. به عبارت دیگر، برای هر محل اثر بار، نیروهای داخلی مقطع تعیین می‌شوند. بنابراین برای تعیین نیروهای داخلی مقطع نخست تعیین می‌باید



به عنوان مثال عکس‌العمل تکیه‌گاه A در حالتی که $x=0$ و حالتی که $x=L$:

$x=0 \rightarrow R_{Ay}=P$

$x=L \rightarrow R_{Ay}=0$



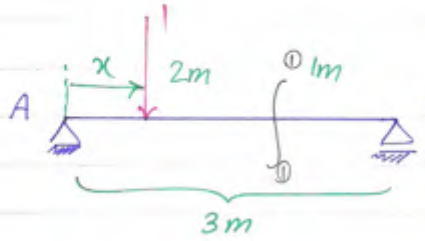
خط تاثیر را به طور خلاصه شرح دهید. برای رسم خط تاثیر برش در A برای تیر AB قدم به قدم شرح دهید.

برای سادگی از این پس به جای واحد متحرک از نام بار استفاده می‌شود. منظور ما از بار واحد متحرک نیرو گاه است یا لنگر؟

در یک مقطع مشخص و یا لنگر در یک مقطع مشخص می‌باشد.

تعریف: عرض خط تاثیر تابع در یک مقطع مشخص برابر است با مقدار تابع به ازای اعمال بار واحد در آن مقطع که در این مقطع خط تاثیر را رسم می‌کنیم.

مثال: مطلوبست رسم خط تاثیر لنگر در مقطع 1-1؟



M_{1-1}

بنابراین کافی است که بار واحد را در طول تیر حرکت داده و در هر مرحله، عامل بر مقطع 1-1 را جدا کنیم.

دو حالت را بررسی می‌کنیم:

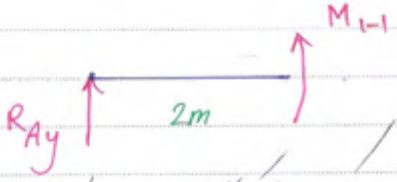
۱- بار واحد قبل از مقطع یا ۲- بار واحد بعد از مقطع

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject : Date

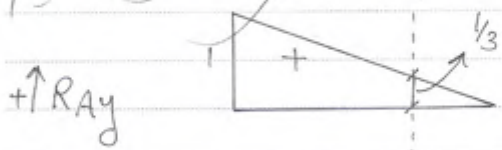
$$M_{1-1} = R_{By}$$

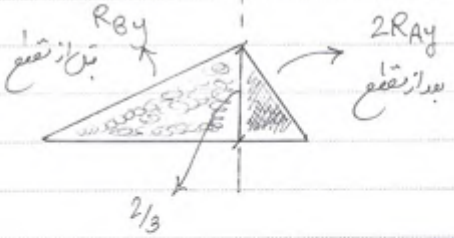
۲- یا بر واحد بعد از مقطع باشد : دیاگرام را داخل جسم رسم می‌کنیم.



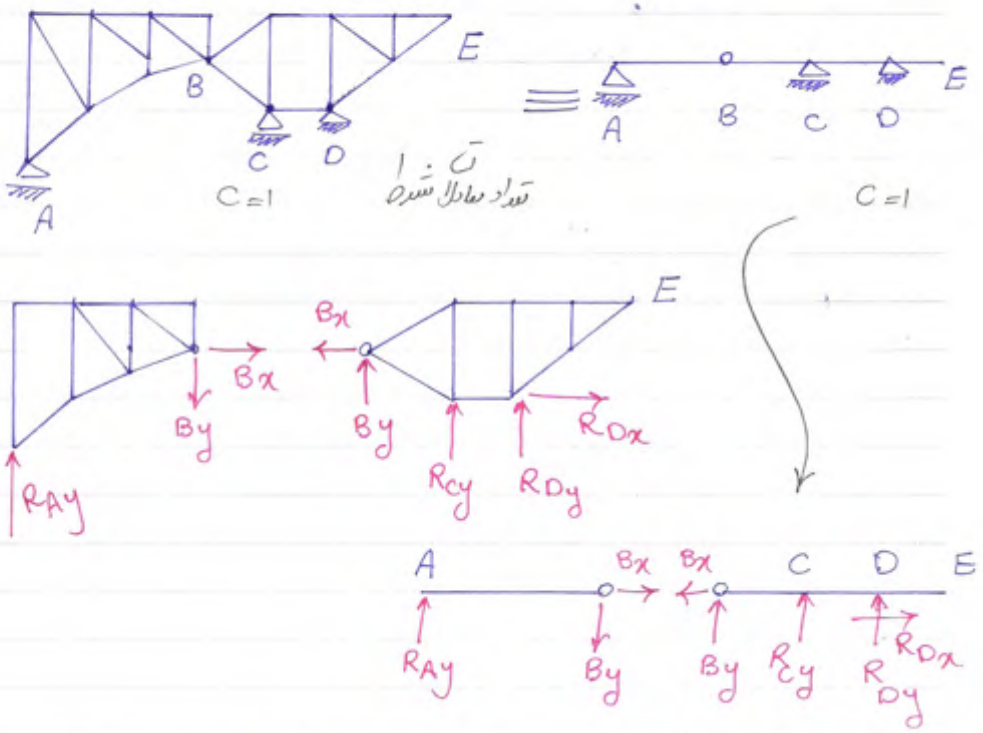
$$M_{1-1} = 2R_{Ay}$$

بنابراین برای رسم خط تأثیر سه حالت اول خط تأثیر را تشکیل می‌دهیم.

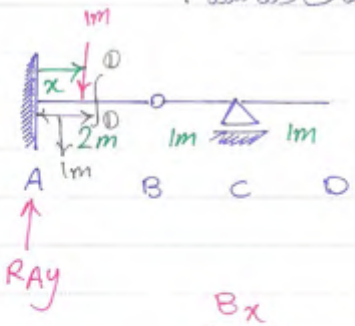




تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

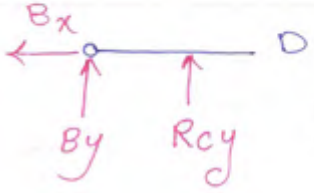


مثال : بطوریکه بسم خط تاثیر R_A ، V_1 و M_1 در تیر نشان داده شده :



بسم خط تاثیر R_A :

حالت ۱ : بار واحد قبل از مفصل $x<2$



$R_{cy}=0$

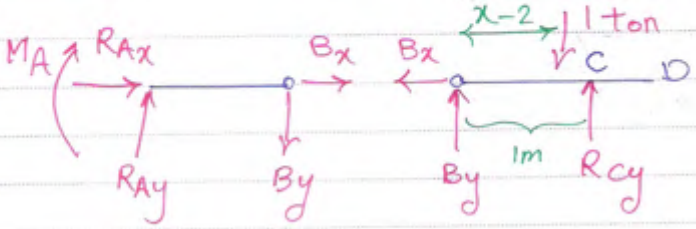
$\sum M_B=0 \Rightarrow R_{Ay}=1$

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject : Date

حالت ۲ : بار واحد بعد از مفصل $3 > x > 2$



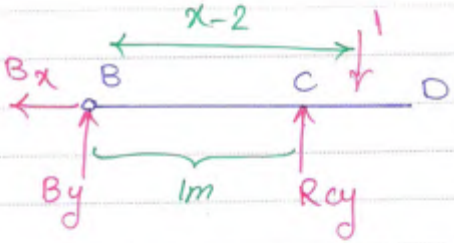
$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 \Rightarrow R_{cy} \times 1 = 1(x-2) \Rightarrow R_{cy} = x-2$

(معادله شرط)

$\Rightarrow R_{cy} + R_{Ay} = 1 \Rightarrow R_{Ay} = 1 - R_{cy} \Rightarrow R_{Ay} = 1 - x + 2$

