www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسین عمران

ارائه کتابها و جزوات رایگان مهندسی عمران

بهترین و برترین مقالات روز عمران

انجمن های تخصصی مهندسی عمران

فروشگاه تخصصی مهندسی عمران

Mycivil.ir

جزوه دست نویس تحلیل سازه ۱

مدرس :

مهندس مسعود سلیمانیان

تهیه کننده:

آقای مسعود باغبان زاده

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject ..... جلسه اول ۹۲/۲/۴

Date

مباحث: تحلیل سازه های ..... کلوه ..... پرسیم ..... اطلاعی

سه فصل ساده

۱- تعیین درجه نامعینی

۲- رسم نمودارهای نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی

۳- تحلیل خرپاها

۴- تعیین تغییر شکل سازه های معین (روش مستقیم، روش لنگر سطح، روش بار الاستیک

روش تیر مزدوج، روش انرژی، روش کار مجازی)

۵- تحلیل سازه های نامعین

سازه برای اینکه قابل بهره برداری باشد باید:

۱- در مقابل بارهای وارده لسیخته نشود (معیار مقاومت)

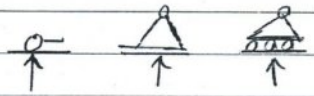
۲- تغییر شکل ها از حد معینی بیشتر نشود (معیار تغییر شکل)

$\Delta L = \frac{PL}{EA}$ $\phi = \frac{TL}{GJ}$

۳- معیار کاربرد

انواع تکیه گاه ها:

۱- تکیه گاه با یک مجهول عکس العمل (یا نیروی)



(یا تکیه گاه غلتکی)

negin

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date

۴) تکیه‌گاه مفصل ثابت (لولایی) (دو نیروی)

۳) تکیه‌گاه گیردار (سه نیروی) یا دو نیرو و یک لنگر

۴) تکیه‌گاه غلطکی (یک نیروی)

۵) تکیه‌گاه ارتجاعی (یک نیروی)

با توجه به تعداد نیروی که می‌تواند در راستای نیروهای آن تعیین می‌شود

۶) تکیه‌گاه برشی (دو نیروی)

انواع گره‌ها:

۱) گره مفصل خالص

تمام گره‌های خرپا مفصل خالص هستند

۲) گره صلب

جوش

در گره صلب زاویه‌های گره قبل و بعد از بارگذاری می‌بایست یکسان باشد و ثابت بماند. نکته: در گره صلب لنگر منتقل می‌شود

۳) گره مفصل ناخالص: می‌تواند ترکیبی از حالت ۱ و ۲ باشد

مفصل

جوش

negin

۲

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date

در اینجا هم $\sum M=0$ است ولی در داخل اعضا جوش شده تنش وجود دارد.

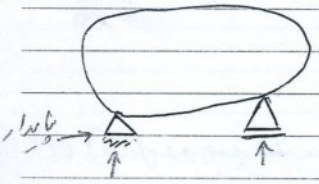
ولی در تیر متصل خالص $\sum M=0$ و در اعضا تنش وجود ندارد.

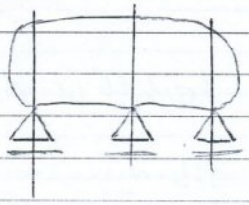
در متصل خالص ۶ عضو به هیچ وجه نباید به هم جوش شوند چون تنش منتقل می‌شود.

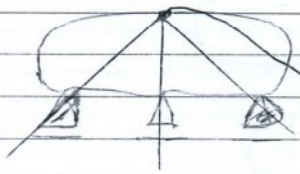
پایداری سازه‌ها و مجموعه‌های ساختمانی در صفحه:

ساده‌ترین نوع سازه پایدار در صفحه

پایداری روی تکیه‌گاه ثابت و متصل در شرایط خاص باید باشد

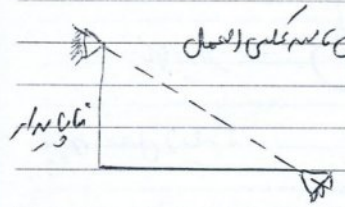






سازه‌ای در صفحه پایدار است که روی سه عکس‌العمل تکیه‌گاهی سه عکس‌العمل

موازی نباشد یا در یک راستا نباشد و از یک نقطه عبور نکند

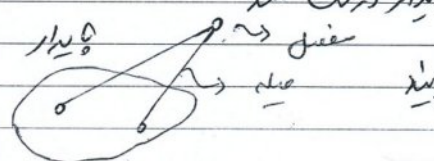


قوانین ترکیب پایدار اجسام صلب در صفحه:

۱- با یک متصل و دو میله:

ترکیبی از اجسام پایدار که مجموعاً یک سازه پایدار در زمین کشته

به طوری که این دو میله در امتداد هم قرار نگیرند



nesin

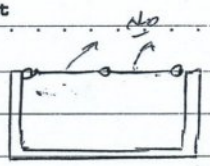
۳/

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date



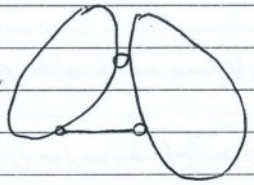
سه مفصل در یک راستا سیستم ناپایدار و سازه تعیق دارد و یا دو میله در امتداد هم هستند

۲- اتصال دو جسم پایدار صلب به هم:

۱- با سه میله ای غیر موازی و غیر متقارب

پایدار

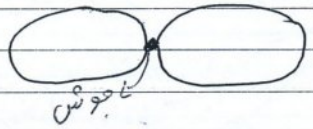
۲- اتصال با یک میله و یک مفصل به شرط اینکه مفصل و میله با هم در یک راستا نباشند



پایدار

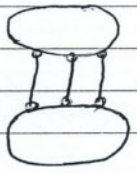
نکته: یک مفصل جای دو تا میله را می‌گیرد

۳) اتصال دو جسم صلب با یک اتصال صلب (جوش)



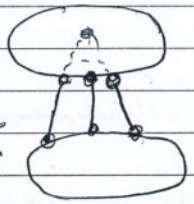
ناجوش

مثال‌هایی ناپایداری:



هر سه میله موازی

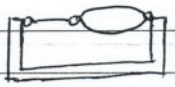
ناپایدار



متقارب

ناپایدار

برای مفصل و میله:



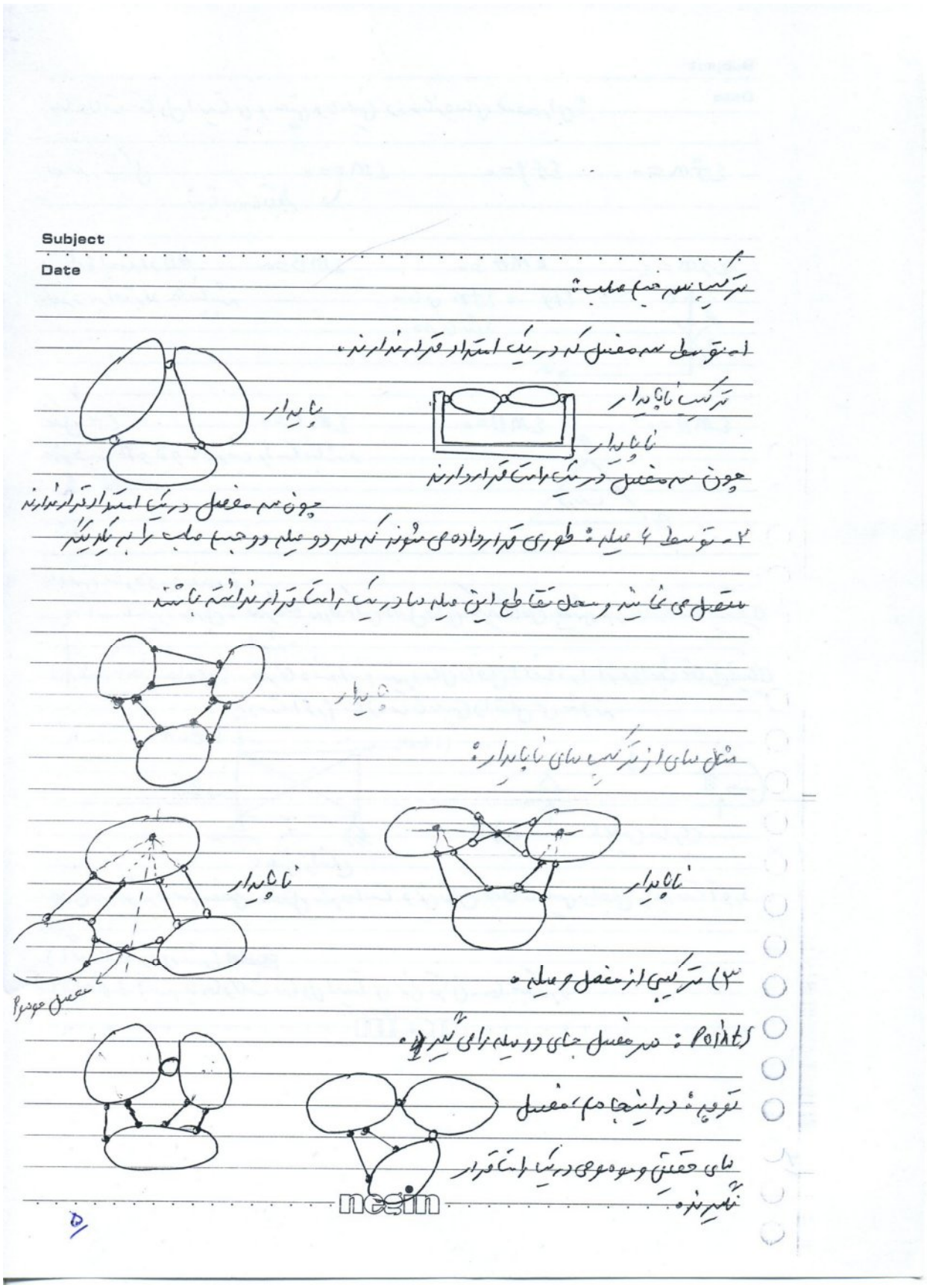
مفصل و میله در یک راستا (ناپایدار)

negin

۴/

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir



Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

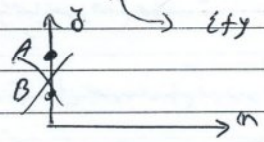
Date

معادلات تعادل استاتیکی و معین و نامعینی در سازه‌های صفحه‌ای:

به سه شکل $\Sigma Fx=0$ $\Sigma Fy=0$ $\Sigma M_O=0$ (نسبت به یک نقطه)

شرط: امتداد AB عمود بر امتداد n نباشد

$\Sigma Fn=0$ $\Sigma MA=0$ $\Sigma MB=0$

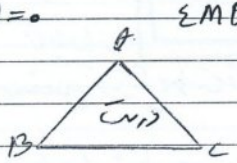


$\Sigma Fn=0 \rightarrow \Sigma Fy = \Sigma Fn$ به جای هم می‌شود

شکل ۳)

شرط: A و B و C در یک راستا نباشند

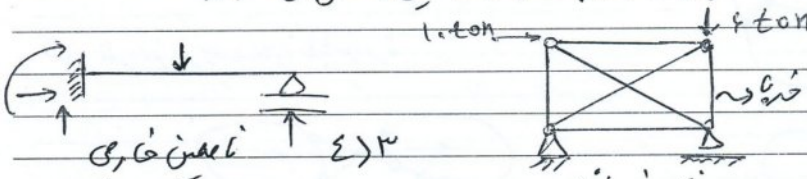
$\Sigma MA=0$ $\Sigma MB=0$ $\Sigma MC=0$



نامعینی سازه در صفحه:

۱- نامعینی خارجی: سازه‌ای است که عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی بیش از معادلات استاتیکی باشد.

