# www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسین عمران

ارائه کتابها و جزوات رایگان مهندسی عمران

بهترین و برترین مقالات روز عمران

انجمن های تخصصی مهندسی عمران

فروشگاه تخصصی مهندسی عمران

WWW.ABADANOMRAN.COM

## خصوصیات بتن:

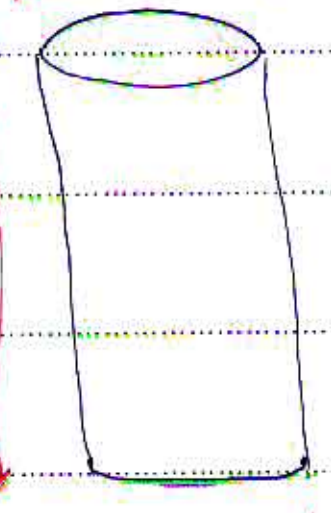
### مقاومت فشاری بتن:

کارآیی با $f_c$ شاخص می‌شود و واحد آن ( $N/mm^2$ (MPa) ، $kg/cm^2$ ) می‌باشد.

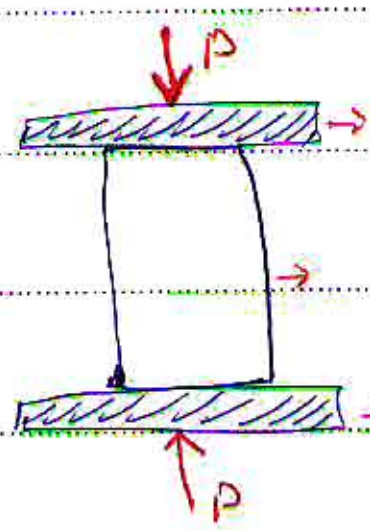
مقاومت فشاری از جنس تنش می‌باشد.

$f_c = 30\ MPa \simeq 300\ kg/cm^2$

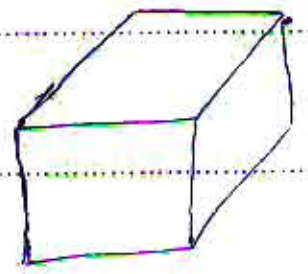
مقاومت فشاری بتن از آزمایش استوانه‌ای استاندارد استوانه‌ای از ماسه بتن



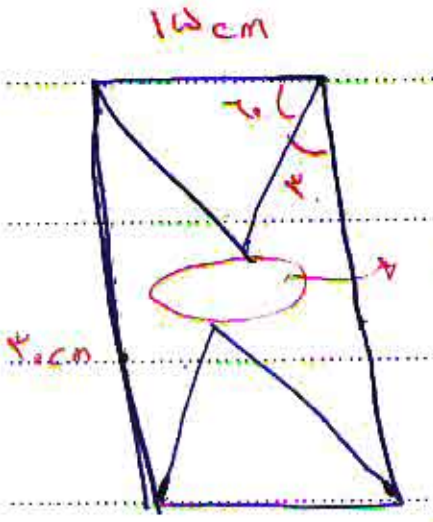

قالب فلزی برای آزمایش بتن



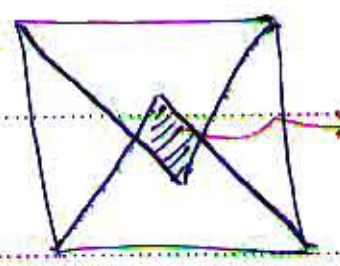

$f_c = \frac{P}{A}$



توزیع تنش در نمونه استوانه‌ای و مکعبی




قسمت منحنی




قوی قسمت

اما مکعبی نمونه استوانه‌ای است که در مسلم اشاره کرده باشد از نمونه مکعبی استفاده شده است.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

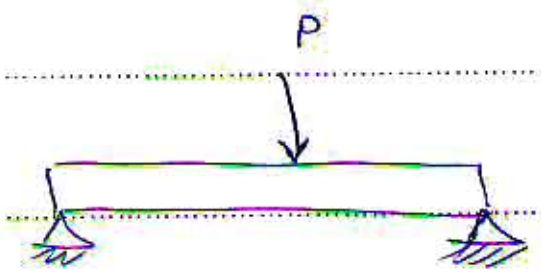
مقاومت کششی بتن ۱۰ درصد $F_c$ تنش را تحمل می‌کند. لذا این مقاومت را هم روش تعیین می‌کند.

مقاومت کششی از جنس تنش می‌باشد.

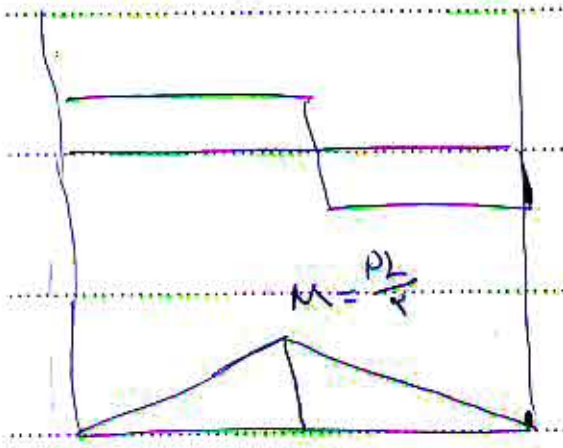
۱- روش استفاده از آزمایش‌های غیرمستقیم

۲- روش استفاده از آزمایش‌های غیرمستقیم

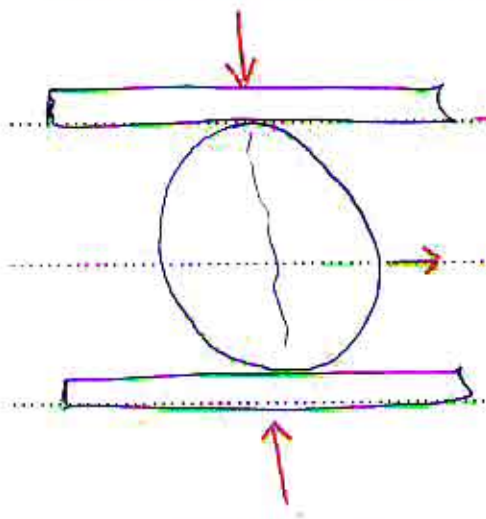
نمونه را تحت فشار یا لنگر خمشی قرار می‌دهند و بر اساس آن مقاومت کششی تعیین می‌شود.




$$f_r = \frac{M y}{I}$$




۳- آزمایش برزیلی



ماژو یا هلک

لوله

روابط تجربی $f_c$

$f_r = 0.7 \sqrt{f_c}$

$f_r = 0.63 \sqrt{f_c}$

$f_r = 0.7 \sqrt{f_c}$

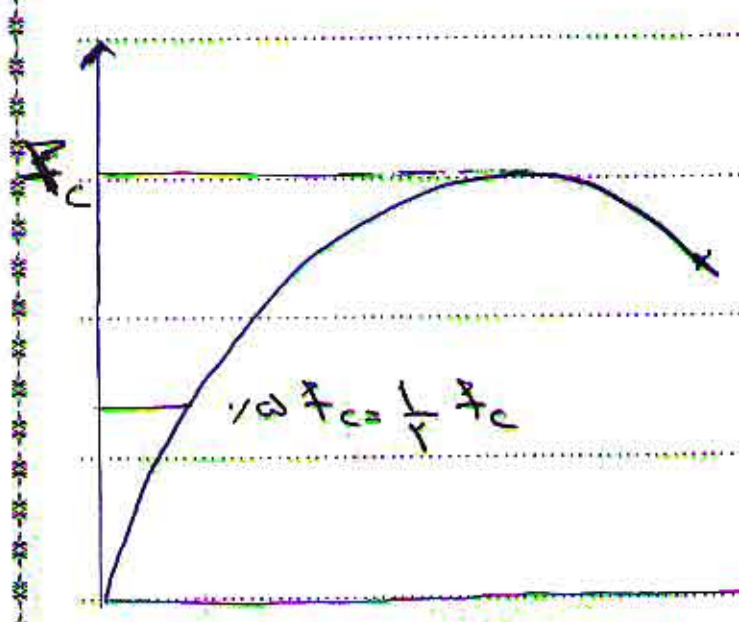


www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

## نمودار تنش ـ کرنش بتن

بتن تحت تنش خیلی زیاد از حالت خطی خارج می شود.



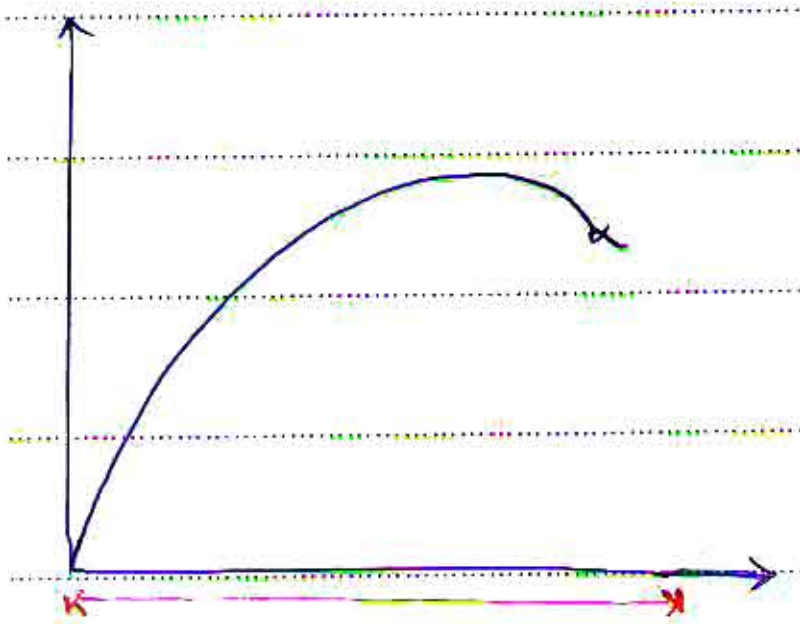

فشاری

این خاصیت می بود تا وقتی که تنش فشرده بتن کمتر از $0.5 f_c$ باشد می توان رفتار آنرا خطی فرض نمود و به محض اینکه تنش فشاری فشرده بتن از $0.5 f_c$ تجاوز کند رفتار بتن یک رفتار غیر خطی می باشد.

بتن های مختلفی می تواند نمودار های متفاوتی داشته باشند. کرستر برای بتن دارد. هرچه $f_c$ بتن کوچکتر باشد شکل پذیری بیشتری دارد.

## کرنش نهایی بتن $\varepsilon_{cu}$

برش تغییر طول به تغییر طول نسبی است



برای هیشم ← $\varepsilon_{cu} = \%0.3$

$\%0.15 < \varepsilon_{cu} < \%0.3$

## مدول الاستیسیته $E_c$:

$E_c = 2.1 \times 10^6 \ kg/cm^2 = 2.1 \times 10^5 \ N/mm^2$

طبق آیین نامه مدول الاستیسیته بتن را می توان از رابطه زیر محاسبه نمود.

$E_c = 5000 \sqrt{f_c}$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

مبنای روش تنش های مجاز:

مقاومت یا بزرگی $S \leq R$ بارهای وارده

روش مقاومت نهایی:

$S \leq \phi R$

ضریب کاهش مقاومت

روش حالات حدی نهایی:

$\gamma S \leq \phi R$

ضریب بزرگتر از واحد — ضریب کوچکتر از واحد

بارهای $U = D + L$

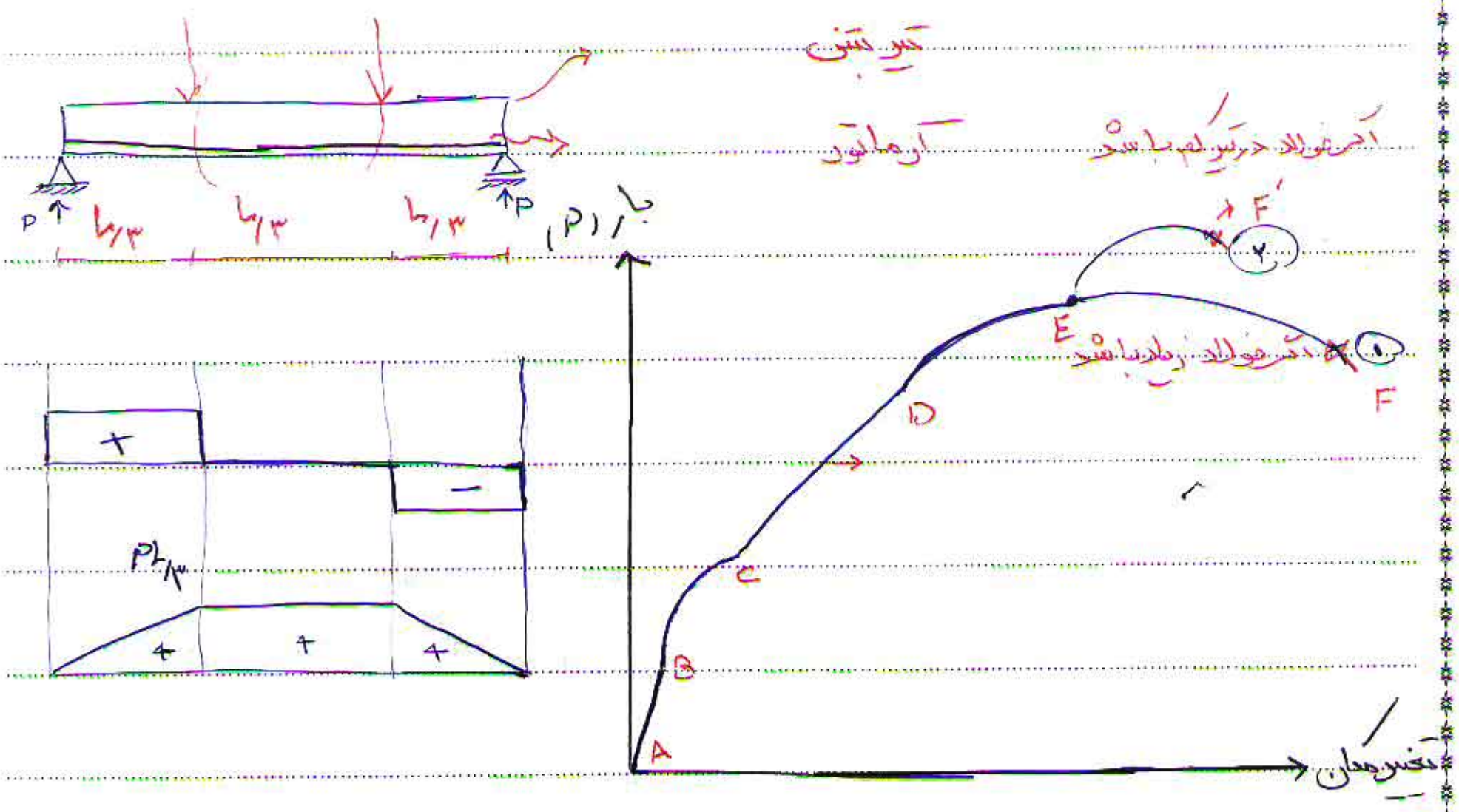
$U = 1.25D + 1.5L$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

## فصل چهارم: رفتار مقاطع غشی و طراحی به روش تنش های مجاز




**AB:** در این قسمت بار وارده به تیر کم بوده و هنوز تیر هر حالتا ترک نخورده قوار دارد و تیر رفتار خطی دارد. در این قسمت به علت کم بودن بار وارده کم است قسمت کششی تیر هنوز ترک نخورده است.

**نقطه B:** در این نقطه حداکثر تنش کششی مقطع ترک می خورد. به طوری که باعث ایجاد اولین ترک ها در تیر شده تا کششی می شود بار ترک خوردگی و لنگر متناظر آن را لنگر ترک خوردگی می گویند که با $M_{cr}$ نشان می دهند.

**قسمت BC:** در این قسمت ترک ها در تمام میان تیر امتداد می یابد به محض وقوع اولین ترک تنش کششی به مولفه منتقل می شود. امتداد ترک ها باعث ایجاد رفتار غیر خطی می گردد.

**قسمت CD:** در این قسمت هر چند بار افزایش می یابد ولی دیگر ترک ها کشش نمی شوند در این وضعیت تمام نیروی کششی توسط آرماتورها تحمل می شود.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

اما در قسمت فشاری هنوز تنش فشاری در دورترین تار فشاری از ۰/۵۴ fc تجاوز نکرده است بنابراین هنوز رفتار بتن را می توان کاملا خطی فرض کرد. چون نیروی وارده به فولاد هنوز مقدار کمی است لذا فولاد نیز رفتار خطی خواهد داشت. بنابراین وضعیت کرنش مقطع تغییر خورده ولی رفتار بتن در ناحیه فشاری و رفتار فولاد هر دو خطی هستند رفتار الاستیک نامیده می شود.

قسمت DE: با افزایش بار تنش فشاری در دورترین تار فشاری مقطع از ۰/۵۴ fc بیشتر شده بنابراین رفتار بتن دیگر خطی نیست کاملا هم این که رفتار فولاد هنوز کاملا رفتار خطی است ولی ترکیب دو رفتار غیرخطی خواهد داشت.

قسمت EF: چنانچه میزان فولاد مقطع کم باشد، خرابی مقطع از ناحیه کششی رخ می دهد و خرابی فولادها همراه با تغییر شکل زیادی باشد، که به سالنی هشدار خواهد داد.

در صورتی که میزان فولاد مقطع زیاد باشد تقریبا همه مقطع ناحیه فشاری آن بوده و خرابی مقطع از قسمت بتن رخ می دهد با توجه به اینکه انهدام بتن به صورت ناگهانی می باشد، علیرغم اینکه این مقطع فولاد مقاومت زیادی از خود نشان می دهد، باز مقطع مناسب نخواهد بود زیرا خرابی مقطع به صورت ناگهانی بوده و هیچ هشداری به ساکنین نخواهد داد.

تذکر: رفتار مقطع در قسمت EF رفتار نرم و مقطع این مقطع کم فولادی خواهند و رفتار تردی در مقطع EF را برد و مقطع را مقطع ترد فولاد رفتار می خواهند.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

## مثال هایی برای آشنایی بیشتر

مثال ۱: یک تیر مستطیلی با عرض ۲۵۰mm و ارتفاع ۶۵۰mm و ارتفاع مؤثر ۵۸۰mm توسط ۳ میلگرد ۲۶ مسلح شده است. اگر مقاومت مشخصه بتن ۲۵Mpa و تنش جاری شدن فولاد ۴۰۰Mpa باشد آیا این تیر می‌تواند لنگر خمشی وارد شده به مقطع ۶۰kN.m را تحمل کند؟

الف-

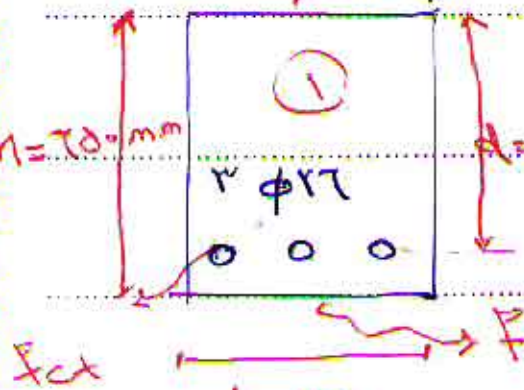
$f_{cc}$ = تنش مشاری بتن

$f_{ct}$ = تنش کششی بتن

$f_c = 25\,Mpa$

$f_y = 400\,Mpa$

$M = 60\,kN.m$




به شرطی که مقطع ترک نخورده باشد.

هر گاه تنش کششی به مقاومت کششی بتن برسد و از آن

بیشتر شود ترک خوردن بتن شروع می‌شود.

$f_{ct}=?$ تنش کششی مؤثر

$f_{ct} = 0.7\sqrt{f_c} = 0.7\sqrt{25} = 3.5\,Mpa$ (فرمول $f_{ct}$ بر حسب $f_c$ مشاری بتن)

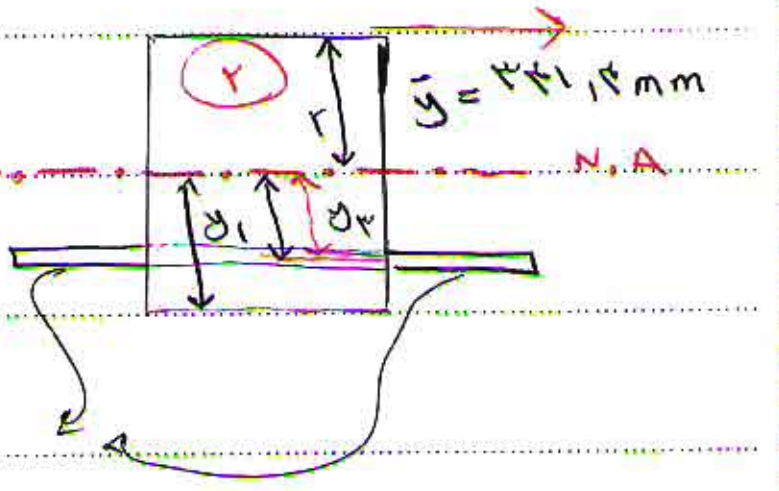
برای تحمل کردن مقطع به لنگر ۶۰kN.m دو حالت می‌تواند رخ دهد که ما از فرمول‌های مقطع ترک استفاده کنیم. لذا ابتدا باید یکی از دو حالت را تشخیص دهیم که به این منظور ما لنگر را به مقطع ترک خورده وارد می‌کنیم و تنش کششی بتن را با مقاومت کششی بتن مقایسه می‌کنیم.

$f = \frac{My}{I}$

$E_s = 2\times10^6\,kg/cm^2 = 2\times10^5\,N/mm^2$

$E_c = 4500\sqrt{f_c} = 4500\sqrt{25} = 22500\,N/mm^2 = 0.225\times10^5\,N/mm^2$ میلگرد ها باشد

$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2\times10^5}{0.225\times10^5} = 8$




$A_s = 4\times\frac{\pi\times26^2}{4} = 1593\,mm^2$

$nA_s = 8\times1593$

$(n-1)A_s =$

$= (8-1)\times1593 = 11151\,mm^2$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

مسئله ۲ -

$$\bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{(250 \times 650)(\frac{650}{2}) + 1115(580)}{(250 \times 650) + 1115} \quad \text{mm}$$

$$\bar{y} = 341.4 \text{ mm}$$

$$I = \frac{250 \times 650^3}{12} + (250 \times 650)(\frac{650}{2} - 341.4)^2 + 1115(580 - 341.4)^2 =$$

در محاسبه ممان اینرسی در قسمت آرماتور به دلیل کوچک بودن آرماتور یا اضافه از مقدار آن صرف نظر کنیم و فرمول

$$I \simeq 6399 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

فقط مقدار $Ad^2$ را قرار دهیم. این صرف نظر کردن مقاومت را سهولت انجام حل است و می توانیم برای محاسبه دقیق تر آن را قرار دهیم.

$$f = \frac{My}{I}$$

$$f_{ct} = \frac{(60 \times 10^6)(650 - 341.4)}{6399 \times 10^6} = 2.89 \text{ N/mm}^2 < f_r = 3.5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cc} = \frac{(60 \times 10^6)(341.4)}{6399 \times 10^6} = 3.2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{st} = n\frac{(60 \times 10^6)(580 - 341.4)}{6399 \times 10^6} = 8\frac{(60 \times 10^6)(580 - 341.4)}{6399 \times 10^6} = 17.9 \text{ N/mm}^2$$

حل - حاصل اثر گشتاور خمشی وارده به مقطع 12 kN.m بالشتی تنش های حرارتی و فولاد را حساب کنید.