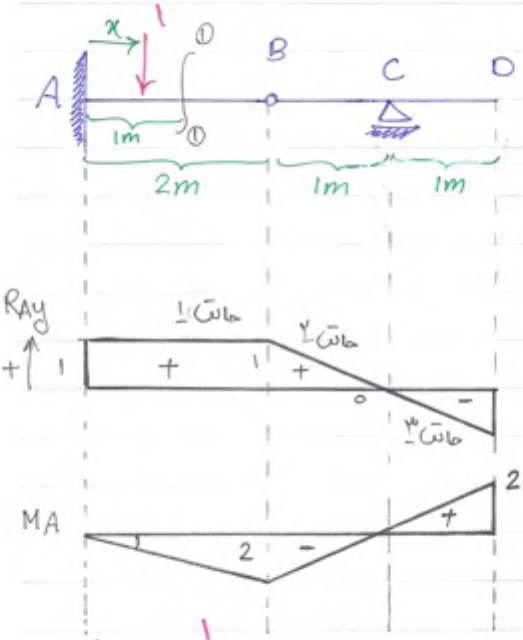
$\Rightarrow R_{Ay} = 3 - x$

حالت ۳ : بار واحد بعد از مفصل C (انتخاب) : $3 < x < 4$



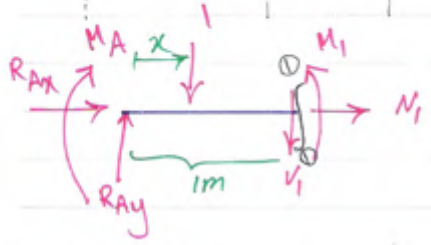
$R_{cy} = x-2 \Rightarrow R_{Ay} = 1-(x-2) = 3-x$

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران



رسم خط تاثیر V_1 و M_1 :

حالت اول : بار واحد قبل از مقطع :

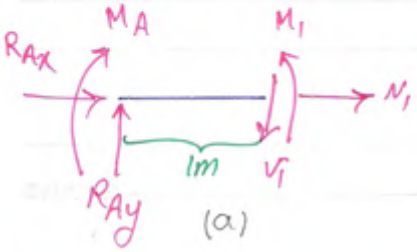


$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow \quad V_1 = R_{Ay}$!

$M_1 = M_A + R_{Ay} \times 1 - 1(1-x)$

حل بار (قبل رسم دیاگرام)!

حالت دوم : بار بعد از مقطع و قبل از تکیه : $1 < x < 2$



$V_1 = R_{Ay}$ ، $M_1 = M_A + R_{Ay} \times 1$

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject : Date

حالت سوم : پارچه از فصل مشترک قبل از C تا $2 < x < 3$

$$\begin{cases} V_1 = R_{Ay} = 3 - x \\ M_1 = M_A + R_{Ay} \times 1 \end{cases}$$

برای حالت دوم و سوم همانطور که می‌بینید، V_1 و M_1 از روی نقطه (a) محاسبه می‌شوند و در نتیجه از نظر ظاهر نتیجه یکی می‌باشد، ولی تفاوت در این است که R_{Ay} و M_A برای حالت دوم با R_{Ay} و M_A برای حالت سوم تفاوت دارد.

+ به عنوان مثال M_A در همانند R_{Ay} مثبت است.

حالت چهارم : پارچه از تکیه‌گاه $3 < x < 4$

$$\begin{cases} V_1 = R_{Ay} \\ M_1 = M_A + R_{Ay} \times 1 \end{cases}$$

به عنوان مثال، M_1 و V_1 تا بی‌نهایت می‌شود.

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

بنام خدا

Subject: جلسه ششم

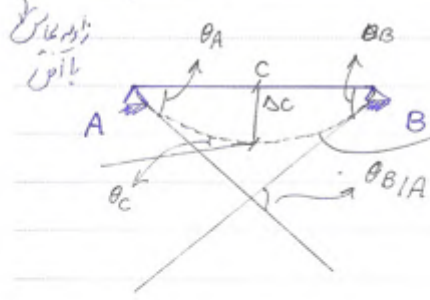
Date:

تعاریف تغییر شکل و دوسازه های الاستیک :

روش های هندسی ← انتگرال
← تیر مزدوج

روش های انرژی ← کار مجازی
← کاستیلیانو
← کار مجازی (بار واحد)

روش های هندسی تغییر شکل ها را براساس تغییر شکل های خمشی بدست می آورند و برای تیرها و قاب ها استفاده می شوند. در این روش ها می توان تغییر مکان (Δ) و شیب (θ) را در هر نقطه ای که خواسته شده باشد بدست آورد.



زاویه عاس با آفس

نقش تغییر شکل

فاصله عمودی بین A و خلاصه مماس بر B منطبق شود

۲۹

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات و کتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject : Date /

روش تیر مزدوج:

این روش براساس دو تقیه می باشد. بنام تقیه اول و تقیه دوم.

تقیه اول:

$$\theta_{A/B} = \text{زاویه دوران بین } B, A = \text{سطح زیر دیاگرام } \frac{M}{EI} \text{ بین } B, A = \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

تقیه دوم:

مطابق این تقیه فاصله قائم (انحراف قائم) نقطه B از عکس بر A که با $t_{B/A}$ نشان می دهیم،

برابر است با:

$$t_{B/A} = \text{گشتاور اول سطح زیر دیاگرام } \frac{M}{EI} \text{ بین } B, A \text{ نسبت به } B = \int_A^B \frac{M}{EI} x\,dx$$

نحوه حل مسائل:

همانطور که مشاهده می شود، این دو تقیه مستقیماً تیر و خیز نقطه را نمی دهند. بلکه باید با استفاده از روابط هندسی و به طریقی از این دو تقیه تیر و خیز را بدست آورد. که مسائل مراحل آن زیر است:

مرحله اول: رسم دیاگرام لنگر

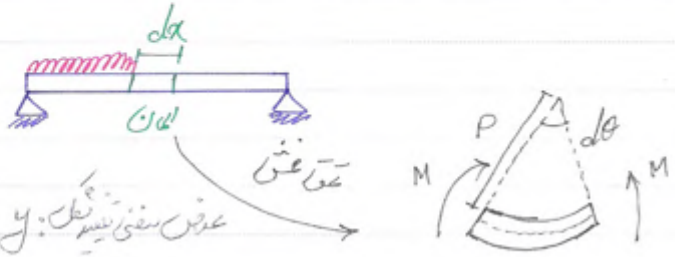
تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

مرحله دوم: تبدیل منفی تغییر شکل تقریبی (منفی ارتجاعی)

به عنوان مثال در وانیع هر جا لنگر (+) آنگ منفی ارتجاعی بصورت $+M$ و هر جا لنگر (−) باشد منفی $-M$ می باشد.

مرحله سوم: انتخاب محاسبه (مبنا المان ها در جوانه تعیین شود) و نوشتن معادله بهی برای محاسبه خیز و شیب.

در این رابطه از تقارن های لنگر صفر هم استفاده می شود تا در نهایت خیز و شیب در نقاط مورد نظر بدست آید.



y'': مشتق دوم

y': مشتق اول

dx: طول المان

ρ: شعاع انحنا ، $k = \frac{1}{\rho}$ انحنا

کابا

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject :

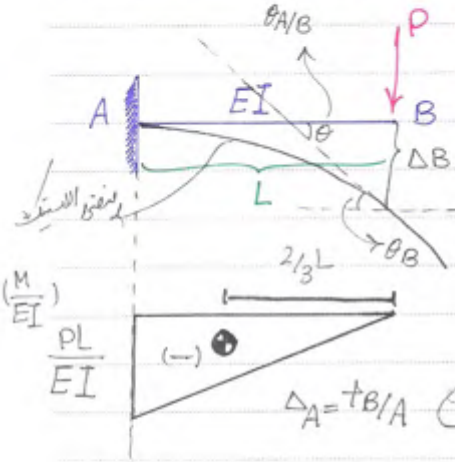
Date

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

$$k = \frac{1}{\rho} = \frac{y''}{[1+y'^2]^{3/2}}$$

$$\frac{M}{EI} = y'' \qquad \left\{ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \right\}$$ رابطه اساسی

مثال: مطلوبست محاسبه خیز و شیب در انتهای تیری به طول L و مقدار EI با استفاده از روش تیر مزدوج.