۲- نامعینی داخلی: سازه‌ای است که نیروهای داخلی اعضاء را از روابط تعادل استاتیکی بدست آورد سازه نامعینی داخلی می‌شود



چون به هر گره سه مجهول متصل شده است و نمی‌توان مجهول نامعینی داخلی را به دست آورد

(البته ۲ تا بروی شد)

Points: نباید با معادلات تعادل استاتیکی نمی‌توان حل کرد.

negin

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

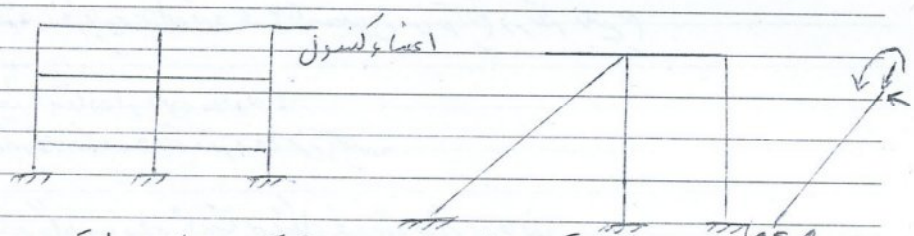
Date

چه‌گونه درجات نامعینی سازه : (روشی ساده در کتاب هست)

تعیین درجه نامعینی سازه

سازه به ۳ دسته : ۱- سازه‌های خرپایی ۲- " قرباپی ۳- " مختلط

۱- سازه‌های خرپایی : سازه‌هایی که اتصال اعضایش به همدیگر مفصلی است



هر عضو ۳ مجهول دارد که کلی آنها را می‌توان به دست آورد (با روابط تعادل)

$n = 3S - 3N$ درجه نامعینی سازه خرپایی

S = تعداد اعضاء

N = تعداد گره‌ها

هر عضو را که بگذاریم بیرون ۳ تا مجهول نمی‌توانیم به دست آوریم $3S$

Point : برای هر گره هم ۳ تا معادله تعادل می‌توانیم بنویسیم.

برای استفاده از فرمول دو شرط لازم است :

۱- تکیه‌گاه‌ها به حساب گره‌ها نمی‌آیند

۲- اعضاء کنسول جزء میله‌ها (S) به حساب نمی‌آیند (به حساب نمی‌آورم)

* گره نیست چون به تکیه‌گاه متصل نشده

مثال : گره — گره — تکیه‌گاه با گره نیست

$n = 3 \times 4 - 3 \times 2 = 6$

۳ درجه نامعینی خارجی

nesim

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

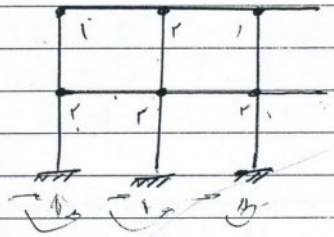
Mycivil.ir

Subject

Date

تعداد عکس العمل ها ـ ۳

مثال:

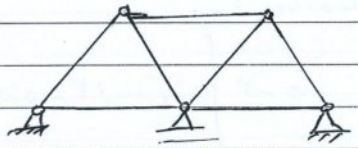


درجه نامعینی $n = 10 \times 3 - 3 \times 4 = 12$

خارجی $\rightarrow 12 - (3 \times 3 - 3) = 6$

داخلی $\rightarrow 6$

۲) سازه خرپایی:



$n = 3S - 3N$

چون دوتا تکیه انتهایی را در خرپا نداریم $\boxed{n = S - 2N}$

در سازه های خرپایی برای هره ۲ تا مجهول می توانیم در نظر بگیریم

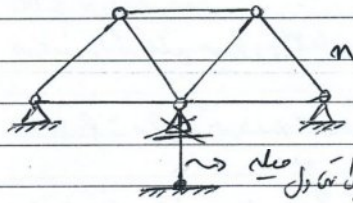
شرایط استفاده از این معادله:

۱ـ تکیه گاه ها به حساب نیرو ها می آیند.

۲ـ تکیه گاه مفصلی ثابت به شکل خودش باقی می ماند.

۳ـ تکیه گاه مفصلی متحرک را با یک تکیه گاه میله ای عوض می کنیم.

مثال:



درجه نامعینی $n = 8 - 2 \times 3 = 2$

خارجی $6 - 3 = 3$

۱ روابط تعادل میله

negin

۸

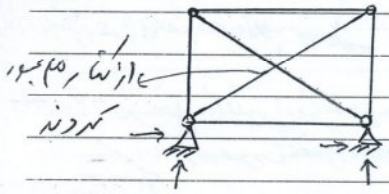
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date

مثال:



$n = 6 - 2\times 2 = 2$

درجه خارجی $6-3=1$

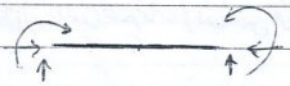
درجه داخلی $2-1=1$

سازه‌های معتاط: آن‌هایی که به تعادل ختم می‌شود و نمرده شده و از کم می‌شن

$n = (3\times 4 - 4) - (3N - 6)$

4 = تعداد مفصل‌های خالص

6 = تعداد اعضایی که به مفصل ختم می‌شوند



* شرایط استاتیکی داخلی:

۱- قسمتی که تسلیل به حساب تعداد میله‌ها می‌آید (یعنی جزء کسر محسوب می‌شوند)

۲- تکیه‌گاه غلتکی به حال خود باقی می‌ماند.

۳- تکیه‌گاه مفصلی متحرک با یک میله قرینه‌ای عوض می‌شود.

۴- تکیه‌گاه ثابت (گیردار) اگر گره تشکیل دهد تکیه‌گاه مفصل خالص باشد به حال خود باقی می‌ماند

ب) اگر تکیه‌گاه مفصل ناخالص باشد با دو میله عوض می‌شود.

۵- هیچ کدام از تکیه‌گاه‌ها در محاسبه N و S نمی‌آیند.

nesin

9/

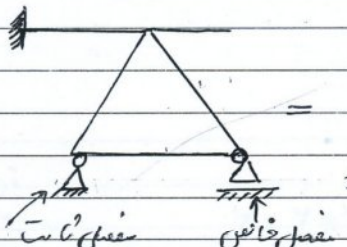
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date

مثال: درجه نامعینی سازه زیر را مشخص کنید (سوال امتحانی ترم اول)



مفصل ثابت (مفصل نقاشی)

مفصل خاص

مفصل غلتکی یا شاسی رولک

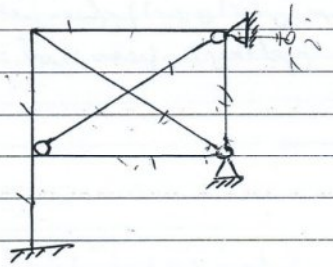
نکته: در مفصل خاص اعضا به هم متصل می شوند ولی به صورت مفصل (Point) ارتباط دارند

$n = (3 \times 7 - 8) - (2 \times 3 - 1) \Rightarrow$

$\Rightarrow n = 13 - 8 = 5$

مثال: درجه نامعینی سازه زیر را مشخص کنید.
(دو عضو از تکیه گاه دوم عبور کرده اند) نکته مهم

۱- اول تکیه گاه ها را مشخص می کنیم



$s = 8$

$r = 3$

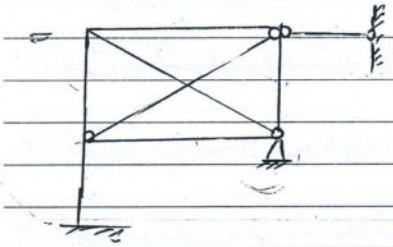
$f = 7$

$c = 0$

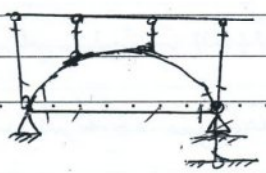
$n = (3 \times 8 - 7) - (3 \times 3 - 0) = 8$

۳ درجه نامعینی خارجی

۵ درجه نامعینی داخلی



مثال تمرینی: درجه نامعینی سازه را مشخص کنید

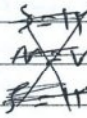


$s = 12$

$r = 7$

$f = 12$

$c = 1$



$n = 4$

۴ درجه نامعینی خارجی

c = تعداد مفصل هایی که به زمین متصل شده اند و ارتباط ندارند.

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

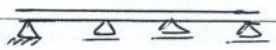
Mycivil.ir

Subject

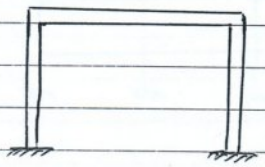
Date

در سازه‌های بازه نامعینی داخلی نداریم تماماً نامعینی خارجی دستند.

سازه بازه سازه‌ای که با ثبت خط ماشی را رسم کنیم



$r-e=4$ خارجی

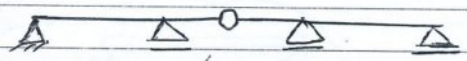


$r-3=3$ خارجی

$r-1$

$c=m-1=1$

اگر در سازه بازه مفصل باشد

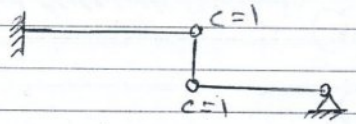


m = تعداد اعضایی که به مفصل می‌رسد.

$X=$ (تعداد کل) $-(3-$ تعداد عکس‌العمل‌ها$)-(m-1)$

$\Rightarrow n=$ (تعداد عکس‌العمل‌ها -3) $-c$

مثال:



$n=(5-5)-2=0$

$n=0$ سازه معین

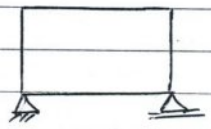
$n=(3s-f)-(3N-6)$ اگر از فرمول بروم

$s=3$

$f=5$ $n=0$ چون سازه نامعینی داخلی ندارد از این فرمول استفاده نمی‌کنم

$N=2$

$6=2$



در سلول بسته، سه درجه نامعینی داخلی ایجاد می‌شود. (۳ درجه)

۰ درجه نامعینی داخلی

نامعینی خارجی = ۰

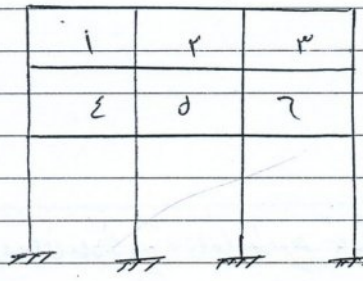
negin

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

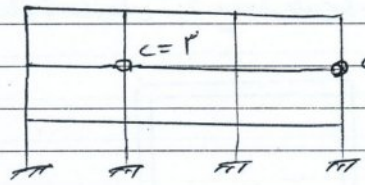
Date



$X = 6 \times 3 + 9 = 27$

نامعینی خارجی نامعینی داخلی

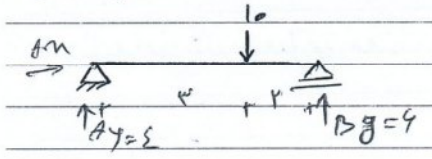
خارجی $= 3 - 12 = -9$ عکس العمل

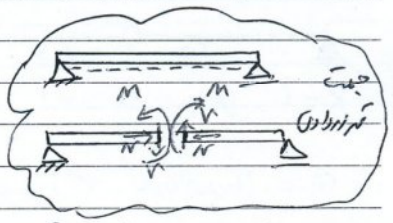


$n = 27 - 5 = 22$

معادلات شرطی

حل مثال:





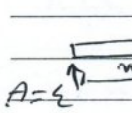
برای رسم نمودار به روش مستقیم

$\sum f_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$

$\sum m_A = 0 \Rightarrow B_y \times 5 - 10 \times 2 \Rightarrow B_y = 4$

$\sum f_y = 0 \Rightarrow 10 - 6 = 4 \Rightarrow A_y = 4$

سپس با برش وارد شده است بعد از محل اعمال بار یک مقطع میزنیم:



$\sum f_y = 0 \Rightarrow V = 4$ $0 \le x \le 3$

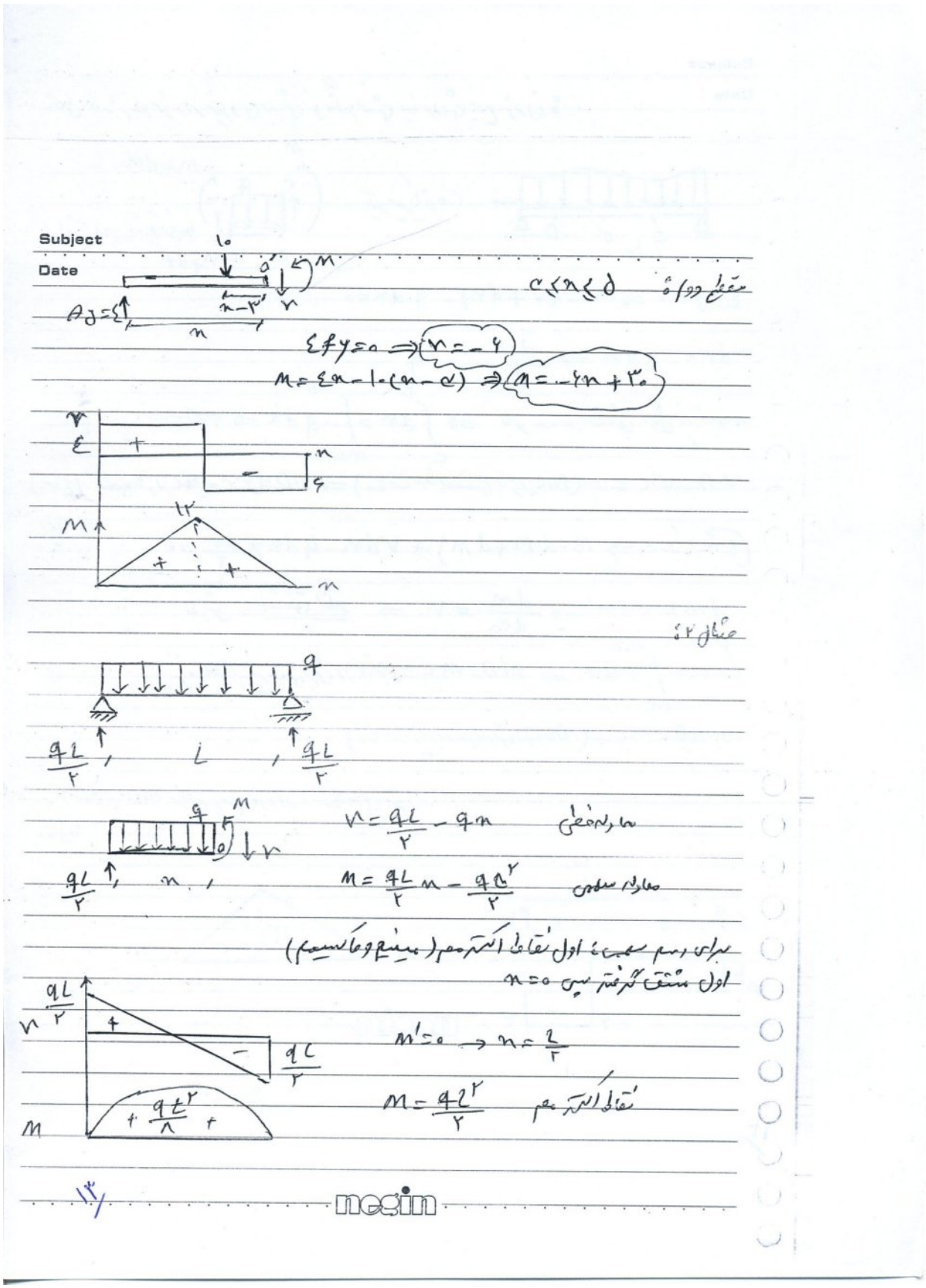
$\sum M_0 = 0 \Rightarrow M = 4x$

negin

۱۲

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir



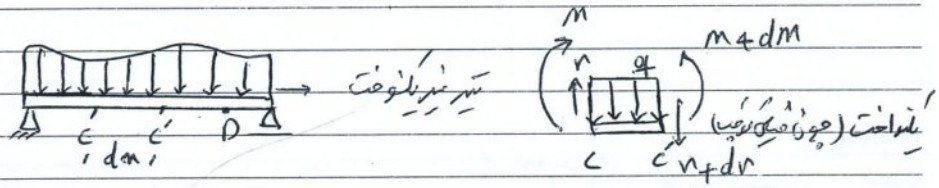
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date

مثال ۵ و رسم نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی به روش جمع زدن:



$\sum F_y = 0 \Rightarrow V - (V+dV) - q\,dx = 0$

$dV = -q\,dx \Rightarrow \frac{dV}{dx} = -q$

شیب نیروی برشی = $-q$ $\Rightarrow \int_C^D dV = \int_{xC}^{xD} -q\,dx \Rightarrow VD - VC$

$VD - VC = -$(مساحت سطح زیر منحنی بار از C تا D) $\Rightarrow VD =$ (سطح زیر منحنی بار از C تا D) $+ VC$

$\sum \vec{M}_{C'} = 0 \Rightarrow M - (M+dM) + V\,dx - q\,dx \times \frac{dx}{2} = 0$

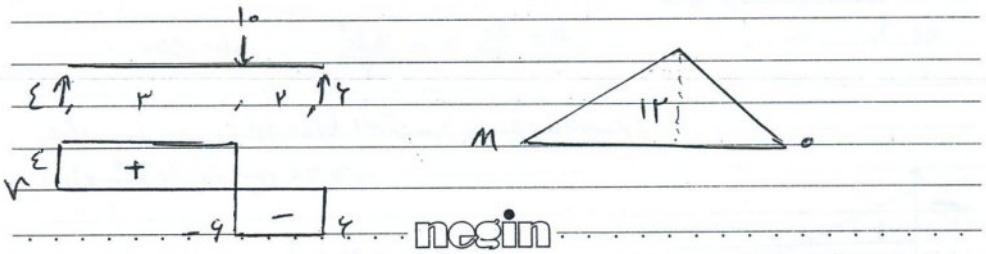
$dM = V\,dx \rightarrow \frac{dM}{dx} = V \Rightarrow$ شیب لنگر = نیروی برشی

$\int_C^D dM = \int_{xC}^{xD} V\,dx \Rightarrow MD - MC =$ (مساحت زیر منحنی نیروی برشی از C تا D)

$\Rightarrow MD = MC +$ (مساحت زیر منحنی نیروی برشی از C تا D)

MD و VD برای رسم نمودار استفاده می‌شود

مثال:

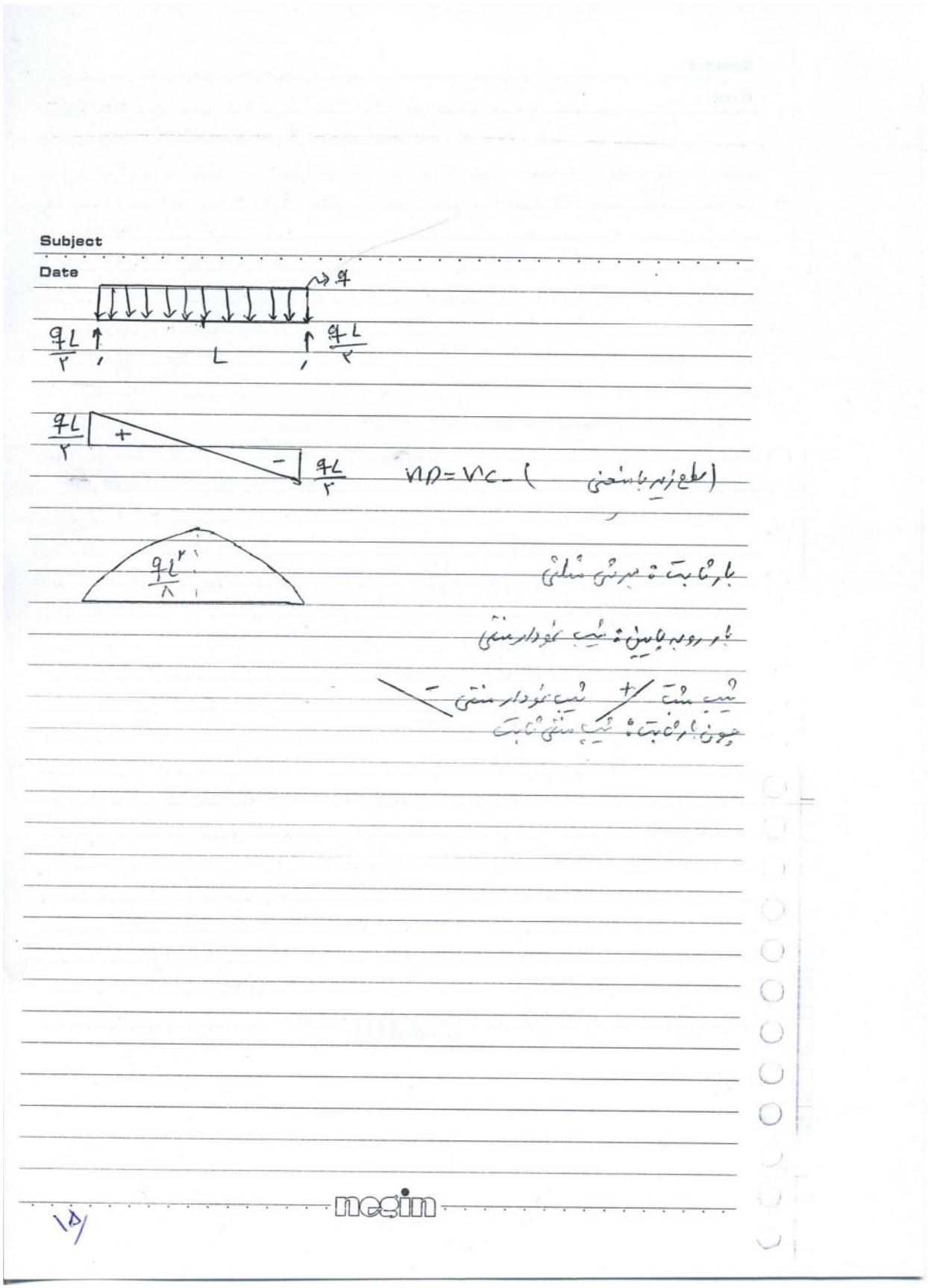


negin

۱۴

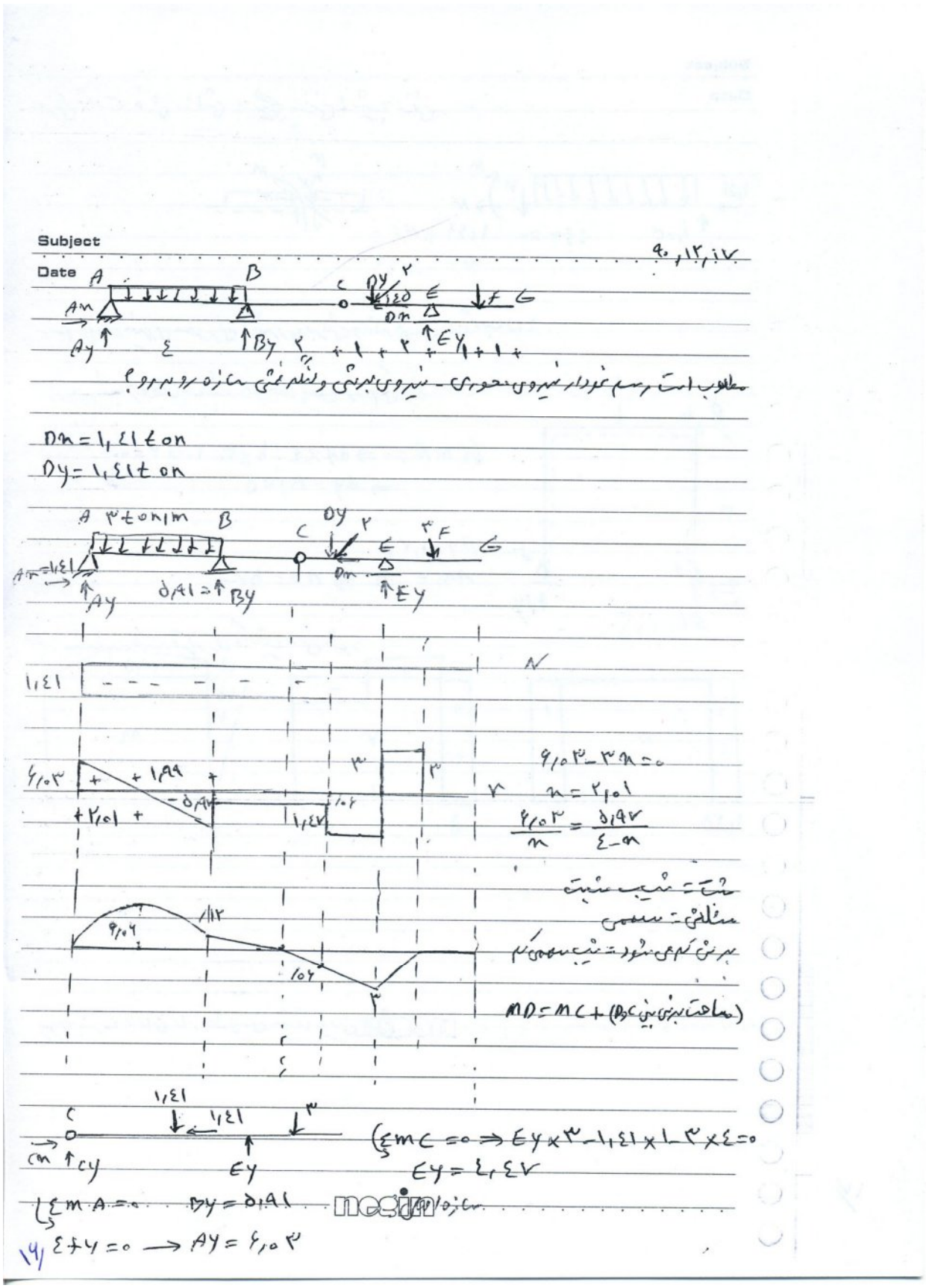
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