حل: قسمت حرارتی قسمت الف است فقط گشتاور خمشی شود و چون 2 برابر شده است و گشتاور صورت قرار دارد تمام جوابهای قسمت الف را 2 برابر می کنیم.

$$f_{ct} = 5.78 \text{ N/mm}^2 > f_r = 3.5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cc} = 6.4 \text{ N/mm}^2 \qquad f_{st} = 35.8 \text{ N/mm}^2$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

* با توجه به جوابها و برقرار نشدن رابطه $f_{c1} \le f_r$ لذا سازه ترک خورده

در این صورت تمام راه حل ما اشتباه است و باید آنرا اصلاح کنیم

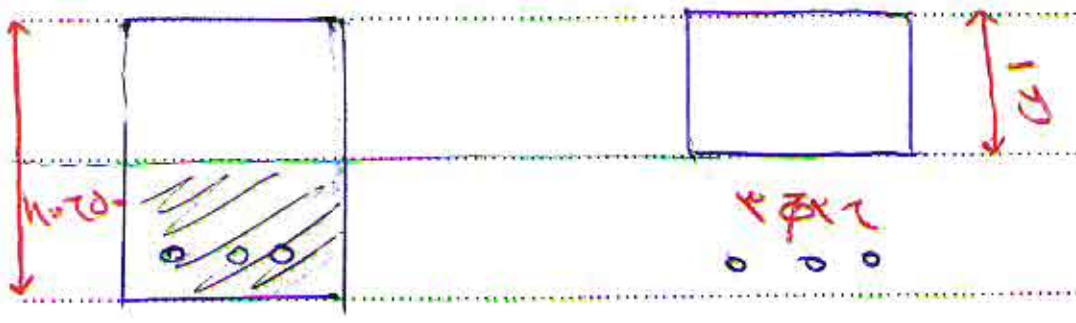
چون بتن ترک خورده نداریم

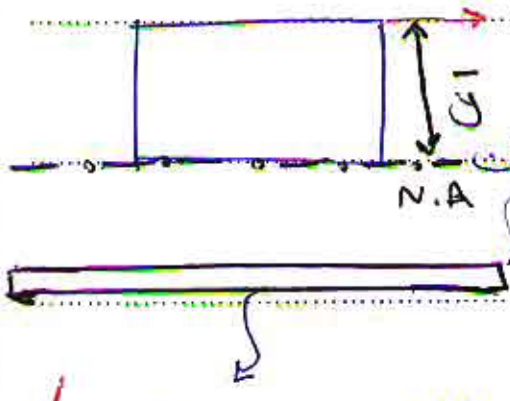
قسمتی از بتن در تحمل نمی کند بنابراین

برای حل ما آنرا فرضاً حذف می کنیم و آنرا

در نظر نمی گیریم و سپس دوباره جنس مقاومت را به همین جنس تبدیل

می کنیم




$E_s = 2 \times 10^5 \ N/mm^2$

$E_c = 4700\sqrt{f_c} = 4700\sqrt{25} = 23500 \ N/mm^2$

$\left(n = \frac{E_s}{E_c} = 8\right) \left(nA_s = 8 \times 1599 = 12792 \ mm^2\right)$

$$\bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{250 \times \bar{y}\left(\frac{\bar{y}}{2}\right) + 12792 \times 580}{250\bar{y} + 12792} \Rightarrow$$

$$250\bar{y}^2 + 12792\bar{y} = 125\bar{y}^2 + 12792 \times 580$$

$$125\bar{y}^2 + 12792\bar{y} - 12792 \times 580 = 0 \Rightarrow \bar{y} = 197.05 \ mm$$

$$I = \frac{250 \times 197.05^3}{12} + (250 \times 197.05)\left(\frac{197.05}{2}\right)^2 + 12792(580 - 197.05)^2$$

$$I = 1609442671 + 2818283298.6 + 1867263268.5 =$$

$$I = 25.76 \times 10^8 \ mm^4$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$f_{cc} = \frac{My}{I} = \frac{(12.91\times10^6)\times(197.5)}{25.6\times10^6} = 9.46\ N/mm^2$ < $0.45 f_c = 0.45\times30 = 13.5\ MPa$

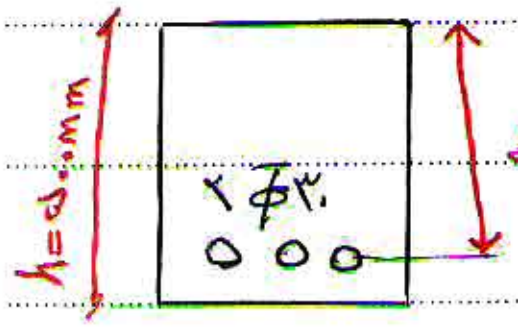
$f_{st} = n\frac{My}{I} = 8\frac{(12\times10^6)\times(580-197.5)}{25.6\times10^6} = 143.53\ N/mm^2$ < $f_y = 400\ MPa$

آرماتور $f_c$ برقرار نباشد نشان دهنده آن است که تیر جلوی رفتار خطی ندارد و آجرایی اتفاق نیافتد در نتیجه مقدار $f = \frac{My}{I}$ کاربردی ندارد زیرا این فرمول در زمانی که رفتار تیر و مواد خطی باشد صادق است. لذا کل حل در این حالت اشتباه است.

و این روش های دیگر استفاده می کنیم

**مثال ۲-** تیر نظیر ترک خوردگی و نیز حداکثر تنش فشاری بتن و تنش کششی فولاد در حالتی که هنوز تیر ترک خوردگی قرار گیرد را برای مقطع شکل زیر حاصل کنید. $f_c = 30\ MPa$ و $f_y = 400\ MPa$

زمانی که $f_{ct} = f_r$ شود اولین ترک ها ظاهر می شود و در نتیجه $M = M_{cr}$ تیر را نیز نظیر ترک خوردگی می گیریم




$f_{ct} = f_r \rightarrow M = M_{cr}$

$f_c = 30\ MPa$ $\quad f_{ct} = \frac{My}{I} \Rightarrow f_r = \frac{M_{cr}\, y}{I}$

$f_y = 400\ MPa$

$M_{cr} = ?$ $\Rightarrow M_{cr} = \frac{f_r I}{y}$

$f_r = 0.7\sqrt{f_c} = 0.7\sqrt{30} = 3.84\ MPa$

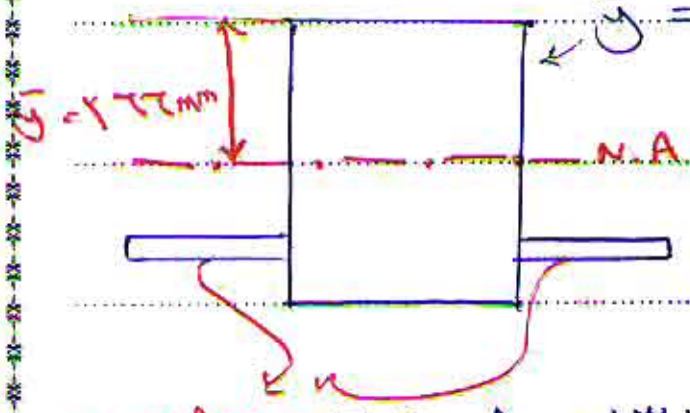
$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2\times10^5}{5000\sqrt{30}} = 7.3$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$A_s = ۳ \times \frac{\pi \times ۳۰^۲}{۴} = ۲۱۲۰\ mm^۲$ حالا مصالح را تبدیل می‌کنیم به بتن.




$\bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{(۳۰۰ \times ۵۰۰)(\frac{۵۰۰}{۲}) + (۱۲۳۵۶)(۴۵۰)}{(۳۰۰ \times ۵۰۰) + (۱۲۳۵۶)}$

$\bar{y} = ۲۶۶\ mm$

$(n-۱)A_s = ۷,۲۴ A = ۱۲۳۵۶\ mm^۲$

$I = \frac{۳۰۰ \times ۵۰۰^۳}{۱۲} + (۳۰۰ \times ۵۰۰)(\frac{۵۰۰}{۲} - ۲۶۶)^۲ + ۱۲۳۵۶ \times (۴۵۰ - ۲۶۶)^۲$

$I = ۳۱۲۵۰۰۰۰۰۰ + ۳۸۴۰۰۰۰۰ + ۴۵۲۱۸۰۷۳۶ = ۳۶۱۵٫۶ \times ۱۰^۶\ mm^۴$ حریبی

$I = ۳۶۱۵٫۶ \times ۱۰^۶$

$M_{cr} = \frac{F_r I}{y} = \frac{۳,۸۴ \times ۳۶۱۵٫۶ \times ۱۰^۶}{(۵۰۰ - ۲۶۶)} = ۵۹,۱۸ \times ۱۰^۶\ N/mm = ۵۹,۱۸\ kN.m$

$y$ = فاصله تار خنثی تا تار کششی

$F_{cc} = \frac{M_{cr} y}{I} = \frac{۵۹۱۸ \times ۱۰^۶ \times ۲۶۶}{۳۶۱۵٫۶ \times ۱۰^۶} = ۴,۳۵\ MPa$

$F_{st} = n \frac{M_{cr} y}{I} = \frac{۵۹,۱۸ \times ۱۰^۶ (۴۵۰ - ۲۶۶)}{۳۶۱۵٫۶ \times ۱۰^۶} \approx ۲۲\ MPa$

$F_{ct} = \frac{M_{cr} y}{I} = \frac{۵۹,۱۸ \times ۱۰^۶ \times (۵۰۰ - ۲۶۶)}{۳۶۱۵٫۶ \times ۱۰^۶} = ۳,۸۴$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

## بررسی تیرهای بتن آرمه تحت لنگر خمشی:

همانطور که قبلاً مشاهده شد اگر بار وارده به تیر کم باشد رفتار بتن و فولاد هردو خطی است. اگر بار بیشتر شود قسمت کششی بتن ترک می خورد و چنانچه مدالکتن تنش فشاری بتن از $0.5f'_c$ بیشتر شود دیگر رفتار بتن خطی نیست. اگر مقطع تیر بتن آرمه را با رفتار خطی (ناصر الاستیسیته و ناصر الاستوپلاستیسیته) بررسی کنیم از تمام ظرفیت مصالح استفاده نشده است زیرا مصالح پس از رفتار خطی باز هم قابلیت تحمل بار در ناحیه غیر خطی دارد. به دلایل زیر این روش طراحی در حالات حدی نهایی (LRFD یا L&D) به جای روش تنش های مجاز استفاده می کنیم:

۱- در روش طراحی در حالات حدی نهایی با در نظر گرفتن رفتار واقعی بتن به صورت غیر خطی ارزیابی واقع بینانه تری از عکس العمل تیر بتن آرمه ارائه می شود.

۲- ضریب اطمینان در روش طراحی در حالات حدی نهایی واقع بینانه تر می باشد، مثلاً بار مرده که قابلیت پیش بینی بیشتری دارد، از ضریب اطمینان کوچکتر بار زنده از ضریب اطمینان بزرگتری برخوردار هستند، در صورتی که در روش تنش های مجاز ضریب اطمینان بارها یکسان در نظر گرفته می شوند.

۳- در روش طراحی در حالات حدی نهایی طرح اقتصادی تری ارائه می شود.

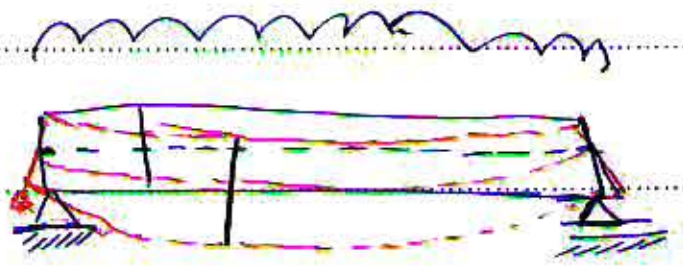


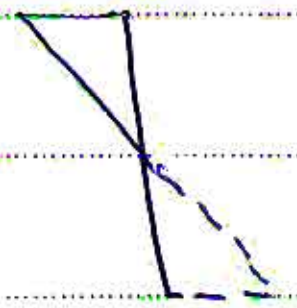
www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

## فرضیات اساسی در تئوری خمش تیرهای بتن آرمه:

۱- اصل برنولی: براساس این اصل مقاطع مسطح عمود بر محور عضو پس از تغییر شکل خمشی نیز مسطح باقی می مانند بنابراین توزیع کرنش در ارتفاع مقطع تیر بصورت خطی است هرچند مقطع رفتار غیرخطی داشته باشد.

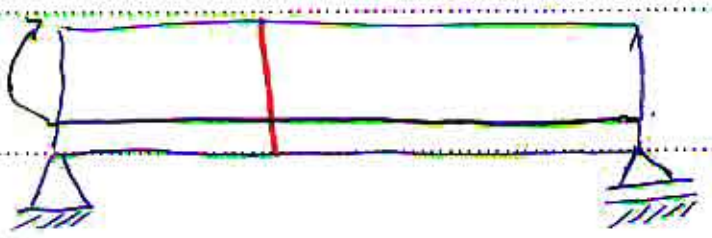


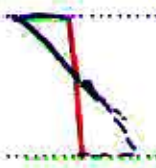


۲- سازگاری کامل بین بتن و فولاد:

این فرض و اصل برنولی و برقراری معادلات هماری کرنش بتن و فولاد در ارتفاع مقطع ایجاب می کند کرنش فولاد نیز از تغییرات خطی کرنش تیر بتن آرمه تبعیت کند.

آرماتور

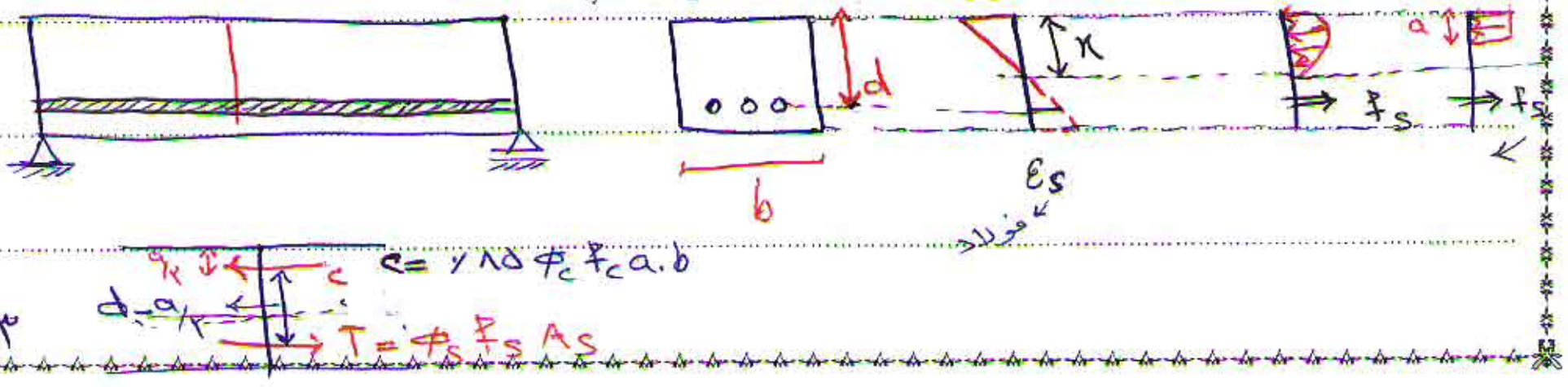




۳- توزیع تنش در بتن و فولاد در یک مقطع بتن آرمه براساس مفهوم های تنش، کرنش آنهای باشد.

فولاد تا حد تسلیم یک رفتار خطی داشته و پس از آن جاری شده و بتن یک رفتار غیرخطی دارد که می توان آنرا با یک سهمی تقریب زد.

کرنش در دورترین تار بتن $\varepsilon_c$ ← بتن






www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$T = C \Rightarrow \phi_s f_s . A_s = \alpha_1 \phi_c f_c . a b$ $\phi_c = 0.6$

$M = T(d - \frac{a}{2}) = C(d - \frac{a}{2})$ $\phi_s = 0.85$

$\phi_c$ : ضریب کاهش مقاومت بتن برابر ۰/۶

$\phi_s$ : ضریب کاهش مقاومت فولاد برابر ۰/۸۵

$f_c$ : مقاومت مشخصه بتن

$f_s$ : تنش در فولادها

$x$ : فاصله محور خنثی از دورترین تار فشاری

$a$ : ارتفاع بلوک تنش مستطیلی وینتر

ارتفاع بلوک تنش مستطیلی وینتر از رابطه $a = \beta_1 x$ بدست می‌آید در این رابطه $\beta_1$ ضریبی است که طبق آیین‌نامه بتن ایران به صورت زیر تعیین می‌شود:

if $f_c \leq 30 MPa \Rightarrow \beta_1 = 0.85$

if $f_c > 30 MPa \Rightarrow \beta_1 = 1.09 - 0.008 f_c \geq 0.65$

$F_c = 35 MPa \Rightarrow \beta = 1.09 - 0.008 \times 35 = \geq 0.69$

حرکت دوم $\beta_1$ باید بزرگتر از ۰/۶۵ باشد ولی این کوچکتر از ۰/۶۵ بدست آمد ما ۰/۶۵ را در نظر می‌گیریم.

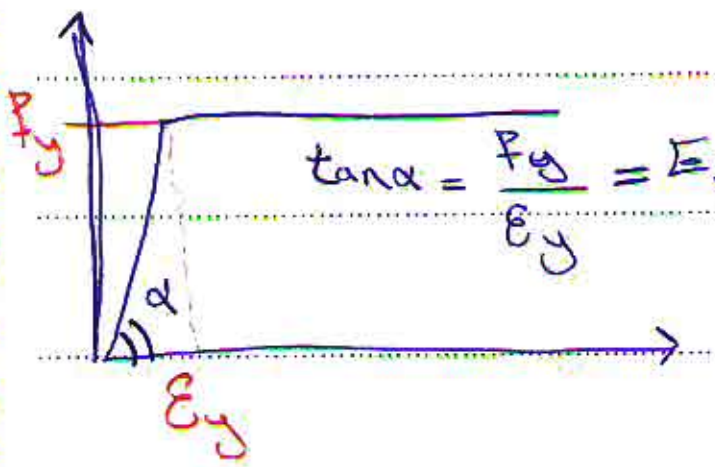


www.abadanomran.com

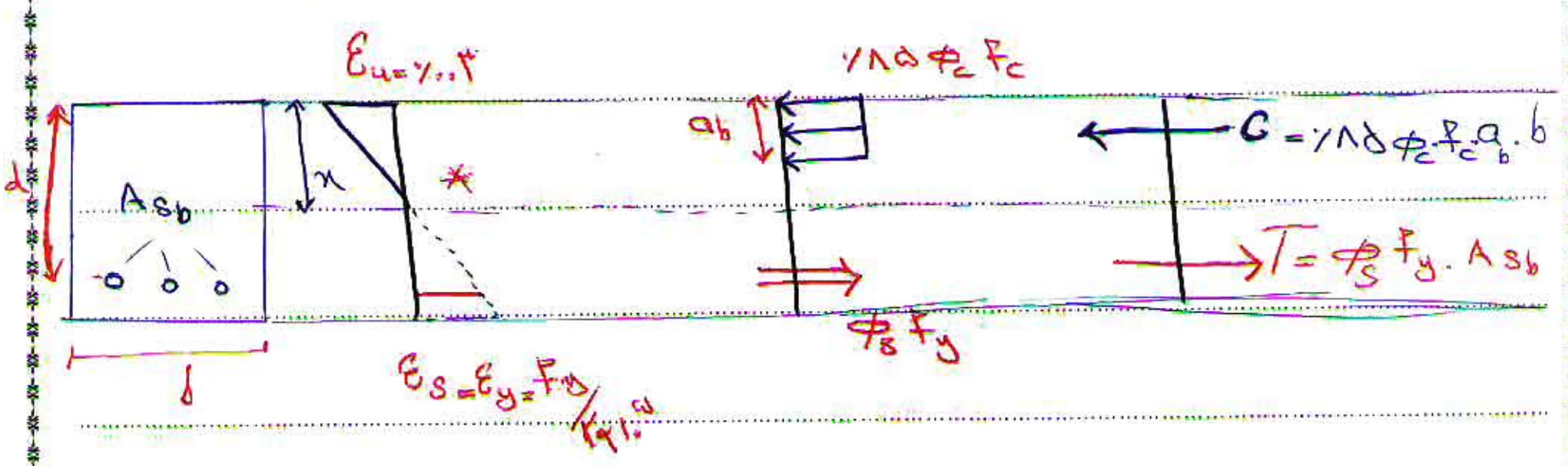
WWW.ABADANOMRAN.COM

بررسی وضعیت متوازن یا نامتوازن مقطع بتن آرمه

وقتی مقطع بتن آرمه در حالت متوازن قرار دارد که همزمان کرنش نهایی بتن به ۰/۰۰۳ و کرنش فولاد به $\varepsilon_y$ برسد. ($\varepsilon_{cu} = 0.003$)




$$\tan\alpha = \frac{f_y}{\varepsilon_y} = E_s \Rightarrow \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{f_y}{2\times10^5}$$




$$T = C \Rightarrow \phi_s f_y A_{sb} = 0.85 \phi_c f_c a_b b$$

$$A_{sb} = \frac{0.85 \phi_c f_c a_b b}{\phi_s f_y}$$

$$\frac{0.003}{\varepsilon_y} = \frac{x_b}{d - x_b} \Rightarrow \varepsilon_y . x_b = 0.003 d - 0.003 x_b$$

این عمود بر تنش است.

$$(0.003 + \varepsilon_y) x_b = 0.003 d \Rightarrow x_b = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} d$$

$$a_b = \beta_1 x_b = \beta_1 \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} . d = \beta_1 \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{2\times10^5}} d = \beta_1 \frac{0.003}{\frac{600 + f_y}{2\times10^5}} d$$

$$a_b = \beta_1 \frac{600}{600 + f_y} . d$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$A_{sb} = \frac{0.85 \phi_c f_c \left(\beta_1 \frac{600}{600+f_y} \cdot d\right) b}{\phi_s f_y}$$

$$\Rightarrow A_{sb} = 0.75 \beta_1 \frac{f_c}{f_y} \frac{600}{600+f_y} \cdot bd$$

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{bd} = 0.75 \beta_1 \frac{f_c}{f_y} \frac{600}{600+f_y}$$

* $\rho_b$ طبق فرمول بالا، مقدار آرماتوری را نشان می دهد که اگر در مقطع باشد، مقطع در حالت متوازن قرار می گیرد، همانطور که از رابطه مشخص است مقدار آرماتوری که باعث می شود مقطع متوازن باشد به شکل مقطع به $f_c$ و $f_y$ (تنش جاری شدن فولاد) بستگی دارد و هیچ ارتباطی به بار وارد شده ندارد.

* چنانچه میزان آرماتور در مقطع از $\rho_b$ کمتر باشد مقطع کم فولاد نامیده می شود در این حالت فولاد مقطع حتماً جاری می شود و کرنش در فولاد از $\varepsilon_y$ بیشتر می شود.

* چنانچه میزان آرماتور در مقطع از $\rho_b$ بیشتر باشد مقطع پر فولاد نامیده می شود و فولاد در مقطع حتماً جاری نمی شود و کرنش در فولاد از $\varepsilon_y$ کمتر می شود.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

## محاسبه لنگر خمشی مقاوم نهایی مقطع

حداکثر لنگری که یک مقطع بتن آرمه می تواند تحمل کند.

در سازه های بتن آرمه دو نوع مسئله وجود دارد نوع اول مسئله ای است که در آن d و As مقطع مشخص است و خواسته مسئله لنگر خمشی مقاوم نهایی می باشد به این نوع مسئله آنالیز گفته می شود.

نوع دوم عکس است که حداکثر لنگر وارده به مقطع داده شده و b و d و As خواسته مسئله می باشد به این نوع مسئله طراحی گفته می شود.

مقاومت نهایی خمشی مقطع با $M_r$ نشان داده می شود برای تعیین لنگر خمشی مقاوم نهایی ابتدا میزان آرماتور بالانس را که از رابطه $\rho_b = \%7\beta_1 \frac{f_c}{F_y} \frac{600}{600+f_y}$ محاسبه می شود به دست آورده و با آرماتور موجود مقطع که از رابطه $\rho = \frac{A_s}{bd}$ محاسبه می کنیم به دو حالت امکان برخورد داریم:

۱- $\rho < \rho_b$ : اگر $\rho$ کمتر از $\rho_b$ باشد مقطع کم فولاد است پس:

$$C = \%85 \phi_c f_c a b$$
$$T = \phi_s F_y A_s$$
$$\Rightarrow C = T \Rightarrow \%85 \phi_c f_c a b = \phi_s F_y A_s$$
$$\Rightarrow a = \frac{\phi_s F_y A_s}{\%85 \phi_c f_c b}$$
$$M_r = T\left(d - \frac{a}{2}\right) = \phi_s F_y A_s \left(d - \frac{a}{2}\right)$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

۲- اگر $\rho_b < \rho$ باشد:

مقداری $A_s = A_{sb} = \rho_b b d$

$C = 0.85 \phi_c f_c a_b . b$ ؟

$T = \phi_s . f_y . A_{sb}$ $\Rightarrow C = T \Rightarrow 0.85 \phi_c f_c a_b b = \phi_s f_y A_{sb}$

$$a_b = \frac{\phi_s . f_y . A_{sb}}{0.85 \phi_c f_c . b} = \frac{\phi_s f_y \rho_b}{0.85 \phi_c f_c} . d$$

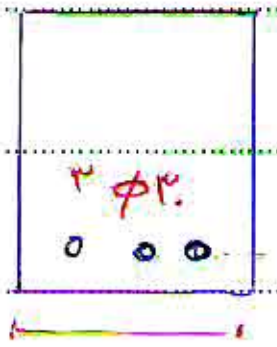
$$a_b = \frac{\phi_s . f_y . \beta}{0.85 \phi_c . f_c} . d$$

$$M_r = C\left(d - \frac{a_b}{2}\right) = 0.85 \phi_c f_c a_b . b \left(d - \frac{a_b}{2}\right)$$

مثال — مقطع مستطیلی با ابعاد $b = 300\,mm$ و $d = 450\,mm$ و با ۳ عدد میلگرد فوق

۳۰ را در نظر بگیرید با فرض اینکه $f_c = 30\,Mpa$ ، $f_y = 400\,Mpa$

مقاومت خمشی مقطع را بدست آورید.