ابتدا تغییر شکل داده می‌شود، AB یا دهانه تیر مزدوج.

تیر مزدوج در نقطه A به صورت گیردار عمل می‌کند.

خوشبختانه در اینجا مجهولا خواسته شده مستقیما از تقارن یا تیر مزدوج بدست خواهند آمد (حالت خاص حل مسئله)

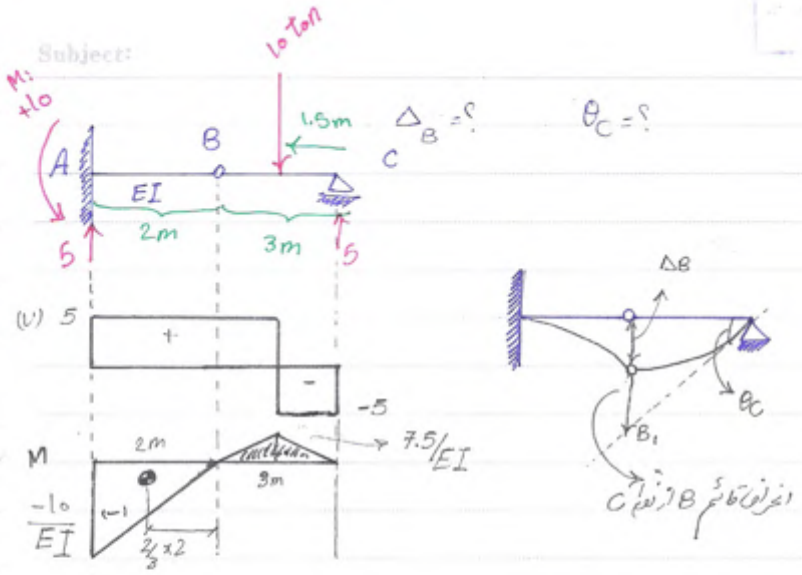
$$\theta_B = \theta_{A/B} = \frac{1}{2} \times L \times \frac{PL}{EI} = \frac{-PL^2}{2EI}$$

$$\Delta_A = t_{B/A} = -\frac{PL^2}{2EI} \times 2/3 \times L = \frac{-PL^3}{3EI}$$

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject: Date:

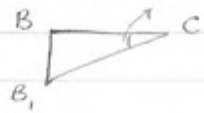
مثال : $\Delta_B = ?$ $\theta_C = ?$



$\Delta_B = t_{B/A}$ = B نسبت به نقطه A گشتاور سطح زیر B تا A

$$= 2 \times \left(\frac{-10}{EI}\right) \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 2 = \frac{-40}{3EI}$$

$\theta_C = ?$ θ_C =



$$\Rightarrow \theta_C = \frac{BB_1}{BC}$$

$$BB_1 = \Delta_B + t_{B/C}$$

$t_{B/C}$ (از تغییر) $= \sum$ گشتاور سطح $S\bar{x} = \left(\frac{7.5 \times 1.5}{2EI} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{7.5 \times 1.5}{2EI} \times 1.5 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}\right)$

$$\Rightarrow t_{B/C} = \frac{16.87}{EI}$$

MICRO

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات و کتابهای مهندسی عمران

Subject : Date

$$\Rightarrow BB_1 = \frac{16.87}{EI} + \frac{40}{3EI} = \frac{30.20}{EI}$$

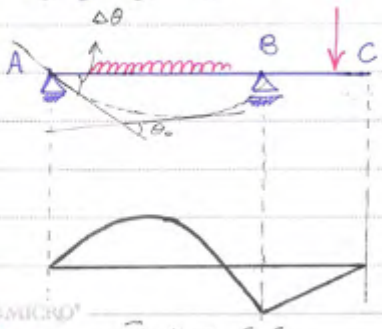
$$\theta_C = \frac{30.20}{3EI}$$

بنام خدا:

روش تیر فرضی (تیر مزدوج):

با توجه به اینکه محاسبه برش و دهانه برای یک تیر ساده خیز و شیب آسان است بنابراین اگر بتوانیم مسئله خیز و شیب را به مسئله برش و دهانه تبدیل کنیم، حل مسئله راحت تر خواهد بود. به این روش روش تیر فرضی (مزدوج) می گویند.

در اینجا هدف این است که یک تیر فرضی تعریف کنیم به طول L با طول تیر حقیقی برابر باشد و لی شرایط تکیه گاهی (فرضی) طوری تعیین شود که برش و دهانه در آن برابر شیب و خیز در تیر حقیقی باشد.



تیر حقیقی تحت اثر بار حقیقی

و این تبادل در تمام دهانه برقرار باشد.

خواسته شده در یک نقطه (O): $\Delta_O = ?$ ، $\theta_O = ?$

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject: Date:

تیر مزدوج تحت اثر بار الاستیک

بار الاستیک = $\frac{M}{EI}$

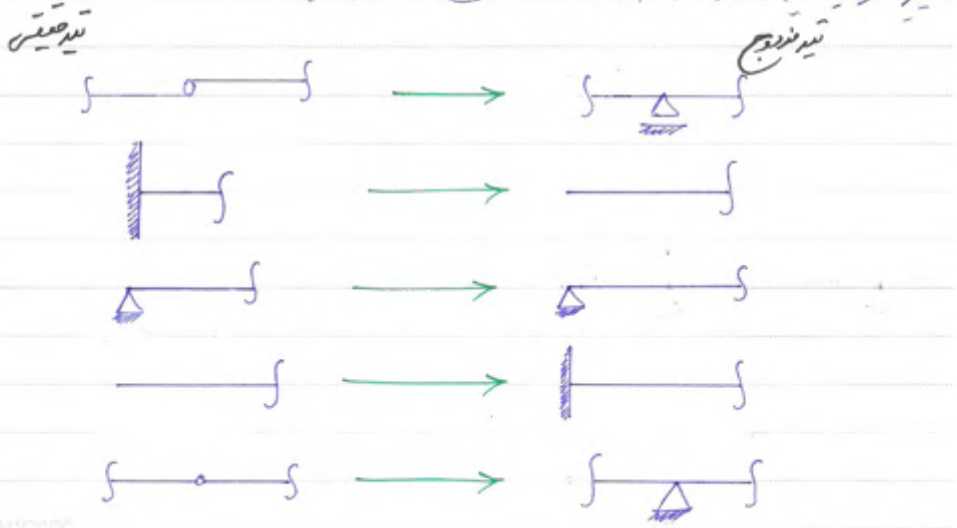
M : دیاگرام لنگر تیر حقیقی تحت بار حقیقی

برش در تیر مزدوج تحت بار الاستیک = شیب در تیر حقیقی تحت بار حقیقی

لنگر در تیر مزدوج تحت بار الاستیک = خیز در تیر حقیقی تحت بار حقیقی

تفسیر شرایط تکیه گاه

تفسیر شرایط تکیه گاه در صفحه 277 کتاب نشان داده شده است :

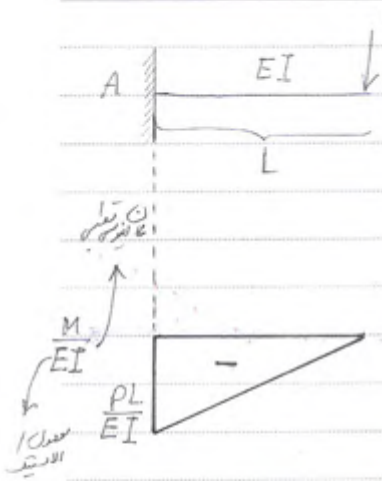


تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

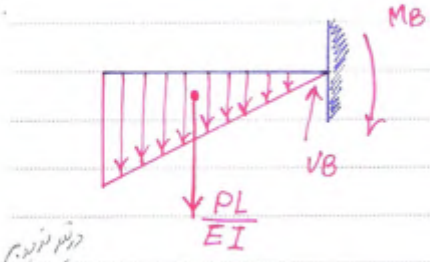
Subject : Date

مثال : $\theta_B , \Delta_B = ?$ تیر حقیقی تحت بار حقیقی



گام اول : تیر باید لنگر خمشی باشد.