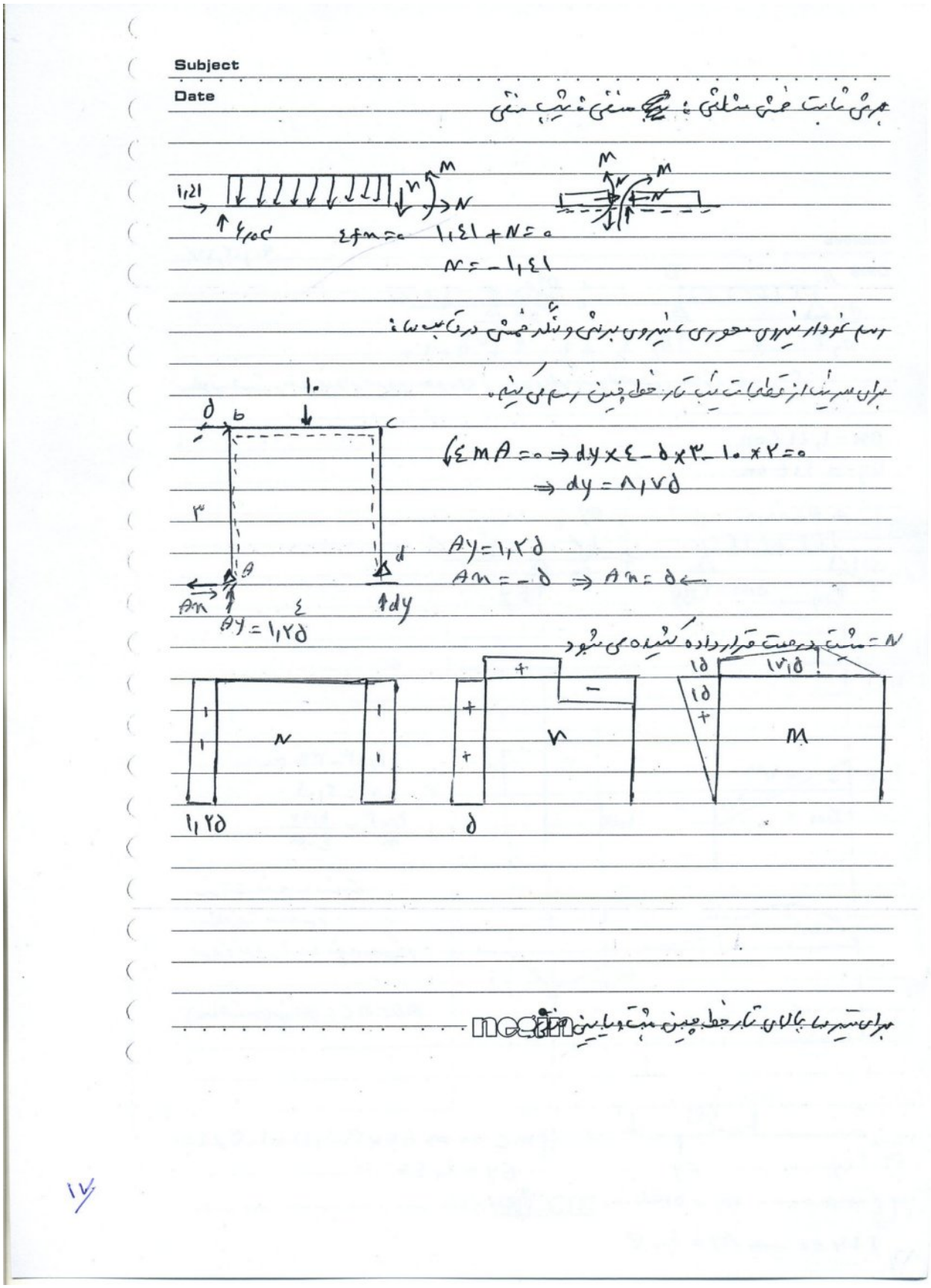


Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

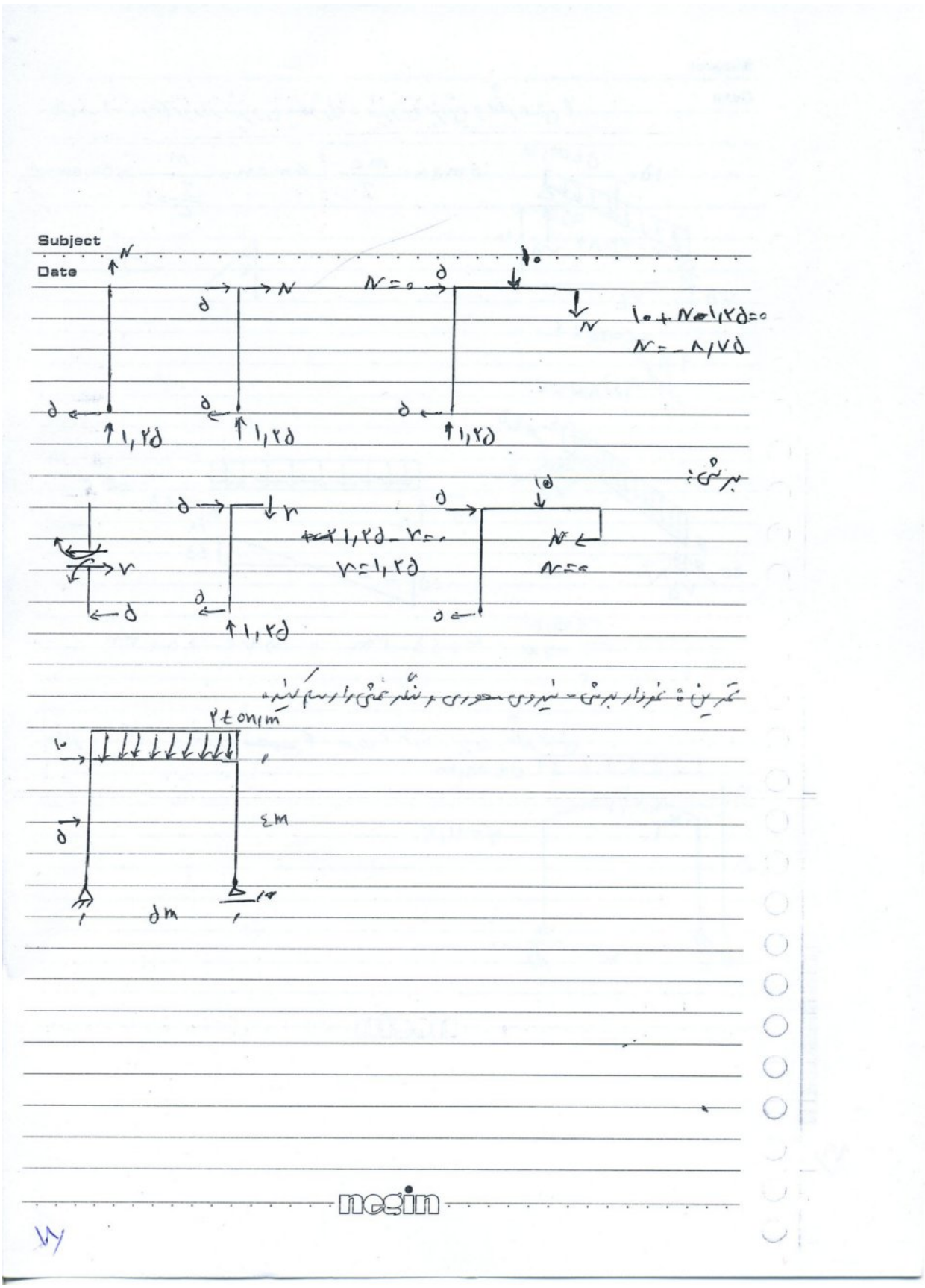
Mycivil.ir


Subject
Date
Dn=1,41ton
Dy=1,41ton
A 3ton/m B
C
E
F
G
Ay
By
Ey
Cy
Cm
N
1,41
4,05
+1,99
-0,84
+2,01
1,42
1,04
9,04
1,12
1,41
1,41
4,05
0,84=By
MD=MC+(مساحت بین B و C)
ΣmC=0 ⇒ Ey×4-1,41×1-4×4=0
Ey=4,47
ΣmA=0 ⇒ By=0,84
ΣFy=0 ⇒ Ay=4,05

Mycivil.ir


Subject
Date
ΣMA = 0 ⇒ dy × ۴ − ۵ × ۳ − ۱۰ × ۲ = 0
⇒ dy = ۸٫۷۵
Ay = ۱٫۲۵
Ax = −۵ ⇒ Ax = ۵
Ax
Ay = ۱٫۲۵
۴dy
N
V
M
۱٫۲۵
۵

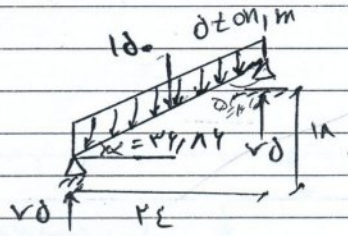
Mycivil.ir



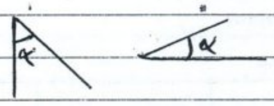
Subject

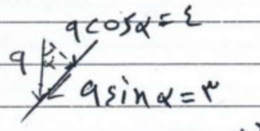
Date

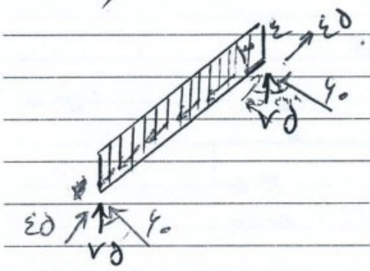
مطلوب است رسم نمودار نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی ؟

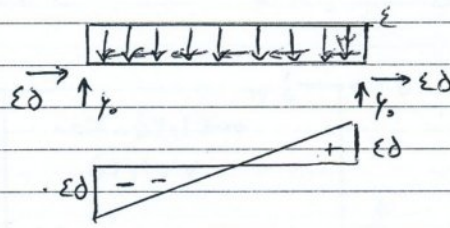


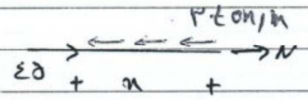
$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I}$ $\quad \sigma_{max} = \frac{M}{\frac{I}{c} = S} \rightarrow \sigma_{max} = \frac{M}{S}$





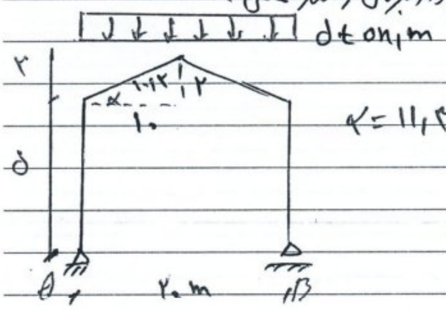






$N + ٤۵ - ۳x = 0 \Rightarrow N = -٤۵ + ۳x$

مطلوب است رسم نیروی محوری، نمودار برشی و لنگر خمشی.

