www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسین عمران

ارائه کتابها و جزوات رایگان مهندسی عمران

بهترین و برترین مقالات روز عمران

انجمن های تخصصی مهندسی عمران

فروشگاه تخصصی مهندسی عمران

بسمه تعالی

محاسبات ساختمانهای بتونی ۱

مدرس: مهندس سنگی

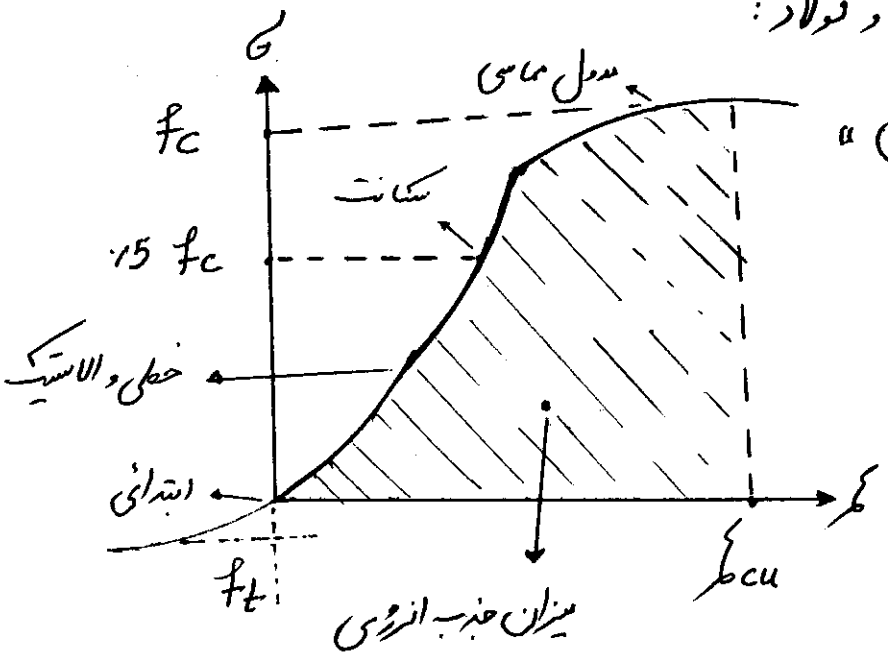
گردآورنده: سید فرهاد حسینی

Subject: 1390/12/7

Year Month Date

خواص مکانیکی بتن و فولاد:

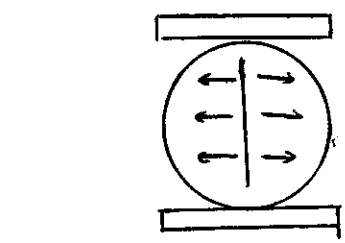
« نمودار تنش و کرنش بتن »



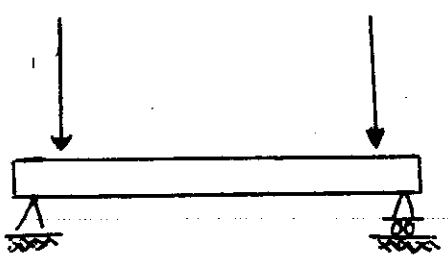
$$E_c = 5000\sqrt{f_c} \quad N/mm^2$$

$$E_s = 2\times10^5 \quad N/mm^2$$

$$f_{ct} = .55\sqrt{f_c}$$



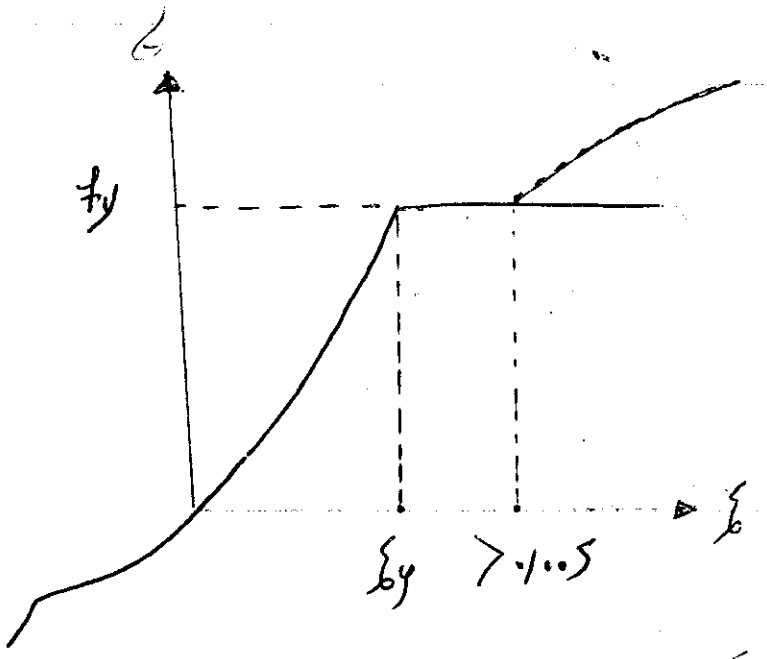
$$f_r = .63\sqrt{f_c}$$



Subject:

Year: Month: Date: ( )

نمودار تنش و کرنش فولاد:



تنش جاری شدن — تنش کششی (fu)

AI =	220	380
AII =	300	500
AIII =	400	600

روش طراحی:

- حالت حدی نهایی: نیروهای مقاوم > تنش های داخلی

- حالت حدی بهره برداری: کنترل ترک ها، خیز و ... (تغییر شکل ها)

- ضرایب بار: جهت تشدید بارهای وارد
  - بار مرده: 1,25
  - بار زنده: 1,5

- ضرایب مقاومت: جهت تقلیل مقاومت بتن و فولاد
  - $f_c = 0.65$
  - $f_s = 0.85$

انواع بار: 1- بار مرده 2- بار زنده 3- بار ناشی از طبیعت

$$U = 1,25\,DL + 1,5\,LL$$

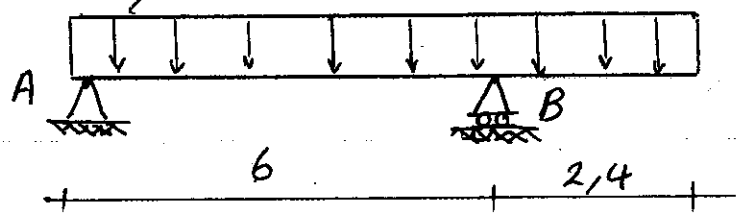
مقاوم	داخلی
N_R	N_u
M_R	M_u
V_R	V_u

Subject:

Year Month Date

مثال: مقدار برش و لنگر شکل زیر را ترسیم کنید؟

$q = 48,75 \ KN/m$



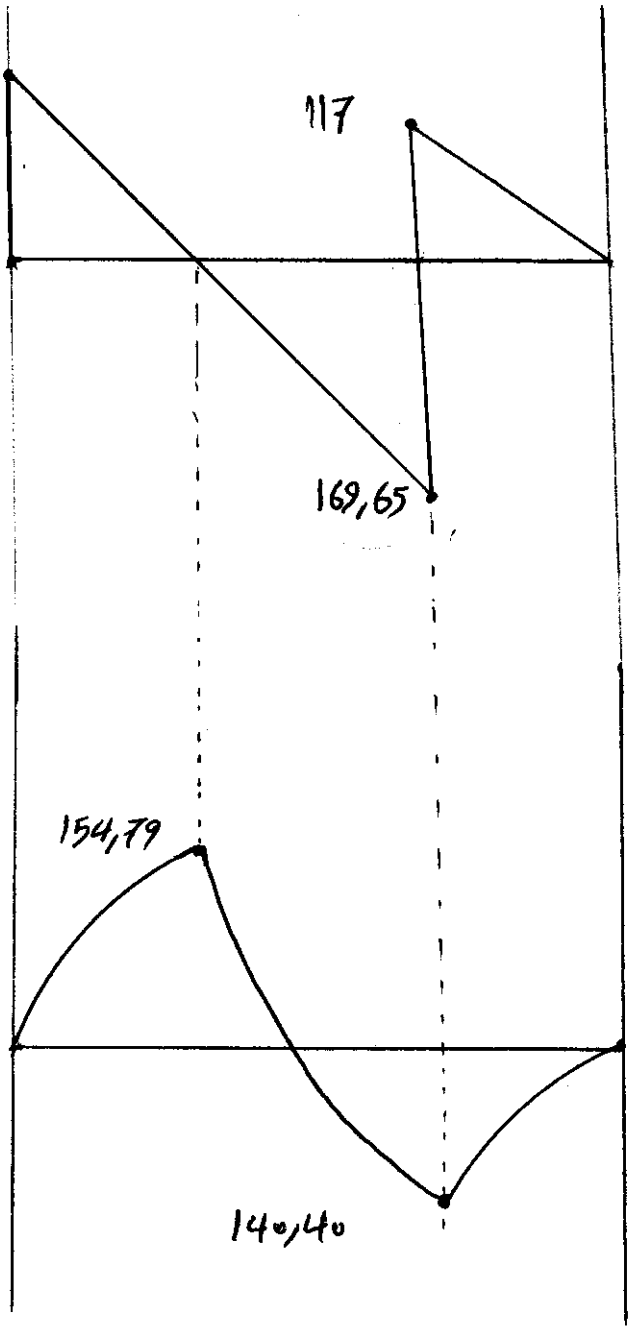
$\rightarrow^{+} \quad \Sigma F_{ox} = 0 \Rightarrow R_{ox}A = 0$

$\curvearrowleft^{+} \quad \Sigma M_A = 0 \Rightarrow (48,75 \times 8,4 \times 4,2) - (R_{YB} \times 6) = 0$

$\Rightarrow R_{YB} = 286,65 \ KN/m$

$\Sigma F_y \uparrow^{+} = 0 \Rightarrow R_{YA} - (48,75 \times 8,4) + 286,65 = 0$

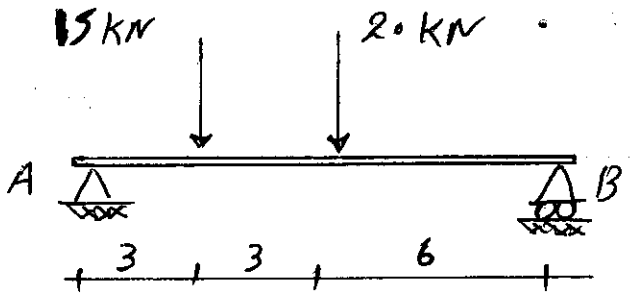
$\Rightarrow R_{YA} = 122,85 \ KN/m$



نمودار برش (۳)

نمودار ممان (۴)

❤ نمودار برش و ممان شکل زیر را رسم نمایید؟



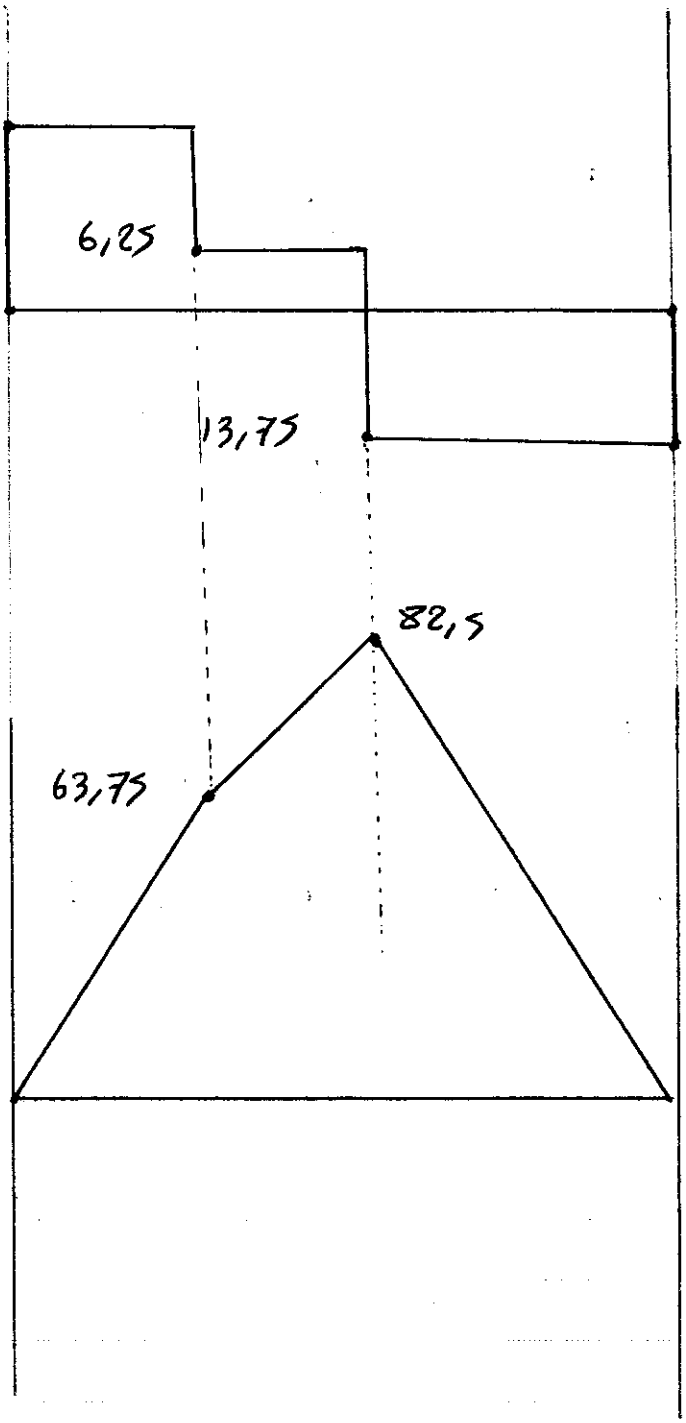
$\overrightarrow{+}\ \Sigma F_{x} = 0 \Rightarrow R_{x}A = 0$

$\overset{+}{\curvearrowleft}\ \Sigma M_{A} = 0 \Rightarrow (15 \times 3) + (20 \times 6) - (R_{y}B \times 12) = 0$

$\Rightarrow R_{y}B = 13,75$

$+\uparrow \Sigma f_{y} = 0 \Rightarrow R_{y}A - 15 - 20 + 13,75 = 0$

$\Rightarrow R_{y}A = 21,25$



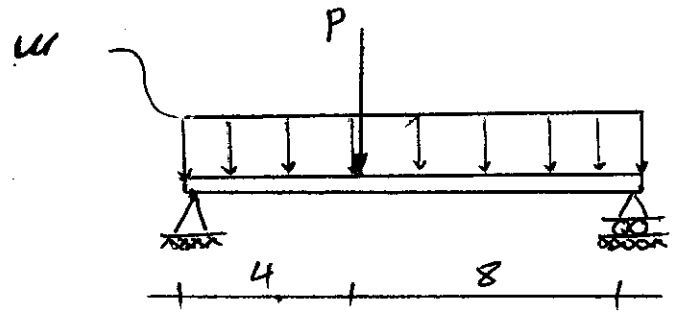
نمودار برش (۳)

نمودار لنگر (۴)

Subject:

Year: Month: Date: ( )

۴ نمودار برش و خمش شکل زیر را ترسیم نمایید؟



$w = \begin{cases} D = 3 \\ L = 2 \end{cases}$ ton

$P = \begin{cases} D = 5 \\ L = 3 \end{cases}$ ton/m

$w = (1,25 \times 3) + (1,5 \times 2) = 6,75$ ton

$P = (1,25 \times 5) + (1,5 \times 3) = 10,75$ ton/m

$\rightarrow^{+} \quad \Sigma f_{ax} = 0 \Rightarrow R_{ax}A = 0$

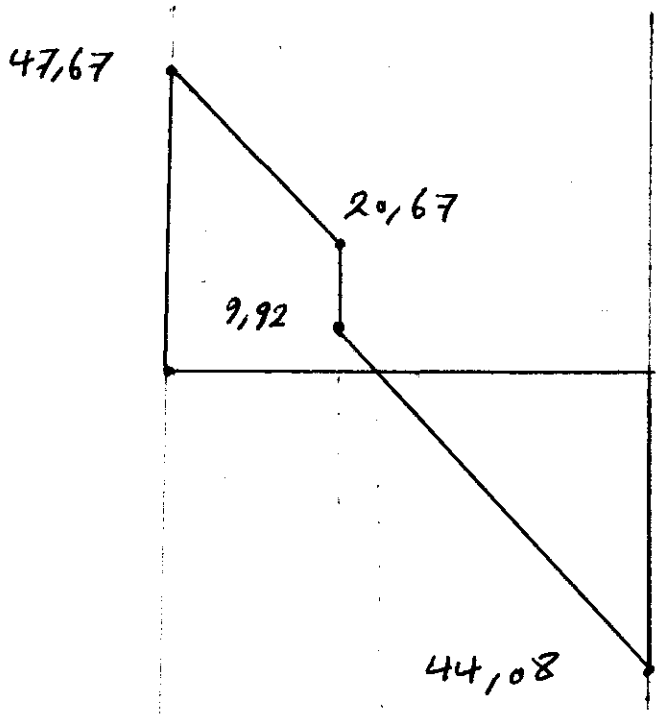
$\curvearrowleft^{+} \quad \Sigma M_A = 0 \Rightarrow (6,75 \times 12 \times 6) + (10,75 \times 4) - (R_{yB} \times 12) = 0$

$= R_{yB} = (44,08)$

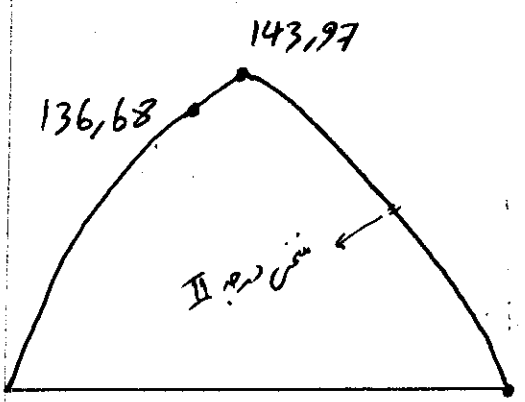
$\uparrow^{+} \quad \Sigma f_y = 0 \Rightarrow R_{yA} - (6,75 \times 12) - 10,75 + 44,08 = 0 \Rightarrow R_{yA} = (47,67$

Subject:

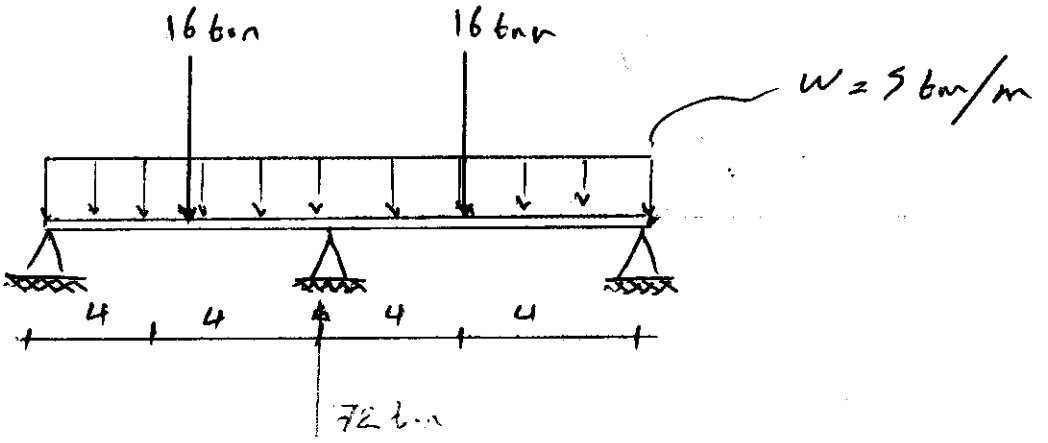
Year: Month: Date:



نمودار برش (۲)



مثال: بمنظور برش و خمش تیر زیر را ترسیم نمایید؟



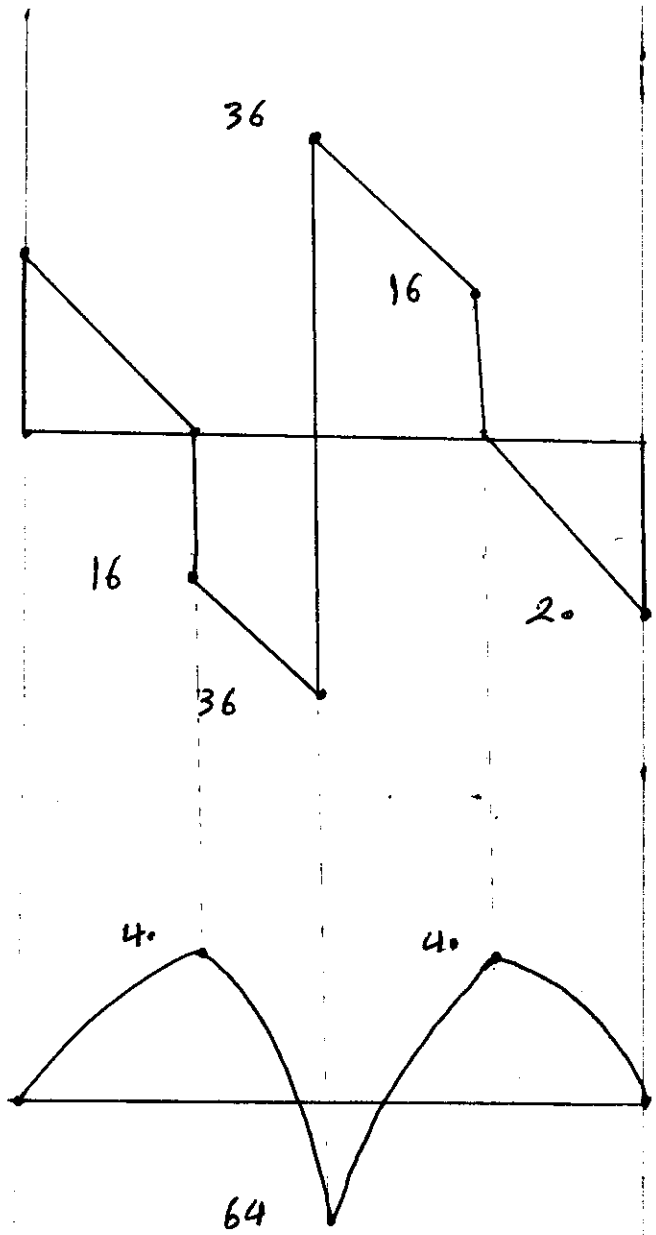
$\xrightarrow{+} \Sigma f_{ox} = 0 \Rightarrow R_{oxA} = 0$

$\curvearrowleft^{+} \Sigma M_A = 0 \Rightarrow (5 \times 16 \times 8) + (16 \times 4) + (16 \times 12) - (72 \times 8)$

$- (R_{YC} \times 16) = 0 \Rightarrow R_{YC} = 20$

$\Sigma f_Y \uparrow^{+} = 0 \Rightarrow R_{YA} - (5 \times 16) - (32) + 72 + 20 = 0$

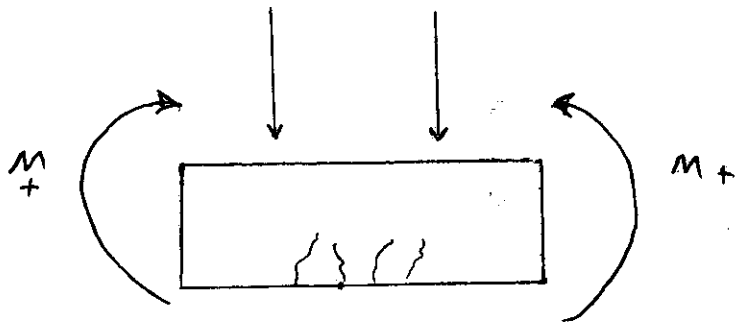
$\Rightarrow R_{YA} = 20$

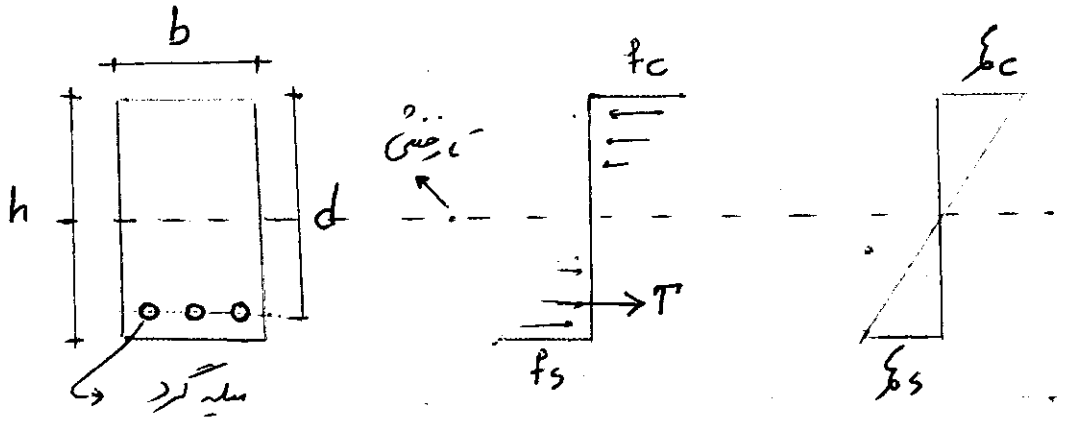


نمودار برش (۲)

رفتار تیرهای بتن مسلح تحت اثر خمش :

۱- حالت ترک نخورده و الاستیک :





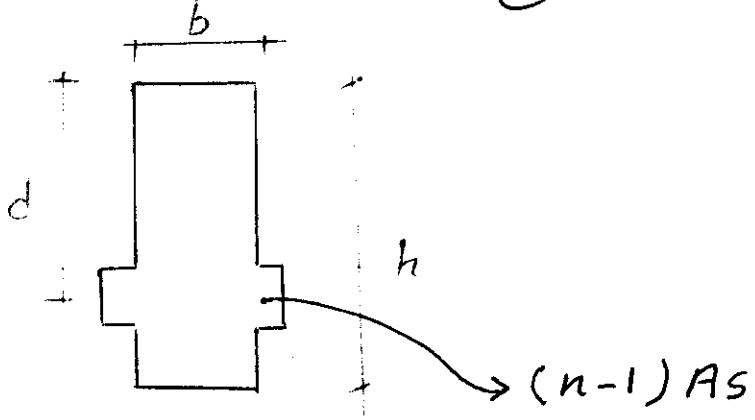
مقطع تیر — تنش — کرنش

Subject: صفحه 7

Year Month Day

$f_{ct} < f_r$ ، $f_c < 1,2\, f_c$

مرکز سطح = تار خنثی



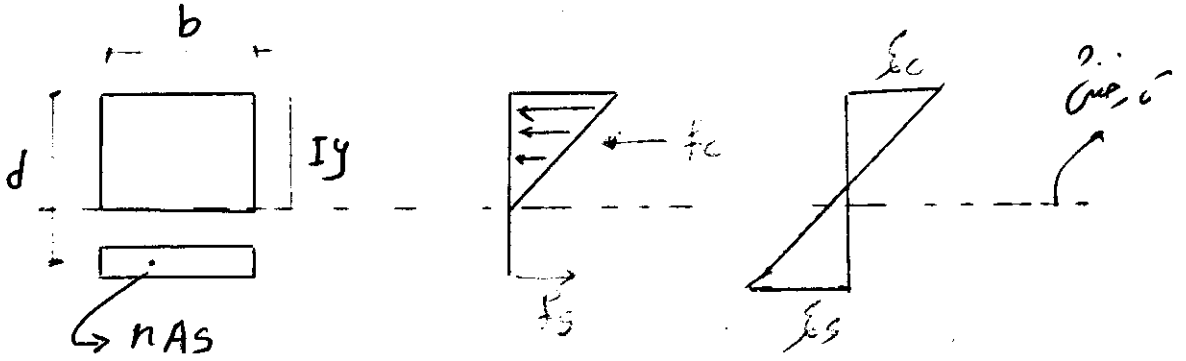
$$n = \frac{Es}{Ec}$$

مرکز سطح $y = \frac{\Sigma Ay}{\Sigma A}$

ممان اینرسی کل مقطع $I = \frac{bh^3}{12} + (n-1)As\,j^2$

ممان اینرسی مستطیل $I = \frac{bh^3}{12} + Ay^2$ ← مرکز سطح شکل، مرکز سطح کل شکل

۲ـ حالت ترک خورده و الاستیک :