گام دوم : ساختن تیر مزدوج و اعمال بار الاستیک به آن



تیر مزدوج

$$M_B = \frac{-PL}{EI} \times \frac{L}{2} \times \frac{2}{3}L \Rightarrow \Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$$

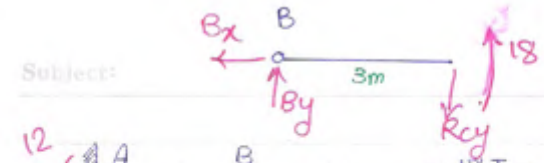
تیر حقیقی

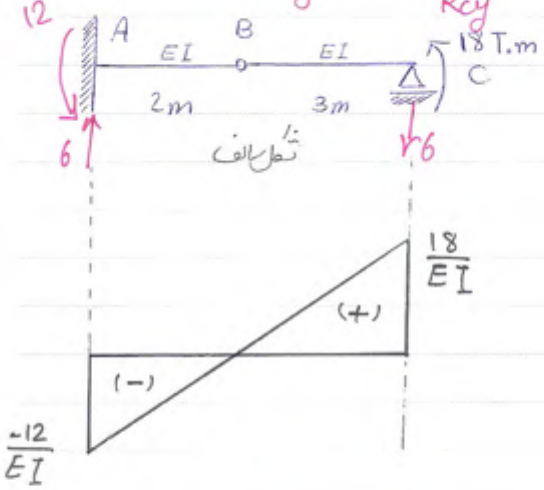
$$V_B = \frac{PL^2}{2EI} \Rightarrow \theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$$

V_B ← تیر مزدوج

θ_B ← تیر حقیقی

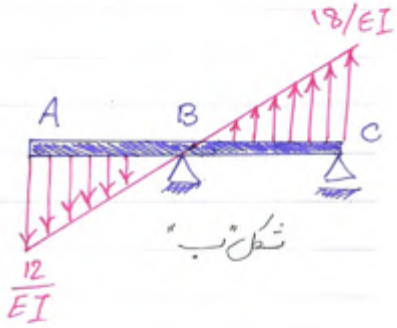
مثال :

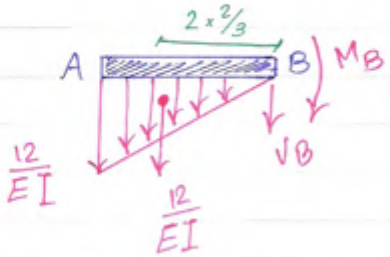




$+\circlearrowleft \sum M_B = 0$

$18 - R_{cy} \times 3 = 0 \Rightarrow \boxed{R_{cy} = 6}$





$+\circlearrowleft \sum M_B = 0$

$-M_B + \frac{12}{EI} \times \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow M_B = \frac{16}{EI}$

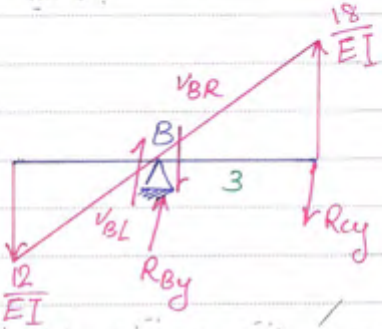
$\Delta_B = \frac{16}{EI}$

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject : Date

مثال : برای تکیه گاه B شیب را بدست آورید. (مثل مثال قبل)



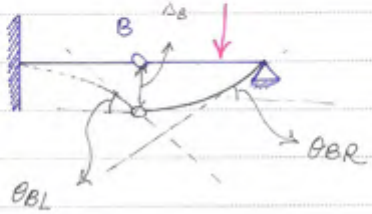
$V_{BL} \leftarrow \theta_{BL}$ / $V_B \leftarrow \theta_B$

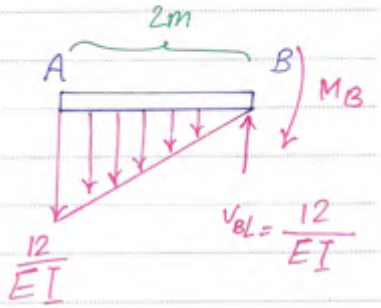
$V_{BR} \leftarrow \theta_{BR}$ / تکیه گاه ← تکیه گاه

همانطور که در مثل قبل گفتیم تنها انتقال شد

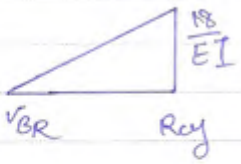
که شیب تیر ایجاد شد، عدد مثبت بدست آمد. که با توجه به زاویه مثلث می‌سازند بنابراین (θ_{BL}) مثبت

شیب تحت چپ با شیب تحت راست (θ_{BR}) یکسان است در نتیجه جهت به چپ است.





$\Rightarrow +\circlearrowleft \sum M_B = 0 \longrightarrow R_{cy}$



$\sum F_y = 0 \longrightarrow V_{BR} + R_{cy} = \frac{18}{EI} \times \frac{3}{2}$

$\Rightarrow V_{BR}$

©MICRO

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

روش های انرژی:

در روش های انرژی در برای همه سازه ها، چه تیر، چه خرپاها و چه قابل قابل استفاده می باشد باید ابتدا انرژی ذخیره شده در سازه را محاسبه کنیم. با توجه به اینکه در حالت کلی تغییر شکل های سازه عبارتند از: تغییر شکل های ناشی از خمش، برش، پیچش، نیروی محوری. بنابراین عبارت انرژی جمع، عبارت خواهد شد از:

$$U_T = U_{\text{محوری}} + U_{\text{پیچشی}} + U_{\text{برشی}} + U_{\text{خمشی}}$$

به عنوان مثال در خرپاها:

$$U_T = U_{\text{محوری}}$$

در تیرها و قاب ها:

$$U_T \# U_{\text{خمشی}}$$

بنابراین در تقریب اول فقط تغییر شکل های خمشی در تیرها و قاب ها، معمولاً دقت خوبی دارند و لذا به سراغ فرمول های زیر انرژی میرویم.

$$U_T = \sum \int_0^L \frac{M^2}{2EI}\,dx + \sum \int_0^L \frac{kV^2}{2GA}\,dx + \sum \int_0^L \frac{T^2}{2GJ}\,dx + \sum \frac{P^2 L}{2EA}$$

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject : Date

L: طول عضو T: تنش پیچشی M: دیاگرام لنگر k: ضریب سختی

E: مدول الاستیک G: مدول برشی I: دیاگرام برش

A: سطح مقطع J: ممان اینرسی قطبی N: نیروی محوری

Σ برای این است که اثر تمام نیروها را لحاظ می‌کنیم. به عبارت دیگر برای تمام اعضا اثر را لحاظ می‌کنیم.

به معنای انتقال نیرو روی عضو

روش کار حقیقی:

روش کار حقیقی ← از مساوی قرار دادن عبارت کار و عبارت انرژی بدست می‌آید

در واقع از مساوی قرار دادن کار و انرژی تغییر مکان یا دوران محاسبه می‌شود. این روش دارای محدودیت است. چون در یک نقطه تغییر مکان در حال اثر نیرو را می‌دهد یا دوران در حال تنش را می‌دهد و از طرفی باید متناظر نیرو در جهت وارد شود.

