www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسین عمران

ارائه کتابها و جزوات رایگان مهندسی عمران

بهترین و برترین مقالات روز عمران

انجمن های تخصصی مهندسی عمران

فروشگاه تخصصی مهندسی عمران

بسم الله الرحمن الرحیم

تحلیل سازه

تحلیل سازه

۱- درجه نامعینی ۱ سوال

۲- دیاگرام نیروهای داخلی < دیاگرام برش / دیاگرام خمش

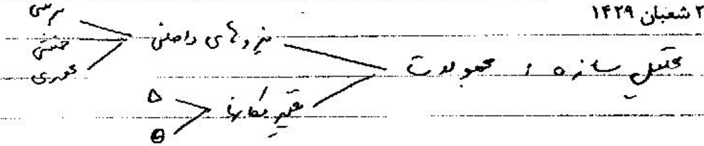
۳- تحلیل خرپاها و قابهای معین ۱ سوال

۴- خطوط تأثیر سازه‌های معین

۵- محاسبه تغییر شکلها

۶- تحلیل سازه نامعین (به روش شیب افت)

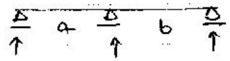
۷- تحلیل تقریبی سازه‌ها



ابزار ← معادلات   با توجه به معادلات مجهولات را بدست می آوریم

معادلات   ۱) معادلات تعادل نیوتنی
$\Sigma F_x = 0$
$\Sigma F_y = 0$
$\Sigma M_z = 0$

شکل ۱



برای سازه دو معادله تعادل داریم ←

$\Sigma F_y = 0$
$\Sigma M = 0$
$\cancel{\Sigma F_x}$

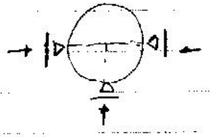
پس در موارد خاص تعداد معادلات تعادل کمتر هم می شود

در شرایط زیر تعداد معادلات تعادل کمتر از ۲ می باشد

الف) وقتی که تمام نیروها با یکدیگر موازی باشند   شکل ۱

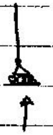
ΣF_x حذف می شود

ب) اگر نیروها همدیگر را در یک نقطه قطع کنند در این حالت معادله تعادل لنگر حذف می شود



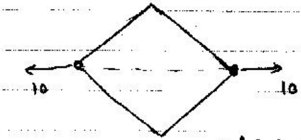
$\cancel{\Sigma M}$

ت) وقتی که تمام نیروها روی یک خط قرار گرفته باشند که در این حالت فقط معادله تعادلی که روی آن خط نوشته می شود باقی می ماند و دو معادله دیگر حذف می شود



$\Sigma F_y = 0$
$\cancel{\Sigma F_x}$
$\cancel{\Sigma M}$

* تو در این شکل اصلاً معادله تعادل نداریم



چون رابطه ای بین معلوم و مجهول نداریم

اگر تکیه گاه بود و مجهول داشت معادله داشتیم ولی در حال حاضر مجهول نداریم

* تمام سازه هایی که معادلات آنها کمتر از ۳ تا می باشد معمولاً ناپایدار می شوند ولی در شرایطی که بارهایی را می گیریم در بارگذاری خاص ، پایدار می شوند

↓

* با بررسی نمونه های فوق مشخص می شود که این سازه ها همگی ناپایدار هستند که تحت اثر بارگذاری خاصی پایدار خواهند شد که اصطلاحاً به آنها پایدار مشروط می گوییم

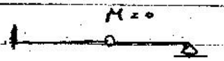
چهارشنبه ۱۶

Wed. 6 . August

مرداد ۱۳۸۷

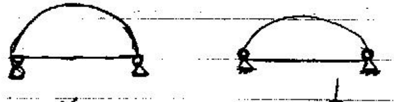
۴ شعبان ۱۴۲۹

۲)



معادلات شرطی یا الحاقی

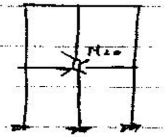
مربوط به مفاصلی که ما از پیش نیروی داخلی آنها را می‌دانیم

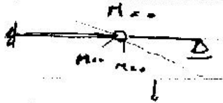


در عضو تکرار داریم   در عضو تکرار نداریم

الف) مفاصل میانی :

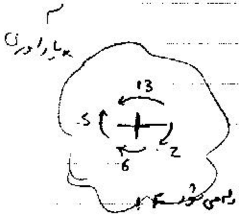
درصورتی که به یک مفصل میانی n عضو متصل باشد ما n-1 معادله شرطی داریم





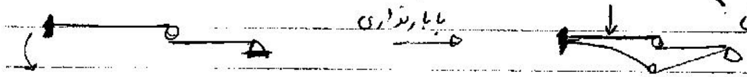
دو انتهای عضوی که به مفصل می‌رسد گشتاور صفر می‌باشد

۳



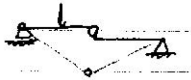
۲ معادله شرطی F و M در طول اتصال زیاد فقط ۱ معادله می‌نویسیم

ب) غلتک میانی



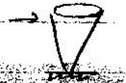
باید تکیه‌گاه افقی را ببندیم تا پایداری را حفظ کند

پس ناپایدار است



پس سازه‌ای که تغییر مکان دارد ناپایدار است

این شکل ناپایدار می‌باشد



ترها برش مقید نشده باشد مشابه با آن [illegible]

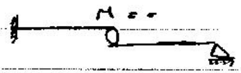
پنجشنبه ۱۷

Thu. 7 . August

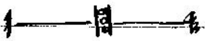
مرداد ۱۳۸۷

۵ شعبان ۱۴۲۹

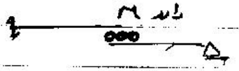
$\Sigma F_x = 0$



$\Sigma F_y = 0$



$\Sigma F_x = 0$



جمع بندی معادلات ← تعادل نیوتنی < $\Sigma F_x = 0$ ، $\Sigma F_y = 0$ ، $\Sigma M_z = 0$

↘ شرطی الحاقی — الف) مفاصل میانی : n عضو متصل باشد n-1 معادله شرطی داریم

ب) غلتک میانی : ۲ معادله شرطی F و M

ولادت حضرت امام زین‌العابدین علیه‌السلام (۳۸ هـ . ق) / روز خبرنگار

در طول اتصال زیاد فقط ۱ معادله می‌نویسیم ۳

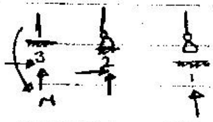
جمعه ۱۸

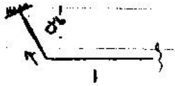
Fri. 8 . August

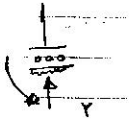
مرداد ۱۳۸۷

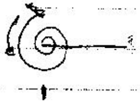
۶ شعبان ۱۴۲۹

کمیات ← ۱) تکیه‌گاهی { عکس‌العمل



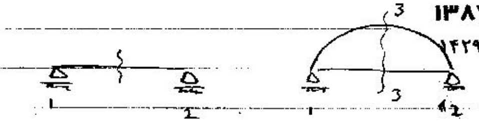






هر کادر بسته ای در داخل سیستم سازه ای را بسته باشیم
به ازای آن 3 مجهول اضافی ایجاد می کند

مجهولات داخلی ۲+



هر کادر بسته ۳ مجهول ایجاد می کند

معادله : 3 + 3 = 6   3 + 3 =
مجهول 3 + 3 = 6   3 + 6
معین   3

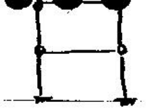
در دستگاه ها :

1 معادلات = مجهولات دستگاه جواب دارد سازه معین
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$

2 معادلات < مجهولات دستگاه بی نهایت جواب دارد سازه نامعین
$$\begin{cases} 2x + 4y = 9 \\ \end{cases}$$
$\delta = 0$ تغییر شکلی

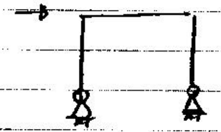
3 معادلات > مجهولات دستگاه جواب ندارد سازه ناپایدار
$$\begin{cases} 2x = 6 \\ 3x = 10 \end{cases}$$
یعنی معادلات تعادل ارضا نشده است

فقط ناپایدار ای هندسی
ممکن است سازه ناپایدار هندسی باشد
ولی مجهولات از معادلات کم نباشد



مفصل کامل

مثال) در خصوص پایداری و یا ناپایداری هر یک از سازه های زیر و درجه نامعینی آنها اظهار نظر کنید

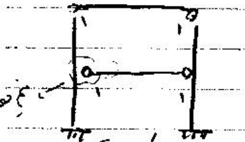


تغییر مکان افقی دارد وقتی بار داریم این ناپایدار است

اگر بار نداریم ولی تغییر شکل دارد پس ناپایداری هست

ج) ۴
ع) ۳ + o
۱ شرطی

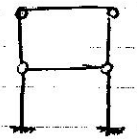
درجه نامعینی ۱



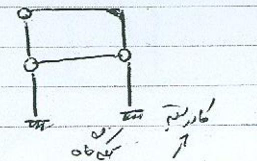
|o—
$\frac{2-1}{n-1} = 1$

پایدار چون پای ستونها گیردار است
نیروی که در پای ستون ایجاد می شود
علیها کم می دارند

ج) 6 + ③ = 9
ع) 3 + 4 = 7
2 نامعین



اگر بار جانبی به گره بالا اعمال شود
چون هر چهار طرف آن مفصل
است پس می افتد پس ناپایدار است
برای اینکه ناپایدار به پایدار تبدیل شود
می توان یکی از اتصالات را گیردار کرد
[illegible] (شکل ...)

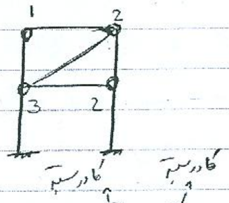


سازه پایدار

ج) 6 + ③ = 9

ع) 3 + 5 = 8

۱ درجه نامعین

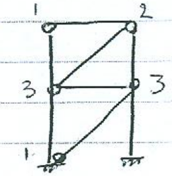


سازه پایدار

ج) 6 + ③ + ③ = 12

ع) 8 + 3 = 11

۱ درجه نامعین



۱ بادبند ۱ نیروی محوری دارد

اعضای دو سر مفصل فقط یک نیروی محوری دارند

قبلی که بادبند نداشت ۱ درجه نامعین بود حالا که بادبند دارد و بادبند فقط یک نیروی محوری دارد پس می‌شود

روش دوم

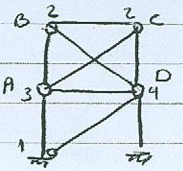
ج) 6 + 3 + 3 + 3 = 15

۲ درجه نامعین

ع) 3 + ⑩ = 13

شرط

2 درجه نامعین



محل تقاطع بادبندها اتصال ندارد

BCD
ABD
ABC

تا های ستون

ج) 6 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18

ع) = 3 + 12 = 15

3

معمولاً بادبند

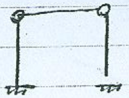
اعضای قطری را حذف می‌کنیم درجه نامعینی را

می‌کنیم بعد

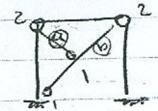
راه حل اشتباه در مواردی که اعضای قطری به صورت ضربدری در دهانه قرار گرفته اند و در نقطه میانی اتصال سازه‌ای وجود ندارد برای شمارش درجه نامعینی یکی از اعضای قطری را حذف نموده درجه نامعینی را محاسبه می‌کنیم و در انتها به تعداد اعضای قطری حذف شده به درجات نامعینی اضافه می‌نماییم

پس در این مثال با حذف یک عضو قطری ما ۲ درجه نامعین داریم و ۱ درجه هم به دلیل عضو ~~نامعین~~ قطری

پس 3 درجه نامعین می‌شود



سازه ناپایدار



عضو فنری ⓐ یک مجهول به ما می‌دهد

عضو فنری ⓑ فقط یک نیروی محوری ندارد

به دلیل اینکه وسط آن یک نیرو دارد

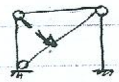
که باعث برش و لنگری می‌شود

کار بسته

ج) 6 + ⑥ = 12

ع) ③ + ⑥ = 9

تعادل 3×2



3 درجه نامعین

مثال اگر یک قاب خمشی n طبقه و k دهانه‌ای را با s بند ضربدری دوسر مفصل در تمام طبقات اجرا کرده‌ایم درجه نامعینی آن را محاسبه کنید

عکس العمل تکیه‌گاهی — کار بسته — بادبند

$$ج)\ 3(k+1) + 3(n-1)k + 2ns = \cancel{3k} + 3 + 3nk - \cancel{3k} + 2ns =$$

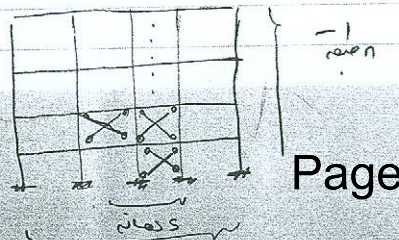
تعداد مجهول هر بادبند — n طبقه — s دهانه

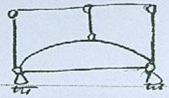
ع) 3

$$\cancel{3} + 3nk + 2ns - \cancel{3} = 3nk + 2ns$$

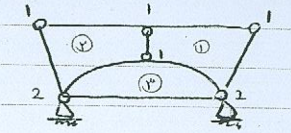
* (n-1) طبقه

K دهانه





ناپایدار ←



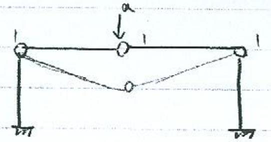
①, ②, ③ ← کار بسته

ناپایدار است چون متقارب هست و اعضا از یک نقطه رد می‌شوند

ج: 4 + 3 + 3 + 3 = 13

ع) 3 + 8 = 11 .4

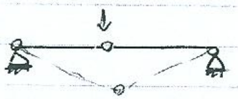
2 درجه نامعین



وقتی بار نقطه‌ای ⓐ بر آن اعمال می‌شود از وسط می‌شکند پس ناپایدار است

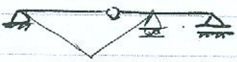
ج) (راه دوم) = 6

ع) = 3 + 3 = 6



ناپایدار است

ناپایدار آنی



ناپایدار

شرایط نیروها به گونه‌ای است که سازه نامعین می‌شود

شرایط ناپایداری : ← ۱) ناپایداری استاتیکی نیرویی ؛

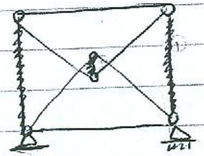
الف- نیروها موازی

ب- نیروها متقارب

۲) ناپایداری هندسی ← الف- سه مفصل در یک امتداد

ب- قاب‌های با اتصالات مفصلی در تمام گوشه‌ها

مثال ۱

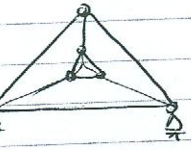


ناپایدار است به دلیل شماره ۱

حالت الف ۱) ۳ ضلع موازی ←

شکل روبرو است

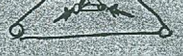
ـ ها سوار خورده

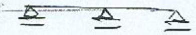


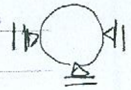
مثلث کوچک وسط می‌چرخد

چون متقارب الامتداد است

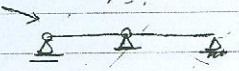
نیروها متقارب است از یک نقطه رد می‌شوند

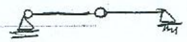




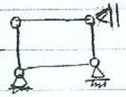


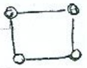
چون تکیه‌گاه در وسط هست و حرکت مقید شده پس دیگر ناپایدار نیست