$f_{ct} > f_r$, $f_c < 1,25 f_c$

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

$$y = \frac{\Sigma A y}{\Sigma A}$$

Subject 8 ص

Year Month Date

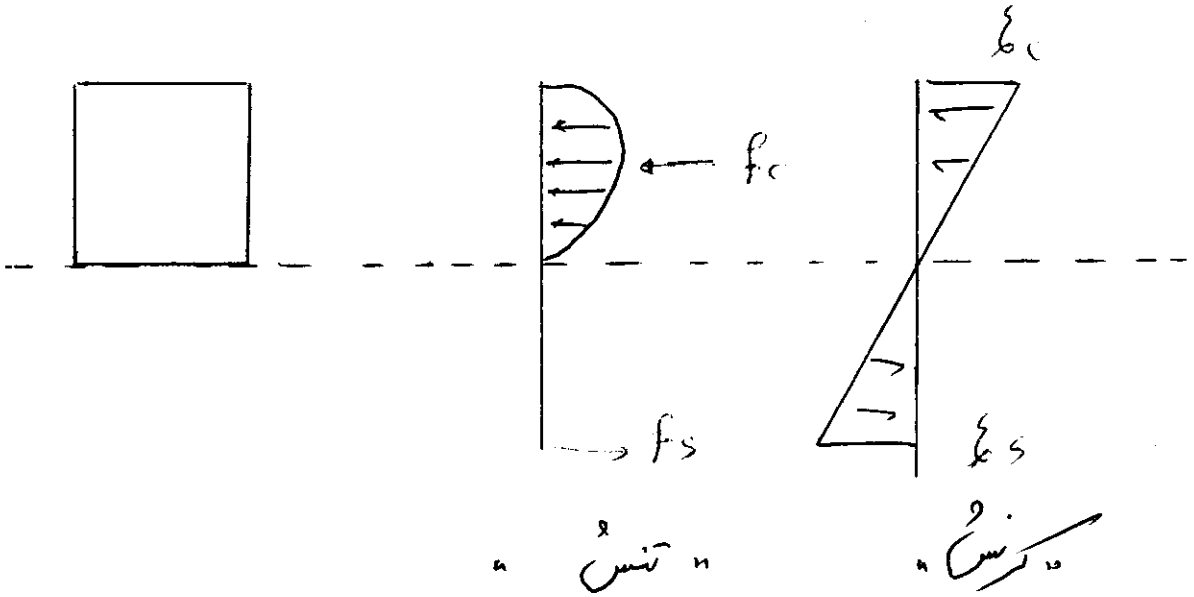
3 - ترک خورده ترین:

علت

۱- متعادل کم فولاد است

۲- متعادل پر فولاد است ⟵ شکست "گهانی"

۳- متعادل متوازن است یعنی همزمان بتن گسیخته و فولاد جاری می‌شود



کرنش ⟵ تنش

$f_{ct} > f_r$ ، $f'_c > \frac{1}{2} f_c$

تعادل نیروها ⟵ محل تار خنثی

$f_{cu} = 0.003$ ⟵ تنش گسیختگی بتن

Subject:

Year: Month: Date:

b = عرض تیر d = عمق مؤثر h = ارتفاع مقطع

f_c = مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن

f_s = مقاومت کششی میلگرد

A_s = سطح مقطع کل میلگردهای کششی

f_{ct} = مقاومت کششی بتن

ε_c = کرنش بتن

ε_s = کرنش فولاد

$f_r = 0.63\sqrt{f_c}$

$M_u \leqslant M_r$

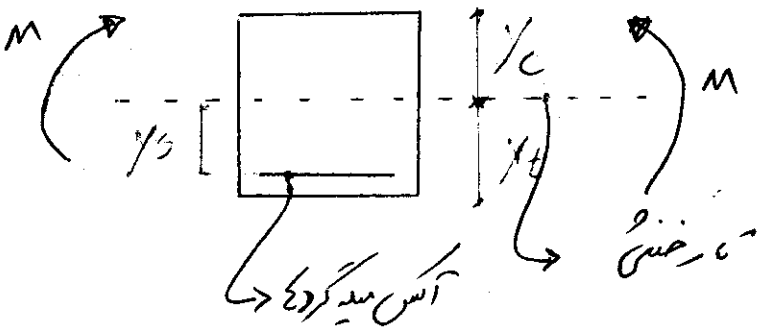
M_u ← لنگر داخلی

M_r ← لنگر مقاوم

تنش فشاری بتن ⇒ $f_c = \frac{My \cdot c}{I}$

تنش کششی بتن ⇒ $f_{ct} = \frac{My \cdot c_t}{I}$

تنش کششی فولاد ⇒ $f_s = n \cdot \frac{My \cdot s}{I}$



y_s = فاصله فولاد کششی تا تار خنثی

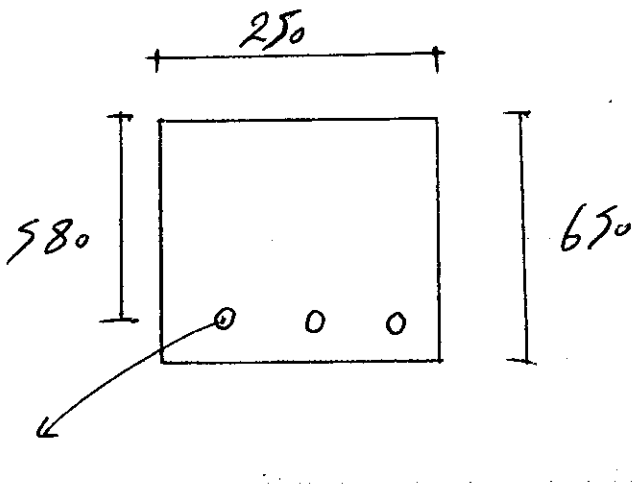
y_c = فاصله دورترین تار فشاری بتن تا تار خنثی

y_t = فاصله دورترین تار کششی بتن تا تار خنثی

مثال ۲ یک تیر مستطیلی با پهنای $b=250mm$ و ارتفاع $h=650\ mm$ و ارتفاع مؤثر $d=580\ mm$ توسط ۳ میلگرد $\Phi 26$ با سطح مقطع کل $As=1593\ mm^2$ موجود می باشد

که مقاومت مشخصه بتن $f_c=25\ N/mm^2$ و مقاومت کششی بتن (مدول گسیختگی) $f_r=3,15$ و تنش جاری شدن فولاد $f_y=400\ N/mm^2$ و نیز رفت و حرد و مصالح (بتن و میلگرد) بصورت خطی است مطلوب است تعیین تنش های در بتن و فولاد

الف: اگر لنگر خمشی $60\ KN/M$ باشد:



Subject: ۱۰ سوم

Year Month Date

$f_c = ?$ $f_{cc} = ?$ $f_s = ?$

---

① $E_c = 5000\sqrt{f_c} \Rightarrow E_c = 5000\sqrt{25} = 25000$

$E_s = 2 \times 10^5 N/mm^2 = 200000$

$\Rightarrow n = \frac{E_s}{E_c} \Rightarrow n = \frac{200000}{25000} = 8$

② $(n-1)A_s \Rightarrow (8-1) \times 1593 = 11151\ mm^2$

$A_s \phi 26 = \frac{3 \times \pi \times 26^2}{4} = 1593$

تعداد میلگرد ها — قطر میلگرد

③ محل تار خنثی ← مرکز سطح:

$$\bar{y} = \frac{(b \times h \times \frac{h}{2}) + ((n-1)A_s \times d)}{(b \times h) + ((n-1)A_s)}$$

Subject:

Year: Month: Date: ( )

④

$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{(250 \times 650 \times 325) + (11151 \times 580)}{(250 \times 650) + (11151)} = \boxed{341,43 \text{ mm}}$$

c ⟵ y_c

⑤

$$I = \frac{bh^3}{12} + Ay^2 \longrightarrow (d - \bar{y})^2$$

مشخصه فولاد

$$\Rightarrow I = \frac{250 \times 650^3}{12} + (11151 \times (580 - 341,4)^2) = \boxed{6,356 \times 10^9}$$

⑥

$$y_c = \boxed{341,4}$$

$$y_t = h - c \Rightarrow y_t = 650 - 341,4 = \boxed{308,6}$$

$$y_s = d - c = y_s = 580 - 341,4 = \boxed{238,6}$$

⑦

تنش فشاری بتون $\Rightarrow f_c = \frac{My \cdot c}{I}$ ⟵ y_c

$$\Rightarrow f_c = \frac{60 \times 10^6 \times 341,4}{6,356 \times 10^9} = \boxed{3,22 \text{ N/mm}^2}$$

(8)

تنش کشش بتن $f_{ct} = \frac{my \cdot ct}{I}$ ← y_t

$$\Rightarrow f_{ct} = \frac{6 \cdot x 10^6 \times (308,6)}{6,356 x 10^9} = \boxed{2,91 \ N/mm^2}$$

---

(9)

تنش کشش فولاد $f_s = \frac{my \cdot s}{I} \cdot n$ ← y_s

$$\Rightarrow f_s = \frac{6 \cdot x 10^6 \times 238,6}{6,356 x 10^9} \times 8 = \boxed{18,01 \ N/mm^2}$$

---

(10)

$$f_r = 1/63 \sqrt{f_c} \Rightarrow f_r = 1/63 \sqrt{25} = 3,15 \ N/mm^2$$

---

(11) تحلیل:

تنش کشش بتن $f_{ct} < f_r$ ← مقاومت کشش بتن ← قطعه ترک نخورده است

$f_{ct} > f_r$ ← قطعه ترک خورده است

---

(12)

$2,91 < 3,15$ قطعه ترک نخورده است

Subject:

Year: Month: Date:

ب : اگر لنگر خمشی 120 KN/M باشد :

نکته :

با توجه به اینکه در حل این مسئله راه حل قسمت الف تا بند 6 برای قسمت ب نیز یکسان می باشد از دوباره نویسی آن صرف نظر نموده و نتیجه اعداد بدست آمده را در فرمول جایگزین می نماییم.

ادامه از بند 7

تنش فشاری بتن $f_c = \frac{my \cdot c}{I}$ ← y_t

$$\Rightarrow f_c = \frac{120 \times 1.^6 \times 341,4}{6,356 \times 1.^9} = 6,44\ N/mm^2$$

تنش کششی بتن $f_{ct} = \frac{my \cdot ct}{I}$ ← y_t

$$\Rightarrow f_{ct} = \frac{120 \times 1.^6 \times 308,6}{6,356 \times 1.^9} = 5,82$$

با توجه به اینکه f_r را از قبل بدست آورده بودیم (در قسمت الف) و با توجه به بزرگتر بودن عدد f_{ct} نسبت به f_r پس مقطع حالت ترک خورده الاستیک نمی باشد

حل قسمت ب: با فرض اینکه مقطع ترک خورده، حال کنیک می باشد:

①

$$n.As = 8 \times 1593 = 12744\ mm^2$$

---

② $$\bar{y} = \frac{\Sigma AY}{\Sigma A} \Rightarrow \bar{y} = \frac{(b \times \bar{y} \times \frac{\bar{y}}{2}) + (n \times As \times d)}{(b \times \bar{y}) + (n \times As)}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{(250 \times \bar{y} \times \frac{\bar{y}}{2}) + (8 \times 1593 \times 580)}{(250 \times \bar{y}) + (8 \times 1593)}$$

$$\Rightarrow \bar{y} \times (250\bar{y} + (8 \times 1593)) = 250\bar{y} \times \frac{\bar{y}}{2} + (8 \times 1593 \times 580)$$

$125\bar{y}^2$

$$\Rightarrow 250\bar{y}^2 + (8 \times 1593)\bar{y} = 125\bar{y}^2 + (8 \times 1593 \times 580)$$

$$\Rightarrow 250\bar{y}^2 - 125\bar{y}^2 + (8 \times 1593)\bar{y} - (8 \times 1593 \times 580) = 0$$

$$\Rightarrow 125\bar{y}^2 + 12744\bar{y} - 7391520 = 0$$

$\div 125 \Rightarrow \acute{y}^2 + 1.2\acute{y} - 59132 = 0$

(2) معادله درجه دوم $\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$

$\Rightarrow \Delta = (1.2)^2 - 4(1)\times(-59132) = (1.2)^2 + 4(1)\times(59132)$

$= 246932 \Rightarrow \sqrt{246932} = 496,9 \simeq 497$

$\Rightarrow \acute{y}_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \acute{y}_1 = \frac{-1.2+497}{(2\times1)} = 197,5$ ok

$\acute{y}_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \acute{y}_2 = \frac{-1.2-497}{(2\times1)} = -299,5$

(3)

$I = \frac{bh^3}{12} + Ay^2 + (n\times As\times(d-\acute{y})^2)$

$\Rightarrow I = \frac{250\times197,5^3}{12} + \left(250\times197,5\times\left(\frac{197,5}{2}\right)^2\right)$

+ بتن

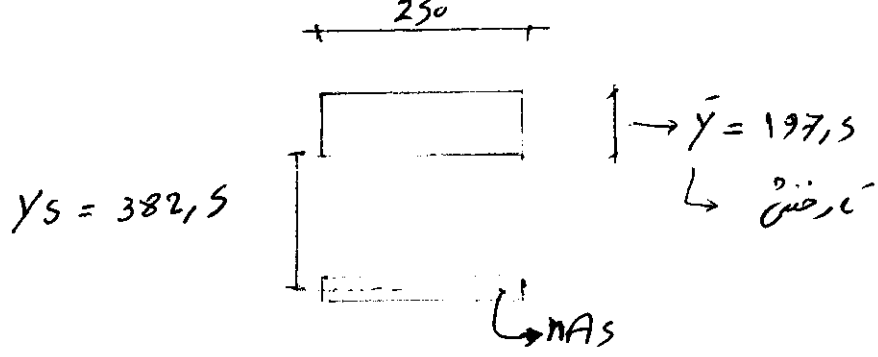
$+ \left(8\times1593\times(580-197,5)^2\right) = 2,506\times10^9$

→ فولاد

Subject: 13

Year Month Date

$Y_C = 197,5$



(5)

$$f_c = \frac{my \cdot c}{I} \Rightarrow f_c = \frac{12 \cdot 10^6 \times 197,5}{2,506 \times 10^9} = 9,45 \ N/mm^2$$

تنش وارده بر بتن

(6)

$$f_s = n \cdot \frac{my \cdot s}{I}$$

تنش در فولاد

$$\Rightarrow f_s = 8 \times \frac{12 \times 10^6 \times 382,5}{2,506 \times 10^9} = 146,52 \ N/mm^2$$

(7)

$f_c > f_r$

$9,45 > 3,15$

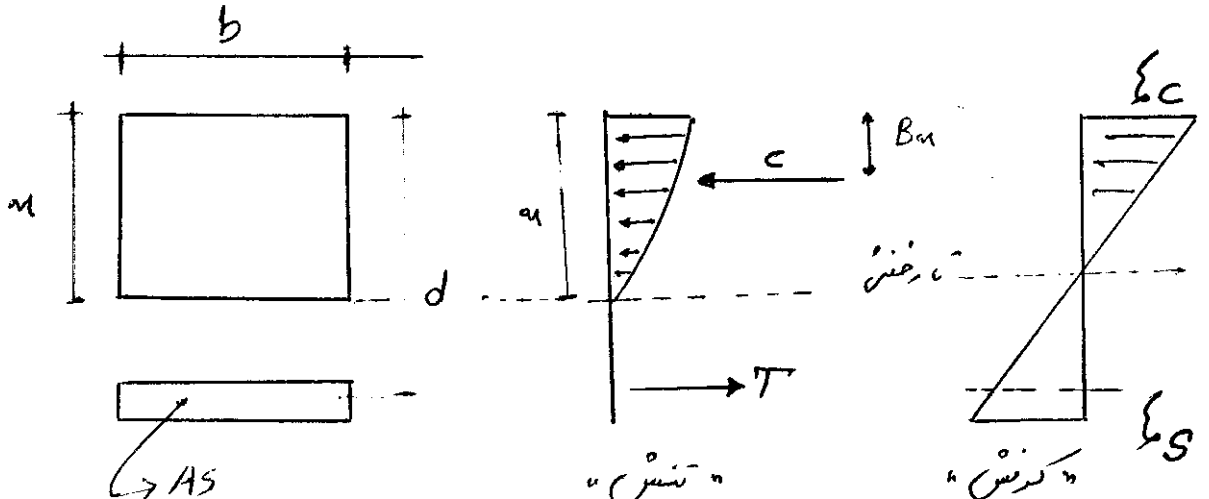
مقطع ترک خورده و الاستیک می باشد.

در صورت مسئله داده شده و حتم از طریق فرمول در قسمت الف بدست آوردیم.

Subject 14 ... 1391/1/20

Year Month Date

تحلیل در حالت حدنهایی (تعیین لنگر تسلیم M۲)



$$\phi_s f_s A_s = \alpha \phi_c f_c b(a) \quad \leftarrow \text{مجهول}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\phi_s f_s A_s}{\alpha \phi_c f_c b}$$

$$M_r = (T \cdot l_c) \cdot (d - \beta a)$$

$$\Rightarrow M_r = A_s \phi_s f_c \cdot (d - \beta a)$$

$$\Rightarrow M_r = \alpha \phi_c f_c b a (d - \beta a)$$

توجه ضرایب α و β وابسته به f_c در صفحه ۱۰۶ آن

شاید بالاخره مجبور باشیم

درصد آرماتور $\rho = \frac{As}{b.d}$ ← مساحت آرماتور کشش
← طول (بازوی لنگر)
← عرض
← رو

حالت کلی شکست :

الف : شکست نرم (تسلیم آرماتور کشش)

برای رسیدن به مقطعی با گسیختگی نرم باید آرماتور موجود در مقطع کمتر از آرماتور بالانس باشد

$$\rho \leqslant \rho_b = \rho_{max}$$

در شکست نرم ⇐

$f_s \xrightarrow{\text{تبدیل می‌شود}} f_y$

و

$$a = \frac{f_s . f_y . A_s}{\alpha . f_c . f_{cb}}$$

و

$$M_r = A_s \phi_s . f_y (d - \beta a)$$

Subject:

Year: Month: Date: ( )

ب : شکست تُرد (مقطع پُر فولاد است)

این نوع شکست بسیار خطرناک می باشد و در یک لحظه اتفاق می افتد

$$\rho \geq \rho_b$$

در شکست تُرد :

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

$E_s \rightarrow 2\times10^5$ مدول الاستیسیته

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon_s}{0.003} = \frac{d-a}{a} \Rightarrow \varepsilon_s = 0.003\left(\frac{d-a}{a}\right)$$

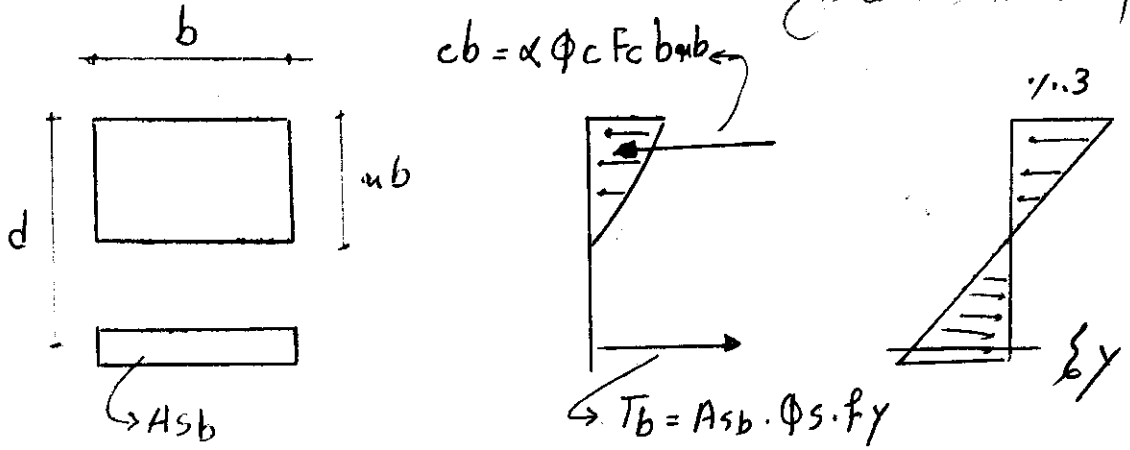
$$f_s = (2\times10^5) \times \left[0.003\left(\frac{d-a}{a}\right)\right]$$

(1) $$a = \frac{\Phi_s \cdot 600\left(\frac{d-a}{a}\right) A_s}{\alpha \Phi_c \cdot f_c \cdot b}$$ ← حل از طریق معادله درجه ۲

(2) $$f_s = 600\left(\frac{d-a}{a}\right)$$

(3) $$M_r = \Phi_s \cdot A_s \cdot f_s \cdot (d - \beta a)$$

ρ_b : من قوانين التعادل



$$\frac{ab}{d} = \frac{٠٠٣}{٠٠٣ + \varepsilon_y} = \frac{٠٠٣}{٠٠٣ + \frac{fy}{Es}}$$

$$= \frac{٠٠٣}{٠٠٣ + \frac{fy}{2 \times 10^5}} = \frac{600}{600 + fy}$$

$$T_b = c_b \longrightarrow \alpha \Phi_c . f_c . b . (ab) = A_{sb}\ \Phi_s\ f_y$$

$$\hookrightarrow \frac{600}{600 + fy} . d$$

$$\Rightarrow b.d \div \left(\alpha \Phi_c . f_{cb} . \frac{600}{600 + fy} \right) = \left(A_{sb} . \Phi_s . f_y \right) \div b.d$$

Subject:

Year: Month: Date: ( )

① فرمول

برای مقطع مستطیل شکل ← $\rho_b = \alpha \left(\frac{\phi_c \cdot f_c}{\phi_s \cdot f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y} \right)$

② $\rho_b = \frac{A_{sb}}{b \cdot d}$

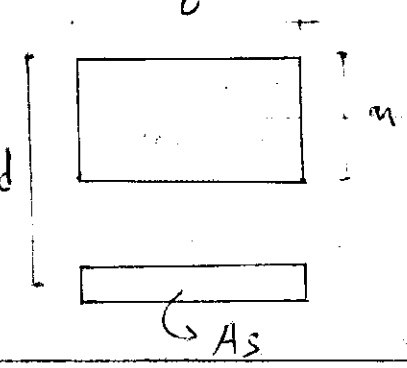
③ $\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$

❤ مثال: برای مقطع با شکل زیر لنگر خمشی نهایی (MR) را تعیین کنید.

$b = 250\ mm \quad d = 580\ mm$

$h = 600\ mm \quad A_s = 1593\ mm^2$

$f_c = 25\ N/mm^2 \quad f_y = 400\ N/mm^2$



---

①

$F_c = 25$ ← با توجه به جدول درون‌یابی کنید

$\alpha = 172$

$\beta = 1425$

Subject 17

Year Month Date

(٢)

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \Rightarrow \rho = \frac{1593}{250 \times 580} = \%1.9$$

(3)

$$\rho_b = \alpha \left(\frac{\phi_c \cdot f_c}{\phi_s \cdot f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y} \right)$$

$$\Rightarrow \rho_b = .172 \left(\frac{.16 \times 25}{.85 \times 400} \times \frac{600}{600 + 400} \right) = 0.190$$

(4)

$$\rho \leq \rho_b$$

$$.0.19 \leq .0.19$$

→ مقطع کم فولادی باشد

↳ یعنی $\Rightarrow f_s = f_y$

(5)

$$a = \frac{A_s \phi_s f_y}{\alpha \phi_c f_{cb}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1593 \times .85 \times 400}{.172 \times .16 \times 25 \times 250} = 200.6 \text{ mm}$$

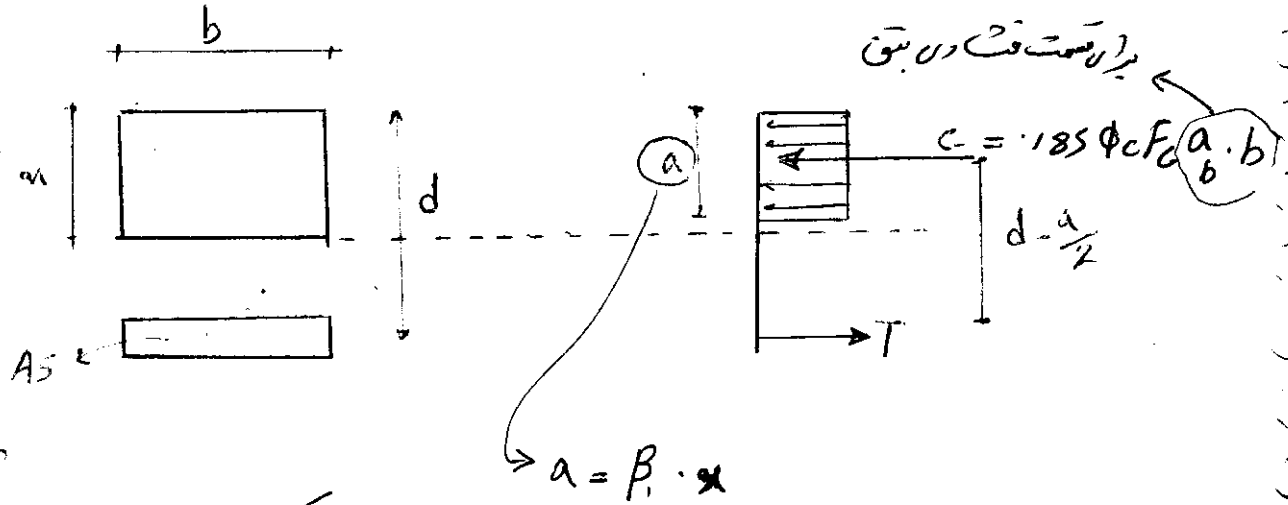
(6)

$$M_r = A_s \phi_s f_y \left(d - \beta_n \rightarrow a\right)$$

$$\Rightarrow M_r = 1593 \times 185 \times 400 \times (580 - (1425 \times 200/6))$$

$$= 267,96 \times 10^6 \text{ KN.M}$$

بلوک تنش مستطیل:



$a = \beta_1 \cdot x$

← از روی جدول صفحه ۱۱۱ کتاب خوب رو بالاتون میبینید آیین

β_1

- $f_c \leq 30 \ N/mm^2 \longrightarrow \beta_1 = 0.85$
- $30 \ N/mm^2 \leq f_c \leq 55 \ N/mm^2 \longrightarrow \beta_1 = 0.85 - 0.008 (f_c - 30)$
- $f_c \geq 55 \ N/mm^2 \longrightarrow \beta_1 = 0.65$

$T = C$

$\Rightarrow As \, \phi_s \, f_s = \alpha \, f_c \, a \, b \, \phi_c$ ← $\alpha = 0.85$

$\Rightarrow As \, f_s \, \phi_s = 0.85 \, f_c \, \phi_c \, a \, b$

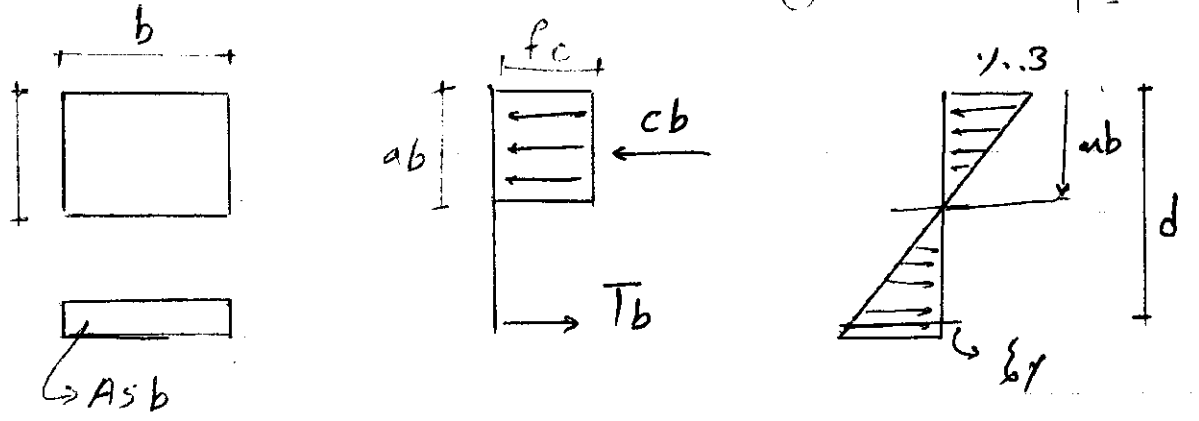
لنگر مقاوم

$M_r = T \text{ یا } C \times (d - \frac{a}{2})$

Subject:

Year: Month: Date: ( )

تعیین درصد فولاد متعادل به روش کنترل کرنش (کنترل تغییر شکل)



تشابه در کرنش $\Rightarrow \frac{\varepsilon b}{d} = \frac{0.003}{0.003 + (\varepsilon y)} \longrightarrow \varepsilon b = \frac{600}{600 + fy} \cdot d$

$\varepsilon y = \frac{fy}{Es}$

تعادل نیروها $\Rightarrow Tb = Cb$

$$\Rightarrow \frac{Asb\ \phi s\ fy}{b \cdot d} = \frac{0.85\ \phi c\ fc\ ab \cdot b}{b \cdot d}$$

$$\Rightarrow \rho b = 0.85\ \beta_1 \cdot \frac{fc}{fy} \times \frac{600}{600 + fy}$$

❤ مثال: لنگر مقاوم نهایی را برای مقطعی با مشخصات زیر بدست آورید.