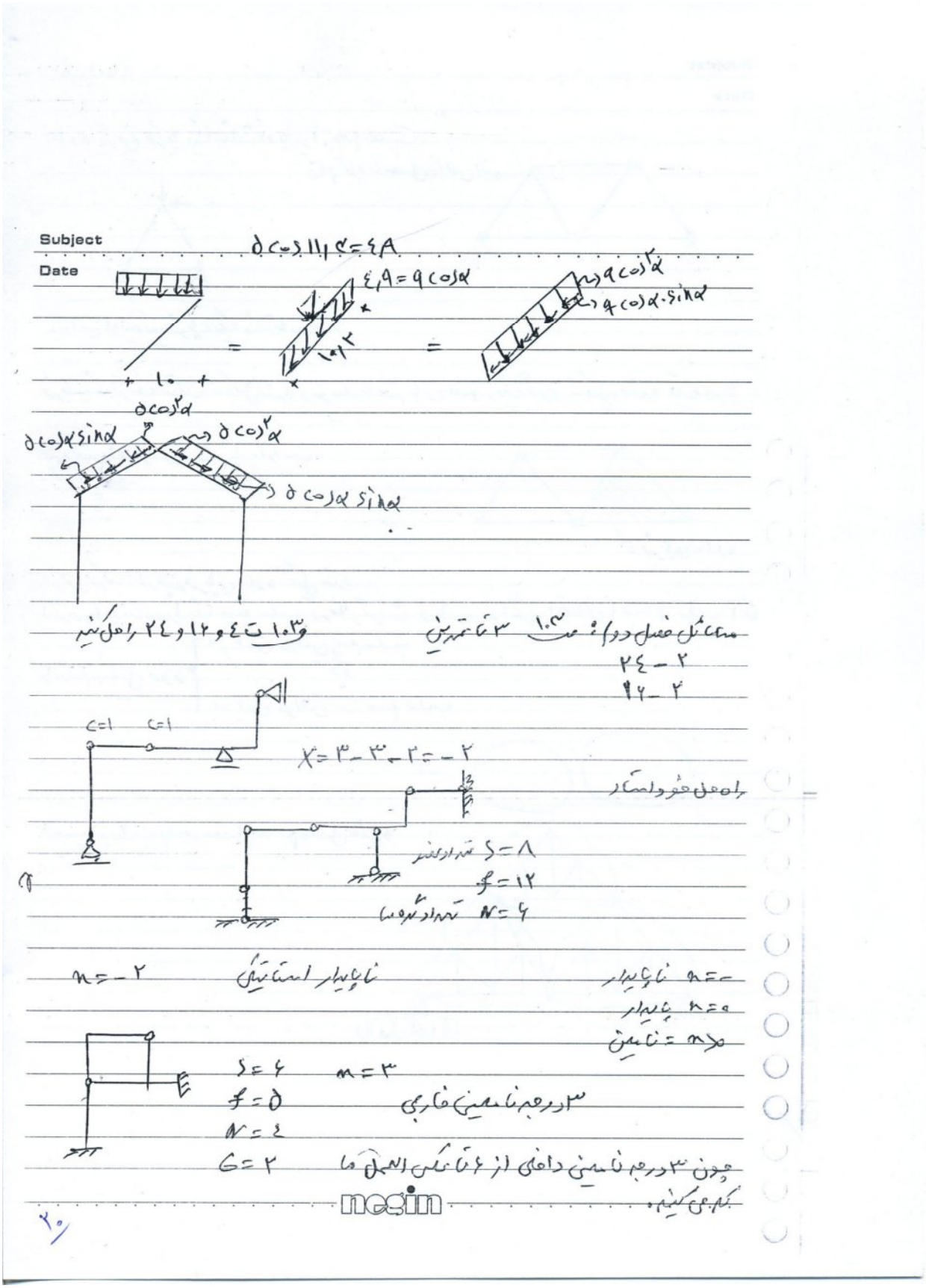


$\alpha = 11.3$

negin

۱۹

Mycivil.ir



Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

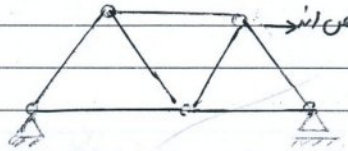
Subject

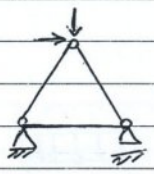
Date

خرپاها:

ساده ترین خرپا یک مثلث که پایدار هم هست.

تمام تیره ها نیروی محوری دارند

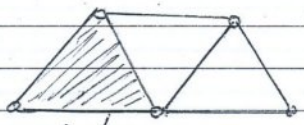




اساس اولیه تمام خرپاها یک مثلث است

خرپایی که از یک مثلث تشکیل شده و توسعه یافته با دو عضو و یک تیره تشکیل شده یک خرپا

بزرگتر را می دهد و همیشه پایدار است



۲ خرپای ساده

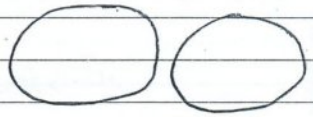
خرپای مرکب: از چند خرپای ساده تشکیل شده

هر خرپای ساده را یک جسم صلب در نظر گرفت و طبق قوانین اتصال اجسام صلب آنها

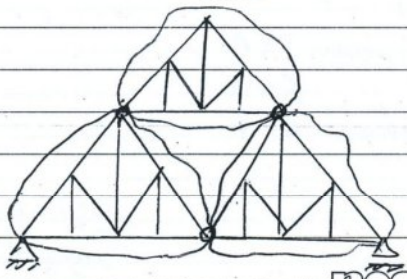
را به هم متصل نمود

۱- طبق قوانین جسم صلب

۲- طبق قوانین سه جسم صلب



۱-



سه سیستم صلب با سه مفصل به هم متصل شده

negin

۲۱/

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date

۱) خرپای ساده: اصلی یک مثلث Beas

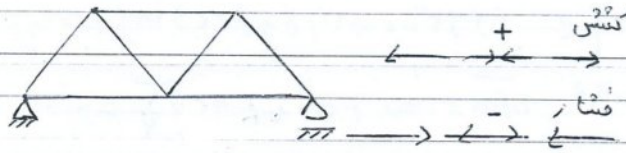
۲) خرپای مرکب: از چند خرپای ساده تشکیل شده

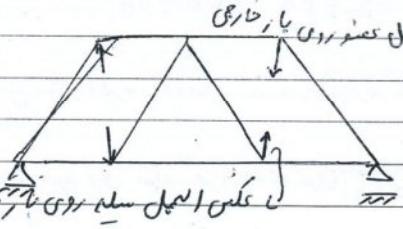
۳) خرپای مبهم: دارای مشخصات خرپای ساده و مرکب نیست و جزء هیچکدام از آنها قرار نمی‌گیرد.

به سر تکیه ۳ عضو یا بیشتر متصل است در خرپای مبهم خرپا مین است و به راحتی قابل تحلیل نیست

برای تحلیل خرپای ساده و مرکب ۲ روش داریم
۱- روش گره
۲- روش مقطع زدن

۱-





اگر نیرو از عضو دور شود کششی

اگر نیرو به عضو وارد شود فشاری

negin

۲۲

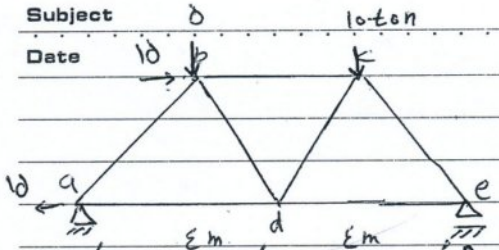
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date

مثال: تحلیل به روش گره



اول: کل المان تکیه گاه ها:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow e_y \times 8 - 10 \times 2 - 5 \times 2 - 15 \times 2 = 0$$

$$e_y = 12,5$$

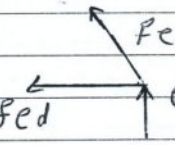
در گره هایی شروع می کنیم که ماکزیمم به ۲ عضو مجهول متصل باشد چون ۲ $\sum f_x$ و ۲ $\sum f_y$ داریم

در غیر با $\sum M$ نداریم

اعضای مجهول را کششی در نظر می گیریم (کششی فرض می کنیم)

اگر منفی در آمد عضو فشاری

اگر مثبت در آمد عضو کششی است در ست فرض شده



$$\sum f_y = 0 \Rightarrow 12,5 + F_{ec} \sin 45 = 0 \Rightarrow F_{ec} = -17,67$$

$$\sum f_x = 0 \Rightarrow F_{ed} + F_{ec}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{ed} + (-17,67)\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow f_{ed} = 12,5 \text{ ton}$$

توجه: در مثال اگر جواب منفی شد در گره تا آخر با همان علامت پیش بروید لازم نیست بدان گره مجهول فرض شود مگر برای گره بعدی فرض می کنیم

negin

۲۳

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

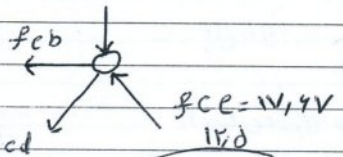
Mycivil.ir

Subject

Date

تمرین ۵:

توجه: قبل از شروع تحلیل تیره سرشیرو را روی آن ترسیم می کنیم



$\uparrow \sum fy=0 \Rightarrow -10+17,47\sqrt{\frac{2}{2}}-fcd\sqrt{\frac{2}{2}}=0 \quad fcd=3,532ton$

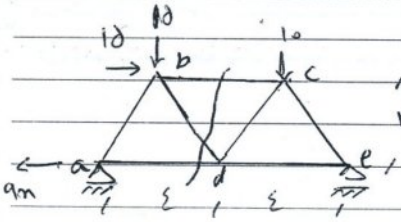
$\leftarrow \sum fn=0 \Rightarrow 3,532\sqrt{\frac{2}{2}}+fcb+17,47\sqrt{\frac{2}{2}}=0 \quad fcb=-15ton$

از فرضیاتی برات و ماکسول در سازه‌ها بسیار استفاده می شود

بارگذاری روی خرپا سه نوع است از بالا یا پایین (مثل پل)

«روش برش»

برای به دست آوردن نیروی یک عضو از مقطع:



سوال: $Fbc=?$

نمیتوانیم از تعادل گره‌ها استفاده کنیم

negin

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

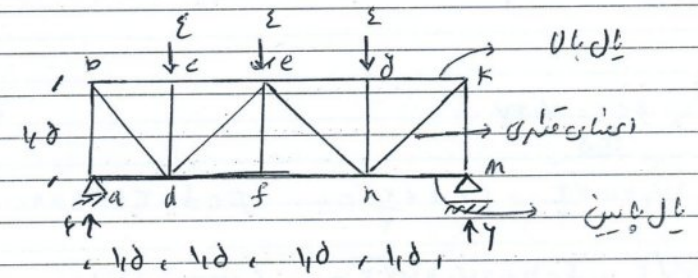
باید اعضای غیر از fbc به یک نقطه ختم شوند اگر این طور باشد نسبت به آن نقطه لنگر می گیریم

$\Sigma M_d = 0 \Rightarrow -F_{bc}\times 2 + 5\times 2 - 15\times 2 - 2.5\times 4 = 0$

$F_{bc} = -15\ ton$ فشاری

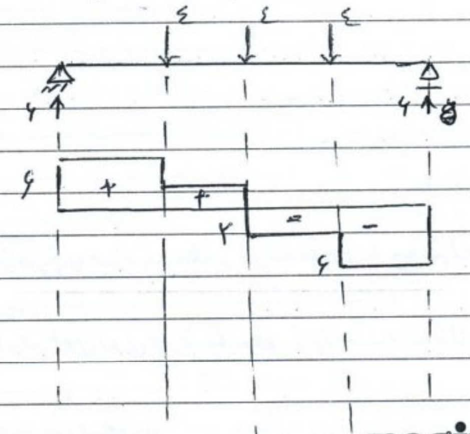
اگر کامل قطع کنیم یک طرف را دور می ریزیم

تحلیل خرپا ها با استفاده از نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی تیر معادل:



با استفاده از نمودار لنگر خمشی، نیرو های اعضای بال بالا و پایین را به دست آورید

با استفاده از نمودار نیروی برشی، مولفه قائم اعضای قطری را به دست آورید.