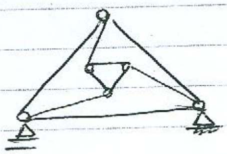


پایدار است بدلیل تکیه‌گاه‌هایی که دارد ←



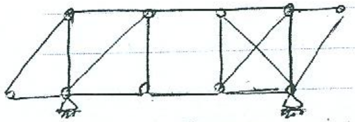


کتاب طاهری کل خرپاها مثال های خرپای پایدار



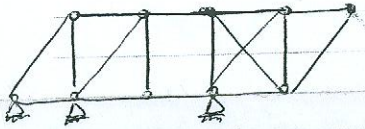
پایدار

چون کاری به هیچ گونه آن مفصل است می‌تواند حرکت کند

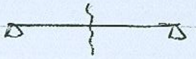


ناپایدار برای پایدار شدن کافی است

یک عضو قطری یا ۲ تکیه گاه گذاشت

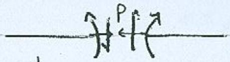


دیاگرام نیروهای داخلی:



در داخل مقطع نیروهای داخلی

در اثر بارگذاری خارجی ایجاد می‌شود



اشکال ۵ علامت نیروی محوری داخلی

علامت مثبت نیروهای داخلی ← تار پایین کشش

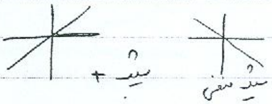
تار بالا فشار

علامت برش: سمت چپ پایین سمت راست بالا

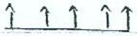
علامت محوری: همواره کشش

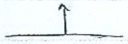
در بارگذاری های مختلف به دیاگرام های مختلف می‌رسیم

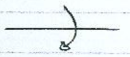
با بکارگیری قراردادها یک سوال مثل قرارداد شیب:

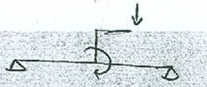


قرارداد بار خارجی:

بار گسترده مثبت


بار متمرکز مثبت


لنگر متمرکز مثبت


مثال ۱


لنگر خارجی مثبت است

چهارشنبه ۳۰

مرداد ۱۳۸۷

۱۸ شعبان ۱۴۲۹

Wed. 20 . August

معادلات دیفرانسیلی

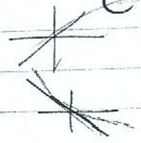
۱) $\frac{dv}{dx} = q(x)$

۲) $\frac{dM}{dx} = v(x)$

نتایجی که از معادلات بالا می‌گیریم به قرار زیر است

۱) شیب دیاگرام برش در هر نقطه برابر است با بارگسترده در همان نقطه

۲) شیب دیاگرام لنگر در هر نقطه برابر است با مقدار برش در آن مقطع



یعنی اگر یک جا برش مثبت باشد شیب دیاگرام لنگر مثبت باشد

" منفی " منفی باشد

۳) در مقطعی که برش تغییر علامت می‌دهد (صفر می‌شود) لنگر ماکزیمم یا مینیمم خواهد شد یعنی نقطه اکسترمم داریم

۴)

$$\frac{dM}{dx} = v(x) \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{d^2M}{dx^2} = q(x)$$

تقعر دیاگرام لنگر

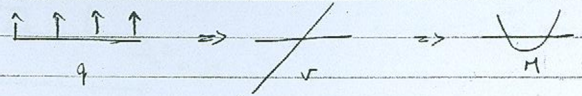
پنجشنبه ۳۱

مرداد ۱۳۸۷

۱۹ شعبان ۱۴۲۹

Thu. 21 . August

مثال)

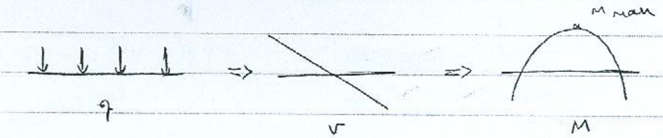


بارگسترده رو به بالا مثبت => تقعر دیاگرام لنگر مثبت

وقتی برش مثبت => شیب دیاگرام لنگر مثبت

" منفی => " " منفی

شیب صفر است => لنگر ماکزیمم داریم



روز جهانی مسجد

جمعه ۱

شهریور ۱۳۸۷

۲۰ شعبان ۱۴۲۹

Fri. 22 . August

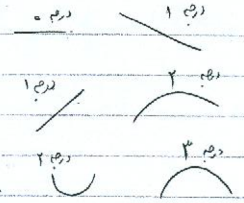
۵) از بارگسترده انتگرال می‌گیریم برش می‌شود یک انتگرال دیگر می‌گیریم لنگر می‌شود

اگر ،

=> q (۰،۱) n

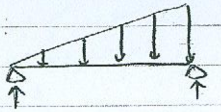
v n+1

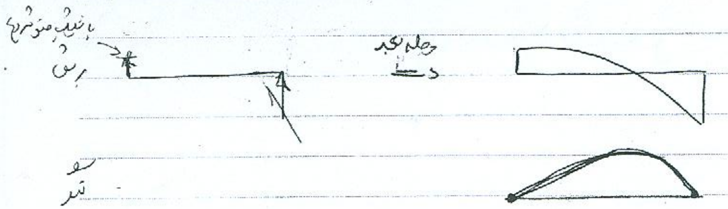
M n+2



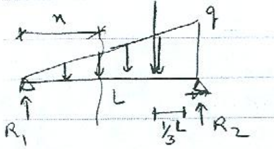
2008

مثال ۱ دیاگرام برش و لنگر تیر را رسم کنید.





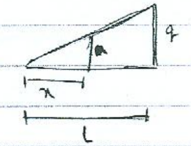
مثال ۲ نقطه‌ای که لنگر ماکزیمم است محاسبه کنید؟ جایی که برش صفر است لنگر ماکزیمم است



بازو

$$R_1 . L = \frac{q . L}{2} \times \boxed{\frac{L}{3}} \rightarrow \boxed{R_1 = \frac{qL}{6}}$$

برش صفر $\Leftarrow \frac{qL}{6} \Leftarrow$ x را پیدا کنیم که مساحت مثلث برابر شود $\Rightarrow$



$a = \frac{x}{L} q$

$q \quad L$

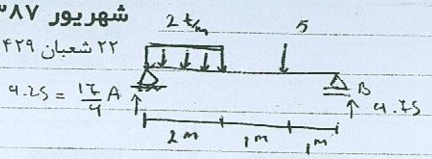
$a \quad x$

$a = \frac{xq}{L}$

$$\frac{1}{2} q \frac{x}{L} x = \frac{qL}{6}$$

$$x^2 = \frac{L^2}{3} \longrightarrow \boxed{x = \frac{\sqrt{3}}{3} L}$$

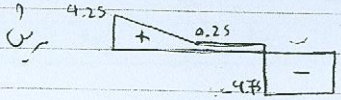
دیاگرام برش و لنگر رسم شود ؟



$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow R_B \times 4 - 5 \times 3 - 4 \times 1 = 0$$

$$\Rightarrow R_B = 19/4$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad R_A + \frac{19}{4} - \frac{20}{4} - \frac{16}{4} = \frac{17}{4}$$

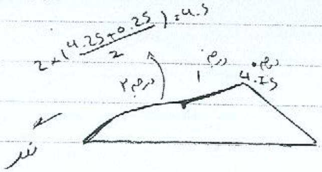


تغییرات برش

رابطه ۱ $\frac{dv}{dx} = q \longrightarrow \int_1^2 dv = \int_1^2 q\,dx \longrightarrow v_2 - v_1 =$ سطح زیر بارگسترده در منطقه ۱ و ۲

4

$2 \times \left(\frac{4.25+0.25}{2}\right) = 4.5$



بارگسترده رو به پایین پس تقعر هم

رو به پایین باید باشد 4.25 باید شروع

شود یعنی از شیب 4.25 شروع و به شیب 0.25 می‌رسد بعد باید 0.25 = آن اضافه شود و بعد باید 4.75 کم شود

تغییرات برش بین دو نقطه برابر است با سطح زیر بارگسترده بین آن دو نقطه

با در نظر گرفتن علامت جبری ← رابطه ۱

q پایین $= -$

q بالا $= +$

تغییرات لنگر بین دو نقطه برابر است با سطح زیر دیاگرام برش بین آن دو نقطه

با در نظر گرفتن علامت جبری

تند خواند

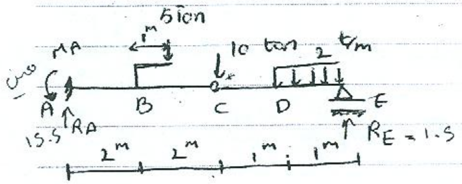
هم جهت و هم مقدار با بار

بار متمرکز در دیاگرام برش یک جهش ایجاد می‌کند در دیاگرام لنگر شکستگی ایجاد می‌کند چون در یک مقطع دو برش مختلف داریم

تغییر شیب

بار متمرکز در دیاگرام برش یک جهش هم جهت و هم مقدار با بار ایجاد می‌کند
در دیاگرام لنگر یک نقطه تغییر شیب یا شکستگی ایجاد خواهد شد

مثال ۱)


5 ton
1m
MA
10 ton
2 t/m
گیردار
A
B
C
D
E
15.5
RA
RE = 1.5
2m
2m
1m
1m

* نیرو حول مفصل

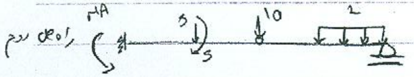
حول نقطه C لنگر می‌گیریم
برای قسمتی که از C از هم جدا شده‌اند

$$\boxed{R_E \times 2 = 2 \times 1.5 \rightarrow R_E = 1.5}$$

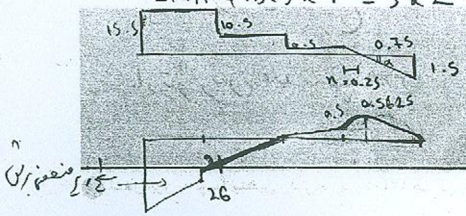
$$\Sigma F_y = 5 + 10 + 2 - 1.5 = 0 \rightarrow R_A = 15.5$$

$$\Sigma M_C \Rightarrow -M_A + 15.5 \times 4 - 5 \times 1 = 0 \rightarrow M_A = 57\ t.m$$

راه حل دوم

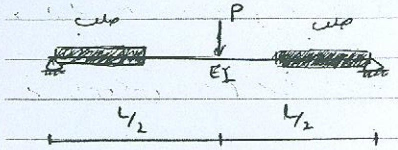


$$-MA + 15.5 \times 4 - 5 \times 2 + 5 = 0 \rightarrow MA = 57\ t.m$$


15.5
10.5
0.5
0.75
1.5
x = 0.25
0.5
0.5625
26

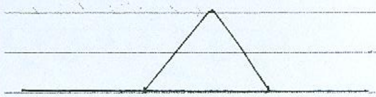
راه حل ۲ $= \tan\alpha = q = \frac{v}{x} \Rightarrow x = \frac{v}{q} \rightarrow x = \frac{0.5}{2} = 0$

دیاگرام نیروهای داخلی :

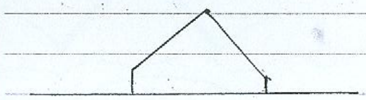

صلب
P
صلب
EI
L/2
L/2

چون سازه دو سر مفصل می‌باشد بنابراین پخش نیروها بر اساس سختی نمی‌باشد

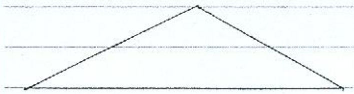
۱،



۲،

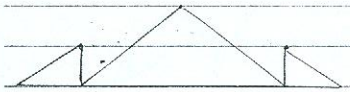


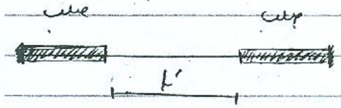
۳،



O.K

۴،





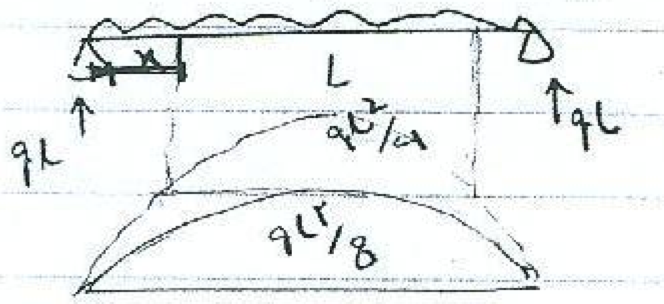
چون سازه دو سر نامعین می‌باشد بنابراین پخش نیروها بر اساس سختی می‌باشد

A2

* در یک تیر دو سر مفصل به طول L که تحت اثر بار گسترده q قرار گرفته است طراحی برای ممان خمشی انجام گرفته است. اگر شدت بار روی تیر ۲ برابر شود، چند درصد از طول تیر را باید تقویت کرد

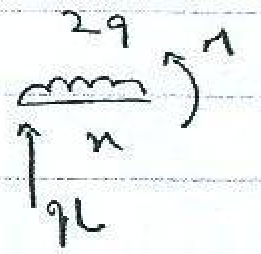
if 2q → $\frac{qL^2 \cdot 2}{4}$

q → $M = \frac{qL^2}{8}$



الف) ٪30   ب) ٪90

ج) ٪50   د) ٪70 ✓



$M = qL \cdot x - 2q \cdot x \cdot x/2$

$\frac{qL^2}{8} = qLx - 2q\,x^2/2 \longrightarrow Lx - x^2 = L^2/8$

$8x^2 - 8Lx + L^2 = 0$

$x = \frac{8L \mp \sqrt{64L^2 - 32L^2}}{16}$

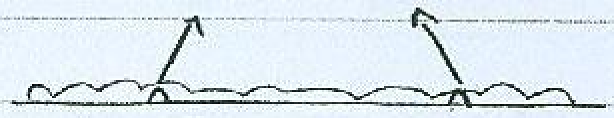
$x = \frac{8L \mp 4\sqrt{2}L}{16}$ ⟨ $x_2 = \frac{13.6}{16}L$, $x_1 = \frac{2.4}{16}L$

$x_2 - x_1 = 0.7L$

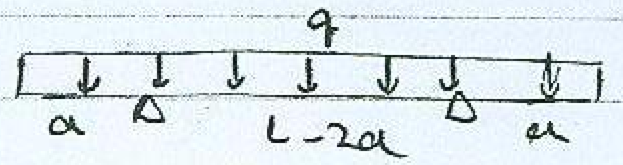
مثال: برای جابجایی یک تیر بتنی در کارگاه از دو قلاب استفاده می‌شود.