$A_s = 3 \times \frac{\pi 3^2}{4} = 2121\,mm^2 \Rightarrow \rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2121}{300 \times 450} = \%1.57$ (۲)

$f_c = 30\,Mpa \Rightarrow \beta_1 = \%85 \Rightarrow \rho_b = \%75 \beta_1 \frac{f_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y}$

$\rho_b = \%75 \times 0.85 \frac{30}{400} \frac{600}{600 + 400} = \%0.0382$ (۱)

۱ و ۲ $\Rightarrow \rho = \%1.57 < \rho_b = \%2.82$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$C=T=0.85\phi_c f_c' a b=\phi_s f_y A_s \Rightarrow a=\frac{\phi_s f_y A_s}{0.85 f_c' b}$$

$$a=\frac{0.85\times 400\times 2121}{0.85\times 0.76\times 30\times 300}=157.1\,mm$$

مثال - مقطع مثال قبل را با ۴ آرماتور ۳۶ حل کنید

$$A_s=4\frac{\pi 36^2}{4}=4069\,mm^2 \Rightarrow \rho=\frac{A_s}{bd}=\frac{4069}{300\times 450}=0.031 \quad (1)$$

$$f_c'=30\,Mpa \Rightarrow \beta_1=0.85 \Rightarrow \rho_b=0.7\beta_1\frac{f_c'}{f_y}\frac{600}{600+d}=0.7\times 0.85\frac{30}{400}\frac{600}{600+400}$$

$$\rho_b=0.0223 \quad (2)$$

$$1,2 \Rightarrow \rho=0.031 > \rho_b=0.0223$$

$$A_s=A_{sb}=\rho_b bd \Big\} \Rightarrow a_b=\frac{\phi_s f_y \rho_b}{0.85\phi_c f_c'}d=\frac{0.85\times 400\times 0.0223}{0.85\times 0.6\times 30}\times 450$$

$$C=T$$

$$a_b=223\,mm$$

$$M_r=C\left(d-\frac{a_b}{2}\right)=0.85\phi_c f_c' a_b b\left(d-\frac{a_b}{2}\right)$$

$$=0.85\times 0.6\times 30\times 223\times 300\left(450-\frac{223}{2}\right)=352.7\,kN.m$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

## برخی ضوابط آیین نامه ای و نکاتی در طراحی:

کد الزامی می باشند

۱- کنترل خمش همان تحت بارهای جاذبه با $M_u$ نمایش داده می شود مقطع باید طوری طراحی شود که ظرفیت خمشی خمیری ($M_n$) از ظرفیت خمشی مقاوم خمیری ($M_r$) کمتر باشد. به عبارت دیگر: $M_n \leq M_r$

این خاصیت برای سازه‌هایی که فقط تحت بارهای ثقلی هستند یا بارهای جانبی زلزله کم است صادق است. در نظری گیرد بنابراین

$M_u = 1.2 M_D + 1.6 M_L$

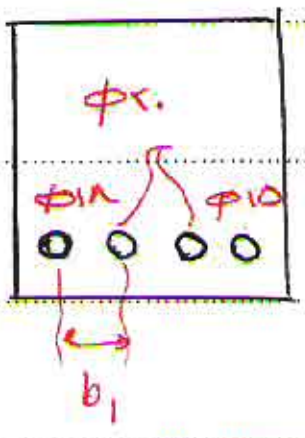
۲- آیین نامه اجازه حداکثر میزان آرماتور قابل استفاده در مقطع را برابر $\rho_{max} = \rho_b$ یا $A_{s\,max} = A_{sb}$ در نظری گیرد به عبارت دیگر $A_{sb}$

۳- نسبت آرماتور کششی بدست آمده از محاسبات ($\rho$) نباید از $\frac{1.4}{F_y}$ کمتر باشد.

$\rho_{min} = \frac{1.4}{F_y}$

۴- فاصله آزاد بین هر دو میلگرد موازی واقع در یک سفره نباید از هیچ یک از مقادیر زیر کمتر باشد.

۲۵mm - قطر میلگرد بزرگتر ($d_b$) - ۱.۳۳ برابر قطر اسمی بزرگترین دانه سنگدانه بزرگ ($1.33 d_{max}$)




$b_1 = \max\{25mm, d_b, 1.33 d_{max}\}$

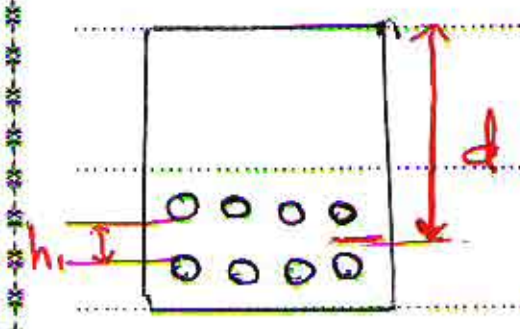


www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

۵- در صورتی که میلگردهای موازی در چند سفره قرار گیرند، فاصله آزاد بین ۲ سفره نباید از مقادیر زیر بیشتر باشد

۲۵mm - قطر بزرگترین میلگرد

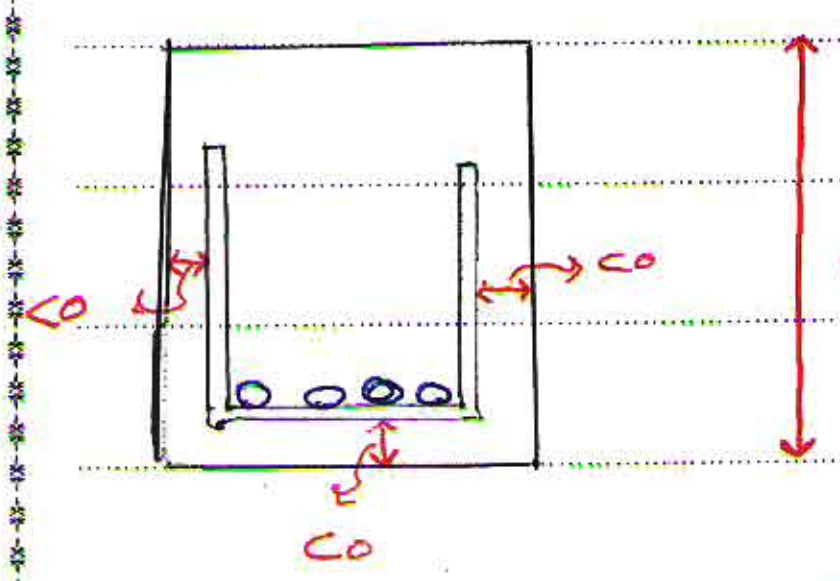



$h_1 = \max\{25mm, d_b\}$

تذکر: در تیرهایی که آرماتورها در چند سفره قرار می‌گیرند ارتفاع موثر تیر (d) برابر با فاصله مرکز سطح آرماتورها تا دورترین تار فشاری (برای آرماتورها باهم برابر بود باید یکی را حساب کرد)

۶- ضخامت پوشش بتن برای تیرها، ستونها در شرایط محیطی ملایم، متوسط، شدید، بسیار شدید و فوق العاده شدید برابر است با:

(۲۵mm ، ۴۵mm ، ۶۵mm ، ۸۰mm ، ۷۵mm)




شرایط محیطی ملایم:

بتن در معرض هیچ نوع عامل مهاجم قرار نداشته باشد

شرایط محیطی متوسط:

بتن در معرض رطوبت و خاکی تحریق قرار گیرد، مثل بتن کرمدار با



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

با خاک یا سنگ‌ها هم در تماس باشد یا زیر آب قرار داشته باشد.

**شرایط محیطی شدید:**

تیر در محرمان تر شوند یا در آب قرار داشته باشد یا در آب و هوای که یکی از این موارد در تماس با هوا باشد.

**شرایط محیطی بسیار شدید:**

تیر در محرمان گازهای آب و خاصیت سایش، مواد خورنده و رطوبت همراه با یخ زدن و آب شدن شدید قرار داشته باشد.

**شرایط محیطی فوق العاده شدید:**

تیر در محرمان مرتباش شدید، بخور وسایل نقلیه، آب و خاصیت‌های باشد، مثل رویه‌ی تیر پارکینگ‌ها، در همین شرایط حاشیه خلیج فارس، فوق العاده شدید است.

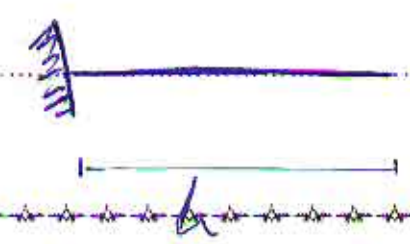
۷- در تیرهای بتن آرمه برای کنترل خیز یا تعیین کمترین ضخامت ارتفاع مقطع از $h_{min}$ طبق جدول زیر بیشتر باشد.

تیر دو سر ساده $h_{min} = \frac{L}{16}$

تیر ساده و یک سر معتد سراسری $h_{min} = \frac{L}{18,5}$

دو سر معتد $h_{min} = \frac{L}{21}$

تیر طره ای (کنسولی) $h_{min} = \frac{L}{8}$





www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

* در صورتی که بین ارتفاع تیر (h) مشخص شد که از $h_{min}$ کوچکتر نیست نیازی به کنترل خیز نمی باشد.

---

چند نکته در طراحی که می تواند در طراحی تیر آرمه استفاده کرد و الزامی نمی باشد

۱- وزن یک متر تیر آرمه برای تقریباً ۱۰٪ درصد مجموع بار مرده و زنده تحمیل شده.

۲- بهتر است در تیر آرمه نسبت $\frac{d}{b}$ بین ۱ و ۲ باشد و نسبت $\frac{d}{b} = 1.5$ یک نسبت خوب تلقی می شود.

$$1 < \frac{d}{b} < 2$$

۳- اگر در هر ردیف n آرماتور با قطر $\phi$ داشته باشیم در این صورت حداقل عرض لازم برای جادادن n آرماتور از رابطه زیر بدست می آید.

$$b_{min} = (n-1)\, b_1 + n\phi + 2(c_0 + \phi')$$

n: تعداد آرماتورها  $\phi$: قطر خاموت

$c_0$: کاور

۴- معمولاً ابعاد تیر مضربی از cm یک یا mm یک در نظر گرفته می شوند.

۵- بهتر است عرض تیر با عرض ستون مساوی باشد تا عالب بندی آسانتر انجام شود.

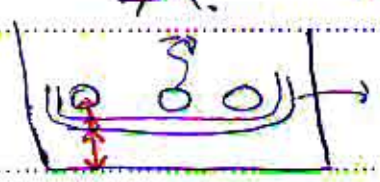
۶- برای تعیین عمق مؤثر (d) با استفاده از ارتفاع مقطع (h) یا برعکس می توان از روابط زیر استفاده کرد.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$h = d + 60$ یا $d = h - 60$ یا $65$




خاموت

(نصف قطر میلگرد) ۱.۵ + (قطر خاموت) ۱.۰ + (کاور) ۳.۵

۷- اگر برای یک مقطع بتن آرمه محدودیت ابعاد نداشته باشیم بهترین مقطع مقطعی است که حداکثر $\rho_b = \rho_{max}$ باشد.

۸- اگر برای یک مقطع بتن آرمه محدودیت ابعاد داشته باشیم برای اینکه کوچکترین ابعاد را برای مقطع بدست آوریم باید $\rho_b = \rho_{max}$ باشد

۸- اگر جایی هم ابعاد مقطعی با بیست کوچکتر از ابعاد حاصله با شرط $\rho_b = \rho_{max}$ باشد باستی از ارماتور فشاری استفاده کرد.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

## طراحی مقطع مستطیلی تحت لنگر خمشی فقط با آرماتور کششی

الف- اگر $M_u$ و ابعاد تیر مشخص بوده و فقط طراحی فولاد مورد نظر باشد

$$M_u, b, d \longrightarrow A_s$$

با توجه به اینکه مقطع باید تا حد کم فولاد طراحی شود تا فولادهای کششی جاری شوند، خواهیم داشت:

$$\sum F = 0 \rightarrow C = T \Rightarrow 0.85 \phi_c f'_c a.b = \phi_s f_y A_s$$

$$a = \frac{\phi_s f_y A_s}{0.85 \phi_c f'_c b} \quad a \lesssim ?$$

$$M_r = M_u = T\left(d - \frac{a}{2}\right) = \phi_s f_y A_s \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$\Rightarrow M_u = \phi_s f_y A_s \left(d - \frac{\phi_s f_y A_s}{1.7 \phi_c f'_c b}\right)$$

$$\Rightarrow \rho = 0.7 \frac{f'_c}{f_y}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2M_u}{0.85 \phi_c f'_c . b d^2}}\right]$$

---

ب- اگر طراحی تیر بطور کامل مورد نظر باشد. (طراحی ابعاد و فولاد) با توجه به اینکه مقطع باید تا حد کم فولاد طراحی می‌شود تا فولادهای کششی جاری شوند، اگر محدودیت ابعاد نداشتیم نسبت فولاد مورد نیاز مقطع را ($\rho$) برابر ($\rho_b$) و اگر محدودیت ابعاد داشتیم ($\rho$) را برابر با ($\rho_b$) فرض می‌کنیم.

$$M_u \longrightarrow b, d, A_s$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

سپس از رابطه زیر مقدار $bd^2$ را محاسبه می کنیم

$$bd^2 = \frac{M_u}{\rho \phi_s f_y \left(1 - 0.59 \frac{\rho \phi_s f_y}{\phi_c f_c}\right)}$$

با داشتن $bd^2$ و استفاده از ضابطه طراحی $b$ و $d$ را بدست می آوریم ($\frac{d}{b} = 1.5$) سپس از رابطه ($h = d + 6.0$) ارتفاع مقطع بدست می آید. ارتفاع بدست آمده بصورت مضربی از 5cm گرد می شود و مجدداً ارتفاع مؤثر مقطع از رابطه زیر محاسبه می گردد. ($d = h - 6.0$)

---

با داشتن $b$ و $h$ مسئله مانند حالت الف شده و به همان روش مجدداً طراحی انجام می شود.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

مثال: در یک مقطع مستطیلی با ابعاد $b=۴۰۰mm$ و $h=۵۰۰mm$ و تنگر طراحی تحت بارهای با ضریب $۲۴۰\ kN.m$ را در نظر بگیرید. فولاد لازم برای این مقطع را طراحی کنید. آیا در شرایط محیطی ملایم قرار داشته باشد و $f_y=۴۰۰mpa$ و $f_c=۳۵mpa$ باشد.

$b=۴۰۰mm \quad h=۵۰۰mm \quad M_u=۲۴۰\ kN.m$

$f_y=۴۰۰mpa \quad f_c=۳۵mpa \quad \longrightarrow$ شرایط ملایم $\quad c_{\min}=۳۵mm$

$f_c=۳۵mpa > ۳۰mpa \Rightarrow \beta_1=۱.۰۵-۰.۰۰۵f_c=۱.۰۵-۰.۰۰۵\times۳۵$

$\beta_1=۰.۸۱ \quad > ۰.۶۵$

$$\rho=۰.۶\frac{f_c}{f_y}\left[۱-\sqrt{۱-\frac{۲Mu}{۰.۸۵\phi_c f_c bd^۲}}\right]$$

$$\rho=۰.۶\frac{۳۵}{۴۰۰}\left[۱-\sqrt{۱-\frac{۲\times(۲۴۰\times۱۰^۶)}{۰.۸۵\times۰.۶\times۳۵\times۴۰۰\times۴۴۰^۲}}\right]=۰.۰۱$$

$$\rho_{min}=\frac{۱.۴}{f_y}=\frac{۱.۴}{۴۰۰}=۰.۰۰۳۵$$

$$\rho_{Max}=\rho_b=۰.۶\beta_1\frac{f_c}{f_y}\frac{۶۰۰}{۶۰۰+f_y}=۰.۶\times۰.۸۱\frac{۳۵}{۴۰۰}\frac{۶۰۰}{۶۰۰+۴۰۰}=۰.۰۲۵۵$$

$$\Rightarrow \rho_{min}=۰.۰۰۳۵ < \rho=۰.۰۱ < \rho_{Max}=۰.۰۲۵۵ \ \checkmark$$

$$\rho=\frac{A_s}{bd} \Rightarrow A_s=\rho bd=۰.۰۱\times۴۰۰\times۴۴۰=۱۷۶۰mm^۲$$

نمونه حل برای امتحان



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

نمونه حل دستی برای طراحی :

$\rho = \%0.1 \Rightarrow A_s = \rho bd = \%0.1 \times 400 \times 1240 = 1760\ mm^2$

یک آرماتور $a_s = \frac{\pi \times 16^2}{4} = 201$

تعداد آرماتورهای لازم $n = \frac{A_s}{a_s} = \frac{1760}{201} = 8.7$

۸ تعداد آرماتورهای لازم

* با فرض استفاده از آرماتور $\phi 28$ :

$a_s = \frac{\pi \times 28^2}{4} = 615.7\ mm^2$

تعداد آرماتور $n = \frac{A_s}{a_s} = \frac{1760}{615.7} = 2.84 \simeq 3$

Try ۴ $\phi 28$ :

$A_s = 4 \times \frac{\pi \times 28^2}{4} = 1847\ mm^2$

$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{1847}{400 \times 440} = 0.0105$

$\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y} = 0.0035$

$\rho_{max} = \rho_b = 0.0203$

$\rho_{min} < \rho < \rho_{max}$ ✓

$b_{min} = (n-1) b_1 + n\phi + 2(co + \phi')$

$b_1 = \min\{25\ mm, d_b = 28\ mm, 1.33\, d_{max}\} = 28\ mm$

$b_{min} = (4-1) 28 + 4 \times 28 + 2(25 + 10) = 230\ mm < b = 400\ mm$

۲۸

www.abadanomran.com

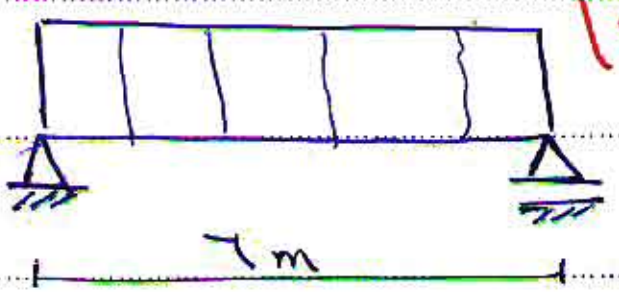
WWW.ABADANOMRAN.COM

مثال ۲- تیر دوسر ساده شکل تحت بارگذاری نشان داده شده را در نظر گرفته و یک مقطع مستطیلی مناسب برای آن طراحی کنید. شرایط محیطی ملایم و محدودیت ابعادی داریم.

حل امتحان:

$q_D = 40\ KN/m$

$q_L = 22\ KN/m$




$f'_c = 28\ Mpa \rightarrow \beta_1 = 0.85$

$f_y = 350\ Mpa$

محدودیت ابعاد $\rightarrow e_0 = 25\ mm$

شرایط ملایم

$q_u = 1/1(q_D + q_L) = 1/1(40+22) = 67.2\ KN/m$

$q_u = 1.25 q_D + 1.5 q_L = 1.5(40) + 1.5(22) = 90.75\ KN/m$

$M_u = \frac{q_u l^2}{8} = \frac{90.75 \times 6^2}{8} = 408.4\ KN.m$ (در تیر دوسر ساده $M = \frac{ql^2}{8}$)

در این مثال محدودیت ابعاد داریم فرض می کنیم؟

$\rho = \rho_b$

$\rho_b = 0.7 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{700}{700 + f_y} = 0.7 \times 0.85 \times \frac{28}{350} \times \frac{700}{700+350} = 0.057$

$(\rho = \rho_b = 0.057)$

$bd^2 = \frac{M_u}{\rho \phi_s f_y (1 - 0.59 \frac{\rho \phi_s f_y}{\phi_c f'_c})} = \frac{408.4 \times 10^6}{0.057 \times 0.9 \times 350 (1 - 0.59 \frac{0.057 \times 0.9 \times 350}{0.7 \times 28})}$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$b d^2 = 7432 \times 768 \ mm^3$ ⟹ $b(1.2b)^2 = 7432 \times 768$

$\frac{d}{b} = 1.2b \Rightarrow d = 1.2b$ ⟹ $2.25b^3 = 7432 \times 768$

$\Rightarrow b = 320 mm$

Try: $b = 350 mm$

$b d^2 = 7432 \times 768$

$b = 350 mm$ ⟹ $d = 461 mm$

$h = d + 70 = 461 + 70 = 531$

Try: $h = 550 mm$

$d = h - 70 = 550 - 70 = 480$

Try $\begin{cases} b = 350 mm \\ d = 480 mm \end{cases} \Rightarrow A_s = ?$

$$\rho = \frac{f_c}{f_y}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2Mu}{0.85 \phi_c f_c b d^2}}\right]$$

$$\rho = 0.7 \frac{28}{350}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 508.4 \times 10^6}{0.85 \times 0.7 \times 28 \times 350 \times 480^2}}\right] = 0.029$$

$\rho = 0.029$

$\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y} = \frac{1.4}{350} = 0.004$

$\rho_{max} = \rho_b = 0.0257$

⟹ $\rho_{min} < \rho < \rho_{max}$ ✓



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$h_{min} = \frac{l}{16} = \frac{7 \times 1000}{16} = 437.5\ mm$$

$$h = 550\ mm > h_{min} = 437.5\ mm \quad \checkmark$$

~~×~~ ~~×~~

$$A_s = \rho b d = 0.029 \times 350 \times 490 = 3581\ mm^2$$

$$a_s = \frac{\pi \times 34^2}{4} = 908.1\ mm^2$$

$$n = \frac{A_s}{a_s} = \frac{3581}{908.1} = 3.95 \rightarrow Try: 4\ \phi 34$$

$$A_s = 4 \times \frac{\pi \times 34^2}{4} = 3630$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{3630}{350 \times 490} = 0.0212$$

$$\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y} = 0.004 < \rho = 0.0212 < \rho_{max} = \rho_b = 0.0257 \quad \checkmark$$

$$b_{min} = (n-1)b_1 + n\phi + 2(c_c + \phi')$$

$$b_1 = \max\{25\ mm, d_g = 25\ mm, \sim\} = 25\ mm$$

$$b_{min} = (4-1)25 + 4 \times 34 + 2(25 + 10) = 328\ mm < b = 350\ mm$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

## مقطع مستطیلی با فولاد کشش و فشاری ( فولاد مضاعف )

* در دال زیر مقاطع مستطیلی نیاز به استفاده از فولاد فشاری می باشد

۱- کمبود ظرفیت فشاری بتن

اگر لنگر خمشی به حدی باشد که فولاد لازم برای مقطع بیش از حد باشد برای اینکه فولادهای کششی جاری شوند یا باید ابعاد مقطع را بزرگتر کنیم یا اینکه در مقطع از فولاد فشاری استفاده کنیم .