$F_{bc} = \frac{9}{1.5} = -6$ (نیروی لنگر / بازوی لنگر)

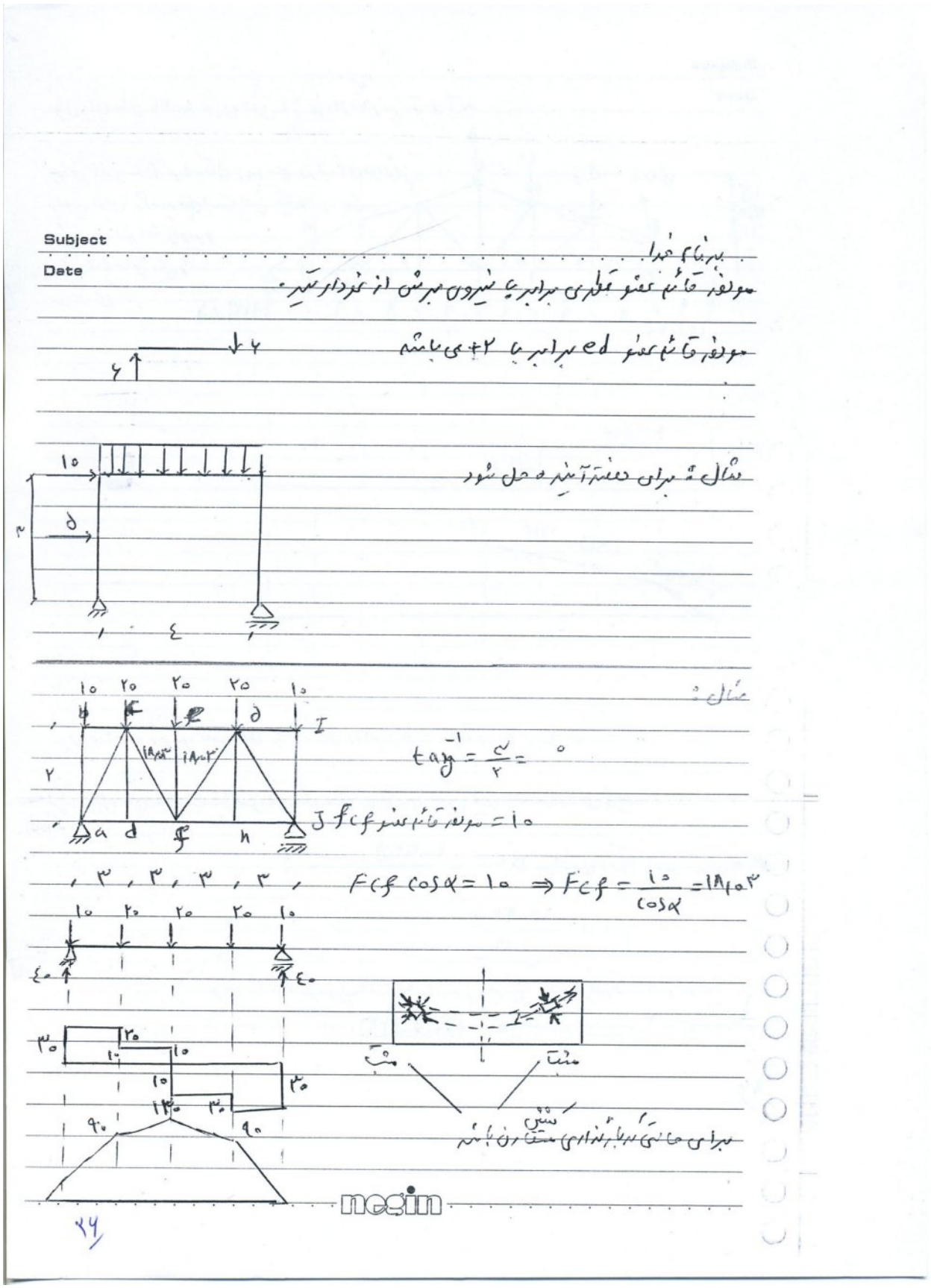
$F_{ej} = -\frac{9}{1.5} = -6$ بال های بالا فشاری

$F_{fh} = -\frac{12}{1.5} = -8$

لنگر نسبت به c

۲۵

Mycivil.ir



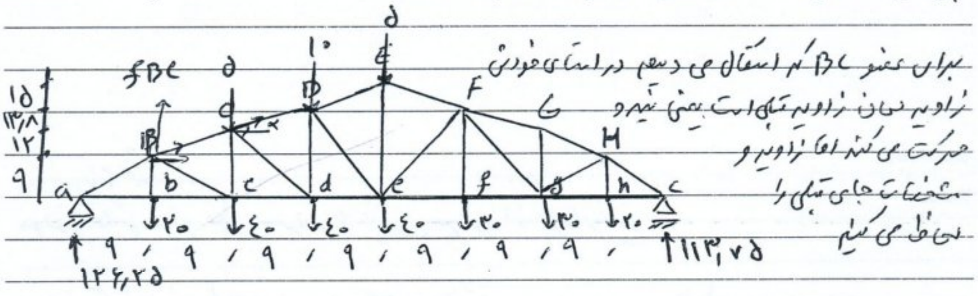
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

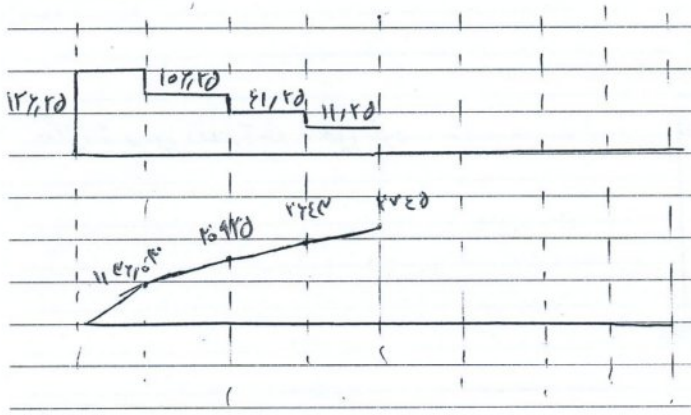
Subject

Date

برای یال های بالا مولفه ی افقی از نمودار لنگر بدست می آید

برای عضو BC لنگر را انتقال می دهیم در راستای عمود بر زاویه بین زاویه تکیه است یعنی نیرو و حرکت می کند اما زاویه و مشخصات جای تکیه را لحاظ می کنیم





مولفه ی افقی نیروی عضو BC را انتقال داده و به ستون ای و رم در راستا

برای یال های مورب از نمودار لنگر خمشی مولفه ی افقی یال بالا بدست می آید

مولفه ی افقی نیروی عضو BC $= \frac{2092.5}{12}$

$F_{cd} = \frac{2092.5}{12}$

مولفه قائم عضو مورب پایین = مقدار نیروی برشی = مولفه قائم عضو مورب

۲۷

Mycivil.ir

Subject

Date

$tg\alpha = \frac{18}{9} \Rightarrow F_{BC}\cos\alpha = \frac{2094.5}{12} \Rightarrow F_{BC} = \frac{2094.5}{12\times 1.98}$

$F_{BC} = 1771.8$

BC مولفه قائم $= 1771.8 \times \sin\alpha = 1585.2$

برای BC کوچک

F_{BC} BC مولفه قائم $= 1064.25 - 478.05 = 586.2$

حل:

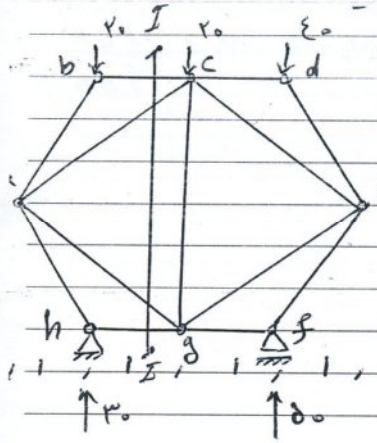
۱- بدست آوردن نیروی اعضا

۲- تعادل گره b ← F_{BC} و F_{BA} بدست آیند

۳- تعادل گره d ← F_{DC} و F_{DE} بدست آیند

۴- برش ۱-۱ را مشخص کنید ← M_g را بدست آورید

۵- تعادل گره c را بنویسید



$F_{cy} = ?$

Mycivil.ir

Subject

Date

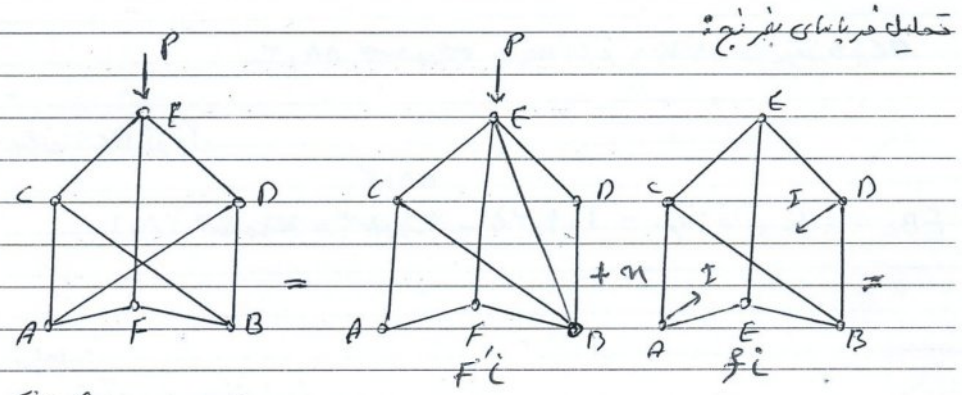
تشخیص پایداری یا ناپایداری خرپاها: برای اینکه بفهمیم یک خرپا پایدار است یا نه

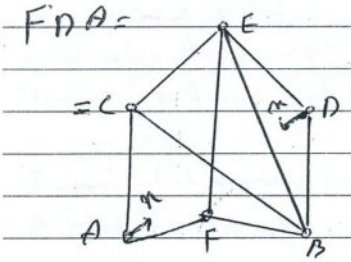
۱- به جای یکی از میله های خرپا را حذف می کنیم به طوری که خرپای جدید پایدار باشد

۲- در امتداد میله خرپای قبلی دو تا بار واحد وارد می کنیم

۳- خرپای جدید را با بار واحد تحلیل می کنیم اگر نیروی میله جدید صفر درآمد خرپای ما ناپایدار است

تحلیل خرپاهای نمونه:





$$Fi = F'i + x\,f_i$$

$$F_{EB} = F'_{EB} + x\,f_{EB} = 0 \qquad x = -\frac{F'_{EB}}{f_{EB}}$$

negin

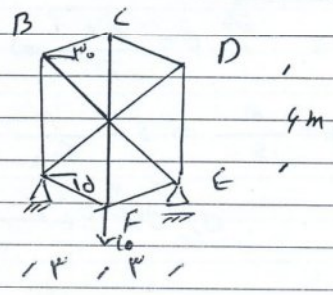
۲۹/

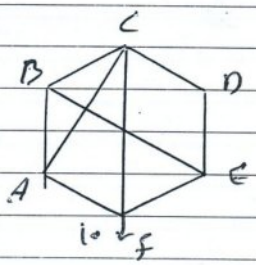
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date





روش تعیین

	$F\dot{i}$	$f\dot{i}$	$nf\dot{i}+F\dot{i}$
AB	۲٫۲۲	-۱٫۳۸	-۲۴٫۱
BC	۴٫۵۵	-۱٫۰۱	
CD	۰	-۱٫۱۱۲	
DE	۰	-۱٫۱۱۵	
EF	۴٫۰۸	-۱۹۱	
FA	۴٫۰۸	-۱۹۱	
BE	-۵٫۵۸	۳٫۴۱	
CF	۷٫۱۹	۱٫۴۱	
AC	-۱۰٫۸	۱٫۴۵	

$F_{AB} = -1.38 \times 22.42 + 6.22 = -24.1$

$-10.8 + n \times 4.45 = 0 \Rightarrow n = 22.42$

۳۰/

negin

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

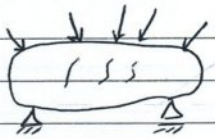
Subject

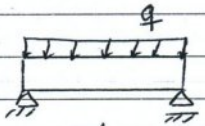
Date

به نام خدا

تغییر شکل سازه‌های بتنی

به تدابیری گفته می‌شود که سازه در برابر نیروهای وارده مقاومت می‌کند بدون آنکه تغییر شکل بدهد





$$M=\frac{qL^2}{8} \qquad \sigma=\frac{MJ}{I}$$

$$\sigma=\frac{Mc}{I} \Rightarrow \sigma=\frac{M}{S}$$

$$\sigma_{max}=\frac{M}{S} \Rightarrow S=\frac{M}{\sigma_{max}}$$

۱- روش مستقیم یا انتگرال گیری

۲- روش شیب سطح

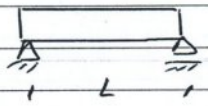
۳- روش بار الاستیک

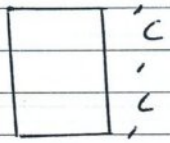
۴- روش تیر مزدوج

۵- روش انرژی

۶- روش ماتریسی **

۱- روش مستقیم (انتگرال گیری)





negin

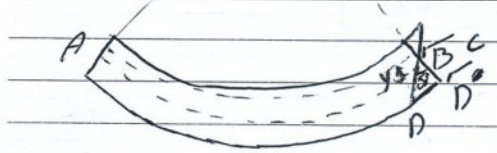
۳۱

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date



$\Delta OAB \sim BDD'$

$\frac{DD'}{L} = \frac{c}{\rho}$

$\frac{\Delta L}{L} = \frac{c}{\rho} \Rightarrow \varepsilon_{max} = \frac{c}{\rho}$