فاصله قلاب‌ها را از دو انتهای تیر طوری می‌سنجند که لنگر حداکثر ایجاد شده در تیر به حداقل ممکن

خود برسد



لنگر منفی روی تکیه‌گاه

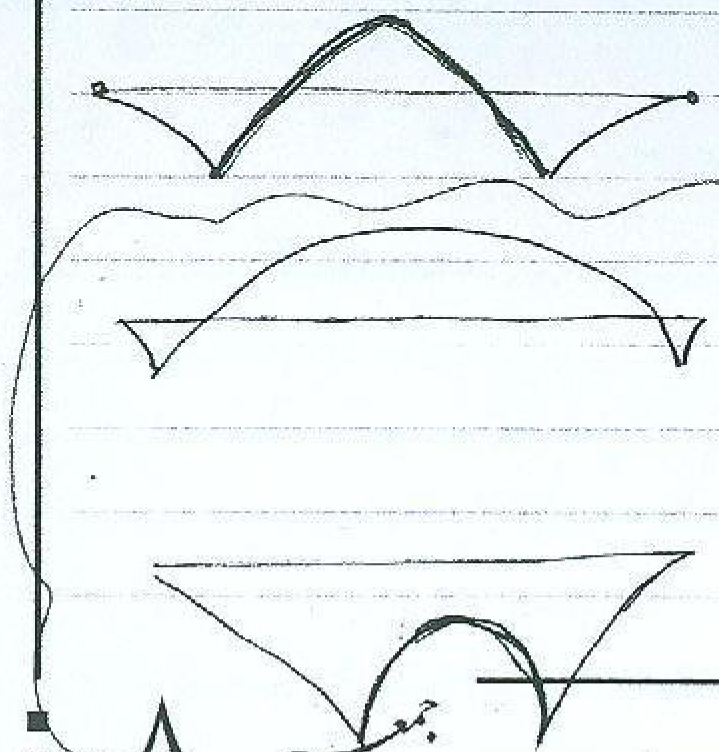


الف) $\frac{1}{3}L$

ب) 0.15L

ج) 0.2L ✓

د) 0.3L



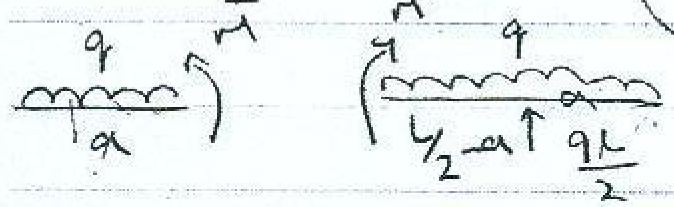
اگر تکیه‌گاه‌ها خیلی به هم نزدیک شوند

اگر تکیه‌گاه‌ها از هم خیلی دور شوند

می‌خواهیم لنگر ماکزیمم به حداقل برسد

پس لنگر مثبت و منفی که در این تیر ایجاد می‌شوند

باید با هم برابر باشند



$q \times \frac{a^2}{2} = q \cdot a \cdot a/2 = M^-$

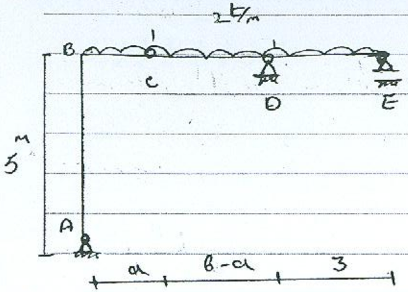
$M^+ = \frac{qL}{2}\left(\frac{L}{2} - a\right) - \frac{qL}{2} \times \frac{L}{4}$

$= \frac{qL^2}{4} - \frac{qLa}{2} - \frac{qL^2}{8} = \frac{qL^2}{8} - \frac{qLa}{2}$

$M^+ = |M^-|$

$\frac{qL^2}{8} - \frac{qLa}{2} = \frac{qa^2}{2} \longrightarrow 4a^2 + 4aL - L^2 = 0 \longrightarrow a = \frac{-4L \mp \sqrt{16L^2 + 16L^2}}{8}$

مثال) طول a را طوری بدست بیاورید که ممان مثبت و منفی در قطعه BCD برابر شود

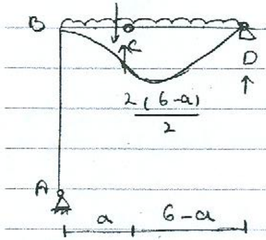


یک سازه پایدار می باشد

ع ۱ = 3 + 2 = 5

ج ۱ = 5

0 سازه معین



$\frac{2(6-a)}{2}$ ↑ $\frac{2(6-a)}{2}$

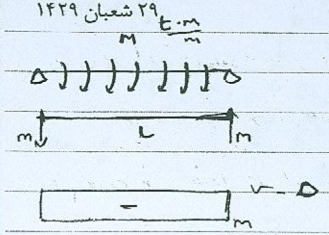
ممان مثبت و منفی را باید مساوی قرار دهیم

برش در مفصل C

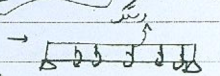
$$\frac{2(6-a)^2}{8} = 2\times a\times\frac{a}{2} + \frac{2(6-a)}{2}\times a$$

M^+ M^-

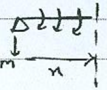
مثال) در تیر زیر دیاگرام برش و ممان را رسم نمایید



در واقع مثل این است که



یک مقطع به فاصله x می‌زنیم



$M(x) = 0$ → ممان در هر مقطع در این تیر صفر می‌باشد

M=0 M-D

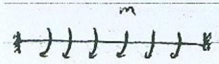
شیب دیاگرام ممان ← برش + شدت ممان گسترده آن می‌باشد

مثلاً وقتی بار گسترده q داشتیم → $\frac{dM}{dx} = V$

حالا اگر ممان خمشی گسترده داشته باشیم → $\frac{dM}{dx} = V + m(x)$

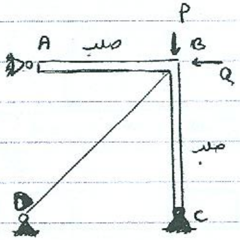
در این مثال $\frac{dM}{dx} = -m(x) + m(x)$

مثال ۱



تیری هر بار و تکیه گاه مفصلی در آن
ایجاد می شود بین از تکیه گاه
هم عوض شود مثلاً تیر بار شود
باز هم تیر در آن صفر است

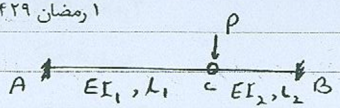
مثال ۱

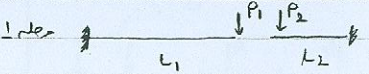


مثال ا قطعه AB و BC هم محوری و هم خمشی صلب است
نیروی محوری BD را محاسبه کنید
چون صلب است
هیچ تغییر شکلی در این دو نقطه ایجاد نمی شود
بین B و D هیچ تغییر طولی ندارند

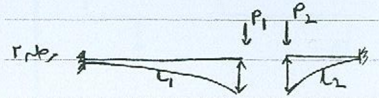
چون دو انتهای قطعه BD نسبت به همدیگر هیچگونه تغییر مکانی نمی دهند (به دلیل آنکه دو قطعه دیگر کاملاً صلب هستند) نیروی محوری در این عضو صفر خواهد بود. به عبارت دیگر در یک سازه نامعین نیرو قرار است به نسبت سختی توزیع شود اجزائی که سختی ∞ دارند تمام نیروها را جذب نموده و سهم بقیه صفر می شود

مثال ا سهم هر یک از دو قطعه AC و BC از نیروی متمرکز P که به مفصل اعمال می شود را محاسبه کنید





$$P_1 + P_2 = P$$



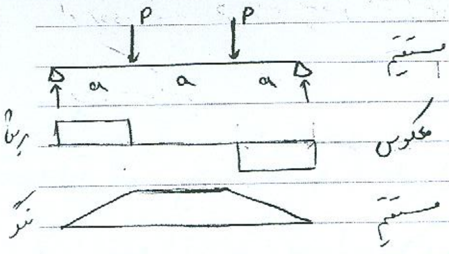
$$\Delta_1 = \frac{P_1 \cdot L_1^3}{3EI_1} = \frac{P_2 L_2^3}{3EI_2} = \Delta_2$$

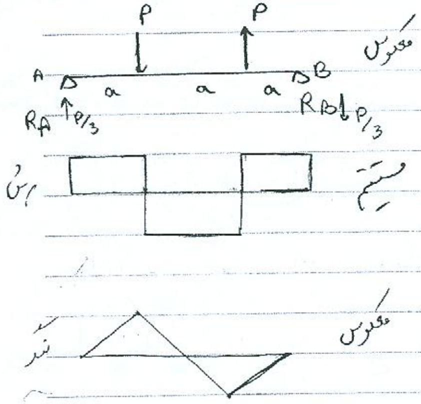
$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^3 \cdot \frac{EI_1}{EI_2}$$

مثال ا نسبت لنگرهای مثال بالا چگونه است؟ (با فرض اینکه EI ها مساوی هستند)

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{P_1 \cdot L_1}{P_2 \cdot L_2} = \underset{\left(\frac{L_2}{L_1}\right)^3}{\boxed{\frac{P_1}{P_2}}} \cdot \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2$$

مثال ۱) در روی تیر زیر دیاگرام های برش و لنگر را رسم کنید


P
P
a
a
a
مستقیم
برش
معکوس
لنگر
مستقیم


P
P
معکوس
A
B
a
a
a
R_A
$P/3$
R_B
$P/3$
برش
مستقیم
لنگر
معکوس

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_A + P + P + R_B = 0$

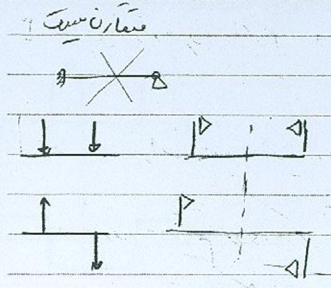
$R_A = -R_B$

$\Sigma M_B = 0$

$R_A \times 3a - P \times 2a + P \times a = 0$

$R_a = \frac{P}{3}$

اصول تقارن :


متقارن نیست

۱ـ سازه متقارن است

۲ـ بارگذاری
- تقارن مستقیم یا محوری ۱
- تقارن معکوس یا مرکزی ۱

در یک سازه متقارن اگر بارگذاری تقارن مستقیم داشته باشد دیاگرام لنگر نیز تقارن مستقیم خواهد داشت و برش معکوس

شهادت آیت ا... قدوسی و سرتیپ وحید دستجردی (۱۳۶۰ هـ. ش)

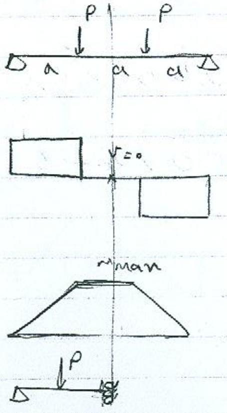
اگر بارگذاری تقارن معکوس داشته باشد لنگر نیز تقارن معکوس داشته و برش مستقیم

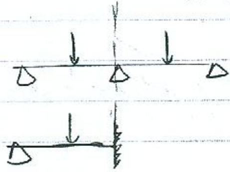
۴ـ نتایجی که از تقارن می‌گیریم ← اصول استاتیکی و هندسی در تقارن :

الف) شرایط استاتیکی در تقارن :

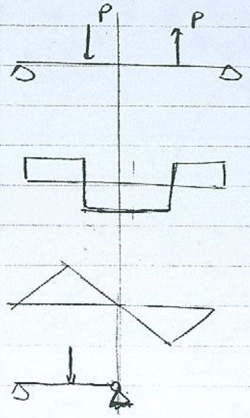
در تقارن مستقیم روی مرکز تقارن برش برابر با صفر و لنگر ماکزیمم ، و در تقارن معکوس روی مرکز تقارن لنگر برابر با صفر خواهد بود که اصطلاحاً به آن نقطه عطف می‌گویند

ب) در سازه نیمه از یک سازه با تقارن مستقیم روی محور تقارن تکیه‌گاه گیردار غلتکی در نظر گرفته می‌شود مگر آنکه در سازه اصلی در آن نقطه یک تکیه‌گاه داشته باشیم که تکیه‌گاه گیردار کامل جایگزین آن خواهد شد





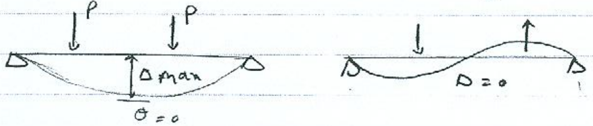
ج) در بارگذاری با تقارن معکوس روی مرکز تقارن گره مفصلی می‌شود و سازه نیمه آن باید به صورت زیر باشد



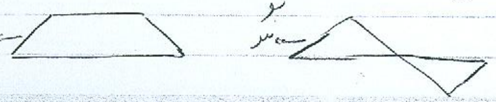
شرایط هندسی تقارن

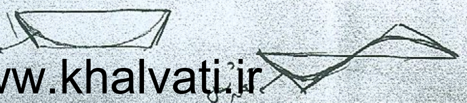
در تقارن مستقیم روی مرکز تقارن شیب تغییرشکل صفر و تغییرمکان max خواهد بود

در تقارن معکوس روی مرکز تقارن ، تغییرمکان صفر خواهد بود



توضیح : اگر دیاگرام لنگر را نسبت به محور افقی قرینه کنیم پس از حذف گوشه‌های تیز به صورت شماتیک منحنی تغییرشکل ارتجاعی تیر به دست خواهد آمد

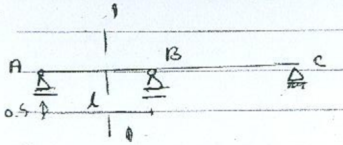




2008

۱۳۸۷

مثال ۱



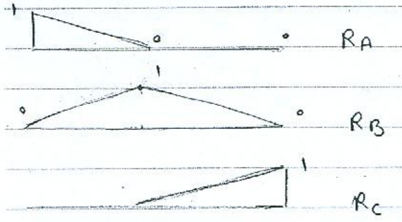
R_A

R_B

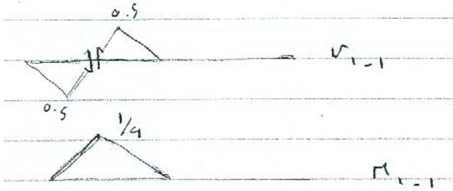
R_C

V_{1-1}

M_{1-1}

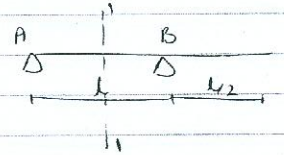

1
0
0
R_A
1
0
0
R_B
1
R_C

R_C را از جمع هم می توان بدست آورد


0.5
0.5
V_{1-1}
1/4
M_{1-1}

اگر بار در قطعه BC باشد در قطعه AB هیچگونه برش نداریم

مثال ۲



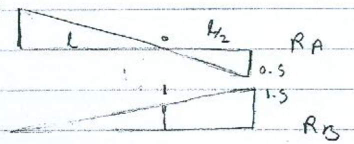
R_A

R_B

M_B

M_{1-1}

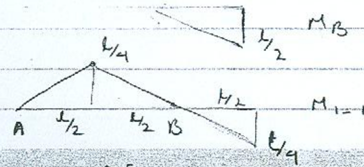
V_{1-1}


1
L
0
L/2
R_A
0.5
1.5
R_B

V_B V_{BL} V_{BR}

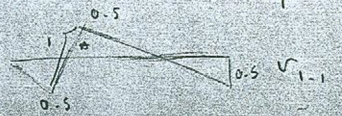
در تکیه گاه تغییر شکل نمی دهد پس روی قطعه جا در نظر می گیریم