$h = 500\,mm \quad b = 300\,mm \quad d = 450\,mm$

$A_s = 4\,\phi 30 \quad f_c = 20\,N/mm^2 \quad f_y = 300\,N/mm^2$

Subject:

Year Month Date

(5)

$$a = \frac{A_s \Phi_s \cdot f_y}{.185\, \Phi_c\, f_c \cdot b} \Rightarrow a = \frac{2827 \times .185 \times 300}{.185 \times .16 \times 20 \times 300} = 235,58$$

(6)

$$M_r = A_s \Phi_s \cdot f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$\Rightarrow M_r = 2827 \times .185 \times 300 \times \left(450 - \frac{235,58}{2}\right) = 239,50 \times 1.^{6}$$

KN/M

Subject

Year Month Day

❤ مثال: لنگر خمشی (M_r) را در مقطع با مشخصات زیر بدست آورید.

$b = 300\ mm \quad d = 400\ mm \quad A_s = 4\ \phi 25$

$f_c = 20\ N/mm^2$ $f_y = 350\ N/mm^2$

---

(1)

با توجه به f_c و مطابق جدول $\longrightarrow \beta_1 = 0.85$

---

(2)

$$\rho = \frac{A_s}{b.d} \Rightarrow \rho = \frac{\frac{\pi \times 25^2}{4} \times 4}{300 \times 400} = 0.163$$

---

(3)

$$\rho_b = 0.6\, \beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y}$$

$$\Rightarrow \rho_b = 0.6 \times 0.85 \times \frac{20}{350} \cdot \frac{600}{600+350} = 0.184$$

---

(4)

$0.163 < 0.184$ متعلق به فولاد است

$$\rho \leq \rho_b$$

Sunwood

Subject:

Year: Month: Date: ( )

(5)

$$a = \frac{As\ \Phi s\ Fy}{.85\ \Phi c\ Fc.b}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1963 \times .85 \times 350}{.85 \times .6 \times 2.0 \times 300} = 190,84\ mm$$

---

(6)

$$MT = As\ \Phi s\ Fy\ (d - \frac{a}{2})$$

$$\Rightarrow MT = 1963 \times .85 \times 350 \times (400 - \frac{190,84}{2}) = 177,87$$

---

(1)

با توجه به مقدار Fc و مطابق جدول ذکر شده ⟶ $\beta_1 = 0.85$

(2)

$$\rho = \frac{As}{b.d} \Rightarrow \rho = \frac{2827}{300 \times 400} = 0.023$$

(3)

$$\rho b = 0.16\, \beta_1 \cdot \frac{Fc}{Fy} \cdot \frac{600}{600 + Fy}$$

$$\Rightarrow \rho b = 0.16 \times 0.85 \times \frac{20}{350} \cdot \frac{600}{600 + 350} = 0.0184$$

(4)

$$0.023 \geqslant 0.0184$$

$$\rho \geqslant \rho b \longrightarrow \text{مقطع زیر فولاد است}$$

Subject:

Year: Month: Date: ( )

چون مقطع پر فولادی می باشد بنابراین از فرمول زیر استفاده می کنیم.

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_s \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon_s}{0.003} = \frac{d-a}{a} \Rightarrow \varepsilon_s = 0.003 \times \frac{d-a}{a}$$

(6)

$$f_s = (2\times10^5) \times \left(0.003 \times \frac{d-a}{a}\right) = 600 \times \frac{d-a}{a}$$

E_s ↙ , ε_s ↙

(7)

$$0.85 f_s A_s = 0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot a \cdot b$$

ϕ_c ↙ , f_c ↙

$$\Rightarrow 0.85 \times \left(600 \times \frac{d-a}{a}\right) \times \frac{\pi \times 30^2}{4} \times 4 = 0.85 \times 0.6 \times 0.85 a \times 30.0 \times 20$$

f_s ↙ , A_s ↙ , a ↙ , ↳ b

↳ $a = \beta_1 \cdot a \Rightarrow a = 0.85a$

$$\Rightarrow 0.85 \times 600 \times 2827 = 0.85 \times 0.6 \times 20 \times 0.85a \times 300$$

$$\Rightarrow 1441770 = 2601 \Rightarrow \frac{1441770}{2601} = \underline{554.31}$$

Subject: 22 ص

Year: Month: Date:

(8)

$$\Rightarrow a = 554,31 \times \frac{400-a}{a}$$

$$\Rightarrow a^2 + 554,31a - 221724 \longrightarrow \text{معادله درجه ۲} \Rightarrow b^2-4ac$$

$$\Rightarrow 554,31^2 - 4 \times 1 \times (-221724) = 1194155,576$$

$$\Rightarrow \sqrt{1194155,576} = 1092,77$$

$$y_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \frac{-554,31+1092,77}{2 \times 1} = 269,23$$ (9)

ok

$$y_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \frac{-554,31-1092,77}{2 \times 1} = -823,54$$

(10)

↳ ⑨ در نتیجه قسمت $a = 269,23$

$$f_s = 600 \cdot \frac{d-a}{a}$$

$$\Rightarrow f_s = 600 \cdot \frac{400-269,23}{269,23} = 291,43 \ N/mm^2$$

Subject:

Year Month Date ( )

(11)

$a = \beta_1 c \Rightarrow a = 185 \times 269,23 = 228,84\ mm$

---

(12)

$Mr = As \Phi s\, fs \left(d - \frac{a}{2}\right)$

$\Rightarrow Mr = 2827 \times 185 \times 291,43 \times \left(400 - (228,84 \div 2)\right)$

$= 199,98 \times 10^6\ KN/m$ ← مقاومت واقعی مقطع

دقیق آئین نامه ⇐

$\rho \geq \rho b$ (No) $\rho < \rho$

↳ $\rho = \rho b$

↳ $\frac{As}{b \cdot d} = \frac{Asb}{b \cdot d} \Rightarrow Asb = \rho b \cdot b \cdot d$

↳ $Asb = 184 \times 300 \times 400 = 2208$

$\Rightarrow$ $0.85\, f_y \cdot A_{sb} = 0.85 \times \phi_c \cdot f_c \cdot a \cdot b$

$\hookrightarrow$ $0.85 \times 350 \times 22.8 = 0.85 \times 0.6 \times 20 \times A \times 3..$

$$\Rightarrow a = \frac{.185 \times 35.0 \times 22.8}{.185 \times .16 \times 2.0 \times 30.0} = 214,66$$

$$M_r = A_{sb} \cdot \phi_c \cdot f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$\hookrightarrow M_r = 22.8 \times .16 \times 35.0 \times \left(40.0 - \left(\frac{214,66}{2}\right)\right) = 135,70 \times 10^6 \ KN/M$$

طراحی تیرهای بتنی یا فولاد کششی :

1- مقادیر b, d, fc, fy, As معلوم می باشد هدف محاسبه Mr است .

2- مقادیر b, d, As, fc, fy, mu معلوم می باشد، هدف محاسبه As است .

3- مقادیر b, d, fc, fy, mu معلوم می باشد، هدف محاسبه As است .

$$\rho_{max} = \rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y}$$

$$\rho_{min} = \begin{cases} \dfrac{1.4}{F_y} \\ \dfrac{\sqrt{F'_c}}{0.125 F_y} \end{cases}$$

---

1) تحلیل مقاطع :

اگر $\rho \leq \rho_b$ باشد $\leftarrow F_s = F_y \leftarrow T = C \leftarrow$ Mr بدست می آید

اگر $\rho \geq \rho_b \leftarrow \begin{cases} \rho = \rho_b \\ A_s = A_{sb} \\ f_s = f_y \end{cases} \leftarrow T = C \leftarrow$ Mr بدست می آید.

Subject:

Year Month Date ( )

2) طراحی مقطع:

$$bd^2 = \frac{Mu}{\rho b \cdot F_{yd} \cdot (1 - 0.5 M \cdot \rho b)} \quad (\text{حداقل}) \Rightarrow$$

- $\rho b = \rho = \rho_{max}$
- $\frac{d}{b} = 1.5 - 2$
- b, d ضرایبی لنز ۵۰ باشد

$F_{yd} = \phi_s \cdot F_y$

$M = \frac{F_y}{0.6 F_y}$

$$F_{cd} = \phi_c \cdot f_c$$

$$A_s = \frac{.85 F_{cd} \cdot b \cdot d}{F_{yd}} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 M_u}{.85 F_{cd} \cdot b \cdot d^2}} \right]$$

$$\rho_{min} \leq \rho \leq \rho_{max}$$ ⇐ کنترل

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{b \cdot d} \qquad \rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

$\phi_c = .6$

$\phi_s = .85$

$M_u \leq M_r$

M_u ← لنگر خمشی داخلی

M_r ← لنگر مقاوم

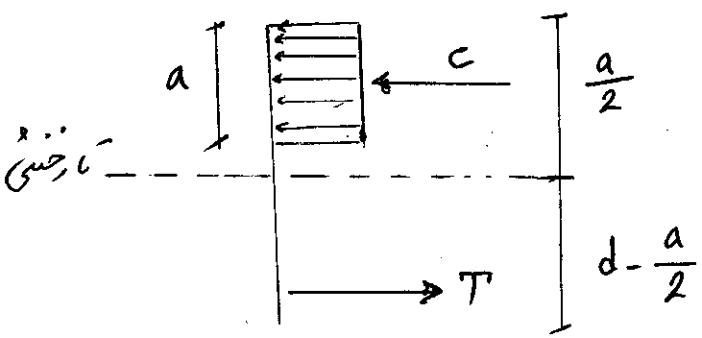
Sunwood

3- در رابطه As با داشتن کلیه پارامترهای، مقدار فولاد بدست می آید

* اگر در کنترل $\rho \geq \rho_{max}$ شد ⇐ ابعاد مقطع افزایش می یابد و تغییر b و d صورت می پذیرد و نیز As مجدداً تعیین می گردد.

* اگر در کنترل $\rho < \rho_{min}$ شد ⇐ ابعاد مقطع کاهش می یابد و تغییر b و d صورت می پذیرد و نیز As مجدداً تعیین می گردد.

رابطه ظرفیت خمشی (MR) مقاطع لنگاف پذیر مستطیل شکل:



$C = T$

$\Rightarrow 0.85 \phi_c . f_c . (a) . b = \phi_s . f_y . A_s$ ← مجهول

$\Rightarrow a = \frac{\phi_s . A_s . f_y}{0.85 \phi_c . f_c . b} \Rightarrow a = \frac{5}{3} \cdot \frac{A_s . f_y}{f_c . b}$

Subject:

Year: Month: Date: ( )

$$Mr = As \cdot \varphi s \cdot fy \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$\Rightarrow Mr = 1/85 \times fy \times As \times \left(d - \left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times \frac{Fy \cdot As}{fc \cdot b}\right)\right)$$

$$\Rightarrow Mr = 1/85\, \rho \cdot b \cdot d \cdot fy \cdot \left(d - \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{\rho b \cdot d \cdot fy}{Fc \cdot b}\right)\right)$$

$$\Rightarrow Mr = 1/85 \cdot \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot fy \cdot \left(1 - \left(\frac{5}{6} \cdot \rho \cdot \frac{fy}{Fc}\right)\right)$$

مثال: در مقطعی با مشخصات زیر مقاومت خمشی نهایی (Mr) را محاسبه کنید؟

$Fc = 30\ N/mm^2$ $\qquad fy = 400\ N/mm^2$

$b = 300\ mm$ $\qquad d = 450\ mm$ $\qquad As = 4\,\phi 28$

$$\rho = \frac{As}{b \cdot d} \Rightarrow \rho = \frac{2463}{300 \times 450} = 0/018 \qquad (1)$$

$\beta_1 = 1/85 \Leftarrow Fc$ با توجه به مقدار (2)

$$\rho b = 1/6 \beta_1 \cdot \frac{Fc}{Fy} \cdot \frac{600}{600 + Fy} \Rightarrow \rho b = 1/6 \times 1/85 \times \frac{30}{400} \times \frac{600}{600+400} = 0/023$$

(3)

$\rho = 0.018$

$\rho b = 0.023$

$\Rightarrow \rho < \rho b$ ← تسلیح کم فولاد است

(4)

$$Mr = 185 \rho . b . d^2 . fy . \left(1 - \frac{5}{6} \times \rho \times \frac{Fy}{Fc}\right)$$

$$\Rightarrow Mr = 185 \times 0.018 \times 300 \times 450^2 \times 400 \times \left(1 - \frac{5}{6} \times 0.018 \times \frac{400}{30}\right)$$

$$Mr = 297,43 \times 10^6 \ KN/M$$ ← مقاومت خمشی نهایی

Subject:

Year: Month: Date: ( )

❤ مثال: اگر یک تیر ساده به دهانه 4.5_m متر دارای لنگر خمشی $MU = 230 \frac{KN}{M}$ باشد. ابعاد مقطع (b و d) و مقدار آرماتور لازم (As) را محاسبه نمایید.

$f_c = 20 N/mm^2$ $\qquad$ $F_y = 300 N/mm^2$

با توجه به مقدار Fc $\leftarrow$ $\beta_1 = 0.85$ (1)

$$\rho_b = 0.85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{F_c}{F_y} \cdot \frac{600}{600 + F_y}$$

$$\Rightarrow bd^2 = \frac{23 \times 10^6}{1.22 \times 30 \times 185 \times (1 - 15 \times 25 \times 1.22)} = 56,54 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

Sunwood

Subject: 27 ème

Year. Month. Date. ( )

$\frac{d}{b} = 1,5 \qquad d = 1,5\,b$

$\Rightarrow b \cdot (1,5\,b)^2 = 56,54 \times 10^6$

$\Rightarrow 56,54 \times 10^6 \div 1,5^2 = \sqrt[3]{25128888,89} = 292,90$

$b = 292,90 \simeq 300$

$d = 1,5\,b \Rightarrow d = 300 \times 1,5 = 450 \longrightarrow d$

(3)

$$As = \frac{,85\, Fcd \cdot b \cdot d}{Fyd} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2\,mu}{,85 \cdot Fcd \cdot b \cdot d^2}} \right]$$

$$\Rightarrow As = \frac{,85 \times ,16 \times 20 \times 300 \times 450}{,85 \times 300} \times \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 230 \times 10^6}{,85 \times ,16 \times 20 \times 300 \times 450^2}} \right]$$

$\Rightarrow As = 2659\ mm^2$

RPCB

Subject:

Year. Month. Date. ( )

(4)

ρ_{min}

$\frac{1,4}{Fy} \Rightarrow \frac{1,4}{300} = 0,0046$ ✓ (ok)

$\frac{\sqrt{Fc}}{,125\,Fy} \Rightarrow \frac{\sqrt{20}}{,125 \times 300} = ,119$

(5)

$\rho = \frac{As}{b.d} = \frac{265}{30 \times 45} = ,0196$

(6)

$\rho max = \rho b \Rightarrow ,022$

(7)

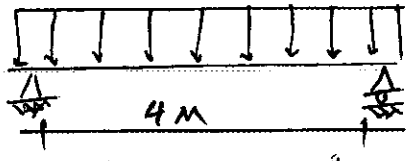
$\rho min \leq \rho \leq \rho max$

$,0046 \leq ,0196 \leq ,022$

(ok)

Part 2

مثال: یک تیر بتن مسلح به طول دهانه 4m بار مرده 15 KN/m و بار زنده 10 KN/m را در وسط دهانه طراحی نمایید.



$F_c = 25\ N/mm^2$ $F_y = 300\ KN/mm^2$

$LL = 10\ KN/m$ $DL = 15\ KN/m$

(1)

$$wu = 1,5 \times LL + 1,25\,DL$$

$$\Rightarrow wu = (1,5 \times 10) + (1,25 \times 15) = 33,75\ KN/m$$

(2)

برای تیر ساده $mu = \frac{wL^2}{8}$

$$\Rightarrow mu = \frac{33,75 \times 4^2}{8} = 67,5\ KN/m$$

(3)

$$\rho_{max} = \rho b \Rightarrow \rho b = 0,6 \times 0,85 \times \frac{25}{300} \times \frac{600}{600+300} = 0,28$$

$$\rho b = 0,025$$

Subject :
Year . Month . Date . ( )

(4) برای این مسئله $\rho = \frac{1}{2}\rho_b$

$\rho = \frac{1}{2} \times 0.028 = \boxed{0.014} \longrightarrow \rho$

(5)

$$M_u = 185 \cdot \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{5}{6} \cdot \rho \cdot \frac{F_y}{F_c}\right)$$

$$\Rightarrow 675 \times 10^6 = 185 \times 0.014 \times b \cdot d^2 \times 300 \times \left(1 - \frac{5}{6} \times 0.014 \times \frac{300}{25}\right)$$

$$bd^2 = 21985538,4 \Rightarrow bd^2 = 21,985 \times 10^6$$

$$\frac{d}{b} = 1,5 \longrightarrow d = 1,5\,b$$

$$\Rightarrow b \times (1,5\,b)^2 = 21,985 \times 10^6$$

$$\Rightarrow 21,985 \times 10^6 \div 1,5^2 = 9,771 \times 10^6 \Rightarrow \sqrt[3]{9,771 \times 10^6} = 213,$$

$$\boxed{b = 213,78 \simeq 250}$$

$$d = 1,5\,b \Rightarrow 1,5 \times 213,78 = 320,67 \simeq \boxed{320}$$

عدد d تقریب

Subject: 29 صه

Year. Month. Date. ( )

$h = 320 + 60 = 380 \rightarrow \boxed{h \simeq 400}$

60 ← فاصله مرکز A_s تا انتهای تیر (تقریبی حدود)

$d = h - 60 \Rightarrow d = 400 - 60 = 340$

$\Rightarrow \boxed{d = 340}$

---

(6) ابتدا از بدست آوردن مقدار b و d در مرحله قبل، در این مرحله با استفاده از

مقدار b و d معادله ای می نویسیم که از آن مقدار A_s را بدست می آوریم

$$M_U = M_r = 1.85\rho . b . d^2 . f_y . \left(1 - \frac{5}{6} . \rho \frac{F_y}{F_c}\right)$$

$$\Rightarrow M_U = 1.85 . \rho . 250 \times 340^2 \times 300 \times \left(1 - \frac{5}{6} \times \rho \times \frac{300}{25}\right)$$

معادله فوق ← حل از طریق معادله درجه ۲

$$\rightarrow 67,5 \times 10^6 = 7369,5 \times 10^6 \rho \times (1 - 10\rho)$$

$$\Rightarrow 67,5 \times 10^6 = (7369,5 \times 10^6 \rho) - (7,369 \times 10^{10}) \rho^2$$

Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$\Rightarrow (7,369\times1.^{1.})\rho^2 - (7369,5\times1.^{6})\rho + (67,5\times1.^{6}) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = \left[7369,5\times10^{6}\right]^2 - \left[4\times7,369\times1.^{1.}\right]\times\left[67,5\times1.^{6}\right]$$

$$= 3,441\times1.^{19} \Rightarrow \sqrt{3,441\times1.^{19}} = 5866,279\times1.^{6}$$

$$\rho_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \rho_1 = \frac{7369,5\times1.^{6} + 5866,279\times1.^{6}}{2\times7,369\times1.^{1.}} = 0,0898$$

$$\rho_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \rho_2 = \frac{7369\times1.^{6} - 5866,279\times1.^{6}}{2\times7,369\times1.^{1.}} = 0.102 \rightarrow \rho$$

(7)

$$AS = \rho.b.d \Rightarrow AS = 0.102\times250\times340 = 867\ mm^2$$

(8)

$$\rho min = \frac{1,4}{Fy} \Rightarrow \rho min = \frac{1,4}{300} = 0.0046$$

(9)

$$\rho_{min} < \rho < \rho_{max} = \rho_b$$

$$0.0046 < 0.0102 < 0.028$$

ok

Subject: 30 ص

Year. Month. Date. ( )

❤ مثال:

تحلیل تیر با مشخصات فوق و بار اجباری ؟

$b = 200 \quad h = 300 \quad mu = 67,5 \ KN/mm$

$Fc = 25 \ N/mm^2 \quad Fy = 300 \ N/mm^2$

---

①

$\rho max = \rho b$

$\Rightarrow \rho b = 0.85 \beta_1 \frac{Fc}{Fy} \cdot \frac{600}{600+Fy}$

$\Rightarrow \rho b = 0.85 \times 0.85 \times \frac{25}{300} \times \frac{600}{600+300} = \boxed{0.028}$

---

②

$d = h - 60 \Rightarrow \boxed{d = 300 - 60 = 240}$

می ست از آنالیز As با آسیب ← پوشش بتن روی میلگرد

---

③

$mu = 0.85 \cdot \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot fy \left(1 - \frac{5}{6} \cdot \rho \cdot \frac{Fy}{Fc}\right)$

$\Rightarrow 67,5 \times 10^6 = 0.85 \times \rho \times 200 \times 240^2 \times 300 \times \left(1 - \frac{5}{6} \cdot \rho \frac{300}{25}\right)$

← حل از طریق معادله درجه ۲

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\Rightarrow 67,5\times1.^{6} = (2937,6\times1.^{6})\rho \times (1-1.\rho)$$

$$\Rightarrow 67,5\times1.^{6} = (2937,6\times1.^{6})\rho - (2,937\times1.^{1.})\rho^{2}$$

$$\Rightarrow (2,937\times1.^{1.})\rho^{2} - (2937,6\times1.^{6})\rho + (67,5\times1.^{6}) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^{2} - 4a3 = \left[2937,6\times1.^{6}\right]^{2} - \left[4\times2,937\times1.^{1.}\right]\times\left[67,5\times1.^{5}\right]$$

$$= 7\times1.^{17} \Rightarrow \sqrt{7\times1.^{17}} = 836,66\times1.^{6}$$

$$a_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow a_1 = \frac{2937,6\times1.^{6} - 836,66\times1.^{6}}{2\times2,937\times1.} = .1035$$

$$a_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow a_2 = \frac{2937,6\times1.^{6} + 836,66\times1.^{6}}{2\times2,937\times1.^{1.}} = .64$$

$$\rho_{min} = \frac{1,4}{Fy} \Rightarrow \frac{1,4}{300} = .0046$$

$$\frac{\sqrt{Fc}}{.125\,Fy} \Rightarrow \frac{\sqrt{25}}{.125\times300} = .1133$$

Subject: 31 صفحه
Year. Month. Date. ( )

(5)

$$\rho_{min} \leqslant \rho \geqslant \rho_{max}$$

$$0.0046 \leqslant 0.035 \geqslant 0.028$$

در این حالت می بایست از مقدار b و d تغییر داد (در این حالت افزایش می دهیم)

ولی بنا به خواست مسئله که نمی توان از b و d این شرط کم کرد پس می بایست

از مقدار As تغییراتی را (یا کم کردن تغییرش) ρ_{max} را افزایش داد در صفحه 25

ادامه حل مسئله ⟸ با توجه به درس جلسه 1, 2, 3

(6)

لنگر مقاوم $M_r = 0.85 \cdot \rho b \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{5}{6} \cdot \rho b \cdot \frac{F_y}{F_c}\right)$

$$\Rightarrow M_r = 0.85 \times 0.028 \times 200 \times 240^2 \times 300 \times \left(1 - \frac{5}{6} \times 0.028 \times \frac{300}{25}\right)$$

$$= 59,22 \times 10^6 \ KN/mm$$

$M_u \geqslant M_r$

$67,5 \geqslant 59,22$

(7)

مقدار فولاد فشاری $M_{r_3} = M_u - M_r \Rightarrow M_{r_3} = 67,5 - 59,22 = 8,28$ KN/mm

سهم فولاد فشاری

Subject: ص 31/2

Year. Month. Date. ( )

(8) با توجه به جاری شدن فولاد فشاری و کششی

$M_{r3} = \phi_s \cdot \acute{A}s \cdot f_y \cdot (d - \acute{d})$ ← سهم فولاد فشاری

$\Rightarrow 8,28 \times 10^6 = 0,85 \times \acute{A}s \times 300 (240 - 60)$

$\Rightarrow \acute{A}s = \frac{8,28 \times 10^6}{0,85 \times 300 \times (240 - 60)} = 180,39\ mm^2$ مقدار فولاد فشاری

(9) مقدار $\acute{A}s$ را در مرحله 3 پیدا کردیم

$As = Asb + \acute{A}s$

$Asb = \rho b \cdot b \cdot d \Rightarrow Asb = 0,28 \times 200 \times 240 = 1344\ mm$

$\Rightarrow As = 1344 + 180,39 = 1524,39\ mm^2$ مساحت میلگرد کششی

(10)

$\rho = \acute{\rho}b = \rho b + \acute{\rho}$

(1) $\rho = \frac{As}{b \cdot d} \Rightarrow \rho = \frac{1524,39}{200 \times 240} = 0,0317$

(2) $\acute{\rho} = \frac{\acute{A}s}{b \cdot d} \Rightarrow \acute{\rho} = \frac{180,39}{200 \times 240} = 0,0037$

(3) $\acute{\rho}b = \rho b + \acute{\rho} + \frac{\acute{f}_{sb}}{f_y} \Rightarrow \acute{\rho}b = 0,28 + 0,0037 \times 1 = 0,0317$

$\acute{f}_{sb}$ را محاسبه می‌کنیم به ص 35/2 شبه 4 و 5 و 6 و 7 ←

Subject: 31/3 ص

Year. Month. Date.