W: عبارت کار

U: عبارت انرژی

$\Rightarrow W = U \rightarrow \begin{cases} \Delta \\ \text{یا} \\ \theta \end{cases}$

کار تنش: $W = \frac{1}{2} M \times \theta$ کار نیرو: $W = \frac{1}{2} P \cdot \Delta$

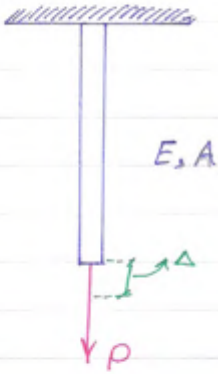
MICRO

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

باتوجه به اینکه تغییرمکان به صورت تدریجی وارد می‌شود، مقدار متوسط تغییرمکان $(\frac{P}{2})$ در نظر گرفته می‌شود.

مثال: مطلوبست محاسبه تغییر طول میله نشان داده شده؟

روش کار حقیقی:

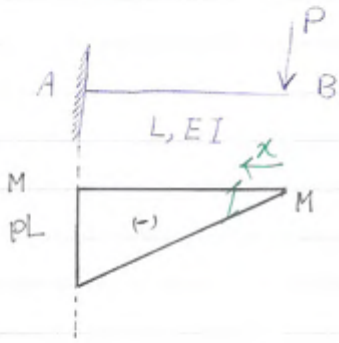


$$W = \frac{1}{2} P.\Delta$$

$$U = \frac{P^2 L}{2AE}$$

$$W = U \Rightarrow \frac{1}{2} P\Delta = \frac{P^2 L}{2AE} \Rightarrow \Delta = \frac{PL}{AE}$$

مسئله: $\Delta_B = ?$



$$M = \frac{PL}{L} \times x = Px$$

$$U_T \# U_{\text{خمشی}} = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx = \int_0^L \frac{P^2 x^2}{2EI} dx = \frac{P^2 x^3}{2EI \times 3} \Big|_0^L$$

$$\Rightarrow U_{\text{خمشی}} = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject: Date

$W = \frac{1}{2} P.\Delta_B$

$W = U \rightarrow \frac{1}{2} P.\Delta_B = \frac{P^2 L^3}{6EI} \Rightarrow \Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$

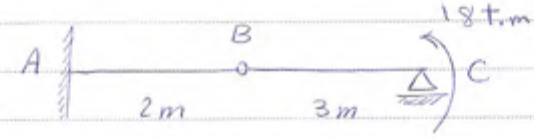
روش کاستیگلیانو

روش کاستیگلیانو:

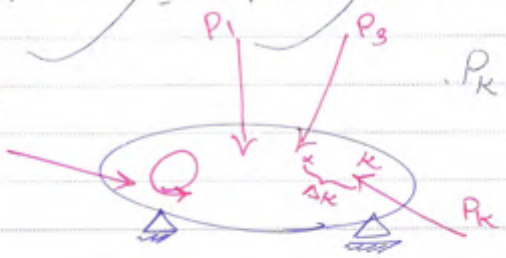
قضیه: در یک سازه الاستیک خطی که تحت بارهای خارجی در حال تعادل است درصورتی که دما ثابت باشد و نشست نداشته باشیم، مشتق اول انرژی کرنشی نسبت به نیروی P_K برابر است با تغییر مکان نقطه اثر P_K در امتداد P_K.

مثال: تیر زیر را با استفاده از روش کاستیگلیانو حل شود؟

$\theta_C = ?$



بنام خدا



$\Delta K = \frac{\partial U}{\partial P_K}$

©MICRO

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

انرژی درونی ذخیره شده در جسم (سازه)

$$U = \sum \int_0^L \frac{M^2}{2EI}\, dx$$

$$\Delta k = \frac{\partial U}{\partial P_k} = \frac{\partial}{\partial P_k}\left(\sum \int_0^L \frac{M^2}{2EI}\, dx\right) = \sum \int_0^L \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial P_k}\right)}{EI}\, dx$$

بنابراین با استفاده از این تئوری تغییر مکان نقطه اثر نیرو را در امتداد نیرو و در جهت آن، یا گشتاور نقطه اثر آن را در جهت آن می‌توان به دست آورد. همانطور که مشاهده می‌شود فرمول بدست آمده تغییر مکان یا دوران برای تیرها و قاب‌ها می‌باشد، بنابراین تغییر شکل‌های برشی را باید جداگانه محاسبه نمود.

چنانچه بخواهیم از روش کاستیانو برای خرپاها استفاده نماییم باید تمام مربوط به تغییر شکل‌ها را استفاده نماییم. که بدین صورت:

خرپاها:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{PL}{AE_i}\left(\frac{\partial P}{\partial F}\right)$$

تیرها و قاب‌ها

$$\Delta = \sum \int_0^L \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial P_k}\right)}{EI}\, dx$$

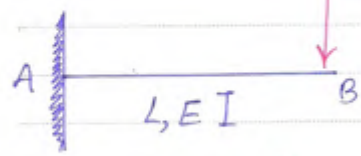
تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

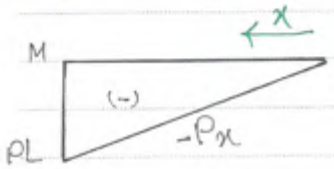
محمد حسین سلیمانی

Subject: Date

مثال: تغییر مکان محاسبه Δ_B با استفاده از روش کاستیانو:

گام اول: رسم دیاگرام لنگر





$$(0<x<L)\quad M=-Px$$

$$\Rightarrow \frac{\partial M}{\partial P}=-x$$

$$\Delta=\int_0^L \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right)}{EI}dx=\int_0^L \frac{+Px^2}{EI}dx$$

$$=\frac{Px^3}{3EI}\Big|_0^L=\frac{PL^3}{3EI}$$

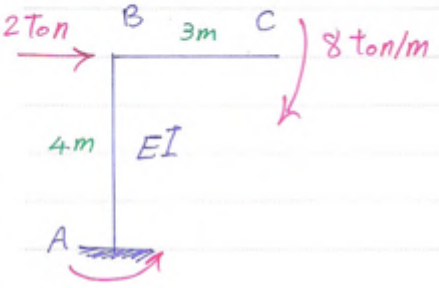
برای استفاده از این روش، معادله لنگر در هر عضو که باید محاسبه شود، برای این منظور می‌توانیم مقطع برش یا دیاگرام لنگر رسم نمیم.

علامت مثبت شد، یعنی جهت تغییر مکان در جهت نیرو است.

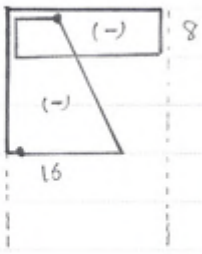
تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

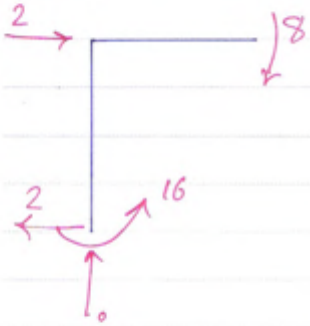
Subject: Date:

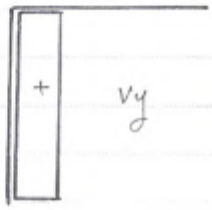
مثال : مطلوبیست θ_C ؟

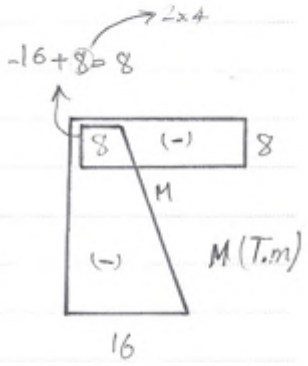


$8+(2\times4)=16$









$$\Delta = \int \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right)}{EI} dx$$

عامل به تفسیر عدا

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject : Date

تابع به دوره ارزش داستانی):

$$\theta = \int \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial m}\right)}{EI} dx$$

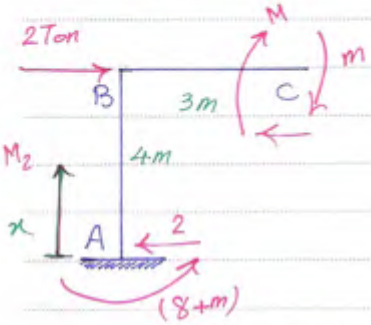
دراین مسئله درنقطه C ، یک $8\,Ton.m$ وجود دارد و نسبت به بعد تنش نیز بی معنی است.