از سمت منفی صرف نظر می کنیم


L/2
M_B
L/4
L/2
A
L/2
L/2
B
M_{1-1}
L/4

یعنی اگر بار در AB حرکت کند هیچ نیرویی در B ایجاد نمی شود

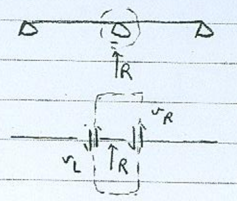
چون سر دیگر آزاد است


0.5
1
0.5
0.5
V_{1-1}

بار که در طره بیاید MB مقدار پیدا می کند

* که حاوی L و مقطع ۱-۱ در وسط

پس 0.5 در بالا و 0.5 در پایین

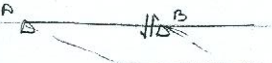


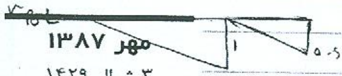
برش در طرفین المان با تمرکز با هم فرق می کند

$\Sigma F_y = 0$

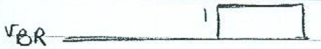
$V_L + R = V_R$

ادامه حل :





اگر در L برابر 1 باشد در $\frac{L}{2}$ برابر 0.5 می شود



در بار در محدوده AB باشد هیچ برشی در طره ایجاد نمی شود

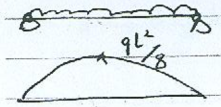
وقتی بار در طره می افتد تازه برش داریم

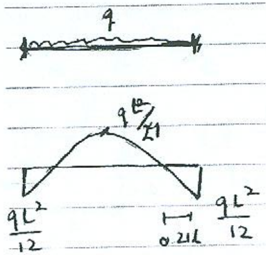
در رسم منحنی های خط تاثیر به این شیوه باید نکات زیر مد نظر قرار گیرند :

1 اگر در سازه های معین تغییر شکل به صورت منحنی باشد از آن صرف نظر نموده و در آن

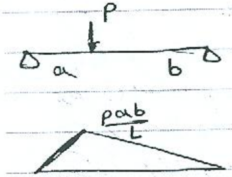
قطعه خط تاثیر را صفر فرض می کنیم

جایی که

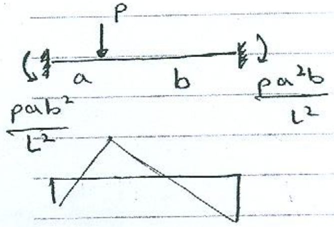


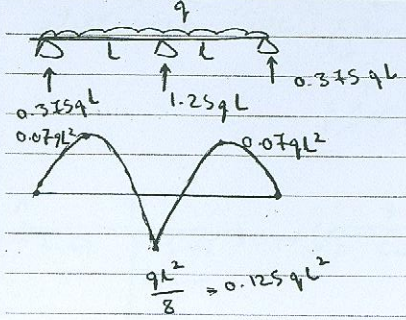

q
$qL^2/24$
$\frac{qL^2}{12}$
0.21L
$\frac{qL^2}{12}$

جایی که برش صفر می‌شود فاصله‌اش از تکیه‌گاه 0.21L

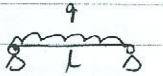

P
a
b
$\frac{Pab}{L}$

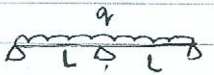
if $a = b = L/2 \rightarrow \frac{PL}{4}$


P
a
b
$\frac{Pab^2}{L^2}$
$\frac{Pa^2b}{L^2}$

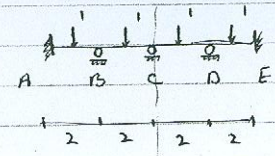

q
L
L
0.375qL
1.25qL
0.375qL
$0.07qL^2$
$0.07qL^2$
$\frac{qL^2}{8} = 0.125qL^2$

از بین دو تیر زیر اگر صرفاً معیار طراحی بر اساس مقاومت را در نظر بگیریم قدر مطلق حداکثر لنگر ایجاد شده یکسان است و مقطع این دو یکسان خواهد بود ولی تیر دو دهانه نامعین به دلیل وقوع بازپخش لنگر می‌تواند برای لنگر کوچکتری طراحی شود





بارهایی هم در وسط دهانه‌ها اعمال می‌شوند :

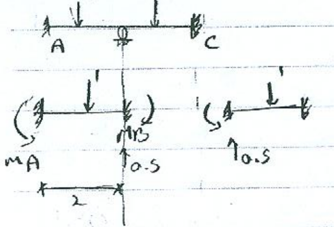


$M_A = ?$

$M_B = ?$

$R_A = ?$

$R_B = ?$



$M_A = M_B = \frac{1 \times 2}{8} = \frac{1}{4}$ t.m

$R_A = \frac{1}{2} = 0.5$

$R_B = 2 \times 0.5 = 1$

بارگذاری متقارن

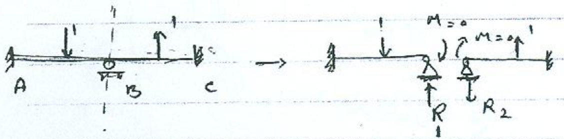
در مرکز تقارن یک تکیه‌گاه داریم که سازه نیمه تبدیل به غلتکی گیردار می‌شود ولی چون زیر آن تکیه‌گاه داریم گیردار می‌شود

در سازه‌های نیمه در مرزهای مشترک نیروهای عکس‌العمل جمع می‌شوند ولی نیروها همدیگر را خنثی می‌کنند

↓

در این مثال

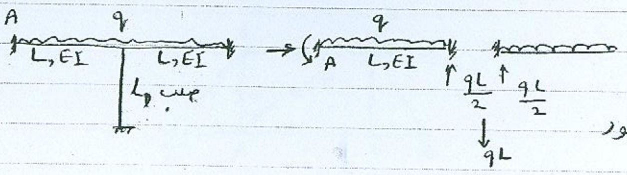
مثال)



$R_1 = R_2$

برای ما مهم نیروهای داخلی روی محور تقارن است اگر تقارن مستقیم داشته باشیم برش‌ها با یکدیگر جمع می‌شوند و یکی از آنها را در نظر می‌گیریم در حالتی که تقارن معکوس داریم نیروها با هم جمع می‌شوند یکی از برش‌ها را در نظر می‌گیریم

مثال)



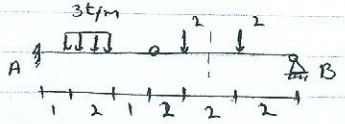
چون ستون دارد گیردار کامل می‌شود

$M_A = ?$ $P_{ستون} = ?$ $P = qL$

$M_A = \frac{qL^2}{12}$

وفات حضرت خدیجه سلام‌الله علیها (۳ سال قبل از هجرت) / روز سینما /

مثال) نیروی برشی در فاصله ۷ متری از نقطه A چقدر است؟



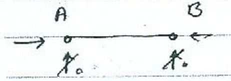
مثلاً یک تیر دوسر مفصل است که تقارن مستقیم دارد پس روی مرکز تقارن برش برابر صفر است

قطعاً سمت راست ما یک تیر دوسر مفصلی می‌باشد که بارگذاری آن تقارن مستقیم دارد پس برش روی مرکز تقارن صفر خواهد بود

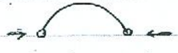
خرپاها:

سازه‌ای که چهار شرط زیر را داشته باشد خرپا گویند

۱ اعضا مستقیم



۲ اتصالات مفصلی



عضو دو سر مفصل نیست
چون خمش و متعاقبا آن برش در این عضو ایجاد می‌شود

۳ تغییر شکل‌ها کوچک باشند

۴ نیروها فقط به گره اعمال شوند

سازه‌ای که یکی از شرط‌های بالا را نداشته باشد قاب می‌باشد

برای معین و نامعین خرپاها از همان روابط قبلی استفاده می‌کنیم

مناسب‌ترین روش برای تحلیل خرپا

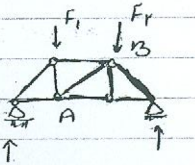
روش‌های تحلیل خرپاها: ← گره ← گره دو معادله دارد $\begin{cases}\Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0\end{cases}$

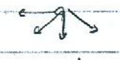
مقطع ← استفاده از برش ← برای المان‌های قطری

← استفاده از روش لنگر ← برای المان‌های افقی

مثال) از روش گره حل کنید ←

از گره‌ای شروع می‌کنیم که دو عضو به آن وصل باشد

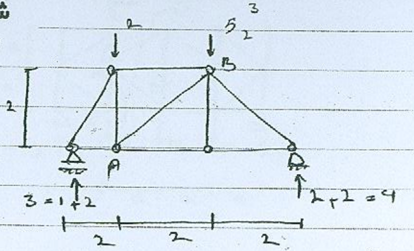




قبلاً با این گره حل شود
کار کرد

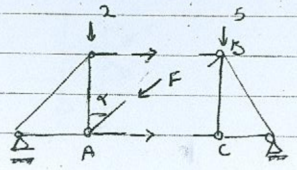
خرپاهایی که به هر گره‌ها حداقل ۳ عضو متصل است به آن خرپاهای [illegible] گویند

روش برش:



مثال) نیروی عضو AB از خرپای زیر چقدر است

یک مقطع می‌زنیم که کمترین عضو را قطع کند



F در AB باید به سمت پایین باشد تا مؤلفه را به ما بدهد

$F \cdot \cos\alpha = 1$

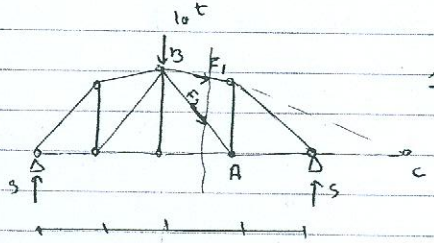
$F = \frac{1}{\cos\alpha}$

۳ رو به بالا ۲ رو به پایین

یک عدد ۱ رو به پایین می‌خواهیم

در مقطع ۱ قسمت چپ $\sum M_B = 0 \Rightarrow 3\times4 - 2\times2 - F_{AC}\times2 = 0 \Rightarrow F_{AC} = 4$

در قطعه سمت چپ یک ممان حول نقطه B می‌گیریم



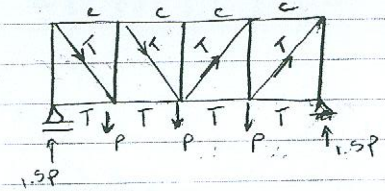
مثال) اول یک لنگر حول A می‌گیریم F1 به دست می‌آید
و بعد در معادله زیر F2 به دست می‌آید

$F_1\cos\alpha_1 + F_2\sin\alpha_2 = 5$

روش ۲: حول نقطه C می‌توانیم لنگر بگیریم

مقطع ① را می‌زنیم و بعد

مثال ۱ برای احداث خرپای یک پل دو طرح زیر پیشنهاد شده است کدامیک از نظر تحمل نیرو مناسب‌تر است ؟

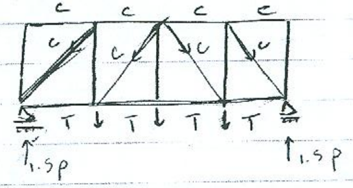

C
C
C
C
T
T
T
T
T
T
T
T
P
P
P
1.5P
1.5P

۱

با این نوع بارگذاری :

بارهای تحتانی پایین کشیده می‌شوند

به خاطر نوع تغییر شکل این تیر


C
C
C
C
C
C
C
C
T
T
T
T
1.5P
1.5P

۲

در مقطع ۱

+1.5p رو به بالا داریم پس 1.5p رو به پایین

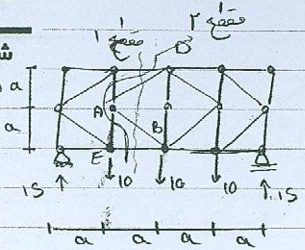
می‌خواهیم پس رو به پایین باید باشد

در مقطع ۲

1.5p رو به بالا داریم پس 1.5p رو به

پایین می‌خواهیم

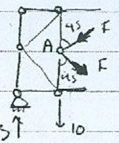
پس عضو ۲ بهتر است


مقطع ۱
مقطع ۲
C
D
A
B
E
a
a
15
10
10
10
15
a
a
a
a

مثال ۱ نیروی عضو AB چقدر است

در گره A ← ΣF_n باید صفر باشد

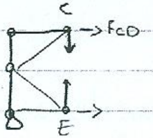
$F_{AB} = ?$


45
F
A
F
45
15
10

مقطع ۱

$2F\cos 45 = 5 \rightarrow F = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$F_{CD} = ?$

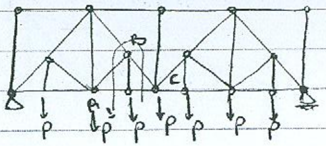


مقطع ۲

$F_{CD} =$ $\longrightarrow$ حول E ممان می‌گیریم

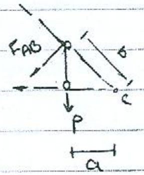
$F_{CD} \times 2a = 15 \times a \longrightarrow F_{CD} = \frac{15}{2} \Rightarrow F_{CD} = 7.5$

مثال)



خرپای بالتیمور
در پل‌های با دهانه وسیع
و ارتفاع بلند استفاده
می‌شود

$F_{AB} = ?$

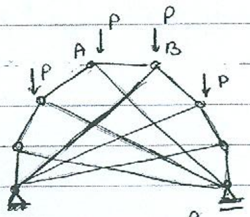


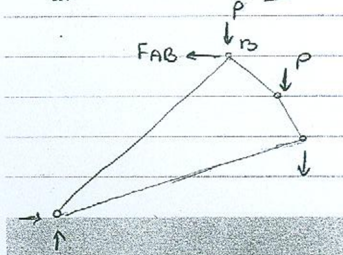
مقطع ۱ معرف مقطع خرپای بالتیمور می‌باشد

$$\Sigma M_C = 0 \rightarrow p \times a = F_{AB} \times b$$

فاصله تا AB
عمود بر امتداد عضو

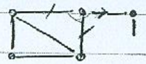
مثال)





