www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسین عمران

ارائه کتابها و جزوات رایگان مهندسی عمران

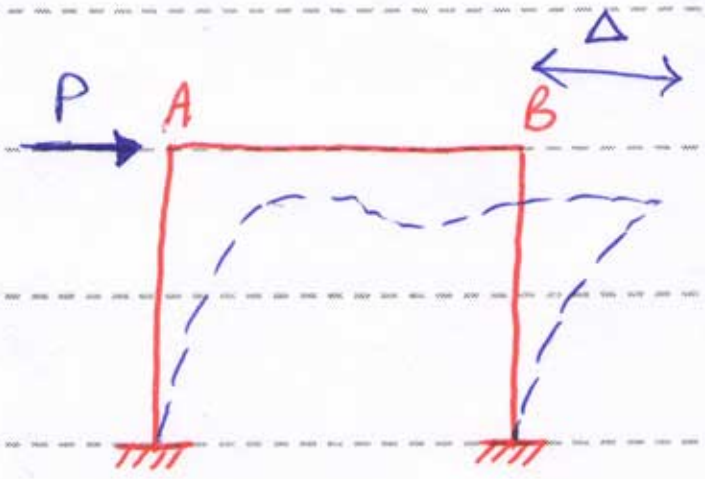
بهترین و برترین مقالات روز عمران

انجمن های تخصصی مهندسی عمران

فروشگاه تخصصی مهندسی عمران

ABADANOMRAN

درجه‌ی آزادی :

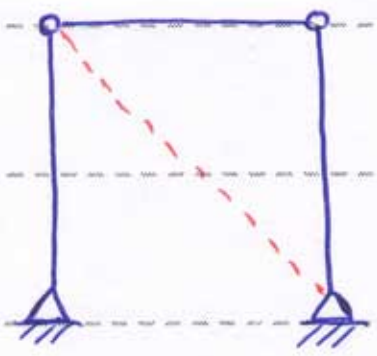


مجهول‌ها: Δ و θ_A و θ_B

$\psi = \frac{\Delta}{l}$ زاویه دوران اعضا (سای)

* تعداد تغییر مکان انتقالی مستقلی که گره های یک قاب می تواند داشته باشند را درجه‌ی آزادی انتقالی می نامند.

$R - (3+C)$

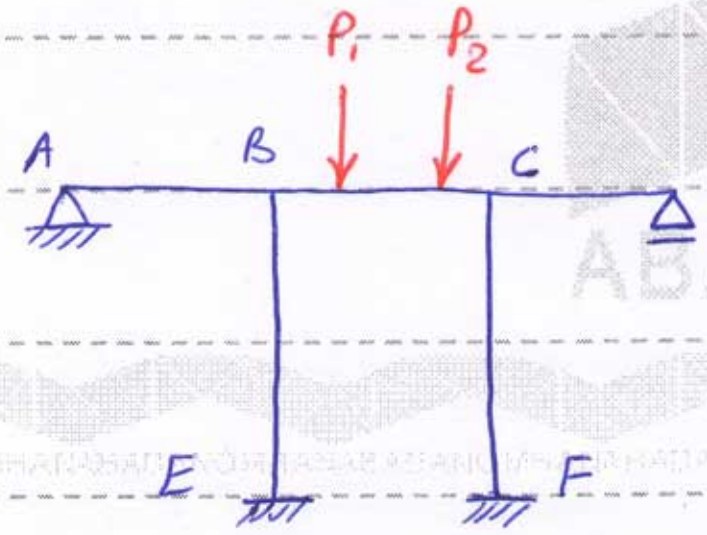


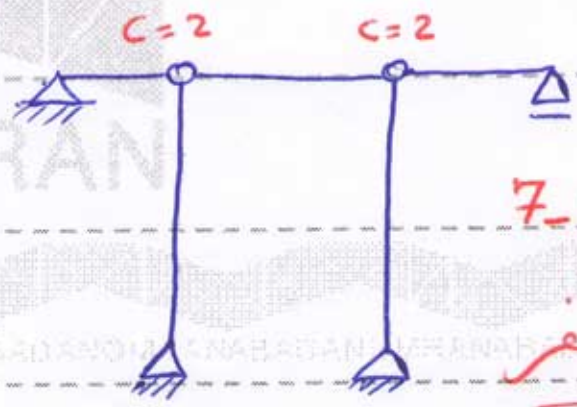
درجه‌ی آزادی یک $\rightarrow$ $4-(3+2) = -1$

جهت پایدار کردن این سازه یک قید نیاز دارد (قید مضرب)

به جای گره های داخلی مفصل قرار داده و بجای تکیه گاه گیردار تکیه گاه ثابت می گذاریم.

مثال درجه‌ی آزادی قاب های زیر را مشخص کنید؟

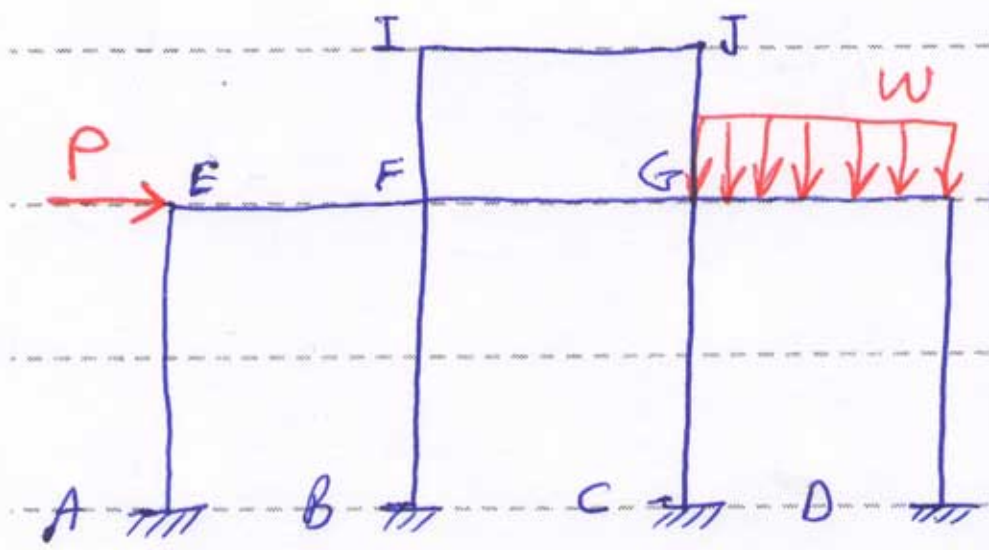


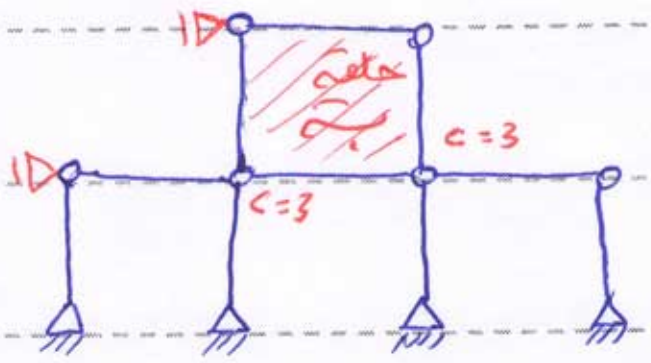


سازه پایدار

$7-(3+4)=0$

درجه آزادی صفر



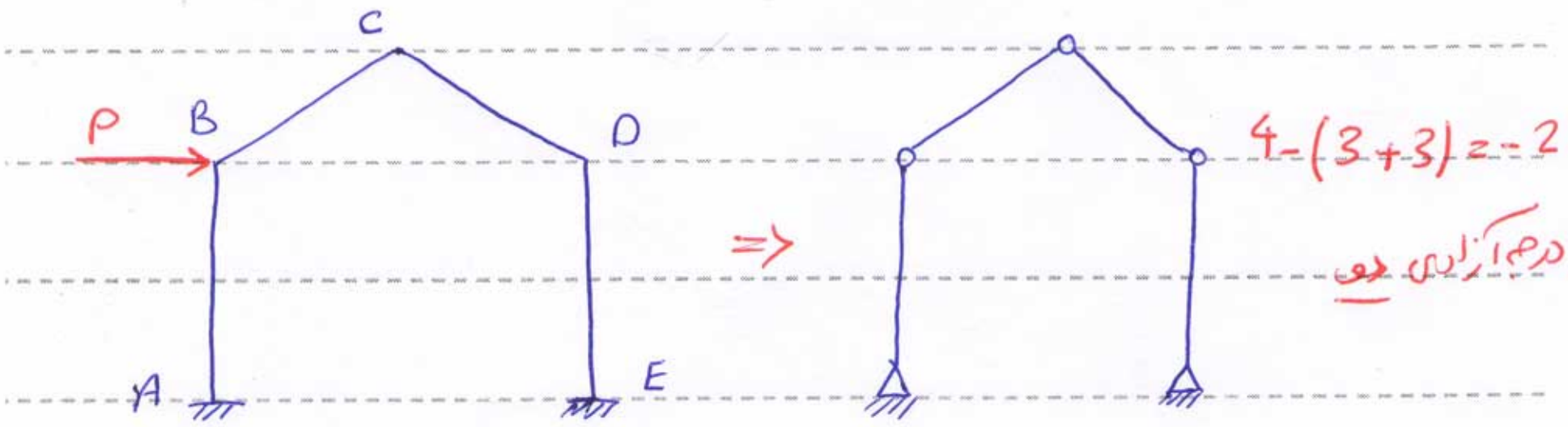


درجه آزادی $(8+3)-(3+10) = -2$ به ازای هر حلقه بسته ۳ درجه نامعینی اضافه می شود.

WWW.ABADANOMRAN.COM

Subject : تحلیل سازه ۲

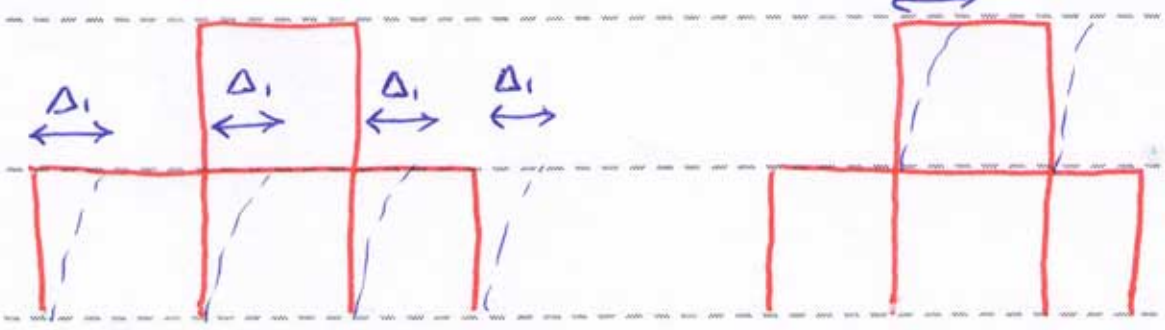
Year : 90 Month. 7 Date. 28

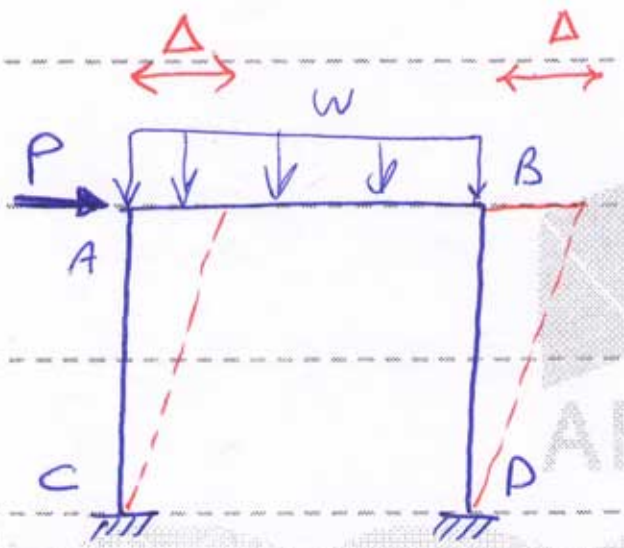


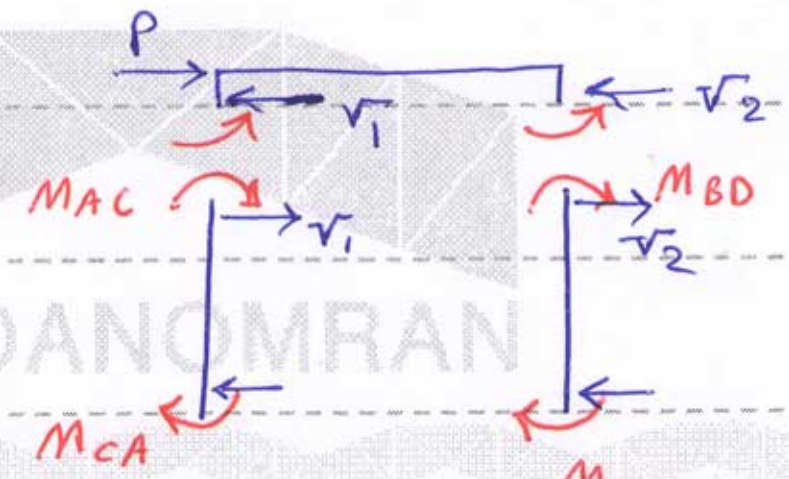
$4-(3+3)=-2$

درجه آزادی دو

* در قاب های مستطیل بازاری هر طبقه یک درجه آزادی جوانبم داریم *







$\sum M_C = 0 \Rightarrow V_1 = f(M_{AC}, M_{CA})$

$\sum M_D = 0 \Rightarrow V_2 = f(M_{BD}, M_{DB})$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 = P$

} معادلات قائم:

} معادله ی برش پوست می آید

} معادله ی عضو لغزی:

* حل شده در کتاب طاحونی ، اگر P افقی باشد درجه آزادی یک و اگر باشد صفر است

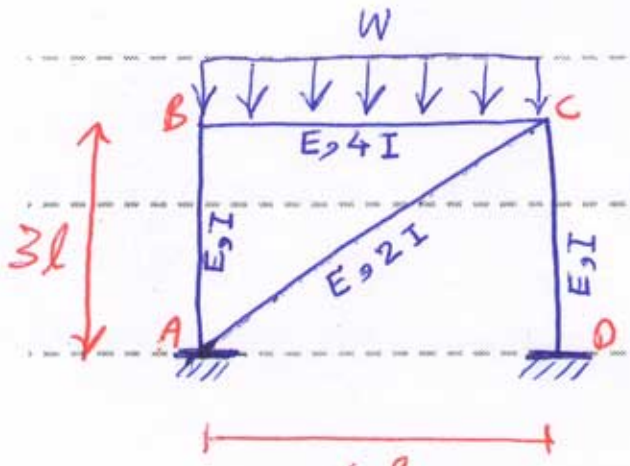
WWW.ABADANOMRAN.COM

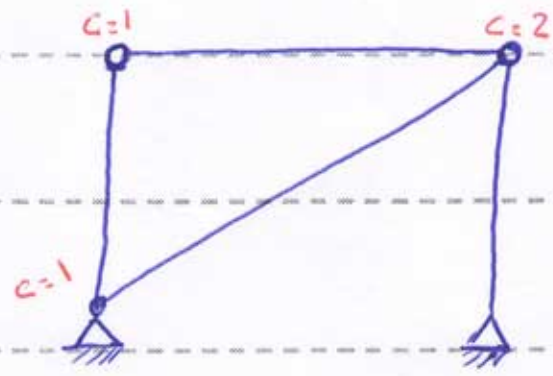
Subject : تحلیل سازه ۲

Year : 90 Month. 7 Date. 28

ABADANOMRAN

مثال: لنگر گیرداری تکیه‌گاه A را در سازه‌ی مقابل زیر بدست آورید؟





درجه آزادی صفر ← $(4+3)-(3+4)=0$

بار عضوی که بین دو گره بارگذاری باشد:

عضو BC = $\begin{cases} FEM_{BC} = -\frac{\omega(6l)^2}{12} = -3\omega l^2 \\ FEM_{CB} = 3\omega l^2 \end{cases}$

ضرایب سختی: $\begin{cases} K_{AB} = \frac{I_{AB}}{l_{AB}} = \frac{I}{3l} \\ K_{BC} = \frac{4I}{6l} \end{cases}$, $K_{AC} = \frac{2I}{\sqrt{45}l}$, $K_{CD} = \frac{I}{3l}$

روابط شیب افت:

$M_{BA} = 2E\left(\frac{I}{3l}\right)(2\theta_B) = \frac{4EI\theta_B}{3l}$

$M_{BC} = 2E\left(\frac{4I}{6l}\right)(2\theta_B+\theta_C) - 3\omega l^2 = \frac{8EI\theta_B}{3l} + \frac{4EI\theta_C}{3l} - 3\omega l^2$

$M_{CB} = 2E\left(\frac{4I}{6l}\right)(2\theta_C+\theta_B) + 3\omega l^2 = \frac{4EI\theta_B}{3l} + \frac{8EI\theta_C}{3l} + 3\omega l^2$

$M_{CA} = 2E\left(\frac{2I}{\sqrt{45}l}\right)(2\theta_C) = \frac{8EI\theta_C}{\sqrt{45}l}$

$M_{CD} = 2E\left(\frac{I}{3l}\right)(2\theta_C) = \frac{4EI\theta_C}{3l}$

روابط تعادل ترمی: $\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$

$\Rightarrow \frac{4EI\theta_B}{l} + \frac{4EI\theta_C}{3l} = 3\omega l^2$ *

$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CA} + M_{CB} + M_{CD} = 0 \Rightarrow \frac{4EI\theta_B}{3l} + \frac{5.19\,EI\theta_C}{l} = -3\omega l^2$ **

** $\Rightarrow$ $\theta_B = 1.03\frac{\omega l^3}{EI}$, $\theta_C = -0.84\frac{\omega l^3}{EI}$

WWW.ABADANOMRAN.COM

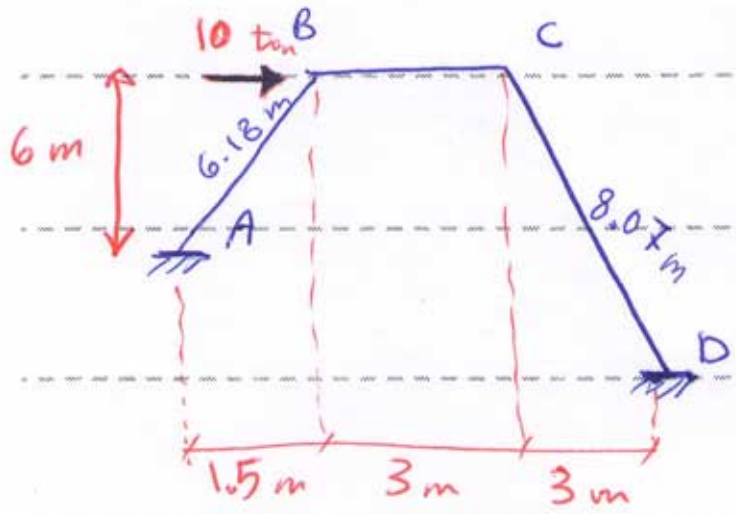
ABADANOMRAN

$$M_{AB} = 2E\left(\frac{I}{3\ell}\right)(\theta_B) = \frac{2EI\theta_B}{3\ell} = 0.69\,w\ell^2$$

$$M_{AC} = 2E\left(\frac{2I}{\sqrt{45}\ell}\right)(\theta_C) = \frac{4EI\theta_C}{\sqrt{45}\ell} = -0.5\,w\ell^2$$

$$M_A = M_{AB} + M_{AC} = 0.19\,w\ell^2$$

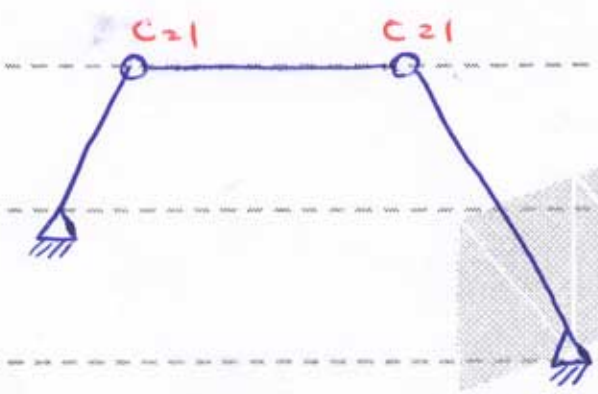
مثال / در قاب شکل زیر لنگرهای انتهایی را بدست آورید ؟



$I_{AB} = 16480\ cm^4$

$I_{BC} = 12000\ cm^4$

$I_{CD} = 32280\ cm^4$



$4 - (3+2) - 1 \Rightarrow$ درجه آزادی یک

هیچ بارگذاری بین گره ها مثل بین تیر گیردار نداریم

و فیکس مومنت ها صفر هستند.

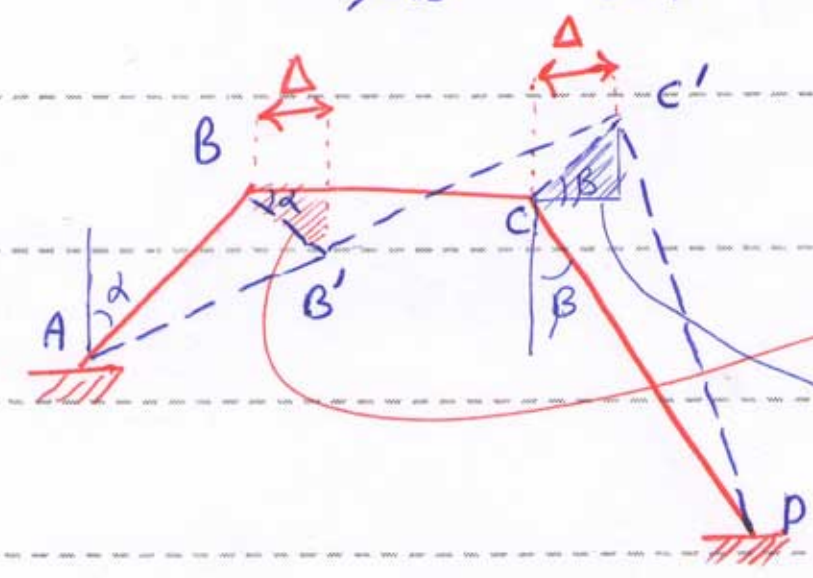
ضرایب سختی

$$K_{AB} = \frac{I_{AB}}{\ell_A} = \frac{16480}{618} = 26.66 = K$$

$$K_{BC} = \frac{I_{BC}}{\ell_{BC}} = \frac{12000}{300} = 40 = 1.5K$$

$$K_{CD} = \frac{I_{CD}}{\ell_{CD}} = \frac{32280}{807} = 40 = 1.5K$$

محاسبه ی جابجایی اعضا



$\cos\alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{\Delta}{BB'} \rightarrow BB' = \frac{\Delta}{\cos\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{\Delta}{CC'} \rightarrow CC' = \frac{\Delta}{\cos\beta}$

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$C'C'' = \Delta(tg\alpha + tg\beta)$$

$$\psi_{AB} = \frac{BB'}{\ell_{AB}} = \frac{\Delta}{\cos\alpha \times \ell_{AB}} = \frac{\Delta}{6}$$

$$\psi_{CD} = \frac{CC'}{\ell_{CD}} = \frac{\Delta}{\cos\beta \times \ell_{CD}} = \frac{\Delta}{7.5}$$

$$\psi_{BC} = \frac{C'C''}{\ell_{BC}} = -\frac{\Delta(tg\alpha + tg\beta)}{5} = \frac{-13}{60}\Delta$$

چون دوران عضو BC پادساعتگرد است منفی می گذاریم

روابط شیب افت:

$$M_{AB} = 2EK(1\theta_B - 3\frac{\Delta}{6}) = 2EK\theta_B - EK\Delta$$

$$M_{BA} = 2EK(2\theta_B - 3\frac{\Delta}{6}) = 4EK\theta_B - EK\Delta$$

$$M_{BC} = 2E(1.5K)(2\theta_B + \theta_C + 3\times\frac{13\Delta}{60}) = 6EK\theta_B +$$

$$+ 3EK\theta_C + 1.95EK\Delta$$

$$M_{CB} = 2E(1.5K)(2\theta_C + \theta_B + 3\times\frac{13\Delta}{60}) = 3EK\theta_B +$$

$$+ 6EK\theta_C + 1.95EK\Delta$$

$$M_{CD} = 2E(1.5K)(2\theta_C - 3\frac{\Delta}{7.5}) = 6EK\theta_C - 1.2EK\Delta$$

$$M_{DC} = 2E(1.5K)(\theta_C - 3\frac{\Delta}{7.5}) = 3EK\theta_C - 1.2EK\Delta$$

روابط تعادل گره:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow 10EK\theta_B + 3EK\theta_C + 0.95EK\Delta = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_C = 0 \rightarrow M_{CB} + M_{CD} = 0 \Rightarrow 3EK\theta_B + 12EK\theta_C + 0.75EK\Delta = 0 \quad (2)$$

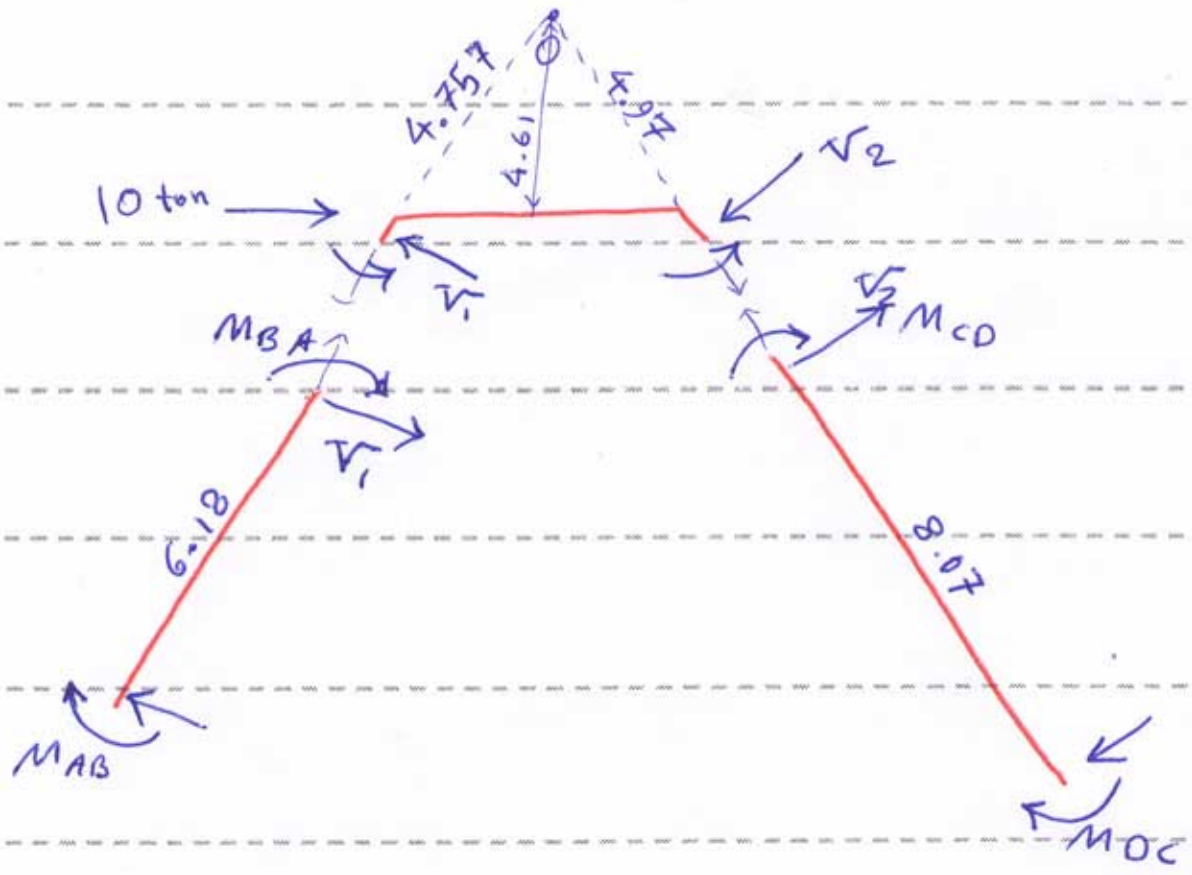
WWW.ABADANOMRAN.COM

Subject : تحلیل سازه ۱

Year : 90 Month. 7 Date. 28

ABADANOMRAN

روابط تعادل



$$\sum M_A = 0 \rightarrow M_{AB} + M_{BA} + 6.18 V_1 = 0 \quad \text{I}$$

$$\sum M_D = 0 \rightarrow M_{CD} + M_{DC} + 8.07 V_2 = 0 \quad \text{II}$$

* برای اینکه نیروهای محوری در $\sum E_x$ وارد نشوند حول نقطه‌ی O لنگرگیری می‌کنیم و اندازه‌ی آن را بدست می‌آوریم

$$\curvearrowleft \sum M_O = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{CD} + 10 \times 4.61 - V_1 \times 4.757 - V_2 \times 4.97 = 0 \quad \text{III}$$

$$\text{I, II, III} \Rightarrow 1.25 M_{AB} + 2.875 M_{BA} + 2.625 M_{CD} + M_{DC} + 75 = 0$$

$$\xRightarrow{\text{دیفلکشن}} 14 EK\theta_B + 18.75 EK\theta_C - 8.475 EK\Delta - 75 \quad (3) \text{ معادله برش}$$

$$(1),(2),(3) \Rightarrow \begin{cases} EK\theta_B = -0.5940 \\ EK\theta_C = -0.3015 \\ EK\Delta = 7.2 \end{cases}$$

در انتها جواب نهایی

$M_{AB} = -8.388$ $\quad M_{CB} = 10.449$

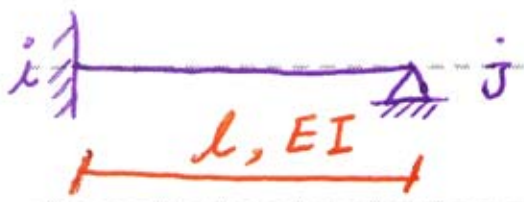
$M_{BA} = -9.576$ $\quad M_{CD} = -10.455$

$M_{BC} = 9.574$ $\quad M_{DC} = -9.549$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

روابط شیب آنت کاهش یافته :