۲- افزایش شکل پذیری مقطع

شکل پذیری بیشتر جاهایی بیشتر حامل بارهای لرزه ای یکی زیادی به کار می رود

۳- کاهش خیز درازمدت

در تیرهای بتن آرمه علاوه بر تغییر شکل های آنی مانند تیرهای دال خزش درازمدت تغییر شکل هایی بوجود می آید که آرماتور فشاری باعث کاهش این تغییر شکل های درازمدتی شود

۴- وقتی جهت بارگذاری شود فولادهای فشاری نقش فولاد کششی را ایفا می کند

۵- باعث می شوند خاموت ها از تمرکز تنش جلوگیری کرده



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

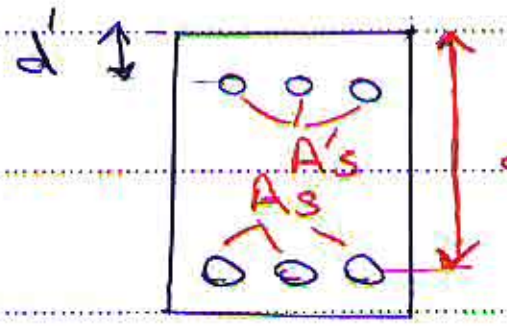
## ضوابط جاری شدن آرماتورهای کششی و فشاری در تیرهای بتن آرمه:

### الف ـ جاری شدن فولادهای کششی:

در مقاطع شامل هم فولاد کششی و هم فولاد فشاری $\rho_{max}$ از رابطه زیر بدست می آید.

$$\rho_{max} = \rho_b + \rho' \frac{F'_{sb}}{F_y}$$

$$\rho_b = \%\,\beta_1 \frac{F_c}{F_y} \frac{6000}{6000 + F_y}$$




$$\rho' = \frac{A'_s}{bd}$$

$$F'_{sb} = 6000 - \frac{d'}{d}(6000 + F_y) \leqslant F_y$$

* در صورتی که $\rho < \rho_{max}$ باشد فولادهای کششی جاری می شوند و در صورتی که $\rho > \rho_{max}$ باشد فولادهای کششی جاری نمی شوند.

### ب ـ جاری شدن فولادهای فشاری:

ثابت می شود اگر $\rho < \rho_{min}$ باشد، فولادهای فشاری جاری نمی شوند و در صورتی که $\rho > \rho_{min}$ باشد، فولادهای فشاری جاری خواهند شد. $\rho_{min}$ معیاری برای تعیین جاری شدن یا جاری نشدن آرماتورهای فشاری می باشد که از رابطه زیر بدست می آید.



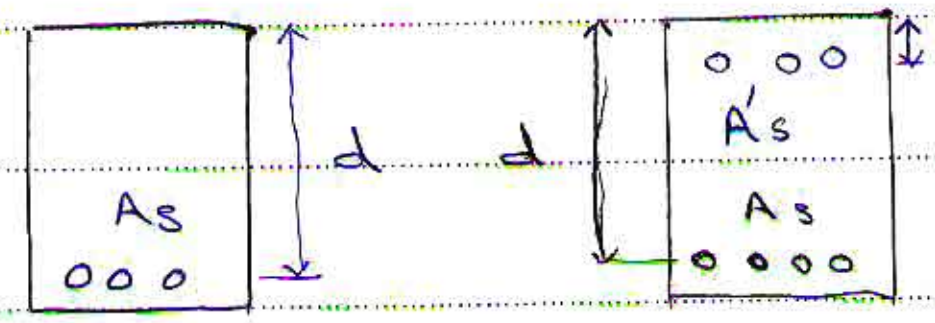
www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$\rho_{min} = 0/7 \beta_1 \frac{f_c}{f_s} \cdot \frac{600}{600 - f_y} \cdot \frac{d'}{d} + \rho' \frac{f_y}{f_s}$$

$$f_s = \frac{d}{d'}(600 - f_y) - 600 \leq f_y$$

حالت دوم تیر بلند




$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad , \quad \rho' = \frac{A'_s}{bd}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

$$\rho < \rho_{max} = \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\rho > \rho_{min} = \frac{1/4}{f_y}$$

$\rho > \bar{\rho}_{min}$ ⟶ آرماتورهای فشاری جاری می‌شوند

$\rho < \rho_{max} = \rho_b$

$\rho < \bar{\rho}_{min}$ ⟶ آرماتورهای فشاری جاری نمی‌شوند

نکته: درصورتی که آرماتورهای فشاری جاری شوند تنش آنها برابر $f_y$ می‌باشد و چنانچه آرماتورهای فشاری جاری نشوند تنش در آنها از رابطه زیر بدست می‌آید

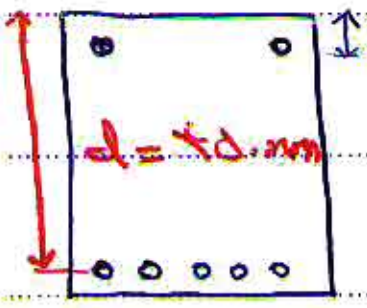
$$f'_s = 600 \frac{a - \beta_1 d'}{a}$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

مثال - یک تیر با مقطع مستطیلی دارای عرض ۳۰۰mm و ارتفاع مؤثر ۴۵۰mm می باشد. میلگردهای کششی از ۵ میلگرد نمره ۳۶ و میلگردهای فشاری از دو میلگرد نمره ۲۸ تشکیل یافته است، که فاصله مرکز آرماتورهای فشاری تا تار فوقانی ۶۵mm می باشد، کنترل مقاوم مقطع را تحقیق کنید در صورتی که $f_y = 350 mpa$ و $f_c = 35 mpa$ باشد.




$$A_s = 5 \times \frac{\pi \times 32^2}{4} = 5090\ mm^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{5090}{300 \times 450} = 0.0377$$

$$A'_s = 2 \times \frac{\pi \times 28^2}{4} = 1232\ mm^2$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{1232}{300 \times 450} = 0.0091$$

$M_r = ?$

$f_c = 35\ mpa \Rightarrow \beta_1 = 1.09 - 0.05 f_c = 0.81$

$$\rho_b = 0.7 \beta_1 \frac{f_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} = 0.7 \times 0.81 \frac{35}{350} \frac{600}{600 + 350} \Rightarrow \rho_b = 0.0307$$

$$f'_{sb} = 600 \frac{d'}{d} \left(\frac{600 + f_y}{600}\right) = 600 - \frac{65}{450}\left(\frac{600 + 350}{600}\right)$$

$f'_{sb} = 463 > f_y = 350 \Rightarrow f'_{sb} = 350$

$$\rho_{max} = \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y} = 0.0307 + (0.0091) \frac{350}{350} = 0.0398$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$f_s = \frac{d'}{d}(6000 - f_y) = \frac{450}{720}(6000 - 3600) - 6000 = -1131 > f_y = -3600$$

$$\Rightarrow f_s = -3600$$

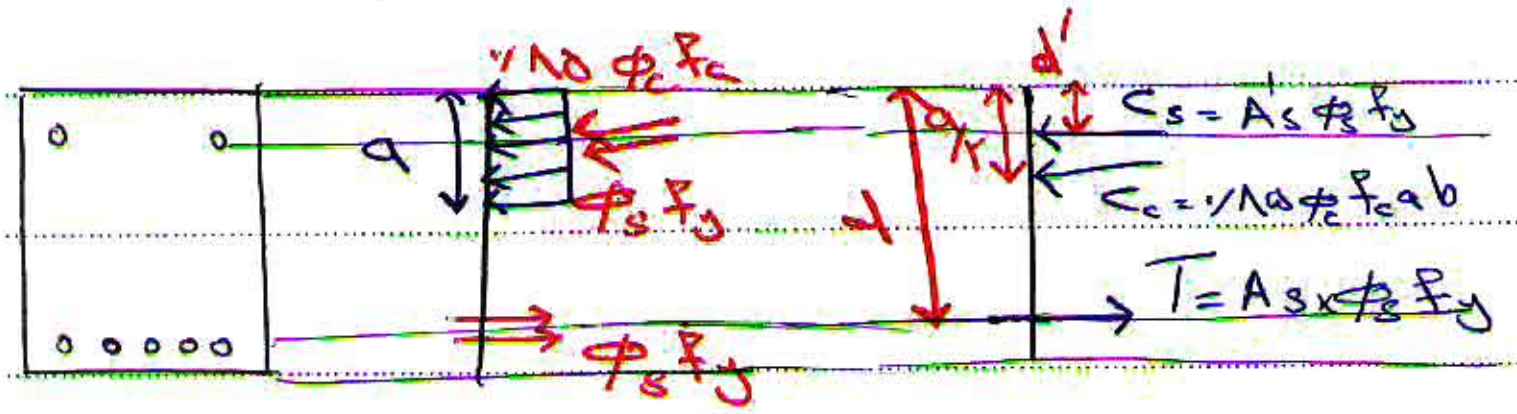
$$\rho_{min} = 0.85\beta_1 \frac{f_c}{f_s} \frac{6000}{6000 - f_y} \frac{d'}{d} + \rho' \frac{f_y}{f_s}$$

$$= 0.85 \times 0.85 \times \frac{300}{3600} \times \frac{6000}{6000 - 3600} \times \frac{72}{450} + \left(0.0091 \frac{3600}{3600}\right)$$

$$\rho_{min} = 0.0161$$

$\rho = 0.0277 < \rho_{max} = 0.0398 \Rightarrow$ آرماتورهای کششی جاری می‌شوند

$\rho = 0.0277 > \rho_{min} = 0.0161 \Rightarrow$ آرماتورهای فشاری جاری می‌شوند




$$\sum F = 0 \Rightarrow C_c + C_s = T \Rightarrow 0.85\,\phi_c f'_c a b + A'_s \phi_s f_y = A_s \phi_s f_y \Rightarrow a = \frac{A_s \phi_s f_y - A'_s \phi_s f_y}{0.85\,\phi_c f'_c b}$$

$$a = \frac{(A_s - A'_s)\phi_s f_y}{0.85\,\phi_c f'_c b}$$

این فرمول برای زمانی که هم آرماتورهای فشاری و هم کششی جاری شده باشند قابل استفاده است.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$a=\frac{(0.9\cdot-12.44)\times0.85\times420}{0.85\times0.7\times420\times400}=214.3\,mm$$

$$M_r=C_c\left(d-\frac{a}{2}\right)+C_s(d-d')=0.85\phi_c f_c a.b\left(d-\frac{a}{2}\right)$$

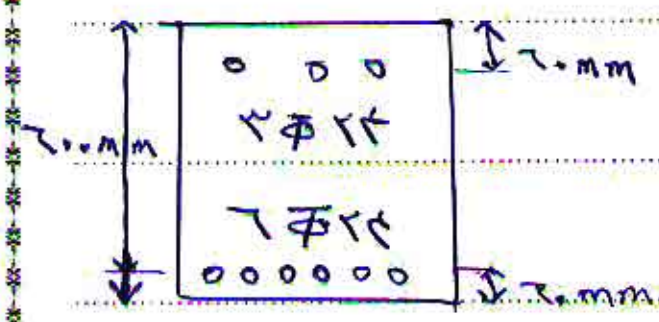
$$A'_s\phi_s f_y(d-d')=0.85\times0.7\times420\times214.3\times400\left(450-\frac{214.3}{2}\right)+$$

$$1244\times0.85\times420(450-70)$$

$$\Rightarrow M_r=654\ kN.m$$

---

- جلو




$f_c=25\ Mpa$

$f_y=400\ Mpa$

$M_r=?$

$$A_s=6\times\frac{\pi\times14^2}{4}=924.1\,mm^2$$

$$\rho=\frac{A_s}{bd}=\frac{924.1}{400(200-20)}=0.0128$$

$$A'_s=2\times\frac{\pi\times14^2}{4}=153.9\,mm^2$$

$$\rho'=\frac{A'_s}{bd}=\frac{153.9}{400(200-20)}=0.0021$$

$f_c=25\ Mpa\Rightarrow\beta_1=0.85$

$$\rho_b=0.7\beta_1\frac{f_c}{f_y}\frac{600}{600+f_y}=0.7\times0.85\times\frac{25}{400}\frac{600}{600+400}=0.0191$$

$$f'_{sb}=600-\frac{d'}{d}(600+f_y)=600-\frac{70}{450}(600+400)$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$f'_{sb} = 419 \rightarrow f_y = 400 \Rightarrow f'_{sb} = f_y = 400$

$\rho_{max} = \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y} = 0.0191 + 0.0063 \frac{400}{400} = 0.0254$

$\rho_{max} = 0.0254$

$f_s = \frac{d}{d'}(600 - f_y) - 600 = \frac{540}{60}(600 - 400) = 1200 \rightarrow f_y = 400$

$f_s = f_y = 400$

$\bar{\rho}_{min} = 0.75 \beta_1 \frac{f'_c}{f_s} \frac{600}{600 - f_y} \cdot \frac{d'}{d} + \rho' \frac{f_y}{f_s}$

$= 0.75 \times 0.85 \frac{25}{400} \frac{600}{600-400} \frac{60}{540} + 0.0063 \left(\frac{400}{400}\right)$

$\bar{\rho}_{min} = 0.0179$

$\rho = 0.0126 < \rho_{max} = 0.0254 \Rightarrow$ آرماتورهای کششی جاری می شوند

$\rho = 0.0126 < \bar{\rho}_{min} = 0.0179 \Rightarrow$ آرماتورهای فشاری جاری نمی شوند

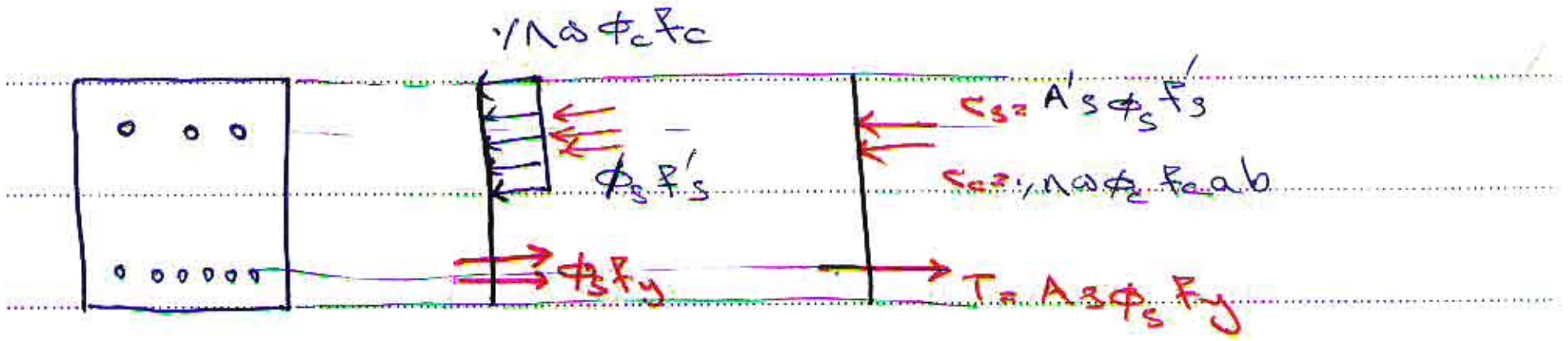
$f'_s = 600 \frac{a - \beta_1 d'}{a} = 600 \frac{a - 0.85 \times 60}{a} = 600 \frac{a - 51}{a}$

$f'_s = 600 \frac{a - 51}{a}$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM




$$\sum F = 0 \rightarrow C_c + C_s = T$$

$$0.85 f'_c a b + A'_s f'_s = A_s f_y$$

$$\Rightarrow 0.85 f'_c a b + A'_s f'_s \left(1 - \frac{a - d'}{a}\right) = A_s f_y$$

$$0.85 \times 0.7 \times 25 \times a \times 400 + 12 \times 0.85 \times 300 \times \frac{a - 7}{a} = 2 \times 0.85 \times 400$$

$a \simeq 1.9\,mm$

$$\Rightarrow f'_s = 600 \frac{a - d'}{a} = 600 \frac{1.9 - 7}{1.9} \simeq 319\,Mpa$$

$$M_r = C_c \left(d - \frac{a}{2}\right) + C_s (d - d') =$$

$$= 0.85 f'_c a b \left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s f'_s (d - d')$$

$$= 0.85 \times 0.7 \times 25 \times 1.9 \times 400 \left(42 - \frac{1.9}{2}\right) + 12 \times 0.85 \times 319 \times (42 - 7)$$

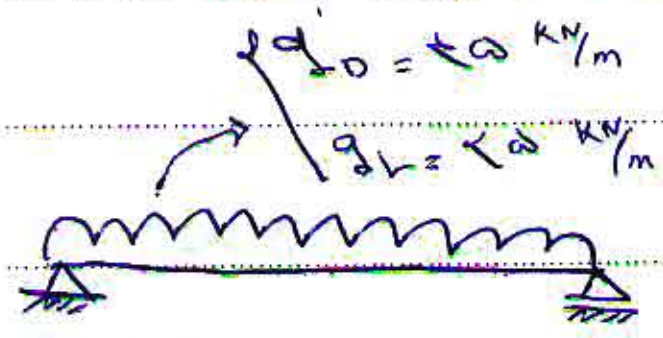
$$\Rightarrow M_r = 446.9\,kN.m$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

مثال: در یک تیر مستطیلی دوسر ساده با ابعاد $h=V_{00}mm$ ، $b=۴۰۰mm$ و با طول دهانه $10m$ بارهای مرده و زنده به صورت گسترده ی یکنواخت و با شدت $q_d=۴۵\frac{KN}{m}$ (با احتساب وزن تیر) و $q_L=۲۵\frac{KN}{m}$ وارد شده است. این تیر را در محل لنگر حداکثر فولادگذاری کنید اگر $f_c=۲۸Mpa$ ، $f_y=۴۰۰Mpa$ ، $d'=۶۰mm$ و $d=h-۹۰$ باشد.




$f_c=۲۸Mpa$ $f_y=۴۰۰Mpa$

$d'=۶۰mm$ $d=h-۹۰$

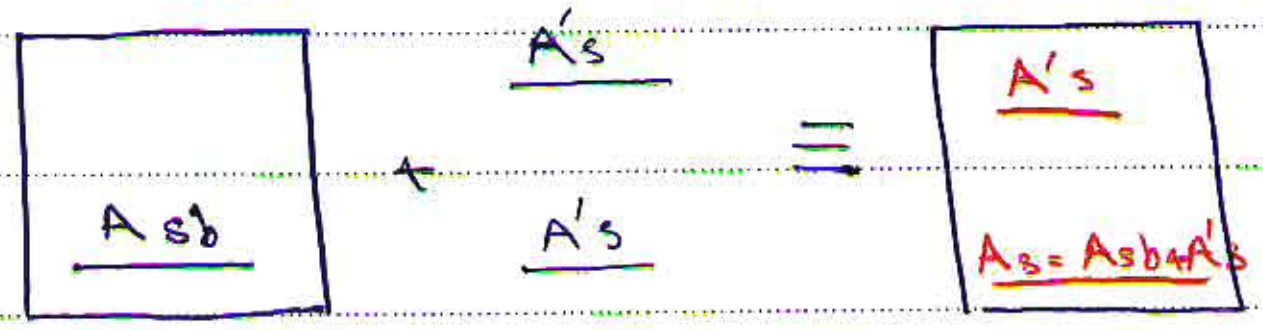
$$q_u=۱,۲q_D+۱,۶q_L=۱,۲\times۴۵+۱,۶\times۲۵=۹۴,V۵\ KN/m$$

$$M_u=\frac{q_uL^۲}{۸}=\frac{۹۴,V۵\times۱۰^۲}{۸}\simeq۱۱V۲\ KN.m$$

$b=۴۰۰$ $d'=۶۰mm$

$d=h-۹۰=V۰۰-۹۰=۶۱۰mm$

$f_c=۲۸Mpa\Rightarrow\beta_1=۰,۸۵$




$M_{rmax}=$ ؟ حداکثر لنگر قابل تحمل مقطع بدون نیاز به آرماتور فشاری.

$$A_s=A_{sb}\Rightarrow M_r=M_{rmax}$$

$$\sum F=۰\Rightarrow C=T\Rightarrow ۰,۸۵\phi_c f_c a_b b=A_{sb}\phi_s f_y$$

$$a_b=\frac{A_{sb}.\phi_s f_y}{۰,۸۵\phi_c f_c b}=\frac{\rho_b.bd\phi_s f_y}{۰,۸۵\phi_c f_c b}$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$a_b = \frac{F_y}{\phi_c f_c} \rho_b d$$

$$M_{r\,max} = T\left(d - \frac{a}{2}\right) = A_s b \phi_s F_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_{r\,max} = \rho_b \cdot bd \phi_s F_y \left(d - \frac{a_b}{2}\right)$$

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{F_c}{F_y} \frac{600}{600 + F_y} = 0.85 \times 0.85 \times \frac{28}{400} \times \frac{600}{600 + 400}$$

$$\rho_b = 0.0214$$

$$a_b = \frac{F_y}{\phi_c f_c} \rho_b d = \frac{400}{0.85 \times 28} \times 0.0214 \times 710 = 143\ mm$$

$$M_{r\,max} = \rho_b b d \phi_s F_y \left(d - \frac{a_b}{2}\right)$$

$$= 0.0214 \times 400 \times 710 \times 0.85 \times 400 \times \left(710 - \frac{143}{2}\right)$$

$$M_{r\,max} \simeq 1079\ KN.m$$

$M_u = 1117\ KN.m > M_{r\,max} = 1079\ KN.m$

پس مقطع به آرماتور فشاری نیاز دارد.

تذکر:

وقتی $A_{s2}$ برابر $A'_s$ است که فولاد های فشاری هم هاشور فولاد های کششی جاری شوند.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$M_{r1}=M_{rmax}$ $M_{r2}=M_u-M_{rmax}$ $M_u$

$M_{rmax}=۸۰۶,۹\ kN-m$

$M_u=۱۱۷۲\ kN-m$ $\Rightarrow M_{r2}=M_u-M_{rmax}=۱۱۷۲-۸۰۶,۹$

$M_{r2}=۳۶۵,۱\ kN-m$

$$F'_s=۶۰۰\frac{a_b-\beta d'}{a_b}=۶۰۰\frac{۳۱۱-\%۸۵\times۶۰}{۳۱۱}=۵۰۱,۶$$

$F'_s=۵۰۱,۶ > F_y=۴۰۰$

آرماتورهای فشاری جاری می شوند و فرض $A_{s2}=A'_s$ نیز صحیح است.