بنابراین از تکنیک زیر استفاده می کنیم.

علی الحساب جای 8 ، m می گذاریم و در ادامه بعد از مشتق گیری جای m ، 8 می گذاریم.

(بعد از تشکیل معادلات)

به سادگی می توان با دو مقطع یعنی مقطع 1-1 و مقطع 2-2 معادلات را بدست آورد (البته شکل تغییر شکل را رسم کنید)



$$0 < x_1 < 3 \Rightarrow M_1 = -m \Rightarrow \frac{\partial M_1}{\partial m} = -1$$

$$0 < x_2 < 4 \Rightarrow M_2 = 2x_2 - (8+m) \Rightarrow \frac{\partial M_2}{\partial m} = -1$$

M_2 8 $\frac{\partial M_2}{\partial m}$

$$\theta_C = \int_0^4 \frac{(2x_2 - 8 - m)\times(-1)}{EI} dx_2 + \int_0^3 \frac{-m \times (-1)}{EI} dx_1$$

8 ، m را جایگذاری می کنیم.

$$\Rightarrow \theta_C = \int_0^4 \frac{16 - 2x_2}{EI} dx_2 + \int_0^3 \frac{8}{EI} dx_1 = \frac{1}{EI}\left(16\times 4 - 16\right) + \frac{24}{EI}$$

MICRO

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

چنانچه در نقطه C نیروی نداشتیم، روش کار بدین صورت بود که عضو m را حذف می‌کردیم و در ادامه کار بعد از محاسبه نیروی عضو m، عضو m را قرار می‌دادیم. زیرا از اول عضو m وجود نداشته است.

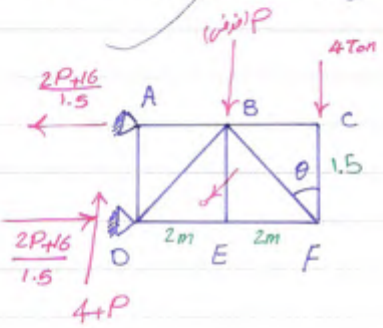
مثال: مطلوب است تعیین نیروی کلیه اعضای خرپای نشان داده شده:

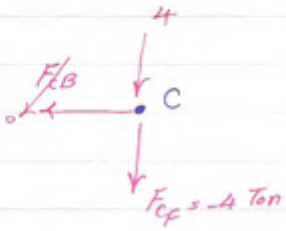
با توجه به اینکه در نقطه B نیرو نداریم، عضو AB نیروی صفر است.

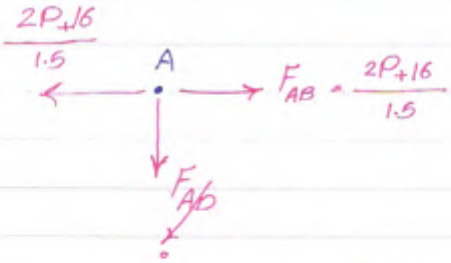
نیروی خارجی (P) در گره نقطه B قرار دارد.

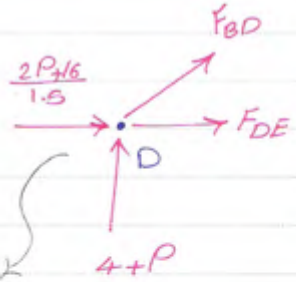
سطح مقطع کلیه اعضا $E=2.1\times10^6\ kg/cm^2$; $a=2\ cm^2$

گام اول: محاسبه واکنش‌ها و تحلیل خرپا را آغاز می‌کنیم.









$+\uparrow \sum F_y = 0$

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

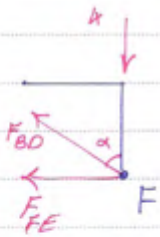
محمد حسین سلیمانی

Subject : Date

$\Rightarrow F_{DB}\sin\alpha + (4+P) = 0 \quad \Rightarrow F_{DB} = -\frac{5}{3}(4+P)$ ($\sin\alpha = 3/5$)

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \quad \Rightarrow -\frac{5}{3}(4+P)\times\frac{4}{5} + F_{DE} + \frac{2P+16}{1.5} = 0$

$\Rightarrow F_{DE} = -\frac{16}{3} - \frac{4P}{3} - \frac{2P}{1.5} - \frac{16}{1.5} = \frac{-8P}{3} - \frac{48}{3}$



$F_{FB}\cos\alpha = 4 \Rightarrow F_{FB} = \frac{4}{\cos\alpha} = 4\times\frac{5}{3}$

$F_{FE} + \frac{20}{3}\times\frac{4}{5} = 0 \longrightarrow F_{FE} = -\frac{16}{3}$

بطور جدول از اشتباهات احتمالی، بقیه حل نمره صحت بدون ارائه می‌شود:

	P_i	L	EA	$\frac{\delta P}{P}$	$\frac{P(\frac{\delta F}{\delta P})L}{EA}$
BC	0	2	∞	0	0
CF	−4	1.5	∞	0	0
FE	$\frac{-16}{3}$	2	∞	0	0
ED	$\frac{-8P}{3} - \frac{48}{3}$	2	∞	$\frac{-8}{3}$	$(-\frac{48}{3}\times 2\times\frac{-8}{3}\times\frac{1}{EA})$

MICRO

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات و کتابهای مهندسی عمران

	P_i	L	EA	$\frac{\partial P}{P}$	$\frac{P(\frac{\partial P}{\partial F})\times L}{EA}$
AB	$\frac{2P+16}{1.5}$	2	"	$\frac{2}{1.5}$	$(\frac{16}{1.5}\times 2\times\frac{2}{1.5}\times\frac{1}{EA})$
DB	$\frac{-5}{3}\times(4+P)$	2.5	"	$\frac{-5}{3}$	$(-\frac{5}{3}\times 4\times 2.5\times\frac{-5}{3}\times\frac{1}{EA})$
BE	0	1.5	"	0	0
BF	$\frac{20}{3}$	2.5	"	0	0

اما P، از ابتدا وجود نداشت و بجای آن در رابطه نهایی باید صفر بگذاریم.

$$\sum = \frac{1}{EA}(85.33+28.44+27.78) = \frac{141.54\,t}{EA}$$

$$E = 2.1\times10^{6}\ \frac{kg}{cm^2} = \frac{1}{10000}\times 10000\ ton\cdot m^{-2}$$

$$a = 2\,cm^2 \longrightarrow a = 2\times10^{-4}\ m^2$$

* مسئله فوق را از روش کار مجازی نمی توان حل نمود، زیرا بار 4 Ton در نقطه C وارد شده و مقصود ما تعیین تغییر مکان نقطه B می باشد.