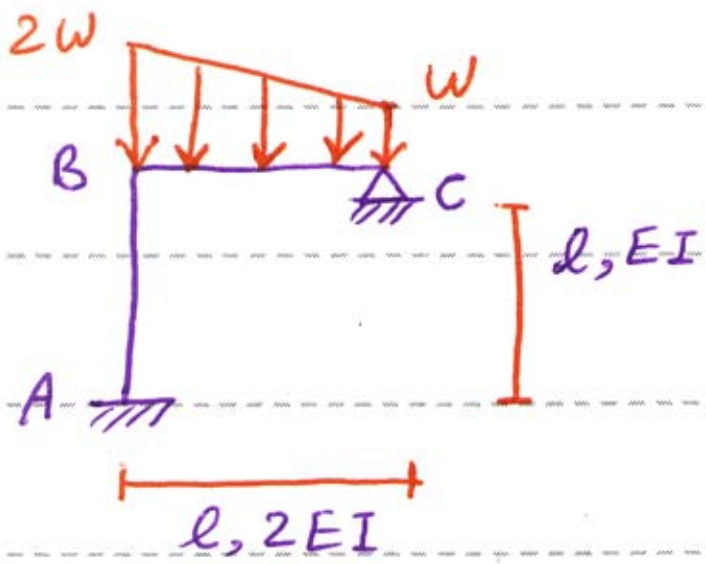


$$M_{ij} = \frac{3EI}{l}\left(\theta i - \frac{\Delta}{l}\right) + FEM^{R}_{ij}$$

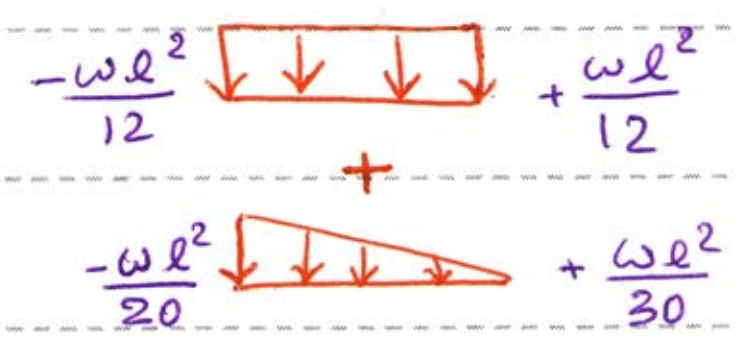
«لنگر گیردار کاهش یافته»:

$$FEM^{R}_{ij} = FEM_{ij} - \frac{1}{2} FEM_{ji}$$

مثال در قاب شکل زیر لنگر تکیه گاهی M_{AB} را محاسبه کنید:



* تکیه گاه C مفصلی است و لنگر و صفر است $M_{CB} = 0$



$$FEM_{BC} = \frac{-wl^2}{12} - \frac{wl^2}{20} = \frac{-2wl^2}{15}$$

$$FEM_{CB} = \frac{wl^2}{12} + \frac{wl^2}{30} = \frac{7wl^2}{60}$$

$$FEM^{R}_{BC} = FEM_{BC} - \frac{1}{2} FEM_{CB} = \frac{-2wl^2}{15} - \frac{1}{2}\left(\frac{7wl^2}{60}\right) = \frac{-23}{120} wl^2$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{l}(2\theta_B) = \frac{4EI\theta_B}{l}$$

$$M_{BC} = \frac{3(2EI)}{l}(\theta_B) - \frac{23}{120} wl^2 = \frac{6EI\theta_B}{l} - \frac{23}{120} wl^2$$ کاهش یافته

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow \frac{10EI\theta_B}{l} - \frac{23}{120} wl^2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta_B = \frac{23}{1200} \times \frac{wl^2}{EI}}$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{l}(\theta_B) = \frac{2EI}{l} \times \frac{23}{1200} \times \frac{wl^2}{EI} \Rightarrow \boxed{M_{AB} = \frac{23}{600} wl^2}$$

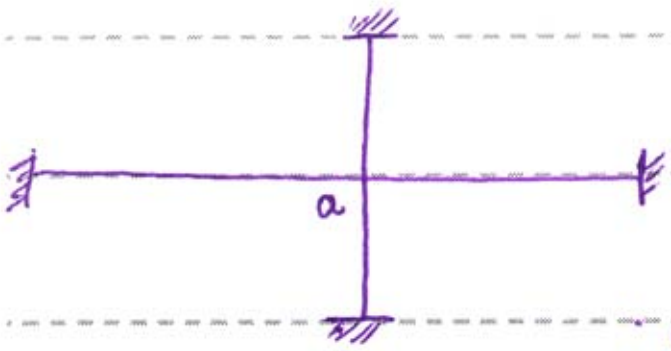
WWW.ABADANOMRAN.COM

Subject : تحلیل سازه 2

Year : 90 Month. 8 Date. 5

ABADANOMRAN

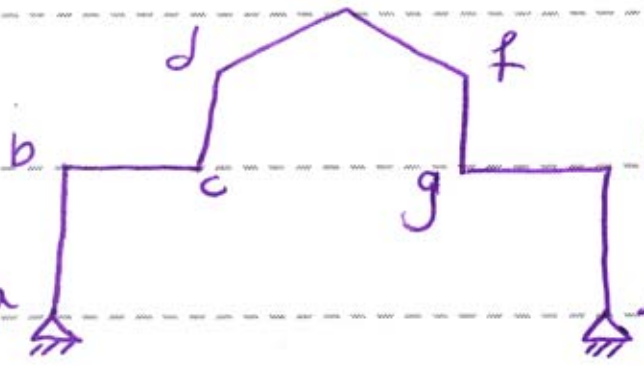
مقایسه روش های نیرو و شیب - افت:



درجه نامعینی = 12 - 3 = 9

برای تحلیل به روش نیرو می بایست 9 معادله و مجهول را می بستیم

اما به روش شیب افت تحلیل سازه بسیار راحت تر است : با استفاده از θ_a



درجه نامعینی = 4 - 3 = 1

در روش نیرو با ما به یک مجهول تحلیل انجام می شود

اما در روش شیب افت در هر گره θ وجود دارد و در گره e ما θ داریم و 6 درجه آزادی داریم و یعنی 6Δ

* وقتی درجه نامعینی سازه زیاد است بهتر است از روش شیب افت استفاده کنیم و اگر درجه ی آزادی زیاد باشد بهتر است از روش نیرو استفاده کنیم *

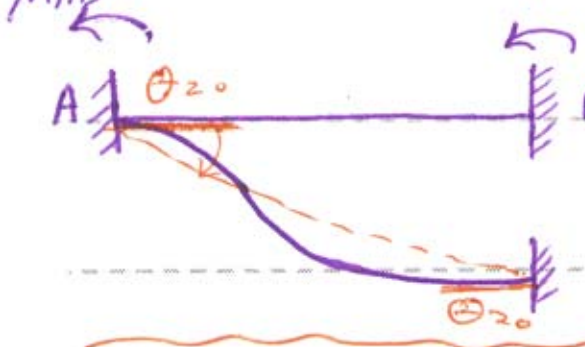
روش توزیع لنگر

1932 توسط هاردی کراس ابداع شد.

تعاریف و پیش فرض ها:

✓ لنگرهای گیرداری ناشی از بار جانبی : مشابه روش شیب - افت می باشد

✓ لنگرهای گیرداری ناشی از تغییر محل نسبی دو انتهای عضو :



$$M_{AB} = \frac{2EI}{l}\left(2\theta_A + \theta_B - 3\frac{\Delta}{l}\right) + FEM_{AB}$$

($\theta_A = 0$ تکیه گیردار، $\theta_B = 0$ گیردار)

$$= \frac{-6EI\Delta}{l^2}$$

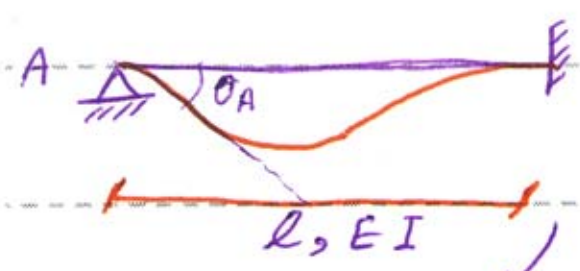
اگر جهت لنگر در عقربه های ساعت باشد Δ مثبت است و اگر پاد ساعتگرد باشد Δ منفی

$$M_{BA} = M_{AB} = \frac{-6EI\Delta}{l^2}$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

✓ **سختی دورانی مطلق** : برای عضوی با مقطع یکنواخت



اگر مقدار M_{AB} به اندازه‌ای باشد که $\theta_A = 1$ شود.

برای عضوی با مقطع یکنواخت، سختی دورانی مطلق عبارت است از گشتاوری لازم برای ایجاد دوران واحد، وقتی که انتهای دیگر عضو گیردار باشد و از دوران عضو جلوگیری شده باشد $(\psi = 0)$

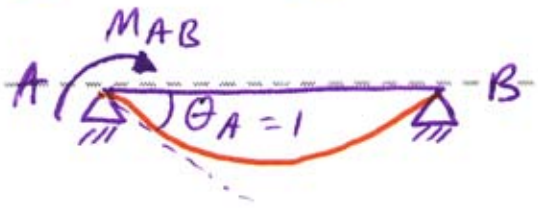
$$M_{AB} = \frac{2EI}{\ell}\left(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{\ell}\right) + FEM_{AB}$$

$$\xrightarrow{\theta_A = 1} M_{AB} = \frac{4EI}{\ell}$$

$$K' = \frac{4EI}{\ell}$$ سختی دورانی مطلق

ضریب سختی $K = \frac{I}{\ell} \longrightarrow K' = 4EK$

✓ **سختی دورانی کاهش یافته** :



همچون سختی دورانی مطلق با این تفاوت که انتهای دیگر عضو مفصلی است.

$$M_{AB} = \frac{2EI}{\ell}\left(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{\ell}\right) + FEM_{AB} \xrightarrow{\theta_A = 1}$$

$$\longrightarrow M_{AB} = \frac{2EI}{\ell}(2 + \theta_B) \quad (1)$$

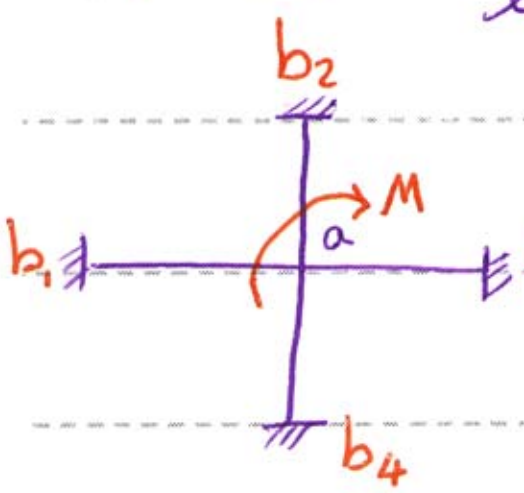
$$M_{BA} = \frac{2EI}{\ell}\left(2\theta_B + \theta_A - \frac{3\Delta}{\ell}\right) + FEM_{BA} \xrightarrow{\theta_A = 1}$$

$$\longrightarrow M_{BA} = \frac{2EI}{\ell}(2\theta_B + 1)$$

تکیه‌گاه B مفصلی است $\Rightarrow M_{BA} = 0 \Rightarrow 2\theta_B + 1 = 0 \Rightarrow \theta_B = -\frac{1}{2}$ $\xrightarrow{(1)}$

$$\longrightarrow M_{AB} = \frac{2EI}{\ell}\left(2 - \frac{1}{2}\right) = \frac{3EI}{\ell} \longrightarrow K'^R = \frac{3EI}{\ell}$$ سختی دورانی کاهش یافته

✓ **ضریب توزیع** :



$$M_{ab_1} = D.F._{ab_1} \times M$$

$$M_{ab_2} = D.F._{ab_2} \times M$$

$$M_{ab_3} = D.F._{ab_3} \times M$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

$M_{ab4} = D.F._{ab4} \times M$ (ضریب سختی K)

$D.F._{ab1} = \frac{K_{ab1}}{\sum K}$ $D.F._{ab2} = \frac{K_{ab2}}{\sum k}$

$D.F._{ab3} = \frac{K_{ab3}}{\sum k}$ $D.F._{ab4} = \frac{K_{ab4}}{\sum K}$

$\sum_{K} = K_{ab1} + K_{ab2} + K_{ab3} + K_{ab4}$

✓ ضریب انتقال : C

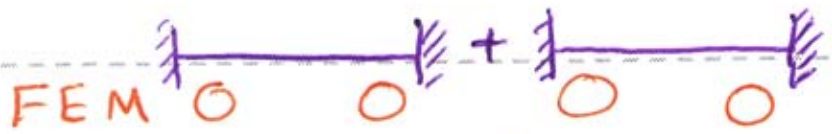
عبارت است از نسبت لنگر ایجاد شده در انتهای دور (که گیردار می باشد) به لنگر ایجاد شده در انتهای نزدیک. (که از انتقال آن جلوگیری شده ولی امکان دوران دارد)

$M_{AB} = \frac{2EI}{\ell}(2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{\ell}) + FEM_{AB} = \frac{4EI\theta_A}{\ell}$

$M_{BA} = \frac{2EI}{\ell}(2\theta_B + \theta_A - \frac{3\Delta}{\ell}) + FEM_{BA} = \frac{2EI\theta_A}{\ell}$

$\frac{M_{BA}}{M_{AB}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{C_{AB} = C_{BA} = \frac{1}{2}}$ برای اعضای با مقطع و EI یکی $2 \text{ و } \frac{1}{2}$

* تشریح روش توزیع لنگر *

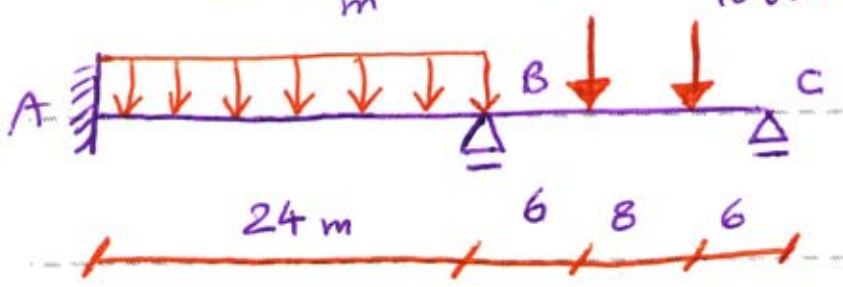


لنگر نامتعادل
لنگر متعادل کننده

لنگر توزیع شده = لنگر متعادل کننده × ضریب توزیع (D.F)

لنگر انتقالی = لنگر توزیع شده × ضریب انتقال (C)

مثال تیر شکل زیر را به روش توزیع لنگر تحلیل کنید:



ضرایب انتقال = $C_{AB} = C_{BA} = C_{BC} = C_{CB} = 0.5$

سختی‌ها $K_{AB} = \frac{2I}{24} = \frac{I}{12}$

$K_{BC} = \frac{I}{20}$

ضرایب توزیع: $D.F._{BA} = \frac{K_{AB}}{K_{AB} + K_{BC}} = \frac{\frac{I}{12}}{\frac{I}{12} + \frac{I}{20}} = 0.625$

$D.F._{BC} = \frac{K_{BC}}{K_{AB} + K_{BC}} = \frac{\frac{I}{20}}{\frac{I}{12} + \frac{I}{20}} = 0.375$

برای تکیه‌گاه مفصلی کناری $D.F._{CB} = 1$ = ضریب توزیع

$D.F._{AB} = 0$

* لنگرهای گیرداری ناشی از بار خارجی:

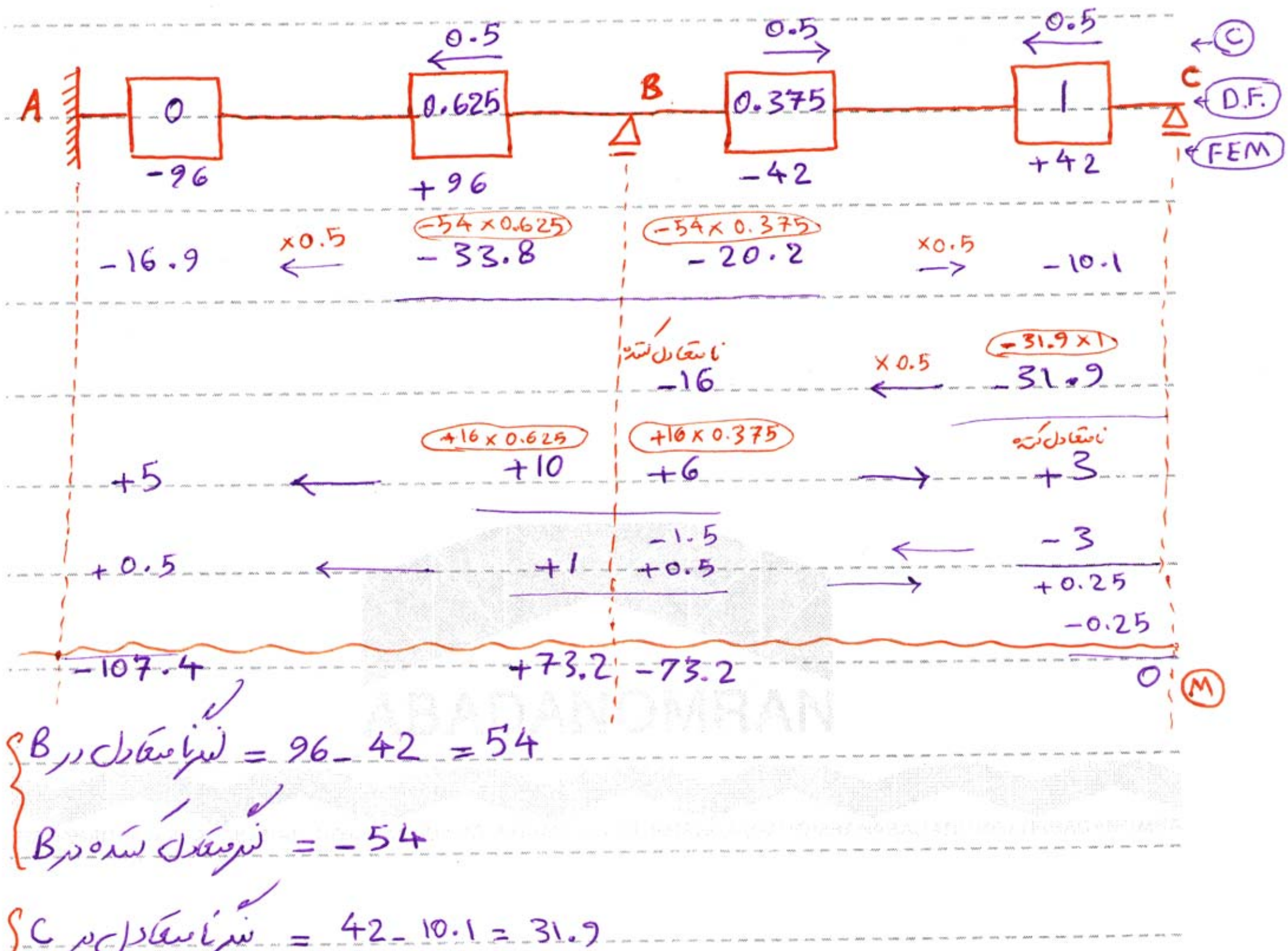
$FEM_{AB} = \frac{-wl^2}{12} = \frac{-2 \times 24^2}{12} = -96 \text{ ton.m}$

$FEM_{BA} = \frac{wl^2}{12} = 96 \text{ ton.m}$

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$FEM_{BC} = \frac{-Pab^2}{l^2} = \frac{-10\times6\times(14)^2}{(20)^2} - \frac{10\times14\times(6)^2}{(20)^2} = -42 \text{ ton.m}$$

$$FEM_{CB} = +\frac{Pa^2b}{l^2} = +42 \text{ ton.m}$$



$$\begin{cases} \text{لنگر نامتعادل در } B = 96 - 42 = 54 \\ \text{لنگر متعادل نشده در } B = -54 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{لنگر نامتعادل در } C = 42 - 10.1 = 31.9 \\ \text{لنگر متعادل نشده در } C = -31.9 \end{cases}$$

مثال مثال قبل را با استفاده سختی کاهش یافته حل نمود و نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی را رسم نمود.

سختی ها: $K_{AB} = \frac{I}{12}$, $K_{BC} = \frac{I}{20}$

$$K^R_{BC} = \frac{3}{4} K_{BC} = \frac{3}{4} \times \frac{I}{20} = \frac{3I}{80}$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

Subject : تحلیل سازه ۲

Year : 90 Month. 8 Date. 12

ABADANOMRAN

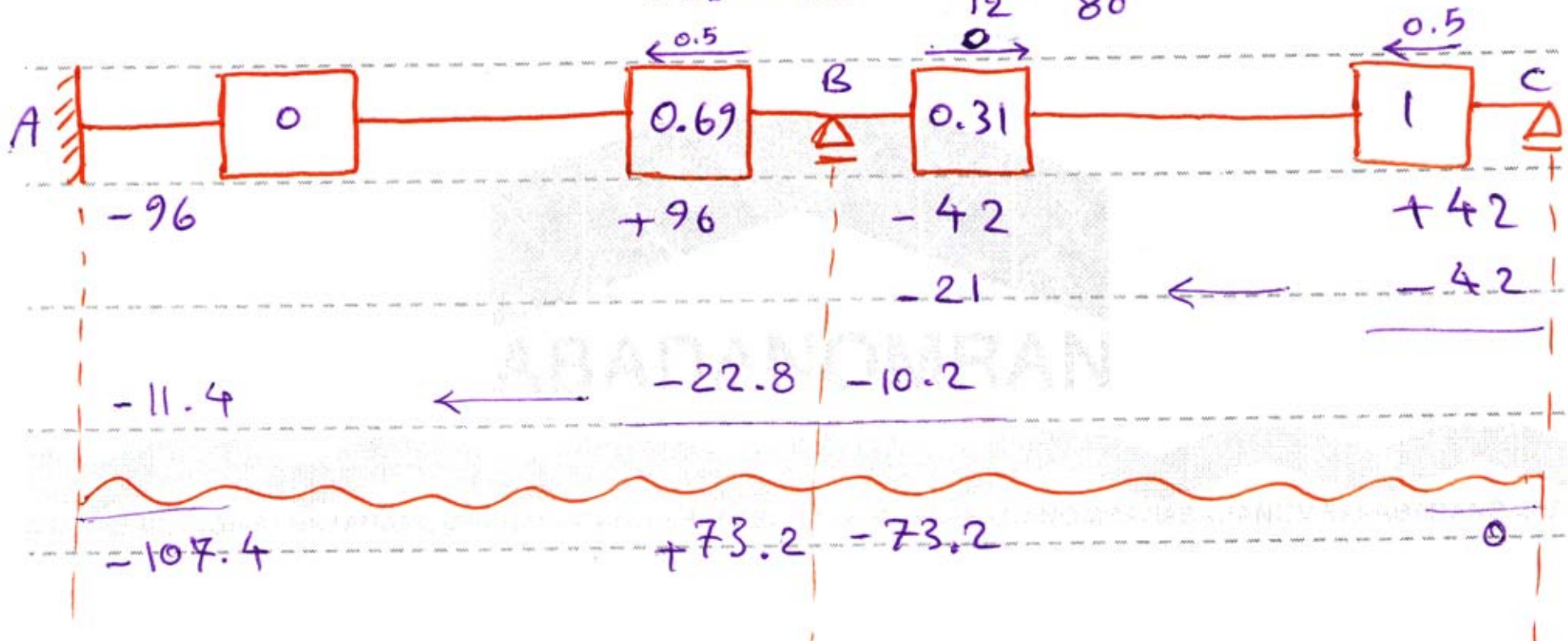
$$K'_{AB} = \frac{4EI}{\ell} \quad , \quad K^R_{AB} = \frac{3EI}{\ell} = \frac{3}{4} K'_{AB}$$

$$D.F._{AB} = \frac{K'_{AB}}{K'_{AB} + K'_{BC}} = \frac{\frac{4EI_1}{\ell}}{\frac{4EI_1}{\ell} + \frac{4EI_2}{\ell}}$$

ضرایب توزیع :

$$D.F._{BA} = \frac{K_{AB}}{K_{AB} + K^R_{BC}} = \frac{\frac{I}{12}}{\frac{I}{12} + \frac{3I}{80}} = 0.69$$

$$D.F._{BC} = \frac{K^R_{BC}}{K_{AB} + K^R_{BC}} = \frac{\frac{3I}{80}}{\frac{I}{12} + \frac{3I}{80}} = 0.31$$



در روش سختی جواب نهایی گشتاور حاصل شده

گشتاور متعادل در B = +96 - 42 - 21 = +33

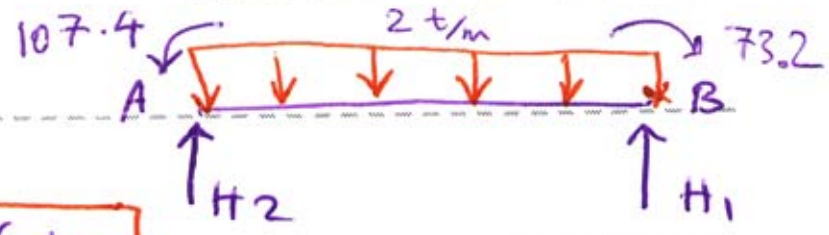
گشتاور متعادل نشده در B = -33

گشتاور اتصالی به سمت تکیه گاه منفصل

(جهت ضرایب) ⟶

WWW.ABADANOMRAN.COM

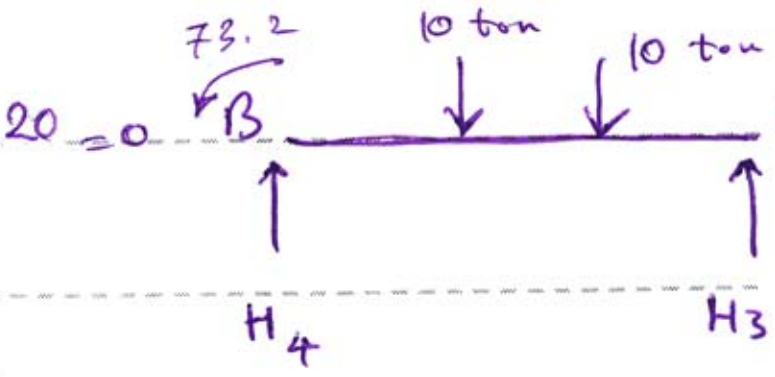
ABADANOMRAN



$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \rightarrow (2 \times 24 \times 12) + 73.2$

$-107.4 - H_1 \times 24 = 0 \rightarrow \boxed{H_1 = 22.6 \text{ ton}}$

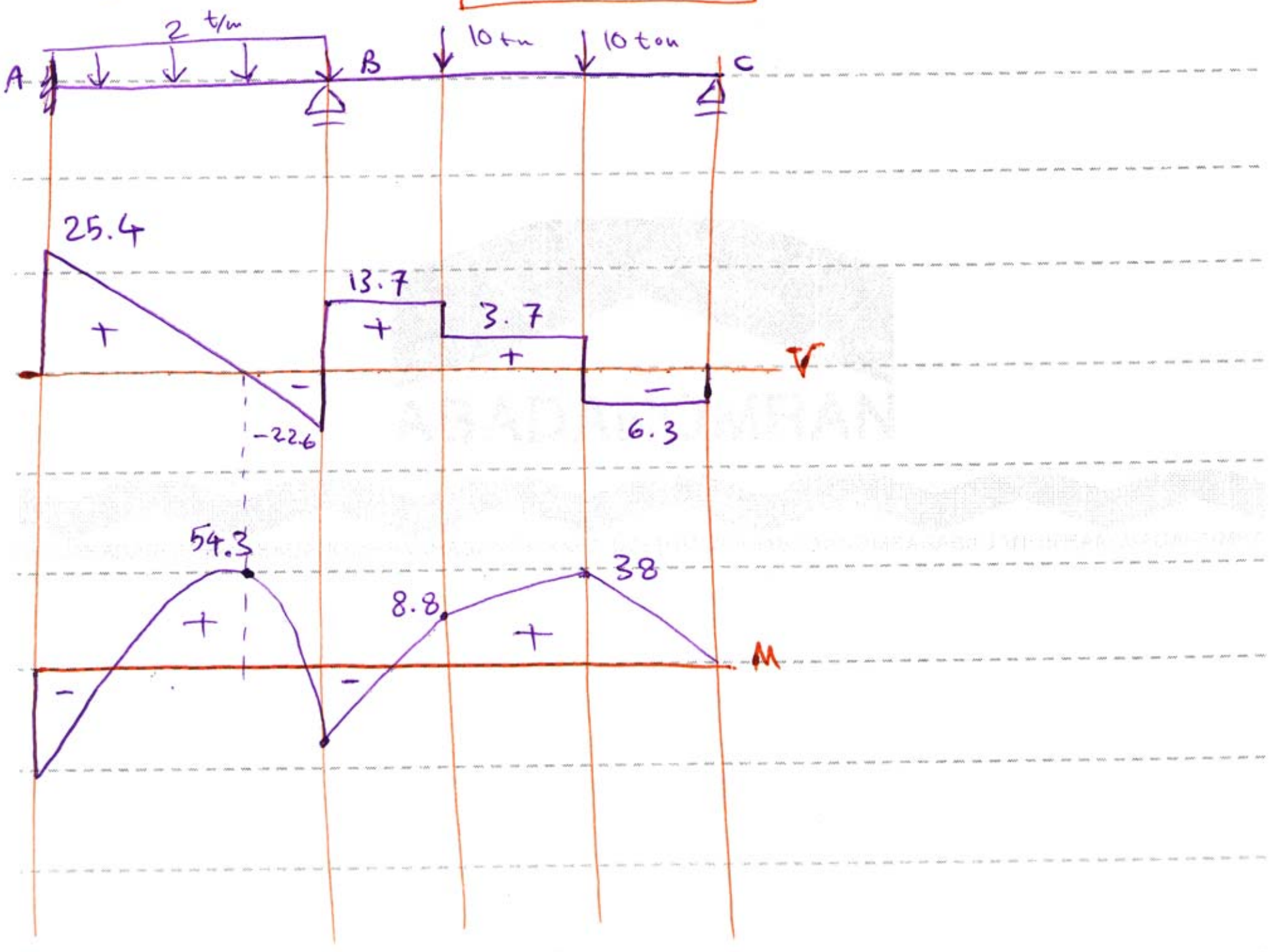
$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow H_1 + H_2 = 2 \times 24 \Rightarrow \boxed{H_2 = 25.4 \text{ ton}}$



$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 \rightarrow 10 \times 6 + 10 \times 14 = 73.2 + H_3 \times 20 = 0$