اعضا صفر نیرویی : قبل از اینکه خرپا را تحلیل کنیم می‌توانیم بسیاری اعضا را خارج کنیم

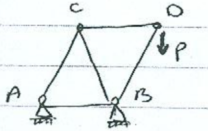
۱ اگر دو عضو به گره‌ای متصل شوند در یک راستا نباشند و نیرویی به آن گره
اعمال نشود آن عضو‌ها صفر نیرویی خواهند بود



تبصره : اگر نیرو به این گره اعمال شود و در امتداد یکی از این دو عضو باشد تماما به عضو مقابل
خود منتقل شده و عضو دیگر صفر نیرویی خواهد بود

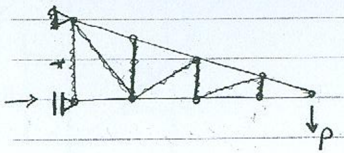
۲ اگر دو عضو در یک امتداد باشند عضو سومی با هر امتداد دلخواه به آن گره متصل شود
مشروط بر آنکه نیرویی به گره اعمال نشود، صفر نیرویی خواهد بود

۳ مثال : زاویه‌ها همه ۶۰ می‌باشند $F_{AB} = ?$



$F_{AB} = 0$

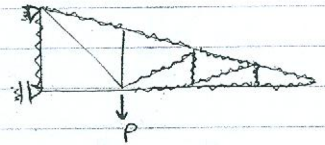
اعضایی که دو سر آن نسبت به هم هیچگونه جابجایی نداشته باشند را صفر نیرویی گویند



مثال ، چند عضو صفر نیروی وجود دارد

۷ عضو صفر نیروی

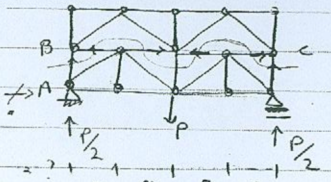
* یکی فکر است که این عضو صفر نیروی نیست چون
حرکت می کند ولی نیرویی که در گره ۱ و ۲ نیرویی اعمال می شود دو نیرو
درگیر است این عضو عمود بر آنها
صفر است



۱۲ عضو صفر نیروی

اعضای صفر نیروی برای حفظ شکل هندسی و وضعیت های مختلف بارگذاری می گذاریم
از افزایش درجات نامعینی

اگر حداکثر نیرویی که عضو AB تحمل می کند 10 Ton باشد حداکثر نیروی P چقدر خواهد بود ؟



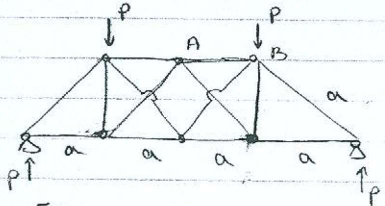
$P_{max} = ?$

$$\sum M_C = 0 \rightarrow P\times 2a - \frac{P}{2}\times 4a - F_{AB}\times 4a = 0$$

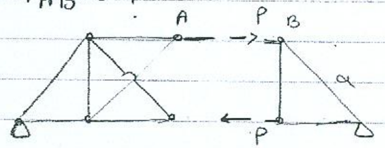
$$\boxed{F_{AB} = 0}$$

پس ما برای P محدودیتی نداریم هر نیرویی می خواهیم می توانیم بگذاریم

مثال)



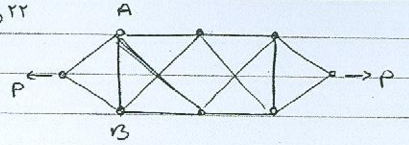
$F_{AB} = ?$



نیرو در نقطه A باید به خاطر تقارن یا هر دو کششی یا هر دو فشاری باشند
ولی در هیچ حالتی برآیند این دو نیرو خنثی نمی شوند
پس باید صفر باشد

اعضای قطری این خرپا که به گره A می رسند به دلیل تقارن باید نیروهای برابر و هم جهت داشته باشند
یا هر دو فشاری یا هر دو کششی ، ولی در این حالت برآیند این نیروها در امتداد قائم خنثی نشده و تعادل
گره A تامین نمی شود پس باید هر دو آنها صفر باشند تا هم تقارن رعایت شود و هم تعادل گره A

همین قضیه برای گره پایین هم برقرار است

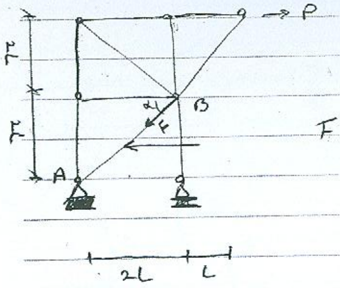


$F_{AB} = ?$

$F_{AB} = \frac{P}{2}$

مثال)

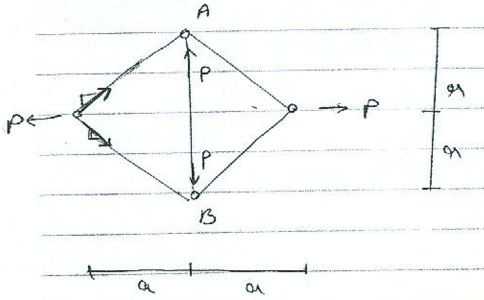
$F_{AB} = ?$



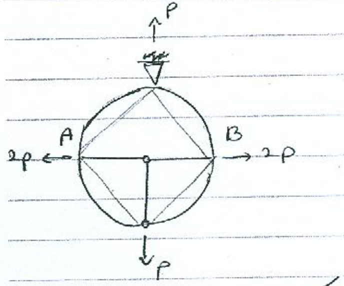
$F\cos\alpha = P$

$F_{AB} = \frac{P}{\cos\alpha}$

مثال)


A
B
P
P
P
P
a
a
a
a

$F_{AB} = P$



$F_{AB} = ?$

$F_{AB} = P$ کشش

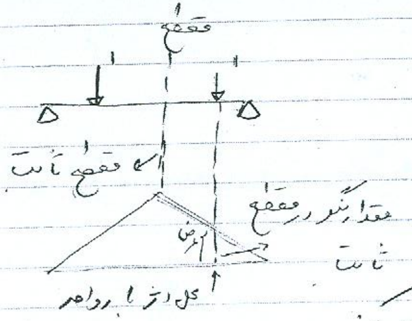
دایره را با عضوی جایگزین می‌کنیم

کشش $2P$

$-P$

$\overline{\quad P \quad}$

خط تأثیر: منحنی خط تأثیر بیانگر تغییرات یک تابع مشخص در یک مقطع مشخص تحت اثر بار متحرک واحد بر روی سازه می باشد.


مقطع
1
1
اثر مقطع ثابت
مقدار نیرو در مقطع ثابت
اثر
کل اثر بار واحد

بار واحد روی تیر در حال حرکت است

مقطع ثابت

تابع ثابت V ، M ، P

دیاگرام نیرو به ازای بار، دیاگرام رسم می کنیم ←

تفاوت:
- دیاگرام
  - مقطع متغیر
  - بار ثابت
- خط تأثیر
  - بار متحرک
  - مقطع ثابت

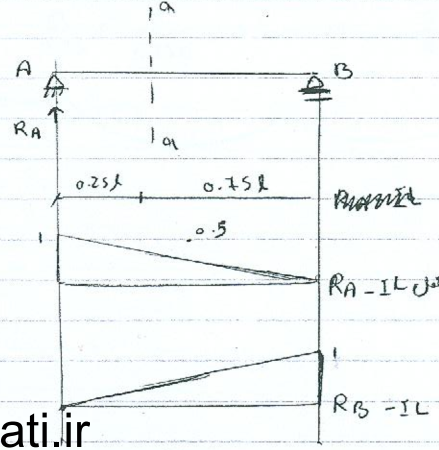
۱ـ مستقل از نوع بارگذاری

۲ـ در سازه معین خط مستقیم هستند
در سازه نامعین منحنی هستند اما اکثراً درجه ۱

روش های ترسیم: ۱ـ نقطه یابی یا کمی
۲ـ ترسیمی (کیفی) ← اصل مولر

۱ـ روش کمی:
مثال: برای تیر دو سر مفصل از روش کمی، خط تأثیر رسم کنید

رسم خط تأثیر توابع: R_A ، R_B ، V_{a-a} ، M_{a-a}


a
A
B
R_A
a
0.25l
0.75l
1
0.5
$R_A - IL$
1
$R_B - IL$

اگر بار واحد روی A باشد عکس العمل A برابر ۱ است

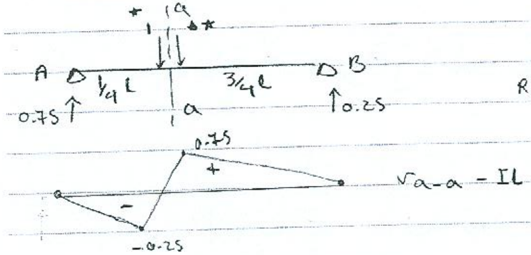
اگر بار واحد وسط باشد عکس العمل A برابر 0.5 می باشد

در خط تأثیر عکس العمل‌های تکیه‌گاهی نکات زیر وجود دارد

۱ عرض خط تأثیر در نقطه‌ای که خط تأثیر آن را رسم می‌کنیم برابر با 1

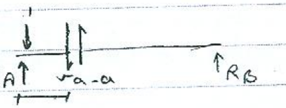
و در سایر تکیه‌گاه‌ها برابر با صفر است.

۲ مجموع عرض‌های خط تأثیر عکس العمل‌های تکیه‌گاهی در هر وضعیت بارگذاری برابر با یک می‌شود



V_{a-a} - IL

ادامه حل :



بار روی تکیه‌گاه A برش در مقطع برابر صفر است.

" " B "

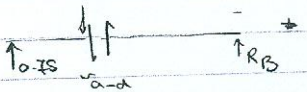
** *

در بقیه حالات یعنی قبل از مقطع و بعد از مقطع

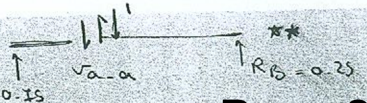
M_{a-a} - IL

در حالت * عکس العمل A برابر 0.75 می‌شود

پس برش برابر -0.25



$V_{a-a} = -0.25$

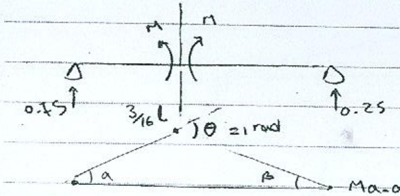


$V_{a-a} = 0.75$

در خط تأثیر نیروی برشی در مقطع نکات زیر وجود دارد :

۱ کل شکستگی ایجاد شده برابر با 1 می‌باشد

۲ شیب منحنی خط تأثیر در طرفین مقطعی که خط تأثیر را برای آن رسم می‌کنیم باید برابر هم باشند (بر اساس اصل پیوستگی)



M_{a-a} - IL

بار روی تکیه‌گاه A ← لنگر صفر است در تکیه‌گاه A

بار روی تکیه‌گاه B ← " " B

علامت لنگر مثبت چون تار پایین کشیده می‌شود

روش دوم برای بدست آوردن M : $\alpha + \beta = 1$

θ : دوران نسبی

$$\alpha = \frac{M}{0.25l} \qquad \beta = \frac{M}{0.75l}$$

$$\frac{M}{0.25} + \frac{M}{0.75l} = 1 \Rightarrow M = \frac{3}{16} l$$

۲ روش کیفی :

در رسم خط تأثیر به روش کیفی سه مرحله زیر را پیش رو داریم

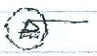
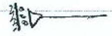
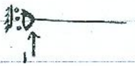
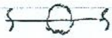
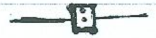
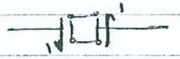
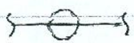
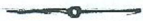
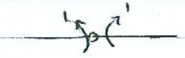
۱ حذف عامل مقاوم در برابر حرکت ناشی از تابع مورد نظر

۲ اعمال نیروی متناظر با تابع حذف شده در جهت مثبت

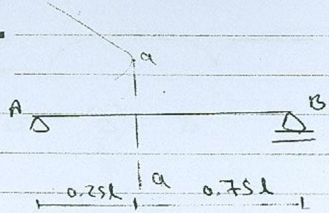
۳ رسم تغییر شکل سازه تحت اثر این نیروها

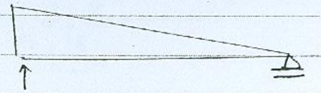
منحنی بدست آمده به طور مشابه خط تأثیر تابع مورد نظر خواهد بود

۱.

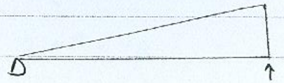
تابع	عامل مقاوم	حذف شده	۲ نیروی متناظر
عکس العمل			
برش			
لنگر			

مثال

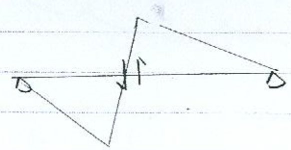


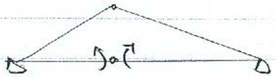


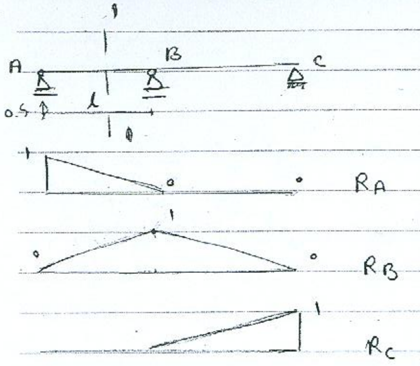
تکیه گاه A را برداشتیم و به جای آن نیرو گذاشتیم



تکیه گاه B را حذف می‌کنیم و به جای آن نیرو می‌گذاریم

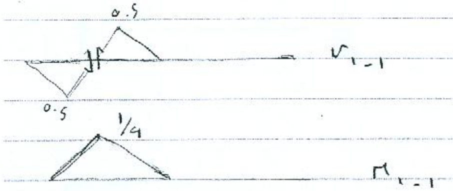




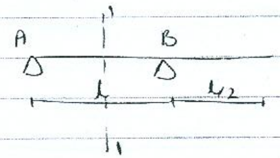

A
B
C
1
1
0.5
l
1
0
0
RA
1
0
0
RB
1
RC

مثال ۱
RA
RB
RC
V_{1-1}
M_{1-1}

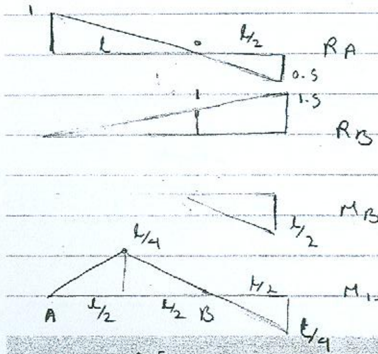
Rc را از جمع هم می توان بدست آورد


0.5
0.5
V_{1-1}
1/4
M_{1-1}

اگر بار در قطعه BC باشد در قطعه AB هیچگونه برش نداریم



مثال ۱
RA
RB
MB
M_{1-1}
V_{1-1}

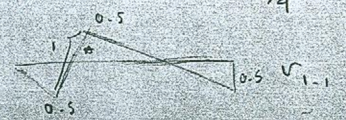

1
L
0
L/2
0.5
RA
1.5
RB
L/2
MB
L/4
A
L/2
L/2
B
L/2
L/4
M_{1-1}

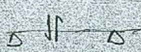
در تکیه گاه تغییر شکل نمی دهد پس دو قطعه حول آن می چرخد