مقطع ۲ ⟵ : $M_{r2}=A'_s\phi_s F_y(d-d')$

$$\Rightarrow A'_s=\frac{M_{r2}}{\phi_s F_y(d-d')} \Rightarrow A'_s=\frac{M_u-M_{rmax}}{\phi_s F_y(d-d')}$$

$$A'_s=\frac{۳۶۵,۱\times۱۰^۶}{۰,۸۵\times۴۰۰\times(۶۱۰-۶۰)}=۱۹۵۲\ mm^2$$

$A_{sb}=\rho_b\, b\, d=\%۱۰۲۱۴\times۴۰۰\times۶۱۰=۵۲۲۲\ mm^2$

$A'_s=۱۹۵۲\ mm^2 \Rightarrow$ Try: $۲\phi۲۰ \Rightarrow A'_s=۶۲۸۰\ mm^2$

$A_s=A_{sb}+A'_s=۱۹۵۲+۵۲۲۲=۷۱۷۵\ mm^2 \Rightarrow$ Try: $۸\phi۳۶$

$\downarrow A_s=۷۲۶۰\ mm^2$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{۷۴۶۰}{۴۰۰\times۲۷۰} =$ $\rho' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{۴۱۲۰}{۴۰۰\times۲۷۰}$ $\rho_b = ۰/۰۲۱۴$

$F'_{sb} = ?$ $F_s = ?$

$\rho_{max} = ?$ $\rho_{min} = ?$

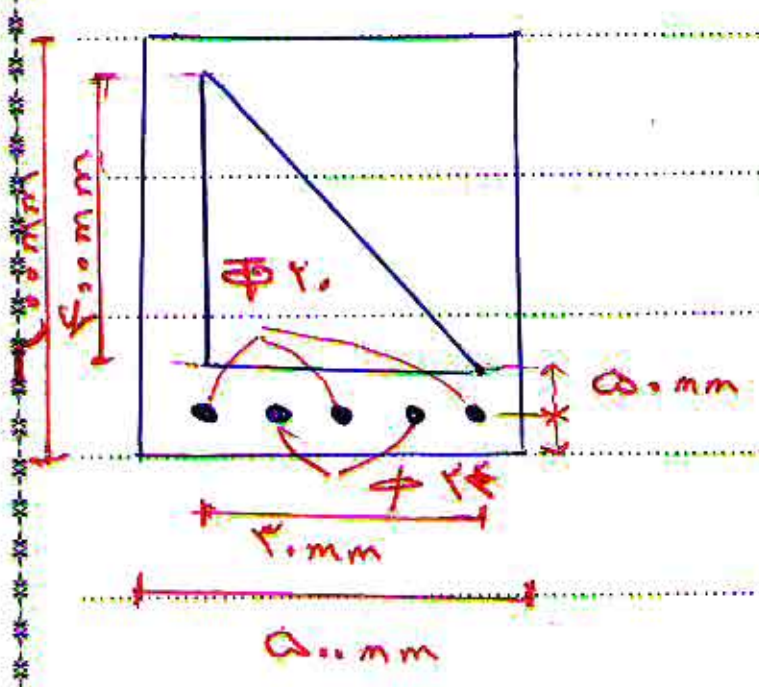
ادامه کار را خود دانش آموز انجام دهد.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

مثال - کرنش حرمولدهای کششی مقطع نشان داده شده کنترل کنید که $\varepsilon_t \geq \varepsilon_y$ است یا کمتر از آن؟




$f'_c = 30\ MPa$

$f_y = 400\ MPa$

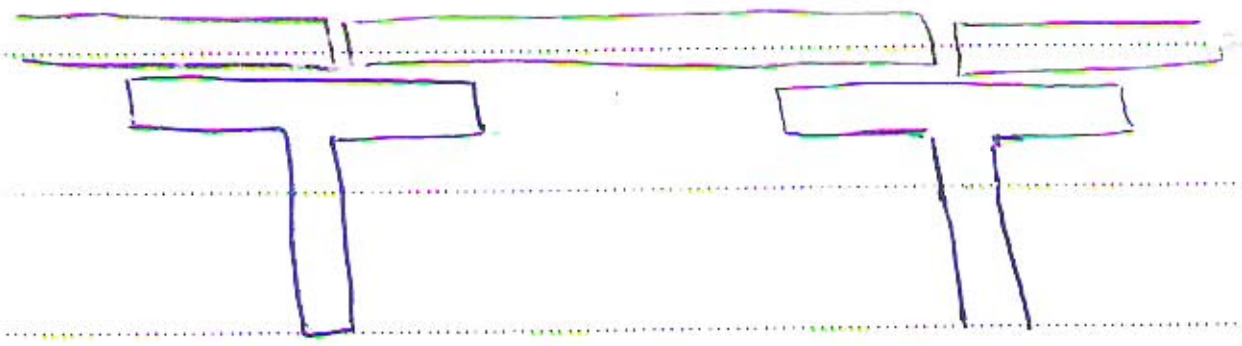
www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

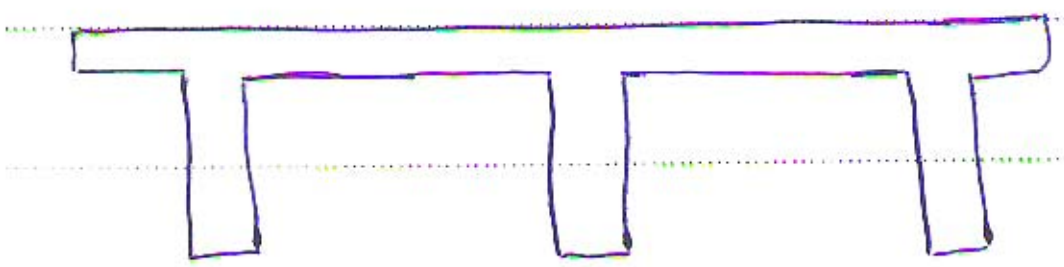
# فصل ششم: تیرهای تحت خمش برای مقاطع T شکل

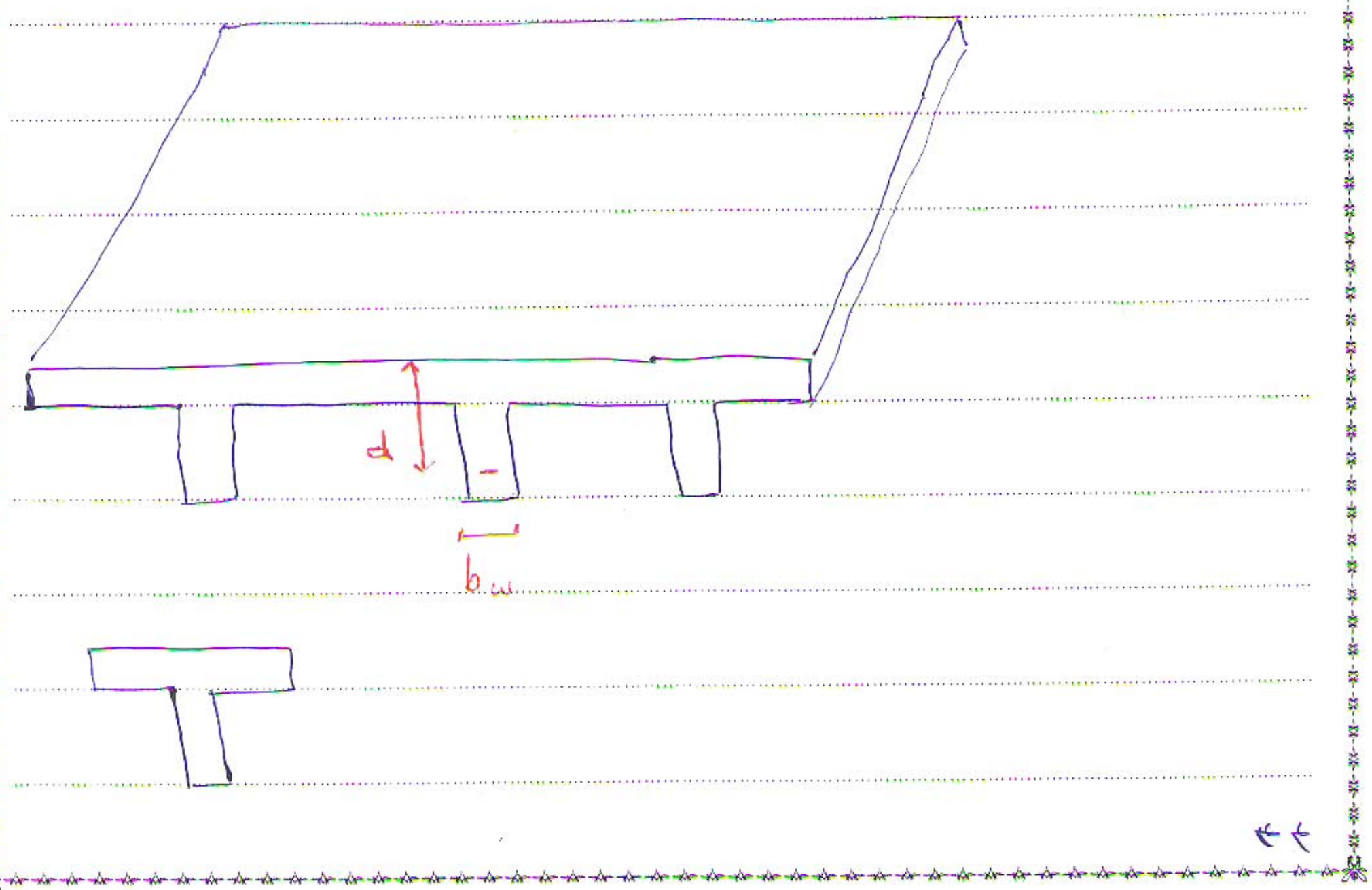
معمولاً تیرهای T شکل به دو صورت مورد استفاده قرار می‌گیرند

۱- تیرهای T شکل مجزا



۲- تیرهای T شکل یکپارچه








www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

تذکر ۱: طبق آیین نامه بتن ایران اگر تیر آ شکل به صورت مجزا باشد باید بتی

$b_e < 4 b_w$ ، $h_f \geq \frac{b_w}{2}$

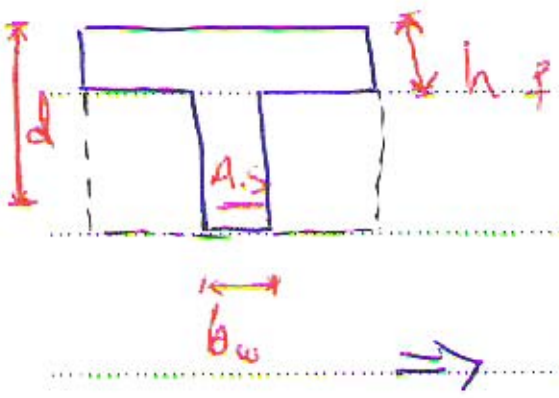
تذکر ۲: طبق آیین نامه بتن ایران اگر دال و تیر باهم ریخته شوند عرض مؤثر مقطع $b_e$ از رابطه زیر بدست می آید

$$b_e = \min \left\{ \frac{1}{4} l_n \, , \, \frac{h_1 + h_2}{2} \, , \, b_w + 16 h_f \right\}$$

## آنالیز تیرهای T شکل:

فرض را بر این بگیرم مقطع مستطیلی است ی کداریم عمل کرد

و روابط زیر را می نویسم:




$$\sum F = 0 \Rightarrow C = T \Rightarrow 0.85 \phi_c f'_c a b_e = A_s \phi_s f_y$$

$$\Rightarrow a = \frac{A_s \phi_s f_y}{0.85 \phi_c f'_c b_e}$$

عمل کرد مقطع مستطیلی است $\leftarrow a \leq h_f$

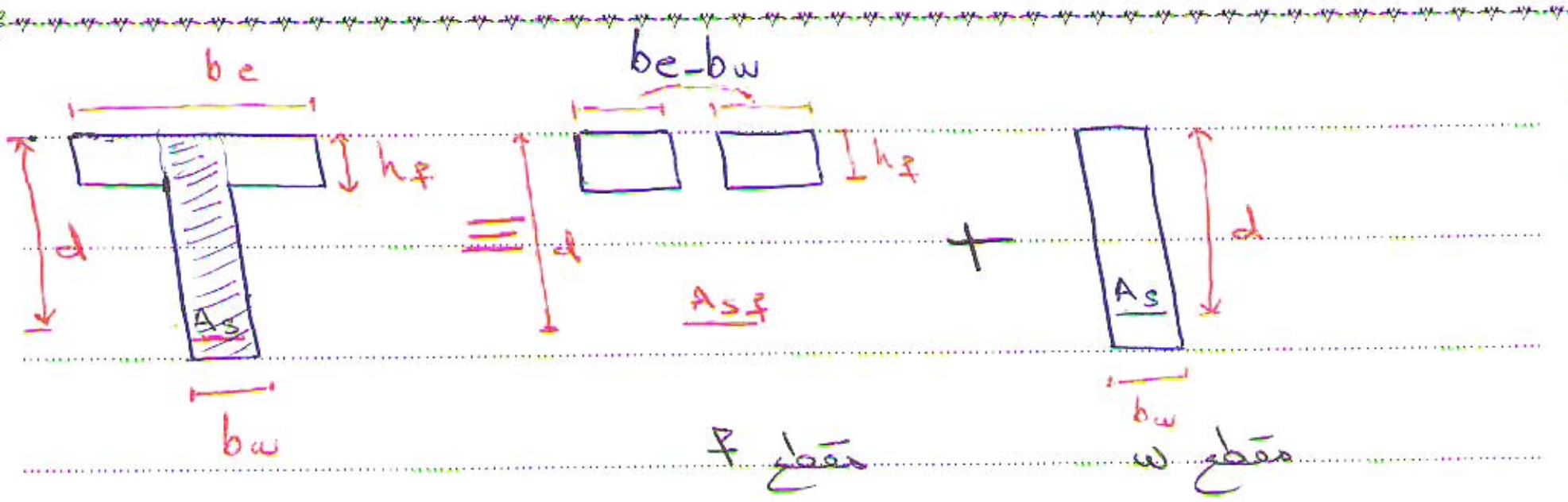
عمل کرد مقطع آ شکل است $\leftarrow a > h_f$

اگر عمل کرد مقطع مستطیلی بود مانند فصل قبل عمل ی کنیم و اگر عمل کرد مقطع آ شکل بود به روش زیر عمل ی کنیم.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM




مقطع f  مقطع w

$$A_s = A_{sf} + A_{sw}$$

در مقطع f:

$$\sum F=0 \Rightarrow C=T \Rightarrow 0.85\,\phi_c f_c (b_e - b_w)\cdot h_f = A_{sf}\cdot \phi_s f_y$$

$$\Rightarrow A_{sf} = \frac{0.85\,\phi_c f_c (b_e - b_w)\cdot h_f}{\phi_s \cdot f_y}$$

$$\Rightarrow A_{sw} = A_s - A_{sf}$$

$$M_{rf} = T\left(d - \frac{h_f}{2}\right) = A_{sf}\cdot \phi_s f_y \left(d - \frac{h_f}{2}\right)$$

در مقطع w:

$$\sum F=0 \Rightarrow C=T \Rightarrow 0.85\,\phi_c \cdot f_c \cdot a \cdot b_w = A_{sw}\cdot \phi_s \cdot f_y$$

$$\Rightarrow a = \frac{A_{sw}\cdot \phi_s \cdot f_y}{0.85\,\phi_c \cdot f_c \cdot b_w}$$

$$M_{rw} = T\left(d - \frac{a}{2}\right) = A_{sw}\cdot \phi_s \cdot f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_r = M_{rf} + M_{rw}$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

تذکر: طبق آیین نامه بتن ایران میزان آرماتور متوازن برای مقطع با عکس العمل آکسیل از رابطه زیر بدست می آید.

$$\rho_{max} = \rho_{bT} = \rho_b + \rho_f$$

$$\rho_b = \%63_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{600}{600+f_y}$$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w.d}$$

بنابراین می دانیم که:

آ) آرماتورهای کششی جاری می شوند $\Rightarrow$ $\rho = \frac{A_s}{b_w.d} \leq \rho_{max}$

ب) آرماتورهای کششی جاری نمی شوند $\Rightarrow$ $\rho > \rho_{max}$

تذکر: طبق آیین نامه بتن ایران حداقل آرماتور کششی در مقطع آکسیل باید استفاده شود از روابط زیر بدست می آید.

اگر عکس العمل مقطع مستطیلی باشد $\Rightarrow$ $\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y} \cdot \frac{b_w}{b_e}$

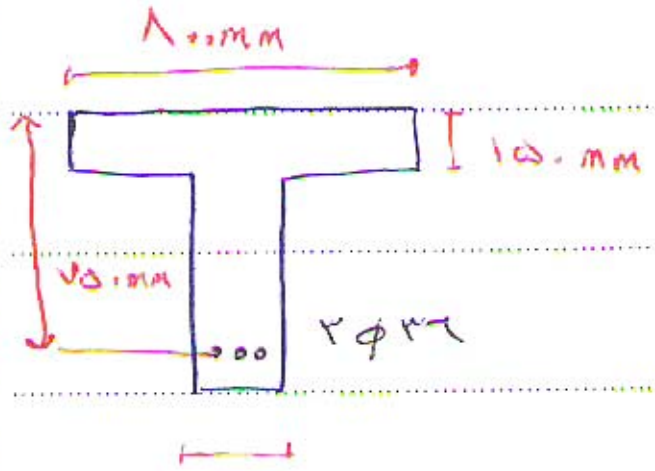
اگر عکس العمل مقطع آکسیل باشد $\Rightarrow$ $\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y}$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

مثال - لنگر مقاوم نهایی مقطع آهنی مجرای زیر را با فرض $f_y=400\,MPa$ و $f_c=21\,MPa$ بدست آورید.




با فرض عکس دستمایل بودن مقطع

$f_c=21MPa<30MPa \Rightarrow \beta_1=0.85$

$f_y=400\,MPa$

$b_w=300\,mm$

$b_e=800\,mm$

$h_f=150\,mm$

$A_s=2\times\frac{\pi\times36^2}{4}=2034\,mm^2$

$M_n=?$

$$a=\frac{A_s\cdot\phi_s\cdot f_y}{0.85\phi_c\cdot f_c\cdot b_e}$$

کنترل ابعاد مقطع:

$b_e=800\,mm \;\;\&\;\; 4b_w=4\times300=1200\,mm$ ✓

$h_f=150\,mm > \frac{b_w}{2}=\frac{300}{2}=150\,mm$ ✓

$$a=\frac{2034\times400}{0.85\times21\times800}=142\,mm$$

$a=142\,mm < h_f=150\,mm \Rightarrow$ عکس مقطع مستطیلی است

کنترل جاری شدن آرماتورها:

$$\rho=\frac{A_s}{b_e d}=\frac{2034}{800\times750}=0.0034$$

$$\rho_b=0.85\beta_1\frac{f_c}{f_y}\frac{600}{600+f_y}=0.85\times0.85\times\frac{21}{400}\times\frac{600}{600+400}=0.0161$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$\rho = \%0.0251 < \rho_b = \%0.1761 \Rightarrow$ آرماتورها جاری می‌شوند

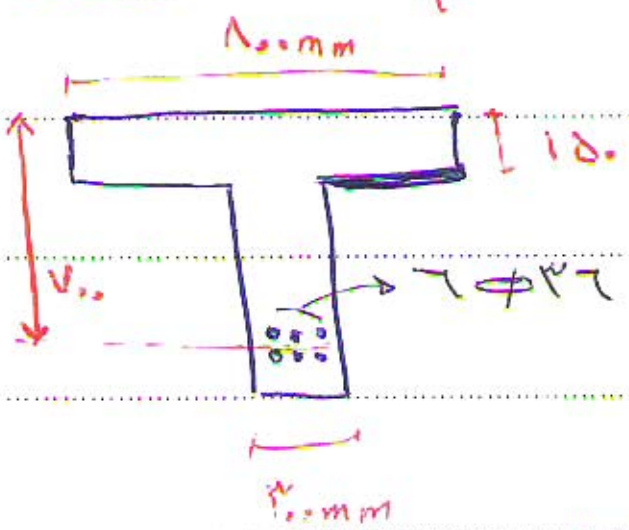
$\sum F = 0 \Rightarrow C = T \Rightarrow a = \frac{30.52 \times 0.85 \times 400}{0.85 \times 0.6 \times 21 \times 800} = 121 \, mm$

$M_r = T(d - \frac{a}{2}) = A_s \cdot \phi_s \cdot F_y (d - \frac{a}{2})$

$= 30.52 \times 0.85 \times 400 (750 - \frac{121}{2})$

$M_r = 7159.5 \, kN.m$

مثال - مقاومت مقطع تیر بتنی آرمه شکل زیر را محاسبه کنید.




$f_c = 21 \, MPa$ (30 MPa) $\beta_1 = 0.85$

$f_y = 400$ $b_w = 300 \, mm$ $b_e = 800 \, mm$

$d = 700 \, mm$ $h_f = 150 \, mm$

$A_s = 6 \times \frac{\pi \times 36^2}{4} = 6107.4 \, mm^2$

کنترل ابعاد مقطع:

$b_e = 800 \, mm \geq 4 b_w = 4 \times 300 = 1200 \, mm$ ✓

$h_f = 150 \, mm \geq \frac{b_w}{2} = \frac{300}{2} = 150 \, mm$ ✓

محور تار فشاری

$a = \frac{A_s \cdot \phi_s \cdot F_y}{0.85 \cdot \phi_c \cdot f_c \cdot b_e} = \frac{6107.4 \times 0.85 \times 400}{0.85 \times 0.6 \times 21 \times 800} = 242 \, mm > h_f = 150 \, mm$

40

www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

حالت ۴ :

$$A_{sf}=\frac{0.85\phi_c f_c(b_e-b_w).h_f}{\phi_s.f_y}=\frac{0.85\times0.6\times21(800-300)\times150}{0.85\times400}=2362.5\,mm^2$$

کنترل حالت شکل آرماتورها :

$$\rho=\frac{A_s}{b_w.d}=\frac{6104}{300\times700}=0.0291$$

$$\rho_b=0.85\beta_1\frac{f_c}{f_y}\frac{600}{600+f_y}=0.0121$$

$$\rho_{max}=\rho_b+\rho_f=$$

$$\rho_f=\frac{A_{sf}}{b_w.d}=\frac{2362.5}{300\times700}=0.0113$$

$$\rho_{max}=0.0121+0.0113=0.0234$$

$$\rho=0.0291>\rho_{max}=0.0234$$

آرماتورها جاری نمی شوند

$$\rho=\rho_{max}=0.0234\Rightarrow\frac{A_s}{b_w.d}=0.0234$$

$$\Rightarrow A_s=0.0234.b_w.d=0.0234\times300\times700=4914\,mm^2$$

$$A_{sf}=2362.5\rightarrow A_{sw}=A_s-A_{sf}=4914-2362.5=2551.5\,mm^2$$

$$M_{rf}=A_{sf}.\phi_s.f_y\left(d-\frac{h_f}{2}\right)$$

$$M_{rf}=2362.5\times0.85\times400\times\left(700-\frac{150}{2}\right)=474.2\,kN.m$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

مقطع ۳:

$$a = \frac{A_{sw}.\phi_s.f_y}{0.85\phi_c.f_c.b_w} = \frac{3291.5 \times 0.85 \times 400}{0.85 \times 0.75 \times 21 \times 300} = 39\ mm$$

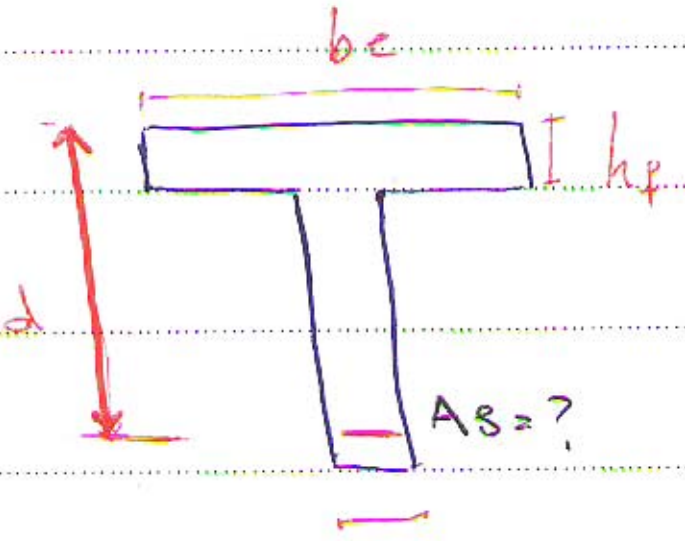
$$M_{rw} = A_{sw}.\phi_s.f_y\left(d - \frac{a}{2}\right) = 3291.5 \times 0.85 \times 400 \left(700 - \frac{39}{2}\right)$$

$$M_{rw} = 600\ kN-m$$

$$M_{r3} = M_{rf} + M_{rw} = 502 + 600 = 1102\ kN-m$$

## طراحی تیرهای T شکل در برابر خمش:

در طراحی تیرهای T شکل فرض می کنیم ابعاد تیر مشخص است و طراحی برای محاسبه میزان فولاد انجام می گیرد. بنابراین فولاد محاسبه شده مناسب نباشد، ابعاد در تغییری دهیم و محاسبه فولاد دوباره انجام می گیرد.




$$M_r = 0.85\phi_c.f_c.b_e.h_f\left(d - \frac{h_f}{2}\right)$$

$M_u$

$M_r$ : حداکثر لنگری که اگر به مقطع وارد شود عکس مقطع مستطیلی است.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

نتیجه:

اگر $M_u \leq M_{r_f}$ ← عکرد مستطیلی

اگر $M_u > M_{r_f}$ ← عکرد T شکل

نکته:

اگر مقطع مستطیلی شد از روابط فصل قبل برای طراحی استفاده می کنیم اما اگر مقطع T شکل شد از روابط زیر مسئله را حل می کنیم:

$$A_{sf} = \frac{0.85 \cdot \phi_c \cdot f'_c \cdot (b_e - b_w) h_f}{\phi_s \cdot f_y}$$

$$M_{r_f} = A_{sf} \cdot \phi_s \cdot f_y \left(d - \frac{h_f}{2}\right)$$

$$M_{r_w} = M_u - M_{r_f} \qquad A_s = A_{sf} + A_{sw}$$

$$\frac{A_{sw}}{b_w d} = \rho_w = 0.7 \frac{f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 M_{rw}}{0.85 \phi_c \cdot f'_c \cdot b_w \cdot d^2}}\right)$$

$\rho_f + \rho_w \leq \rho_{max} = 0.75 \rho_b + \rho_f$ (این رابطه باید برقرار باشد)

اگر به این رابطه رسیدیم حل مسئله تمام است.