$H_3 = 6.3 \text{ ton}$

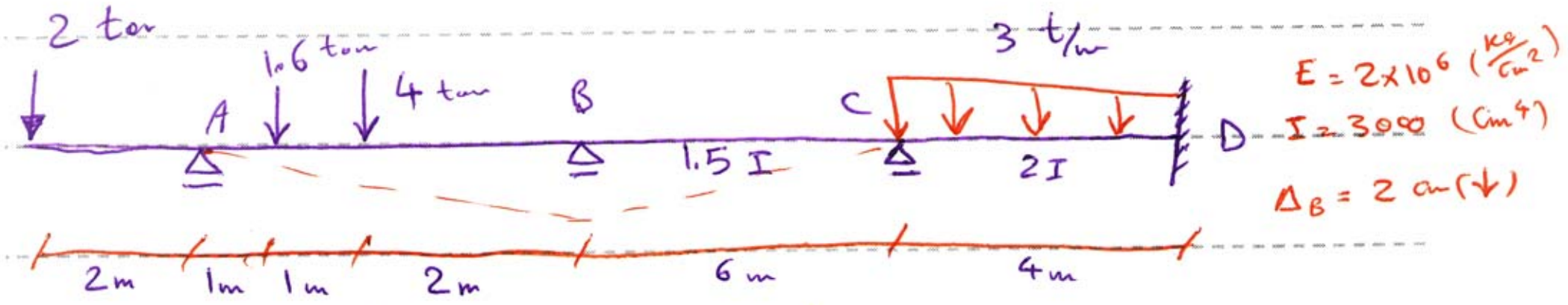
$\sum F_y = 0 \rightarrow H_3 + H_4 \Rightarrow \boxed{13.7 \text{ ton} = H_4}$



WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

مثال: مطلوب است تعیین لنگرهای انتهایی در تیر زیر داده شده:



سختی‌ها: $K_{AB} = \frac{4/3\, I}{4} = \frac{I}{3} \Rightarrow K^{R}_{AB} = \frac{3}{4} K_{AB} = \frac{I}{4}$

$K_{BC} = \frac{1.5I}{6} = \frac{I}{4}$ ، $K_{CD} = \frac{2I}{4} = \frac{I}{2}$

ضرایب توزیع: $D.F_{BA} = \frac{K^{R}_{AB}}{K^{R}_{AB} + K_{BC}} = \frac{\frac{I}{4}}{\frac{I}{4} + \frac{I}{4}} = 0.5$

$D.F_{BC} = 1 - D.F_{BA} = 0.5$

$D.F_{CB} = \frac{K_{BC}}{K_{BC} + K_{CD}} = \frac{I/4}{I/4 + I/2} = \frac{1}{3}$

$D.F_{CD} = 1 - D.F_{CB} = \frac{2}{3}$

✓ لنگرهای گیرداری ناشی از بارهای خارجی:

$FEM_{AB} = \frac{-Pab^2}{l^2} - \frac{Pl}{8} = \frac{-1.6 \times 1 \times (3)^2}{(4)^2} - \frac{4 \times 4}{8} = -2.9 \text{ ton.m}$

$FEM_{BA} = \frac{+Pa^2b}{l^2} + \frac{Pl}{8} = \frac{1.6 \times (1)^2 \times 3}{(4)^2} + \frac{4 \times 4}{8} = 2.3 \text{ ton.m}$

$FEM_{CD} = \frac{-wl^2}{12} = \frac{-3 \times 4^2}{12} = -4 \text{ ton.m}$ ، $FEM_{DC} = +4 \text{ ton.m}$

✓ لنگرهای گیرداری ناشی از نشست:

$FEM_{AB} = FEM_{BA} = \frac{-6EI\Delta}{l^2} = \frac{-6 \times 2 \times 10^6 \times 3000 \times 2}{(400)^2} \times 10^{-5} = 6 \text{ ton.m}$

(دوران پادساعتگرد ← ، دوران پادساعتگرد ↑ (-2))

$FEM_{BC} = FEM_{CB} = \frac{-6 \times 2 \times 10^6 \times 3000 \times (-2)}{(6000)^2} \times 10^{-5} = +3 \text{ ton.m}$

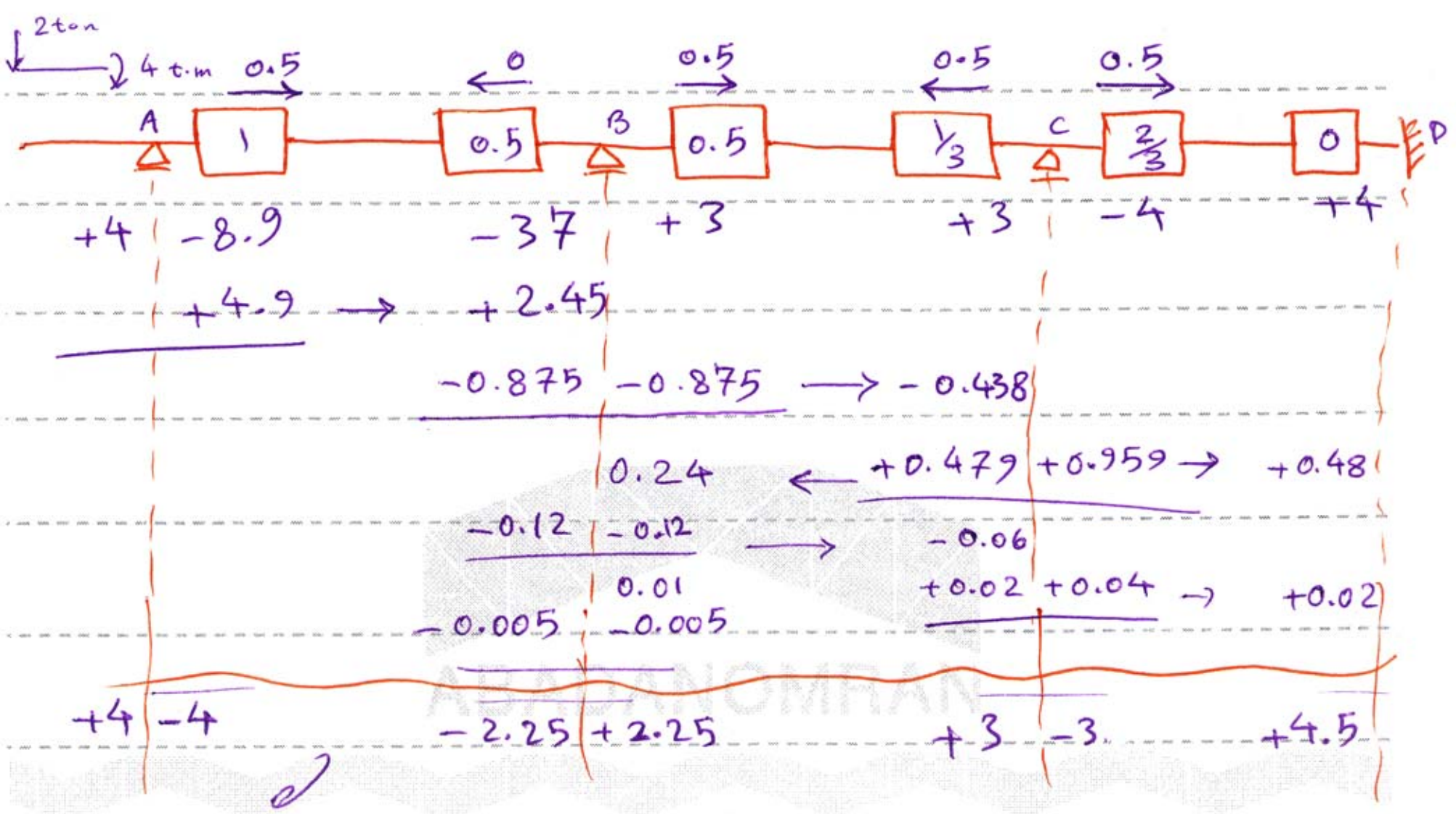
مجموع لنگرهای گیردار: $FEM_{AB} = -2.9 - 6 = -8.9$ ton.m

$FEM_{BA} = 2.3 - 6 = -3.7$ ton.m

$FEM_{BC} = FEM_{CB} = +3$ ton.m

$FEM_{CD} = -4$ ton.m

$FEM_{DC} = +4$ ton.m



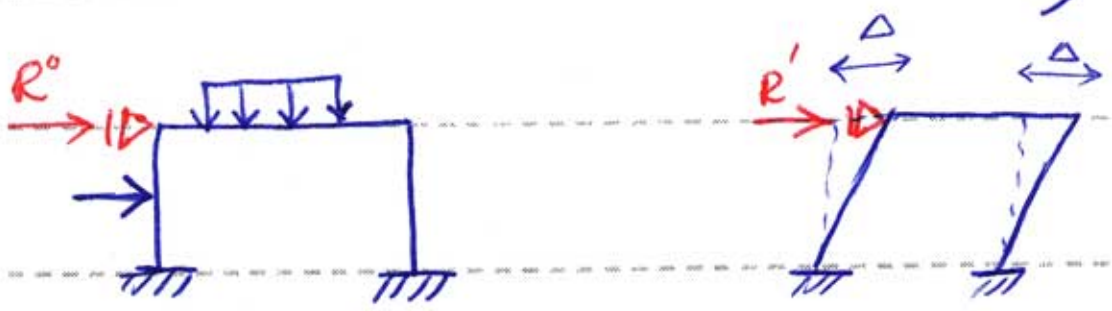
لنگر تعادل در B $= -3.7 + 3 + 2.45 = 1.75$

لنگر تعادل کننده در B $= -1.75$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

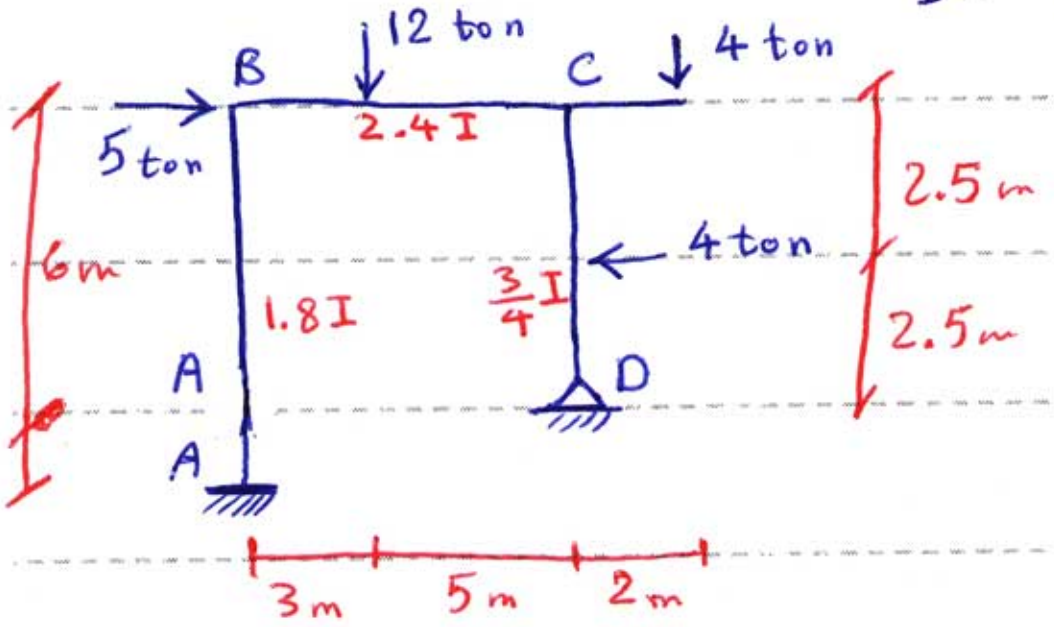
* تحلیل قاب ها به روش توزیع لنگر :



$R^{\circ} + aR' = 0 \rightarrow$ پس a بدست می آید

$$M = M^{\circ} + aM'$$

مثال قاب شکل زیر را به روش توزیع لنگر تحلیل نمائید.



سختی :

$$K_{AB} = \frac{1.8I}{6} = 0.3I$$

$$K_{BC} = \frac{2.4I}{8} = 0.3I$$

* چون تکیه گاه D مفصلی است از سختی کاهش یافته

$$K_{CD} = \frac{\frac{3}{4}I}{5} = \frac{4}{15}I \Rightarrow K^{R}_{CD} = \frac{3}{4} \times K_{CD} = 0.2I$$

ضرایب توزیع :

$$D.F._{BA} = \frac{K_{AB}}{K_{AB} + K_{BC}} = \frac{0.3I}{0.3I + 0.3I} = 0.5$$

$$D.F._{BC} = 0.5$$

$$D.F._{CB} = \frac{K_{BC}}{K_{BC} + K^{R}_{CD}} = \frac{0.3I}{0.3I + 0.2I} = 0.6$$

$$D.F._{CD} = 0.4$$

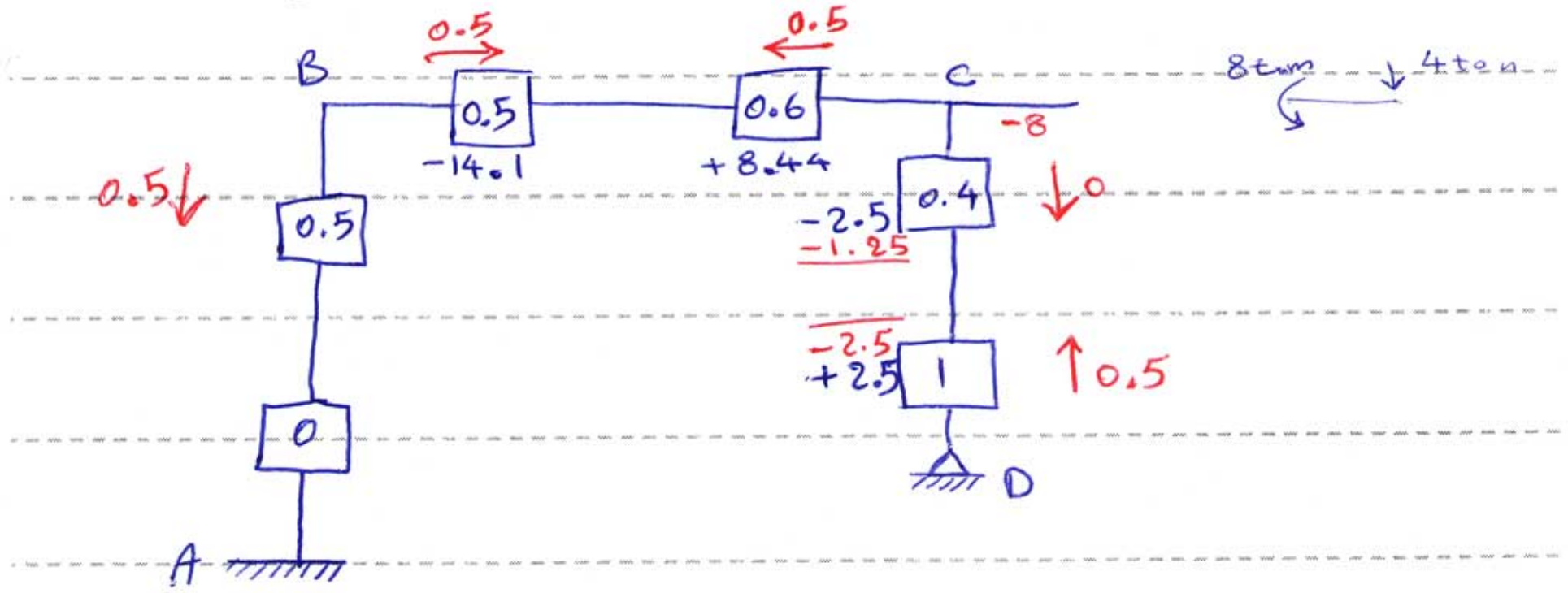
- لنگرهای گیرداری ناشی از بارهای خارجی :

$$FEM_{BC} = \frac{-Pab^2}{\ell^2} = \frac{-12 \times 3 \times 5^2}{8^2} = -14.1 \text{ ton.m}$$

$$FEM_{CB} = \frac{+Pa^2b}{\ell^2} = \frac{+12 \times 3^2 \times 5}{8^2} = +8.44 \text{ ton.m}$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

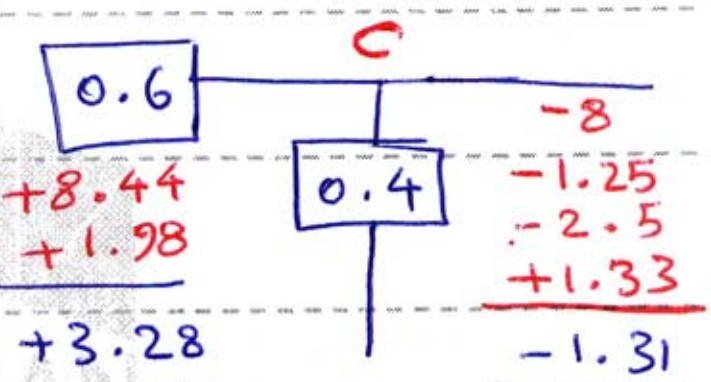
$FEM_{CD} = \frac{-Pl}{8} = \frac{-4\times5}{8} = -2.5$ ton.m , $FEM_{DC} = +2.5$ ton.m

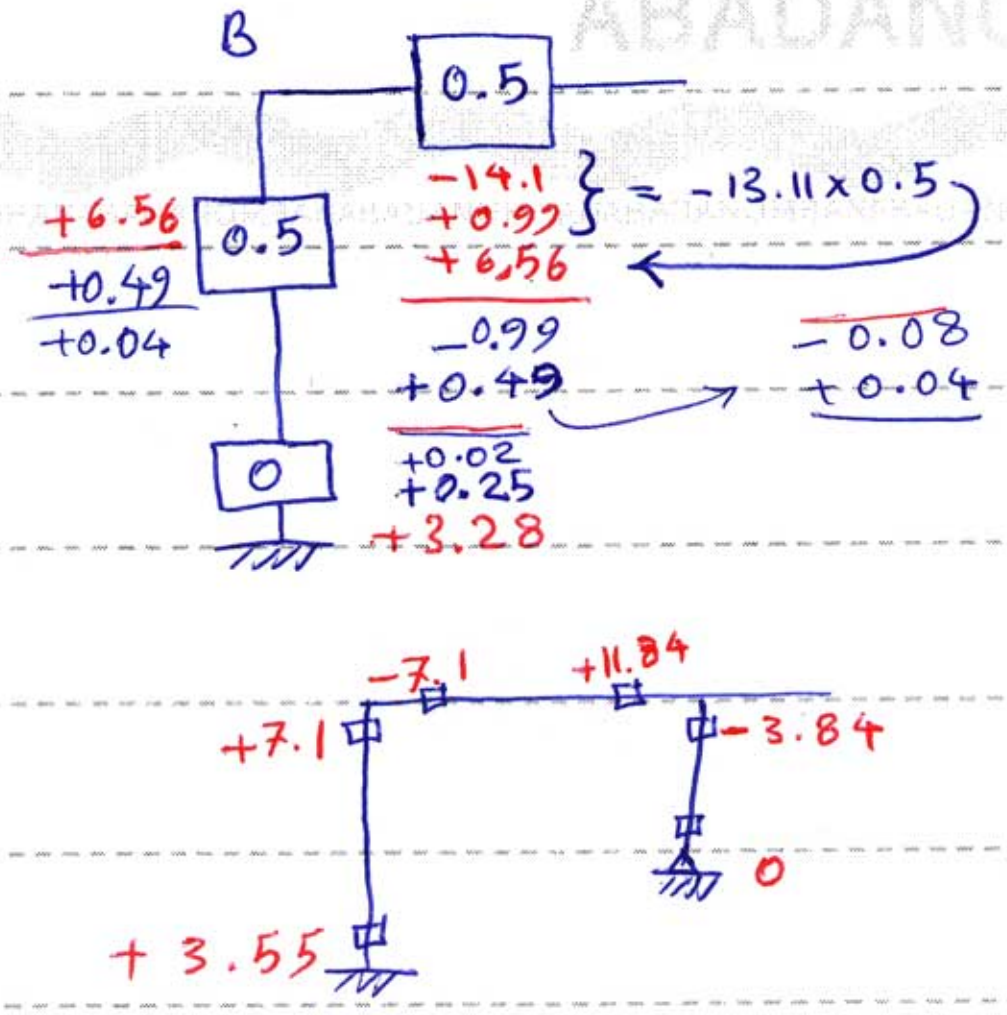


لنگر نامتعادل در گره C = $-8 + 8.44 - 2.5 - 1.25 = -3.31$

لنگر متعادل شده در C = $+3.31$

C = $\begin{cases} +3.31 \times 0.4 = +1.33 \\ +3.31 \times 0.6 = +1.98 \end{cases}$



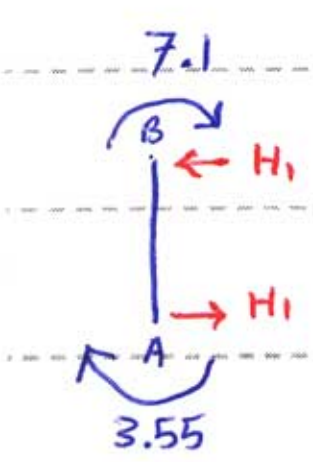


جمع لنگرها در گره‌ها

Subject : تحلیل سازه ۲

Year : 90 Month. 8 Date. 19

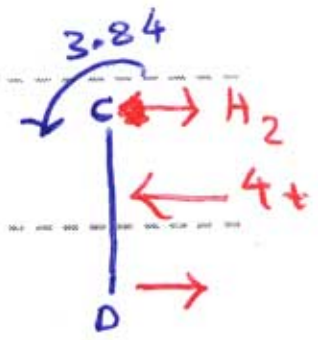
ABADANOMRAN

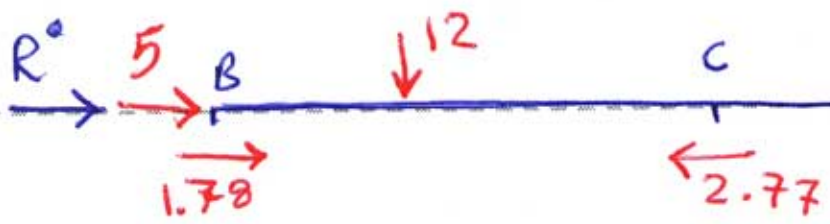


$\sum M_A = 0 \Rightarrow H_1 \times 6 = 3.55 + 7.1 \Rightarrow H_1 = 1.78$

$\sum M_D = 0 \Rightarrow H_2 \times 5 = 4 \times 2.5 + 3.84$

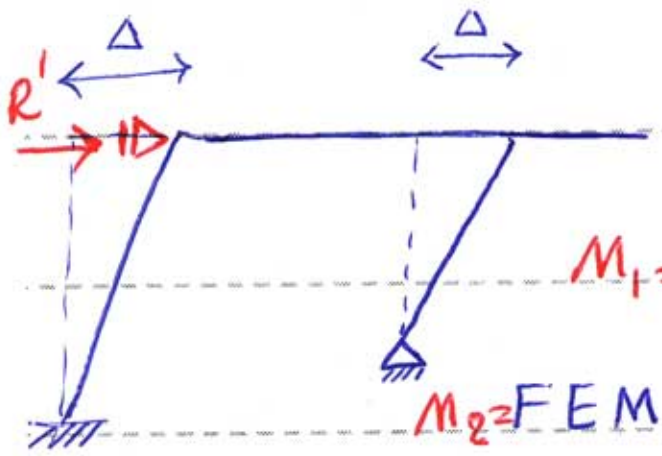
$\Rightarrow H_2 = 2.77$ ton





$\sum F_x = 0 \rightarrow R^\circ + 5 + 1.78 - 2.77 = 0$

$\Rightarrow \boxed{R^\circ = 4.01 \text{ ton} \leftarrow}$



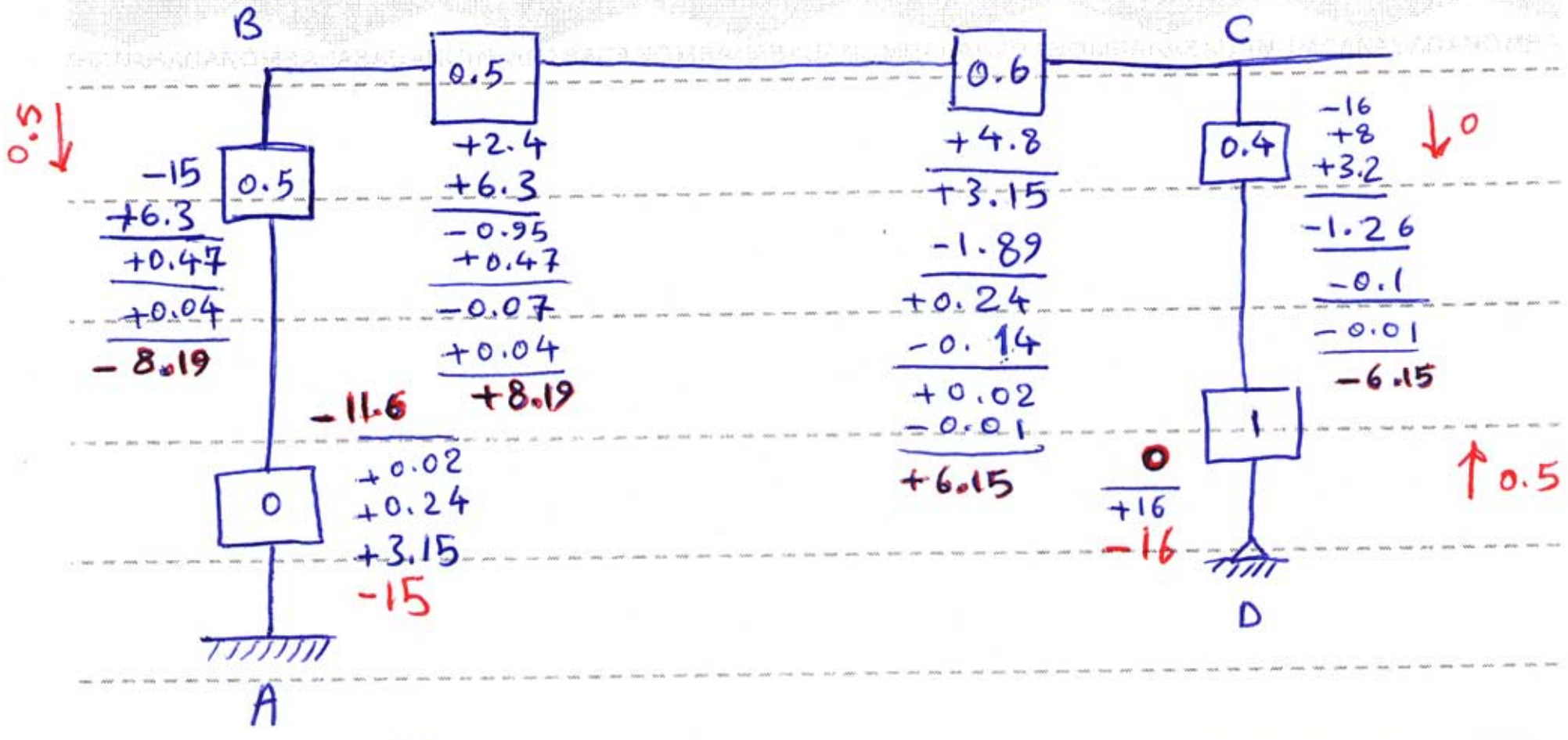
+ شرط پایداری ناشی از دوران:

$M_1 = FEM_{AB} = FEM_{BA} = \frac{-6EI\Delta}{\ell^2} = \frac{-6E(1.8I)\Delta}{6^2} = -0.3EI\Delta$

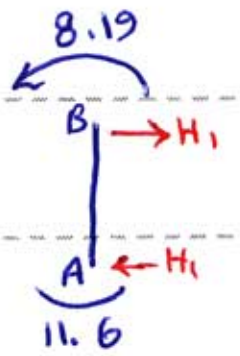
$M_2 = FEM_{CD} = FEM_{DC} = \frac{-6E(\frac{4}{3}I)\Delta}{(5)^2} = 0.32EI\Delta$

$\frac{M_1}{M_2} = \frac{-0.3EI\Delta}{-0.32EI\Delta} = \frac{15}{16}$ ⟶ $\begin{cases} M_1 = -15 \\ M_2 = -16 \end{cases}$

0.5 → ← 0.5

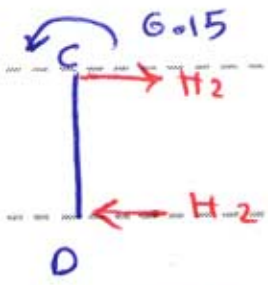


WWW.ABADANOMRAN.COM



$\sum M_{A=0} \rightarrow H_1 \times 6 = 8.19 + 11.6 \Rightarrow H_1 = 3.3$ ton

$\sum M_{D=0} \rightarrow H_2 \times 5 = 6.15$



$\rightarrow H_2 = 1.23$ ton

$\sum F_{x=0} \rightarrow$ $R' = 4.53$ ton $\rightarrow$

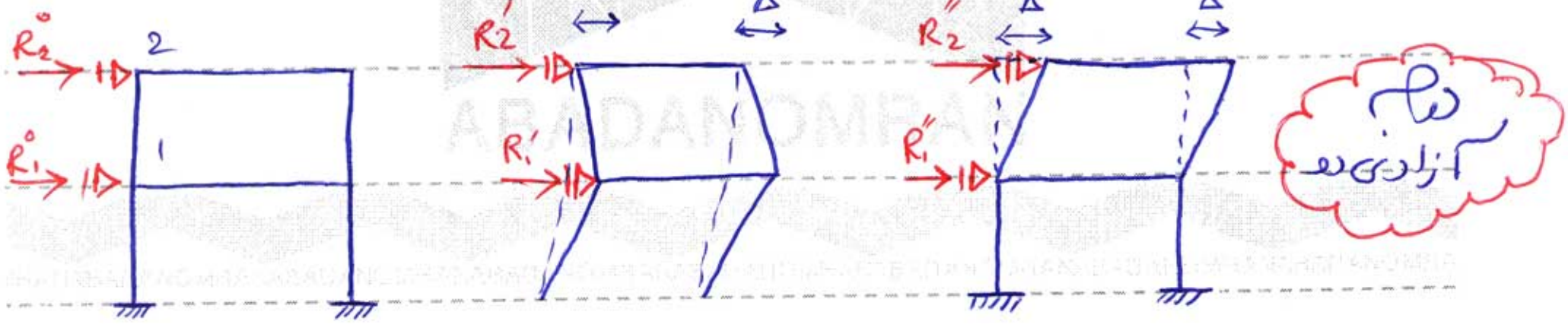
$R^\circ = 4.01 \leftarrow$ $\qquad$ $R' = 4.53 \rightarrow$

$R^\circ + aR' = 0 \rightarrow -4.01 + a \times 4.53 = 0 \rightarrow$ $a = 0.885$

$M = M^\circ + aM'$

$M_{BA} = 3.55 + 0.885 \times (-11.6) = -6.72$

وبقیه نیز به همین تقل قابل می شود...



$$\begin{cases} R_1^\circ + a_1 R_1' + a_2 R_1'' = 0 \\ R_2^\circ + a_1 R_2' + a_2 R_2'' = 0 \end{cases} \Rightarrow a_2, a_1 \text{ به دست می آید}$$

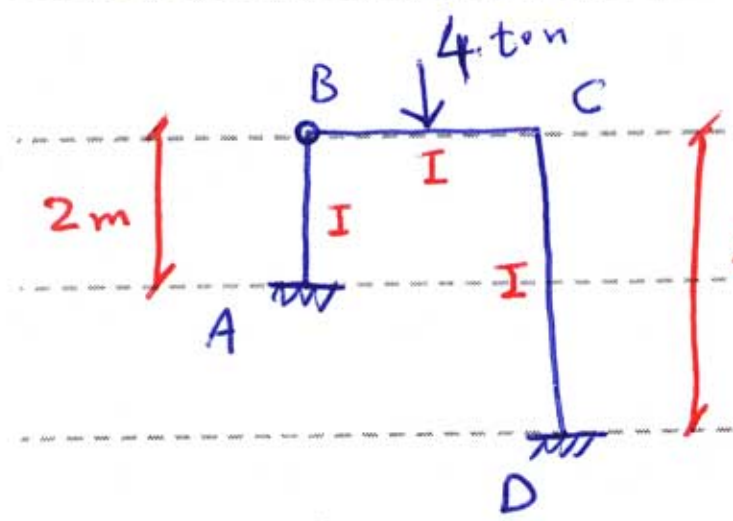
$$M = M^\circ + a_1 M' + a_2 M''$$

نکته برای تحلیل سازه هایی که دارای یک مفصل داخلی باشند باید برای اعضای متصل به مفصل از تختی کاهش یافته استفاده نمود.