V_B < V_{BL}, V_{BR}

از سمت منفی صرف نظر می کنیم

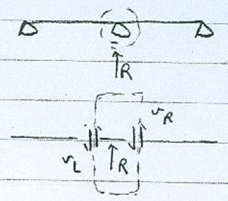
یعنی اگر بار در AB حرکت کند هیچ اثری در B ایجاد نمی شود
چون سر دیگر آزاد است


0.5
1
0.5
0.5
V_{1-1}



بار در هر دو طرف نباید MB مقداری ایجاد کند

* ۸ حالت L و مقطع ۱-۱ در وسط
پس 0.5 در بالا و 0.5 در پایین

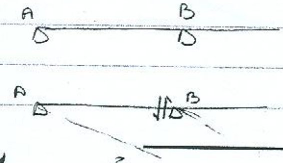


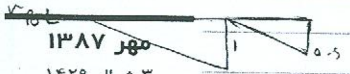
برش در دو طرفین اعمال بار متمرکز با هم فرق می کند

$\Sigma F_y = 0$

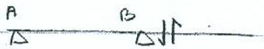
$V_L + R = V_R$

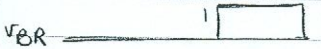
ادامه حل:





اگر در L برابر 1 باشد در L/2 برابر 0.5 می شود



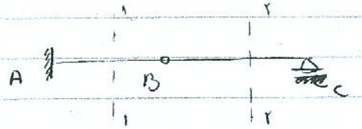


در بار در محدوده AB باشد هیچ برشی در دهانه ایجاد نمی شود
وقتی بار در دهانه می افتد تازه برش داریم

در رسم منحنی های خط تاثیر به این شیوه باید نکات زیر مد نظر قرار گیرد:

1 اگر در سازه های معین تغییر شکل به صورت منحنی باشد از آن صرف نظر نموده و در آن قطعه خط تاثیر را صفر فرض می کنیم

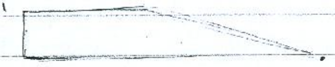
۴- اگر در رسم خطوط تأثیر اگر مفاصل ایجاد شده (مفاصل مجازی) بتوانند حرکت کنند (یعنی به تکیه گاه وصل باشند) با حرکت آنها در سازه معین تغییر شکل منحنی ایجاد کند از آن حرکت صرف نظر نموده و تغییر شکل رو عضوها و مفصل را تحت اثر نیرو اعمال شده بدست می آوریم



مثال) R_A , R_C , M_A , V_B

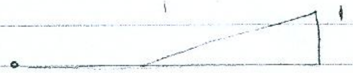
M_{1-1} ، V_{1-1}

M_{2-2} ، V_{2-2}



R_A

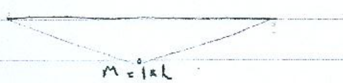
در تکیه گاه گیردار، حرکت قائم آن حذف می شود



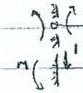
R_C

بازهم دوران آزاد می شود بنابراین فقط صاف بالا می رود

از دوران [illegible] هم می توان [illegible]

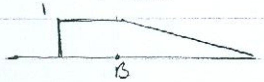


M_A



چون به عضو چسبیده می روند عضوها را در راستا می کشیم

$M = 0$ چون $1 \times 0 = 0$

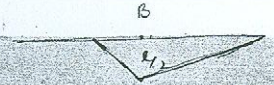


V_{1-1}

منحنی بی حذف می شود

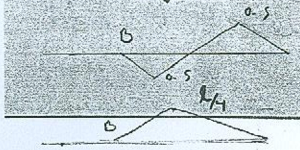
چون بار برآیند آن

با فرض چپ موازی با شیب خط صاف در نظر می گیریم



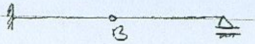
M_{1-1}

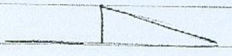
تغییر شکل منحنی در سمت چپ بی حذف می شود (بار در مفصل قرار می گیرد)



V_{2-2}

ادامه:



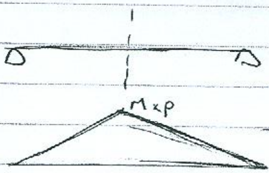


V_B

شکل سمت چپ منحنی می شود صرف نظر می کنیم

تنها خط تأثیری که شیب چپ و راست در برش می تواند متفاوت باشد در مفصل است V_B

محاسبه مقادیر توابع به ازای بارهای غیر از بار واحد:



بار P

بار گسترده مجموعه ای از بارهای متمرکز است

چند تا بار متمرکز در مقدار خط تأثیر زیر هر یک بدست می آوریم و با هم جمع می کنیم

بار گسترده ← شدت بار × سطح زیر

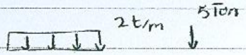
منحنی های خط تأثیر به ازای بار متمرکز واحد رسم می شوند اگر بارگذاری روی تیر غیر از آن باشد برای محاسبه تابع مورد نظر به شیوه زیر عمل می کنیم

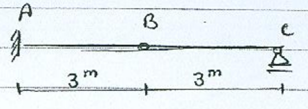
الف) اگر بار متمرکزی با مقداری غیر از واحد به سازه اعمال شود عرض خط تأثیر را در مقطع مورد نظر در مقدار آن بار ضرب می‌کنیم

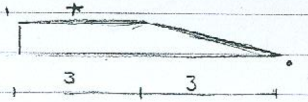
ب) اگر مجموعه‌ای از بارهای متمرکز به سازه اعمال شود برای محاسبه مقدار تابع هر یک از بارها را در عرض خط تأثیر متناظر با خودش ضرب نموده و حاصل آنها را با یکدیگر جمع می‌کنیم

ج) اگر بار گسترده به سازه اعمال شود (با شدت یکنواخت) برای محاسبه تابع سطح زیر خط تأثیر را در محدوده‌ای که بار گسترده اعمال می‌شود در شدت آن بار ضرب می‌کنیم و علامتهای جبری را مد نظر داشته باشیم)

مثال) اگر بار متمرکز ۵ تن به علاوه بار گسترده‌ای به شدت 2ton/m در طول محدود 3m از روی تیر شکل زیر عبور کند حداکثر عکس العمل تکیه‌گاه A چقدر خواهد بود







از خط تأثیر استفاده می‌کنیم

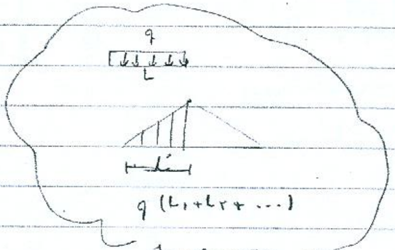
در نقطه ★ اعمال می‌شود

اثر متمرکز $\rightarrow R_A = 5 * 1 = 5$

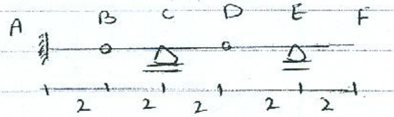
اثر گسترده $\rightarrow R_A = \underbrace{S}_{3\times1} \times \underbrace{q}_{2} \rightarrow R_A = 6$

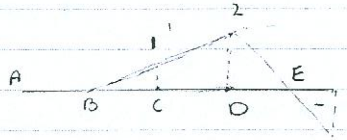
در نقطه ★ اعمال می‌شود

$+ \; R_A = 11$



* مثال A284) در تیر شکل زیر اگر بار یکنواختی به شدت w از روی آن عبور کند حداکثر عکس‌العمل تکیه‌گاه C چقدر خواهد شد





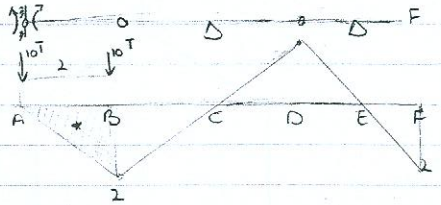
اثر گسترده → $R_C = S \times q$

در محدوده B تا E

$R_C = \left(\frac{6 \times 2}{2}\right) \times w = 6w$

در مثال فوق اگر دو بار متمرکز 10Ton به فاصله ثابت 2 متر از یکدیگر از روی تیر عبور کنند حداکثر

نیروی تکیه‌گاه A چقدر خواهد شد



اثر بار متمرکز → $10 \times 0 + 10 \times 2 = 20 \ t/m$

اگر یک بار گسترده به شدت $2t/m$ و طول ثابت 6 متر از روی این تیر حرکت کند

حداکثر نیروی ایجاد شده در تکیه‌گاه A چقدر می‌شود

$M = \underbrace{\left(\frac{2 \times 2}{2}\right)}_{\text{مساحت}} \times \underbrace{2}_{\text{شدت}} = 4$

* مساحت

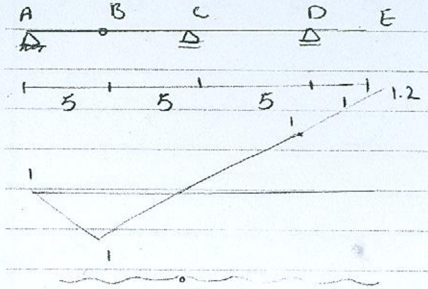
فقط در قسمت اول بار می‌ماند چون بقیه

متری از بین می‌رود

۱
۳
۸
۷

مثال A283) اگر بار گسترده‌ای به شدت 1Ton/m و به طول نامحدود از روی تیر زیر

عبور کند تکیه‌گاه D برای چه عکس‌العملی طراحی می‌شود



$R_D = 5 \times 1 \ Ton/m = 5$

$S = -5$ $S = 3.6$

$S = \frac{10 \times 1}{2}$ $S = \frac{6 \times 1.2}{2}$

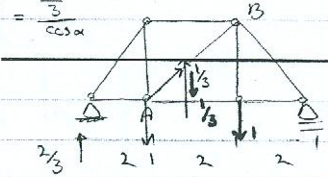
مثال اگر در خرپای شکل زیر

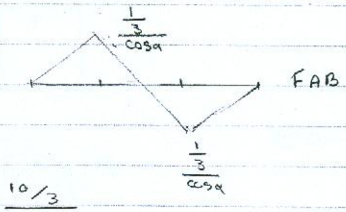
بار متمرکز 10 Ton روی بال

حرکت کند حداکثر نیروی

عضو AB چقدر خواهد شد

$F = \frac{\frac{1}{3}}{\cos\alpha}$

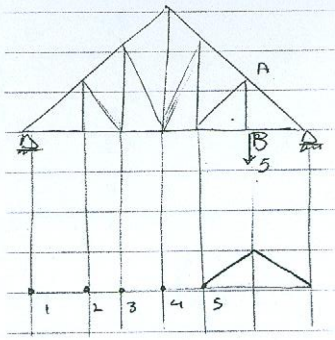




$R_{AB} = \frac{\frac{1}{3}}{\cos\alpha} \times 10 = \frac{10/3}{\cos\alpha}$

* در خرپاها نیرو فقط به گره‌ها اعمال می‌شود *

2
0
0
8



اگر بار متمرکز 10ton که روی پل خرپایی

این خرپا حرکت کند خط تأثیر نیروی

محوری عضو AB را رسم کنید

دو عضو دیگر راست عضو صفر صفر است

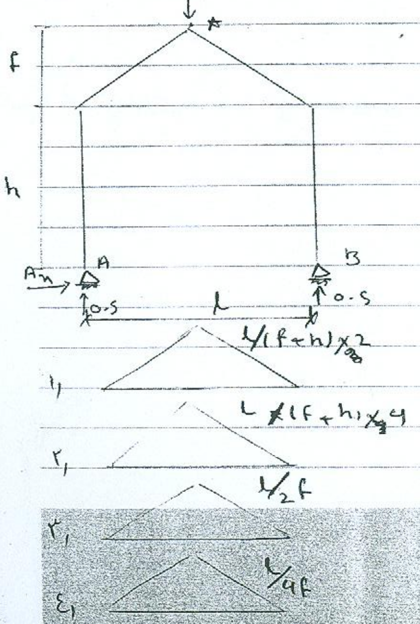
فقط در حالتی که بار روی B می باشد

نیرو در هر یک از 1 و 2 و 3 باید چون صفر نیرویی است صفر می شود مگر از اینکه در B وارد شود

که دیگر صفر نیست

خط تأثیر عکس العمل افقی A هنگامی که بار واحد به صورت قائم روی سقف این سازه

حرکت کند

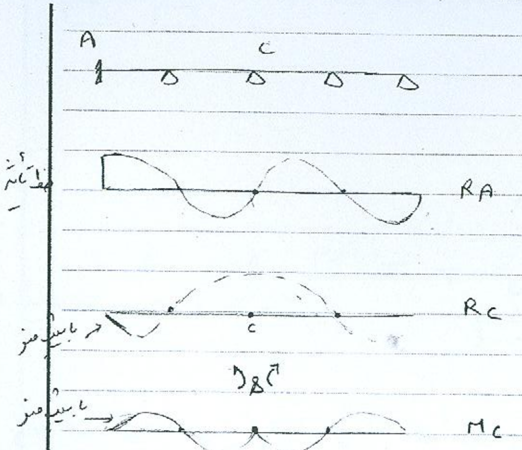


$$0.5\times l/2 = A\times(h+f)$$

$$\rightarrow A = \frac{l}{4(h+f)}$$

حول نقطه ★ ممان می گیریم

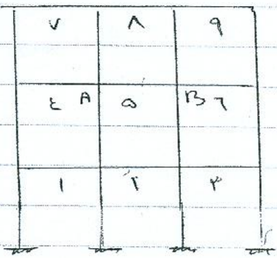
تیرهای نامعین :