$\varepsilon = \frac{y}{\rho}$

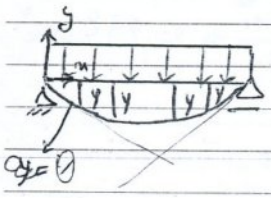
$\sigma = E\varepsilon$

$\sigma = \frac{My}{I}$

$\Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$

منحنی دو برابر است با عکس شعاع انحنا =

$\Rightarrow y'' = \frac{1}{\rho} \rightarrow y'' = \frac{M}{EI}$ با این شیب



به منحنی تغییر شکل منحنی الاستیک می‌گویم

y = تغییر مکان منحنی الاستیک

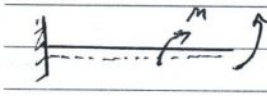
شیب منحنی الاستیک $y' = \frac{dy}{dx} = \theta$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$ معادله تغییر شکل

$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{V}{EI}$ نیروی برشی

$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{w}{EI}$ شدت بار

مثال



$y'' = \frac{M_1}{EI}$

$M = M_1$

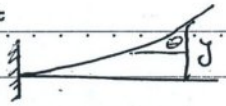
$y' = \frac{M_1 x}{EI} + C_1$

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date



$x=0$

$y=0$

y = خیز در تیر

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow C_2=0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ \theta \text{ یا } y'=0 \end{cases} \longrightarrow C_1=0 \Rightarrow \boxed{y=\frac{M_1 x^2}{2EI}}$$

معادله تغییر شکل

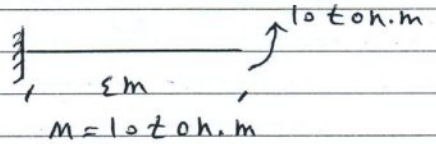
$x=l$

$y=y_{max}$

$$\Rightarrow y_{max}=\frac{M_1 L^2}{2EI}$$

مطلوب است طراحی تیر نمونه زیر:

$\sigma_{all}=1400 \, KJ/cm^2$ $\qquad \Delta_{max}<\frac{L}{240}$



$M=10 \, ton.m$

$$S=\frac{M}{\sigma}=\frac{10\times10^5}{1400} \Rightarrow S=494 \, cm^3$$

$S=494 \, cm^3 \Rightarrow IPE400$ $\qquad I_x=11770$

$$y_{max}=\frac{10\times10^5\times(400)^2}{2\times2\times10^6\times11770}=3.39$$

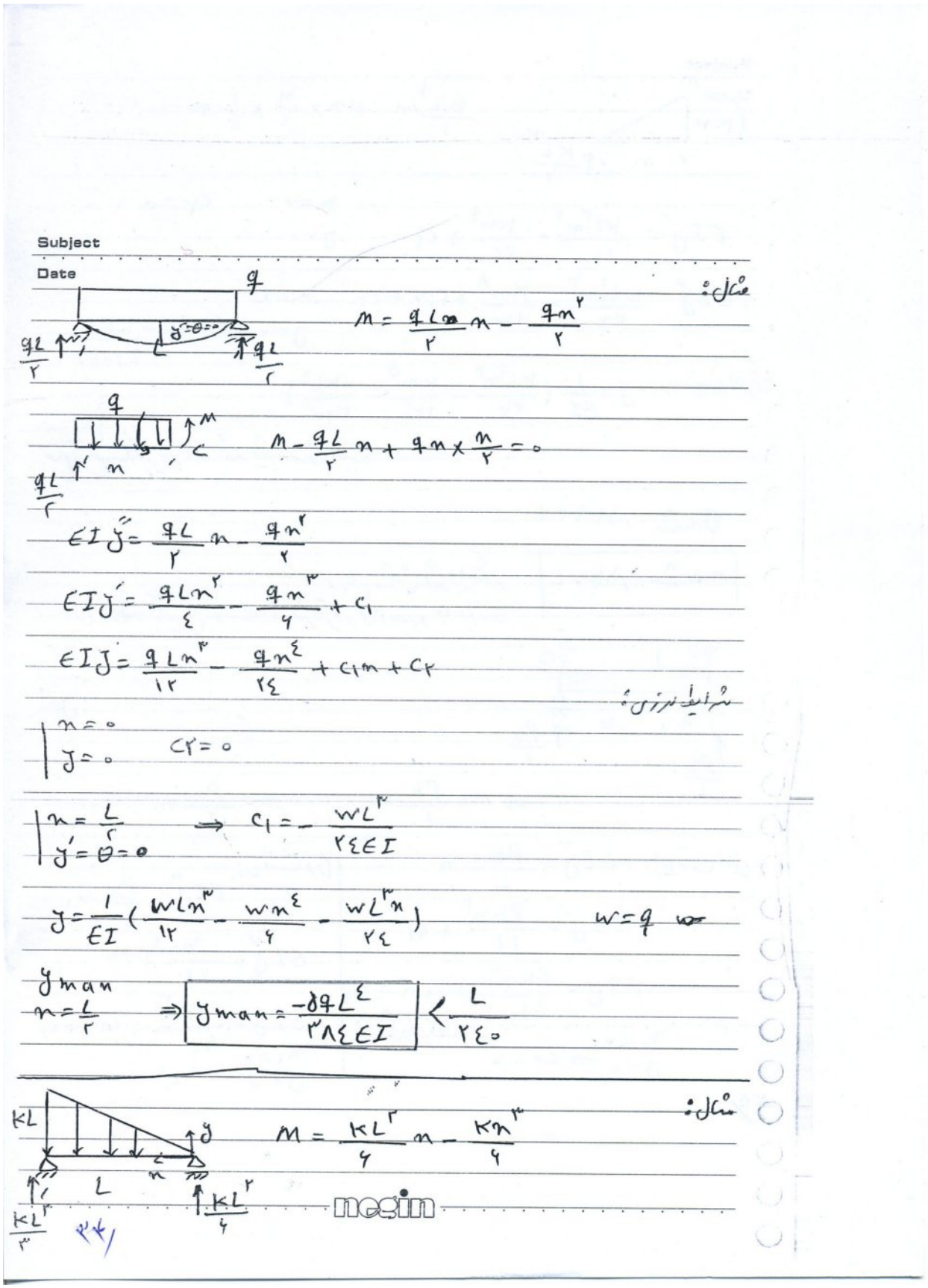
$$\Delta_{max}=\frac{400}{240}=1.66$$

negin

۳۲

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir



Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Subject

Date

$\frac{KL^2}{4}m - Kmx\frac{m}{2}x\frac{1}{3}m$

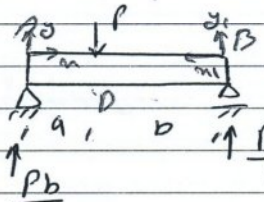
$EIy' = \frac{KL^2m^2}{12} - \frac{Km^4}{24} + C_1$ $\quad m=0 \quad C_2=0$

$EIy = \frac{KL^2m^3}{24} - \frac{Km^5}{120} + C_1m + C_2$ $\quad m=L \quad y=0 \quad C_1 = -\frac{7KL^4}{360EI}$

جابجایی عرضی تیر است نه نیروی عرضی $y = \frac{1}{EI}\left(\frac{KL^2m^3}{24} - \frac{Km^5}{120} - \frac{7KL^4}{360}\right)$

$m_{max} = 0.5193L$

$m_{max} = 0.577L$ در بارهای متمرکز از تئوری استفاده می‌کنیم



$\frac{Pb}{L}$ $\quad a$ $\quad b$ $\quad \frac{Pa}{L}$

$\Rightarrow M = \frac{Pb}{L}m \qquad M = \frac{Pa}{L}m_1$

برای قسمت اول $EIy'' = \frac{Pb}{L}m$

$EIy' = \frac{Pbm^2}{2L} + C_1$

$EIy = \frac{Pbm^3}{6L} + C_1m + C_2$

$m=0 \rightarrow y=0 \rightarrow C_2=0$

برای قسمت دوم $EIy'' = \frac{Pa}{L}m_1$

$EIy' = \frac{Pam^2}{2L} + C_3$

$EIy = \frac{Pam^3}{6L} + C_3m + C_4$

$m_1=0 \rightarrow y=0 \rightarrow C_4=0$

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Subject

Date

$$\frac{Pbx^2}{2L}+C_1=\frac{Pax_1^2}{2L}+C_2$$

$x=a \qquad x=b$

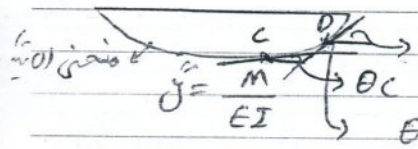
$$\frac{Pba^2}{2L}+C_1=\frac{Pab^2}{2L}+C_2 \Rightarrow C_1=-\frac{Pab}{4LEI}(a+2b)$$

$$y=\frac{Pb}{2EIL}\left[x^3+(b^2-L^2)x\right]$$

روش دوم: روش تیر مزدوج:

۱- قدم اول: تغییر وضعیت عناصر با برش ۱۰ سانتی بین دو نقطه D و C برابر است با سطح زیر

نمودار $\frac{M}{EI}$ بین این دو نقطه



$$\theta D-\theta C=\theta D/C$$

$$y'=\theta=\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d\theta}{dx}=\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M}{EI} \qquad \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d\theta}{dx}$$

$$\frac{d\theta}{dx}=\frac{M}{EI} \Rightarrow d\theta=\frac{M}{EI}dx$$

$$\int_D^C d\theta=\int_{xD}^{xC}\frac{M}{EI}dx \rightarrow \theta D-\theta C=\int_{xD}^{xC}\frac{M}{EI}dx=\theta D/C$$

سطح زیر نمودار M بین ۱۰ سانتی از D تا C = $\theta D-\theta C$

۲۴

nesin

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

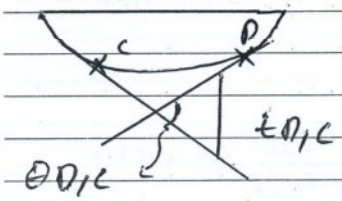
Subject

Date

۳- تغییر مکان نقطه‌ی D خط الاستیک از مماس بر خط الاستیک در نقطه C برابر است با:

شد سطح زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ بین دو نقطه‌ی C و D حول محوری که از نقطه D می‌گذرد به

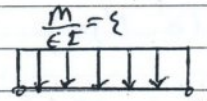
شرط آنکه بین نقاط C و D ناپیوستگی مانند مفصل وجود نداشته باشد