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

مثال: مطلوب است تحلیل سازه‌ی نشان داده شده در شکل زیر با استفاده از روش توزیع لنگر:



سختی‌ها: $K_{AB} = \frac{I}{2} \Rightarrow K^R_{AB} = \frac{3}{4} \times K = \frac{3I}{8}$

$K_{BC} = \frac{I}{4} \Rightarrow K^R_{BC} = \frac{3I}{16}$

$K_{CD} = \frac{I}{4}$

ضریب توزیع $\Rightarrow$

$$D.F._{CB} = \frac{K^R_{BC}}{K^R_{BC} + K_{CD}} = \frac{\frac{3I}{16}}{\frac{3I}{16} + \frac{I}{4}} = \frac{3}{7}$$

$$D.F._{BC} = \frac{4}{7}$$

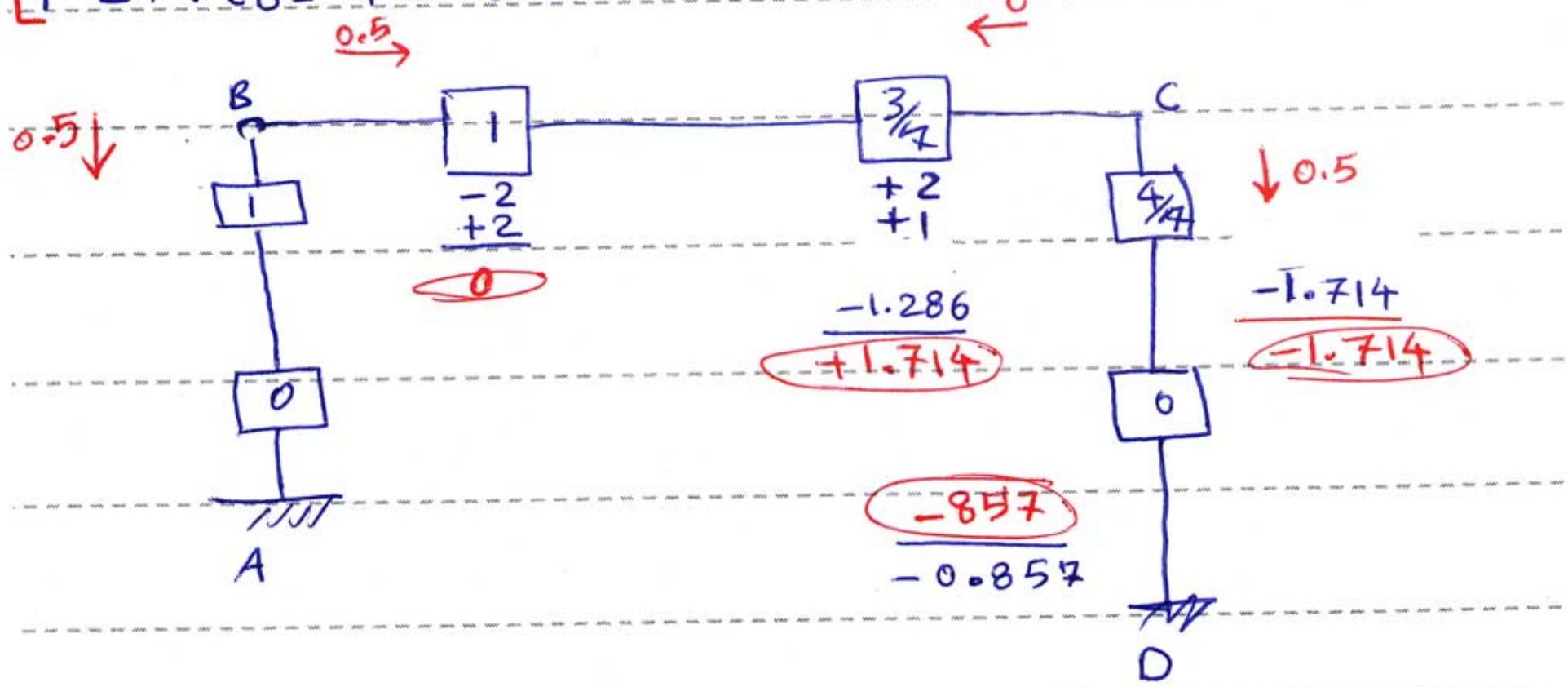
$D.F._{BA} = 1$ چون تکیه‌گاه B مفصل است

$D.F._{BC} = 1$ پس کل لنگر را باید اعضا تحمل کنند

* لنگرهای گیرداری ناشی از بار خارجی

$$FEM_{BC} = \frac{-Pl}{8} = \frac{-4 \times 4}{8} = -2 \text{ ton.m}$$

$$FEM_{CB} = +2 \text{ ton.m}$$

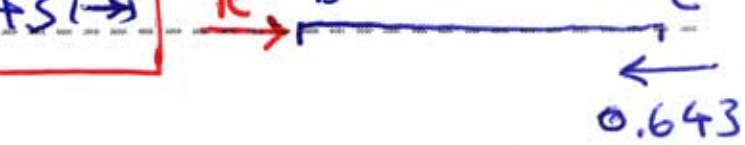


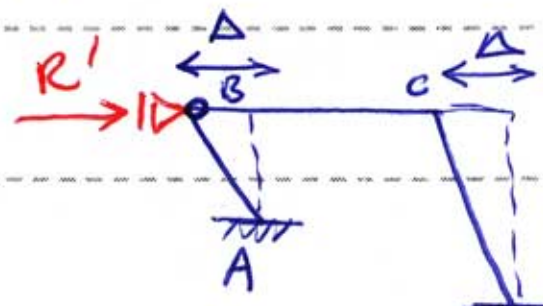
WWW.ABADANOMRAN.COM

$\sum M_D = 0 \rightarrow H_1 \times 4 = 0.857 \times 1.714$

$\Rightarrow H_1 = 0.643$ ton

$\sum F_{H=0} \rightarrow R^\circ = 0.643 \rightarrow$



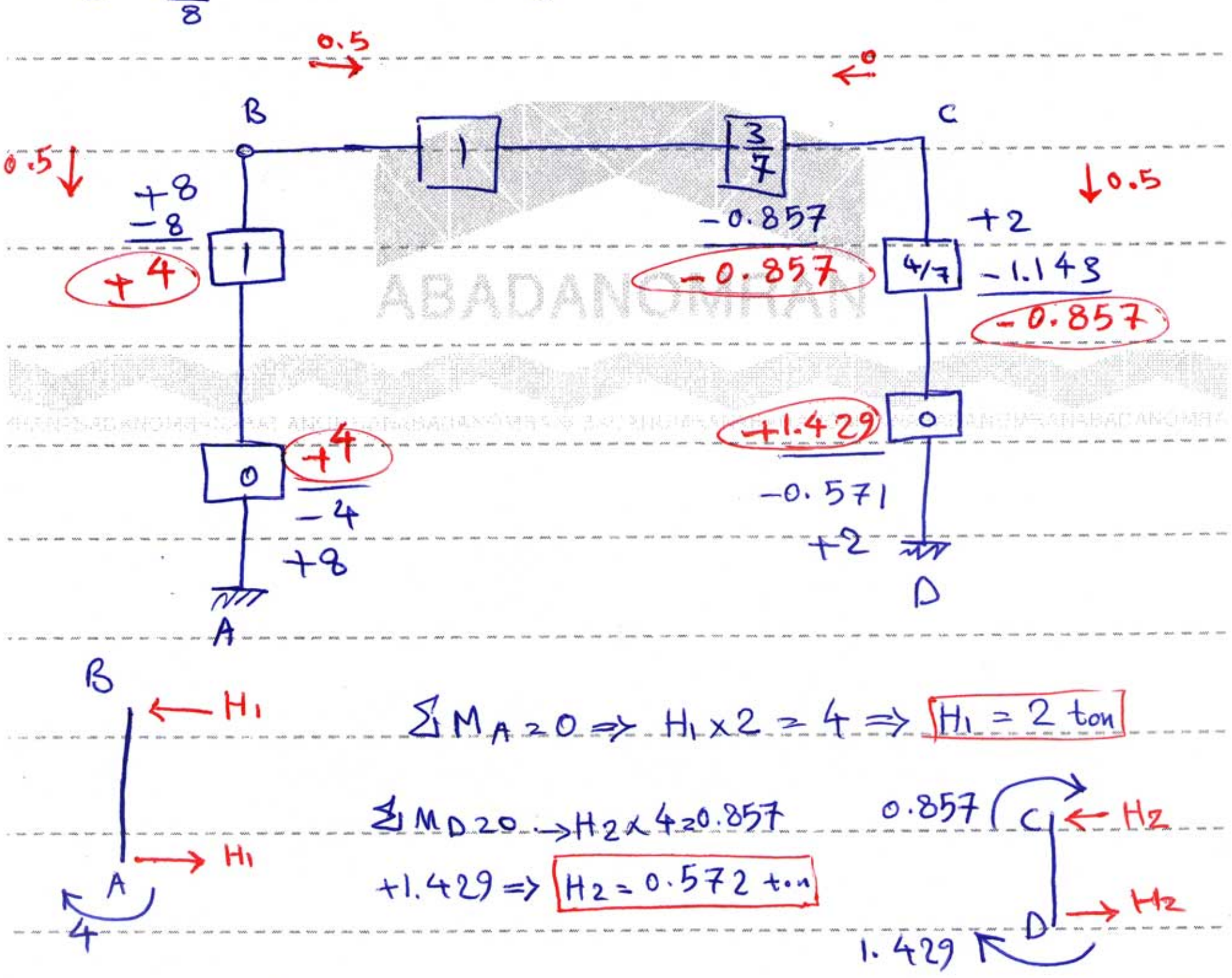


چون دوتا پ سمت چپ رفتم

$M_1 = FEM_{AB} = FEM_{BA} = \frac{-6EI(-\Delta)}{(2)^2} = \frac{3EI\Delta}{2}$

$M_2 = FEM_{CD} = FEM_{DC} = \frac{-6EI(-\Delta)}{(4)^2} = \frac{3EI\Delta}{8}$

$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{8}} = 4$ نسبت ← $\{ M_1 = 8$ ton.m ، $M_2 = 2$ ton.m

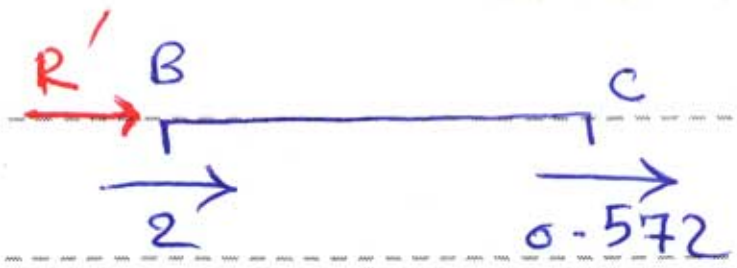


$\sum M_A = 0 \Rightarrow H_1 \times 2 = 4 \Rightarrow H_1 = 2$ ton

$\sum M_D = 0 \rightarrow H_2 \times 4 = 0.857$

$+1.429 \Rightarrow H_2 = 0.572$ ton

WWW.ABADANOMRAN.COM



$\sum F_x = 0 \Rightarrow$ **$R' = 2.572$ ton ←**

$R^0 = 0.643$ ton (→)

$R' = 2.572$ ton (←)

$R^0 + aR' = 0 \rightarrow 0.643 + a \times (-2.573) = 0 \rightarrow$ **$a = 0.25$**

$M = M^0 + a M'$

$M_{AB} = 0 + 0.25 \times 4 = 1$ ton.m

دیاگرام نیز به همین ترتیب محاسبه می‌شود

ABADANOMRAN

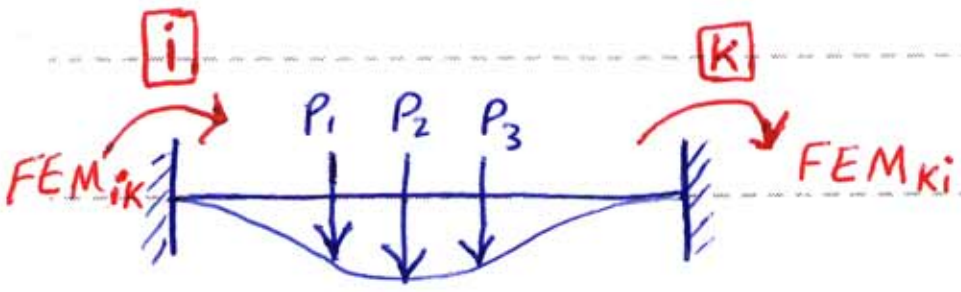
WWW.ABADANOMRAN.COM

Subject : تحلیل سازه ۲

Year : 90 Month. 9 Date. 3

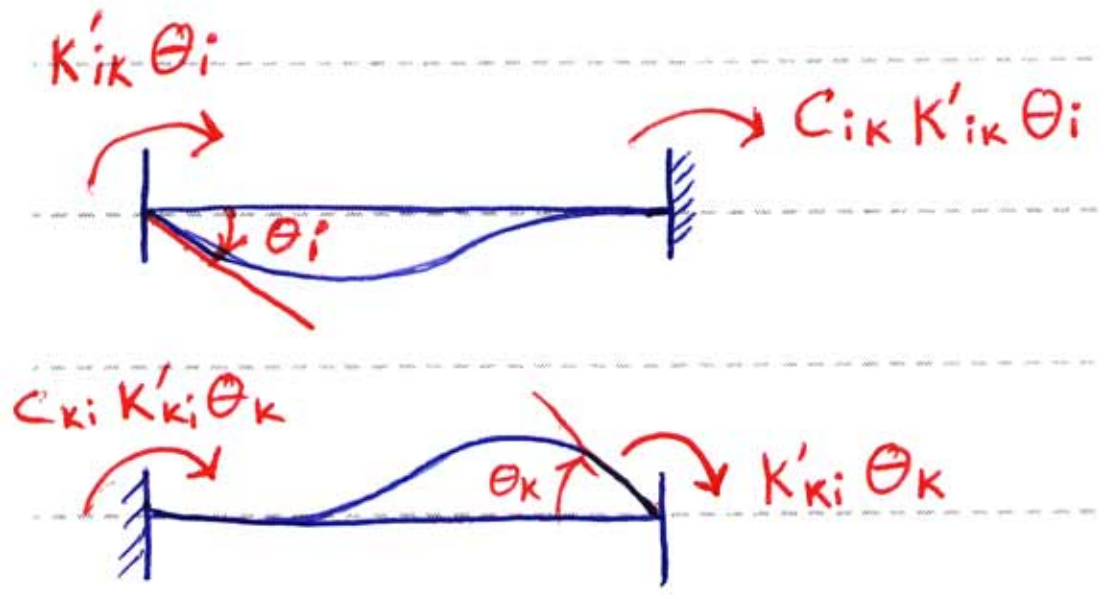
ABADANOMRAN

روش کانی



$$M_{ik} = FEM_{ik} + K'_{ik}\theta_i +$$

$$+ C_{ki}K'_{ki}\theta_k + (K'_{ik} + C_{ki}K'_{ki})\frac{\delta_{ik}}{L_{ik}}$$



قراردادها و علائم روش کانی

(لنگر گیرداری) $\rightarrow \bar{M}_{ik} = FEM_{ik}$

(لنگر جزء دوران در انتهای i) $\rightarrow M'_{ik} = C_{ik}K'_{ik}\theta_i$

(لنگر جزء دوران در انتهای k) $\rightarrow M'_{ki} = C_{ki}K'_{ki}\theta_k$

(لنگر جزء انتقال) $\rightarrow M''_{ik} = 3C_{ki}K'_{ik}\theta_i = 3C_{ki}K'_{ki}\theta_k$

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + \frac{1}{C_{ik}}M'_{ik} + M'_{ki} + \beta_{ik}M''_{ik}$$

$$\beta_{ik} = \frac{1}{3} \times \frac{1 + C_{ik}}{C_{ik}}$$

نکته: M'_{ik} و M''_{ik} با استفاده از روابط صفحه‌ی بعد و به روش تکرار محاسبه می‌شوند:

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$M'_{ik} = \mu_{ik}\left[\bar{M}_i + \sum_k M'_{ki} + \sum B_{ik} M''_{ik}\right]$$

(لنگر مقادم گره) $\rightarrow \sum \bar{M}_{ik}$

(ضریب دوران) $\rightarrow \mu_{ik} = \dfrac{-C_{ik} K'_{ik}}{\sum_k K'_{ik}}$

$$M''_{ik} = \nu_{ik}\left[\bar{M}r + \sum_r B_{ik} M'_{ik} + \sum_r B_{ki} M'_{ki}\right]$$

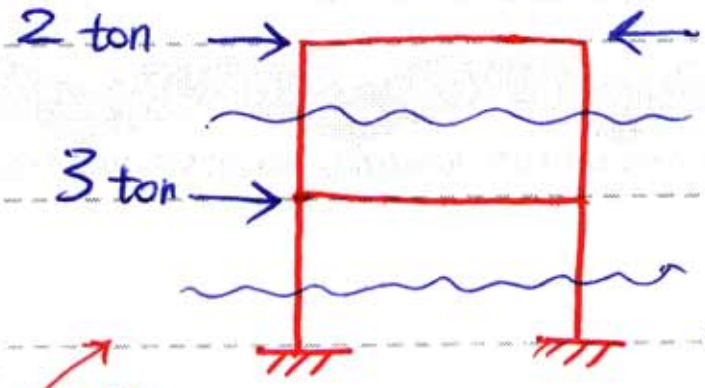
(ضریب انتقال) $\rightarrow \nu_{ik} = \dfrac{-3 C_{ik} K'_{ik}}{\sum_r (B_{ik} + B_{ki}) C_{ik} K'_{ik}}$

(لنگر طبقه) $\bar{M}_r = \dfrac{Q_r h_r}{3}$ (h_r : ارتفاع طبقه)

(برش طبقه) $Q_r = \sum P + \sum_r FES_{ik}$

(نیروی برشی تقسیم داری) $FES_{ik} = R_{ik} + \dfrac{\bar{M}_{ik} + \bar{M}_{ki}}{h_r}$

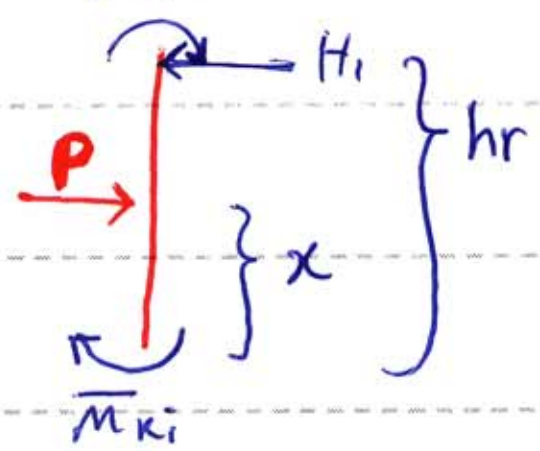
$\sum P$:



طبقه دوم $\Rightarrow \sum P = 2 - 1 = 1$ (ton)

طبقه اول $\Rightarrow \sum P = 3 + 2 - 1 = 4$ (ton)

* در صورتی وجود دارد که یک نیروی جانبی برای آن ستون موجود باشد (برای بالای ستون) FES



$$H_1 \times h_r = \bar{M}_{ik} + \bar{M}_{ki} + P \times x$$

$$H_1 = \frac{\bar{M}_{ik} + \bar{M}_{ki}}{h_r} + \frac{P \times x}{h_r}$$

$H_1 \rightarrow FES_{ik}$, $\dfrac{P \times x}{h_r} \rightarrow R_{ik}$

ABADANOMRAN

* تحلیل تیرهای سرتاسری با استفاده از روش کانی *

$$M''_{ik} = 0$$

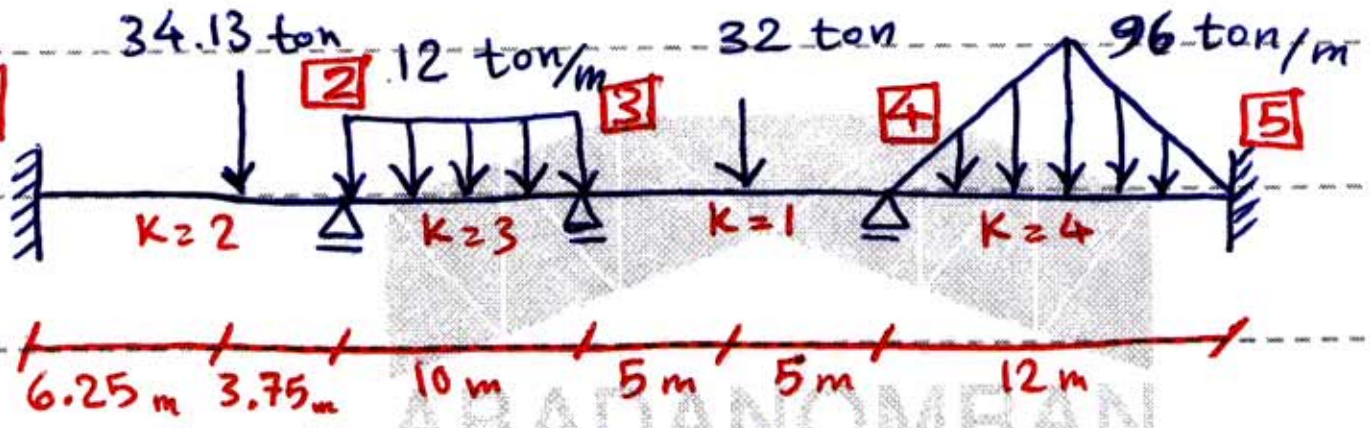
$$(C_{ik} = C_{ki} = 0.5)$$

$$M_{ik} = \overline{M}_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki}$$

$$M'_{ik} = \mu_{ik}\left[\overline{M}_i + \sum_k M'_{ki}\right]$$

$$\mu_{ik} = -\frac{1}{2} \times \frac{K'_{ik}}{\sum_k K'_{ik}}$$

مثال مطلوب است تحلیل تیرپیوسته داده شده در شکل زیر با استفاده از روش کانی:



محاسبه ضرایب دوران $\mu_{ik} = -\frac{1}{2} \times \frac{K_{ik}}{\sum K_{ik}}$

$\mu_{12} = \mu_{54} = 0$ تکیه گاه های گیردار

گره 2:
$$\mu_{21} = -\frac{1}{2} \times \frac{2}{2+3} = -0.2$$
$$\mu_{23} = -\frac{1}{2} \times \frac{3}{2+3} = -0.3$$
$-0.2 + (-0.3) = -0.5$ جمع ضرایب دوران برای هر گره 0.5- است

گره 3:
$$\mu_{32} = -\frac{1}{2} \times \frac{3}{3+1} = -0.375$$
$$\mu_{34} = -0.125$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

4 ٪

$$M_{43} = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{1+4} = -0.1$$

$$M_{45} = -0.4$$

محاسبه‌ی لنگرهای تیرداری $(\bar{M}_{ik})$:

$$\bar{M}_{12} = \frac{-34.13 \times 6.25 \times (3.75)^2}{10^2} = -30 \text{ ton.m}$$

$$\bar{M}_{21} = \frac{+34.13 \times (6.25)^2 \times 3.75}{10^2} = +50 \text{ ton.m}$$

$$\bar{M}_{23} = \frac{-12 \times 10^2}{12} = -100 \text{ ton.m}$$

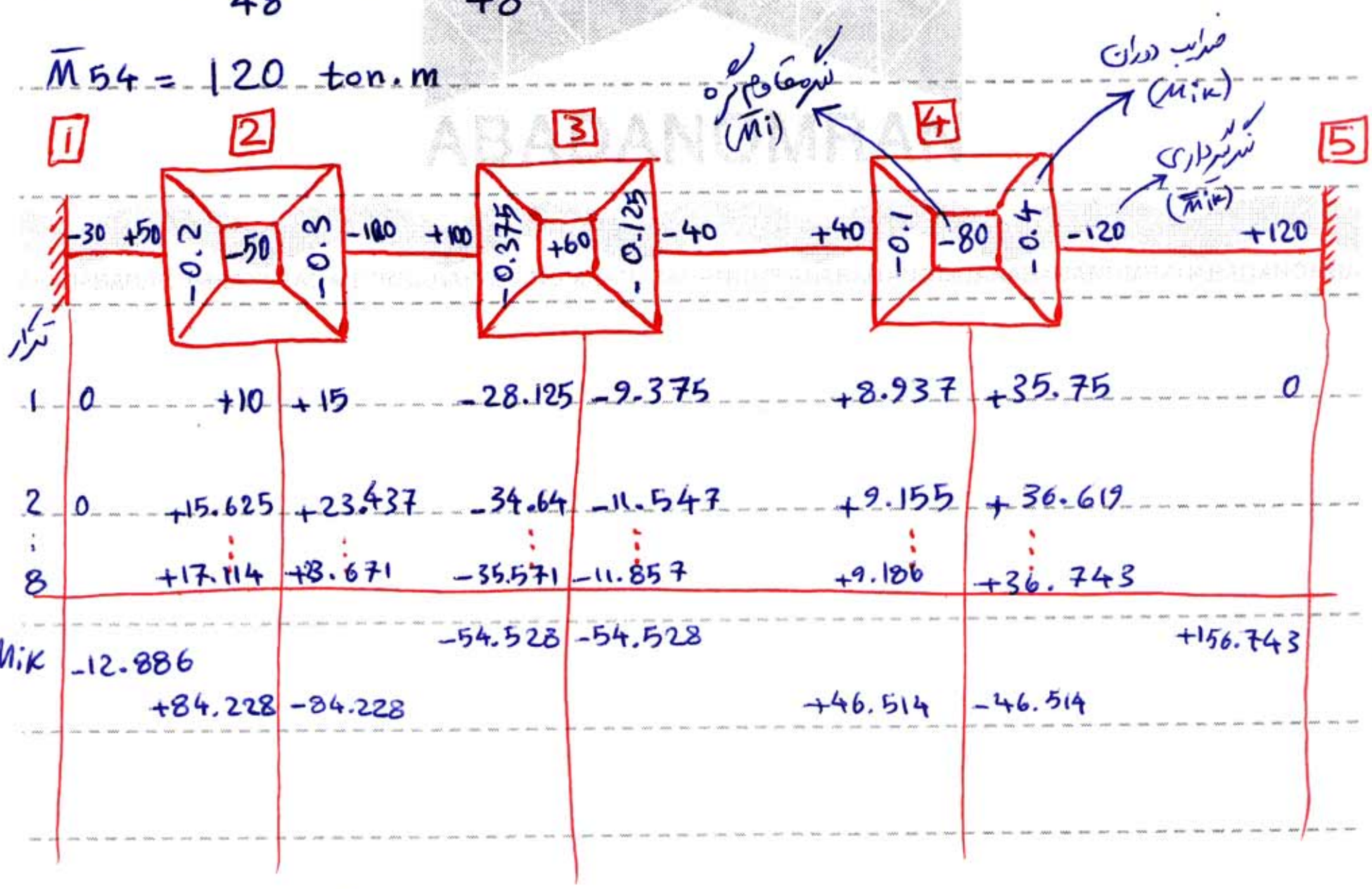
$$\bar{M}_{32} = +100 \text{ ton.m}$$

$$\bar{M}_{34} = \frac{-32 \times 10}{8} = -40 \text{ ton.m}$$

$$\bar{M}_{43} = +40 \text{ ton.m}$$

$$\bar{M}_{45} = \frac{-5}{48} \omega l = \frac{-5}{48} \times 96 \times 12 = -120 \text{ ton.m}$$

$$\bar{M}_{54} = 120 \text{ ton.m}$$



WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

محاسبه‌ی لنگرهای جزء دوران (M'_{ik})

$$M'_{ik} = \mu_{ik}\left[\bar{M}_i + \sum_k M'_{ki}\right]$$

تکرار اول: گیردار

$$M'_{12} = M'_{54} = 0$$

گره 2:

$$M'_{21} = -0.2[-50 + 0] = +10 \text{ ton.m}$$

$$M'_{23} = -0.3[-50 + 0] = +15 \text{ ton.m}$$

گره 3:

$$M'_{32} = -0.375[+60 + (15+0)] = -28.125 \text{ ton.m}$$

$$M'_{34} = -0.125[+60 + (15+0)] = -9.375 \text{ ton.m}$$

گره 4:

$$M'_{43} = -0.1[-80 + (-9.375+0)] = +8.937 \text{ ton.m}$$

$$M'_{45} = -0.4[-80 + (-9.375+0)] = +35.75 \text{ ton.m}$$

تکرار دوم: گیردار

$$M'_{12} = M'_{54} = 0$$

گره 2:

$$M'_{21} = -0.2[-50 + (0 - 28.125)] = 15.625 \text{ ton.m}$$

$$M'_{23} = -0.3[-50 + (0 - 28.125)] = +23.437 \text{ ton.m}$$

گره 3:

$$M'_{32} = -0.375[+60 + (23.437 + 8.937)] = -34.64 \text{ ton.m}$$

$$M'_{34} = -0.125[+60 + (23.437 + 8.937)] = -11.547 \text{ ton.m}$$

گره 4:

$$M'_{43} = -0.1[80 + (-11.547 + 0)] = +9.155 \text{ ton.m}$$

$$M'_{45} = -0.4[-80 + (-11.547 + 0)] = +36.619 \text{ ton.m}$$

تا هشت تکرار ادامه می‌دهیم و مقادیر بصورت نقل صفحه‌ی قبل برایمان می‌آید

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

محاسبه‌ی لنگرهای انتهایی (M_{ik})

$M_{12} = -30 + 2\times0 + 17.114 = -12.886$ ton.m

$M_{21} = +50 + 2\times17.114 + 0 = +84.228$ ton.m

$M_{23} = -100 + 2\times25.671 - 35.571 = -84.228$ ton.m

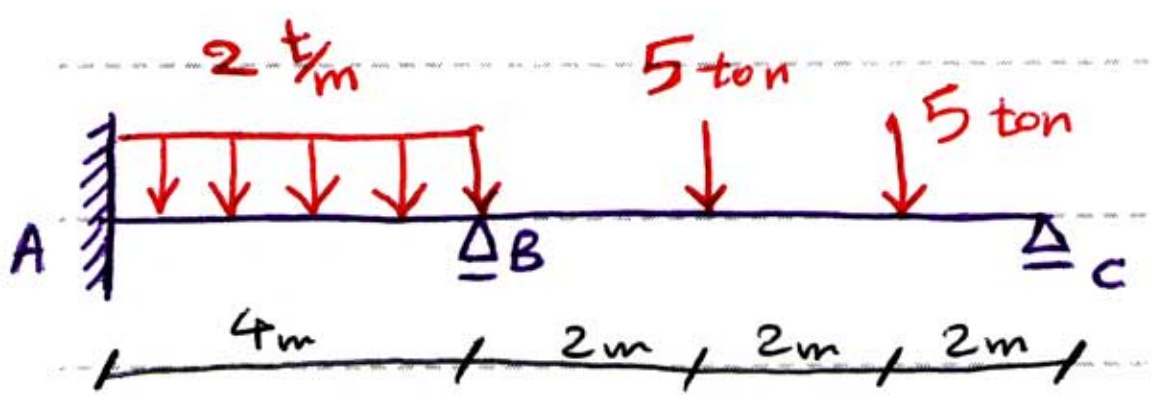
بقیه نیز به همین ترتیب محاسبه می‌شوند:

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

* نکته : در تیرهای سرتاسری اگر تکیه‌گاه کناری مفصلی باشد برای عضو متصل به آن از سختی کاهش یافته استفاده می‌شود و لنگرهای تیرداری از جدول ۱۲-۱ کتاب طاهونی بدست می‌آید.