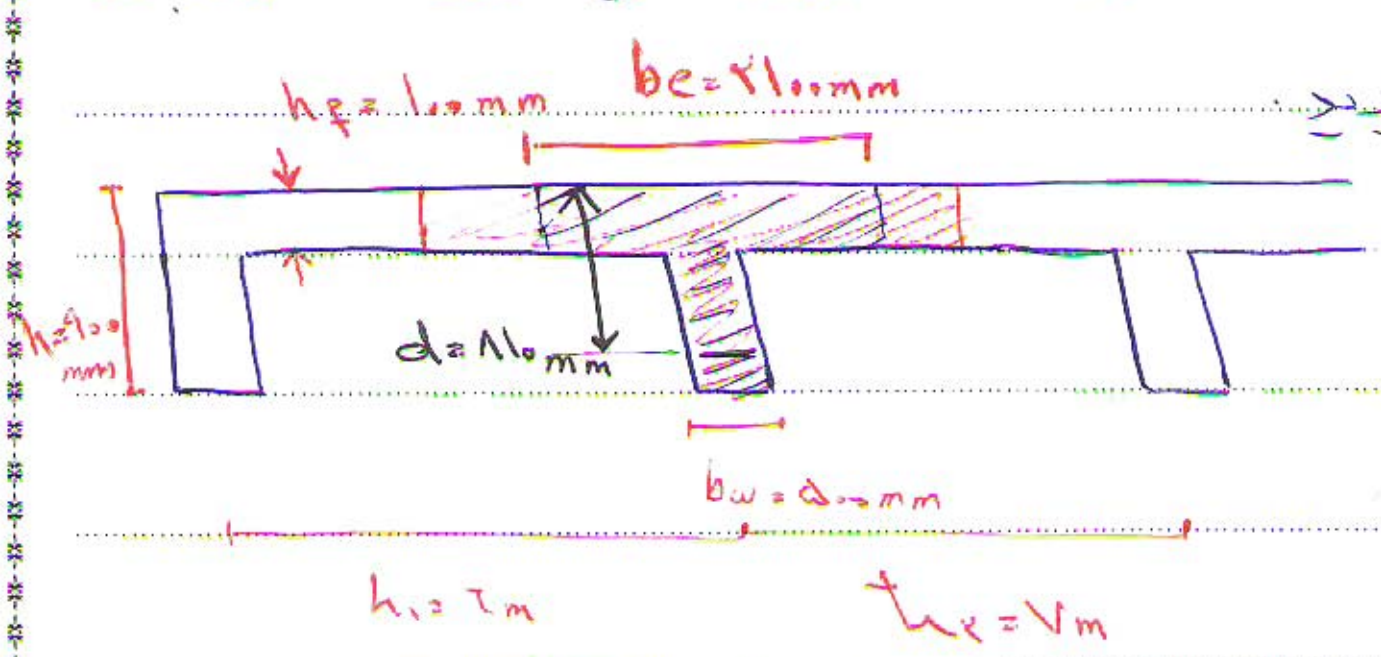


www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

* اگر $\frac{h_f}{b} \geq \frac{1}{3}$ شد یا ابعاد را بزرگتر می کنیم یا از ارماتور فشاری استفاده می کنیم.

مثال - دال هوا با تیرهای داده شده برای تحمل بارهای گسترده زیر افتاده زنده ۳ kN/m² بدون احساب وزن دال و تیر به ترتیب برابر ۲ kN/m² و ۱.۵ kN/m² در نظر گرفته شده است به شرط آنکه تیر به صورت ساده ساخته شود و با فرض $f_c = 21\,MPa$ ، $f_y = 400\,MPa$ برای دهانه ازای میانی $d = h - 90$ ۱۶.۵ m تیر را در محل تکیه گاه آرماتورگذاری کنید، وزن مخصوص بتن را برابر ۲۴ kN/m³ در نظر بگیرید.




$f_c = 21\,MPa \Rightarrow \beta_1 = 0.85$

$f_y = 400\,MPa$

$W_L = 3\,kN/m^2$

$W_D = 2.1\,kN/m^2$

$h_n = 16.5\,m$

$d = h - 90 = 900 - 90 = 810\,mm$

$\gamma_c = 24\,kN/m^3$

$b_e = \min \begin{cases} \frac{2h_n}{12} = \frac{2 \times 16.5}{12} = 2.75\,m \\ \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{2 + 7}{2} = 4.5\,m \end{cases}$

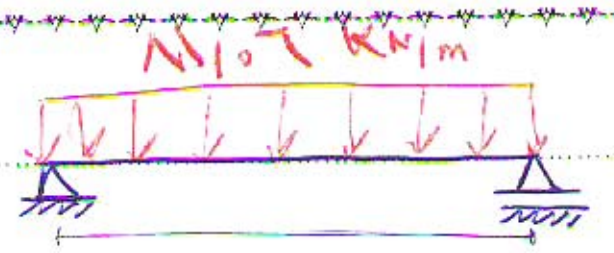
$\frac{7000 + 7000}{2} = 7000 \Rightarrow b_w + 12h_f = 500 + 12(100) = 1700$

$b_e = 2100\,mm$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM



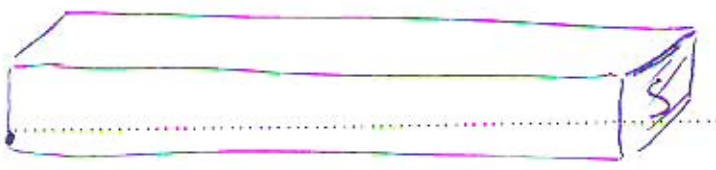

$h_n = 17,5$

$$q_{L_2} = W_L \times \frac{h_1 + h_2}{2} = 3 \times \frac{6+7}{2} = 19,5\ KN/m$$

وزن مخصوص

$$q_D = W_D \times \frac{h_1 + h_2}{2} + \gamma_c \times S$$

S: سطح مقطع سدمم تیر آ شکل



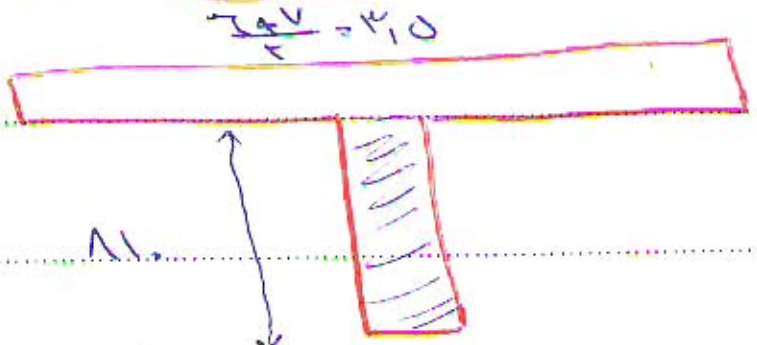

$W = S \times h$

$\gamma = \frac{W}{V} \Rightarrow W = \gamma \times V$

$\Rightarrow W = \gamma \times S \times h$

$$q_w = \frac{W}{h} = \frac{\gamma \times S \times h}{h} = \gamma \times S$$

$$q_D = W_D \times \frac{h_1 + h_2}{2} + \gamma_c \times S = h = 1,0$$




$$q_D = 2,5 \times \frac{6+7}{2} + 24 \left[ 0,2 \times 1,1 + \frac{6+7}{2} \times 1,1 \right] = \frac{\quad}{500}$$

$$q_D = 41,45\ KN/m$$

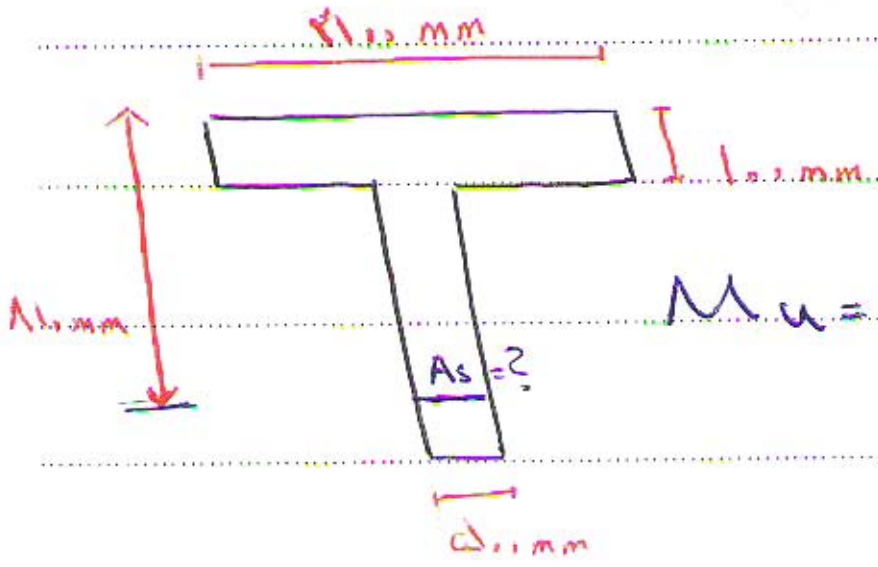
$$q_u = 1,25 q_D + 1,5 q_L = 88,07\ KN/m$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

$$M_u = \frac{9 \alpha h^2}{8} = \frac{11,167 \times 17,4^2}{8} = 27\,99\ kN.m$$




$M_u = 27\,99\ kN.m$

$$m_r = 0.85 \cdot \phi_c \cdot f_c \cdot b_e \cdot h_f \left(d - \frac{h_f}{2}\right)$$

$$m_r = 0.85 \times 0.7 \times 21 \times 500 \times 100 \left(810 - \frac{100}{2}\right) = 17776.8\ kN.m$$

$M_u = 2799 > m_r = 17776.8$

در نتیجه مقطع T شکل است.

مقطع f:

$$A_{sf} = \frac{0.85 \cdot \phi_c \cdot f_c \cdot (b_e - b_w) h_f}{\phi_s \cdot f_y}$$

$$= \frac{0.85 \times 0.7 \times 21 (2100 - 500) 100}{0.85 \times 400} = 5040\ mm^2$$

$$M_{rf} = A_{sf} \cdot \phi_s \cdot f_y \left(d - \frac{h_f}{2}\right)$$

$$= 5040 \times 0.85 \times 400 \left(810 - \frac{100}{2}\right) = 1302134\ kN.m$$

$$M_{rw} = M_u - M_{rf} = 2799 - 1302134 = 1496617\ kN.m$$

$$\rho_w = 0.7 \frac{f_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 M_{rw}}{0.85 \phi_c F_c b_w d^2}}\right) =$$



www.abadanomran.com

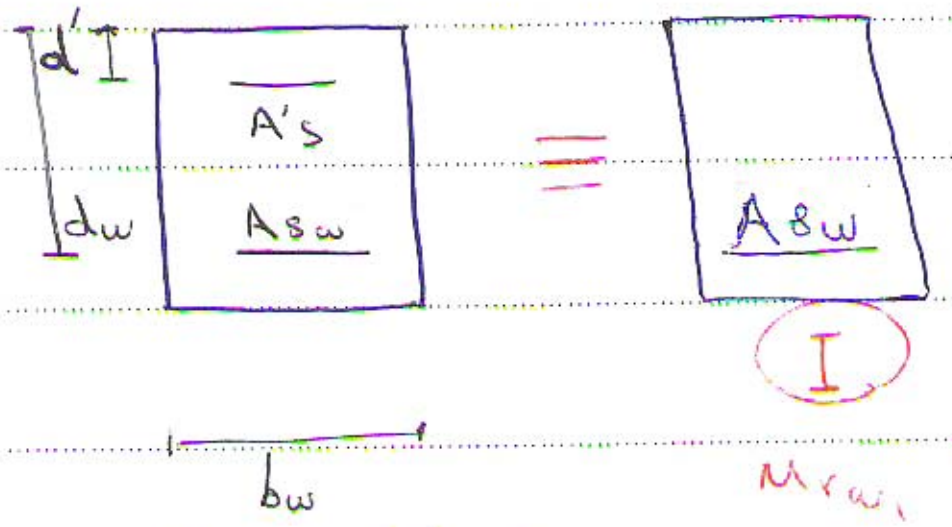
WWW.ABADANOMRAN.COM

$$\rho_w = \%\,6\,\frac{21}{400}\left(1-\sqrt{1-\frac{2(1457{,}7\times10^6)}{0{,}85\times0{,}6\times21\times300\times810^2}}\right) = \%\,0{,}185$$

$$\rho_b = \%\,6\,\beta_1\,\frac{f_c}{f_y}\,\frac{600}{600+f_y}$$

$$\rho_b = \%\,6\times0{,}85\times\frac{21}{400}\,\frac{600}{600+400} = \%\,0{,}16$$

$\rho_w = \%\,0{,}185 > \rho_b = \%\,0{,}161 \Rightarrow$ از آرماتور فشاری استفاده می‌شود




$M_{rw} = 1457{,}7$

حدس ⟵ I $\Rightarrow A_{sw} = \rho_b\, b_w\, d = \%\,0{,}161\times300\times810 = 6520{,}5\ mm^2$

$$a = \frac{A_{sw_1}\cdot\phi_s\cdot f_y}{0{,}85\,\phi_c\cdot f_c\cdot b_w} = \frac{6520{,}5\times0{,}85\times400}{0{,}85\times0{,}6\times21\times300} = 414\ mm$$

$$M_{rw_1} = A_{sw_1}\cdot\phi_s\cdot f_y\left(d-\frac{a}{2}\right) = 6520{,}5\times0{,}85\times400\left(810-\frac{414}{2}\right)$$

$M_{rw_1} = 1336{,}8\ kN\text{-}m$

حدس ⟵ II

$M_{rw_2} = M_{rw} - M_{rw_1} = 1457{,}7 - 1336{,}8 =$

$M_{rw_2} = 119{,}9 \simeq 120\ kN\text{-}m$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

اگر آرماتور فشاری جاری شود، آنگاه:

$$A'_s = A_{sw_2} = \frac{M_{r_2}}{\phi_s f_y (d-d')}$$

$$d' = c_0 + \phi' + \frac{\phi}{2} = 35 + 10 + \frac{30}{2} = 60\,mm$$

$$A'_s = \frac{12.41.10^6}{0.85 \times 400 \times (410-60)} = 471\,mm^2$$

$$\boxed{\frac{A'_s}{A_{sw}}} \quad A_{sw} = A_{sw_1} + A_{sw_2} = 7027.5 + 471 =$$

$$A_{sw} = 7991.5\,mm^2 \simeq 7992\,mm^2$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w . d} = \frac{7992}{500 \times 410} = 0.0173$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b_w d} = \frac{471}{500 \times 410} = 0.0012$$

$$\rho_b = 0.0161$$

نسبت جاری شدن آرماتور فشاری:

$$f'_{sb} = 600 - \frac{d'}{d}(600 + f_y) = 526 > f_y \Rightarrow f'_{sb} = f_y = 400$$

$$\rho_{max} = \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y} = 0.0161 + 0.0012 \frac{400}{400} = 0.0173$$

$$\rho_w = 0.0173 \leq \rho_{max} = 0.0173$$ آرماتورهای فشاری جاری می‌شوند



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

لنترل جاری شدن آرماتور فشاری :

$$f_s = \frac{d'}{d'} \left(600 - f_y\right) - 600 = 2100 > f_y \Rightarrow f_s = f_y = 400\,MPa$$

$$\rho_{min} = \gamma_7 \beta_1 \frac{f_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} \frac{d'}{d} + \rho' \frac{f_y}{f_s}$$

$$\rho_{min} = \gamma_7 \times 0.85 \times \frac{21}{400} \times \frac{600}{600+400} \times \frac{60}{810} + 0.012 \frac{400}{400} = 0.0073$$

$$\rho_w = 0.0173 > \rho_{min} = 0.0073$$

آرماتورهای فشاری جاری می شوند

$$A'_s = 471\,mm^2 \Rightarrow Try: 2\phi 18$$

$$A_s = A_{sf} + A_{sw} = 3.60 + 6992 = 12032\,mm^2$$

$$A_s = 12032\,mm^2 \Rightarrow Try: 12\phi 26$$

$$A_s = 12291.5$$

$$A_{sf} = 3.60$$

$$A_{sw} = A_s - A_{sf} = 7115.5$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w d} = \frac{7115.5}{500 \times 810} = 0.0177 > \rho_{max} = 0.0173$$

مقطع مناسب نسبت به دوباره کار و اتلافی ندارد.



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

# فصل هفتم: تیرهای بتن آرمه تحت بار برش

بار گسترده

تیر بتنی

N.A

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

ترک

۴۵°

۱

۲

۳

۴

۵

۶

۷

۸

جوده روی مارهای است

هیچ تنشی نداریم

تنش برشی داریم

تنش فشاری داریم

تنش فشاری داریم

زاویه با افق ۴۵°

در همه عودیر ترکها آرماتور کاری گذاریم

۲.۵

الف

ب

ج

د

www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

توضیح:

* درکلیه ترکیبات آرم سم نوع ترکها حراره عل هوام برش وغش، امکان رخ دادن دارد.

الف- ترک های برشی جان:

این ترکها در ناحیه ای از تیر رخ می دهند که تنش برشی تقریباً خالص باشند، مثل نواحی نزدیک تکیه گاه ها در تیر ساده، این ترکها با زاویه ۴۵ درجه و در وسط جان مقطع تشکیل شده و از بین یا بالای مقطع قابل مشاهده نیستند.

ب- ترکهای خمشی-برشی:

این ترکها در ناحیه ای از تیر رخ می دهند که هم تنش های برشی و هم تنش های خمشی قابل توجه باشند، این ترکها ابتدا از زیر تیر به صورت قائم و تحت تأثیر تنش خمشی ایجاد شده و با رسیدن به مولفه های خمشی به تدریج تحت تأثیر تنوام برشی و خمشی مورب شده تا آنجا که محدوده تار خنثی تحت تأثیر تنش برشی خالص زاویه ۴۵ درجه تشکیل می دهند.

ج- ترکهای خمشی:

این ترکها در ناحیه ای از تیر رخ می دهند که برش ناچیز بوده و فقط تنش خمشی وجود داشته باشد، مثل وسط تیر دوسر ساده، این ترکها به صورت تقریباً قائم بالارفته و تا محور خنثی امتداد می یابند.

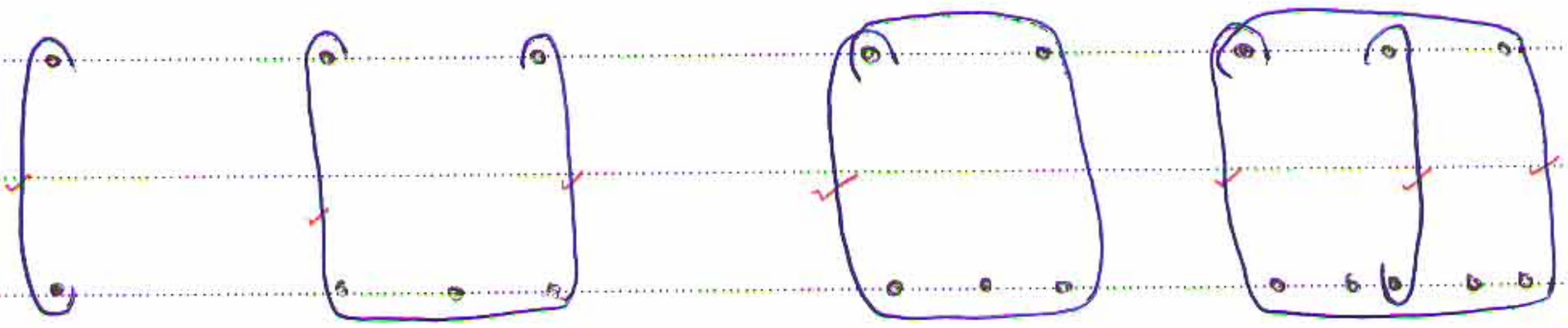


www.abadanomran.com

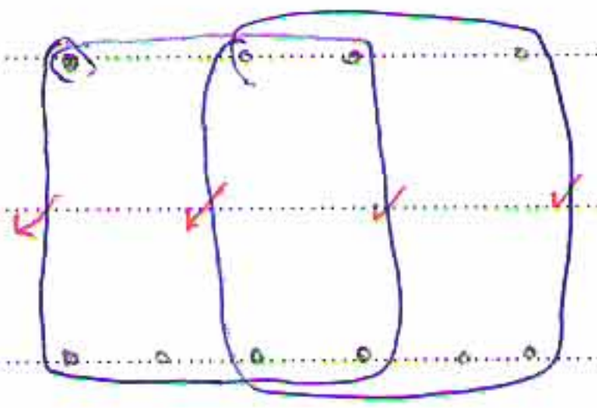
WWW.ABADANOMRAN.COM

**حذف ۵** برای مقابله با جا نشستن ترکها در بتن، عمدا بر ترک از آرماتور استفاده می‌کنند، بنابراین برای کنترل ترکهای ناشی از نیروی برشی که به صورت ۴۵ درجه می‌باشند از آرماتورهای مورب استفاده می‌شود که به آنها مولد برشی مایل گفته می‌شود. این نوع آرماتورها اجازه استفاده از این نوع مولد برشی را می‌دهد، ولی به همه سهولت اجرا از مولدهای قائم برشی معمولا استفاده می‌شود، که به آنها خاموت یا قائم گفته می‌شود.

**نکته ۱** انواع آرماتورهای برشی: تنگ بسته ... با شکل ... سنجاقی



تنگ بسته و سنجاقی



۲ تا تنگ بسته

شاخه‌های عودی برای مقابله با برش جریان می‌یابد

**نکته ۵**

**۷ =** هر فاصله نشان دهنده نیروی برشی

**۷ =** هر کوچک نشان دهنده نیروی برشی



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

## محاسبات برشی تیرهای آرمه بر اساس آیین نامه بتن ایران (آبا)

مقاومت برشی یک مقطع بتن آرمه برابر مجموع نیروی برشی تأمین شده توسط بتن ($V_c$) و نیروی برشی تأمین شده توسط آرماتورها ($V_s$) می باشد به عبارت دیگر رابطه زیر برقرار است.

$$V_r = V_c + V_s$$

### A: مقاومت برشی تأمین شده توسط بتن ($V_c$):

طبق آیین نامه بتن ایران تنش مقاوم برشی بتن از رابطه زیر بر حسب Mpa محاسبه می شود

$$V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f'_c}$$

براساس این تنش نیروی برشی مقاوم نهایی بتن $V_c$ را می توان در هریک از حالتهای زیر تحمیل کرد.

۱- برای اعضایی که تحت اثر برش و خمش محوری قرار دارند.

$$V_c = v_c \cdot b_w \cdot d = 0.2 \phi_c \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

تنش $v_c$

۲- برای اعضایی که تحت اثر برش، خمش و فشار محوری قرار دارند. (مثل ستون ها)

$$V_c = 1.4 \cdot \left(1 + \frac{N_u}{A_g}\right) \cdot b_w \cdot d$$

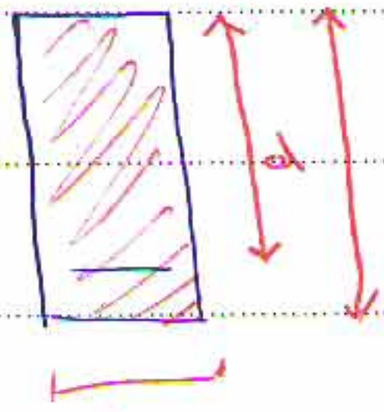
در این رابطه $N_u$ نیروی محوری نهایی فشاری می باشد که با علامت



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

مشتاد در رابطه مقاومت سوم $A_g$ سطح کل مقطع می باشد.




$A_g = b_w . h$

۳- برای اعضایی که تحت اثر برش، خمش و کشش محوری قابل ملاحظه قرار دارند $V_c$ برابر صفر فرض می شود.