(11)

$$\rho_{min} = 0.6\beta_1 \cdot \frac{600}{600-f_y} \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{d'}{d} + \rho'$$

$$\Rightarrow \rho_{min} = 0.6 \times 0.85 \times \frac{600}{600-300} \times \frac{25}{300} \times \frac{60}{240} + 0.0037 = 0.0249$$

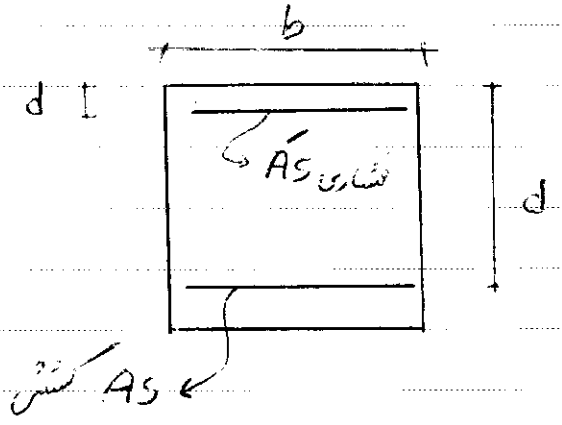
(12) با توجه به شرایط فرض بند (8) $\leftarrow \rho_{min} \leq \rho \leq \rho_b$

$0.0249 \leq 0.317 \leq 0.317$ (0K)

شرایط فرض شده در بند 8 مبنی بر اینکه فولاد فشاری و کشش هردو در حال جاری شدن می باشند صحیح می باشد (0K)

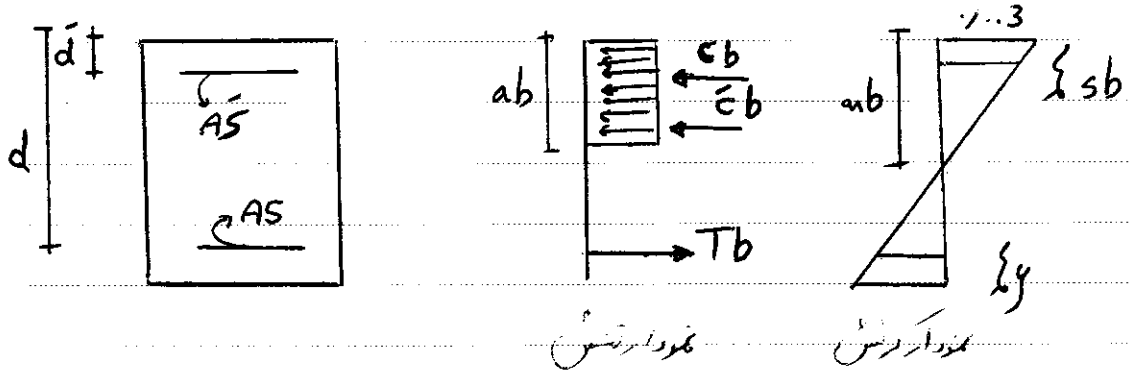
Subject: 32
Year. Month. Date. ( )

تیرهای بتن مسلح با فولاد مضاعف (کششی و فشاری)



فولاد کششی $\rho = \frac{As}{b.d}$ فولاد فشاری $\rho' = \frac{A's}{b.d}$

الف: کنترل جاری شدن فولادهای کششی (مقطع متوازن)



Subject: 32/2-0

Year. Month. Date. ( )

$$ab = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} \cdot d$$

تشابه در مثلث

$$\varepsilon'_{sb} = 0.003 - \frac{d'}{d} \cdot (0.003 + \varepsilon_y)$$

→ اگر $\varepsilon'_{sb} \leq \varepsilon_y \Rightarrow f'_{sb} = E_s \cdot \varepsilon'_{sb}$

→ اگر $\varepsilon'_{sb} \geq \varepsilon_y \Rightarrow f'_{sb} = f_y$

→ $\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{f_y}{2 \times 10^5}$

Subject: 33
Year. Month. Date. ( )

$$Tb = cb + \acute{c}b$$

$$\Rightarrow \frac{\acute{A}sb \cdot \phi s \cdot fy}{b \cdot d} = \frac{0.85 \cdot \phi \cdot fc \cdot ab \cdot b + \phi s \cdot \acute{A}sb \cdot \acute{f}sb}{b \cdot d}$$

$$\acute{\rho}b = 0.6 \beta \frac{fc}{fy} \cdot \frac{600}{600+fy} + \acute{\rho} \cdot \frac{\acute{f}sb}{fy}$$

← بستگی به شرایط $\acute{f}sb$ دارد. رجوع شود به صفحه 32/2 نکته: $\acute{f}sb$ طوری تنظیم می‌شود که تنش به دست می‌آید.

$$\Rightarrow \acute{\rho}b = \rho b + \acute{\rho} \frac{\acute{f}sb}{fy}$$

$\rho \leq \acute{\rho}b$ → در این حالت فولاد کشش جاری می‌شود

$\rho \geq \acute{\rho}b$

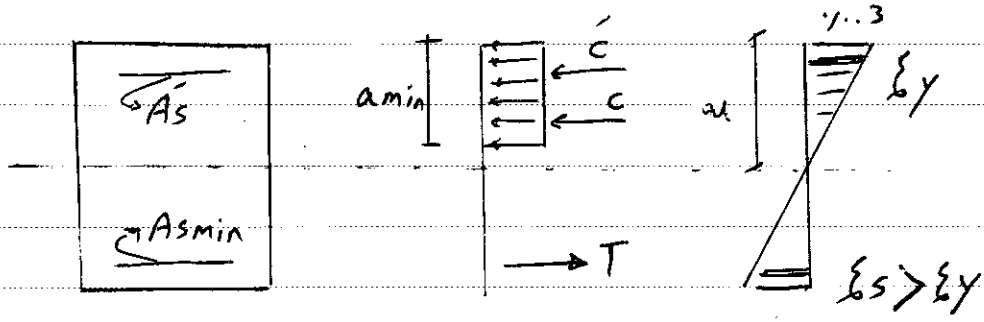
$\rho = \rho b$ ← → فولاد کشش جاری نشده.

$\rho \leq \rho b$ → در حالت فولاد مضاعف می‌باشد

و می‌توان از فولاد فشاری در محاسبات لنگر مقاوم (M_R) صرف نظر کرد و ای در سطح آنرا قرار داد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

ب : کنترل جاری شدن فولاد کششی فشاری :



تشابه در کرنش

$$a_{min} = \frac{0.003}{0.003 - \varepsilon_y}$$

$$\acute{d} = \frac{600}{600 - f_y} \cdot \acute{d}$$

رابطه تعادل $\Rightarrow T = C + \acute{C}$

$\rightarrow a_{min} = \beta_1 a_{min}$

$$\Rightarrow \frac{A_{smin} \cdot f_y}{\phi_s \cdot f_y \cdot b \cdot d} = \frac{0.85 \cdot \phi_c \cdot f_c \cdot a \cdot b}{\phi_s \cdot f_y \cdot b \cdot d} + \frac{\phi_s \cdot \acute{A}_s \cdot f_y}{\phi_s \cdot f_y \cdot b \cdot d}$$

$$\rho_{min} = 0.6 \beta \frac{600}{600 - f_y} \cdot \frac{F_c}{F_y} \cdot \frac{\acute{d}}{d} + \acute{\rho}$$

Subject: 34
Year 91 Month. 2 Date. 3

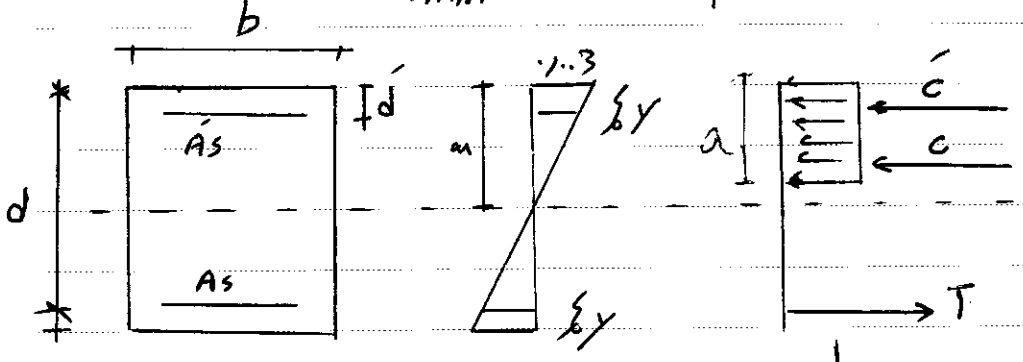
$\rho \geq \rho_{min} \Rightarrow$ فولاد فشاری جاری شده است

$\rho \leq \rho_{min}$ فولاد فشاری جاری نشده است

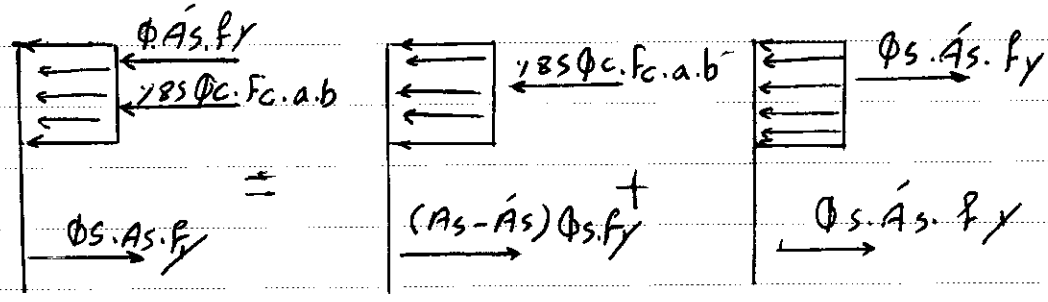
---

(1) اگر مقطع فولاد فشاری جاری شود:

$$\rho_{min} \leq \rho \leq \rho_b$$



در تقلیک سیروها به نیاز در آمده



تعادل $\Rightarrow T = C + C' \Rightarrow \phi_s A_s f_y = \gamma_{85}\phi_c . f_c . a . b + \phi_s . A's . f_y$

با حل معادله فوق a را به دست می‌آوریم.

Subject:

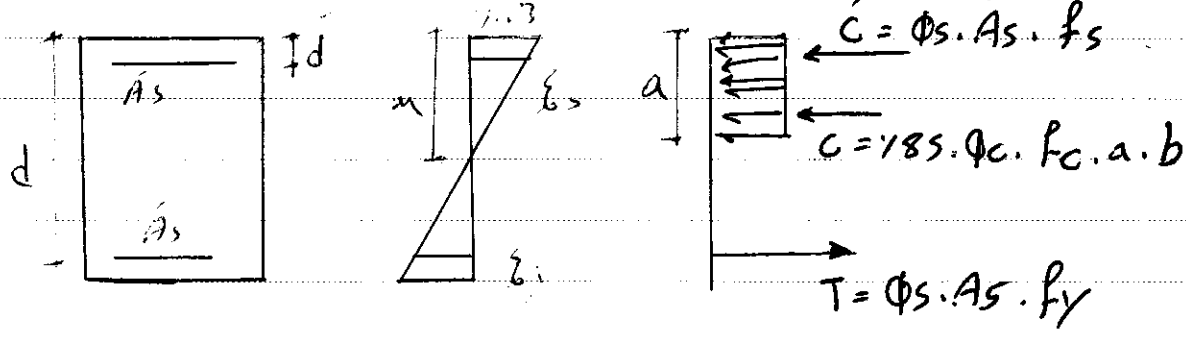
Year. Month. Date. ( )

$M_{r1} = M_{r2} = \boxed{M_{r3}}$ ← سهم فولاد فشاری

که $M_r = \left(\alpha_{85}\phi_c . f_c . a . b . \left(d - \frac{a}{2}\right)\right) + \left(\phi_s . A'_s . f_y (d - d')\right)$

(2) اگر در مقطعی، فولاد کششی جاری شود آنگاه فولاد فشاری هم جاری خواهد شد.

$\rho_{min} \geq \rho \leq \rho_b$



$\sum F = 0 \Rightarrow T = C + C'$ ← $a = \beta_1 c$

$\Rightarrow \phi_s . A_s . f_y = \alpha_{85}\phi_c . f_c . a . b + (\phi_s) . A'_s . f'_s$

$f'_s = 600 \frac{c - d'}{c}$

اگر بجای f'_s از f_y استفاده کردیم $\phi_s = 1$ می‌شد

$\Rightarrow \phi_s . A_s . f_y = \alpha_{85}\phi_c . f_c . \beta_1 c . b + \phi_s . A'_s \left(600 . \frac{c - d'}{c}\right)$

معادله فوق از روش درجه ۲ حل شده و مقدار c را بدست می‌آوریم

← تشابه کرنش

$\varepsilon'_s = 0.003 \frac{c - d'}{c}$

$f'_s = E_s . \varepsilon'_s \Rightarrow f'_s = 600 \frac{c - d'}{c}$

Subject: 35

Year. Month. Date. ( )

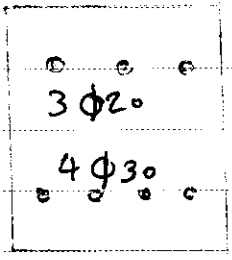
پس از آنکه از روش معادله درجه ۲ مقدار a را بدست آوردیم از طریق a ← f_s را بدست می آوریم.

$$a = \beta_1 c \quad , \quad f_s = 600 \frac{c - d'}{c}$$

لنگر نیروی حول محور عمودی از میلگردهای کششی:

$$MT = \phi_s . A_s . f_s . (d - d') + 1/85 \phi_c . f_c . a . b . (d - \frac{a}{2})$$

❤ مثال: لنگر مقاوم خمشی (MT) مقطع با مشخصات زیر را بدست آورید؟



$d = 400\ mm \quad b = 300\ mm$

$d' = 60\ mm \quad f_y = 350\ N/mm^2 \quad f_c = 20\ N/mm^2$

(1)

$$\rho = \frac{A_s}{b . d} \Rightarrow \rho = \frac{2827}{300 \times 400} = 1.023$$

(2)

$$\rho' = \frac{A_s'}{b . d} \Rightarrow \rho' = \frac{942}{300 \times 400} = 1.0078$$

(3)

$$\rho_b = 1/6 \times \beta \times \frac{f_c}{f_y} . \frac{600}{600 + f_y} \Rightarrow \rho_b = 1/6 \times 1/85 \times \frac{20}{350} \cdot \frac{600}{600 + 350} = 1.0184$$

Subject: 35/2 ص

Year. Month. Date. ( )

(4)

$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} \Rightarrow \varepsilon_y = \frac{350}{2 \times 10^5} = 0.00175$

(5)

$\varepsilon'_{sb} = 0.003 - \frac{d'}{d} \cdot (0.003 + \varepsilon_y)$

$\Rightarrow \varepsilon'_{sb} = 0.003 - \frac{60}{400} \cdot (0.003 + 0.00175) = 0.0023$

(6)

$0.00175 \leq 0.0023$

$\varepsilon_y \leq \varepsilon'_{sb}$

$f'_s = f_y \Rightarrow f'_s = 350$

(7)

$\rho'_b = \rho_b + \rho' \cdot \frac{f'_s}{f_y}$

$\Rightarrow \rho'_b = 0.0184 + 0.0078 \times \frac{350}{350} = 0.0262$

Subject: 36 صـ

Year. Month. Date. ( )

(8)

$$\rho_{min} = 0.6\beta_1 \cdot \frac{600}{600-f_y} \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{d'}{d} + \rho'$$

$$\Rightarrow \rho_{min} = 0.6 \times 0.85 \cdot \frac{600}{600-350} \cdot \frac{20}{350} \cdot \frac{60}{400} + 0.0078 = 0.0183$$

(9)

$$0.0183 < 0.023 < 0.0262$$

$$\rho_{min} < \rho < \rho_b$$

حالت فوق بیانگر آن است که فولاد فشاری و کششی جاری می شوند (مراجعه شود به خرده صـ 34)

(10)

چون هر دو فولاد در شرایط جاری شدن قرار می گیرند پس از فرمول ① صـ 34 استفاده می کنیم.

$$T = C + C' \Rightarrow T = \phi_s \cdot A_s \cdot f_y = 0.85 f'_c \, a \, b + \phi_s \cdot A'_s \cdot f_y$$

(a) مجهول

$$\Rightarrow 0.85 \times 2827 \times 350 = 0.85 \times 0.6 \times 20 \times a \times 300 + 0.85 \times 942 \times 350$$

$$\Rightarrow a = \frac{(0.85 \times 2827 \times 350) - (0.85 \times 942 \times 350)}{0.85 \times 0.6 \times 20 \times 300} = 183.26 \text{ mm}$$

Page 03

Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$M_r = (\,'85\,\phi_c . f_c . a . b . (d - \tfrac{a}{2})) + (\phi_s . A_s . f_y . (d - d')) \quad (11)$$

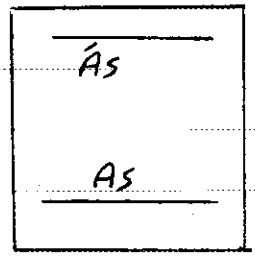
$$\Rightarrow M_r = \left('85 \times '6 \times 2 \cdot \times 183{,}26 \times 300 \times \left(400 - \frac{183{,}26}{2}\right)\right)$$

$$+ \left('85 \times 942 \times 350 \times (400 - 60)\right) = 268{,}20 \text{ kN/m}$$

$$\Rightarrow M_r = 268{,}20 \text{ kN/m}$$

Subject: 37
Year. Month. Date. ( )

مثال: تیر مستطیلی با مشخصات زیر را کنترل کنید که با در نظر گرفتن فولاد فشاری و بدون در نظر گرفتن فولاد فشاری می‌کنید؟



$b = 350\ mm \quad d = 650\ mm \quad \acute{d} = 75\ mm$

$A_s = 3830\ mm^2 \quad \acute{A}_s = 1013\ mm^2$

$f_c = 35\ N/mm^2 \quad f_y = 400\ N/mm^2$

الف: با در نظر گرفتن فولاد فشاری:

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \Rightarrow \rho = \frac{3830}{350 \times 650} = 0.0168 \quad (1)$$

$$\acute{\rho} = \frac{\acute{A}_s}{b \cdot d} \Rightarrow \acute{\rho} = \frac{1013}{350 \times 650} = 0.0044 \quad (2)$$

با توجه به مقدار F_c ، β_1 را تعیین می‌کنیم (رجوع شود به ص 18) (3)

$$\rho_b = 0.16 \times \beta_1 \cdot \frac{F_c}{F_y} \cdot \frac{600}{600 + F_y}$$

$$\Rightarrow \rho_b = 0.16 \times 0.81 \times \frac{35}{400} \cdot \frac{600}{600+400} = 0.0255$$

Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$\rho_{min} = 0.6\,\beta_1 \cdot \frac{600}{600-F_y} \cdot \frac{F_c}{F_y} \cdot \frac{\acute{d}}{d} + \acute{\rho} \qquad (4)$$

$$\Rightarrow \rho_{min} = 0.6 \times 0.81 \times \frac{600}{600-400} \times \frac{35}{400} \times \frac{75}{650} + 0.0044 = 0.0191$$

(5)

$$\varepsilon_y = \frac{F_y}{E_s} \Rightarrow \varepsilon_y = \frac{400}{2 \times 10^5} = 0.002$$

(6)

$$\acute{\varepsilon}_{sb} = 0.003 - \frac{\acute{d}}{d} \times (0.003 + \varepsilon_y)$$

$$\Rightarrow \acute{\varepsilon}_{sb} = 0.003 - \frac{75}{650} \times (0.003 + 0.002) = 0.00242$$

(7)

$$0.002 < 0.00242$$

$$\boxed{\varepsilon_y < \acute{\varepsilon}_{sb}} \Longrightarrow \acute{f}_s = F_y \quad \text{فشرده تسلیم}$$

$$\acute{\rho}_b = \rho_b + \acute{\rho} \cdot \frac{\acute{f}_s}{F_y} \qquad (8)$$

$$\Rightarrow \acute{\rho}_b = 0.255 + 0.0044 \times \frac{400}{400} = 0.299$$

Subject: 38 ص
Year. Month. Date. ( )

⑨ $0.191 \geq 0.168 \leq 0.299$

$\rho_{min} \geq \rho \leq \rho_b$

34/2 ص.

با توجه به برقراری رابطه فوق، فولاد کشش جاری می‌شود (فولاد کشش جاری می‌شود)

---

⑩ با توجه به شرایط بند ⑨ از فرمول شماره ۲ ص 34/2 استفاده می‌کنیم.

$T = C + C'$

$\Rightarrow \phi_s . A_s . f_y = 0.85 \phi_c . f_c . a . b + \phi_s . A'_s . f'_s$

$\Rightarrow \phi_s . A_s . f_y = 0.85 \phi_c . f_c . a . b + \phi_s . A'_s . 600 . \frac{a - d'}{a}$

← چون از دو آرماتور استفاده کرده‌ایم $\phi_s = 1$ می‌شود.

$\Rightarrow 0.85 \times 3830 \times 400 = 0.85 \times 0.6 \times 35 \times 0.81a \times 350 + 1 \times 1.13 \times 600 \times \frac{a - 75}{a}$

حل معادله فوق از طریق معادله درجه ۲

$\Rightarrow 13022000 = 5060.475a + 607800a . \frac{a - 75}{a}$

$\Rightarrow 13022000 = 5060.475a^2 + 607800 . (a - 75)$ (x)

$\Rightarrow 13022000 = 5060.475a^2 + 607800a - 45585000 = 0$

$\Rightarrow 5060.475a^2 + 607800a - 13022000a - 45585000 = 0$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\Rightarrow 5060,475a^2 - 694400a - 45585000 = 0$

$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$

$\Rightarrow (-694400)^2 - 4(5060,475)\cdot(-45585000) = 1,404 \times 10^{12}$

$\Rightarrow \Delta = \sqrt{1,404 \times 10^{12}} = 1185292,526$

$a_1 = \frac{-b - \Delta}{2 \cdot a} \Rightarrow a_1 = \frac{694400 - 1185292,526}{2 \times 5060,475} = -48,50$

$a_2 = \frac{-b + \Delta}{2 \cdot a} \Rightarrow a_2 = \frac{694400 + 1185292,526}{2 \times 5060,475} = 185,72$

$a = 185,72$ (11)

$\Rightarrow a = \beta_1 \cdot a \Rightarrow a = 181 \times 185,72 = 150,43$

$\acute{f}_s = 600 \cdot \frac{a - \acute{d}}{a} \Rightarrow \acute{f}_s = 600 \times \frac{185,72 - 75}{185,72} = 357,69$ (12)

(13) تعادل لنگر و نیرو به محل تولید حداکثر کشش

$M_r = \left(0,85 \phi_c \cdot f_c \cdot a \cdot b \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)\right) + \left(A'_s \times \left(\left(\phi_s \cdot \acute{f}_s\right) - (0,85 \times \phi_c \times f_c)\right) \times (d - \acute{d})\right)$

$\Rightarrow M_r = \left(0,85 \times 0,6 \times 35 \times 150,43 \times 35 \times \left(65 - \frac{150,43}{2}\right)\right) + \left(1,013 \times \left((0,85 \times 357,69) - (0,85 \times 0,6 \times 35)\right) \times (65 - 75)\right) = 706,88 \text{ KN.M}$

Subject: 39°

Year. Month. Date. ( )

ب: بدون در نظر گرفتن فولاد فشاری با توجه به اینکه $\rho < \rho_{max}$

(1)

$$T=C \Rightarrow 0.85 \phi_c . f_c . a . b = \phi_s . A_s . f_y$$

$$\Rightarrow 0.85 \times 0.6 \times 35 \times a \times 350 = 0.85 \times 3830 \times 400$$

$$\Rightarrow a = \frac{0.85 \times 3830 \times 400}{0.85 \times 0.6 \times 35 \times 350} = 208.43$$

(2)

$$M_r = A_s . \phi_s . f_y . \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$\Rightarrow M_r = 3830 \times 0.85 \times 400 \times \left(650 - \frac{208.43}{2}\right) = 710.72 \ KN.M$$

* نتیجه:

* چون درصد فولاد کشش از ρ_{max} کوچکتر است، فولاد فشاری اثر چندانی در مقاومت ندارد.