مثال) مطلوب است تحلیل تیر روبرو با استفاده از روش کانی :



$$\begin{cases} I = 3000 \ cm^4 \\ E = 2\times10^6 \ \frac{kg}{cm^2} \\ \Delta B = 2 \ cm \ (\downarrow) \end{cases}$$

محاسبه‌ی سختی‌ها (k) :

$$K_{AB} = \frac{I}{4}$$

$$K_{BC} = \frac{2I}{6} = \frac{I}{3} \rightarrow K^R_{BC} = \frac{3}{4} \times K_{BC} = \frac{I}{4}$$

چون تکیه‌گاه کناری مفصلی است از سختی کاهش یافته استفاده شد

محاسبه‌ی ضرب دوران (μ_{ik}) :

گره B :

$$\begin{cases} \mu_{BA} = \frac{-1}{2} \times \frac{\frac{I}{4}}{\frac{I}{4}+\frac{I}{4}} = -0.25 \\ \mu_{BC} = -0.25 \end{cases}$$

محاسبه‌ی لنگرهای گردار ($\bar{M}_{ik}$) :

عضو AB :

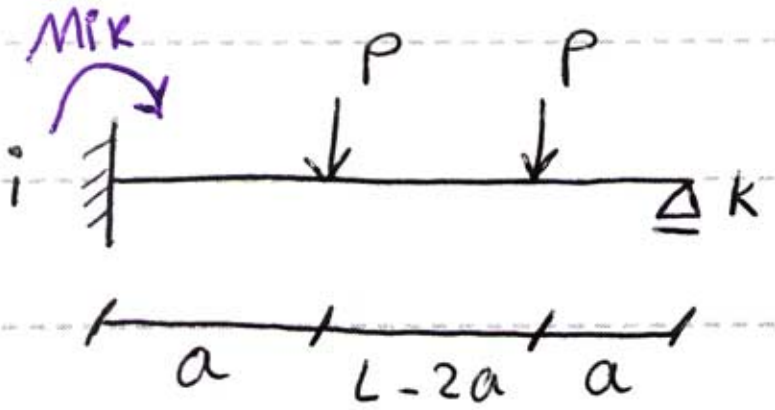
$$\begin{cases} \bar{M}_{AB} = \frac{-2\times4^2}{12} - \frac{6\times2\times10^6\times3000\times2}{(400)^2}\times10^{-5} = -7.18 \ ton.m \\ \bar{M}_{BA} = \frac{2\times4^2}{12} - \frac{6\times2\times10^6\times3000\times2}{(400)^2}\times10^{5} = -1.83 \ ton.m \end{cases}$$

عضو BC :

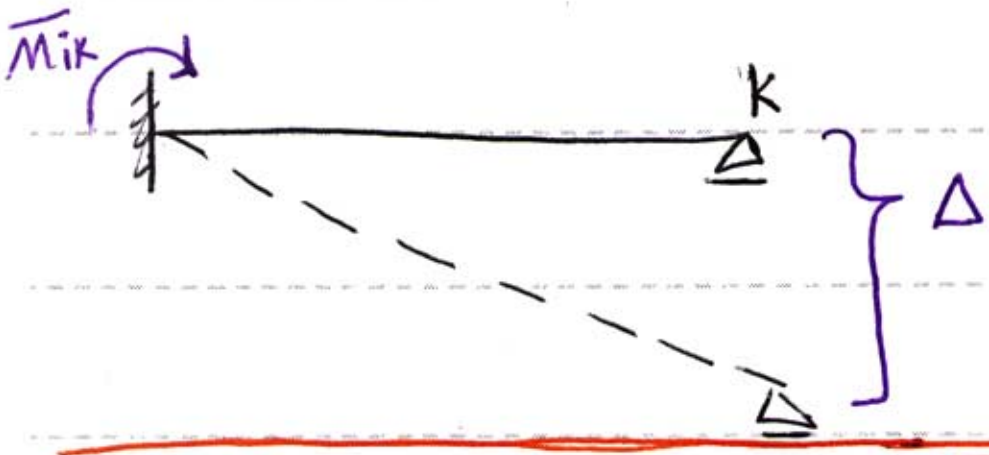
$$\begin{cases} \bar{M}_{BC} = \frac{-3\times5\times2}{2\times6}(6-2) - \frac{3\times2\times10^6\times2\times3000\times(-2)}{(600)^2}\times10^5 = -8 \ ton.m \\ \bar{M}_{CB} = 0 \end{cases}$$

ABADANOMRAN

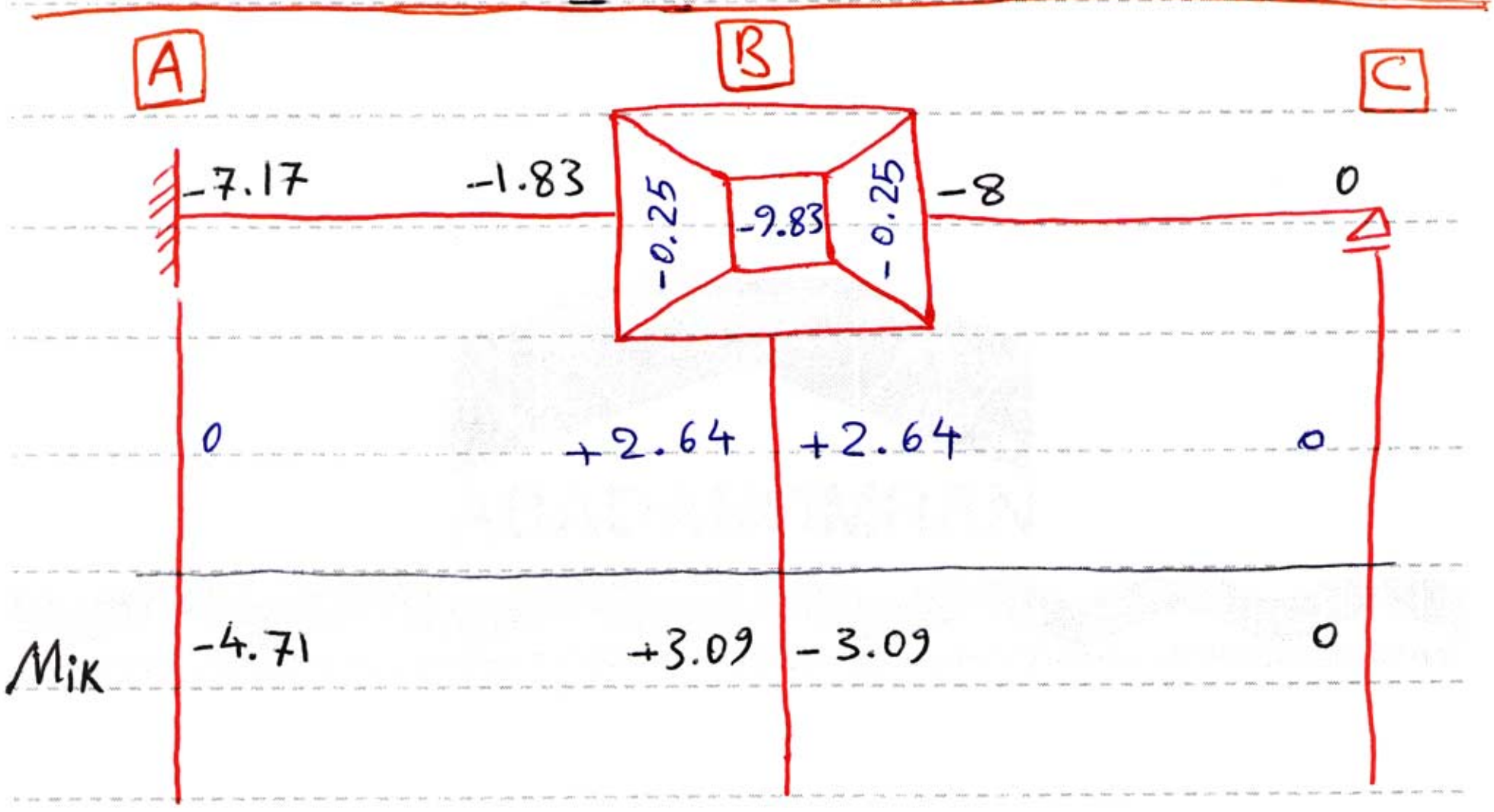
جدول ۱۲-۱ :



$$\bar{M}_{ik} = \frac{-3Pa}{2L}(L-a)$$



$$\bar{M}_{ik} = \frac{-3EI\Delta}{L^2}$$



محاسبه‌ی لنگرهای جزء دوران (M'_{ik})

$$M'_{ik} = \mu_{ik}\left[\bar{M}_i + \sum_k M'_{ki}\right]$$

گره B :

$$\begin{cases} M'_{BA} = -0.25[-9.83+0] = +2.46 \text{ ton.m} \\ M'_{BC} = -0.25[-9.83+0] = +2.46 \text{ ton.m} \end{cases}$$

محاسبه‌ی لنگرهای انتهایی (M_{ik}) $M_{ik} = \bar{M}_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki}$

عضو AB

$M_{AB} = -7.17 + 2\times0 + 2.46 = -4.71$ ton.m

$M_{BA} = -1.83 + 2\times2.46 + 0 = 3.09$ ton.m

عضو BC

$M_{BC} = -8\times2\times2.46 + 0 = -3.09$ ton.m

$M_{CB} = 0$

* تحلیل قاب های مستطیلی منظم با حرکت جانبی (با ارتفاع ستون‌های طبقه اول یکسان)

* شرایط قاب‌های منظم:

1. ارتفاع ستون های هر طبقه (غیر از طبقه‌ی اول) یکسان باشد.
2. تمامی اتصالات قاب گیردار باشد.
3. قاب در جهت تمام درجه‌ی آزادی نداشته باشد.

$$C_{ik} = C_{ki} = 0.5 \quad , \quad B_{ik} = \frac{1}{3}\times\frac{C_{ik}+1}{C_{ik}} \rightarrow B_{ik} = 1$$

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki} + M''_{ik}$$

$$M'_{ik} = \mu_{ik}\left[\bar{M}_i + \sum_k (M'_{ki} + M''_{ik})\right], \quad \mu_{ik} = \frac{1}{2}\times\frac{k_{ik}}{\sum_k k_{ik}}$$

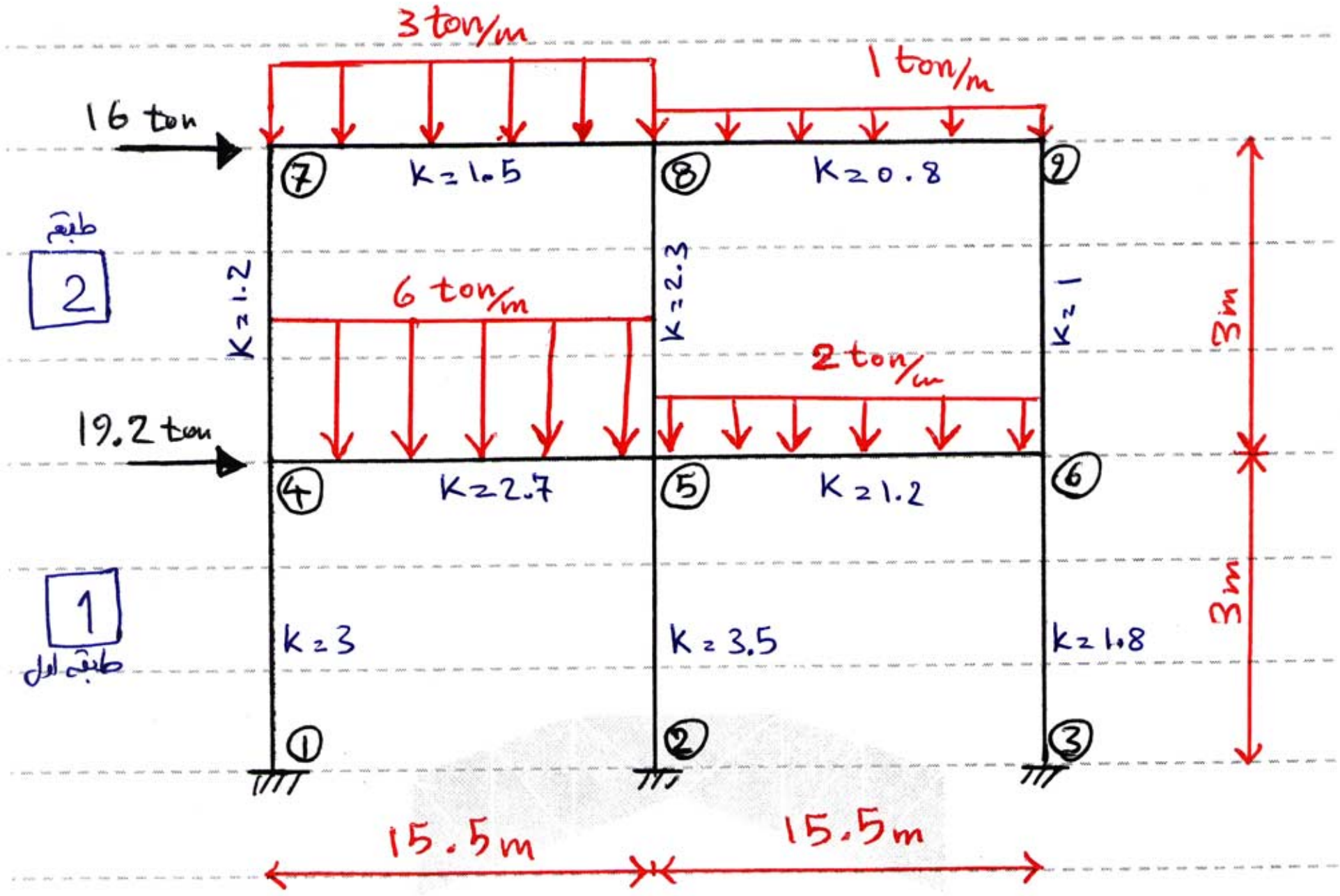
$$M''_{ik} = \nu_{ik}\left[\bar{M}_r + \sum_r (M'_{ik} + M'_{ki})\right], \quad \nu_{ik} = \frac{-3}{2}\times\frac{k_{ik}}{\sum_r k_{ik}}$$

$$\bar{M}_r = \frac{Q_r h_r}{3}, \quad Q_r = \sum P + \sum_r FES_{ik}$$

$$FES_{ik} = R_{ik} + \frac{\bar{M}_{ik} + \bar{M}_{ki}}{h_r}$$

ABADANOMRAN

مسئله : مطلوب است تحلیل قاب شکل زیر با استفاده از روش کانی :



محاسبه ی ضریب دوران μ_{ik}

تیر 4 :

$$\mu_{41} = -\frac{1}{2} \times \frac{3}{3+2.7+1.2} = -0.2174$$

$$\mu_{45} = \frac{-1}{2} \times \frac{2.7}{3+2.7+1.2} = -0.1957$$

$$\mu_{47} = -0.087$$

تیر 5 :

$$\mu_{52} = -0.1804 \quad , \quad \mu_{58} = -0.1186$$

$$\mu_{56} = -0.0619 \quad , \quad \mu_{54} = -0.1392$$

تیر 6 :

$$\mu_{63} = -0.225 \quad , \quad \mu_{69} = -0.125$$

$$\mu_{65} = -0.15$$

ABADANOMRAN

گره ⑦ $\begin{cases} M_{742} = -0.2222 \\ M_{78} = -0.2778 \end{cases}$

گره ⑧ $\begin{cases} M_{87} = -0.163 \\ M_{85} = -0.25 \end{cases}$ و $M_{89} = -0.087$

گره ⑨ $\begin{cases} M_{98} = -0.2222 \\ M_{96} = -2778 \end{cases}$

محاسبه‌ی لنگرهای گیرداری $(\bar{M}_{ik})$

(عضو 5 و 4) $\begin{cases} \bar{M}_{45} = \dfrac{-6 \times 15.5^2}{12} = -120 \text{ ton.m} \\ \bar{M}_{54} = +120 \text{ ton.m} \end{cases}$

(عضو 5 و 6) $\begin{cases} \bar{M}_{56} = \dfrac{-2 \times 15.5^2}{12} = -40 \text{ ton.m} \\ \bar{M}_{65} = +40 \text{ ton.m} \end{cases}$

(عضو 8 و 7) $\begin{cases} \bar{M}_{78} = \dfrac{-3 \times 15.5^2}{12} = -60 \text{ ton.m} \\ \bar{M}_{87} = +60 \text{ ton.m} \end{cases}$

(عضو 9 و 8) $\begin{cases} \bar{M}_{89} = \dfrac{-1 \times 15.5^2}{12} = -20 \text{ ton.m} \\ \bar{M}_{98} = +20 \text{ ton.m} \end{cases}$

محاسبه‌ی لنگرهای طبقه $(\bar{M}_r)$ $\bar{M}_r = \dfrac{Q_r h_r}{3}$, $Q = \sum_i P + \sum_r FES_{ik}$

چون در طول ستون ها بارگذاری نداریم $\Rightarrow \sum_r FES_{ik} = 0 \rightarrow Q_r = \sum P$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

طبقه اول : $\sum P = Q_r = 19.2 + 16 = 35.2\ ton \rightarrow \bar{M}_r = \frac{35.2 \times 3}{3} = 35.2\ ton.m$

طبقه دوم : $\sum P = Q_r = 16\ ton \rightarrow \bar{M}_r = \frac{16 \times 3}{3} = 16\ ton.m$

محاسبه‌ی ضرایب انتقال (ν_{ik}) $\Rightarrow \nu_{ik} = -\frac{3}{2} \times \frac{k_{ik}}{\sum_r k_{ik}}$

طبقه‌ی اول:

$\nu_{14} = \frac{-3}{2} \times \frac{3}{3+3.5+1.8} = -0.542$

$\nu_{25} = \frac{-3}{2} \times \frac{3.5}{3+3.5+1.8} = -0.633$

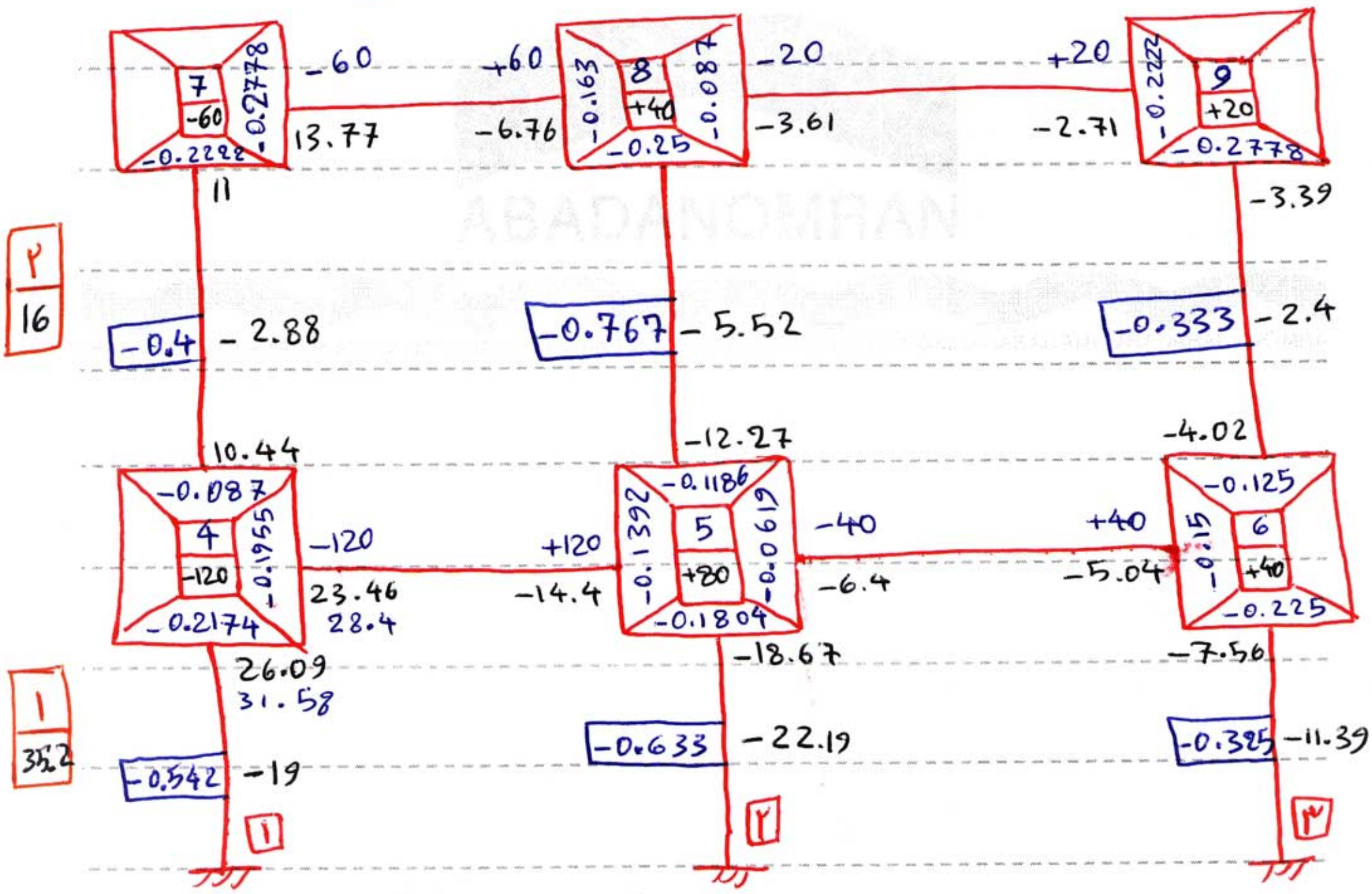
$\nu_{36} = \frac{-3}{2} \times \frac{1.8}{3+3.5+1.8} = -0.325$

طبقه‌ی دوم:

$\nu_{47} = -0.4$

$\nu_{58} = -0.767$

$\nu_{69} = -0.333$



WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

محاسبه‌ی لنگرهای جزء دوران (M'_{ik}) ((در تکرار اول))

$$M'_{ik} = \mu_{ik}\left[\bar{M}_i + \sum_k \left(M'_{ki} + M''_{ik}\right)\right]$$

گره ۴:

$M'_{41} = -0.2174\,[-120+0] = 26.09$

$M'_{45} = -0.1955\,[-120+0] = 23.46$

$M'_{47} = -0.087\,[-120+0] = 10.44$

گره ۵:

$M'_{52} = -18.67$

$M'_{56} = -6.4$

$M'_{58} = -12.27$

$M'_{54} = -14.4$

گره ۷:

$M'_{74} = 11$

$M'_{78} = 13.77$

گره ۶:

$M'_{65} = -5.04$

$M'_{63} = -7.56$

$M'_{69} = -4.2$

گره ۸:

$M'_{85} = -0.25\,[+40 + 13.77 - 12.27 + 0] = -10.38$

$M'_{87} = -6.76$

$M'_{89} = -3.61$

گره ۹:

$M'_{98} = -2.71$ ، $M'_{96} = -3.39$

محاسبه‌ی لنگرهای جزء اتصال (M''_{ik}) ((در تکرار اول))

$$M''_{ik} = \nu_{ik}\left[\bar{M}r + \sum_r \left(M'_{ik} + M'_{ki}\right)\right]$$

طبقه اول:

$M''_{14} = -0.542\,[35.2 + (26.09 - 18.67 - 7.56)] = -19$

$M''_{25} = -0.633\,[35.2 + (26.09 - 18.67 - 7.56)] = -22.19$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

ادامه طبقه ۱ ← $M''_{36} = -0.325\left[35.2+(26.09-18.67-7.56)\right] = -11.39$

طبقه دوم ←

$M''_{47} = -0.4\left[16+(10.44+11)+(12.27-10.38)+(3.39-4.2)\right] = -2.88$

$M''_{58} = -0.767\left[16+(10.44+11)+(12.27-10.38)+(3.39-4.2)\right] = -5.52$

$M''_{69} = -0.333\left[16+(10.44+11)+(12.27-10.38)+(3.39-4.2)\right] = -2.4$

(محاسبه‌ی لنگرهای جزء دوران M'_{ik} در گام دوم)

$$M'_{ik} = \mu_{ik}\left[\bar{M}_i + \sum_k \left(M'_{ki} + M''_{ik}\right)\right]$$

گام ۴ ←

$M'_{41} = -0.2174\left[\left[-120+10-14.4+11\right]+\left[-19-2.88\right]\right] = 31.58$

$M'_{45} = -0.1955\left[\ \text{''}\ \right] = 28.4$

$M'_{47} = -0.087\left[\ \text{''}\ \right] = 12.64$

و بقیه نیز به همین شکل حل می‌شود

محاسبه‌ی لنگرهای انتهایی (M_{ik})

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki} + M''_{ik}$$

$M_{45} = -120+2\times 28.4-14.4+0 = \cdots$

ادامه به همین ترتیب

حل شود...