B: مقاومت برشی تامین شده توسط فولادهای برشی

الف-

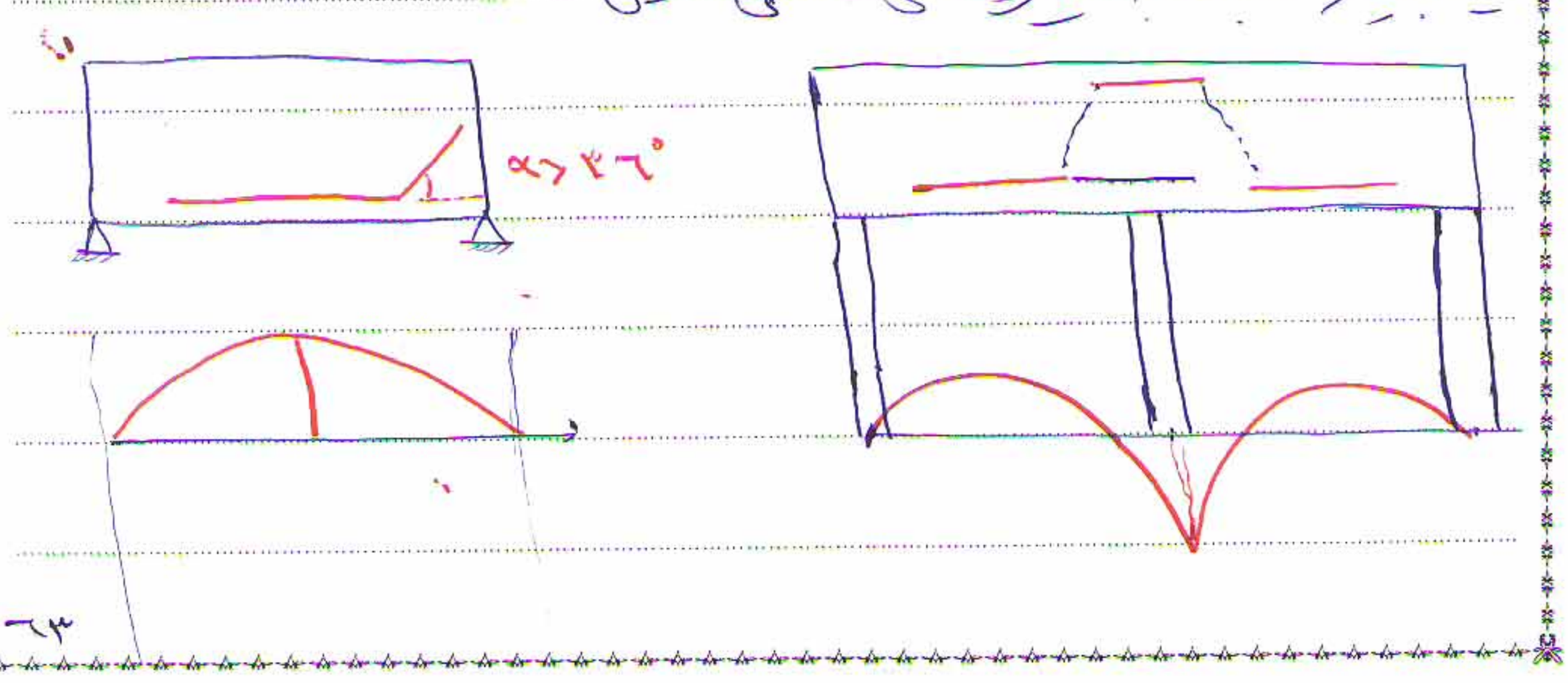
براساس این آیین نامه برای آرماتورهای برشی می توانند شامل انواع زیر باشند:

۱- خاموت های عمود بر محور عضو

۲- شبکه جوش شده از سیمهایی که عمود بر محور عضو قرار می گیرند

۳- خاموت های با زاویه ۴۵ درجه یا بیشتر نسبت به میلگردهای کششی طولی

۴- میلگردهای طولی خم شده به تعداد حداکثر ۳۶ میلی متر تحت زاویه ۳۰ درجه یا بیشتر نسبت به میلگردهای کششی طولی






www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

ه- تریبی از خاموت‌های قائم یا مایل با میلگردهای طولی خم شده

و- مارپیچ‌ها

ب) نیروی برشی تأمین شده توسط مولفه‌های برشی در خاموت‌های قائم از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$V_s = \phi_s \cdot f_y \cdot A_{v\phi} \cdot \frac{d}{s}$$

معمولاً در آرماتورهای عرضی رود

$A_{v\phi}$: سطح مقطع آرماتورهای عرضی

$s$: فاصله خاموت‌ها

$\phi 8$ $\frac{\pi \times 8^2}{4}$ $\phi 10$ $2 \frac{\pi \times 10^2}{4}$

$$\frac{A_{v\phi}}{s} = \frac{V_s}{\phi_s \cdot f_y \cdot d}$$

در طراحی به شکل روبرو رو است

ج) نکات و محدودیت‌های آیین نامه‌ای

۱- تمامی مقاطعی که در فاصله‌ای کمتر از $d$ از بر داخلی تکیه گاه قرار دارند را می‌توان به ازای برش به فاصله $d$ از بر تکیه گاه طراحی کرد به شرط آنکه:

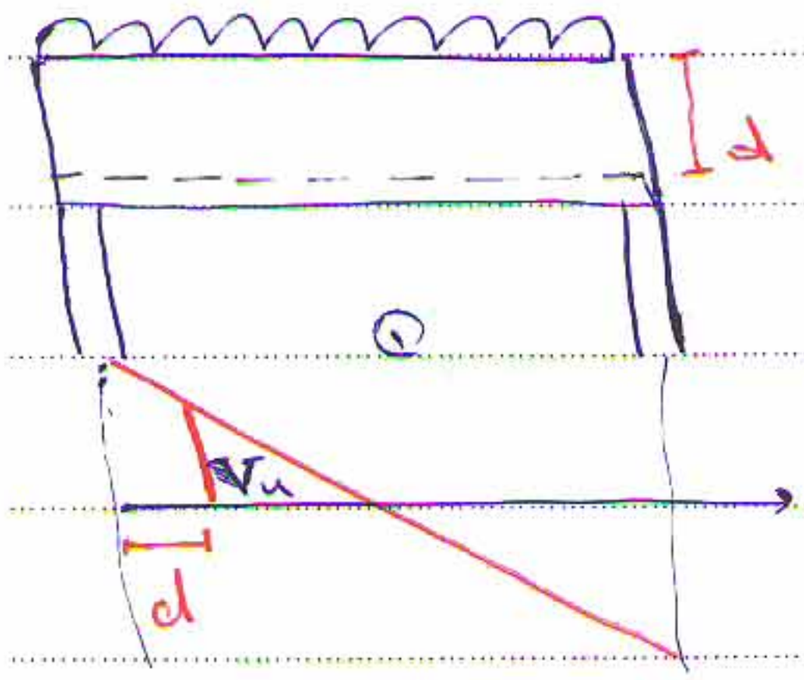
الف- عکس‌العمل تکیه گاه در امتداد برش اعمال شده در ناحیه‌ی انتهایی عضو ایجاد فشار نماید

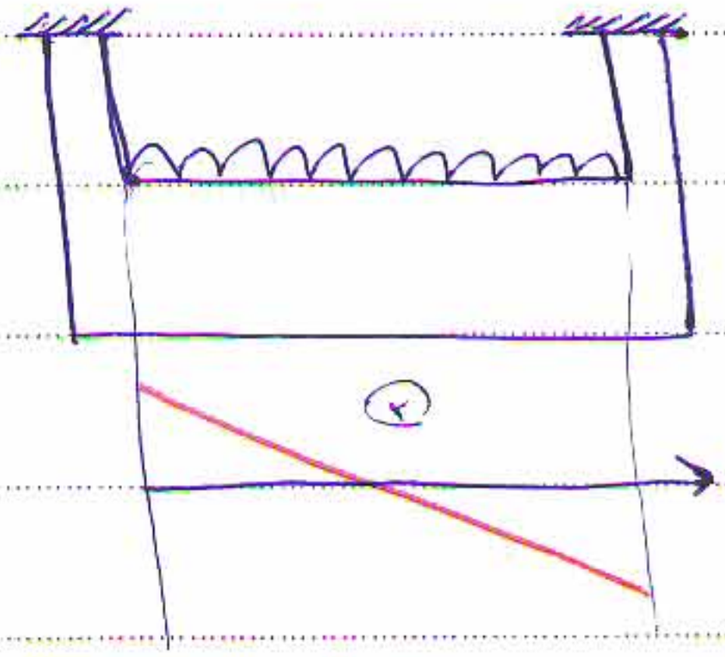
ب- هیچ بار متمرکزی در فاصله بین بر داخلی تکیه گاه تا $d$ از بر تکیه گاه وارد نشود



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM




چون ایجاد لشش ی نباید $V_u$ را از آن فراتر گذاشته

در نظری گیریم

۲- حداکثر فاصله خاموت های برشی

فاصله خاموت های متالی نباید از $S_{max}$ بیشتر باشد که $S_{max}$ به

صورت زیر تعیین می شود:

اگر $V_s \leq 2/4 . b_w . d \Rightarrow S_{max} = \frac{d}{2}$

$V_c = 1/4 . b_w . d$

اگر $V_s > 2/4 . b_w . d \Rightarrow S_{max} = \frac{d}{4}$

$V_c = 1/4 . b_w . d$

حرنیه

اگر $V_s \leq 2V_c \Rightarrow S_{max} = \frac{d}{2}$

اگر $V_s > 2V_c \Rightarrow S_{max} = \frac{d}{4}$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

تذکر: علاوه بر اینکه فاصله خاموت های قائم (S) باید بزرگتر از سه 8 باشد، همچنین نباید از هیچ یک از مقادیر زیر بیشتر باشد:

۱- ۱۲ برابر قطر کوچکترین میلگرد طولی

۲- ۳۶ برابر قطر خاموت

۳- کوچکترین بُعد تیر

۴- ۲۵۰ mm

## ۳- حداقل فولاد برشی:

در تیرهای بتن آرمه حداقل فولاد برشی از رابطه زیر تعیین می شود

$$\left(\frac{A_v}{S}\right)_{min} = 0.35 \frac{b_w}{f_y}$$

## ۴- حداکثر فولاد برشی:

نیروی برشی مقاوم نهایی خاموت ها ($V_s$) در هیچ حال نباید بیشتر از ۴ برابر نیروی برشی مقاوم نهایی بتن ($V_c$) باشد، به عبارت دیگر

$$V_s \leq 4V_c$$

اگر رابطه برقرار نبود یعنی ابعاد مقطع مناسب نیست و باید بزرگتر شود



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

ب- قطر خاموت ها نباید از مقادیر زیر کمتر باشد:

* $\frac{1}{3}$ قطر بزرگترین میلگرد طولی با قطر حداکثر ۳۰mm.
* ۱۰mm برای میلگرد های طولی با قطر بیش از ۳۰mm.
* قطر خاموت ها در هر حال نباید از ۶mm کمتر باشد.

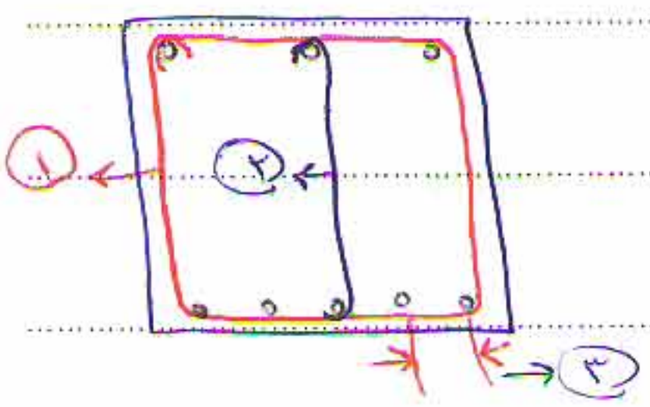
تذکر: برای خاموتها حداکثر تنش جاری شدن برابر ۴۰۰Mpa می باشد.

۶- در هر مقطع خاموتها باید طوری باشند که هر یک از میلگرد های زیر گوشه یک خاموت با زاویه داخلی کمتر از ۱۳۵ درجه قرار گیرد

۱- هر میلگردی که در گوشه های تیر واقع شود

۲- هر میلگرد غیر گوشه ای به صورت حداکثر یک در میان

۳- هر میلگردی که فاصله آزاد آن تا میلگرد نگهداری شده مجاور بیش از ۱۵۰ میلی متر باشد.




بیش از ۱۵۰mm



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

مثال - تیر بتنی مستطیلی با ابعاد $h=500mm$ ، $b=300mm$ و $d=425mm$ و با آرماتور برشی $\phi 10$ در فواصل $80mm$ به صورت خاموت قائم در نظر گرفته شده است. ظرفیت برشی مقطع را با فرض $f_c=35MPa$ و $f_y=400MPa$ بدست آورید.

$b=300mm$ ، $h=500mm$ ، $d=425mm$

$\phi 10@80mm$

$f_c=35MPa$ ، $f_y=400MPa$

$V_r=?$

$$V_c=0.2\phi_c\sqrt{f_c}\,b_w\,d=0.2\times0.7\times\sqrt{35}\times300\times425=$$

$$V_c=92.75\,kN$$

$$V_s=\phi_s\,f_y\,A_v\,\frac{d}{s}$$

$$A_v=2\times\frac{\pi\times10^2}{4}=157\,mm^2$$

$$V_s=0.85\times400\times157\times\frac{425}{80}=290.25\,kN$$

کنترل حداکثر فاصله $S_{max}$:

$$V_s=290.25 \;>\; 2V_c=2\times92.75=185.5$$

$$\Rightarrow S_{max}=\frac{d}{2}=\frac{425}{2}\simeq212.5mm \;>\; S=80mm \;\checkmark$$

کنترل حداقل آرماتور:

$$\left(\frac{A_v}{S}\right)_{min}=0.35\frac{b_w}{f_y}=0.35\times\frac{300}{400}=0.2625$$

$$\frac{A_v}{S}=\frac{157}{80}=1.96$$

$$\frac{A_v}{S}=1.96 \;>\; \left(\frac{A_v}{S}\right)_{min}=0.2625 \;\checkmark$$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

کنترل آرماتور حداکثر:

$V_s = ۲۹۰٫۲۵ \quad < \quad \frac{۲}{۳}\sqrt{f_c} = ۲۷۱ \rightarrow V_s < V_c$ ✓

در نتیجه:

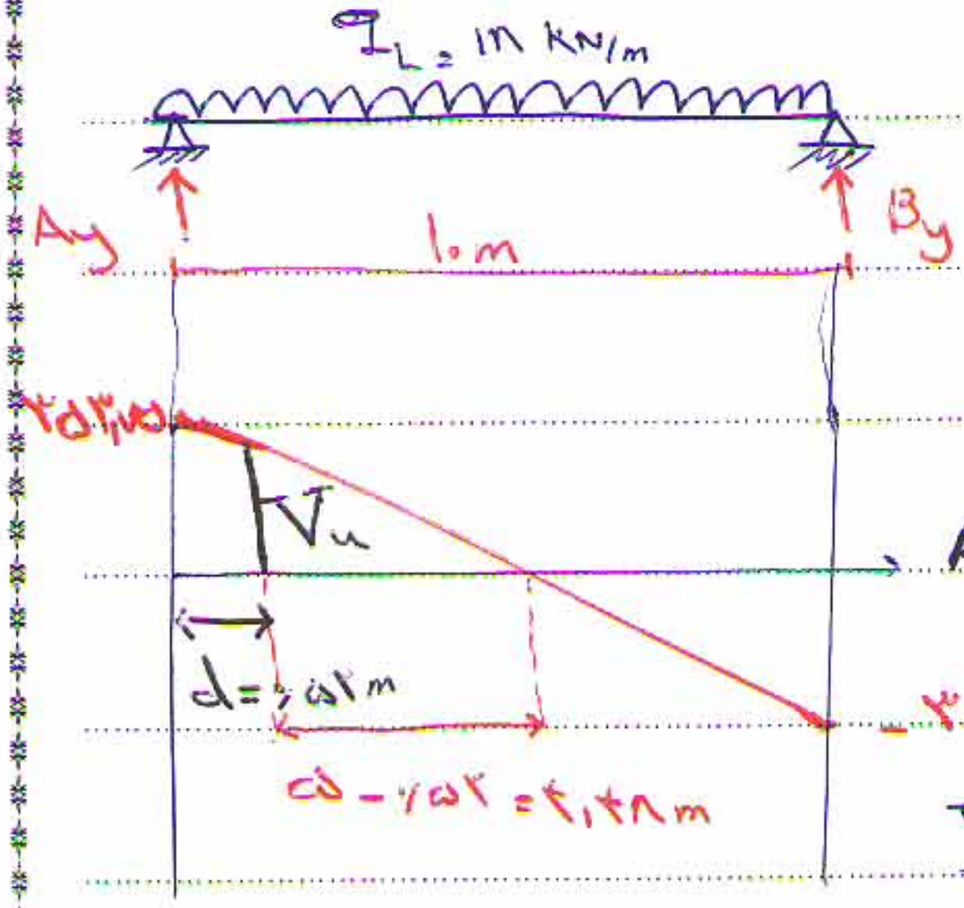
$V_r = V_c + V_s = ۹۲٫۷۵ + ۲۹۰٫۲۵ = ۳۸۳\ kN$

---

مثال - یک تیر در سر ساده با دهانه $l = ۱۰m$ و با ابعاد $b_w = ۳۵۰mm$، $d = ۵۲۰mm$، $h = ۶۰۰\ mm$ تحت بار مرده $۳۵\ kN/m$ و بار زنده $۱۸\ kN/m$ قرار گرفته است. اگر $f_c = ۲۱MPa$ و $f_y = ۳۰۰MPa$ باشند، تیر را در طول دهانه با فولاد برشی لازم مسلح کنید.

$q_D = ۳۵\ kN/m$

$q_L = ۱۸\ kN/m$




$A_y = B_y = \frac{q_u \times l}{۲}$

$q_u = ۱٫۲۵ q_D + ۱٫۵ q_L =$

$q_u = ۱٫۲۵ \times ۳۵ \times ۱٫۵ \times ۱۸ = ۷۰٫۷۵\ kN/m$

$A_y = \frac{۷۰٫۷۵ \times ۱۰}{۲} = ۳۵۳٫۷۵\ kN$

$\frac{V_u}{۳۵۳٫۷۵} = \frac{۴٫۴۸}{۵}$

$\Rightarrow V_u = \frac{۳۵۳٫۷۵ \times ۴٫۴۸}{۵} = ۳۱۷\ kN$

---

$V_c = ۰٫۲ \phi_c \sqrt{f_c}\, b_w\, d = ۰٫۲ \times ۰٫۶ \times \sqrt{۲۱} \times ۳۵۰ \times ۵۲۰ = ۹۷٫۶kN$

$V_s = V_u - V_c = ۳۱۷ - ۹۷٫۶ = ۲۱۹٫۴\ kN$

$V_s = ۲۱۹٫۴ > ۲V_c = ۲ \times ۹۷٫۶ = ۱۹۵٫۲$ ✓ (حداکثر فاصله)

کنترل: $S_{max}$

$\Rightarrow S_{max} = \frac{d}{۲} = \frac{۵۲۰}{۲} = ۱۳۰\ mm$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

محاسبه آرماتور حداقل:

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{min} = 0.35\frac{b_w}{f_y} = 0.35\frac{350}{300} = 0.41$$

کنترل حداکثر آرماتور:

$$V_s = 219.4 < 4V_c = 4\times 97.6 = 390.4 \quad \checkmark$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{\phi_s . f_y . d} = \frac{219.4\times 10^3}{0.85\times 300\times 350} = 1.65$$

$$\frac{A_v}{s} = 1.65 > \left(\frac{A_v}{s}\right)_{min} = 0.41 \quad \checkmark$$

ما قرار است استفاده از آرماتور $\phi 10$ به صورت تک بستر دوشاخه

$$A_v = 2\times\frac{\pi\times 10^2}{4} = 157\ mm^2$$

$$\frac{A_v}{s} = 1.65 \Rightarrow \frac{157}{s} = 1.65$$

$$\Rightarrow s = \frac{157}{1.65} = 95.15\ mm \simeq 100\ mm$$

کنترل:

$$s = 100 < s_{max} = 130\ mm \quad \checkmark$$

در نهایت در نظر است استفاده می کنیم

USE: ⊔ $\phi$10@100 mm



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

U ∅10 @ 200 mm

چون در وسط تیر تنش برشی صفر است پس تا یک فاصله ای از کناره ها فاصله بین آرماتورهای خاموتها را در نظر می گیریم و از آن به بعد فاصله ها را بیشتر می کنیم که به صورت زیر عمل می کنیم:

$V_c = 97,6 kN$

$V_s = \phi_s . f_y . A_v . \frac{d}{s} = 0,85 \times 3000 \times 157 \times \frac{320}{200} = 1024,1 kN$

$V_s = 1024,1 < 2V_c = 2 \times 97,6 = 195,2$ ⟹ $s_{max} = \frac{d}{2} = \frac{320}{2} = 260$

$s = 200 mm < s_{max} = 270 mm$ ✓

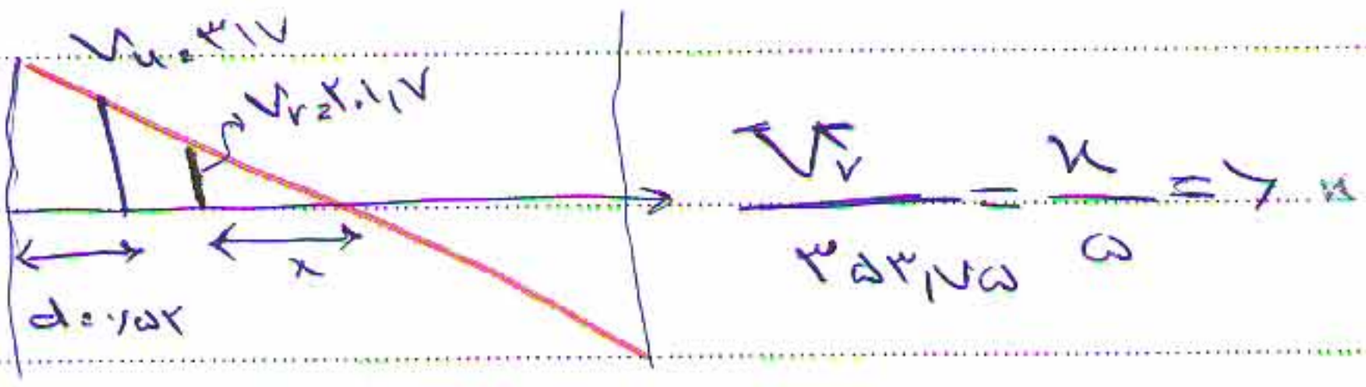
$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{min} = 0,35 \frac{b_w}{f_y} = 0,41$

$\frac{A_v}{s} > \left(\frac{A_v}{s}\right)_{min}$ ✓

$\frac{A_v}{s} = \frac{157}{200} = 0,785$

$V_s = 1024,1 < 4V_c = 2 \times 97,6 = 390,4$ ✓

$V_r = V_c + V_s = 97,6 + 1024,1 = 2021,7 kN$



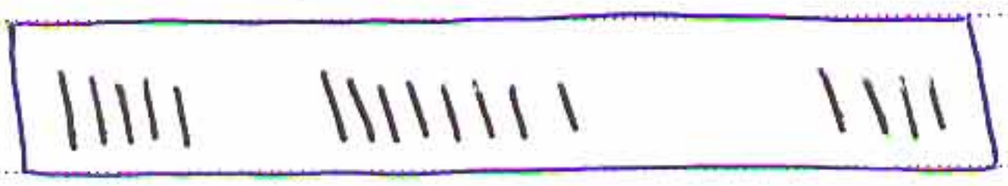

$\frac{V_2}{3 \times 3,14 \times 3} = \frac{x}{3} = 7 x$

$\Rightarrow x = \frac{3V_2}{3 \times 3,14 \times 3} = \frac{3 \times 2021,7}{3 \times 3,14 \times 3} = 214,85 mm$