بیشترین تنش منفی c در دهانه های ۲ و ۳ می باشد

بار گسترده زنده در کدام دهانه ها اعمال شود

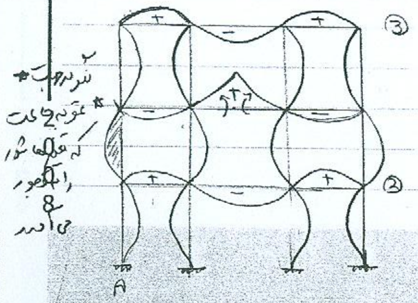
که گشتاور دهانه AB ماکزیمم شود



زاویه تیر و ستون بعد از دوران نیز باید 90 باشد

بعد از کشیدن تغییر شکل تیر سراغ ستون Ⓐ

می رویم گره ★



★ شرط جواب ★ عمود به حالت که قطع شود اینطور 8 می آید

اول تغییر شکل ستون ها بعد تیرهای 3 و 2 که همواره

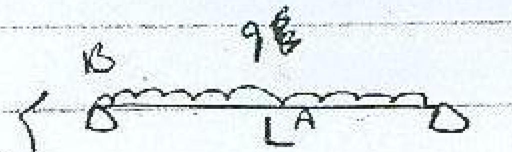
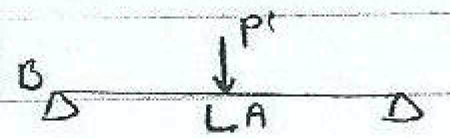
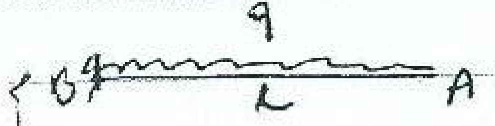
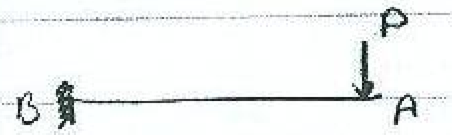
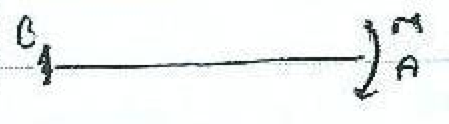
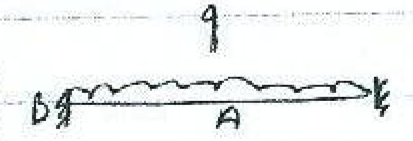
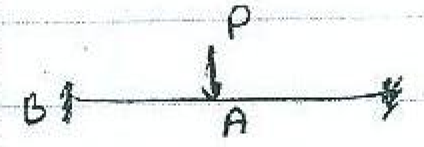
مثل شکل منفی تیرها در گره های صلب ⊕ و ⊖ داریم

* خاصیت قاب های خمشی این است که تغییر شکل یک نقطه در

همگی مؤثر است

شیب و تغییر مکان در نقطه A

مثال)

تیرهای معین θ	θ_A	Δ_A		
$\frac{1}{24}\cdot\frac{qL^3}{EI}$	0	$\frac{5}{384}\cdot\frac{qL^4}{EI}$		دو سر ساده
$\frac{1}{16}\cdot\frac{PL^2}{EI}$	0	$\frac{1}{48}\cdot\frac{PL^3}{EI}$		
0	$\frac{1}{6}\cdot\frac{qL^3}{EI}$	$\frac{1}{8}\cdot\frac{qL^4}{EI}$		طره
0	$\frac{1}{2}\cdot\frac{PL^2}{EI}$	$\frac{1}{3}\cdot\frac{PL^3}{EI}$		
0	$\frac{ML}{EI}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{ML^2}{EI}$		
0	0	$\frac{1}{384}\cdot\frac{qL^4}{EI}$		دو سر گیردار
0	0	$\frac{1}{192}\cdot\frac{PL^3}{EI}$		

چند نکته برای حفظ کردن جدول بالا

در حالتی که بار گسترده داریم $\frac{qL^4}{EI}$ را ثابت داریم

در حالتی که بار متمرکز داریم $\frac{PL^3}{EI}$ را ثابت داریم

در حالتی که M داریم $\frac{ML^2}{EI}$ را ثابت داریم

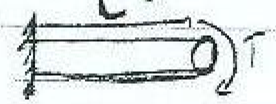
برای Δ و برای θ یکی از توان Δ کم می‌شود

تغییر شکل
- خمشی ← مورد بحث امتحان
- برشی — از روش‌های انرژی و کار مجازی حل می‌شود
- محوری

دوران
- خمش ← مورد بحث امتحان
- پیچش ⟵ $\varphi = \frac{T\cdot L}{G\cdot J}$

$G = 0.4E$ ⟵ در مورد فولاد

$J = \frac{\pi}{2}r^4$ ⟵ برای مقطع دایره



برای محاسبه تغییر شکل‌ها و دوران‌ها روش‌های مختلفی داریم
- مشتق‌گیری ← تیر مزدوج
- انرژی ← کاستیگلیانو
- ترسیمی ← ممنوع است
- اختیاری

روش تیر مزدوج یا بار الاستیک :

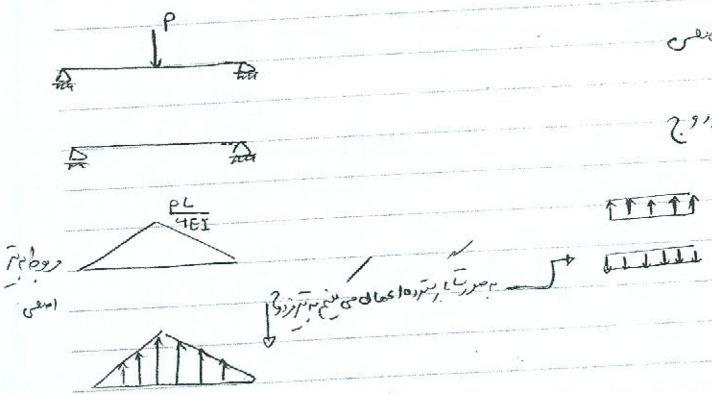
۱. ابتدا نمودار لنگر تیر موجود را رسم می‌کنیم

۲. نمودار لنگر را در هر نقطه بر صلبیت خمشی (EI) آن نقطه تقسیم می‌کنیم

۳. منحنی بدست آمده را ($\frac{M}{EI}$) به صورت بار گسترده به تیر مزدوج، تیر اصلی اعمال می‌کنیم

در این سازه برش در هر مقطع θ در تیر اصلی و لنگر در هر مقطع Δ در تیر اصلی خواهد بود

مثلا :


تیر اصلی
P
تیر مزدوج
$\frac{PL}{4EI}$
دیاگرام تیر اصلی
به صورت بار گسترده اعمال می‌کنیم به تیر مزدوج

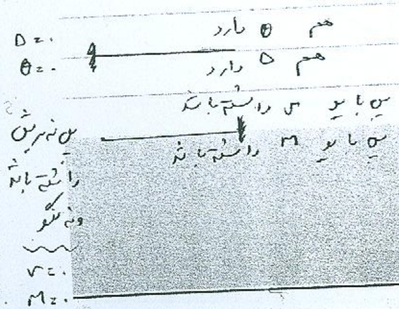
تیر اصلی → تیر مزدوج

لنگر مثبت ← بار مثبت

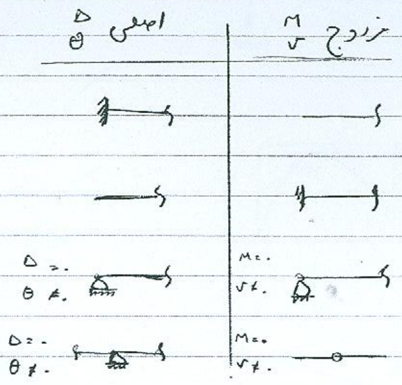
لنگر منفی ← بار منفی

توصیه : روش تیر مزدوج را فقط برای بارهای متمرکز استفاده می‌کنیم

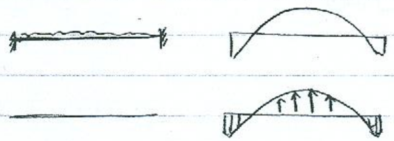
مثلا :


Δ=0
θ=0
هم θ دارد
هم Δ دارد
نه باید θ داشته باشد
نه باید M داشته باشد
نه نیرو برش داشته باشد و نه لنگر
V=0
M=0

تغییر شرایط تکیه‌گاهی در روش مزدوج


اصلی Δ θ
مزدوج M V
Δ=0
θ≠0
M=0
V≠0
Δ=0
θ≠0
M=0
V≠0

مثال

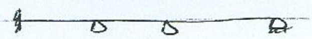


تیر مزدوج

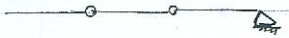
مزدوج تیرهای نامعین
ناپایدار می‌شود

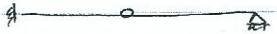
۱. با بارگذاری پایدار می‌شود

مثال ۱)

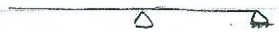


تیر مزدوج

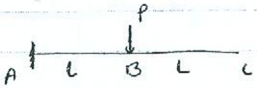


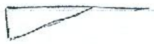


تیر مزدوج

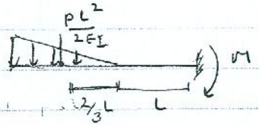


مثال ۱) تغییر مکان انتهای گره را بدست آورید



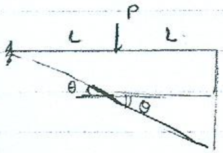


تیر مزدوج



$$M = \frac{PL^2}{2EI} \cdot \frac{5}{3} \cdot L = \frac{5}{6} \frac{PL^3}{EI}$$

روش اشعاری



$$\Delta = \frac{PL^3}{3EI}$$

$$\Delta' = \theta . L$$

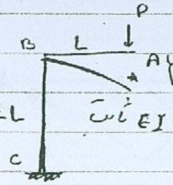
$$\frac{PL^2}{2EI} \times L = \frac{PL^3}{2EI}$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \frac{PL^3}{EI}$$

$$\frac{5}{6} PL^3/EI$$

روش اشعاری

* مثال ۱)

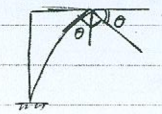


ΔA قائم = ?

$$\Delta_1 = \frac{PL^3}{3EI}$$

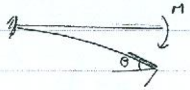
* اول فرض می‌کنیم ستون سخت است

حالا فرض می‌کنیم بالا در نقطه‌ی [illegible] است



$$\Delta_2 = \theta . L$$

شکل را ۹۰° می‌چرخانیم



$$M = P . L$$

$$\theta = \frac{M \times L}{EI} = \frac{2PL^2}{EI} \qquad \Delta = \theta . L$$

$$\Delta = \frac{2PL^3}{EI}$$

$$\Delta = \frac{7}{3} \times \frac{PL^2}{EI} \longleftarrow \Delta_2 , \Delta_1 \text{ جمع}$$

$$\Delta_{\text{کل}} = \Delta_{\text{تیر}} + \Delta_{\text{ستون}}$$

روش تیر مزدوج برای قاب‌ها سخت است

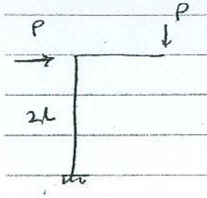
↓

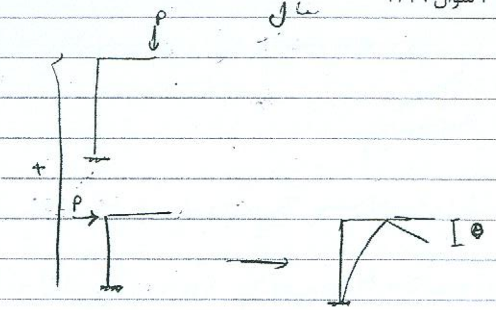
سهم عمده تغییر مکان در قاب‌ها مربوط به تغییر مکان ستون‌ها می‌باشد

↓

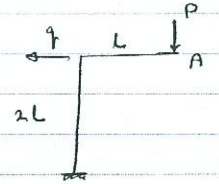
سخت کردن ستون اثر بیشتری دارد ← برای کنترل [illegible]

مثال ۱



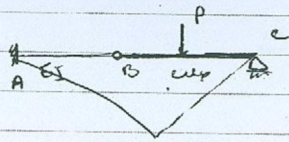


مثال ۱ $\frac{P}{q}$ چقدر باشد تا Δ_A قائم برابر صفر باشد



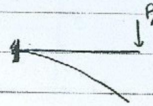
$\frac{P}{q} = ?$

مثال ۱



$\left\{\begin{array}{l}\Delta_B \\ \theta_C\end{array}\right.$

۲/ از روش [illegible] حل کنیم



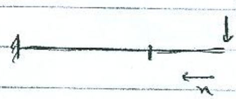
$$\Delta = \frac{\frac{P}{2} \times L^3}{3EI} = \frac{PL^3}{6EI}$$

چون تکه BC صلب است پس سختی بینهایت است و تکه BC صفر می‌شود

$$\theta_C = \frac{\Delta}{L} = \frac{PL^2}{6EI}$$

۱/ روش کاستیلیانو :

$$\underset{\text{انرژی ذخیره شده خمشی}}{U} = \int_0^L \frac{M^2\,dx}{2EI}$$



$M(x) = P \times x$

$$U = \int_0^L \frac{(P \times x)^2 \cdot dx}{2EI} = \frac{P^2L^3}{6EI}$$

روش مستقیم ۱/

$$\frac{P^2L^3}{6EI} = \frac{1}{2} P\,\Delta \Rightarrow \Delta = \frac{PL^3}{3EI}$$

$$\Delta_A = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{\partial U}{\partial M} \cdot \frac{\partial M}{\partial P}$$

$$U = \int \frac{M^2\,dx}{EI} \longrightarrow \Delta_A = \int \frac{M}{EI} \cdot \frac{\partial M}{\partial P} \cdot dx$$

۲/ مشتق می‌گیریم

۱- در نقطه مورد نظر
۱- در راستای مورد نظر

$$\theta_A = \int \frac{M}{EI} \cdot \frac{\partial M}{\partial m} \cdot dx$$

در روش کاستیلیانو برای محاسبه تغییر مکان یا دوران در هر نقطه به شرح زیر عمل می کنیم

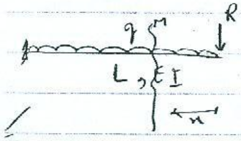
۱. برای محاسبه تغییر مکان نیروی متمرکزی در نقطه مورد نظر و در راستای مورد نیاز به سازه اعمال می نمائیم (اگر این نیرو از ابتدا وجود نداشته باشد مقدار آن را صفر در نظر می گیریم)

۲. در محاسبه دوران یک لنگر متمرکز در نقطه مورد نظر اعمال می کنیم

۳. انرژی خمشی را محاسبه و از آن نسبت به نیرو یا لنگر اعمال شده مشتق می گیریم

می توانیم به جای مشتق گیری از انرژی از همان ابتدا از رابطه * استفاده نمائیم

مثال) تغییر مکان و دوران انتهای طره را با روش کاستیلیانو بدست آورید



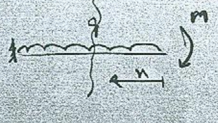
بار متمرکزی در انتها فرضی اعمال می کنیم

در کاستیلیانو اگر منفی شد یعنی تغییر مکان خلاف جهت باری است که گذاشتیم

$$M(x) = -\frac{qx^2}{2} - Rx$$

$$\frac{\partial M}{\partial R} = -x \xrightarrow[\text{را صفر قرار می دهیم}]{R=0} \Delta_A = \int_0^L \frac{-qx^2/2}{EI} \times (-x)\, dx$$

$$\Delta_A = \frac{qx^4}{8EI} \longrightarrow \Delta_A = \frac{qL^4}{8EI}$$



$$M(x) = -m - \frac{q x^2}{2}$$

$$\frac{\partial M}{\partial m} = -1 \xrightarrow[\text{صفر}]{\text{برابر } m \text{ را}} \theta_A = \int_0^L \frac{-\frac{qx^2}{2}}{EI} \times (-1)\, dx$$

$$\theta_A = \frac{qx^3}{\text{[illegible]}} \longrightarrow \theta_A = \frac{qL^3}{6EI}$$