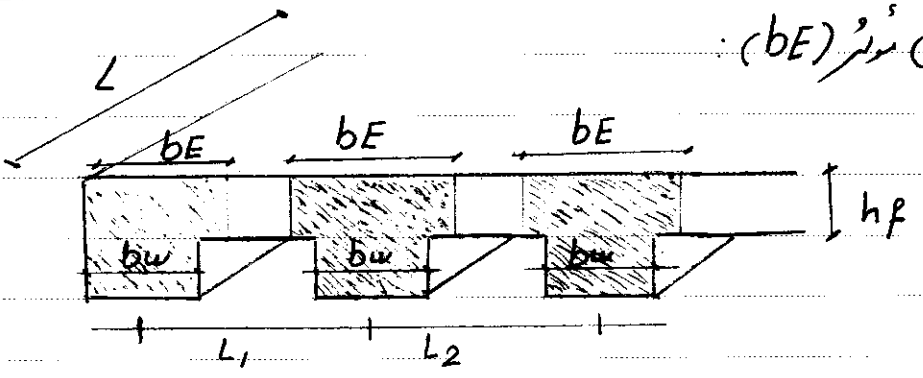
Page 8

Subject: 40
Year 1391 Month. 2 Date. 12

مقاطع T و L شکل:

مقاطع T شکل: ← پیش ساخته
← درجا

ضوابط مربوط به عرض مؤثر (bE):



T شکل درجا $\Rightarrow bE = min =$ | $\frac{L}{4}$ برای تیرهای سراسری یا $\frac{2L}{5}$ برای تیرهای ساده و $16h_f + b_w$, $\frac{L_1 + L_2}{2}$

T شکل پیش ساخته | $bE \leq 4\, b_w$

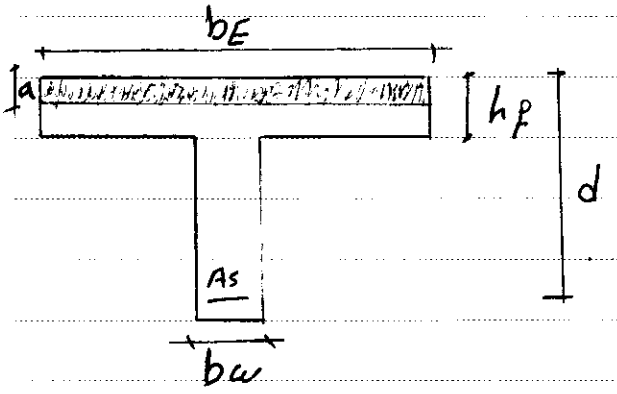
$h_f \geq \frac{1}{2} b_w$

L شکل $\Rightarrow bE = min =$ | $\frac{1}{12} + b_w$, $b_w + 6h_f$, $b_w + \frac{L_1 - b_w}{2}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

محاسبه لنگر مقاوم در مقاطع T شکل:

ابتدا با فرض اینکه مقطع T شکل به صورت تیر مستطیلی عمل می‌کند مقدار a را با h_f مقایسه می‌کنیم



$$a = \frac{\phi_s f_y A_s}{.85 . \phi_c . f_c . b_E}$$

اگر $a \leq h_f$ باشد: مقطع را مستطیلی در نظر می‌گیریم (b_E, d)

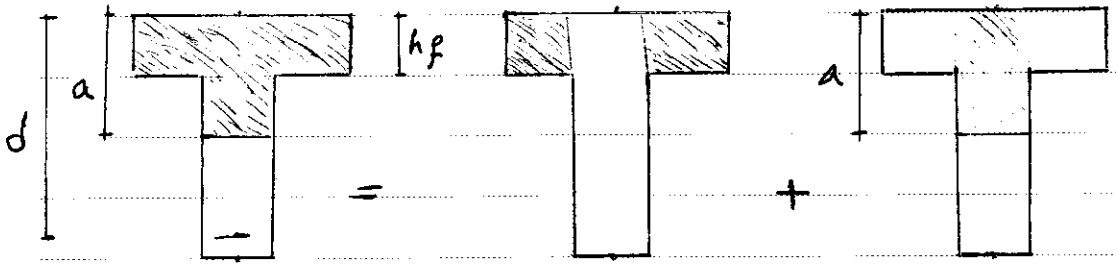
و اگر $a > h_f$ باشد: مقطع را T شکل در نظر می‌گیریم.

1) اگر $a \leq h_f$ باشد:

در چنین حالتی کلیه محاسبات مربوط به تعیین لنگر مقاوم، مشابه مقاطع مستطیلی می‌باشد و تیر مستطیلی با ابعاد $(b_E \times d)$ در نظر می‌گیریم.

2) اگر $a > h_f$ باشد:

در چنین حالتی مقطع را T شکل در نظر می‌گیریم و برای به دست آوردن لنگر مقاوم از مراحل زیر استفاده می‌کنیم:



A_s $A_{sf}(1)$ $A_s - A_{sf}(2)$

تعیین A_{sf}:

(1) تعادل در محور $\Rightarrow A_{sf}\,\phi_s\,f_y = 0.85\,\phi_c\,f_c\,(b_E - b_w)\,h_f$

$$\Rightarrow A_{sf} = \frac{0.85\,\phi_c\,f_c\,(b_E - b_w)\,h_f}{\phi_s\,f_y}$$

Subject :
Year . Month . Date . ( )

② $(A_s - A_{sf})\phi_s . f_y = .85\,\phi_c . f_c . a . b_w$

$$\Rightarrow a = \frac{(A_s - A_{sf})\phi_s \cdot f_y}{.85 \cdot \phi_c \cdot f_c \cdot b_w}$$

$$M_r = M_{r_1} + M_{r_2}$$

$$\Rightarrow M_r = A_{sf}\,\phi_s\, f_y \left(d - \frac{h_f}{2}\right) + (A_s - A_{sf}) . \phi_s . f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w \cdot d}$$

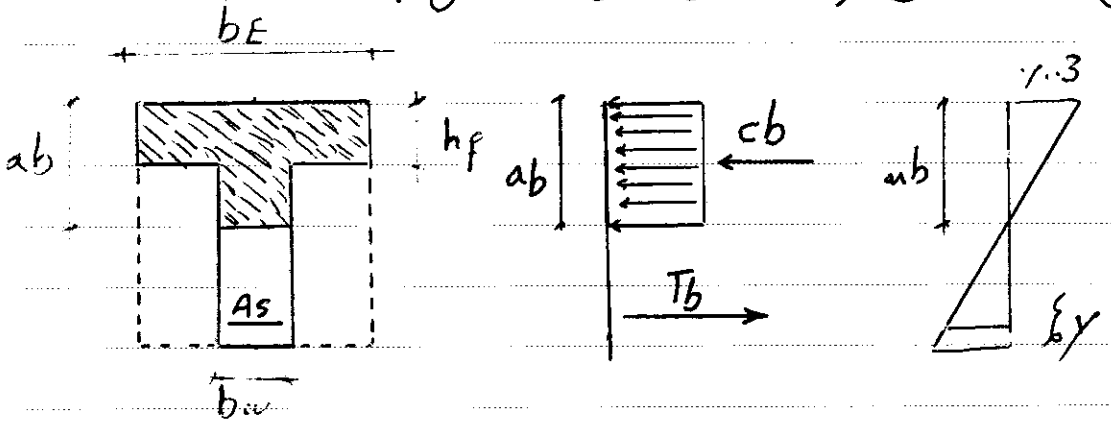
$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w \cdot d}$$

$$A_{sb} = \rho_{wb} \times b_w . d$$

Subject: 42

Year. Month. Date. ( )

تعیین فولاد متوازن (شرط جاری شدن فولاد کششی)



$$ab = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} \cdot d \qquad \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$$

$$ab = \frac{600}{600 + F_y} \qquad a_b = \beta_1 \cdot ab$$

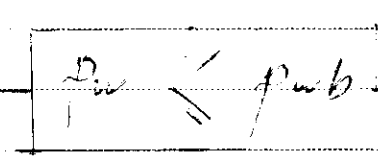
حل: $A_{sb} \cdot \phi_s \cdot f_y = 0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot a_b \cdot b_w + 0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot (b_E - b_w) \cdot h_f$

$$\Rightarrow \frac{A_{sb} \cdot \phi_s \cdot f_y}{\phi_s \cdot f_y \cdot b \cdot d} = \frac{0.85 \phi_c f_c \cdot \beta_1 \frac{600}{600 + F_y} \cdot d + 0.85 \phi_c f_c (b_E - b_w) h_f}{\phi_s \cdot f_y \cdot b \cdot d}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\rho_{wb} = 0.85\beta_1 \frac{600}{600+f_y} \cdot \frac{f_c}{f_y} + \rho_f$$

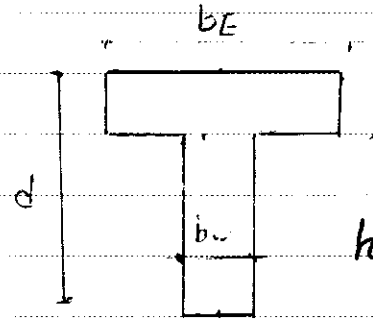
$$\Rightarrow \rho_{wb} = \rho_b + \rho_f$$



اگر $\rho_w \leq \rho_{wb}$ باشد ← تسلیم نرم و مقاومت لنگر تابع فولاد است

$$\rightarrow f_c = f_s$$

مثال: لنگر مقاوم (MR) مقطع زیر را بدست آورید؟



$b_E = 600\,mm$ $\quad d = 500\,mm$

$h_f = 150\,mm$ $\quad b_w = 200\,mm$ $\quad A_s = 5000\,mm^2$

$f_c = 25\,N/mm^2$ $\quad f_y = 300\,N/mm^2$

(1)

$$a = \frac{\phi_s \cdot f_y \cdot A_s}{0.85 \cdot \phi_c \cdot f_c \cdot b_E} \Rightarrow a = \frac{0.85 \times 300 \times 5000}{0.85 \times 0.6 \times 25 \times 600} = 166.66\,mm$$

Subject: 43 صـ
Year. Month. Date. ( )

$166,66 \geqslant 150$ (2)

$a \geqslant h_f$

در حساب حالتی مقطع را T شکل در نظر می‌گیریم صـ 41 جزوه

$$A_{sf} = \frac{0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot (b_E - b_w) \cdot h_f}{\phi_s \cdot f_y}$$ (3)

$$\Rightarrow A_{sf} = \frac{0.85 \times 0.6 \times 25 \times (600 - 200) \times 150}{0.85 \times 300} = 3000\ mm^2$$

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \Rightarrow \rho_w = \frac{5000}{200 \times 500} = 0.05$$ (4)

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w \cdot d} \Rightarrow \rho_f = \frac{3000}{200 \times 500} = 0.03$$ (5)

$$\rho_b = 0.6 \beta_1 \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y}$$ (6)

$$\Rightarrow \rho_b = 0.6 \times 0.85 \times \frac{25}{300} \times \frac{600}{600 + 300} = 0.0283$$

$$\rho_{wb} = \rho_b + \rho_f \Rightarrow \rho_{wb} = 0.0283 + 0.03 = 0.0583$$ (7)

$$0.05 \leqslant 0.0583$$ (8)

$$\rho_w \leqslant \rho_{wb}$$

در حساب حالتی مقطع کم فولاد و شکست نرم است

Subject :

Year . Month . Date . ( )

(9)

$$a = \frac{(A_s - A_{sf})\,\phi_s \cdot f_y}{.85 \cdot \phi_c \cdot f_c \cdot b_w}$$

$$\Rightarrow a = \frac{(5000 - 3000) \times .85 \times 300}{.85 \times .6 \times 25 \times 200} = 200\ mm$$

---

(10)

$$M_r = M_{r_1} + M_{r_2}$$

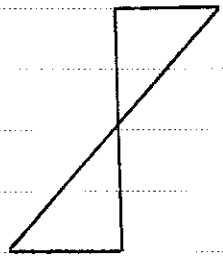
$$\Rightarrow M_r = A_{sf} \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{h_f}{2}\right) + (A_s - A_{sf}) \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$\Rightarrow M_r = \left[3000 \times .85 \times 300 \times \left(500 - \frac{150}{2}\right)\right] + \left[(5000 - 3000) \times .85 \times 300 \times \left(500 - \frac{200}{2}\right)\right] = 529{,}125\ KN.M$$

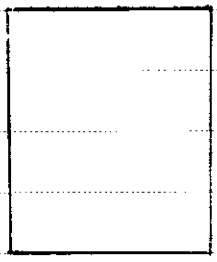
Subject: 44 ~ ۵

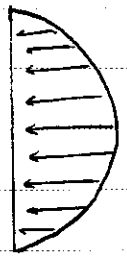
Year. Month. Date. ( )

مقاطع تحت اثر برش:



خمش





برش

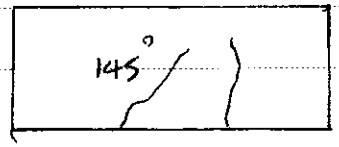
$$\tau = \frac{VQ}{Lt}$$

۱- مقطع بدون فولاد طولی

2 - مقطع با فولاد طولی

قطری

ضعیف در برش



خمشی - برشی

قوس در برش

Subject:
Year. Month. Date. ( )

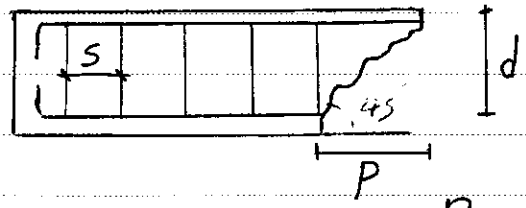
نیروی مقاوم برشی = V_r ← فولاد طولی
V_c ← شکل‌دانه‌ای
بتن
V_s ← فولاد عرضی

V_u ⇒ نیروی داخلی

نیروی مقاوم برشی V_r ← $V_u \leqslant V_r$ → نیروی داخلی

نیروی مقاوم برشی $V_r = V_c + V_s$

۱- خاموت قائم:



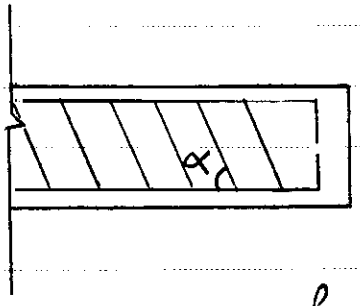
$P = d$ $\quad n = \frac{P}{s} = \frac{d}{s}$

$V_s = n . A_v . f_y \Rightarrow V_s = \frac{A_v}{s} f_y . d$

فاصله خاموت‌ها ←

Subject: 45
Year. Month. Date. ( )

2- خاموت مایل (حداقل زاویه 45°)



$$V_S = \frac{A_V}{S} \cdot f_y \cdot d(\sin\alpha + \cos\alpha)$$

α : زاویه خاموت مایل نسبت به محور طولی تیر می باشد

$\alpha \geq 30°$

3- میلگردهای طولی خم شده (حداقل زاویه 30°)

این نوع میلگردها را در مجاورت در نظر نمی گیریم و فقط ضریب اطمینانی است جهت برش

$$V_2 = V_c + V_S$$

4- مقطع بحرانی (d)

مقطع بحرانی برای محاسبات در برش

می دانیم که نیروی برش حداکثر، معمولاً در تکیه گاه تیرها اتفاق می افتد

آزمایشات نشان می دهد که اولین ترک قطری در فاصله ای از تکیه گاه بوجود می آید. علت این امر آن است که نیروی فشاری وارد بر بتن ناشی از عکس العمل تکیه گاه، باعث افزایش مقاومت برشی بتن در اطراف تکیه گاه می شود لذا —

Subject :

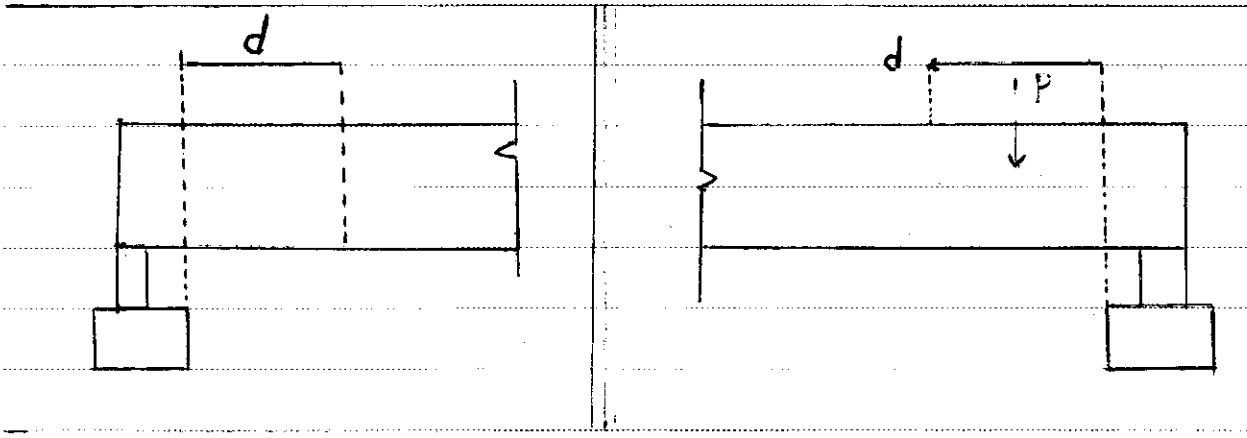
Year . Month . Date . ( )

- آئین نامه بتن ایران (آبا) مقطع بحرانی را به فاصله d (عمق موثر) از لبه تکیه گاه پیشنهاد می کند به شرطی که

1- عکس العمل تکیه گاه در طرف تکیه گاه تولید فشار کند.

2- هیچ بار متمرکزی در فاصله بین لبه تکیه گاه و مقطع به فاصله d موجود نباشد.

در صورت برقرار نبودن هر یک از دو شرط فوق، مقطع بحرانی در لبه تکیه گاه خواهد بود.



رابطه ساده تنش در بتن $\Rightarrow V_c = 0.12 \phi_c \sqrt{F_c}$

رابطه دقیق تنش در بتن $\Rightarrow V_c = 0.19 \phi_c \sqrt{F_c} + 120 \rho_w \times \frac{V_u \cdot d}{M_u} \leq 0.35 \phi_c \sqrt{F_c}$

≤ 9

تیر در بتن $\Rightarrow V_c = V_c \times b_w \cdot d$

خاموت قائم $\Rightarrow V_s = \frac{A_v}{s} \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot d \leq 4V_c$

خاموت مایل $\Rightarrow V_s = \frac{A_v}{s} \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot d(\sin\alpha + \cos\alpha) \leq 4V_c$

$max \Rightarrow \left(\frac{A_v}{s} \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot d\right) = 4V_c$

$max \Rightarrow \left(\frac{A_v}{s}\right) = \frac{4V_c}{\phi_s \cdot f_y \cdot d} = \frac{4 \times 12 \phi_c \sqrt{F_c} \cdot b_w \cdot d}{\phi_s \cdot f_y \cdot d}$

$min \Rightarrow \left(\frac{A_v}{s}\right) = 0.56 \cdot \sqrt{F_c} \cdot \frac{b_w}{F_y}$

$min \Rightarrow \left(\frac{A_v}{s}\right) = 0.35 \cdot \frac{b_w}{f_y}$

بدون خاموت $\Rightarrow V_u \leq \frac{V_c}{2}$

حداقل خاموت $\Rightarrow \frac{V_c}{2} \leq V_u \leq V_c$

خاموت طراحی شده $\Rightarrow V_u \geq V_c$

$V_s \geq 2V_s$ (!)

$V_s \geq 0.14 \phi_c \sqrt{F_c}\ b.d$

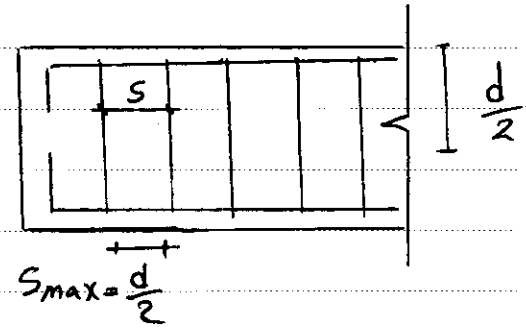
ادامه ↓

$$S_{max} = \min \begin{cases} \frac{d}{4} \\ 300\ mm \end{cases}$$

(2)

$$V_s \leq 2V_c$$

$$S_{max} = \min \begin{cases} \frac{d}{2} \\ 600\ mm \end{cases}$$



$V_u \leq V_r$ $\quad$ $V_u \leq V_c + V_s$ $\quad$ $V_u \leq V_c + 4V_c$

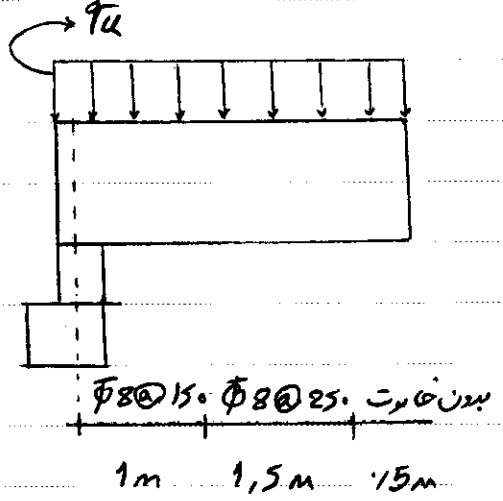
$$V_u \leq 5V_c$$

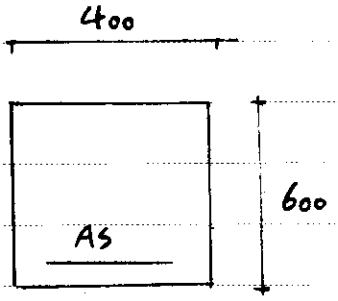
کفایت ابعاد مقطع

نکته: در حساب شرایطی که f_y بیشتر از $400\ N/mm^2$ باشد با فرض می‌کنیم که $f_y = 400\ N/mm^2$ می‌گیرد.

مثال:

کفایت برشی تیر زیر را برای مقطع یکگاه و مقطعی به فاصله 2m از بر یکگاه را کنترل نمایید؟





$d = 540\,mm$ $\quad f_c = 20\ N/mm^2$ $\quad f_y = 350\ N/mm^2$

$W_L = 51\ kN/m$ $\quad W_D = 21\ kN/m$ $\quad A_s = 3716\ mm^2$ $\Big\}$ عرض یکگاه $= 200\ mm$

①

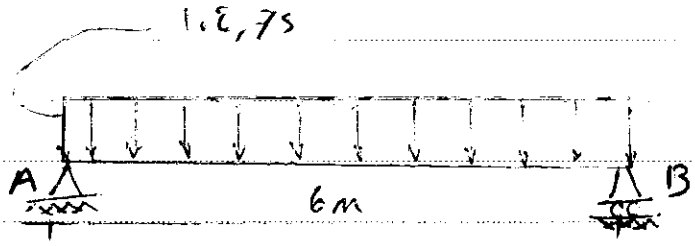
$$W_u = (1,5 \times W_L) + (1,25 \times W_D)$$

$$\Rightarrow W_u = (1,5 \times 51) + (1,25 \times 21) = 102,75\ KN.m$$

* در این مثال چون تیر و بارگذاری روی آن متقارن می‌باشد نصف تیر را محاسبه می‌کنیم تا اگر این شرط برقرار نبود برای کل تیر W_u مورد نظر را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

Subject :

Year . Month . Date . ( )

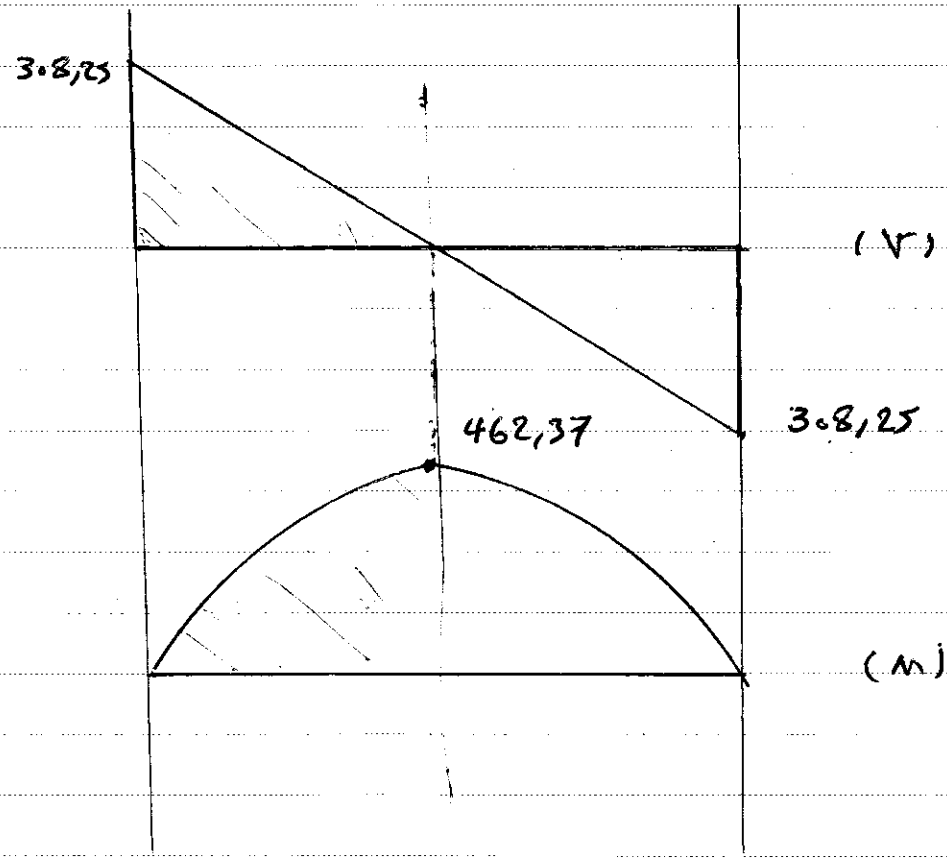


$\rightarrow^{+}$

$\Sigma F_{ox} = 0 \Rightarrow R_{ox}A = 0$

$\overset{+}{\curvearrowright} \Sigma MA = 0 \Rightarrow (1.2,75 \times 6 \times 3) - (R_yB \times 6) = 0 \Rightarrow R_yB = 3.8,25$ k

$\Sigma F_y \overset{+}{\uparrow} = 0 \Rightarrow R_yA - (1.2,75 \times 6) + 3.8,25 = 0 \Rightarrow R_yA = 3.8,25$ k



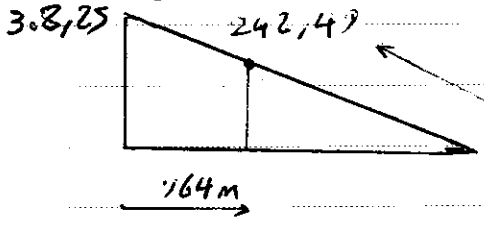
Subject: 48
Year. Month. Date. ( )

(2) الف: مقطع تکیه گاه:

مقطع بحرانی در فاصله d از تکیه گاه می باشد.

$$m = d + \frac{\text{عرض تکیه گاه}}{2} \Rightarrow m = 1.54\,m + \frac{0.12\,m}{2} = 1.64\,m$$

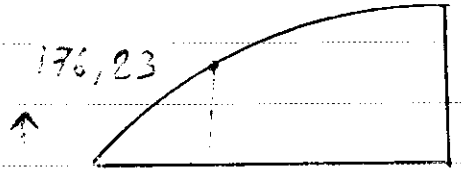
با توجه به فاصله بدست آمده از تکیه گاه mu و Vu را در این نقطه بدست می آوریم.



$$Vu = \frac{308,25}{3} = 102,75$$

$$\Rightarrow 102,75 \times 1.64 = 65,75$$

$$\Rightarrow 308,25 - 65,75 = 242,49\ KN$$



$$mu = \frac{308,25 + 242,49}{2} \times 1.64 = 176,23\ KN/m$$

(3)

$$\rho_w = \frac{As}{b \cdot d} \Rightarrow \rho = \frac{3910}{400 \times 540} = 0.0181$$

(4)

$$\frac{Vu \cdot d}{mu} \Rightarrow \frac{242,49 \times 1.54}{176,23} = 1.743$$

(5)

$1.743 < 1$ (ok)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

(6)

رابطه دقیق تنش در بتن $\Rightarrow V_c = 0.19 \phi_c \sqrt{F_c} + 12 \rho_w \times \frac{V_u \cdot d}{M_u}$

$\leq 0.35 \phi_c \cdot \sqrt{F_c}$ -

$\Rightarrow V_c = 0.19 \times 0.6 \times \sqrt{20} + 12 \times 0.0181 \times 0.1743 = 0.67$

$\Rightarrow 0.35 \phi_c \cdot \sqrt{F_c} \Rightarrow 0.35 \times 0.6 \times \sqrt{20} = 0.94$

$\Rightarrow 0.67 \leq 0.94$ (ok)

(7)

نیروی برشی بتن $V_c = V_c \times b_w \cdot d \Rightarrow V_c = 0.67 \times 400 \times 540 = 144,72 \times 10^3$

(8)

$\frac{A_V}{S} \Rightarrow \frac{2 \times \pi \times \frac{8}{4}}{150} = 0.67$

مساحت یک میلگرد دو شاخه

فاصله خاموت ها در حالت شاخه شخص شده است.