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject :

Date بنام خدا

۱۰

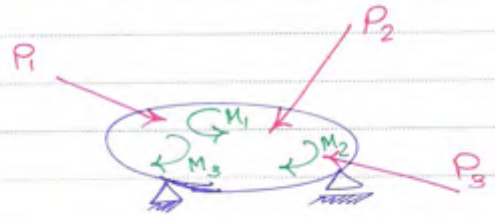
روش بار مجازی (بار واحد) :

$$\bar{1} \times \Delta + WR = \int_0^L \frac{M\bar{m}}{EI} dx$$

$$\bar{1} \times \theta + WR = \int_0^L \frac{M\bar{m}}{EI} dx$$

تیرها و قاب‌ها

خرپاها



M : دیاگرام ممان خمشی بار حقیقی خارجی

$\bar{m}$: دیاگرام ممان خمشی بار واحد

Δ : تغییر مکان محل بار واحد

خرپاها : $1 \times \Delta + WR = \sum \frac{P\bar{P}L}{EA} dx$

P : نیروی داخلی اعضای خرپا تحت بار خارجی

$\bar{P}$: نیروی مجازی ایجاد شده در اعضا تحت بار واحد

W = تغییر مکان × نیرو

بار مجازی → نیروی مجازی × تغییر مکان حقیقی

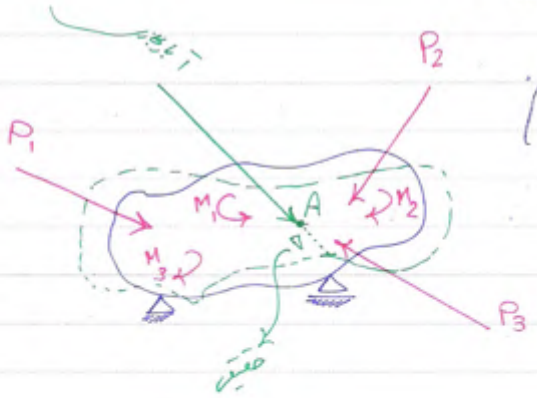
→ تغییر مکان مجازی × نیروی حقیقی

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject: Date:

نیروی حقیقی × تغییرمکان حقیقی = کار حقیقی

در مسائلی که در این بخش مطرح می‌شوند، تغییرمکان‌ها حقیقی هستند یعنی ناشی از نیروهای حقیقی هستند که همان بارهای خارجی است.



نیروی مجازی را با بار واحد مجازی می‌نامیم.

قضیه بدین صورت است که:

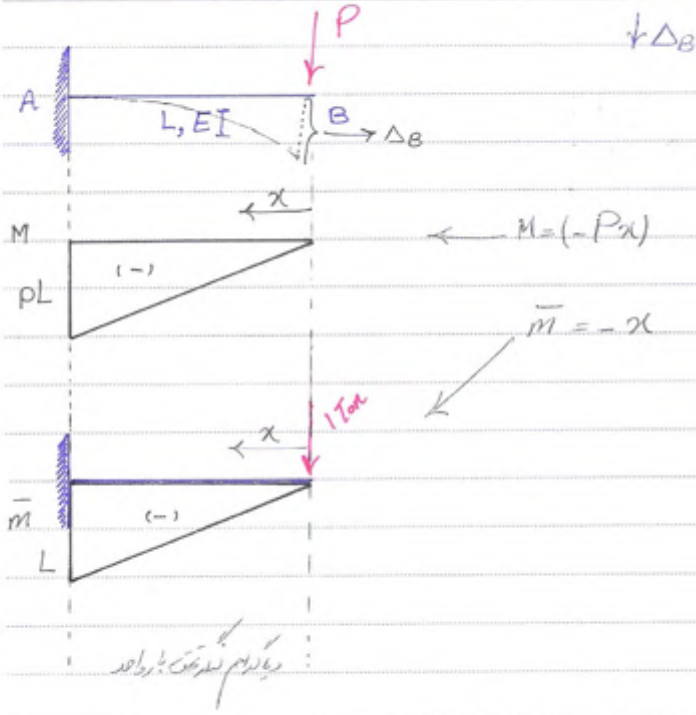
کار خارجی انجام شده توسط نیروی مجازی واحد در اثر تغییرمکان حقیقی Δ برابر است با: کار داخلی نیروهای مجازی داخلی در اثر تغییرمکان آن که در رابطه فوق کار واکنش‌های تکیه‌گاهی هم باید لحاظ شود، که معمولاً $W_R = 0$ در صورتی که نشست نداشته باشیم.

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject : Date

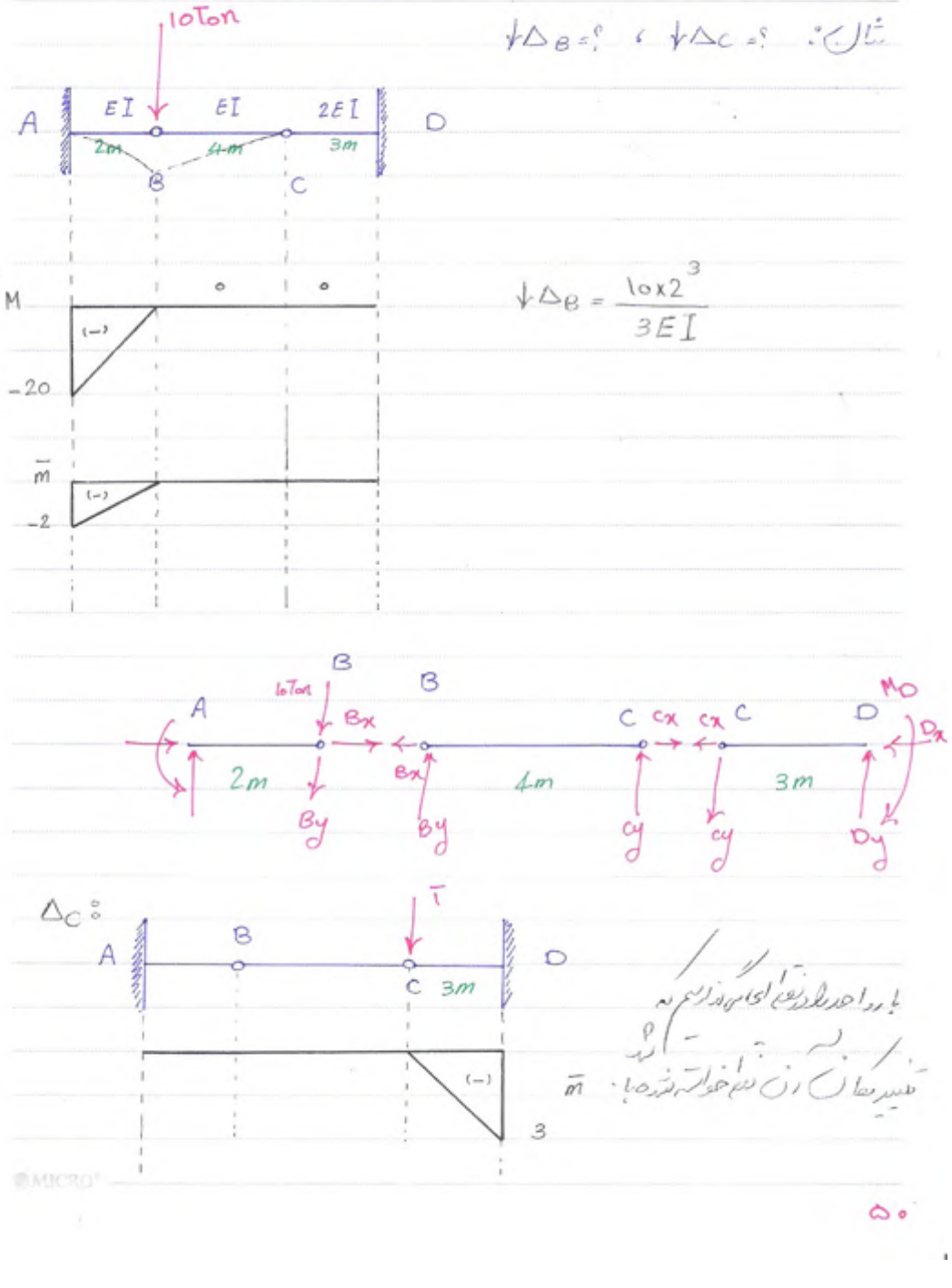
مثال : $\downarrow \Delta_B = ?$



$$\Delta_B = \int_0^L \frac{(-Px)(-x)}{EI}\,dx = \int_0^L \frac{+Px^2}{EI}\,dx = \frac{Px^3}{3EI}\Big|_0^L$$

$$\Rightarrow \Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$$

تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران



تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject :

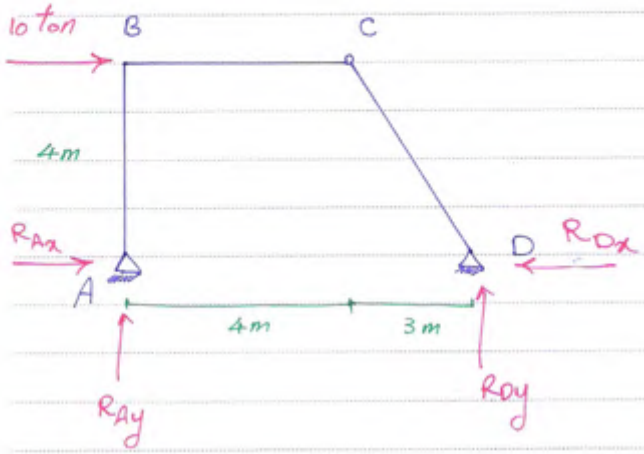
Date

مثلاً اگر تغییر مکان قائم نقطه B خواسته شده باشد، بار واحد را در نقطه B بصورت قائم میگذاریم.

یا اگر تغییر مکان افقی نقطه C در یک قاب خواسته شده باشد، بار واحد را بصورت افقی در نقطه C می گذاریم.

$$\Delta_C = \int_0^L \frac{M\bar{m}}{EI}\,dx = 0+0+0 = 0$$

مثال : تغییر مکان افقی نقطه B را بدست آورید. $\Delta_B = ?$

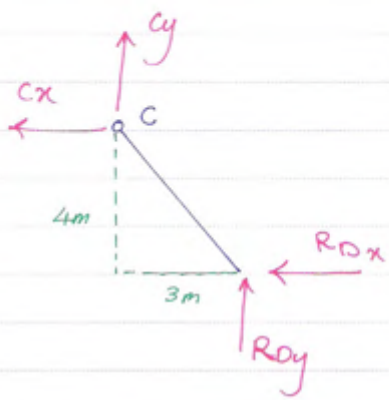


$$\left(+\circlearrowright\right) \sum M_A = 0 \longrightarrow R_{Dy} \times 7 - 10 \times 4 = 0 \longrightarrow R_{Dy} = \frac{40}{7} = 5.714 \text{ Ton}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \longrightarrow R_{Ay} = -5.714 \text{ Ton}$$

تنظیم: افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject: Date:



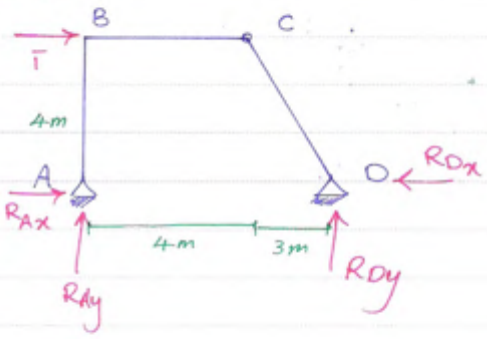
$\curvearrowleft^{+} \sum M_C = 0$

$\Rightarrow 5.714 \times 3 = R_{Dx} \times 4$

$\Rightarrow R_{Dx} = 4.285\ Ton$

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \Rightarrow 10 + R_{Ax} - 4.285 = 0 \Rightarrow R_{Ax} = -5.715\ Ton$

B به اعمال یک واحد دورانی



$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0 \Rightarrow R_{Ay} \times 7 - 1 \times 4 \Rightarrow R_{Dy} = \frac{4}{7} = 0.571$

$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} = -0.571$

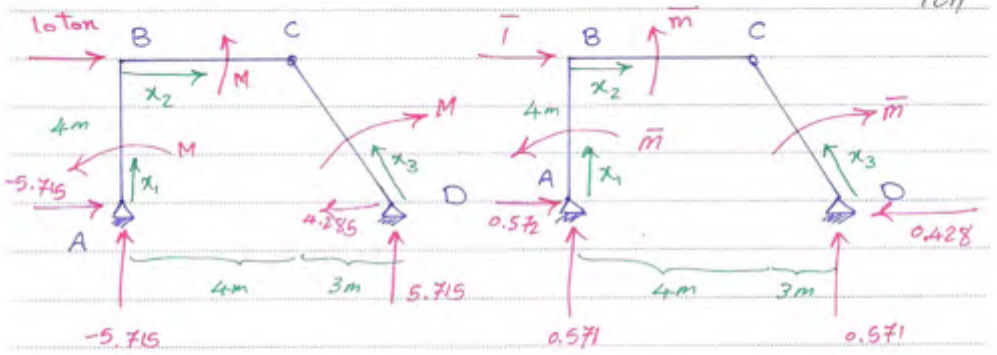
تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

محمد حسین سلیمانی

Subject :

Date

$$\xrightarrow{+}\sum F_x=0 \Rightarrow 1+R_{Ax}-0.428=0 \Rightarrow R_{Ax}=-0.572 \text{ Ton}$$

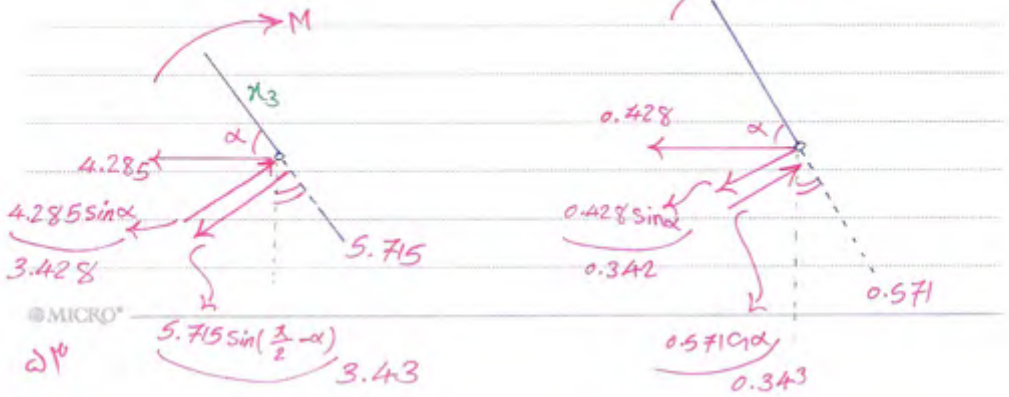


$$AB:\begin{cases} M=5.715x \\ \bar{m}=0.572x \end{cases} \quad 0\le x\le 4$$

$$BC:\begin{cases} M=M+5.714x_2 \\ -5.715x_1=5.714x_2+22.8 \\ \bar{m}=-0.571x_2+22.8 \end{cases} \quad 0\le x_2\le 4$$

$$DC:\begin{cases} M= \\ \bar{m} \end{cases}$$

$\sin\alpha=\frac{4}{5}$ $\cos\alpha=\frac{3}{5}$



تنظیم : افشین طاهری www.civilart.ir مرجع دانلود جزوات وکتابهای مهندسی عمران

Subject: Date:

$$M = 3.43x_3 - 3.43x_3 = 0$$

$$\bar{m} = 0$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\Delta_B} = \sum \int_0^L \frac{M\bar{m}}{EI}\,dx = \int_0^4 \frac{5.715 \times 0.572 \times x_1^2}{EI}\,dx$$

$$+ \int_0^4 \frac{(5.714x_2 + 22.8)^2}{10EI}\,dx_2$$

$$= \frac{1}{EI}(69.74 + 12.19 + 208.45 + 207.94) = \frac{498.32}{EI}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53^\circ 12'$$