WWW.ABADANOMRAN.COM

* تحلیل قاب های مستطیلی منظم با انتقال گره (با ستون های طبقه اول ارتفاع مختلف)

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki} + M''_{ik}$$

$$M'_{ik} = \mu_{ik}\left[\bar{M}_i + \sum_k (M'_{ki} + M''_{ik})\right]$$

$$\mu_{ik} = -\frac{1}{2} \times \frac{K_{ik}}{\sum_k K_{ik}}$$

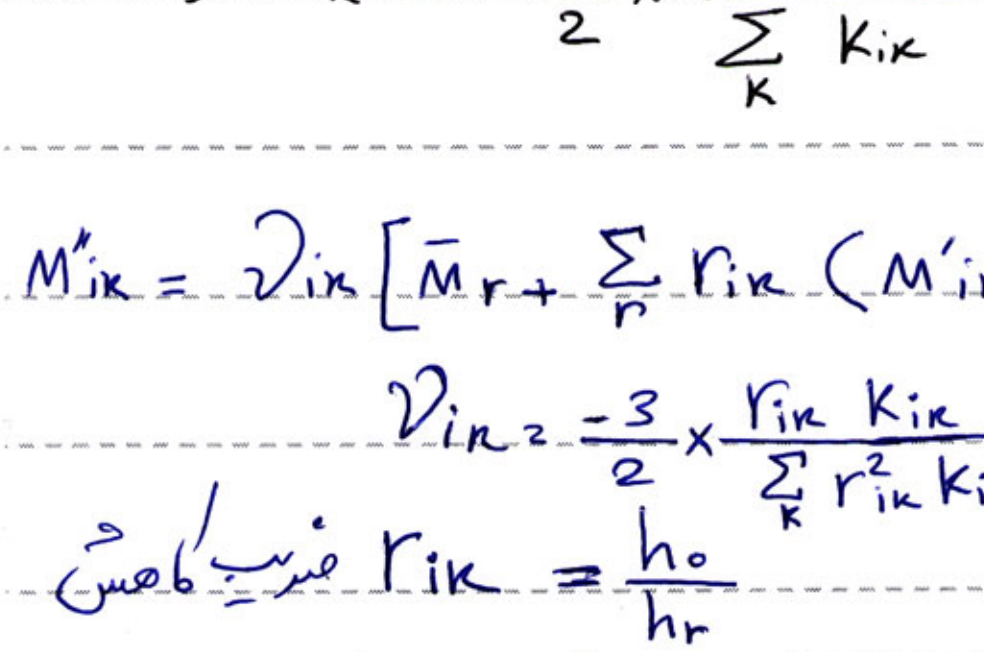
$$M''_{ik} = \nu_{ik}\left[\bar{M}_r + \sum_r r_{ik}(M'_{ik} + M'_{ki})\right]$$

$$\nu_{ik} = \frac{-3}{2} \times \frac{r_{ik} K_{ik}}{\sum_k r_{ik}^2 K_{ik}}$$

ضریب کاهش $r_{ik} = \frac{h_0}{h_r}$ $\qquad M_r = \frac{Q_r h_0}{3}$

(h_0: ارتفاع مبنا)

مثال مطلوب است تحلیل قاب نشان داده شده در شکل زیر با استفاده از روش کانی:



محاسبه ضرایب دوران (μ_{ik}):

گره B:

$$\mu_{BA} = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{1+2.5} = -0.143$$

$$\mu_{BC} = -0.357$$

گره C:

$$\mu_{CB} = -\frac{1}{2} \times \frac{2.5}{2.5+1.5} = -0.313$$

$$\mu_{CD} = -0.188$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

محاسبه لنگرهای گیرداری ($\bar{M}_{ik}$)

AB عضو

$$\bar{M}_{AB} = \frac{-Pab^2}{l^2} = \frac{-12\times9\times6^2}{15^2} = -17.28 \text{ ton.m}$$

$$\bar{M}_{BA} = +\frac{Pa^2b}{l^2} = \frac{12\times9^2\times6}{15^2} = +25.92 \text{ ton.m}$$

BC عضو

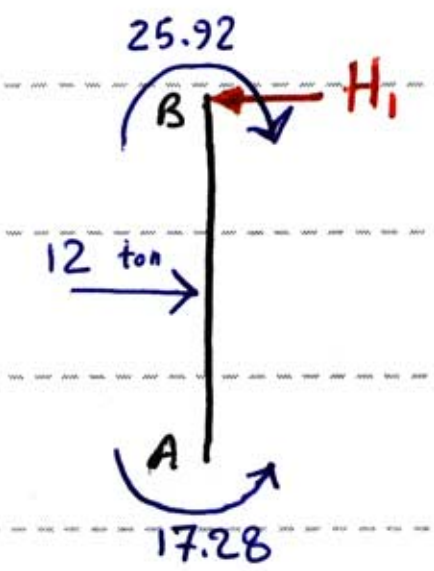
$$\bar{M}_{BC} = \frac{-24\times12}{8} = -36 \text{ ton.m}$$

$$\bar{M}_{CB} = +36 \text{ ton.m}$$

محاسبه‌ی لنگر طبقه (M_r)

$$M_r = \frac{Q_r h_o}{3} \quad , \quad h_o = 10 \text{ (m)} \quad (\text{عرضی CD}) \quad , \quad Q_r = \Sigma P + \Sigma FES_{ik}$$

نیروهای جانبی در تراز طبقات $\Rightarrow \Sigma P = 0$



$$FES_{ik} = R_{ik} + \frac{\bar{M}_{ik} + \bar{M}_{ki}}{h_r}$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow H_1\times15 + 17.28 = 12\times9 + 25.92$$

$$\Rightarrow H_1 = \underbrace{\frac{12\times9}{15}}_{R_{ik}} + \underbrace{\frac{25.92-17.28}{15}}_{\frac{\bar{M}_{ik}+\bar{M}_{ki}}{h_r}}$$

$\Rightarrow H_1 = FES_{ik} = 7.78 \text{ ton}$ نیروی برشی گیرداری برای ستون AB $\Rightarrow Q_r = 7.78 \text{ ton}$

$$M_r = \frac{7.78\times10}{3} = 25.93 \text{ ton.m}$$

محاسبه‌ی ضرایب انتقال (ν_{ik})

$$\nu_{ik} = -\frac{3}{2}\times\frac{r_{ik}K_{ik}}{\sum_r r_{ik}^2 K_{ik}}$$

$$r_{ik} = \frac{h_o}{h_r} \rightarrow r_{AB} = \frac{10}{15} = 0.667 \quad , \quad r_{CD} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\nu_{AB} = \frac{-3}{2}\times\frac{0.667\times1}{(0.667^2\times1)+(1^2\times1.5)} = -0.514$$

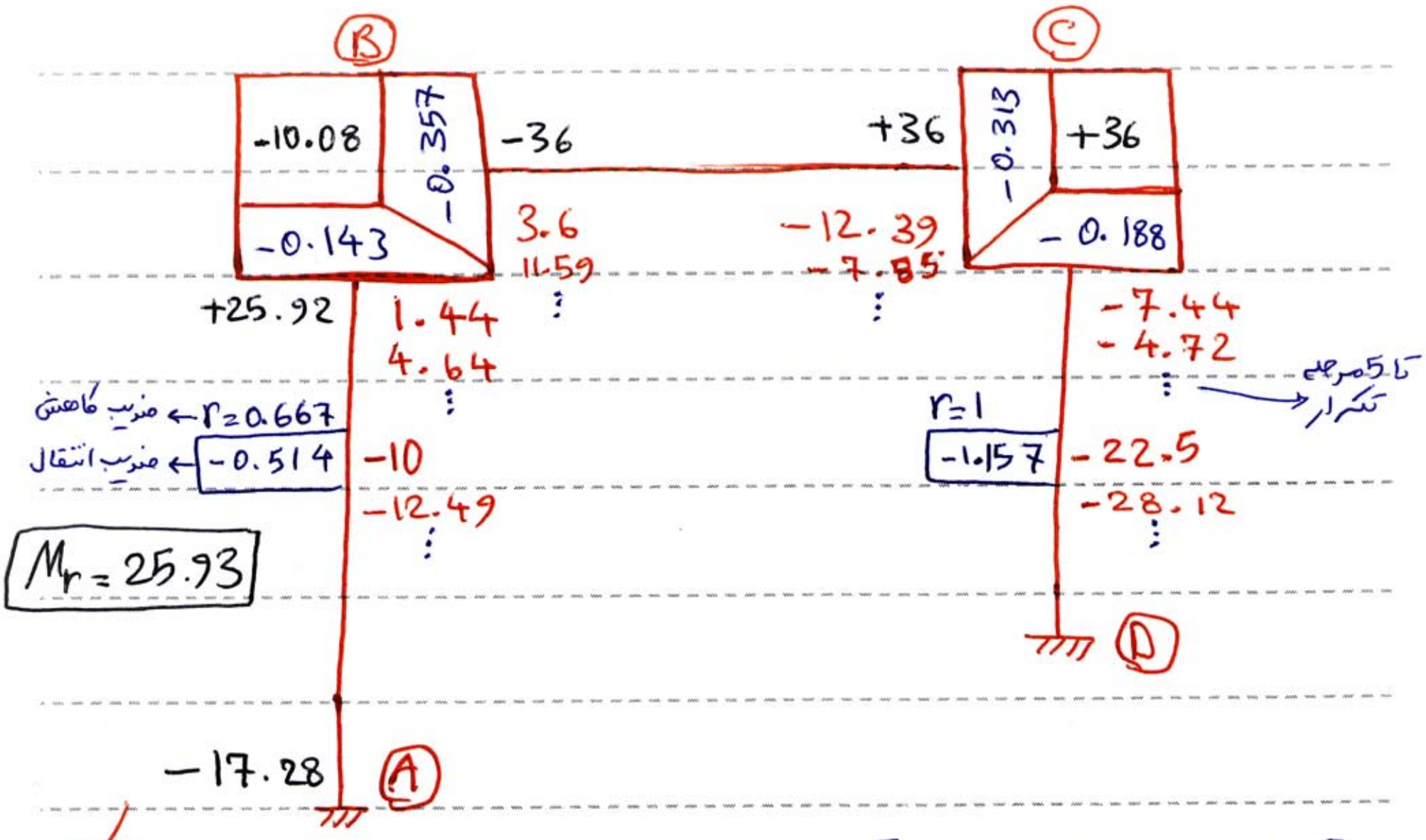
$$\nu_{CD} = \frac{-3}{2}\times\frac{1\times1.5}{(0.667^2\times1)+(1^2\times1.5)} = -1.157$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

Subject : تحلیل سازه ۲

Year : 90 Month. 9 Date. 17

ABADANOMRAN



محاسبه‌ی لنگر جزء دهانه (مرحله‌ی اول):

$$M'_{ik} = \mu_{ik}\left[\bar{M}_i + \sum_k (M'_{ki} + M''_{ik})\right]$$

گره B:

$$\begin{cases} M'_{BA} = -0.143[-10.08+0] = 1.44 \\ M'_{BC} = -0.357[-10.08+0] = 3.6 \end{cases}$$

گره C:

$$\begin{cases} M'_{CB} = -0.313[36+3.6+0] = -12.39 \\ M'_{CD} = -0.188[36+3.6+0] = -7.44 \end{cases}$$

محاسبه‌ی لنگر جزء انتقال در تکرار اول:

$$M''_{ik} = \nu_{ik}\left[\bar{M}_r + \sum_r r_{ik}(M'_{ik} + M'_{ki})\right]$$

$$M''_{AB} = -0.514\left[25.93 + 0.667(0+1.44) + 1(0-7.44)\right] =$$

$$M''_{CD} = -1.157\left[\ \text{〃}\ \right] = -22.5$$

تکرار دوم:

گره B:

$$\begin{cases} M'_{BA} = -0.143\left[-10.08 + (0+1.44) + (-10)\right] = 4.64 \\ M'_{BC} = -0.357[\ \text{〃}\ ] = 11.59 \end{cases}$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

$$M'_{CB} = -0.313\left[36 + (0 + 11.59) + (-22.5)\right] = -7.85$$

$$M'_{CD} = -0.188\left[\ //\ \right] = -4.72$$

محاسبه‌ی گشتاور انتقال در تکرار دوم

$$M''_{AB} = -0.514\left[25.93 + 0.667(0 + 4.64) + 1 \times (0 - 4.72)\right] = -12.49$$

$$M''_{CD} = -1.157\left[\ //\ \right] = -28.12$$

تکرار تا پنج مرحله:

1.44	3.6	-10	-12.39	-7.44	-22.5
4.64	11.59	-12.49	-7.85	-4.72	-28.12
4.35	10.86	-13.01	-5.87	-3.52	-29.2
4.14	10.34	-13.1	-5.34	-3.21	-29.48
4.08	10.18	-13.11	-5.23	-3.14	-29.52

محاسبه‌ی گشتاورهای انتهایی:

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki} + M''_{ik}$$

$$M_{AB} = -17.28 + 2\times 0 + 4.08 - 13.11 = -26.31 \text{ t.m}$$

$$M_{BA} = -17.28 + 2\times 4.08 + 0 - 13.11 = 20.97 \text{ t.m}$$

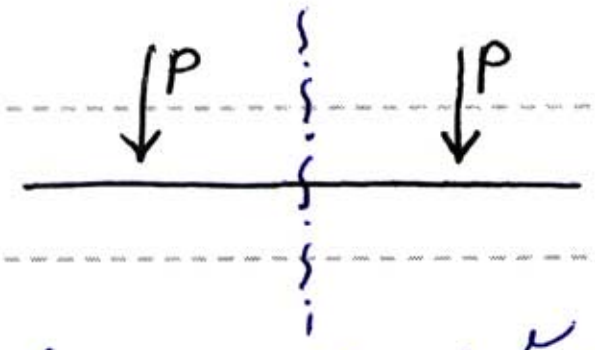
$$M_{BC} = -36 + 2\times 10.18 + (-5.23) + 0 = -20.87 \text{ t.m}$$

$$M_{CB} = +36 + 2\times(-5.23) + 10.18 + 0 = 35.72 \text{ t.m}$$

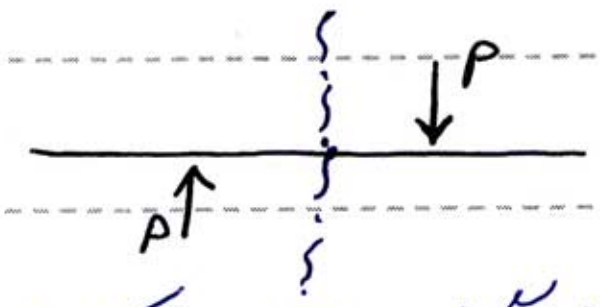
$$M_{CD} = 0 + 2\times(-3.14) + 0 + (-29.52) = -35.8 \text{ t.m}$$

$$M_{DC} = 0 + 2\times 0 + (-3.14) + (-29.52) = 32.66 \text{ t.m}$$

* تحلیل سازه های متقارن:



(بارگذاری متقارن مستقیم)



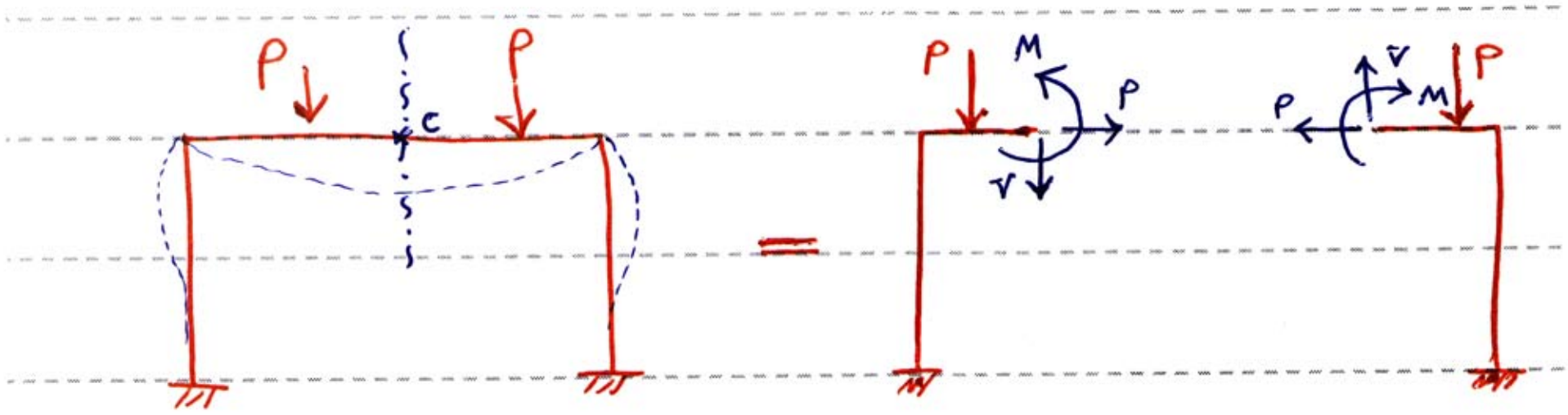
(بارگذاری متقارن معکوس)

Subject : تحلیل سازه ۲

Year : 90 Month. 9 Date. 17

ABADANOMRAN

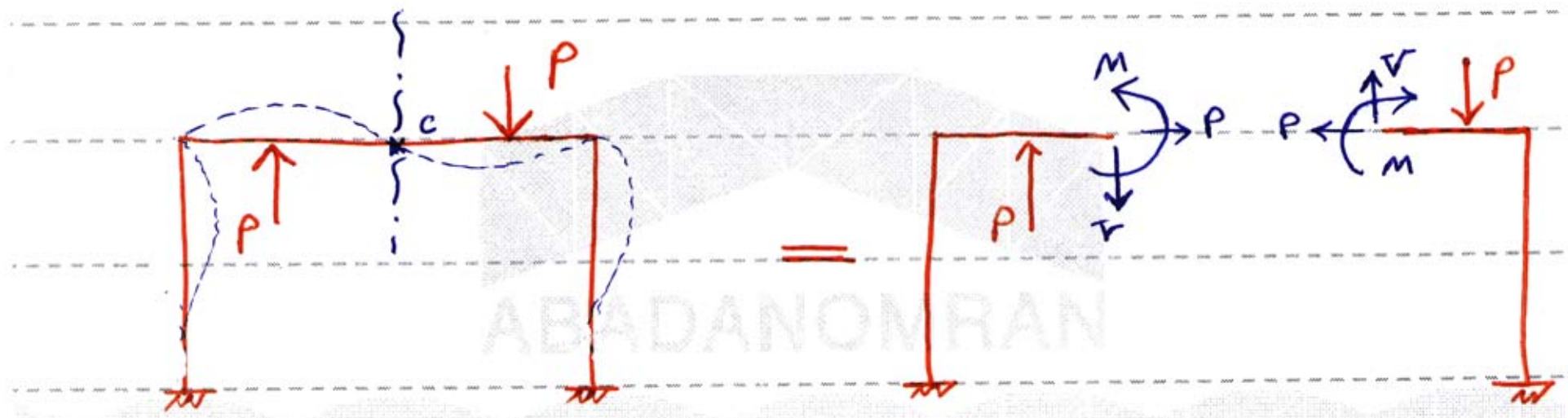
✓ شرایط ایستایی و هندسی در تقارن مستقیم :



چون برش ها در خلاف هم هستند فرض می کنیم $V_c = 0$ شرط ایستایی در تقارن مستقیم

$\theta_c = 0$ شرط هندسی در تقارن مستقیم

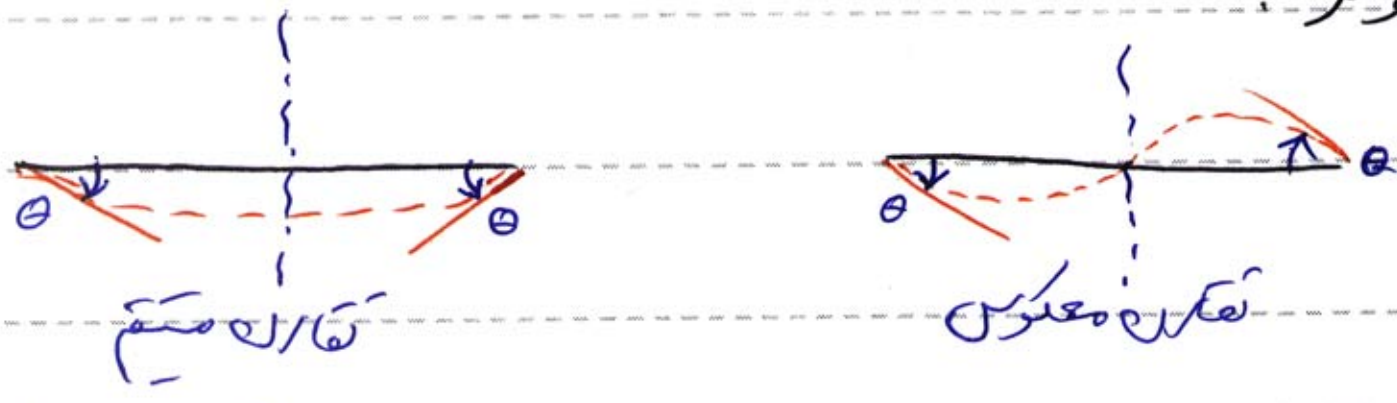
✓ شرایط ایستایی و هندسی در تقارن معکوس :



شرایط ایستایی در تقارن معکوس $P_c = 0$ ، $M_c = 0$

شرط هندسی در تقارن معکوس $\Delta_c = 0$

✓ سختی موثر :



WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

* سختی موثر لنگری است که هرگاه به انتهای عضو متقارن اعمال شود، دوانتهای عضو را به اندازه‌ی زاویه‌ی دوران واحد در جهت موافق یا مخالف یکدیگر (بسته به نوع تقارن) دوران دهد.

الف) سختی موثر برای تقارن مستقیم

$$K'^{e}_{ij} = K'_{ij}\,(1 - C_{ij})$$

مقدار ایزنی سازه‌های که ثابت است: $C = 0.5$

$$\rightarrow K'^{e}_{ij} = 0.5\ K'_{ij}$$

ب) سختی موثر برای تقارن معکوس

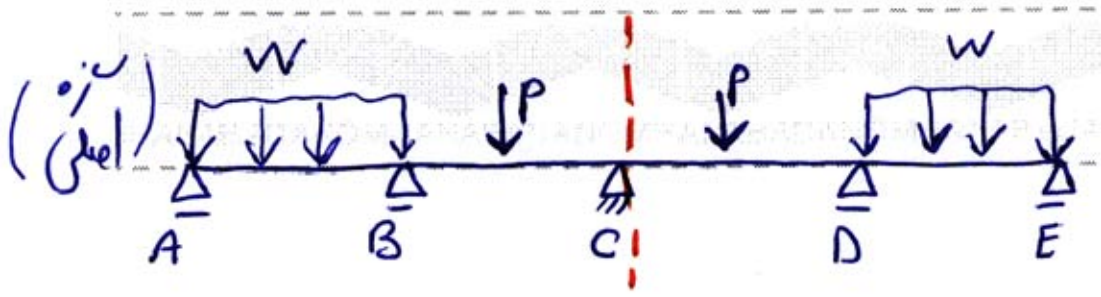
$$K'^{e}_{ij} = K'_{ij}\,(1 + C_{ij})$$

مقدار ایزنی ثابت: $C = 0.5$

$$\rightarrow K'^{e}_{ij} = \frac{3}{2}\ K'_{ij}$$

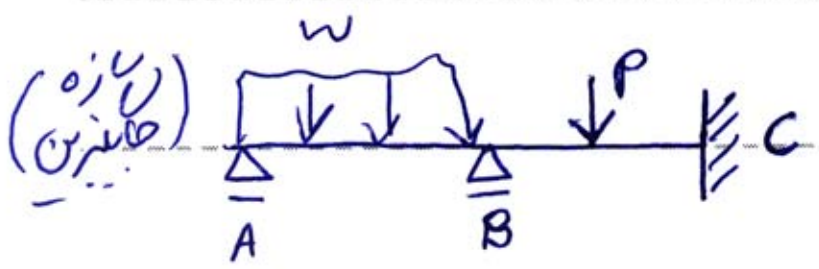
تقارن مستقیم:

① تیر با تعداد دهانه‌های زوج



(سازه اصلی)

θ_{cz0} شرط هندسی ⟵ تکیه‌گاه $\leq$ ⟵ گیردار

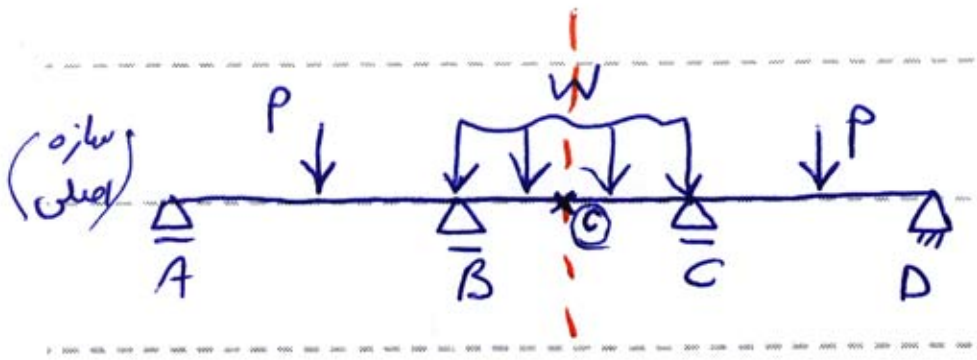


(سازه ایزنی)

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

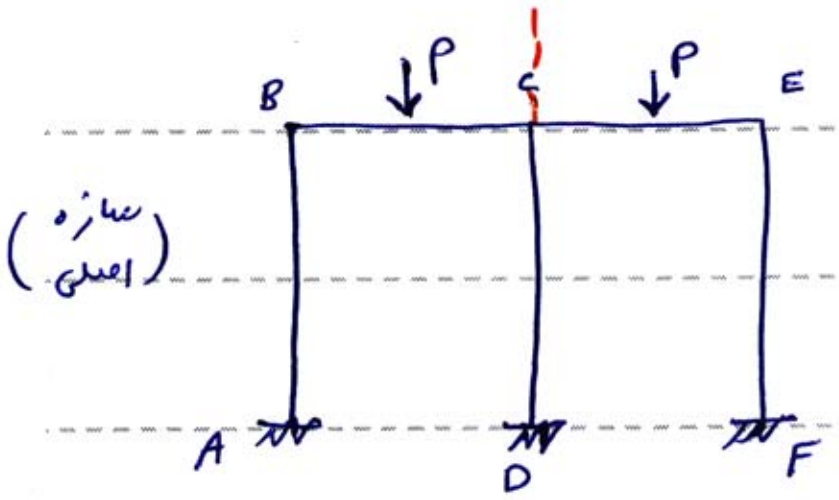
(۲) تیر با تعداد دهانه فرد:

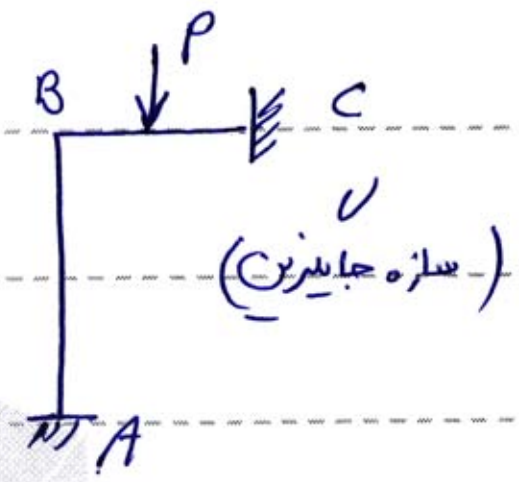


شرایط $\theta_C = 0$ ، $V_C = 0$

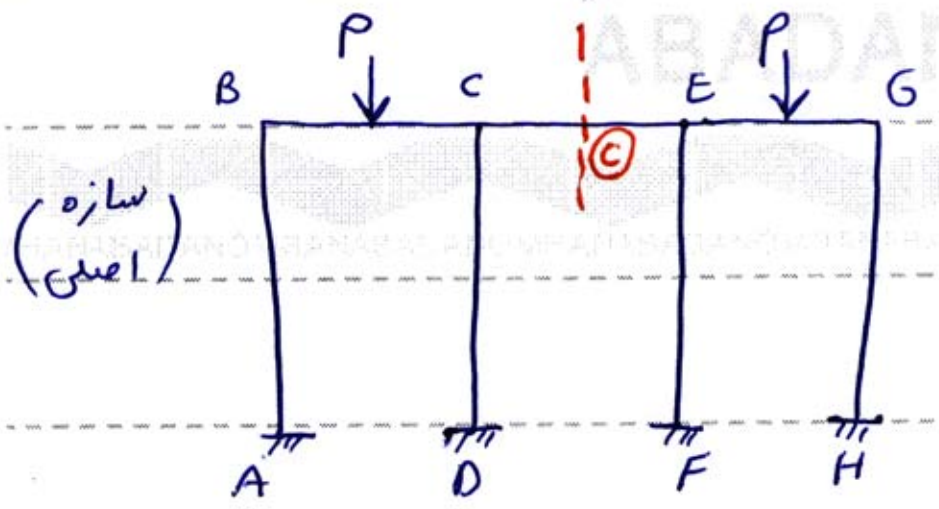
* لنگرهای تیرداری و سختی برای عضو جدا شده از سازه اصلی برابر می‌باشد.

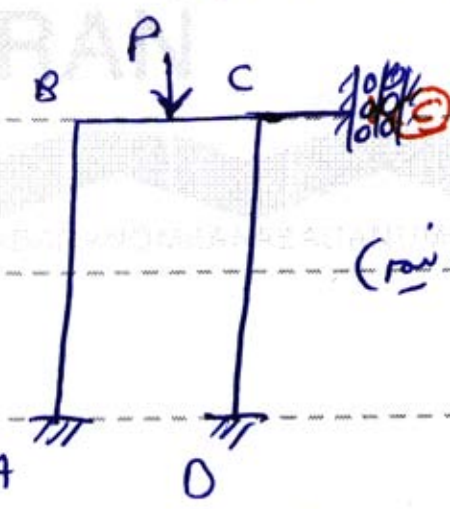
(۳) قاب با تعداد دهانه زوج:





(۴) قاب با تعداد دهانه فرد:



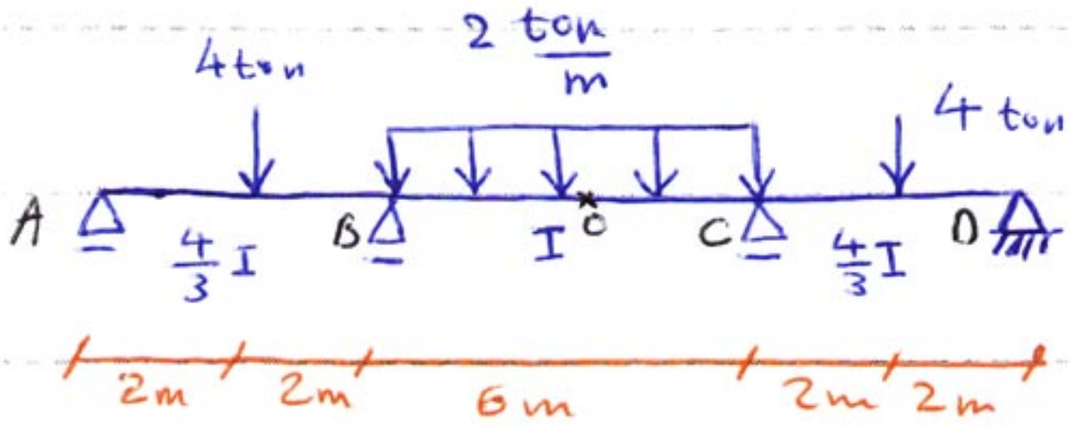


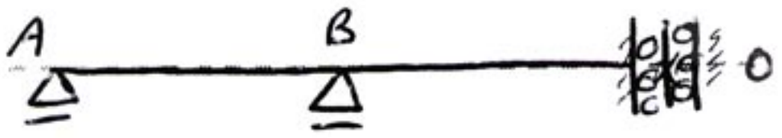
لنگرهای تیرداری و سختی برای عضو جدا شده از سازه اصلی برابر می‌باشد.