$\frac{A_V}{S}_{min} = 0.35 \cdot \frac{b_w}{f_y} \Rightarrow \frac{A_V}{S} = 0.35 \times \frac{400}{350} = 0.4$

$\frac{A_V}{S} \geq \frac{A_V}{S}_{min}$ (ok)

$0.67 \geq 0.4$

Subject: 49 سی

Year. Month. Date. ( )

(9) خاصیت خاموت $V_s = \frac{A_v}{s} \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot d \leq 4V_c$

$\Rightarrow V_s = 0.67 \times 0.85 \times 350 \times 540 = 107,635 \times 10^3$

$4V_c \Rightarrow 4 \times 144,72 \times 10^3 = 578,88 \times 10^3$

$V_s \leq 4V_c$ (ok)

$107,63 \times 10^3 \leq 578,88 \times 10^3$

(10) شرط فوق برقرار می باشد ← $V_s \leq 2V_c$ (46,46/2)

$107,63 \times 10^3 \leq 289,44 \times 10^3$ (ok)

در این حالت $S_{MAX} = MIN = \frac{d}{2}$ (به صفحه 46/2 مراجعه شود)

$\Rightarrow S_{max} = min \Rightarrow \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{540}{2} = 270$ mm

$\Rightarrow S = 150$ ← فاصله خاموت های در نظر گرفته شده

$S_{max} \longrightarrow 270$ فاصله بیشترین آورده شده

$S \leq S_{max} \Rightarrow 150 \leq 270$ (ok)

Page 55

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$V_r = V_c + V_s$ (11)

$\Rightarrow V_r = 144,72 \times 10^3 + 107,63 \times 10^3 = 252,35 \times 10^3$

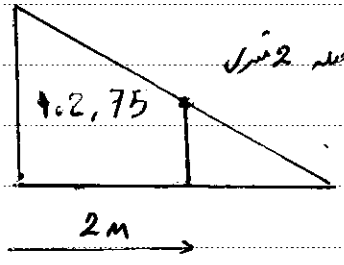
برش ماکزیمم در تیر (در شکل نشان داده شده است) $\Rightarrow V_u = 242,49$

$\Rightarrow V_u \leq V_r$ ok

$242,49 \leq 252,35$

ب: فاصله 2 متری از تکیه گاه:

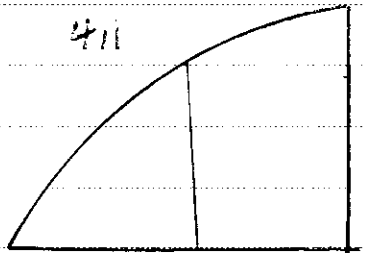
308,25



V_u در فاصله 2 متری $\Rightarrow \frac{308,25}{3} = 102,75$ (1)

$102,75 \times 2 = 205,5$

$\Rightarrow 308,25 - 205,5 = \boxed{102,75 \text{ KN}}$



$m_u = \frac{308,25 + 102,75}{2} \times 2 = \boxed{411 \text{ KN/m}}$

Subject: 50

Year. Month. Date. ( )

(2)

$$\rho_w = \frac{As}{b.d} \Rightarrow \rho_w = \frac{391.}{400 \times 540} = 0.181$$

(3)

$$\frac{Vu.d}{Mu} \Rightarrow \frac{102,75 \times 0.54}{411} = 0.135$$

$0.135 < 1$ (OK)

(4)

رابطه دقیق تنش در بتن

$$Vc = 0.19 \phi c \sqrt{Fc} + 12 \rho_w \times \frac{Vu.d}{Mu} \leq 0.35 \phi c \sqrt{Fc}$$

$$\Rightarrow Vc = 0.19 \times 0.6 \times \sqrt{20} + 12 \times 0.181 \times 0.135 = 0.54$$

$$0.35 \phi c \sqrt{Fc} \Rightarrow 0.35 \times 0.6 \times \sqrt{20} = 0.94$$

$0.54 < 0.94$ (OK)

(5)

نیروی برشی $Vc = Vc \times bw.d$

$$\Rightarrow Vc = 0.54 \times 400 \times 540 = 116,64 \times 10^3$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\frac{Av}{s} = \frac{2 \times \pi \times \frac{8^2}{4}}{250} = .1402$$ (6)

$$\frac{Av}{s}\,min = .35 \cdot \frac{bw}{Fy} \Rightarrow \frac{Av}{s}\,min = .35 \times \frac{400}{350} = .14$$

$$\frac{Av}{s} \geq \frac{Av}{s}\,min \quad .1402 \geq .1400$$ (ok)

(7)

$$\text{حداکثر } V_s = \frac{Av}{s} \cdot fy \cdot d \leq 4\sqrt{c}$$

$$\Rightarrow V_s = .1402 \times .185 \times 350 \times 540 = 64,58 \times 10^3$$

$$4\sqrt{c} = 4 \times 116,64 \times 10^3 = 466,56 \times 10^3$$

$$V_s \leq 4\sqrt{c} \longrightarrow 64,58 \leq 466,56$$ (ok)

$$V_s \leq 2\sqrt{c} \Rightarrow 64,58 \leq 233,38$$ (ok) (8)

$$\Rightarrow S\,max = \frac{d}{2} \Rightarrow S_{max} = \frac{540}{2} = 270$$

فاصله‌ی بین‌شاخه‌ها $S = 250$

$$S \leq S_{max} \quad 250 \leq 270$$ (ok)

Subject: 51

Year. Month. Date. ( )

$V_T = V_C + V_S$ (9)

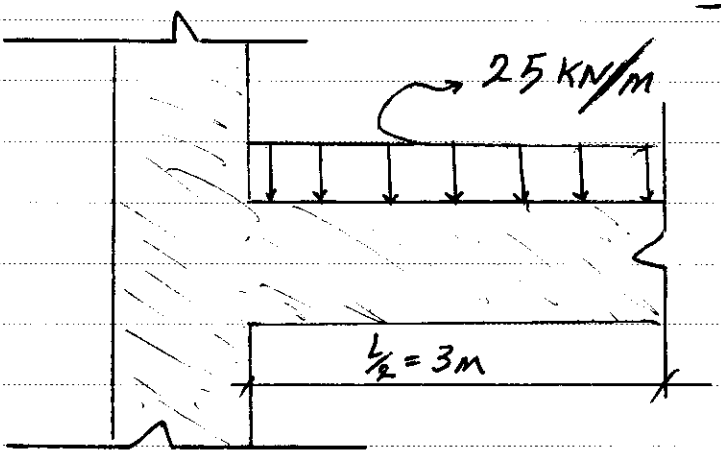
$\Rightarrow V_T = 116,64 + 64,58 = 181,22$

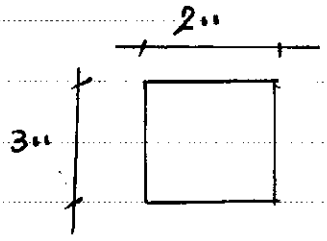
$V_U = 102,75$ ok

$\Rightarrow V_T \geq V_U \rightarrow 181,22 \geq 102,75$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

❤ مثال: تیر زیر را برای برش طراحی نمایید؟ (از فرمول ساده استفاده کنید)

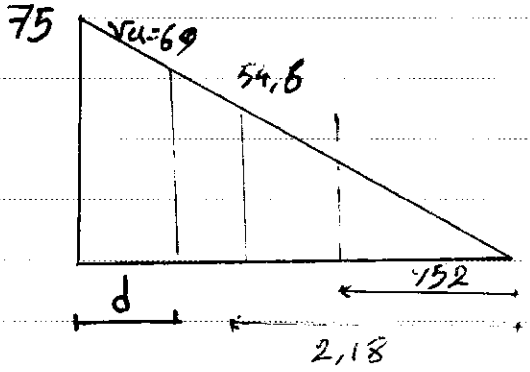




$f_c = 20\ N/mm^2$ $f_y = 300\ N/mm^2$ $q_u = 25\ KN/m$

$d = 240\ mm$ $b = 200\ mm$ $h = 300\ mm$

(1)



$$R = \frac{q_u \cdot L}{2} \Rightarrow R = \frac{25 \times 6}{2} = 75\ KN$$

$$V_u = R - q_u \times d$$

$$\Rightarrow V_u = 75 - 25 \times 0.124_{cm} = \boxed{69\ KN}$$

(2)

رابطه ساده تنش در بتن

$$\hookrightarrow V_c = 1/2\ \phi_c \cdot \sqrt{F_c} \cdot b \cdot d$$

$$\Rightarrow V_c = 1/2\ \phi_c \cdot \sqrt{20} \times 200 \times 240 = 25,76 \times 10^3\ KN$$

$V_u \leq V_r \Rightarrow V_u \leq V_r = V_s + V_c$

$\Rightarrow 69 = V_r \Rightarrow 69 = V_s + V_c$

$\Rightarrow 69 = 25,76 + V_s \Rightarrow V_s = 69 - 25,76 = 43,24$

(3) کنترل ابعاد مقطع:

$V_u \leq 5V_c$

$69 \leq 128,3$ (ok) عبارت فوق است

(4)

$V_s = \frac{A_v}{s} \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot d$

$\Rightarrow 43,24 \overset{\times 10^3}{=} \frac{A_v}{s} \times ,85 \times 300 \times 240$

$\Rightarrow \frac{A_v}{s} = 43,24 \times 10^3 \div (,85 \times 300 \times 240) = ,706$

$\frac{A_v}{s}\,min = ,35 \times \frac{b_w}{f_y} \Rightarrow \frac{A_v}{s}\,min = ,35 \times \frac{200}{300} = ,1233$

$\frac{A_v}{s} \geq \frac{A_v}{s}\,min$

$,706 \geq ,1233$ (ok)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

(5) برای بدست آوردن نحوه عملکرد خاموت یک حدس منطقی می‌زنیم و آنرا کنترل می‌نماییم اگر (K) بود برحسب آن خاموت را کنترل و طراحی می‌نماییم و اگر (N°) شد حدس منطقی دیگری می‌زنیم.

حدس اولیه برای خاموت $\phi 8$

$$\frac{Av}{S} = 0.706 \Rightarrow \frac{2 \times \pi \times \frac{8^2}{4}}{S} = 0.706$$

$$\Rightarrow S = \frac{2 \times \pi \times \frac{8^2}{4}}{0.706} = 142,39 \simeq 143 \text{ mm}$$

---

(6) کنترل فاصله S با S_{max}

$$Vs = 43,24$$

$$2Vc = 2 \times 25,76 = 51,52$$

$$\Rightarrow 43,24 < 51,52 \rightarrow Vs < 2Vc \quad (\text{OK})$$

با توجه به شرط فوق $\Leftarrow$ $S_{max} = \frac{d}{2}$

$$\Rightarrow S_{max} = \frac{240}{2} = 120$$

$143 > 120$ $\quad S > S_{max}$ (N°)

(7) در این صورت برای خاموت از $\phi 6$ استفاده می‌کنیم. آن را به این حدس را نیز کنترل کرد.

$$\frac{Av}{s} = 1706 \Rightarrow \frac{2 \times \pi \times \frac{6^2}{4}}{s} = 1706$$

$$\Rightarrow s = \frac{2 \times \pi \times \frac{6^2}{4}}{1706} = 80,09 \simeq 80\ mm$$

(8) کنترل فاصله s با s_{max}

$$s_{max} = \frac{d}{2} \Rightarrow s_{max} = \frac{240}{2} = 120$$

$s \leq s_{max}$ ok

$80 \leq 120$

use $\phi 6$ @ 80

Subject:
Year. Month. Date. ( )

(9) طولی از تیر که می‌توان فاصله خاموت‌ها را برابر $S_{max} = 120\,mm$ در نظر گرفت:

$$V_S = \frac{A_V}{S} \cdot \phi_S \cdot f_y \cdot d$$

$$\Rightarrow V_S = \frac{2 \times \pi \times \frac{6^2}{4}}{120} \times 285 \times 300 \times 240 = 28,84 \times 10^3$$

(10)

$$V_T = V_S + V_C \Rightarrow V_T = 28,84 + 25,76 = 54,6 \times 10^3 \ KN$$

(11)

$$V_U = V_T \Rightarrow V_U = 54,6 \times 10^3$$

(12)

$$V_U = 250 \cdot a \Rightarrow a = \frac{V_U}{250}$$

$$a = \frac{54,6}{25} = 2,18 \ m$$

(13) طولی از تیر که می‌توان بدون خاموت در نظر گرفت

$$V_U \leq \frac{V_C}{2} \Rightarrow V_U = \frac{V_C}{2} \Rightarrow V_U = \frac{25,76}{2} = 12,88$$

$$\Rightarrow V_U = 250 \cdot a \Rightarrow a = \frac{V_U}{250} \Rightarrow a = \frac{12,88}{25} = 0,152 \ m$$

Subject: 54

Year. Month. Date. ( )

مقاومت برشی در اعضای تحت نیروی محوری

الف- نیروی محوری فشاری:

$$Vc = Vc \cdot bw \cdot d$$

نیروی محوری

$$\begin{cases} Vc = 0.12\,\phi c \sqrt{Fc}\left(1 + \dfrac{Nu}{12\,Ag}\right) \\ Vc = 0.19\,\phi c \sqrt{Fc} + 120\,\dfrac{Vu\,d}{M_{max}} \end{cases} \leq 0.35\,\phi c \cdot \sqrt{Fc} \cdot \sqrt{1 + \frac{Nu}{3Ag}}$$

$$\begin{cases} Ag = b \times h \\ M_{max} = Mu - Nu\,\dfrac{4h - d}{8} \end{cases}$$

ب- نیروی محوری کششی

$$Vc = Vc \cdot bw \cdot d$$

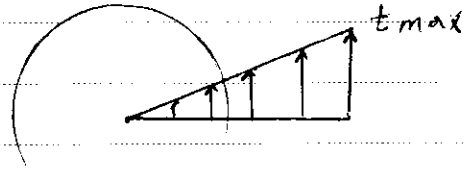
$$Vc = 0.12\,\phi c \sqrt{Fc}\left(1 - \frac{Nu}{3Ag}\right)$$

Subject: تنش 55

Year. Month. Date. ( )

تماطع بتن مسلح تحت اثر پیچش:

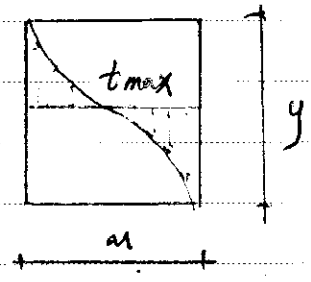
مقاطع دایره



$$\tau = \frac{T \cdot r}{J}$$

مقاطع مستطیل

$y > a$



$$\tau = \frac{T}{\alpha \cdot a^2 y}$$

$\rightarrow \alpha = \frac{y}{a}$

Subject : Date

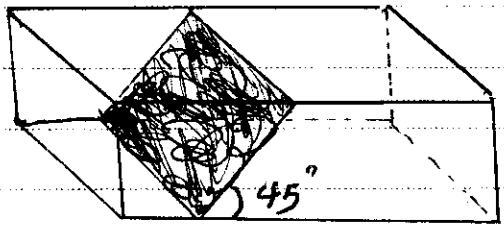
پیچش خالص :

$$T_{cr} = .13 \phi_c \sqrt{F_c} \cdot \frac{A_c^2}{P_c}$$

$A_c \Rightarrow$ سطح مقطع بتن

$P_c \Rightarrow$ محیط خارجی بتن

$T_{cr} \Rightarrow$ گشتاور پیچشی بحرانی که باعث ترک (اولیه) می شود



* از مقاومت برشی بتن صرفه نظر می شود.

$T_r = T_s$

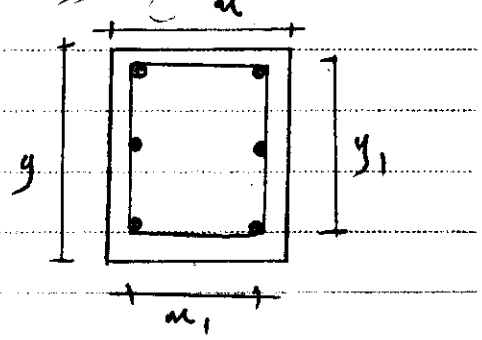
$$T_s = 2 \frac{A_t}{S} (.85 A_o h) \phi_s . f_y$$

سطح محصور توسط خاموت ها

سطح بتن

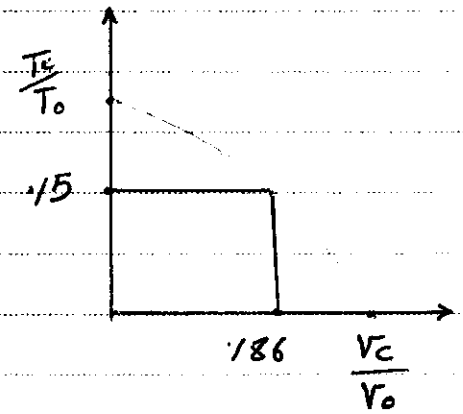
$A_o h = x_1 y_1$ $\quad A_L = \frac{A_t}{S} P_h$

$P_h = 2 (x_1 + y_1)$



Subject: 91,2,19 Date:

اثر توأم نیروی برشی و نیروی پیچشی:



$$\left(\frac{V_c}{V_0}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 = 1$$

V_0 و T_0 ⇐ مقاومت برشی و پیچشی خالص بتن

V_c و T_c ⇐ مقاومت برشی و پیچشی در اثر دو عامل به صورت توأم.

* نشری به اندازه نصف مقاومت پیچشی می تواند 1/4 از مقاومت برشی یک عضو

می توان جهت طراحی از گام به گام زیر استفاده نمود

(1) V_u و T_u در مقطع بحرانی (d از بر تکیه‌گاه)

(2) $T_u \leq .125\, T_{cr}$ طراحی به پیچش لازم نیست

(3) $V_u \leq V_c$ طراحی برشی لازم نیست

(4) ابعاد مقطع باید به گونه‌ای باشد که رابطه زیر برآورده صدق کند:

$$\frac{Vu}{b_w \cdot d} + \frac{Tu \cdot Ph}{A_o h^2} \leq .125\, \phi c \cdot f_c$$

(5) خاموت لازم برای پیچش:

$$Tu = Tv = Ts$$

$$\frac{2At}{s} = \frac{Tu}{.185\, A_o h \cdot \phi s\, f_y}$$

(7) خاصیت لازم برای مجموع برش و پیچش :

$$\checkmark \frac{At_r}{s} = \frac{2At}{s} + \frac{Av}{s}$$

$$\checkmark \frac{Atr}{s} > \frac{Av}{s}\,min = /35 \cdot \frac{bw}{fy}$$

Subject : Date

(8)

با انتخاب قطر خاموت (ϕ) فاصله خاموت که بدست می آید را از حداکثر حالت برشی مقدار زیر باید کمتر باشد :

$$S_{max} = min\left\{ \left(\frac{a_1 + y_1}{4}\right) \;,\; 300\,mm \;,\; \frac{d}{2} \right.$$

(9)

محاسبه سطح مقطع میلگرد های طولی

$$AL = \frac{At}{S} \cdot Ph$$

* میلگرد های طولی بطور یکنواخت در اطراف مقطع توزیع شود و حداقل قطر میلگرد طولی $\boxed{\frac{S}{16}}$ می باشد

* حداقل در هر گوشه خاموت می بایست یک میلگرد قرار بگیرد و فاصله میلگرد ها باید از 300 mm کمتر باشد .

$S < S_{max} = min$

برشی | $\frac{d}{2}$ $V_s < 2\sqrt{c}$

$\frac{d}{4}$ $V_s > 2\sqrt{c}$

پیچش | $\frac{a' + y'}{4}$

300 mm

چند نکته:

آئین نامه آبا (ABA) در حالت توأم برش و پیچش از مشارکت بتن در تأمین مقاومت پیچشی صرف نظر می کند و تمام مقاومت بتن را اختصاص به نیروی برش می دهد.

به این ترتیب در محاسبات مقاومت برشی بتن در حالت توأم می توان از همان روابط ذکر شده در فصل قبل استفاده نمود.

مطابق آئین نامه باید مقطع بطور جداگانه تحت برش و پیچش طراحی شده و سپس میلگردهای لازم با هم جمع شوند.

آئین نامه ایران چگونه اثر توأمی برای خمش و پیچش و برش در نظر نمی گیرد و فقط بیان می کند که میلگردهای طولی محاسبه شده برای خمش باید به میلگردهای طولی محاسبه شده برای پیچش افزوده شود.

Subject : Date

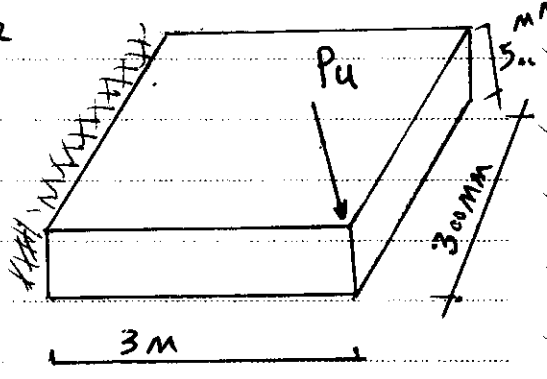
مثال

میلگردهای لازم برای مقطع بحرانی تیر زیر را محاسبه نمایید؟

(از محاسبه وزن تیر صرف نظر شود)

$P_D = 40\ KN \qquad P_L = 20\ KN$

$F_c = 25\ N/mm^2 \qquad F_y = 300\ N/mm^2$



(1)

$P_u = 1,5\,P_L + 1,25\,P_D$

$\Rightarrow Pu = (1,5 \times 2.) + (1,25 \times 4.) = 8. \text{ KN}$

(2)

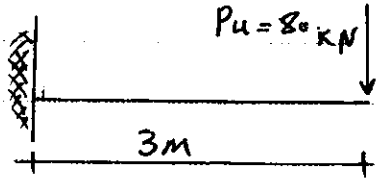
Pour $T_u = Pu \cdot \frac{b}{2} \Rightarrow T = 8. \times ,15_m = 12 \text{ KN/m}$

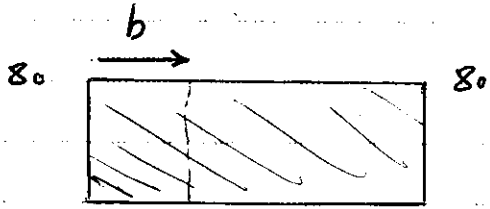
(3)

$M_u = Pu \cdot L \Rightarrow M = 8. \times 3 = 24. \text{ KN}$

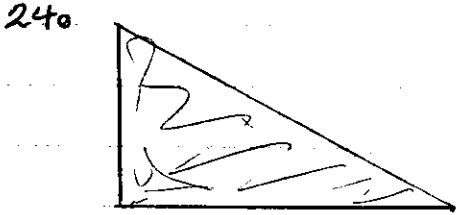
$Vu = 8. \text{ KN}$

(4)

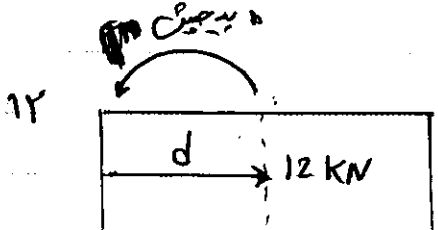




(V)



(M)



(T)

$$Tu \leq .125\, Tcr$$

$$\Rightarrow Tcr = .4\, \Phi c \cdot \sqrt{Fc} \cdot \frac{Ac^2}{Pc}$$

$$\Rightarrow Tcr = .4 \times .6 \times \sqrt{25} \times \frac{(30.0 \times 50.0)^2}{2(30.0+50.0)} = 16,87 \text{ KN.M}$$

$$Tu \leq .125\, Tcr$$

$$12 \leq .125 \times 16,87$$

NO

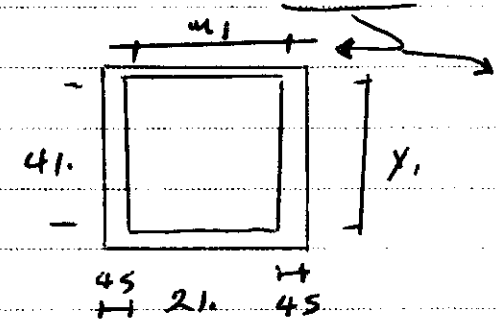
Subject :

Date

(7) خاموت لازم برای پیچش

$$\frac{2At}{S} = \frac{Tu}{.85\, A_o h \cdot \phi s \cdot f_y}$$

$$\Rightarrow \frac{2At}{S} = \frac{12 \times 10^6}{.85 \times 210 \times 410 \times .85 \times 300} = .643$$



$x_1 = 300 - 90 = 210$ mm

$y_1 = 500 - 90 = 410$ mm

---

(8) برای طراحی بیش در این سئله ρ مجهول می باشد برای بدست آوردن ρ و A_s لشتدلال می بایست لنگر تعادل زیر را حل کنیم.

$$MU = MR \Rightarrow 240 \times 10^6 = .85 \rho \times f_y \times b \times d^2 \times \left(1 - \frac{5}{6} \rho \frac{f_y}{f_c}\right)$$

$$\Rightarrow 240 \times 10^6 = .85 \rho \times 300 \times 300 \times 440^2 \times \left(1 - \frac{5}{6} \rho \frac{300}{25}\right)$$

$$\Rightarrow 240 \times 10^6 = 1,481.4 \times 10^{10} \rho \times (1 - 10 \rho)$$

$$\Rightarrow 240 \times 10^6 = (1,481.4 \times 10^{10} \rho) - (1,481.4 \times 10^{11}) \rho^2$$

$$\Rightarrow (1,481.4 \times 10^{11}) \rho^2 - (1,481.4 \times 10^{10}) \rho + (240 \times 10^6) = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Rightarrow \left[1,481.4 \times 1.^{1.}\right]^2 - \left[4 \times 1,481.4 \times 1.^{11}\right] \times \left[24. \times 1.^{6}\right]$$

$$= 7,71681. \times 1.^{19} \Rightarrow \sqrt{\quad} = \boxed{8784,54 \times 1.^{6}} \rightarrow \Delta$$

$$w_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow w_1 = \frac{1,481.4 \times 1.^{1.} + 8784,54 \times 1.^{6}}{2 \times 1,481.4 \times 1.^{11}} = .796$$

$$w_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow w_2 = \frac{1,481.4 \times 1.^{1.} - 8784,54 \times 1.^{6}}{2 \times 1,481.4 \times 1.^{11}} = \boxed{4.2.34} \rightarrow \varphi$$

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y}$$

$$\Rightarrow \rho_b = 0.85 \times 0.85 \times \frac{25}{300} \times \frac{600}{600+300} = 0.0283$$

$$\rho < \rho_{max} = \rho_b$$

Subject : Date

(10)

$$As = \rho . b . d$$

$$\Rightarrow As = 0.203 \times 300 \times 440 = 2679.6 \simeq 2680\ mm^2$$

---

(11) کنترل ابعاد مقطع

$$\frac{Vu}{bw \cdot d} + \frac{Tu \cdot Ph}{A_0 h^2} \leq 1.25\, \phi c . fc$$

$$\Rightarrow \frac{80 \times 10^3}{300 \times 440} + \frac{12 \times 10^6 \times (2 \times (410 + 210))}{(410 \times 210)^2} = 2.61$$

$$1.25\, \phi c . fc = 1.25 \times 0.6 \times 25 = 3.75$$

$$2.61 \leq 3.75 \quad (ok)$$

ابعاد مقطع مناسب است.