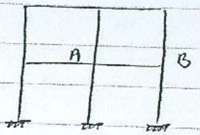
دوران هم هم جهت همان [illegible]

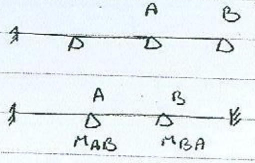
... روز آمار ... شهادت مظلومانه آیت ا... حاج سید مصطفی خمینی (۱۳۵۶ هـ. ش) /

روش شیب و افت : نامعین
نیرو
تغییر شکل

↓

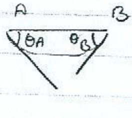
فقط سازه های نامعین



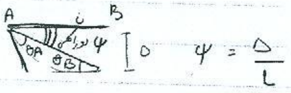


MAB
انتهای نزدیک عضو
انتهای دور عضو

اثر شیب ، دوران انتهایی



MAB در انتهای عضو =
دوران انتهای دور
نسبتا
دوران کلی عضو
بارگذاری

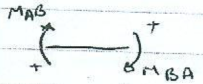


$\psi = \frac{\Delta}{L}$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi) + FEM_{AB}$$

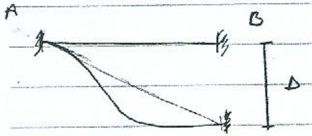
انتهای نزدیک
انتهای دور
ψ
بار

قرارداد علامت : تمام دوران ها در جهت عقربه های ساعت مثبت فرض می شوند



لنگر متمرکز در انتهای عضو ساعتگرد همیشه مثبت است

مثال: در یک تیر دو سر گیردار که هیچ بار خارجی بر آن اثر نمی‌کند یکی از تکیه‌گاه‌ها به اندازه Δ نشست می‌کند لنگر ایجاد شده در تکیه‌گاه مقابل آن چقدر خواهد بود



$\theta_A = 0$

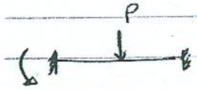
$\theta_B = 0$

بارگذاری نداریم

$\psi = +\frac{\Delta}{L}$, FEM = 0

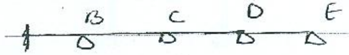
$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}\left(0 + 0 - \frac{3\Delta}{L}\right) + 0$$

$$M_{AB} = \frac{6EI\Delta}{L^2}$$

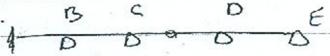


این تیر دوران و نشست ندارد

و فقط اثر بار دارد ← در اثر بارگذاری که ایجاد می‌شود برابر FEM است



چند تا مجهول سختی داریم؟ ۵ تا مجهول θ دارد

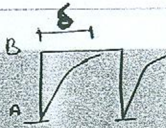


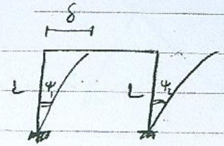
۷ تا مجهول θ دارد

مجهولات
- دورانی، θ ← تکیه‌گاه‌ها یا گره‌ها در آن مفصل داشته باشیم صرف‌نظر
- انتقالی Δ
  - تیر ← ناشی از نشست
  - قاب ← تغییر مکان‌ها

درجات آزادی

DOF

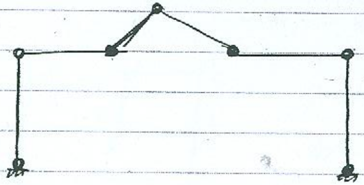




درجات آزادی انتقالی در قاب‌ها:

$\psi_1 = \psi_2$

تعداد مجهولات مستقل را باید بشماریم



دو روش:
1. تعداد قیدهایی که لازم است بگذاریم تا پایدار شود یعنی حرکات جانبی مقید شود
2. یا باید سیستم جدید با مجهول کم داریم ← همه را مفصل می‌کنیم

این روش همه جا جواب می‌دهد

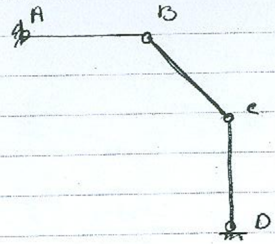
مجهول = ۶

معادله = 3 + 5 = 8

۶ تا ۴ مستقل ← ۶ مجهول کم

تعداد قیدهای که کم داریم

برای محاسبه درجات آزادی انتقالی مستقل از هم در قاب‌ها باید تعداد قیدهایی که به سازه اضافه می‌شود تا تغییر مکان‌های ایجاد شده در المان را مقید کند بشماریم می‌توان برای محاسبه تعداد آنها تمام اتصالات اعم از تکیه‌گاه‌ها را مفصلی کرده و سپس تعداد مجهولات لازم را برای برابری معادلات با مجهولات شمارد که این تعداد همان درجات آزادی انتقالی خواهد بود



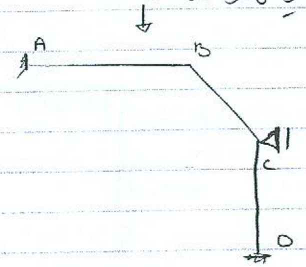
دورانی θ_B
θ_C

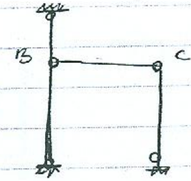
انتقالی

مجهول ۴

معادله $3 + 2 = 5$

۱ ← ۱ قید می‌خواهد ←





K روش ۲

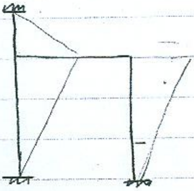
دورانی θ_B , θ_C

مجهول 6

$3 + 3$

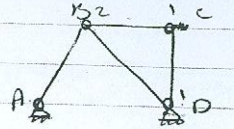
0

مثال نقض



K روش ۱

انتقالی ۱



دورانی : $\theta_A , \theta_B , \theta_C , 2\theta_D$

درعضو مفصل شده

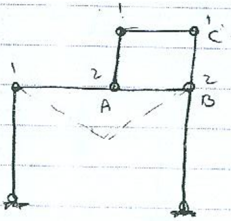
دورانی : 5

ندارد : انتقالی

کار بسته

مجهول $۴ + 3 = 7$

معادله $3 + ۴ = 7$



کار بسته ۵

دورانی ۵

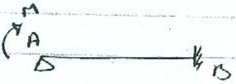
مجهول : $۴ + 3 = 7$

معادله : $3 + 7 = 10$

انتقالی 3

برای مقید شدن در نقاط A و B و C تکیه‌گاه می‌خواهیم

مثال) اگر لنگر M به انتهای A اعمال شود دوران تکیه‌گاه A و لنگر تکیه‌گاه B را حساب کنید



$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + 0 - 0) + 0 = M$$

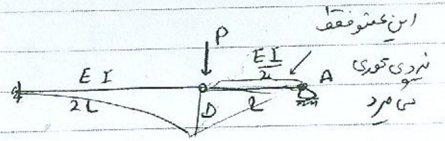
$$M_{AB} = \frac{4EI}{L}\theta_A \rightarrow \theta_A = \frac{ML}{4EI} \rightarrow K_{\text{دورانی}} = \frac{M}{\theta} = \frac{4EI}{L}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}(0 + \theta_A - 0)$$

$$= \frac{2EI}{L}\left(ML/4EI\right) = \frac{M}{2}$$

از این موضوع نتیجه می‌شود اگر لنگری به گره‌ای وارد شود به نسبت سختی دورانی آنها بین اعضا پخش می‌شود

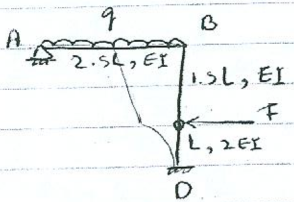
مثال ۱ ، چرخش نقطه A چقدر است ؟


P
EI
2L
D
$\frac{EI}{2}$
L
A
این عضو فقط نیروی محوری می‌برد

$$\Delta = \frac{P(2L)^3}{3EI} = \frac{8PL^3}{3EI}$$

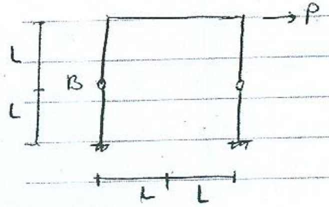
$$\theta_A = \frac{\Delta}{L} = \frac{8PL^2}{3EI}$$

تغییر مکان افقی نقطه C چقدر است


A
q
B
2.5L , EI
1.5L , EI
F
L , 2EI
D

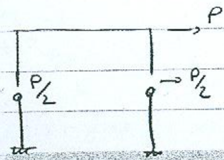
$$\Delta_C = \frac{FL^3}{3(2EI)}$$

تغییر مکان افقی نقطه B چقدر است

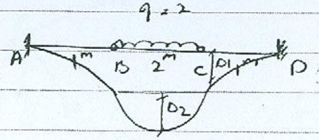


$$\Delta_B = \left(\frac{P}{2} L^3\right) / 3EI$$

ثابت EI



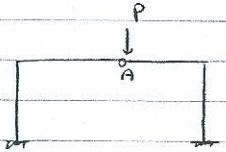
Δ وسط عضو BC


q = 2
A
1m
B
2m
C
Δ1
1m
D
Δ2

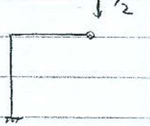
$$\Delta_1 = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{2 \times 1^3}{3EI} = \frac{2}{3EI}$$

$$\Delta_2 = \frac{5}{384} \times \frac{2 \times 2^4}{EI} = \frac{160}{384EI}$$

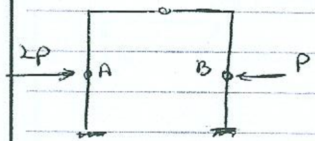
تغییر مکان قائم نقطه A



مثل سوال ۵ حل می‌شود

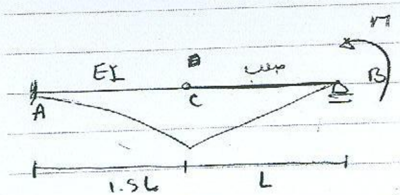


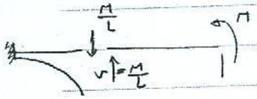
دو نقطه A و B چقدر به هم نزدیک می‌شوند



$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{3} \times \frac{PL^3}{EI} \\ \frac{2}{3} \times \frac{PL^3}{EI} \end{array}\right\} + \longrightarrow \frac{PL^3}{EI}$$

در سازه شکل زیر مقدار چرخش در نقطه B چقدر است

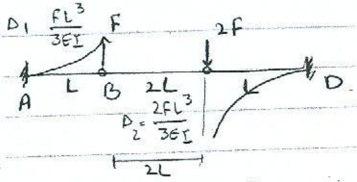




$$D = \frac{(\frac{M}{L})(1.5L)^3}{3EI} = \frac{9ML^2}{8EI}$$

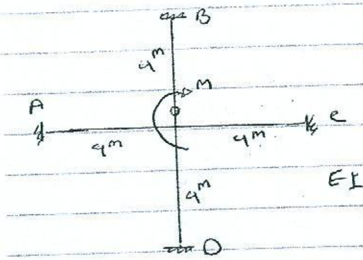
$$\theta_B = \frac{9ML}{8EI}$$

مقدار چرخش عضو BC را حساب کنید



$$D_1 + D_2 = \frac{FL^3}{3EI} + \frac{2FL^3}{3EI} = \frac{FL^3}{EI} \xrightarrow[2L]{\text{تقسیم}} \frac{D}{2L} = \frac{\frac{FL^3}{EI}}{2\cancel{L}} = \frac{FL^2}{2EI}$$

لنگر تکیه گاه D چقدر است



EI = cte

مفصل نمی‌گذارد دوران به نقطه B برسد

سختی ۳ عضو بین ← $\frac{M}{3}$

تکیه گاه دور نصف می‌برد ← $\frac{M}{6}$

$$M_{DA} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + 0 - 0) + 0$$

$$M_{DA} = \frac{4EI}{L}\theta_A \rightarrow K_{\text{دورانی}} = \frac{m}{\theta} \rightarrow K_{\text{دورانی}} = \frac{\frac{4EI}{L}\theta_A}{\theta} \rightarrow K_{\text{دورانی}} = \frac{4EI}{L}$$

لنگر ایجاد شده در گره باید به نسبت سختی دورانی بین اعضای متصل به آن گره

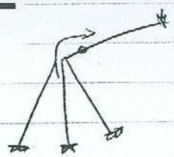
تقسیم شود سختی دورانی هر عضو $\frac{4EI}{L}$ می‌باشد که در این سازه برای ۳ تا اعضا

یکسان است از دورانی عضو بالایی به دلیل وجود مفصل هیچ سهمی از لنگر نمی‌برد پس

سهم هر عضو $\frac{M}{3}$ خواهد بود و لنگر ۳ دو نصف لنگر ایجاد شده در گره به تکیه گاه انتقال

لنگر تکیه گاه D برابر $M/6$ خواهد بود

$M_D = M/6$



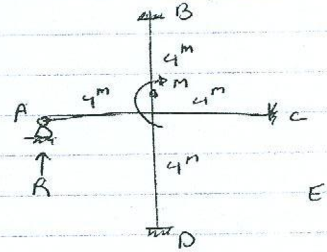
زوایای قاب زیری هیچ ربطی ندارد و

مثل مثال قبل حل می‌شود

از انتهای دور مفصل باشد سختی $\frac{3}{4}$ می‌شود

اشکال اگر در تکیه گاه اعضا به جای گیردار مفصلی باشد سختی دورانی عضو در $\frac{3}{4}$ ضرب

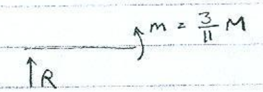
می‌شود یعنی $\frac{3EI}{L}$ می‌شود



مثال / عکس العمل قائم تکیه گاه A چقدر است

EI = cte

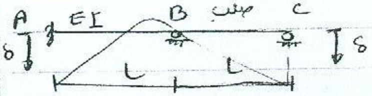
$$\frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{L} + \frac{3EI}{L} = \frac{11EI}{L}$$



$$R \times 4 = \frac{3}{11}M$$

$$\frac{K}{\Sigma K}$$

$$R = \frac{3}{44}M$$



مثال اگر تکیه گاه A در اثر نشست δ

لنگر ایجاد شده در A و C چقدر است

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(0 + \theta_B + 3\psi_{AB})$$

$$\psi_{AB} = -\frac{\delta}{L} \qquad \theta_B = \frac{\delta}{L}$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}\left(0 + \frac{\delta}{L} + 3\times -\frac{\delta}{L}\right)$$

$$M_{AB} = \frac{8EI\delta}{L^2}$$