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

مثال: مطلوب است تحلیل تیر نشان داده شده در شکل زیر با استفاده از روش توزیع لنگر:





محاسبه سختی ها:

$$K_{AB} = \frac{\frac{4}{3}I}{4} = \frac{I}{3} \rightarrow K^{R}_{AB} = \frac{3}{4} K_{AB} = \frac{I}{4}$$

$$K_{BC} = \frac{I}{6} \rightarrow K^{e}_{BC} = \frac{1}{2} K_{BC} = \frac{I}{12}$$

محاسبه ضرایب توزیع:

$$D.F.\,BA = \frac{\frac{I}{4}}{\frac{I}{4} + \frac{I}{12}} = 0.75$$

$$D.F.\,Bc = 0.25$$

عضو AB:

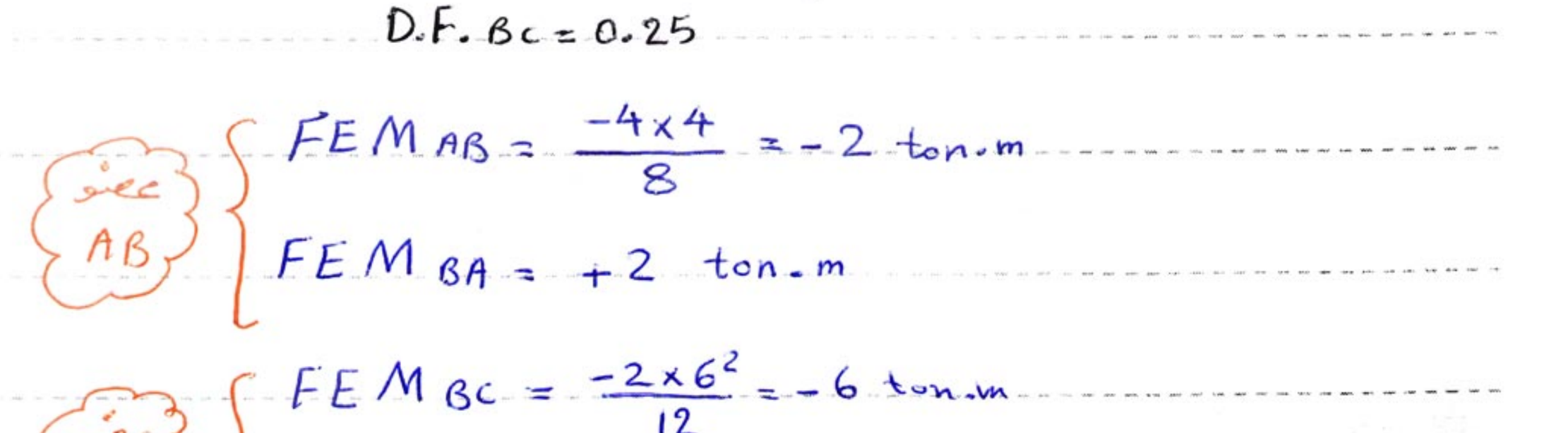
$$FEM_{AB} = \frac{-4 \times 4}{8} = -2 \text{ ton.m}$$

$$FEM_{BA} = +2 \text{ ton.m}$$

عضو BC:

$$FEM_{BC} = \frac{-2 \times 6^2}{12} = -6 \text{ ton.m}$$

$$FEM_{CB} = +6 \text{ ton.m}$$

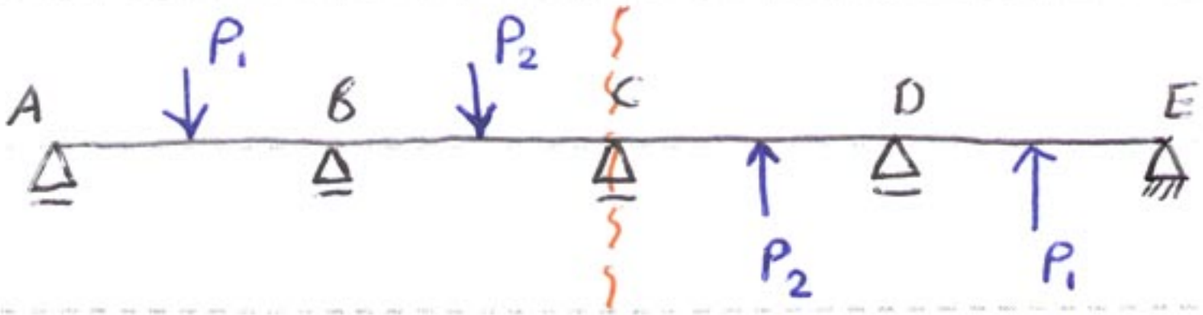


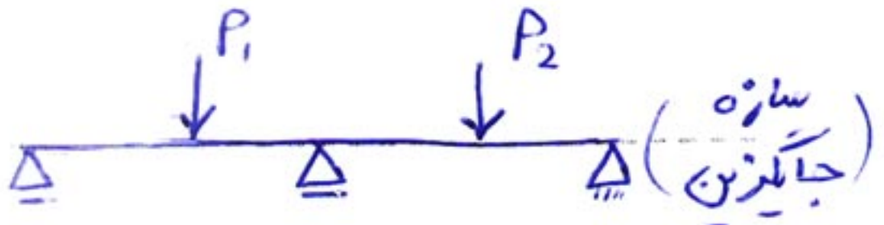
WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

* تمارین معکوس :

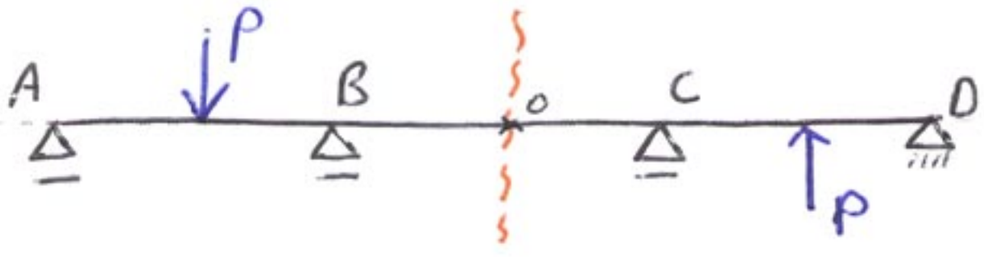
الف) تیر با تعداد دهانه‌ی زوج :

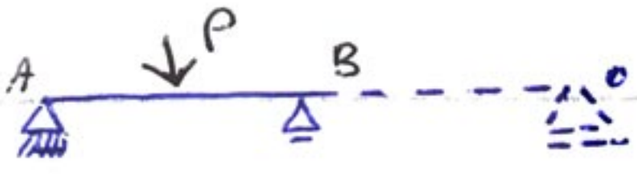




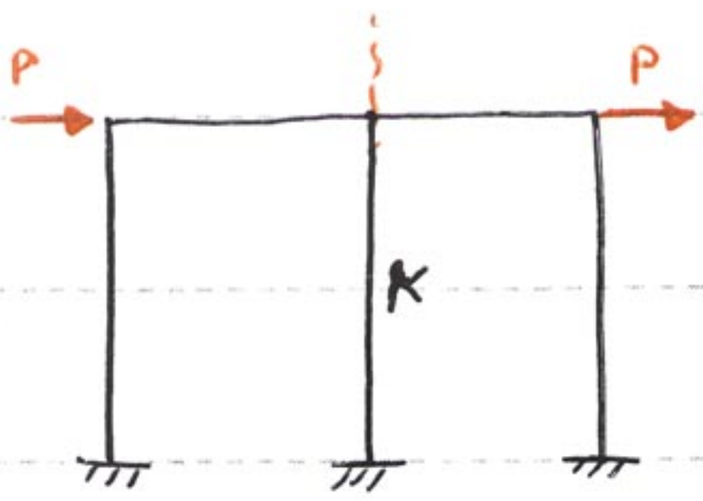
(سازه جایگزین)

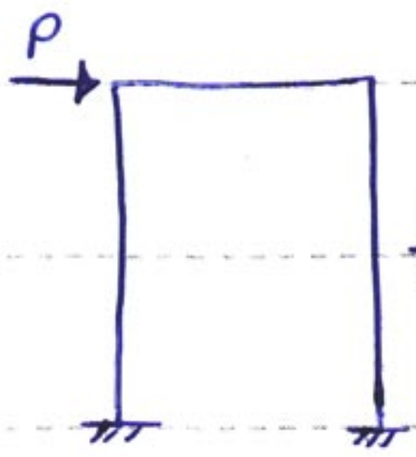
ب) تیر با تعداد دهانه‌ی فرد :



(سازه نمیه) 

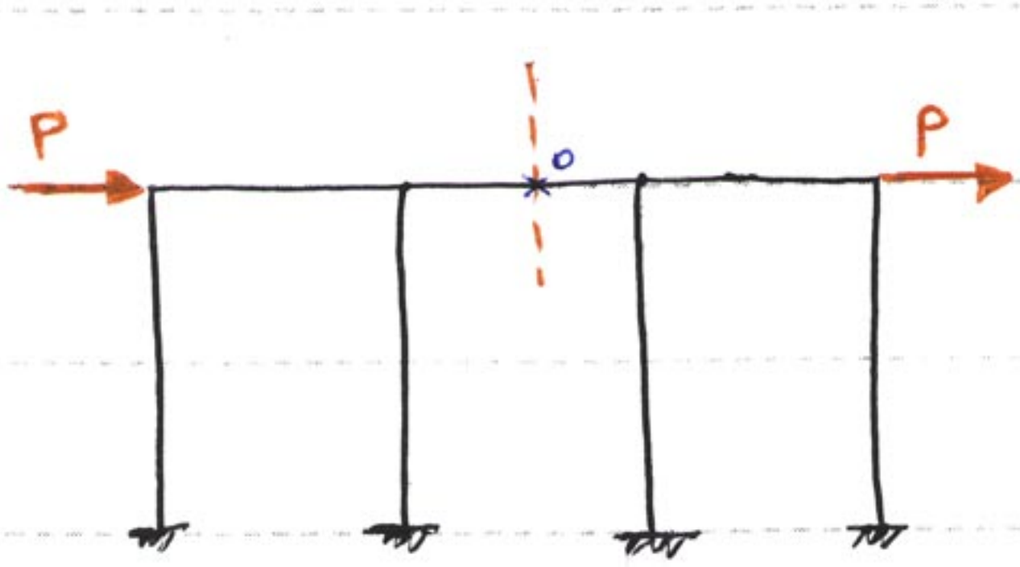
ج) قاب با تعداد دهانه‌ی زوج :

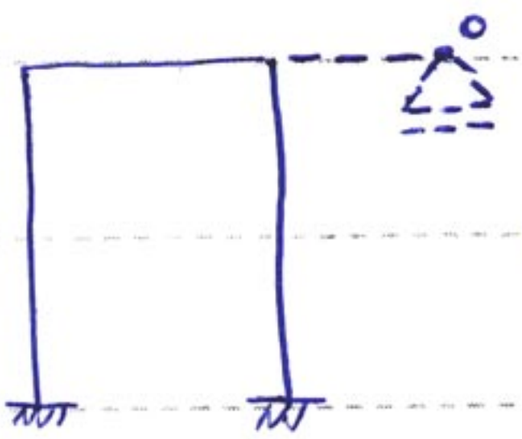




(سازه جایگزین)

د) قاب با تعداد دهانه‌ی فرد :



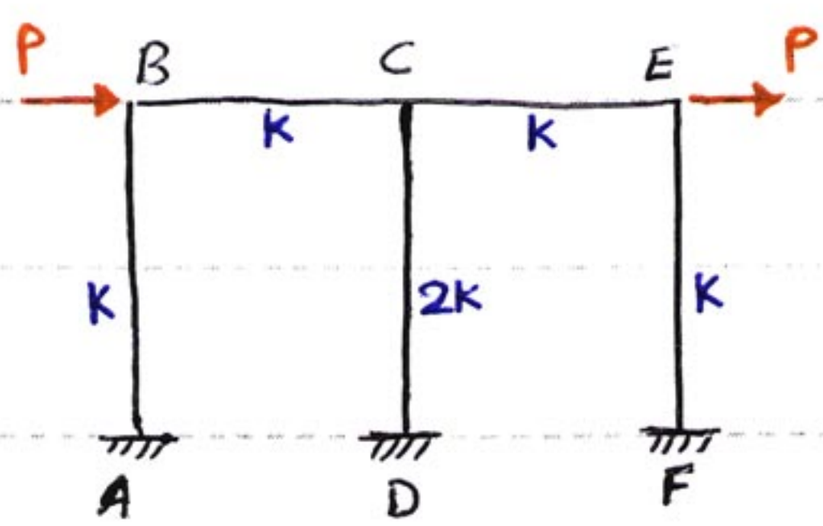


(سازه نمیه)

WWW.ABADANOMRAN.COM

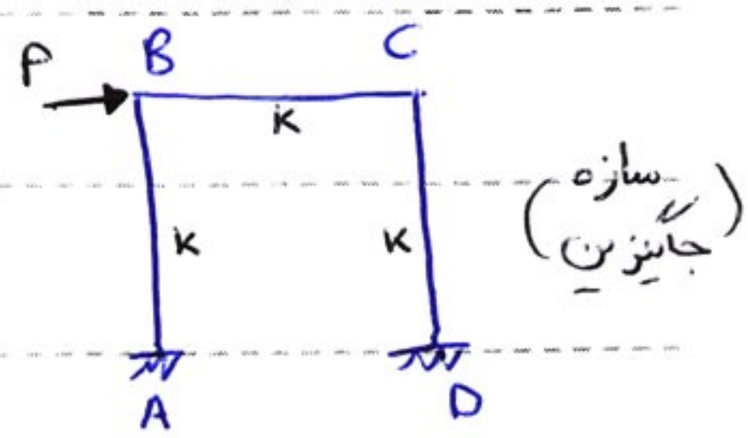
ABADANOMRAN

مثال مطلوب است تحلیل قاب نشان داده شده در شکل زیر با استفاده از روش توزیع لنگر؟



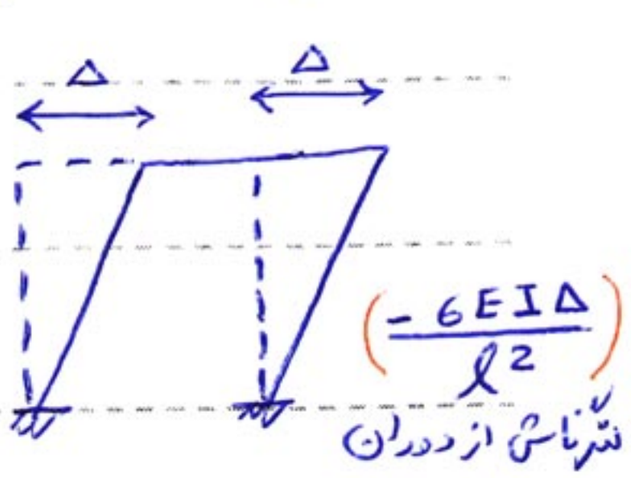
درجه آزادی سازه یک است

چون بار خارجی بین گره ها نیست لنگر خارجی نداریم



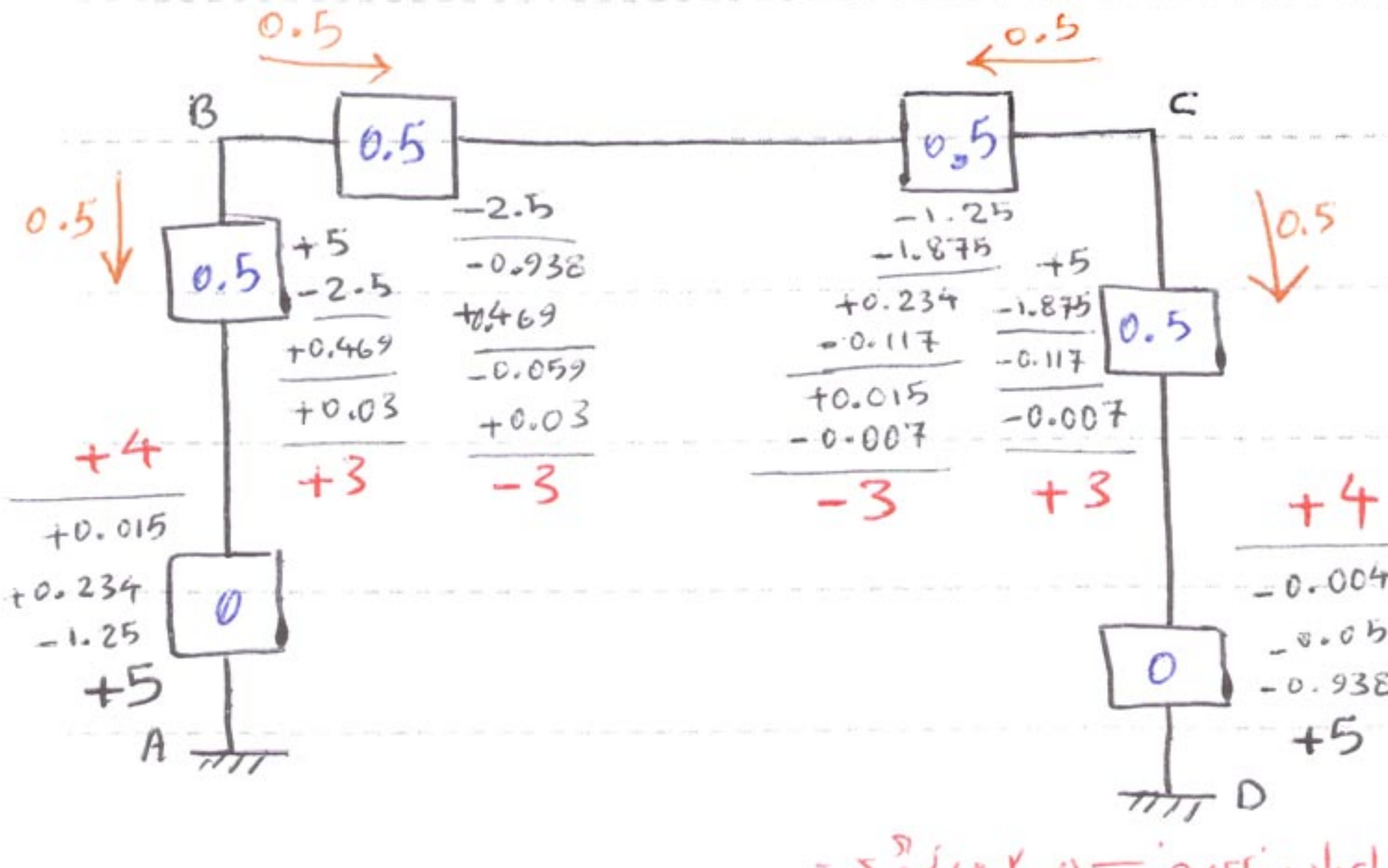
(سازه جابجایی)

* چون طول اعضا (ستون های AB و CD) با هم برابرست
* لنگرهای برداری ناشی از دوران با هم برابر می باشند



$\left(\frac{-6EI\Delta}{l^2}\right)$

لنگرهای ناشی از دوران



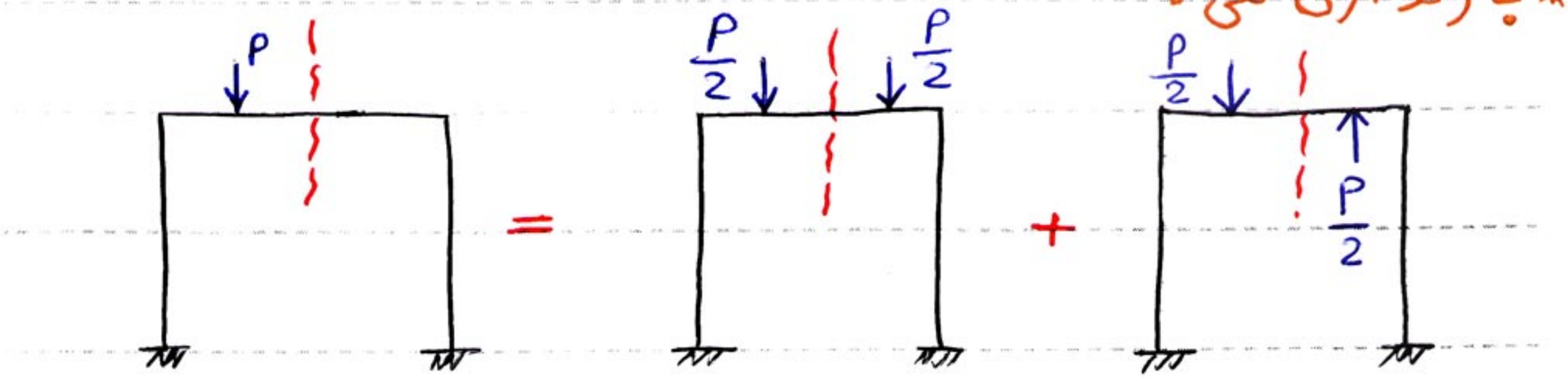
فرض می کنیم لنگرهای برداری +5 می باشند (فرضی)

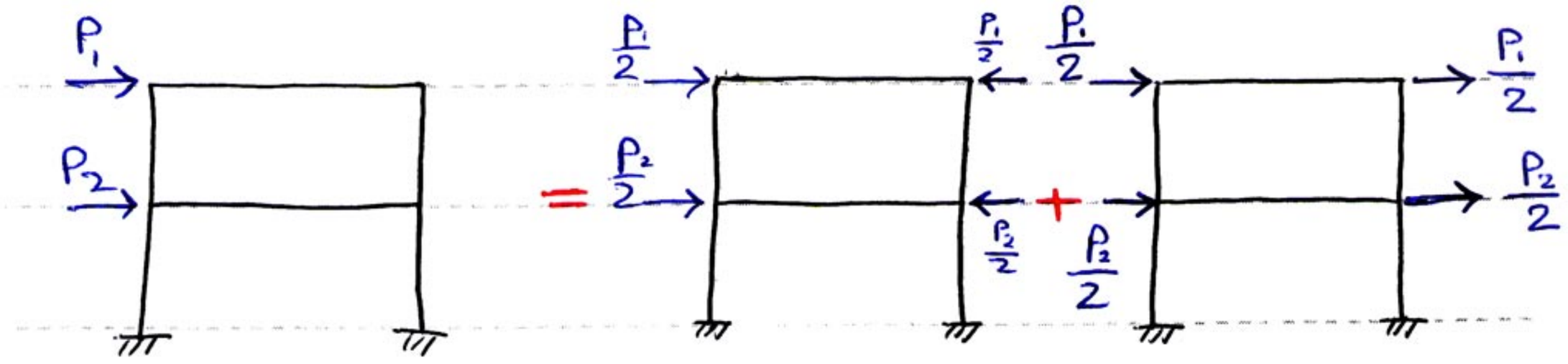
برای ستون وسط (CD) ← اعداد نهایی ضد در ۲ می شود.

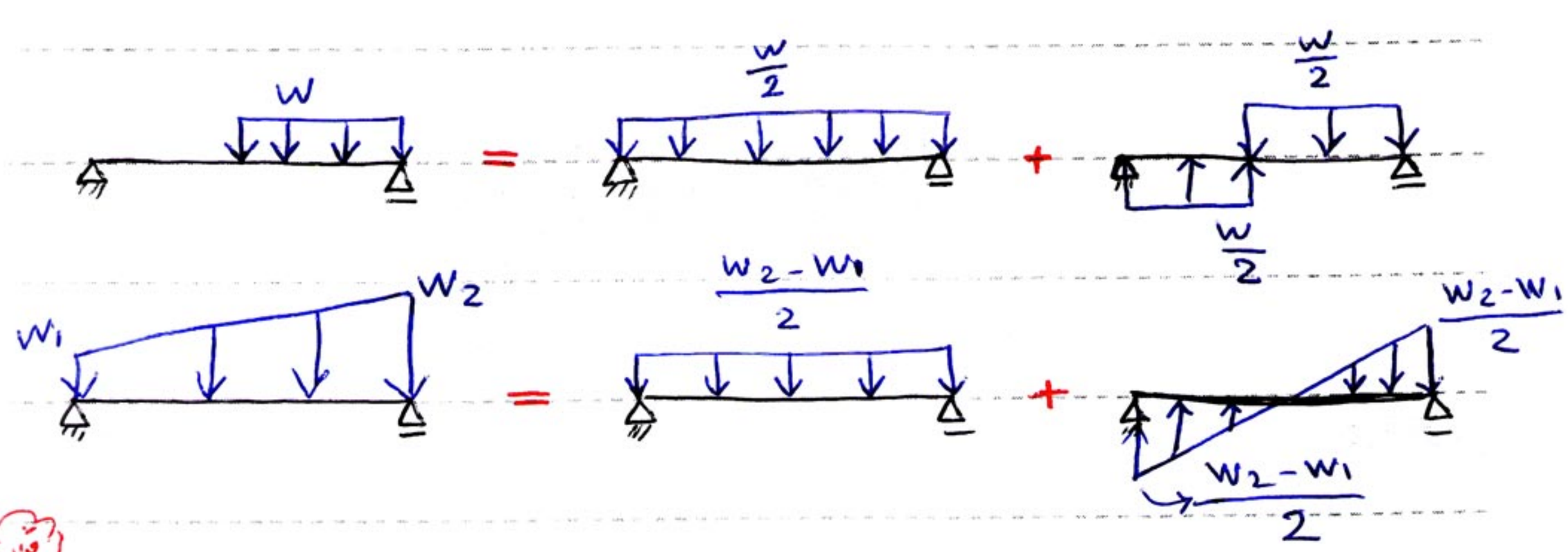
WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

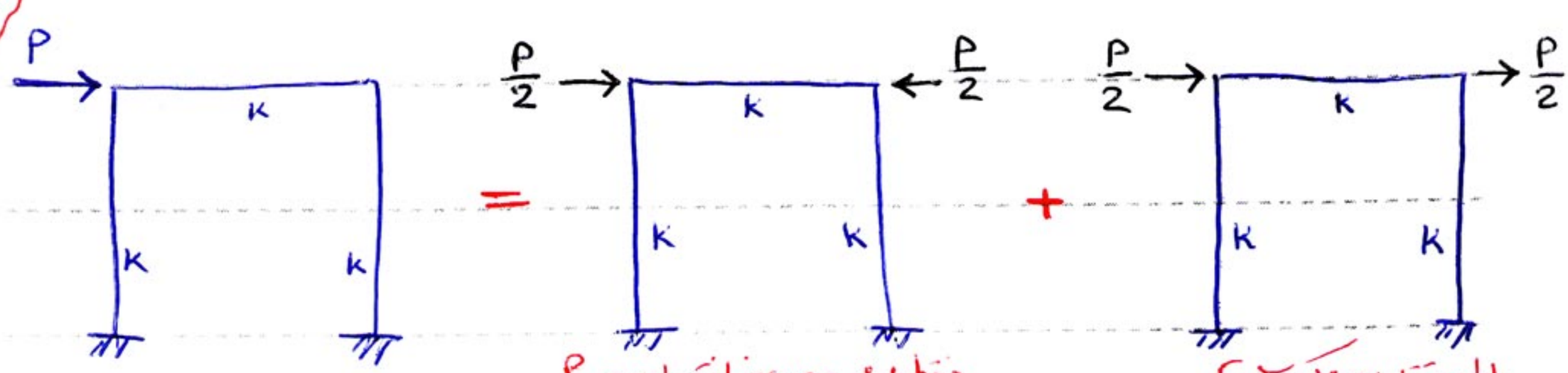
* بارگذاری کلی :



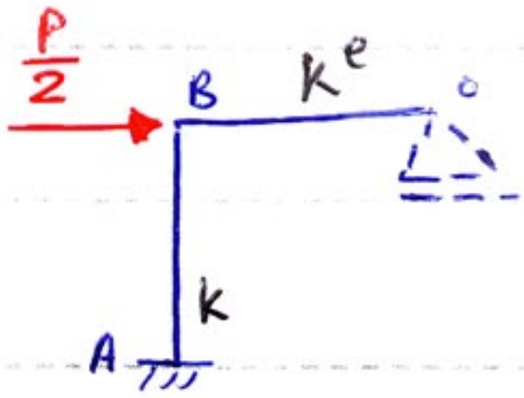




مثال حل



ABADANOMRAN

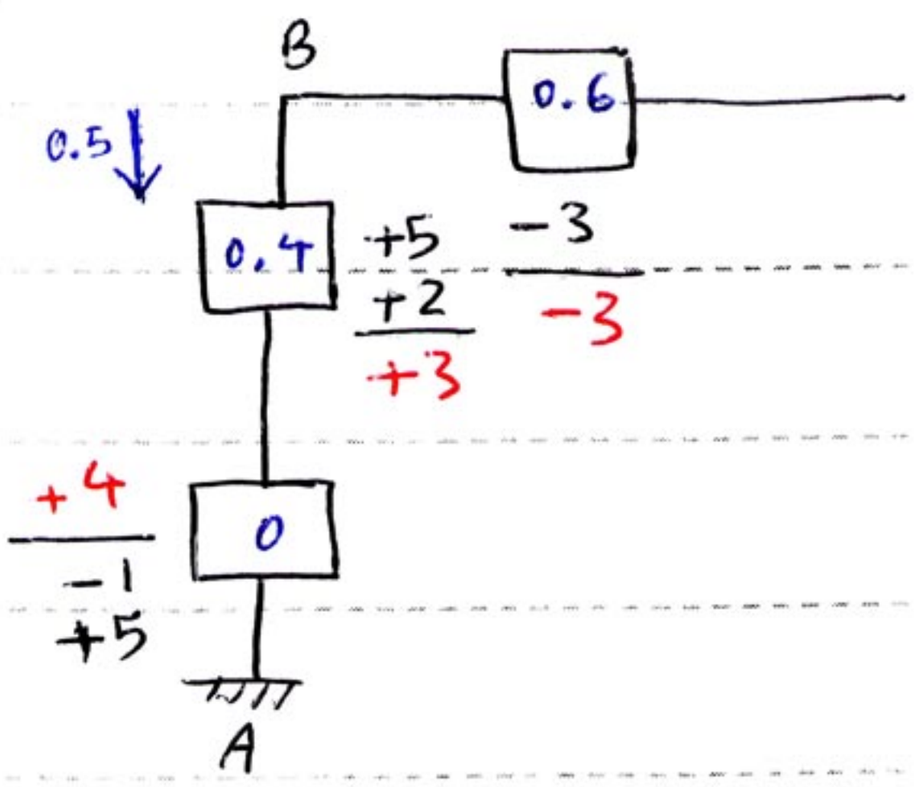


سختی موثر در مکان مفصل $K^e = \frac{3}{2}K$

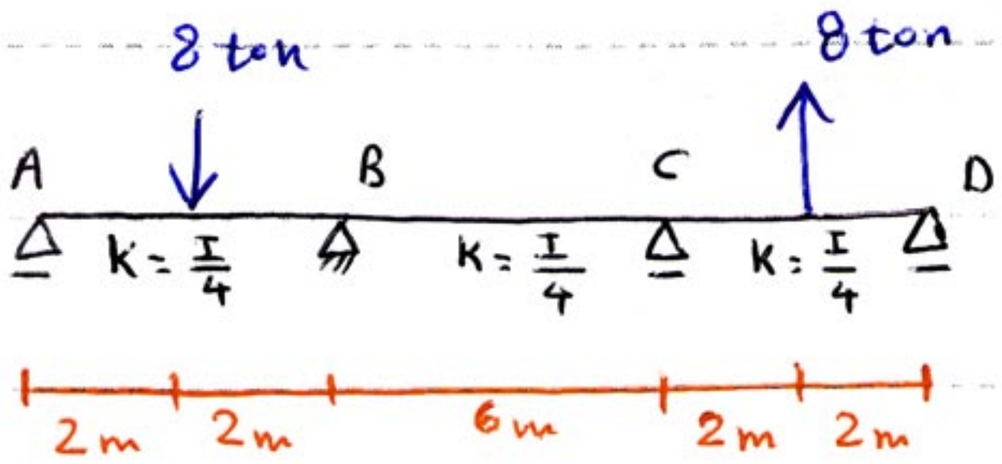
سازه نیمه

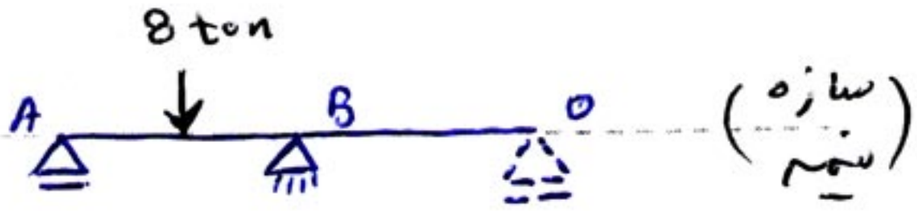
$$D.F._{BA} = \frac{K}{K+\frac{3}{2}K} = 0.4$$

$$D.F._{BC} = 0.4$$



مثال مطلوب است تحلیل سازه زیر با استفاده از روش کانی :





(سازه نیمه)