---

(12) مقاومت طولی خمشی :

$$Vc = 0.19\, \phi c \sqrt{Fc} + 12 \rho \frac{Vu \cdot d}{Mu}$$

$$\Rightarrow Vc = 0.19 \times 0.6 \sqrt{25} + 12 \times 0.203 \times \frac{80 \times 0.144}{240} = 0.6057$$

$$0.35 \times \phi c \sqrt{f_c} \Rightarrow 0.35 \times 0.6 \times \sqrt{25} = 1.05$$

$$0.6057 \leq 1.05 \quad (ok)$$

$V_C = V_C \cdot b_w \cdot d$

$\Rightarrow V_C = 0/6 \cdot 57 \times 300 \times 440 = 79952,4 \simeq 80 \times 10^3$

$V_U = 80 \qquad V_C = 80$

$\Rightarrow V_U = V_C$ نیازی به طراحی برشی نیست

---

(14) خاموت لازم برای جمع برش و پیچش:

$$\checkmark \frac{A_t V}{S} = \frac{2 A_t}{S} + \frac{A_V}{S}$$

$$\Rightarrow \frac{Atv}{S} = .1643 + \frac{Vu - Vc}{\phi s\, fy \cdot d}$$

$$\Rightarrow \frac{Atv}{S} = .1643 + \frac{80 - 80}{.85 \times 300 \times 440} = .1643$$

$$\frac{Av}{S}\,min = .135\,\frac{bw}{fy} \Rightarrow \frac{Av}{S}\,min = .135 \times \frac{300}{300} = .135$$

$$\frac{Atv}{S} \geq \frac{Av}{S}\,min$$

$$.1643 \geq .135$$

ok

Subject : Date

(15) تنش برشی قطر خاموت :

$$\frac{A_t V}{S} = 1.643$$

$\longrightarrow \phi 10 \longrightarrow$ حدس اولیه مقطع میلگرد خاموت

$$\frac{A_t V}{S} = \frac{2 A_t}{S} = 1.643$$

$$\Rightarrow \frac{A_t V}{S} = \frac{2 \times (\pi \times \frac{1.0^2}{4})}{S} = 1.643$$

$$\Rightarrow S = \frac{2 \times (\pi \times \frac{1.0^2}{4})}{1.643} = 244.29 \simeq 244\ mm$$

$S_{max} = min$

- $300 \longrightarrow 300\ mm$
- $\frac{x_1 + y_1}{4} \Rightarrow \frac{210 + 410}{4} = 155\ mm \longrightarrow S_{max} = min$
- $\frac{d}{2} = \frac{440}{2} = 220\ mm$

$S < S_{max}$

$244 < 155$ (N°)

خاموت با قطر کمتر طراحی می کنیم:

حدس ⟶ $\phi 8$

$$\Rightarrow \frac{At\,r}{s} = .1643 \Rightarrow \frac{At\,r}{s} = \frac{2Ar}{s} = .1643$$

$$\Rightarrow \frac{At\,r}{s} = \frac{2\times\left(\pi\times\frac{8^2}{4}\right)}{s} = .1643$$

$$\Rightarrow s = \frac{2\times\left(\pi\times\frac{8^2}{4}\right)}{.1643} = 156,34 \simeq 156$$

$$S_{max} = 155 \qquad s = 156$$

$$S_{max} = s$$

$$\Rightarrow USE\ \phi 8\ @\ 150\ mm$$

---

(16) محاسبه سطح مقطع میلگرد کششی طولی

$$AL = \frac{At}{s}.Ph$$

$$\Rightarrow AL = \frac{\pi\times\frac{8^2}{4}}{156}\times(2\times(210+410)) = 399,54 \simeq 399\ mm^2$$

Subject:

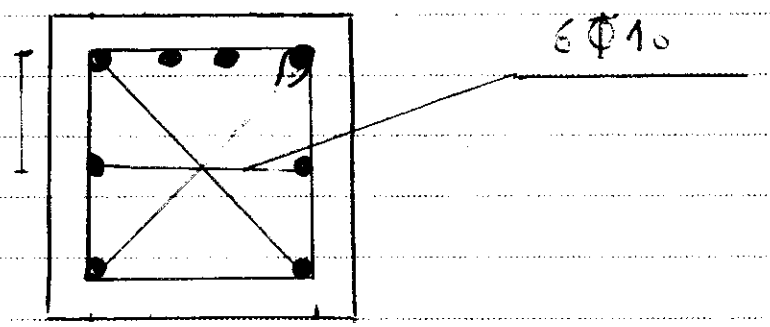
حداکثر فاصله میلگرد طولی ← $\frac{S}{16}$

$$\Rightarrow \frac{S}{16} = \frac{150}{16} = 9,375 \simeq \Phi 10$$

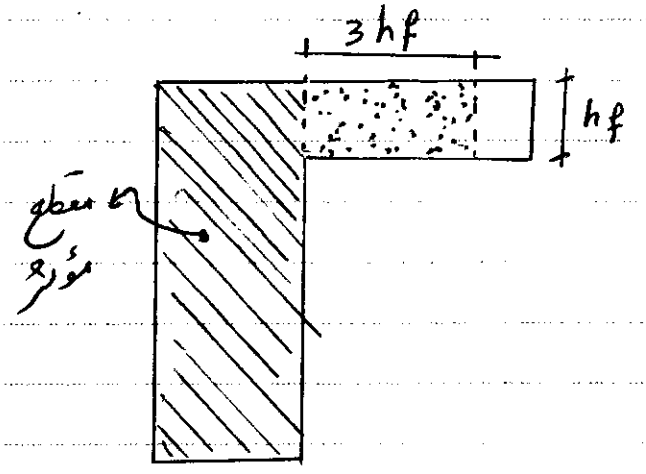
$$A = \frac{AL}{6} \Rightarrow A = \frac{399,54}{6} = 66,59 \ mm^2$$

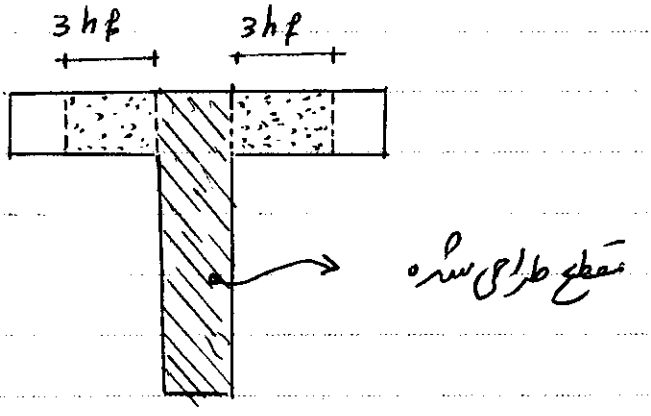
تعداد میلگرد (سه ردیف دوتایی) ← A ← سطح مقطع هر میلگرد

$$\Longrightarrow \underset{mm^2}{66,59} \longrightarrow \Phi 10$$



مقاطع L و T شکل :

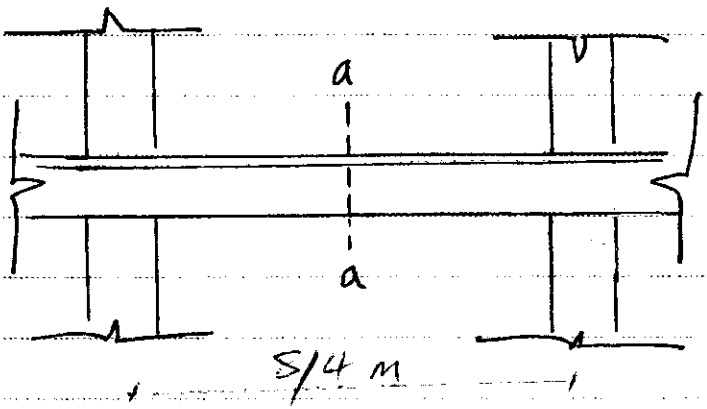




Subject: Date:

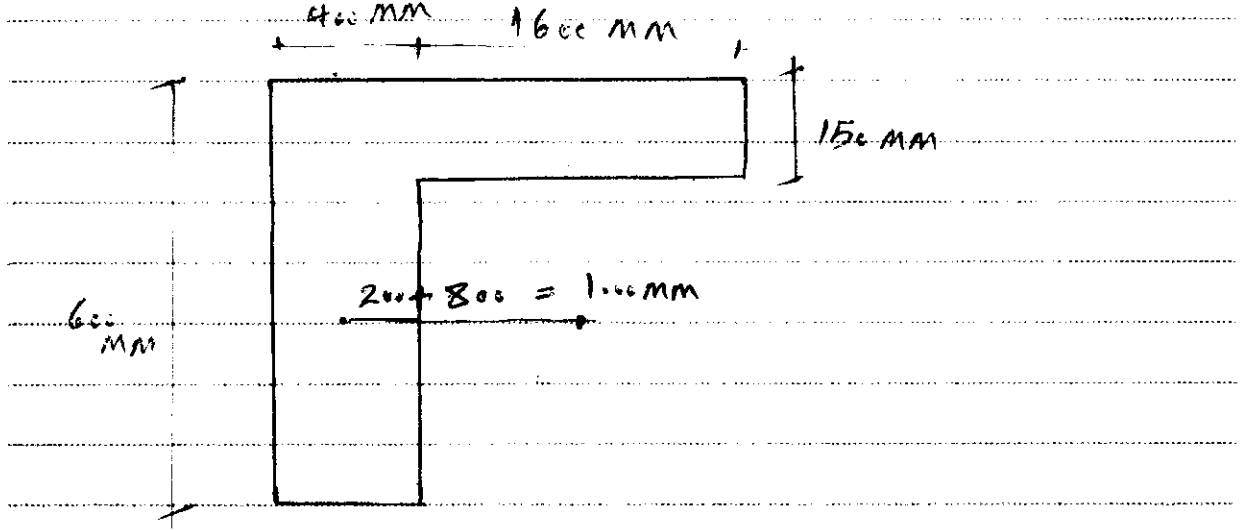
❤ مثال:

برای شکل زیر خاموت لازم را برای مقطع بحرانی طراحی کنید؟



$f_c = 30\ N/mm^2$ $F_y = 400\ N/mm^2$

وزن مخصوص بتن $W_c = 24\ KN/m^3$ $LL = 2,45\ KN/m^2$


400 mm
1600 mm
150 mm
600 mm
200 + 800 = 1000 mm

سطح مقطع $\Rightarrow (0.16 \times 0.14) + (1.6 \times 0.15) = 0.148\ m^2$ ①

وزن تیر (بارمرده) $\Rightarrow 0.148 \times 24 = \boxed{11.52\ KN/m}$ → W_D بارمرده

مقدار بار زنده $\Rightarrow 2.45 \times (1.6 + 14) = \boxed{4.9\ KN/m}$ → W_L بارزنده

$$W_u = 1.25 W_D + 1.5 W_L$$

$$\Rightarrow W_u = (1.25 \times 11.52) + (1.5 \times 4.9) = 21.75\ KN/m$$

---

② پیچش

T_L ← نیروی زنده

$$T_L = 2.45 \times 1.6 = 3.92\ KN/m$$

T_D ← نیروی مرده

$$T_D = 24 \times 0.15 \times 1.6 = 5.76\ KN/m$$

---

③ لنگر پیچشی:

$$T_u = (1.25 T_D) + (1.5 T_L) \times$$ فاصله تا بار محور مقطع

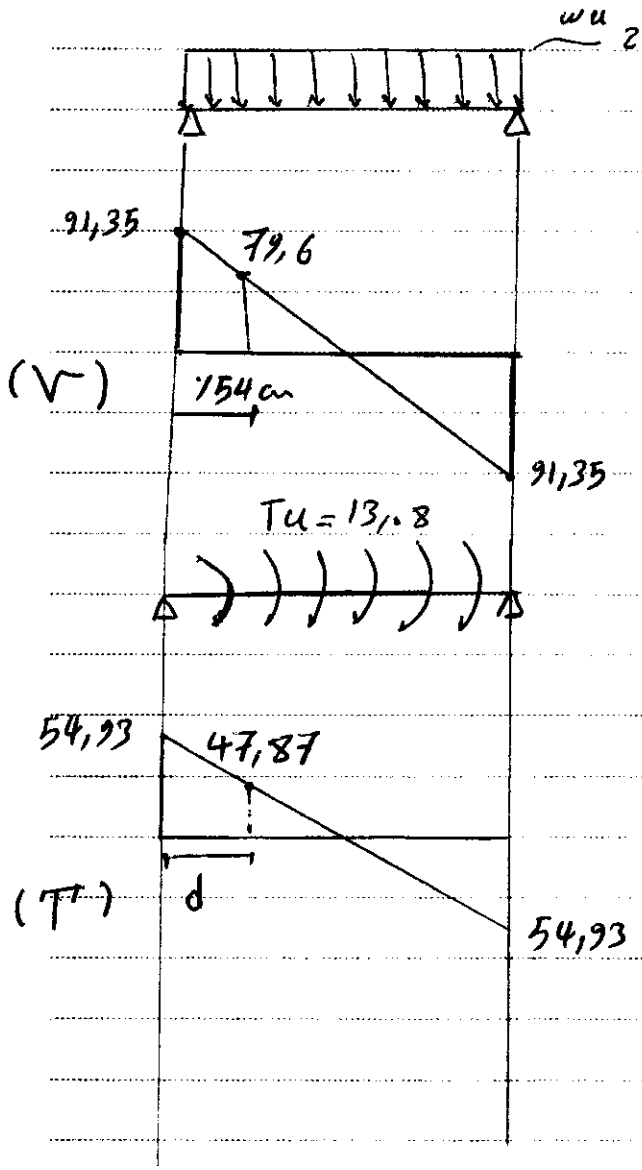
$$\Rightarrow T_u = (1.25 \times 5.76) + (1.5 \times 3.92) \times 1 = 13.08\ \frac{KN.M}{M}$$

← تیر 64 در نقل پیچ نسبت داده شده است (100mm)

Subject:

Date

(4)



$d = 600 - 60 = 540\ mm \Rightarrow 154\ cm$

(5)

$Vu = 79,60\ KN.M$

$Tu = 47,87\ KN.M$

(6)

$$T_u \geq 1.25\, T_{cr}$$

$$\Rightarrow T_{cr} = 0.1\, \phi_c \sqrt{F_c}\, \frac{A_c^2}{P_c}$$

$$\Rightarrow T_{cr} = 0.1 \times 0.6 \sqrt{30} \times \frac{(400 \times 600)^2}{(2 \times (400 + 600))} = 9.46 \times 10^6 \ \text{KN.m}$$

$T_u \geq T_{cr} \times 1.25$

$47.87 \geq 1.25 \times 9.46$ → حداقل پیچش نیاز است

(7)

روش ساده : $V_c = 0.12\, \phi_c \sqrt{F_c}\, b_w \cdot d$

$$\Rightarrow V_c = 0.12 \times 0.6 \times \sqrt{30} \times 400 \times 540 = 141.97 \times 10^3 \ \text{KN}$$

$$Vu \leq Vc$$

$$79,60 \leq 141,97$$

(ok)

طراح برشی نیاز نیست

---

(8) کنترل ابعاد مقطع:

$$\frac{Vu}{bw \cdot d} + \frac{Tu \cdot Ph}{A_0 h^2}$$

$$\Rightarrow \frac{Vu}{bw \cdot d} + \frac{Tu \cdot (2x(x_1+y_1))}{(x_1 \times y_1)^2}$$

Subject:

$$\Rightarrow \frac{79,60\times10^{3}}{400\times540} + \frac{47,87\times10^{6}\times(2\times(310+510))}{(310\times510)^{2}} = 3,51$$

$$\cdot125\,\phi c \cdot f_c = \cdot125\times\cdot16\times30 = 4,5$$

$3,51 \leqslant 4,5$ (ok) ابعاد مقطع مناسب است

---

(9) خاموت لازم برای پیچش:

$$\frac{2At}{s} = \frac{Tu}{\cdot185\cdot\alpha_1\cdot\gamma_1\cdot\phi_s\cdot f_y}$$

$$\Rightarrow \frac{2At}{s} = \frac{47,87\times10^{6}}{\cdot185\times310\times510\times\cdot185\times400} = 1,047$$

---

(10) خاموت مورد نیاز برای پیچش و برش:

$$\checkmark \frac{Atv}{s} = \frac{2At}{s} + \frac{Av}{s}$$

$$\Rightarrow \frac{Atv}{s} = 1,047 + \frac{Vu - Vc}{\phi s\cdot f_y\cdot d}$$

$$\Rightarrow \frac{Atv}{s} = 1,047 + \frac{79,60 - 141,97}{\cdot185\times400\times540} = 1,046$$

$$\frac{A_V}{S}_{min} = .135 \frac{b_w}{f_y} \Rightarrow .135 \times \frac{54^{\circ}}{400} = .1472$$

$$\Rightarrow \frac{Atr}{S} \geq \frac{Av}{S}min$$

$$1,046 \geq 0/472$$

(ok)

---

(11) انتخاب قطر خاموت:

حدس اولیه ⟵ $\Phi 12$

$$\Rightarrow \frac{Atr}{S} = \frac{2At}{S} = 1,047$$

$$\Rightarrow \frac{Atr}{S} = \frac{2 \times (\pi \times \frac{12^2}{4}}{S} = 1,047$$

$$\Rightarrow S = \frac{2 \times (\pi \times \frac{12^2}{4})}{1,047} = 216\ mm$$

$S_{max} = min$

- $3cc \longrightarrow 300mm$
- $\frac{w_i + y_i}{4} \Rightarrow \frac{31.0 + 51.0}{4} = 20.5$ (ok)
- $\frac{d}{2} = \frac{54.0}{2} = 27.0$

$S = 216 \qquad S_{max} = 20.5$

$\Rightarrow S = S_{max}$ use $\Phi 12$ @ 200

Subject : Date

محاسبه قطر میلگرد های طولی (12)

$$AL = \frac{At}{S} \cdot Ph$$

$$\Rightarrow AL = \frac{\pi \times \frac{D^2}{4}}{S} \times (2 \times (x_1 + y_1))$$

$$\Rightarrow AL = \frac{\pi \times \frac{12^2}{4}}{216} \times (2 \times (310 + 510)) = 858,70 \simeq 859 \ mm^2$$

$$\Rightarrow \frac{S}{16} = \frac{200}{16} = 12,5 \simeq \Phi 14$$

68 1391/2/24

Subject:

ستون های کوتاه:

ستون عضوی است که وظیفه آن تحمل نیروی محوری است همراه چند
معمولاً همراه آن نیروی برشی و لنگر خمشی نیز وجود خواهد داشت.

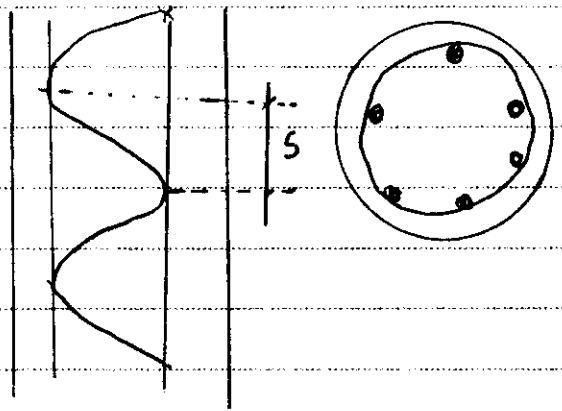
منظور از ستون کوتاه، ستونی است که از لحاظ لاغری در محاسبات آن نادیده گرفته شود. چنانچه ارتفاع ستون نسبت به بعد حداقل کوچکتر از ۳ باشد، عضو ستونک یا پایه نامیده می شود.

ستون ها بر اساس میله گردهای عرضی

دور پیچ

تنگ بسته

، تنگ ها می توانند دایره ای و مستطیلی باشند ولی دور پیچ ها معمولاً دایره ای اند



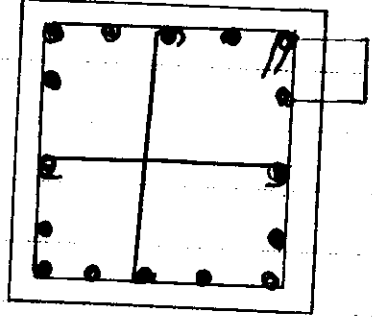
خاموت ها:

— قطر خاموت نباید حداقل $\frac{1}{3}$ قطر میله گرد طولی بوده برای $\phi 30$ و کمتر و $\phi 10$ برای میله گرد های بزرگتر باشد. حداقل قطر خاموت $\phi 6$ است.

— فاصله بین خاموت ها نباید از 16 برابر قطر میله گرد های طولی و 48 برابر قطر خاموت بعد کوچکتر مقطع و یا از 300mm بزرگتر باشد.

— خاموت ها در قلاب ها باید طوری تایش داده شوند که میله گرد های طولی

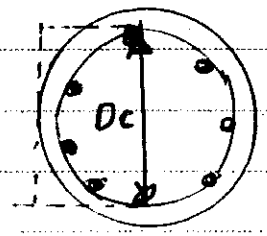
یکی در میان در گوشهٔ خلوت با زاویهٔ 135° قرار گیرد و فاصله آزاد بین
میله گردهای میانی و گوشه نباید از 150mm بیشتر باشد.


≤ 150 mm

- قطر حداقل میلگرد دورپیچ $\Phi 6$ است.

- گام مارپیچ نباید از $\frac{1}{6}$ قطر هسته بتن (D_c) تجاوز کند

پوشش بتن × 2 − قطر مقطع ستون = قطر هسته (D_c)



مقدار دورپیچ براساس آئین نامه ایران

نسبت حجمی دورپیچ

$$\rho_s = 0.45\left(\frac{A_g}{A_c} - 1\right)\frac{f_c}{f_y} \longrightarrow f_y \leq 400$$

$$\rho_s = \frac{4a_s}{D_c S} \longrightarrow \text{گام مارپیچ}$$

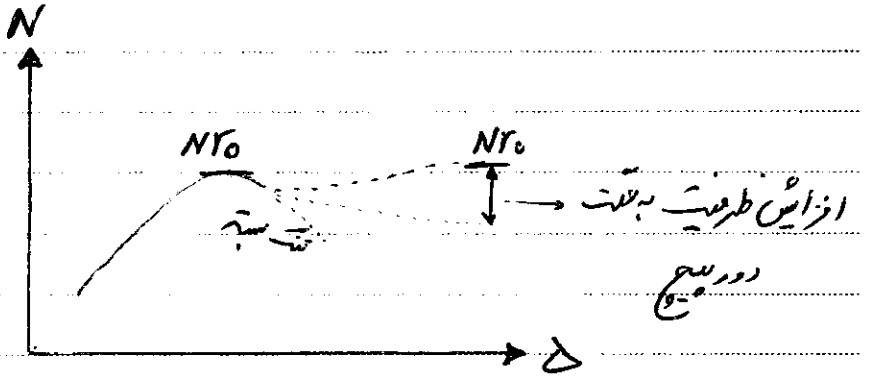
A_g = کل سطح مقطع بتن A_c = مساحت هسته بتن a_s = سطح مقطع دورپیچ

D_c = قطر هسته بتن

رفتار ستون کوتاه تحت بار محوری:

$$N_{T0} = 0.85 \phi_c . F_c . (A_g - A_{st}) + A_{st} . \phi_s . f_y$$

مساحت کل میلگردهای طولی ← A_{st} ، A_g ← مساحت کل بتن

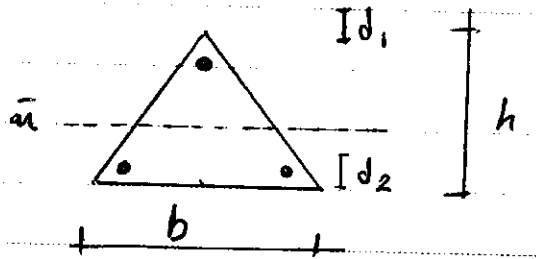


مرکز پلاستیک:

به محل برآیند نیروهای وارد بر مقطع در لحظه گسیختگی مرکز پلاستیک گویند. که در کسل های متقارن این مرکز بر روی محور تقارن می باشد.

$$\text{مرکز پلاستیک} = \frac{\sum F_i . x_i}{\sum F}$$

❤ مثال:
مرکز پلاستیک مقطع زیر را بدست آورید؟



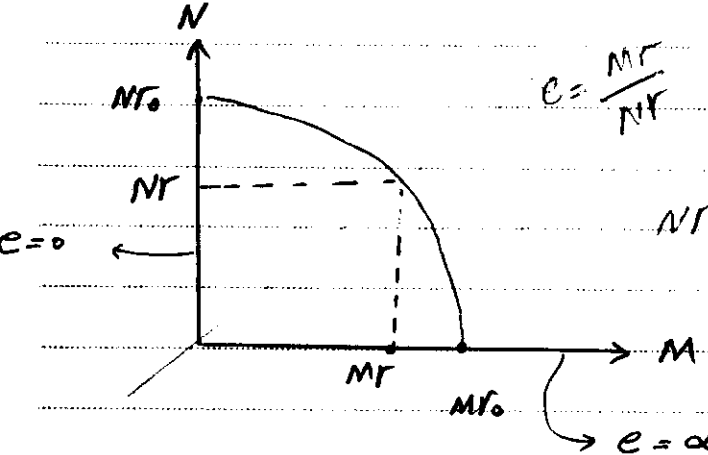
$$\bar{u} = \frac{\Sigma F.u}{\Sigma F}$$

← سمت سیمرز

$$\Rightarrow \bar{u} = \frac{(2Ab\phi_s f_y d_e) + (.85\phi_c . f_c . \frac{bh}{2} . \frac{h}{3} + Ab\phi_s f_y (h - d_1)}{.85\phi_c f_c . \frac{bh}{2} + 3Ab\phi_s . f_y}$$

اثر توأم نیروی محوری و لنگر خمشی:

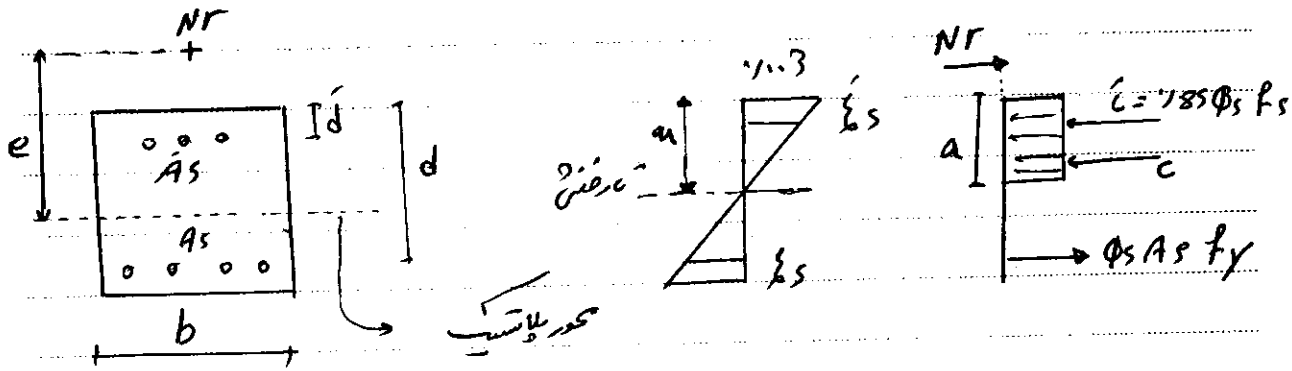
$e = \frac{Mr}{Nr}$



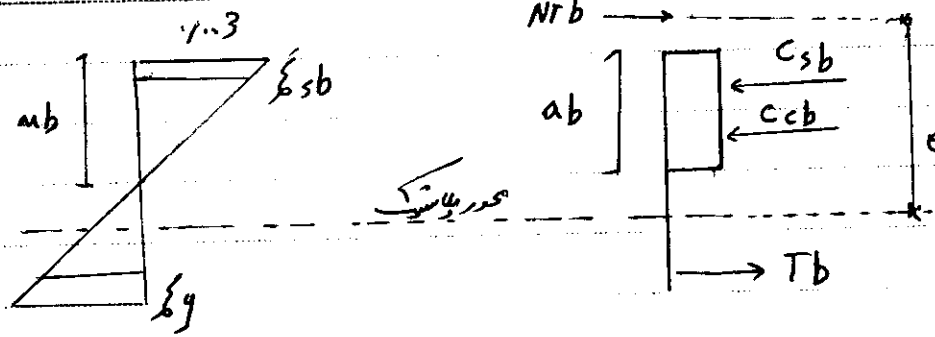
e: خروج از مرکزیت نیروی محوری Nr

است به محور بالاست

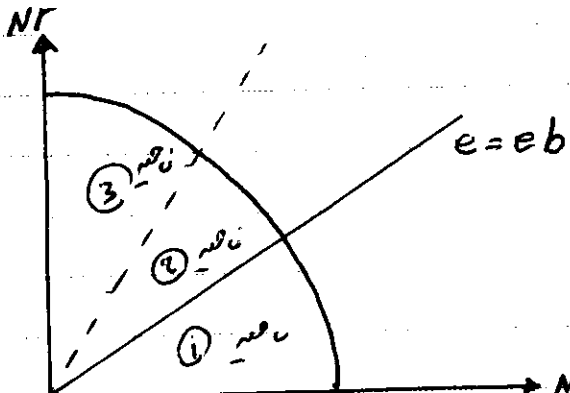
(Nr, Mr) و (Nr, e)



حالت متوازن:



حالت کلی رفتاری ستون:



Subject: Date

ناحیه ۲ : کنترل فشار $e < e_b$

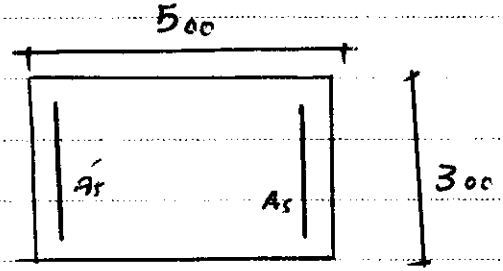
در این ناحیه پس از گسیخته شدن بتون، هنوز فولادها جاری نشده‌اند

ناحیه ۳ : فشاری کامل $e < e_b$

فولاد کششی در مقطع وجود ندارد و کل ناحیه در فشار قرار دارد.