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM



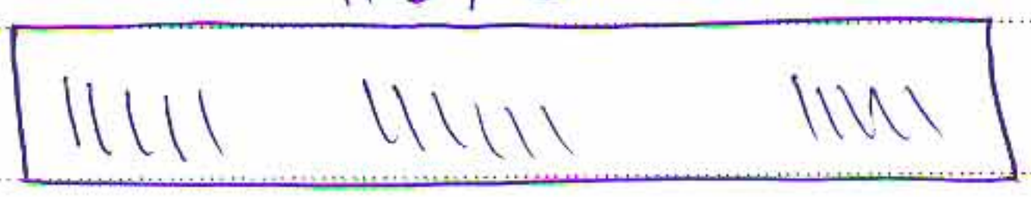
۲٫۱۵ ۲٫۸۵+۲٫۸۵ ۲٫۱۵

= ۵٫۷۰

آرماتوربندی تئوریک

$2{,}15 + d = 2{,}15 + 0{,}452 = 2{,}602\,m \approx 2{,}70\,m$

۲۷⊔۱۰@۱۰ ۱۳⊔۱۰@۲۰ ۲۷⊔۱۰@۱۰



آرماتوربندی عملی

۲٫۷۰m ۴٫۶۰ ۲٫۷۰m



www.abadanomran.com

WWW.ABADANOMRAN.COM

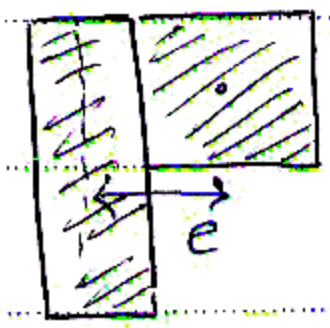


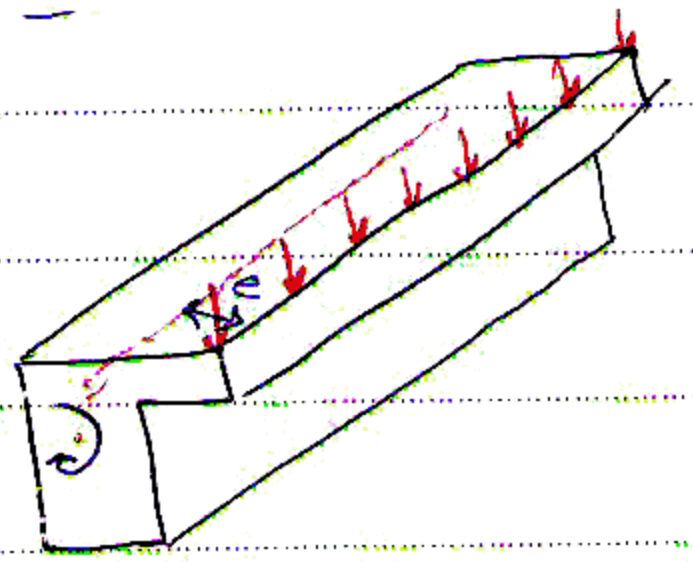
## فصل هشتم: تیرهای تحت پیچش

تیرها در صورت تحت اثر پیچش قرار می گیرند

### الف- پیچش تعادلی:

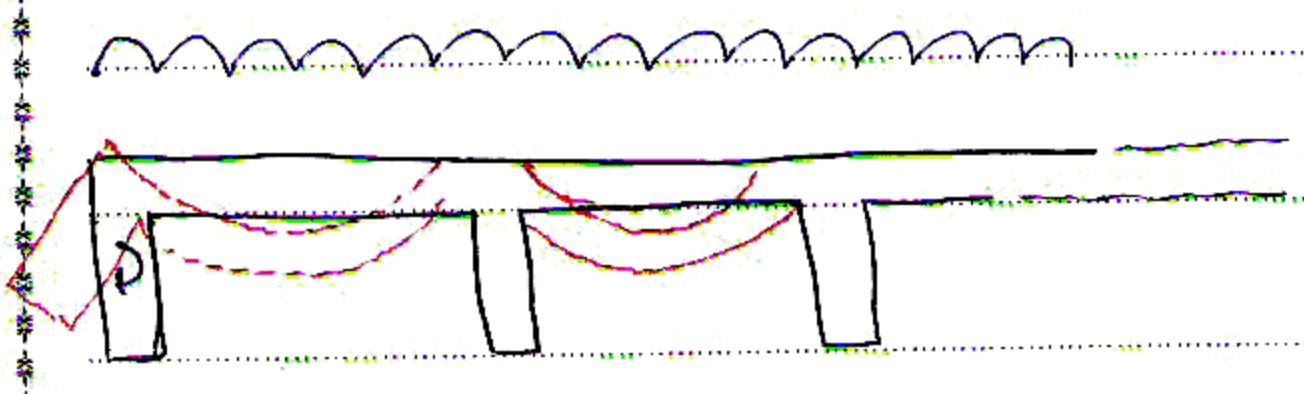
آب ناودان خارج از محور عضو وارد شونده پیچش حول محور طولی عضو ایجاد می شود و معمولاً در سازه های محیط رخ می دهد




### پیچش همساز:

پیچشی که در یک عضو از سازه با ارضاء معادلات همسازی ایجاد می شود به نام پیچش همساز نامیده می شود و معمولاً در سازه های نامعین مشاهده می گردد



WWW.ABADANOMRAN.COM

## نحوه ایجاد ترک در تیرهای تحت لنگر پیچشی:

در کلیه آیین نامه ها بر این صورت است که ابتدا باید ترک مورب با زاویه ۴۵° بر یکی از وجوه بزرگتر ایجاد شده و این ترک روی دو وجه کوچکتر با زاویه θ ولی در جهت مخالف جلو می رود سرانجام ترک روی وجه چهارم مقطع نیز به هم متصل شده و مقطع تحت پیچش از هم گسیخته می شود.

(نحوه توزیع تنش پیچشی)

در سطح تنش بیشتر است و

در مرکز صفر است.

برای اینکه تیر در مقابل ترک های ناشی از تنش پیچشی مقاوم باشد باید در جهت عمود بر هم آرماتورگذاری شود، آرماتورهای عرضی بصورت خاموت بسته و آرماتورهای طولی به صورت آرماتورهای راستی که گذاشته می شود

خاموت بسته

## لنگر پیچشی ترک خوردگی ($T_{cr}$):

لنگر پیچشی ترک خوردگی از رابطه زیر محاسبه می شود و کسری است که باعث ایجاد اولین ترک در پیچش می شود

$$T_{cr} = 2\left(\frac{A_c^2}{P_c}\right) f_c$$

WWW.ABADANOMRAN.COM



در رابطه $V_c$ داریم:

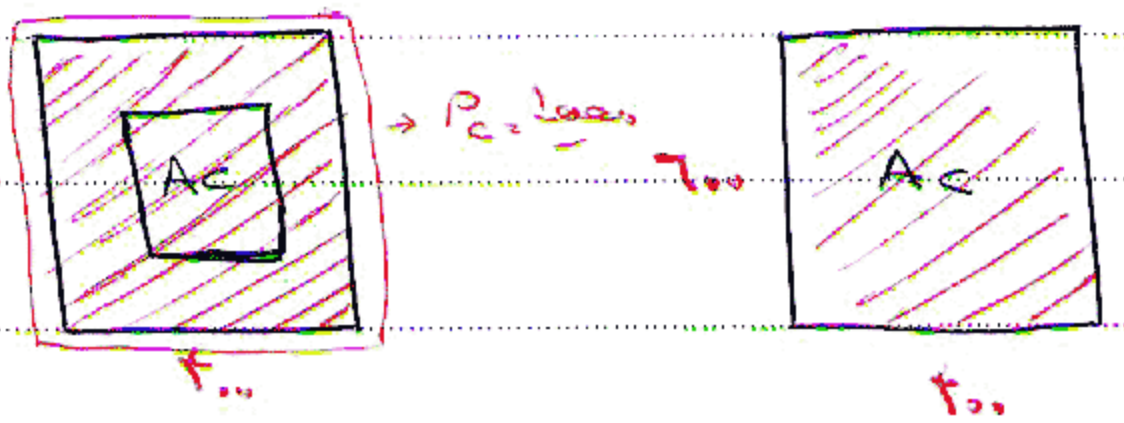
$V_c$: تنش برشی مقاوم بتن $\quad V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f_c}$

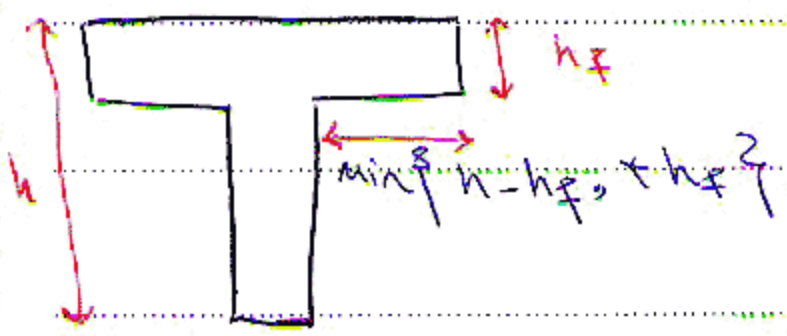
$A_c$: سطح محصور توسط محیط خارجی مقطع بتن و شامل سوراخها در صورت وجود

$P_c$: محیط بیرونی مقطع بتن

مثال: اگر مقطع بال دار باشد عمق ان بال که در محاسبه $A_c$ و $P_c$ واردمی شود برابر است با:

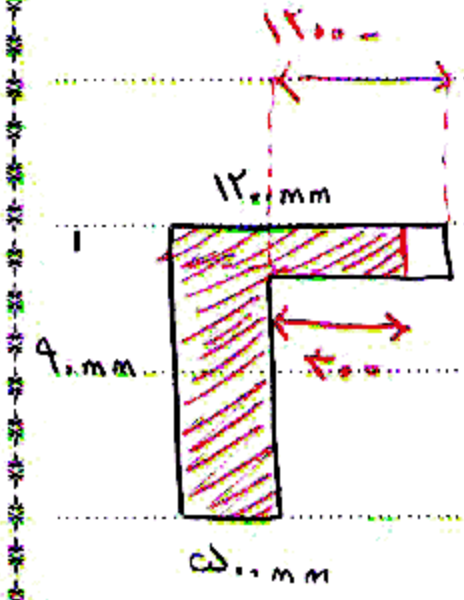
$$M_n = \{h - h_f \quad 4h_f\}$$



WWW.ABADANOMRAN.COM

مثال - تنگ بتنی تولید خوردگی مقطع زیر را در صورتی که $f'_c = 25 MPa$ باشد را بدست آورید.




$h_f = 100$

$h = 900$ $\Rightarrow \min \begin{cases} h - h_f = 900 - 100 = 800 \\ 4 h_f = 400 \end{cases}$

$\min = 400$

$A_c = 500 \times 900 + 400 \times 100 = 450000 + 40000 = 490000 mm^2$

$P_c = 900 + 900 + 100 + 400 + 800 + 500 = 3600 mm$

$\rho_c = \%2 \phi_c \sqrt{f'_c} = \%2 \times \%6 \times \sqrt{25} = \%6$

$T_{cr} = 2 \left( \frac{A_c^2}{P_c} \right) \rho_c = 2 \times \left( \frac{490000^2}{3600} \right) \times \%6 = 80 kN/m \times 10^6 = 80000000 N/mm$

* اگر بخش بحرانی سازه براساس آیین نامه بتن ایران ۵

۱- در صورتی که لنگر پیچشی نهایی ($T_u$) بیشتر از ۲۵٪ لنگر پیچشی ترک خوردگی مقطع باشد باید سختی آن مقطع را در مقابل لنگر پیچشی طراحی نمود. به عبارت دیگر: ۲۵٪

$T_u < T_{cr} \Rightarrow$ نیازی به در نظر گرفتن لنگر پیچشی نیست

$T_u > \%25 T_{cr} \Rightarrow$ باید مقطع برای تحمل لنگر پیچشی $T_u$ طراحی گردد

WWW.ABADANOMRAN.COM



۲- طبق این ماده حتی اگر مقاومت پیچشی نهایی مقطع ($T_r$) با صرف نظر کردن از کمک حتی برابر یا کمتر پیچش آزمایشگاهی پیچشی در نظر گرفته می شود. به عبارت دیگر:

$$T_r = \int c + T_s \Rightarrow \quad T_r = T_s$$

۳- فولادهای لازم جهت تامین مقاومت پیچشی مورد نیاز یک عضو شامل، فولادهای عرضی پیچشی (به صورت خاموت قائم بسته) و فولادهای طولی پیچشی است.

الف- آرماتورهای عرضی پیچشی:

که از رابطه زیر قابل محاسبه هستند.

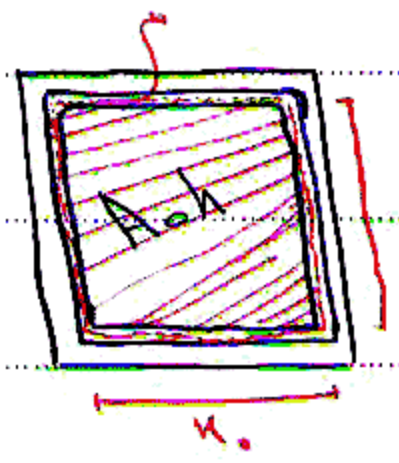
$$\frac{A_t}{S} = \frac{T_s}{1{,}1\phi_s \cdot f_y \cdot A_{oh}} \quad \text{آرماتور طولی} \quad \text{آرماتور} \quad T_s = 1{,}1\phi_s \cdot f_y \cdot A_{oh} \cdot \frac{A_t}{S}$$

$A_t$: سطح مقطع یک ساق از خاموت

$S$: فاصله خاموت ها

$A_{oh}$: مساحت سطح محصور شده به وسیله محورهای امتداد خاموت سیستم پیچشی و شامل سطح سوراخ ها در صورت وجود.

محور مرکزی خاموت




$A_{oh} = ۳۶۰۰ cm^2$

WWW.ABADANOMRAN.COM

## ب - سطح مقطع موردنیاز آرماتورهای طولی بدهشی :

که از رابطه زیر قابل محاسبه هستند.

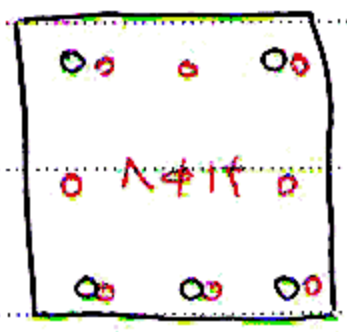
$$A_L = \frac{A_t}{s} \times P_h$$

$A_L$ : سطح مقطع فولاد طولی بدهشی

$P_h$ : محیط محصور شده بر وسیله بست های امتداد خاموت بدهشی

$$P_h = 2 \times (40 + 70)$$

**تذکر :** آرماتورهای طولی بدهشی که در تراز آرماتورهای عرضی قرار می گیرند را به آنها ($A_s$ و $A'_s$) جاسازی اضافه کرد



$A'_s = 2\phi 18$

$$A_s = 3 \times \frac{\pi \times 20^2}{4} + 3 \times \frac{\pi \times 14^2}{4} = 1402.2$$

محاسبه آنها از $3\phi 20 + 3\phi 14$ استفاده می کنیم $A_s = 3\phi 20$

است باید هاردسطح مقطع را داشته باشد.

## ۴ - جزئیات فولادهای بدهشی :

الف - فاصله بین آرماتورهای عرضی بدهشی باستی کمتر از سه کدام باشد که از رابطه زیر بدست می آید (S)

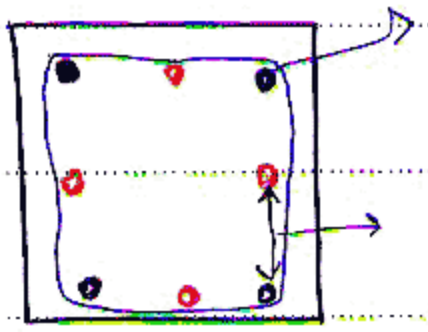
$$S_{max} = Min\left\{\frac{P_h}{8}, 300\,mm\right\}$$

ب - فولادهای طولی بدهشی باید دور تا دور مقطع و به صورت تقریباً یکنواخت توزیع گردند

WWW.ABADANOMRAN.COM



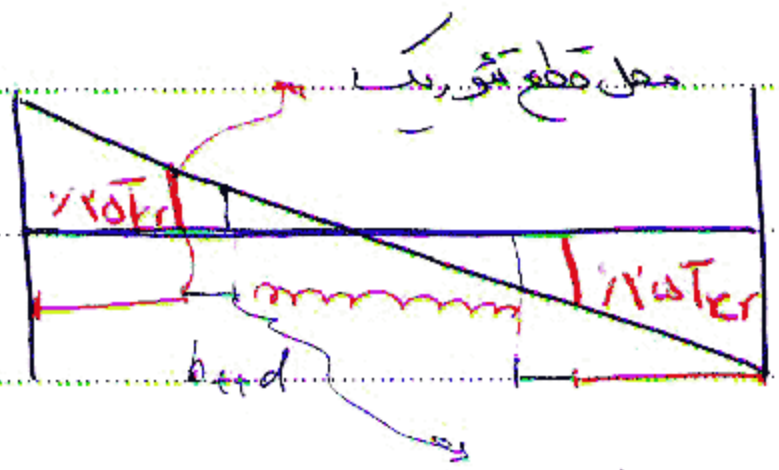
* در هر گوشه ی خاموت های سنگ بیضی باسیتی حداقل یک میلگرد طولی به قطر حداقل $\frac{e}{16}$ مهار گردد.




* فاصله محوری بین میلگردهای طولی بیضی که دورتادور مقطع توزیع شده اند نباید بیش از ۳۰۰mm در نظر گرفته شوند.

ج - فولادهای بیضی را باید حداقل تا فاصله ای برابر با $b_t + d$ بعد از مقطعی که از نظر تئوری نیازی به فولاد بیضی ندارد ادامه داد.

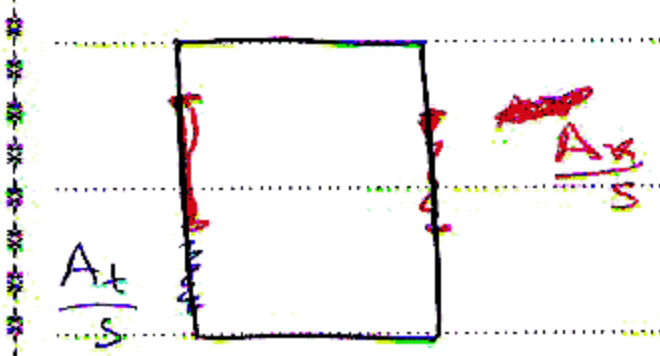
$b_t$ : عرض مقطع است




د - در صورتی که مقطع تحت اثر توأم برش و پیچش مقاومت باشد سهم مقطع برای برش و یکبار برای پیچش طراحی کرد و فولادهای عرضی را باهم جمع نمود.

$$\frac{A_v}{S} = \frac{V_s}{\phi_s \cdot f_y \cdot d} \quad , \quad \frac{A_t}{S} = \frac{T_s}{1.7 \phi_s \cdot f_y \cdot A_{oh}}$$

WWW.ABADANOMRAN.COM




$$\frac{A_{v+t}}{S} = \frac{A_v}{S} + k\,\frac{A_t}{S}$$

k : تعداد شاخه‌ها

$A_{v+t}$ : مساحت سطح مقطع k شاخه

**تذکر:** حداقل سطح مقطع فولاد عرضی برشی و پیچشی جمعاً از رابطه زیر بدست می‌آید

$$\left(\frac{A_{v+t}}{S}\right)_{min} = 0.35\,\frac{b_w}{f_y}$$

**تذکر:** برای اینکه ظرفیت مقطع جوابگوی برش و پیچش به صورت توأم باشد، باید رابطه زیر برقرار باشد.

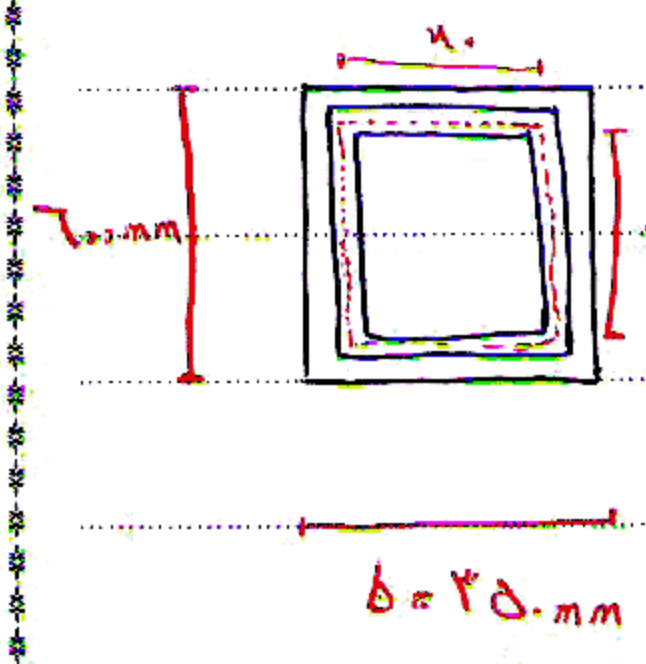
$$\frac{V_u}{b_w d} + \frac{T_u \cdot P_h}{A_{oh}^2} \leq 0.25\,\phi_c\,f_c$$

چنانچه رابطه فوق برقرار نباشد، یعنی ظرفیت مقطع در برابر برش و پیچش توأم کم بوده و باید سطح مقطع را بزرگتر کرد و سپس نسبت به طراحی آرماتورها اقدام کرد.

WWW.ABADANOMRAN.COM



**مثال:** مقطع مستطیل با ابعاد نشان داده شده و $f'_c = ۳۰ MPa$ و $f_y = ۴۰۰ MPa$ را در نظر بگیرید. در این مقطع از میلگردهای ساده به صورت بسته دسته ۱۰ در فواصل ۱۰۰mm استفاده شده است. چنانچه ضخامت پوشش بتنی ۴۰mm باشد، مقاومت پیچشی مقطع را محاسبه کنید. هوش فولاد پیچشی لازم را برای مقطع طراحی کنید.




$\phi ۱۰ @ ۱۰۰ mm$

$S \leq S_{max} \Rightarrow T_r = T_s = ۱.۱ \phi_s f_y A_{oh} \frac{A_t}{s}$ (؟)

$x_0 = b - ۲c_0 - \phi' = ۳۵۰ - ۲(۴۰) - ۱۰ = ۲۶۰ mm$

$y_0 = h - ۲c_0 - \phi' = ۶۰۰ - ۲(۴۰) - ۱۰ = ۵۱۰ mm$

$P_h = ۲(x_0 + y_0) = ۲(۲۶۰ + ۵۱۰) = ۱۵۴۰ mm$

$A_h = x_0 \times y_0 = ۲۶۰ \times ۵۱۰ = ۱۳۲۶۰۰ mm^۲$

$S_{max} = \min \left\{ \frac{P_h}{۸} = \frac{۱۵۴۰}{۸} = ۱۹۲.۵ mm \; , \; ۳۰۰ mm \right\} = ۱۹۲.۵ mm$

$S = ۱۰۰ mm < S_{max} = ۱۹۲.۵ mm$ ✓

$T_r = T_s = ۱.۷ \phi_s f_y A_{oh} \frac{A_t}{s}$

$T_r = ۱.۷ \times ۷۸۵ \times ۴۰۰ \times ۱۳۲۶۰۰ \times \frac{۷۸.۵}{۱۰۰} \Rightarrow T_r = ۶۰.۱۷ kN.m$

$A_l = \frac{A_t}{s} \times P_h = \frac{۷۸.۵}{۱۰۰} \times ۱۵۴۰ = ۱۲۰۹ mm^۲$

USE ۱۲ $\phi$ ۱۲ or USE ۸ $\phi$ ۱۶

* آرماتورهای طولی پیچشی را باید به طور یکنواخت در دور مقطع با فواصل

WWW.ABADANOMRAN.COM

حداکثر ۳۰۰mm قرار داد. (این بعد حتماً در امتحان نوشته شود بعد از حل)

**مثال** - مثال قبل را در حالتی حل کنید که نیروی برشی ۳۰۰ kN بر مقطع اثر کند. آرماتور قائم مورد مقطع ۳۵mm² باشد.

$b = 35.mm$

$d = 342.5\,mm$ ، $V_u = 300\,kN$

$$V_c = \frac{1}{2}\phi_c \sqrt{f'_c}\, b_w d$$

$$V_c = \frac{1}{2} \times 0.6 \sqrt{30} \times 342.5 \times 342.5 = 123\,kN$$

$$V_s = V_u - V_c = 300 - 123 = 177\,kN$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{\phi_s . f_y . d} = \frac{177 \times 10^3}{0.85 \times 400 \times 342.5} = 0.73$$

$$\frac{A_{v+t}}{s} = \left(2 \times \frac{\pi \times 10^2}{4}\right) / 100 = \frac{2 \times 78.5}{100} = 1.57$$

$$\frac{A_v}{s} + 2\frac{A_t}{s} = \frac{A_{v+t}}{s}$$

$$0.73 + 2\frac{A_t}{s} = 1.57 \Rightarrow \frac{A_t}{s} = \frac{1.57 - 0.73}{2} = 0.3$$

$$T_r = T_s = 1.7\,\phi_s . f_y . A_{oh} . \frac{A_t}{s} = 1.7 \times 0.85 \times 400 \times 1276 \times 0.3 \times 10^{-6} =$$

$$T_r = 22\,kN.m$$

$$A_L = \frac{A_t}{s} \times P_h = 0.3 \times 1850 = 555\,mm^2$$

USE 6 $\phi$10

WWW.ABADANOMRAN.COM



آرماتورهای طولی بصورتی بایستی به طور یکنواخت در تمام طول عضو متقطع با فواصل حداکثر ۳۰۰mm قرار دارد.

کنترل ظرفیت مقطع:

$$\frac{V_u}{b_w \cdot d} + \frac{T_u \cdot P_h}{A_{oh}^2} \leq 0.25 \phi_c f_c$$

$$\frac{300 \times 10^3}{350 \times 535} + \frac{33 \times 10^6 \times 1540}{1326000^2} = 3.14 < 0.25 \phi_c f_c = 0.25 \times 0.6 \times 30 = 4.5$$ ✓