چون انتهای سازه (A) مفصلی است از سختی کاهش یافته استفاده می کنیم

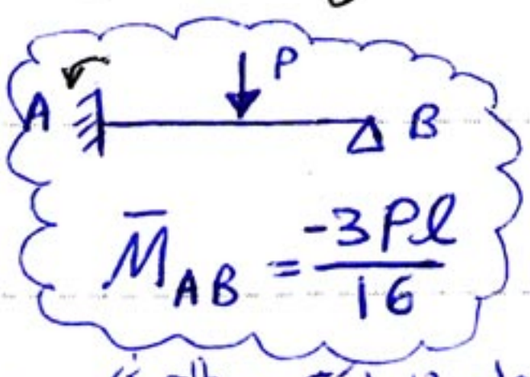
$$K^R_{AB} = \frac{3}{4} \times K_{AB} = \frac{3I}{16} \quad , \quad K^e_{BC} = \frac{3}{2} K_{BC} = \frac{3I}{8}$$

محاسبه ضرایب توزیع (μ_{ik}) :

$$\mu_{BA} = -\frac{i}{2} \times \frac{\frac{3I}{16}}{\frac{3I}{16}+\frac{3I}{8}} = -\frac{1}{6}$$

$$\mu_{BC} = -\frac{i}{3}$$

محاسبه لنگرهای گیردار ($\bar{M}_{ik}$) :



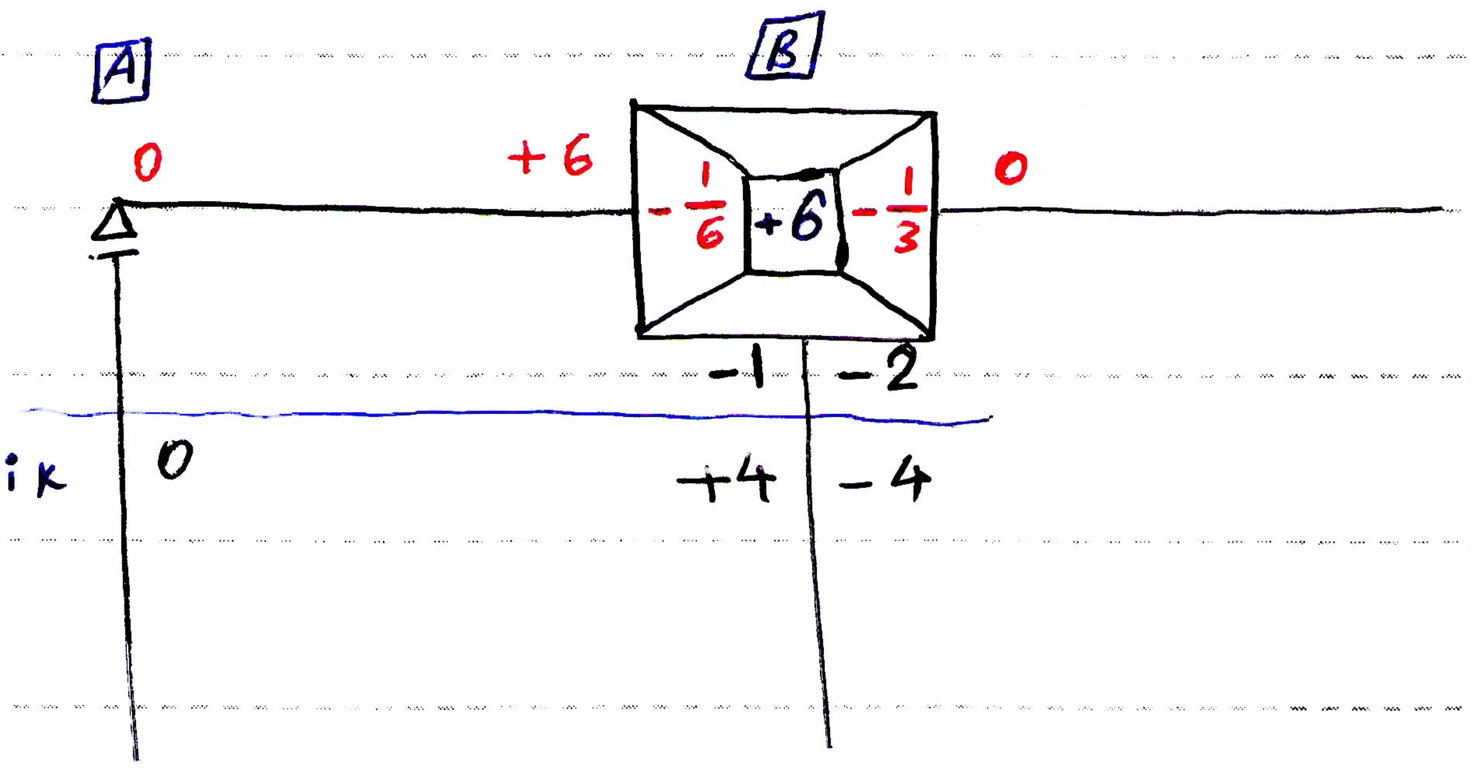
جدول ۱۲-۱ کتاب طاحونی

$$\bar{M}_{AB} = 0$$

$$M_{BA} = \frac{3 \times 8 \times 4}{16} = +16 \text{ ton.m}$$

+ شد چون عکس شکل حقایل است

WWW.ABADANOMRAN.COM



M_{iK}	0	+4	-4

محاسبه‌ی لنگرهای جزء دوران (M'_{iK}):

$$M'_{iK} = M_{iK}\left[\bar{M}_i + \sum_K M'_{Ki}\right]$$

$$M'_{BA} = -\frac{1}{6}[+6+0] = -1 \text{ ton.m}$$

$$M'_{BC} = -\frac{1}{3}[\ 〃\ ] = -2 \text{ ton.m}$$

محاسبه لنگرهای انتهایی (M_{iK}):

$$M_{iK} = \bar{M}_{iK} + 2M'_{iK} + M'_{Ki}$$

$M_{AB} = 0$ ← تکیه‌گاه مفصلی انتهای تیر صفر یا ضمنی

$$M_{BA} = +6 + 2(-1) + 0 = +4 \text{ ton.m}$$

$$M_{BC} = 0 + 2\times(-2) + 0 = -4 \text{ ton.m}$$

Subject : تحلیل سازه ۲

Year : 90 Month. 7 Date. 14

ABADANOMRAN

مراجع :
- تحلیل سازه ها - طاحونی و اخوان لیل آبادی *
- تحلیل سازه های دو - رضایی پیرند و مؤیدیان
- تحلیل سازه ها (جلد دوم) عادل

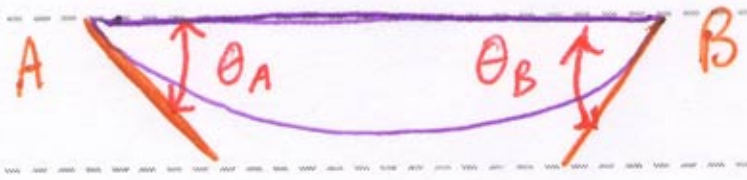
سرفصل ها =
- روش شیب افت
- روش توزیع لنگر
- روش کانی
- تحلیل سازه های متقارن

«روش شیب - افت»

$M = f(\theta, \Delta)$ —با استفاده از رابطه ی تعادل در گره ها→ θ و Δ محاسبه می شوند → لنگرهای انتهایی (M) محاسبه می شوند

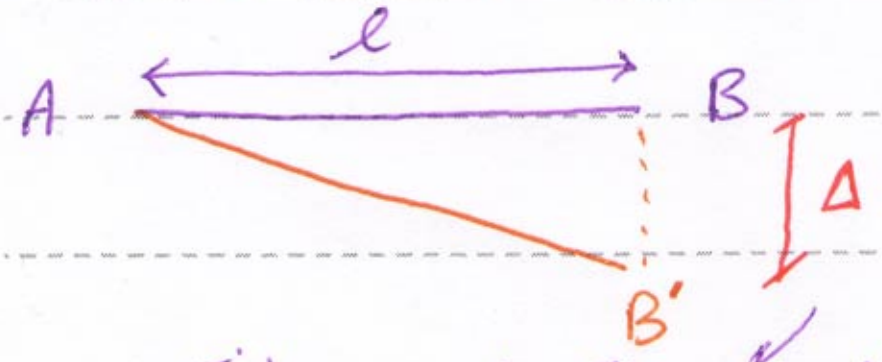
* مطابق روش شیب - افت لنگرهای انتهایی تحت تاثیر چهار عامل هستند:

۱ و ۲- دوران خطوط مماس بر محنی الاستیک در ابتدا و انتهای عضو نسبت به موقعیت اولیه (θ_A و θ_B)



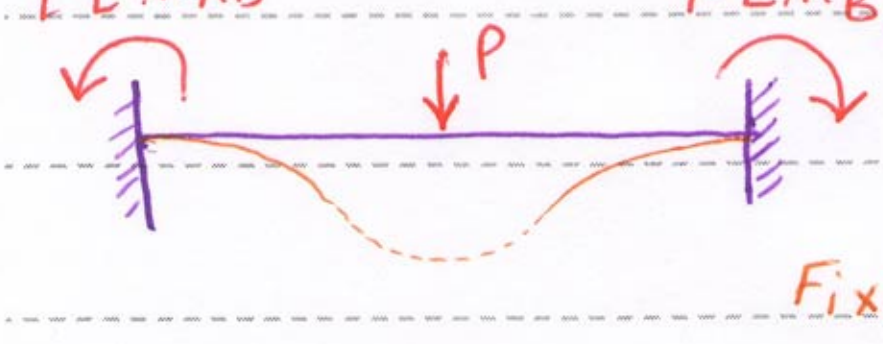
۳- دوران محور عضو (ψ_{AB}):

WWW.ABADANOMRAN.COM



$\Psi_{AB} = \frac{\Delta}{\ell}$ ← Ψ های α

۴- نیروهای خارجی موثر برعضو که باعث ایجاد لنگرهای گیرداری در دو انتهای عضو می شوند.



لنگرهای گیرداری (F E M)

Fixed End Moment

M_{AB} ← محل اعمال لنگر

FEM_{AB}

جهت برای تمام لنگرها در جهت عقربه های ساعت مثبت است و پاد ساعتگرد منفی است.

* روابط شیب-افت در سال 1915 توسط G.A. Maney :

$$\begin{cases} M_{AB} = 2EK(2\theta_A + \theta_B - 3\Psi_{AB}) + FEM_{AB} \\ M_{BA} = 2EK(2\theta_B + \theta_A - 3\Psi_{BA}) + FEM_{BA} \end{cases}$$

مقدار اینرسی

ضریب سختی $= K = \frac{I}{\ell}$ $\qquad \Psi_{AB} = \Psi_{BA}$

طول عضو

جدول کامل لنگرهای گیرداری FEM از کتاب صفحه 455

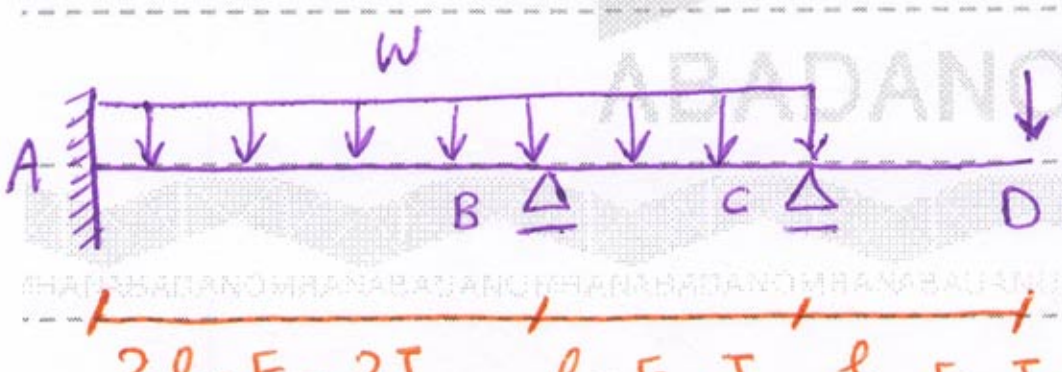
Subject : تحلیل سازه ۲

Year : 90 Month. 7 Date. 14

ABADANOMRAN

FEM_{ij}	FEM_{ij} FEM_{ji}	FEM_{ji}
$-\frac{Pl}{8}$	P, $\frac{l}{2}$, $\frac{l}{2}$	$\frac{Pl}{8}$
$\frac{-Pab^2}{l^2}$	P, a, b	$\frac{Pa^2b}{l^2}$
$\frac{-wl^2}{12}$	w, l	$\frac{wl^2}{12}$

مثال در سیستم شکل زیر واکنش تکیه‌گاه B را بدست آورده و نمودار لنگر را رسم کنید:



محاسبه‌ی ضریب سختی: $K_{AB} = \frac{2I}{2l} = \frac{I}{l}$ $K_{BC} = \frac{I}{l}$:دهانه آزاد

نشست تکیه‌گاهی نداریم $\Rightarrow \psi_{AB} = \psi_{BC} = 0$

محاسبه‌ی لنگرهای گیرداری (FEM):

$$AB\begin{cases} FEM_{AB} = -\frac{w(2l)^2}{12} = -\frac{wl^2}{3} \\ FEM_{BA} = \frac{w(l)^2}{3} \end{cases}$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

$BC \Rightarrow \begin{cases} FEM_{BC} = -\frac{wl^2}{12} \\ FEM_{CB} = \frac{wl^2}{12} \end{cases}$

نوشتن روابط شیب افت $\Rightarrow M_{AB} = 2EK(2\theta_A + \theta_B - 3\psi_{AB}) + FEM_{AB}$

$\Rightarrow \underline{M_{AB}} = 2E\frac{I}{l}(\theta_B) - \frac{wl^2}{3} = \frac{2EI\theta_B}{l} - \frac{wl^2}{3}$

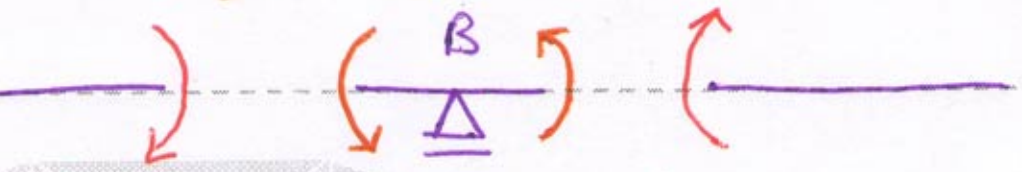
$\underline{M_{BA}} = 2E\frac{I}{l}(2\theta_B) + \frac{wl^2}{3} = \frac{4EI\theta_B}{l} + \frac{wl^2}{3}$

$\underline{M_{BC}} = 2E\frac{I}{l}(2\theta_B + \theta_C) - \frac{wl^2}{12} = \frac{4EI\theta_B}{l} + \frac{2EI\theta_C}{l} - \frac{wl^2}{12}$

$\underline{M_{CB}} = 2E\frac{I}{l}(2\theta_C + \theta_B) + \frac{wl^2}{12} = \frac{2EI\theta_B}{l} + \frac{4EI\theta_C}{l} + \frac{wl^2}{12}$

روابط تعادل در گره ها $\Rightarrow$ برعکس عضوها گیردار فرض می‌کنیم و در گره برعکس می‌کنیم

فرض $\Rightarrow$

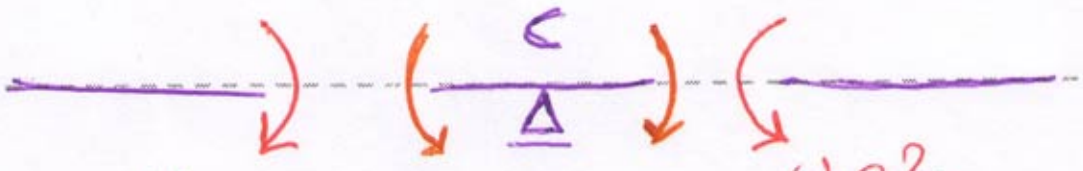


M_{BA} M_{BC}

$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$

$\Rightarrow \frac{4EI\theta_B}{l} + \frac{wl^2}{3} + \frac{4EI\theta_B}{l} + \frac{2EI\theta_C}{l} + -\frac{wl^2}{12} = 0$

$\Rightarrow \frac{8EI\theta_B}{l} + \frac{2EI\theta_C}{l} + \frac{wl^2}{4} = 0$ *



M_{CB} $\frac{wl^2}{2}$

نکته: چون انتهای آزاد است و مقدار گشتاور آن $\frac{wl}{2} \times \frac{l}{2}$ است باید جهت و مقدار M_{CD} در جهت مخالف و مقدار آن برابر باشد تا خنثی کند:

$\sum M_C = 0 \rightarrow M_{CB} - M_{CD} = 0$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

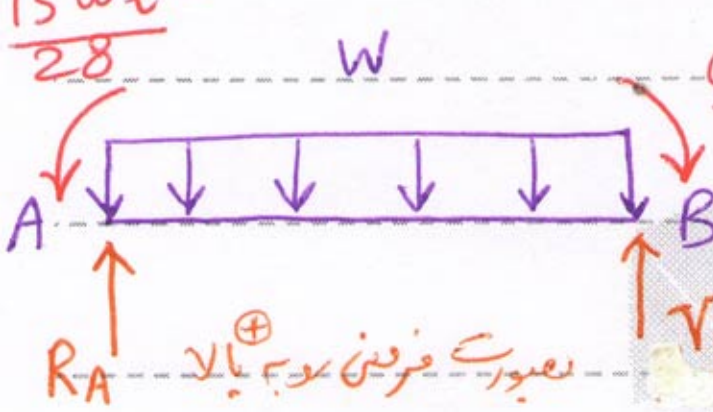
$$\Rightarrow \frac{2EI\theta_B}{\ell} + \frac{4EI\theta_C}{\ell} - \frac{5w\ell^2}{12} = 0 \quad **$$

$$** \Rightarrow \theta_B = -\frac{11w\ell^3}{168EI}, \quad \theta_C = \frac{23w\ell^3}{168EI}$$

θ_C و θ_B را در روابط شیب - افت قرار می دهیم $\Rightarrow$

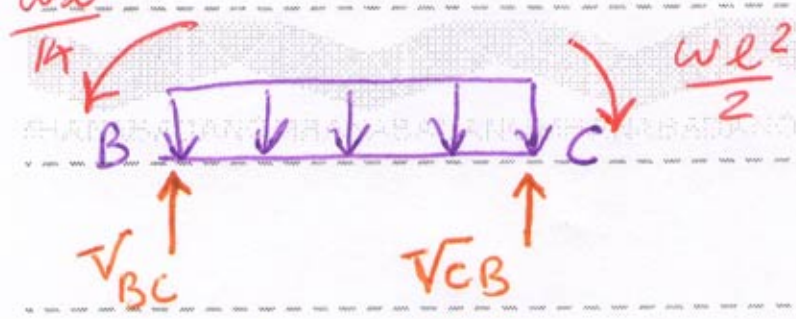
$$\begin{cases} M_{AB} = -\frac{13w\ell^2}{28} \\ M_{BA} = \frac{w\ell^2}{14} \\ M_{BC} = \frac{-w\ell^2}{14} \\ M_{CB} = \frac{w\ell^2}{2} \end{cases}$$

✓ محاسبه ی نیروهای برشی :



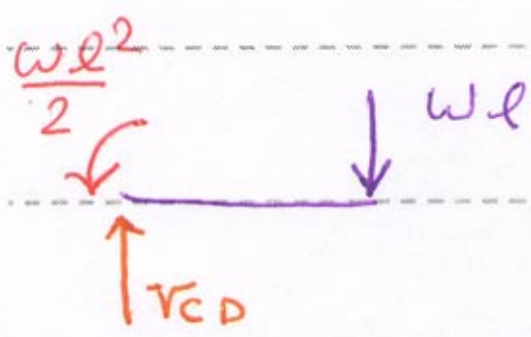
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A = 1.196\,w\ell$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BA} = 0.804\,w\ell$$



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow V_{BC} = 0.071\,w\ell$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_{CB} = 0.929\,w\ell$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{CD} = w\ell$$

$$\boxed{R_A = 1.196\,w\ell}$$

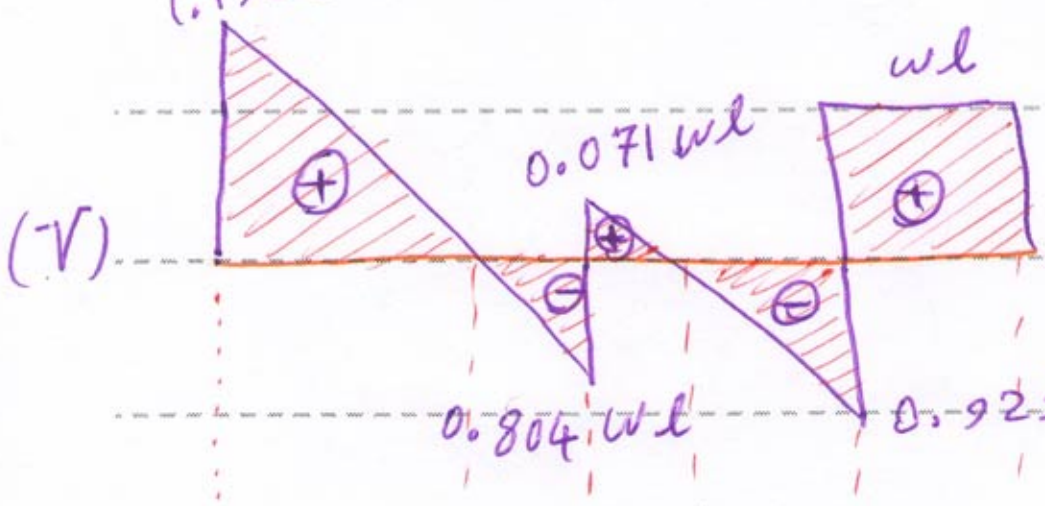
✓ محاسبه ی عکس العمل ها :

WWW.ABADANOMRAN.COM

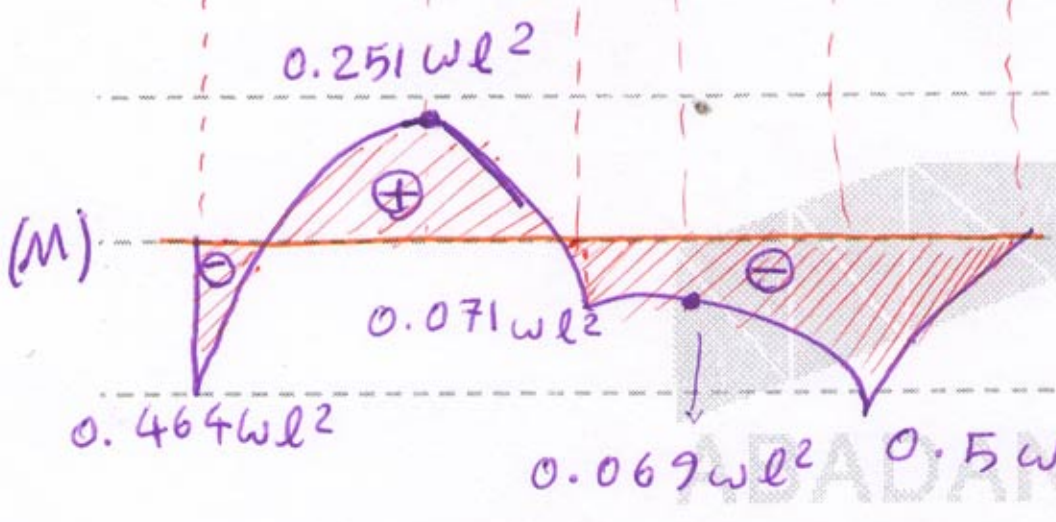
$R_B = V_{BA} + V_{BC} \Rightarrow \boxed{R_B = 0.875\,wl}$

$R_C = V_{CB} + V_{CD} \Rightarrow \boxed{R_C = 1.929\,wl}$

رسم دیاگرام ها: ✓

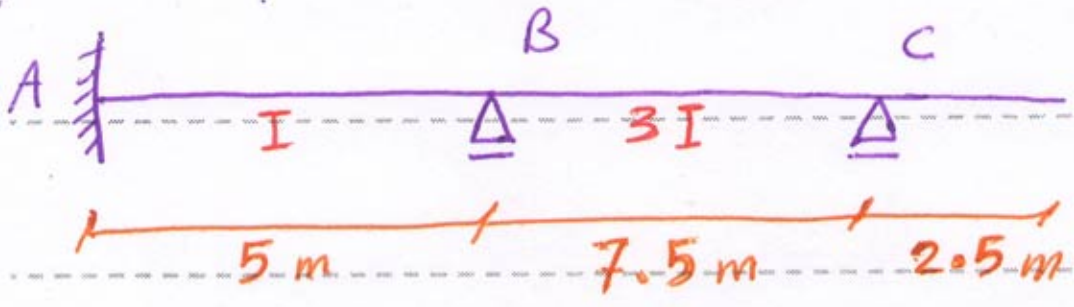


دیاگرام برش



دیاگرام خمش

مثال در تیر شکل زیر نگرهای تکیه گاهی را برای شیب ها و دهانه تکیه گاهی داده شده بدست آورید؟



$E = 2 \times 10^3 \ T/cm^2$

$I = 4 \times 10^4 \ cm^4$

$\Delta_A = 0.005\ m\ (\downarrow)$

$\Delta_B = 0.02\ m\ (\downarrow)$

$\Delta_C = 0.005\ m\ (\downarrow)$

$\theta_a = 0.001\ rad\ (\curvearrowright)$

WWW.ABADANOMRAN.COM

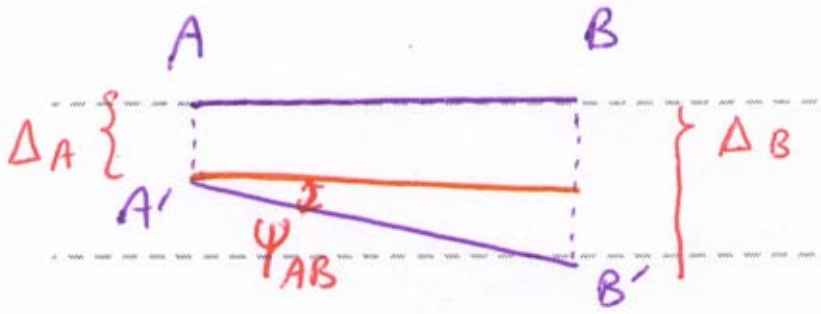
ABADANOMRAN

✓ محاسبه‌ی ضرایب سختی:

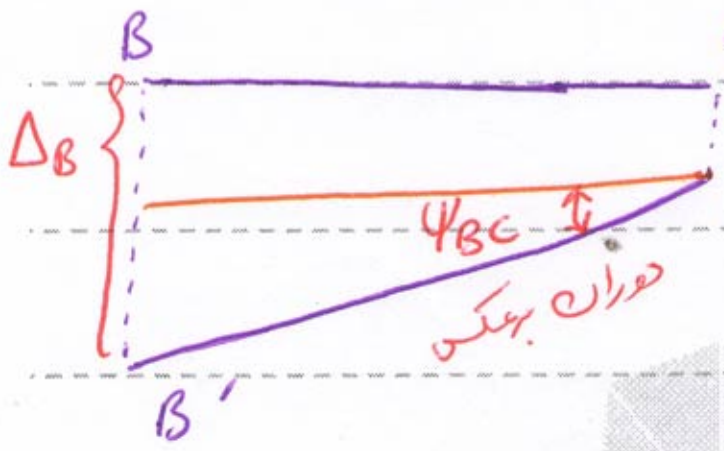
$$K_{AB} = \frac{I}{5} = K \quad , \quad K_{BC} = \frac{3I}{7.5} = \frac{I}{2.5} = 2K$$

تکیه‌گاه گیرداری هستند، نیروهای خارجی نداریم ⇒ (FEM)

✓ محاسبه‌ی دوران اعضا: (ψ)



$$\psi_{AB} = \frac{\Delta_B - \Delta_A}{\ell_{AB}} = \frac{0.02 - 0.005}{5} = 0.003 \ (rad)$$



$$\psi_{BC} = -\left(\frac{+\Delta_B - \Delta_C}{\quad}\right)$$

$$\Rightarrow \psi_{BC} = -\frac{0.02 - 0.005}{7.5} = -0.002 \ rad$$

✓ روابط شیب‌افت:

$$M_{AB} = 2EK(2 \times 0.001 + \theta_B - 3 \times 0.003) = 2EK\theta_B - 0.014EK$$

$$M_{BA} = 2EK(2\theta_B + 0.001 - 3 \times 0.003) = 4EK\theta_B - 0.016EK$$

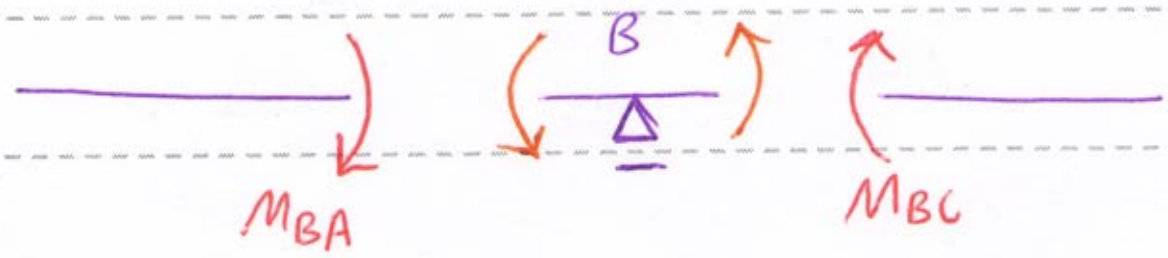
$$M_{BC} = 2E(2K)\left(2\theta_B + \theta_C \overset{\psi}{+} 3 \times 0.002\right) = 8EK\theta_B + 4EK\theta_C + 0.024\,EK$$

$$M_{CB} = 2E(2K)(2\theta_C + \theta_B + 3 \times 0.002) = 4EK\theta_C + 8EK\theta_C + 0.024EK$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

روابط تعادل :



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow 12EK\theta_B + 4EK\theta_C + 0.08EK = 0 \quad *$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CB} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4EK\theta_B + 8EK\theta_C + 0.024EK = 0 \quad **$$

$$** \Rightarrow \begin{cases} \theta_B = 0.0004 \ (rad) \\ \theta_C = -0.0032 \ (rad) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_{AB} = -0.0132EK \longrightarrow = -21.12 \ T.m \\ M_{BA} = -0.0144EK \longrightarrow = -23.04 \ T.m \\ M_{BC} = 0.0144EK \longrightarrow = 23.04 \\ M_{CB} = 0 \end{cases}$$

$$E = 2 \times 10^3 \times 10^4 \ T/m^2$$

$$I = 4 \times 10^4 \times 10^{-8} \ m^4$$

$$K = \frac{I}{5}$$

WWW.ABADANOMRAN.COM