مثال:

مقدار مقاومت اسمی (N_n) را برای ستون زیر بدست آورید.



$e = 650\,mm \quad f_c = 20\,N/mm^2$

$f_y = 400\,N/mm^2$

$A_s = A_s' = 4\,\Phi 28$

$$cb = \frac{600}{600 + Fy} \cdot d \Rightarrow cb = \frac{600}{1000} \times 440 = 264 \quad (1)$$

نتابع

$$ab = \beta_1 \cdot cb = 0{,}85 \times 264 = \simeq 224{,}4 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_{sb}' = 0{,}003 - \frac{d'}{d} \cdot (0{,}003 + \varepsilon_y) \rightarrow \frac{fy}{Es}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{sb}' = 0{,}003 - \frac{60}{440} \cdot (0{,}003 + 0{,}002) = 0{,}0023$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon_{sb}'}{0{,}003} = \frac{c - d'}{c} \Rightarrow \frac{0{,}0023}{0{,}003} = \frac{246 - 60}{246}$$

$$\varepsilon_{sb}' > \varepsilon_y$$

$$(0{,}0023 > 0{,}002) \rightarrow f_{sb}' = fy$$

---

(2)

$$\text{نعوض} \Rightarrow Nrb = 0{,}85 \phi c f'c \, a_b \cdot b + A's \, \phi s \, fy - As \, \phi s \, fy$$

$$\Rightarrow Nrb = ((0{,}85 \times 0{,}6 \times 20 \times 224 \times 300) + (2463 \times 0{,}85 \times 400)$$

$$- (2463 \times 0{,}85 \times 400)) = 685440 \, N$$

Subject :

Date

③ تکسر گیری حول محور پلاستیک

$Mrb = Nrb \cdot eb \Rightarrow$

$\Rightarrow 0.85 \cdot \phi c \cdot f_c \cdot a_b \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a_b}{2}\right) + A_s \cdot \phi s \cdot f_y (d - \acute{d})$

$= 68544.0 \times eb$

$\Rightarrow eb \cdot Nrb = Mrb$

$\Rightarrow \left(0.85 \times 0.6 \times 200 \times 224 \times 300 \times \left(\frac{500}{2} - \frac{224}{2}\right)\right)$

$+ \left(2463 \times 0.85 \times 400 \times (440 - 60)\right) = 412,81 \times 10^6$

$\Rightarrow \frac{Mrb}{Nrb} = e \Rightarrow e = \frac{412,81 \times 10^6}{68544.0} = 6022,25 \simeq 602_{mm}$

---

④

$e = 650 \gg eb = 602$

در چنین حالتی فولاد در ناحیه ۱ و ۲ هیچ کنترل کششی قرار دارد یعنی فولاد کمی کشش جاری شده است.

$$Nr = .185 \phi c \cdot f_c \cdot a + As \phi s \cdot f_y - \acute{A}s \phi s f_y$$

$= NT = \left[(185 \times 16 \times 20 \quad) + \left((2463 \times 185 \times 400) - (2463 \times 18 \times 400) \right) \right]$

$\Rightarrow NT = 185 \times 16 \times 20 \times a \times 300 = 3060a$

چون a در NT مجهول است پس ابتدا می بایست مقدار a را

$$M_r \cdot e = M_r$$

$$\Rightarrow M_r = 0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot a \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + A_s \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot (d - d')$$

$$\Rightarrow M_r = \{0.85 \times 0.6 \times 20 \times a \times 300 \times \left(\frac{500}{2} - \frac{a}{2}\right)\} + \{2463 \times 0.85 \times 400 \times (440 - 60)\}$$

حل از طریق معادله درجه ۲

Subject: 1391,2,31 Date:

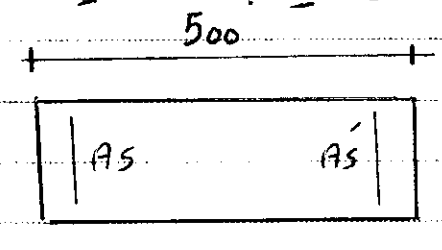
- ستون های کوتاه :

اگر : e e_b ← ناحیه I ← کنترل کشش ← $f_s = f_y$

$e < e_b$ ← ناحیه II ← کنترل فشار ← $f_s = E_s \varepsilon_s$

ناحیه III ← شکست کامل ← $e < e_b$

❤ مثال مقدار N_T را در داده های زیر بدست آورید؟



N_T $e_b = 60$ $e = 50$

ابتدا e و e_b را با هم مقایسه می کنیم تا ناحیه مورد نظر مشخص گردد.

$e = 50 < e_b = 60$

با توجه به شرایط e و e_b درمی یابیم که ناحیه II (در) کنترل فشار قرار داریم آنگاه . مراحل ذیل را حل می کنیم تا مقدار N_T مشخص گردد .

①

در این گونه مسائل با از روش آزمون و خطا پیروی می‌نماییم یعنی ابتدا مقداری برای a_0 در نظر گرفته و بر اساس آن a_1، a_2، a_3، f_3، f_4، N_2 را به دست می‌آوریم.

با مقایسه e به دست آمده با e داده شده مسئله، محاسبات را تا جایی

تکرار می‌کنیم که اختلاف این دو معادله ناچیز بوده. آنگ. ۱۲ مربوط به c مورد قبول را به عنوان نیروی محوری مقاوم می‌پذیریم.

---

(2)

$$\varepsilon_s = 0.003 \times \frac{d-c}{c}$$

اگر

$\varepsilon_s \leq \varepsilon_y \xrightarrow{\frac{f_y}{E_s}} f_s = E_s \cdot \varepsilon_s$

$\varepsilon_s \geq \varepsilon_y \Rightarrow f_s = f_y$

Subject : Date :

اگر $\begin{cases} \varepsilon_s' \leq \varepsilon_y \Rightarrow f_s' = E_s . \varepsilon_s' \\ \varepsilon_s' \geq \varepsilon_y \Rightarrow f_s' = f_y \end{cases}$ (5)

---

(6) تعادل

نیروی محوری $N_r = .85 \phi_c . F_c . a . b - A_c . \phi_s . F_s + A_s' . \phi_s . f_s'$

---

(7) لنگر گیری :

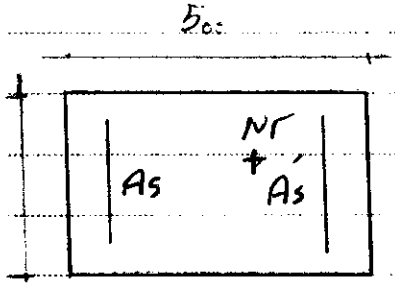
$M_r = N_r . e$

$\Rightarrow M_r = .85 \phi_c . F_c . a . b . \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + A_s . \phi_s . F_s . \left(d - \frac{h}{2}\right) + A_s' . \phi_s . f_s' . \left(\frac{h}{2} - d'\right)$

Subject : Date

مثال :

مقدار Nr را برای شدن زیر به دست آورید.



$e = 50mm \quad eb = 602mm$

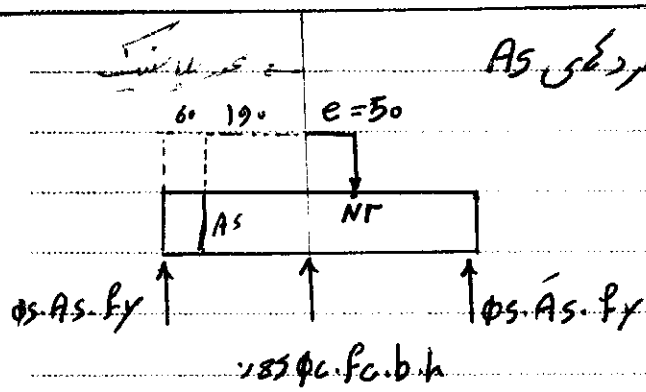
$f_c = 20\ N/mm^2 \quad f_y = 400\ N/mm^2$

$A_s = \acute{A}_s = 4\phi 28$

* $e \leq eb$ فشاری کامل و در ناحیه 3 قرار دارد.

---

① کنترل حول محور عبوری از مرکز گرد کی As



$Nr.\acute{e} = Mr \Rightarrow Nr.\acute{e} = 0.85\phi c.f_c.b.h.(d - \frac{h}{2}) + \acute{A}s\,\phi s.f_y .(d - \acute{d})$

$\Rightarrow Nr \times 240 = 0.85 \times 0.6 \times 20 \times 300 \times 500 \times (440 - 250) + 2463 \times 0.85 \times 400 \times (440 - 60) = 608919600 \div 240 = \boxed{2537165\ N}$

Nr ←

(2) با نوشتن رابطه تعادل مقدار f_s را بدست می آوریم.

$$N\Gamma = 0.85 \phi_c . f_c . b . h + A_s . \phi_s . f_s + A_s' \phi_s . f_y$$

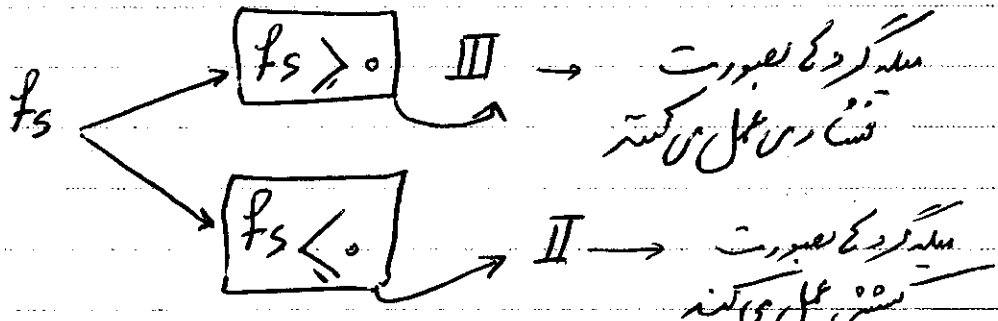
$$\Rightarrow 2537165 = 0.85 \times 0.6 \times 20 \times 300 \times 500 + 2463 \times 0.85 \times f_s$$

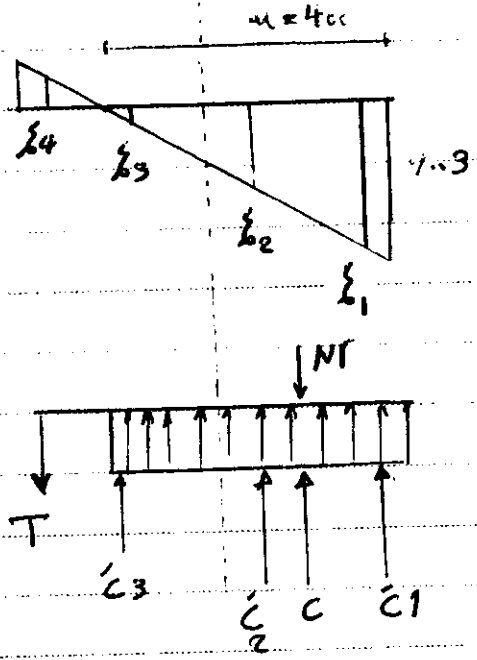
$$+ 2463 \times 0.85 \times 400 \Rightarrow f_s = 81.08 \, N/mm^2$$

*** توجه *** نکته بسیار مهم ***

اگر عدد f_s منفی گردد بیانگر آن است که حالت گسیختگی بتن از نوع II می باشد و اگر f_s مثبت شود بیانگر آن است که حالت گسیختگی بتن از نوع III می باشد.

بنابراین اگر $e < e_b$ شود حالت گسیختگی را ابتدا حالت III فرض نموده آنگاه با بدست آوردن f_s مشخص می شود که حالت در نظر گرفته شده درست است یا خیر.





$f_c = 30\ N/mm^2$

$f_y = 300\ N/mm^2$

$A_{st} = 10\ \Phi\ 36$

$e = 200\ mm$

$c = 400\ mm$ ← نفرض في البداية

(1) $\varepsilon_s = 0.003 \times \frac{c-d}{c}$ (1)

$c = 400\ mm$ حسب البداية

(2) $\varepsilon_y = \frac{F_y}{E_s}$ (3) $F_s = \varepsilon_s \cdot E_s$

$$\varepsilon_1 \Rightarrow \varepsilon_s = 1.3 \times \frac{400 - 60}{400} = 0.0025$$

$$\varepsilon_2 \Rightarrow \varepsilon_s = 1.3 \times \frac{400 - 220}{400} = 0.00135$$

$$\varepsilon_3 \Rightarrow \varepsilon_s = 1.3 \times \frac{400 - 380}{400} = 0.00015$$

$$\varepsilon_4 \Rightarrow \varepsilon_s = 1.3 \times \frac{400 - 540}{400} = -0.00105$$

$$\varepsilon_y = \frac{3.0}{2\times10^5} = 0.0015$$

$\varepsilon_1 \rightarrow$ $\varepsilon_{s_1} = 0.0025 > \varepsilon_y = 0.0015 \Rightarrow F_{s_1} = F_y = 300$

$\varepsilon_2 \rightarrow$ $\varepsilon_{s_2} = 0.00135 < \varepsilon_y = 0.0015 \Rightarrow F_{s_2} = 2\times10^5 \times 0.00135 = 270$

$\varepsilon_3 \Rightarrow$ $\varepsilon_{s_3} = 0.0015 < \varepsilon_y = 0.0015 \Rightarrow F_{s_3} = 2\times10^5 \times 0.0015 = 300$

فشاری

$\varepsilon_4 \Rightarrow$ $\varepsilon_{s_4} = -0.00015 < \varepsilon_y = 0.0015 \Rightarrow F_{s_4} = 2\times10^5 \times -0.00015 = -210$

برای درک بهتر از واژه فشاری و کششی مراجعه شود

به شکل 7.6 در صفحه 76/2

78

Subject: Date:

(2)

$$a = \beta_1 \cdot m \Rightarrow a = .185 \times 400 = 340$$

---

(3) رابطه تعادل

$$\text{تعادل } Nr = .185 \times \phi c \times Fc \times b \times a + .185 \times As$$

77 تعداد میلگردهای زیر شان داده شده در شکل

$$\times \left((fs_1 \times 3) + (fs_2 \times 2) + (fs_3 \times 2) \ominus (fs_4 \times 3) \right)$$

(با علامت منفی fs_4 منفی شده)

$$\Rightarrow Nr = .185 \times .6 \times 30 \times 300 \times 340 + (.185 \times 1.180$$

$$\times (300 \times 3) + (270 \times 2) + (30 \times 2) - (210 \times 3)) = 934827o$$

---

(4)

$$Nr \cdot e = .185 \times \phi c \times Fc \times a \times b \times \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right)$$

$$+ (.185 \times As \times (Fs_1 \times 3 \times L_1) + (Fs_2 \times 2 \times L_2) + (Fs_3 \times 2 \times L_3)$$

$$- (Fs_4 \times 3 \times L_4)$$

$$\Rightarrow 934827o \times e = .185 \times .6 \times 30 \times 340 \times 300 \times \left(\frac{600}{2} - \frac{340}{2}\right)$$

$$+ (.185 \times 1.180 \times (300 \times 3 \times 240) + (270 \times 2 \times 80)$$

$$+ (30 \times 2 \times 80) - (210 \times 3 \times 240)) = 207182280o$$

$$\Rightarrow e = \frac{207182280o}{934827o} = 221,66 \simeq 222$$

(5)

داده مسأله

$eb = 222 > e = 200$

چون eb از e موجود بزرگتر می باشد بنابراین می بایست به مقدار a اضافه، پس $a = 420$ در نظر گرفته آنگاه مراحل را از نو تکرار می نمایم تا مقدار e محاسبه شده به e داده شده مسأله نزدیک شود و یا اختلاف آن ناچیز گردد در این صورت است که NT بدست آمده را می پذیریم.

Subject : Date

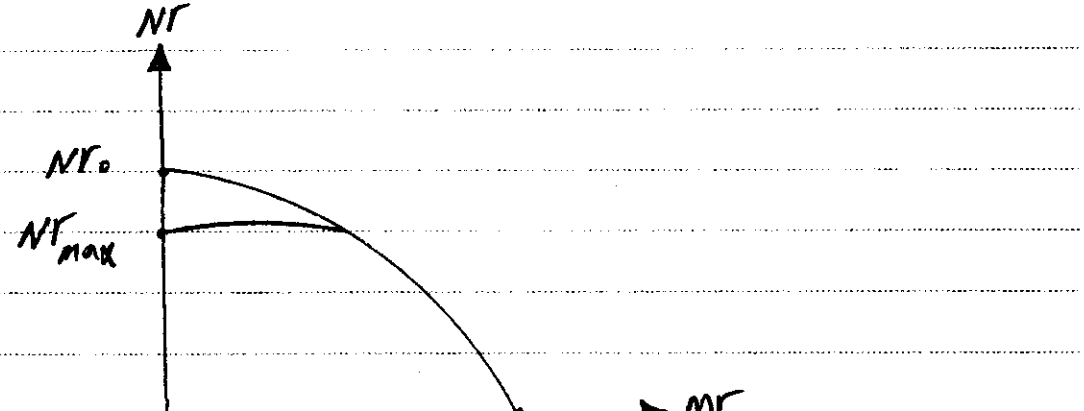
حداکثر نیروی محوری : $Nu \leq N_{max}$

$$N_{max} = 0.8 N_0$$

$$\Rightarrow N_{max} = 0.8\left[\left[0.85 \phi_c f_c (A_g - A_{st})\right] + \left[A_{st} \cdot \phi_s \cdot f_y\right]\right]$$

$$1\% < \rho < 4\%$$

درصد آرماتورهای طولی — در محل وصله‌ها



تحلیل و طراحی مقاطع با استفاده از نمودارهای اندرکنش

$$m = \frac{\phi_s \cdot f_y}{0.85 \phi_c \cdot f_c} = \frac{5}{3} \cdot \frac{f_y}{f_c}$$

$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$ → سطح کل میلگردهای طولی

A_g → سطح کل مقطع ستون

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} \qquad \gamma h = h - 2d'$$

---

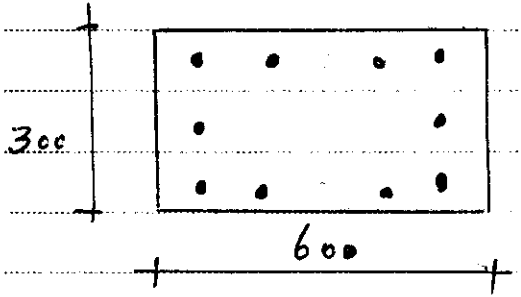
* توضیح مهم *

نمودارهای اندرکنش یا گراف‌های γ در صفحه 385 الی صفحه 390 کتاب طراحی ساختمان‌های بتن مسلح تألیف شاپور طاحونی قرار دارد.

80

Subject : Date :

مثال : مقدار N_T را از روش گرایف بدست آورید؟



$f_c = 30\ N/mm^2$ $f_y = 300\ N/mm^2$

$A_{st} = 10\ \phi 36$ $e = 200\ mm$

(1)

$$m = \frac{\phi_s \cdot f_y}{.185 \cdot \phi_c \cdot f_c}$$

$$\Rightarrow m = \frac{.185 \times 300}{.185 \times .16 \times 30} = 16,66$$

A_g 300×600

(3)

$$\frac{e}{h} \Rightarrow \frac{200}{600} = 0.33$$

(4)

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} \Rightarrow \gamma = \frac{600 - (2 \times 60)}{600} = 0.8$$

(5)

$$M.P = 16,66 \times 0.565 = 0.94$$

(6) با توجه به مقدار mp و مقدار $\frac{e}{h}$ و همچنین مقدار γ به گراف مورد نظر مراجعه می نماییم. البته با به نوع میله گردگذاری یا هم آرایش میله گردها را نیز در گراف در نظر گرفت آنگاه عددی که از تقاطه اتصال mp و $\frac{e}{h}$ در جهت عمود و افق نمودار به دست می آوریم مقدار MR و NR را محاسبه می نماییم. برای این منظور گراف صفحه 387 انتهای صفحه.

با توجه به مقدار mp و $\frac{e}{h}$ در جهت MR عدد به دست آمده: 0/25

$$\Rightarrow \frac{Mr}{.16 \times 30 \times 300 \times 600^2} = .125 \Rightarrow Mr = .125 \times (.16 \times 30 \times 300 \times 600^2$$

$$= 432 \times 10^6$$

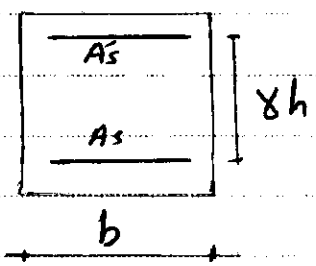
Subject: Date:

مثال: یک ستون با مقطع مربع طراحی کنید که میله گرد گذاری آن دو طرف محور خنثی بوده و تحت نیروهای زیر قرار داشته باشد.

$N_u = 215\ KN$ $\quad M_u = 300\ KN.M$

$f_c = 35\ N/mm^2$ $\quad f_y = 420\ N/mm^2$

مقطع را مربعی با ابعاد 450×450 فرض می کنیم.



$M_u \leq M_r \Rightarrow M_r = 300\ KN.M$

$N_u \leq N_r \Rightarrow N_r = 215\ KN$

$$\frac{N_r}{\phi_c . f_c . h^2} = \frac{215 \times 10^3}{0.16 \times 35 \times 450^2} = 0.505 \quad (1)$$

$$\frac{M_r}{\phi_c . f_c . h^3} = \frac{300 \times 10^6}{0.16 \times 35 \times 450^3} = 0.157 \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} \qquad (3)$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{450 - (2 \times 60)}{450} = 0.173$$

(4) باتوجه به اینکه $\gamma = 0.173$ گردید، و در گراف مشخصات جنس γ موجود نمی باشد از روش میان یابی استفاده می نماییم. به این صورت که با توجه به مقدار M_2 و M_1، ابتدا در گراف 0.7 مقدار m_p را مشخص نموده و آنگاه در گراف 1.8 مقدار m_p را مشخص نموده آنگاه با مقایسه

Subject : Date

(5)

$$m\rho = \frac{5}{3} \times \frac{f_y}{f_c} \times \rho$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5}{3} \times \frac{420}{35} * \rho = .1414$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{.1414}{20} = .0207$$

---

(6)

$$\rho_{min} = .18\% < \rho = .207 < 4\%$$ ok

---

(7)

$$A_{st} = \rho . b . h \Rightarrow A_{st} = .0207 \times 450 \times 450 = 4192\ mm^2$$

$\longrightarrow$ use $6\phi 30$ ← میلگرد انتخابی

---

(8)

$$N_{max} = .18 \left[(.85 . \phi_c . f_c . (A_g - A_{st})) + (A_{st} \phi_s . f_y) \right]$$

$$\Rightarrow N_{max} = .18 \left[(.85 \times .6 \times 35 \times ((450 \times 450) - 4192)) + (4192 \times .85 \times 420) \right] = 402973\ N$$

$$N_U = 215 < N_{T_{max}} = 402.9 \quad \text{OK} \qquad (9)$$

نه در غیر اینصورت ابعاد مقطع می بایست افزایش یابد

---

(10) خاموت:

حداقل قطر خاموت را $\phi 10$ در نظر می گیریم

$$S_{max} = \min\left[\text{قطر خاموت } 48,\ \text{قطر میلگرد طولی} \times 16,\ 300,\ \text{بعد کوچکتر مقطع}\right]$$

$$\Rightarrow S_{max} = \min\left[450, 300, 16\times 30, 48\times 10\right] \Rightarrow \min = 300mm$$

---

(11) فاصله آزاد میلگردها

$$\Rightarrow \frac{\text{قطر خاموت} \times 2 - \text{فاصله پوشش} \times 2 - \text{قطر میلگرد} \times \text{تعداد میلگرد} - \text{بعد موثر}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{((450)-(3\times30)-(2\times35)-(2\times10))}{2} = 135\,mm$$

$135 \leqslant 150$ (ok)