$t_{D/C}$ = شد سطح $\frac{M}{EI}$ از C تا D نسبت به محور گذرنده از D

$\theta_{D/C}$ شد سطح زیر نمودار از C تا D

$\theta_{D/C}$ شیب بار
شد $t_{D/C}$



$\theta_D - \theta_C = \varepsilon \times ۳$

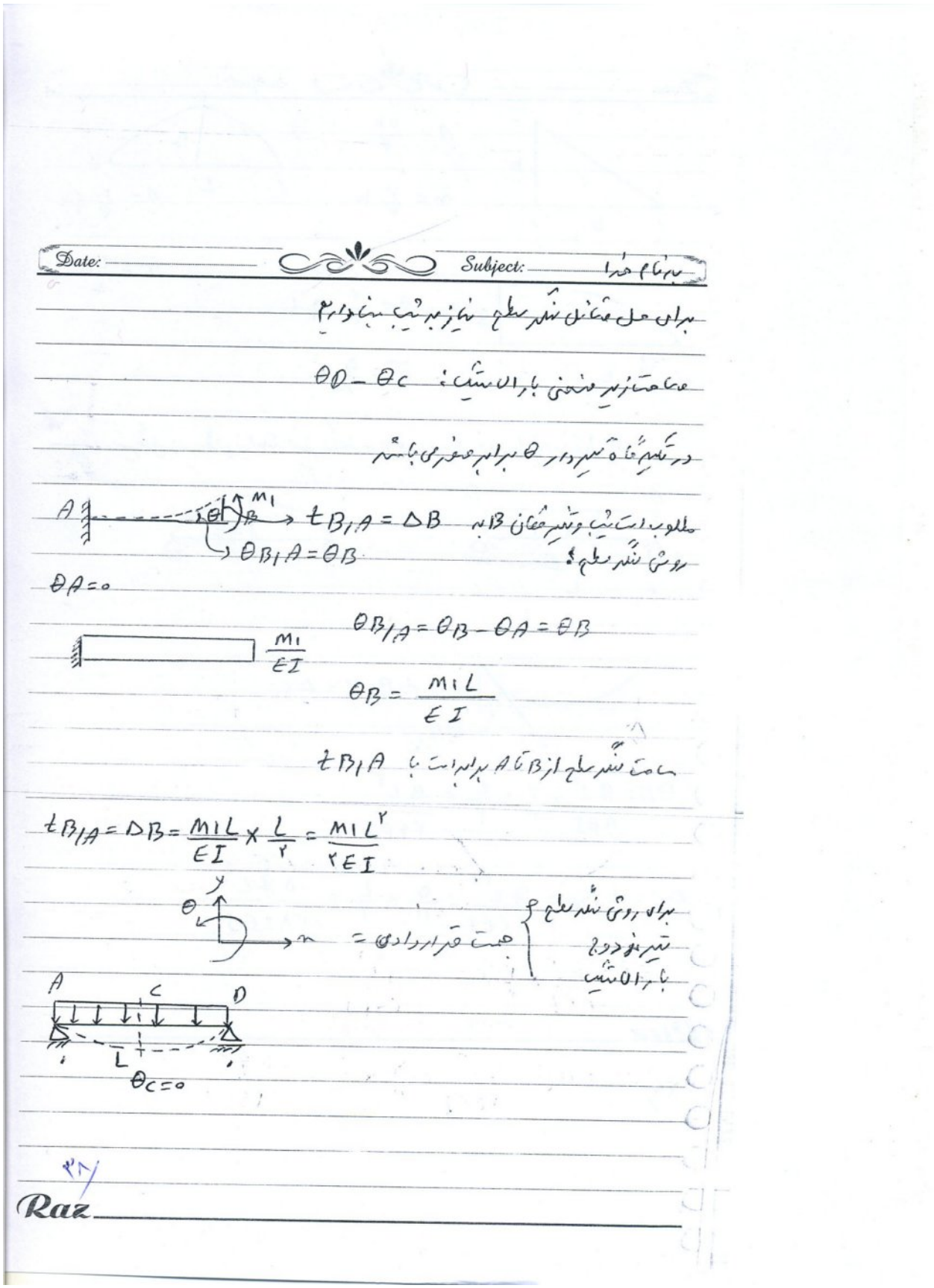
$t_{D/C} = \varepsilon \times ۳ \times \frac{۳}{۲}$

negin

۳۷

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

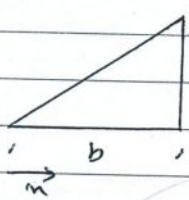
Mycivil.ir



Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

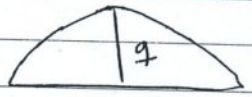
Mycivil.ir

Date: Subject:



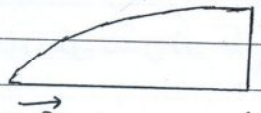
$A = \frac{bh}{2}$

$\bar{x} = \frac{2}{3} b$



$A = \frac{2}{3} qL$

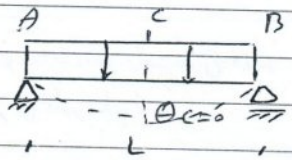
$\bar{x} = \frac{L}{2}$

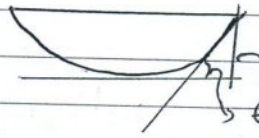


$A = \frac{2}{3} qL$

$\bar{x} = \frac{5}{8} L$

مثال: در تیر نشان داده شده مطلوب است محاسبه تغییر مکان در وسط دهانه و در نقطه B:





$\theta_B = \frac{qL^2}{8EI} \times \frac{2}{3} \times \frac{L}{2} = \frac{qL^3}{24EI}$

$\Delta_C = t_{B/C} = \frac{qL^3}{24EI} \times \frac{5}{8} \times \frac{L}{2} = \frac{5qL^4}{384EI}$

Raz

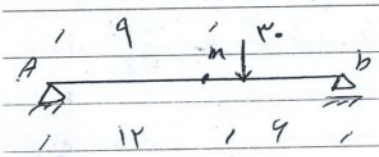
۲۹/

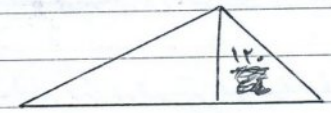
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

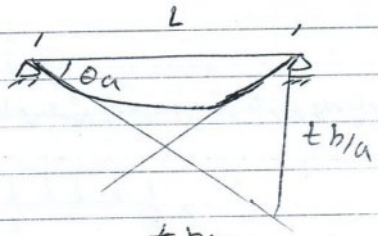
Mycivil.ir

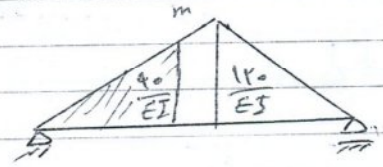
Date: Subject:

با استفاده از قضایای تئوری سطح ممان انحنا (M/EI) شیب در نقاط A و m و تغییر در نقطه m را بدست آورید.









$$\theta a = \frac{t_{b/a}}{L}$$

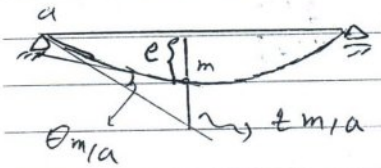
$$t_{b/a} = \frac{۱۲۰}{EI} \times \frac{۱۲}{۲}\left(۹ + \frac{۱}{۳} \times ۱۲\right) + \frac{۱۲۰}{EI} \times \frac{۹}{۲} \times \left(\frac{۲}{۳} \times ۹\right) = \frac{۸۶۴۰}{EI}$$

$$\theta a = \frac{t_{b/a}}{L} \Rightarrow \theta a = \frac{\frac{۸۶۴۰}{EI}}{۱۸} \Rightarrow \theta a = -\frac{۴۸۰}{EI}$$

جهت ساعتگرد

$$\theta_{m/a} = \theta_m - \theta a = \frac{۹۰}{EI} \times \frac{۹}{۲} = \frac{۴۰۵}{EI}$$

$$\theta m = \frac{۴۰۵}{EI} - \frac{۴۸۰}{EI} = -\frac{۷۵}{EI}$$



$$\theta a = \frac{e + t_{m/a}}{۹}$$

$$۹\theta a = e + t_{m/a}$$

$$\Rightarrow e = ۹\theta a - t_{m/a}$$

Raz ۴۰/

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Date: Subject:

$$t_{m,a} = \frac{q_0}{EI} \times \frac{q}{2} \times \frac{1}{2} q = \frac{1215}{EI}$$

$$q\theta_a = -\frac{4320}{EI} \Rightarrow e = -\frac{4320}{EI} + \frac{1215}{EI} = -\frac{3105}{EI}$$

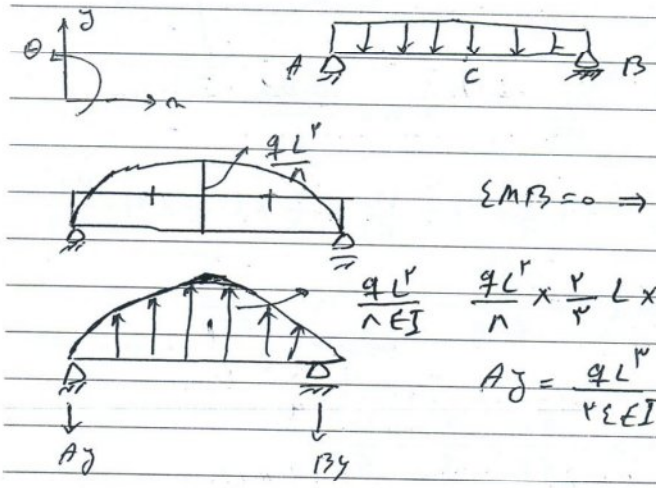
روش بار الاستیک: این روش هم فقط برای تیر ساده صادق است

نمودار $\frac{M}{EI}$ روی تیر قرار داده و به عنوان بار فنری محاسبه می‌کنیم

تیرهون برشی در هر نقطه از تیر برابر است با شیب تیر

و لنگر خمشی در هر تیر برابر است با خیز در آن تیر

اگر نمودار لنگر خمشی مثبت بار به سمت بالا و اگر منفی شد بار رو به پایین



$$\frac{qL^2}{8}$$

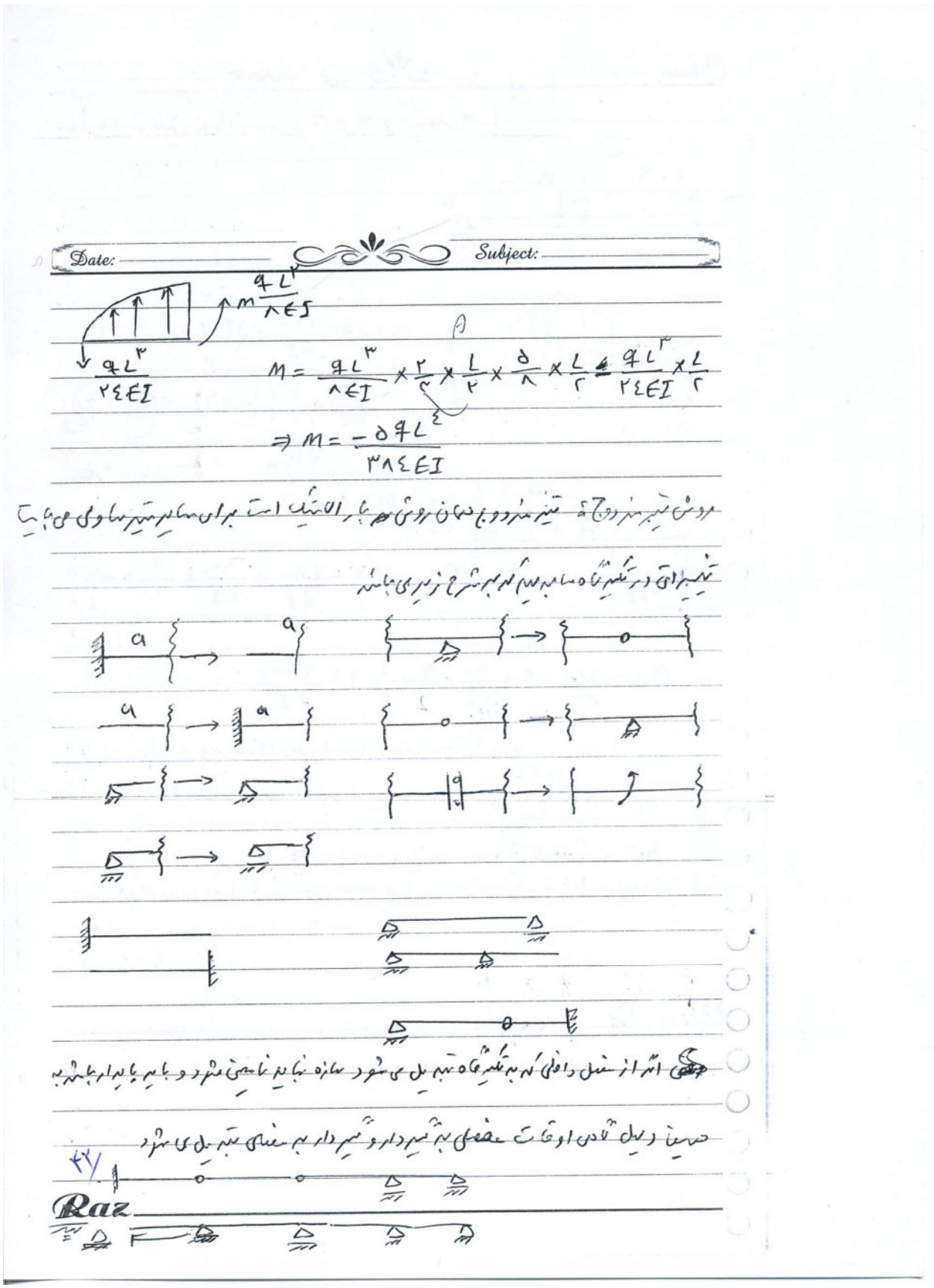
$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{qL^2}{8} \times \frac{2}{3} L \times \frac{L}{2} = A_j \times L$$

$$A_j = \frac{qL^3}{24EI}$$

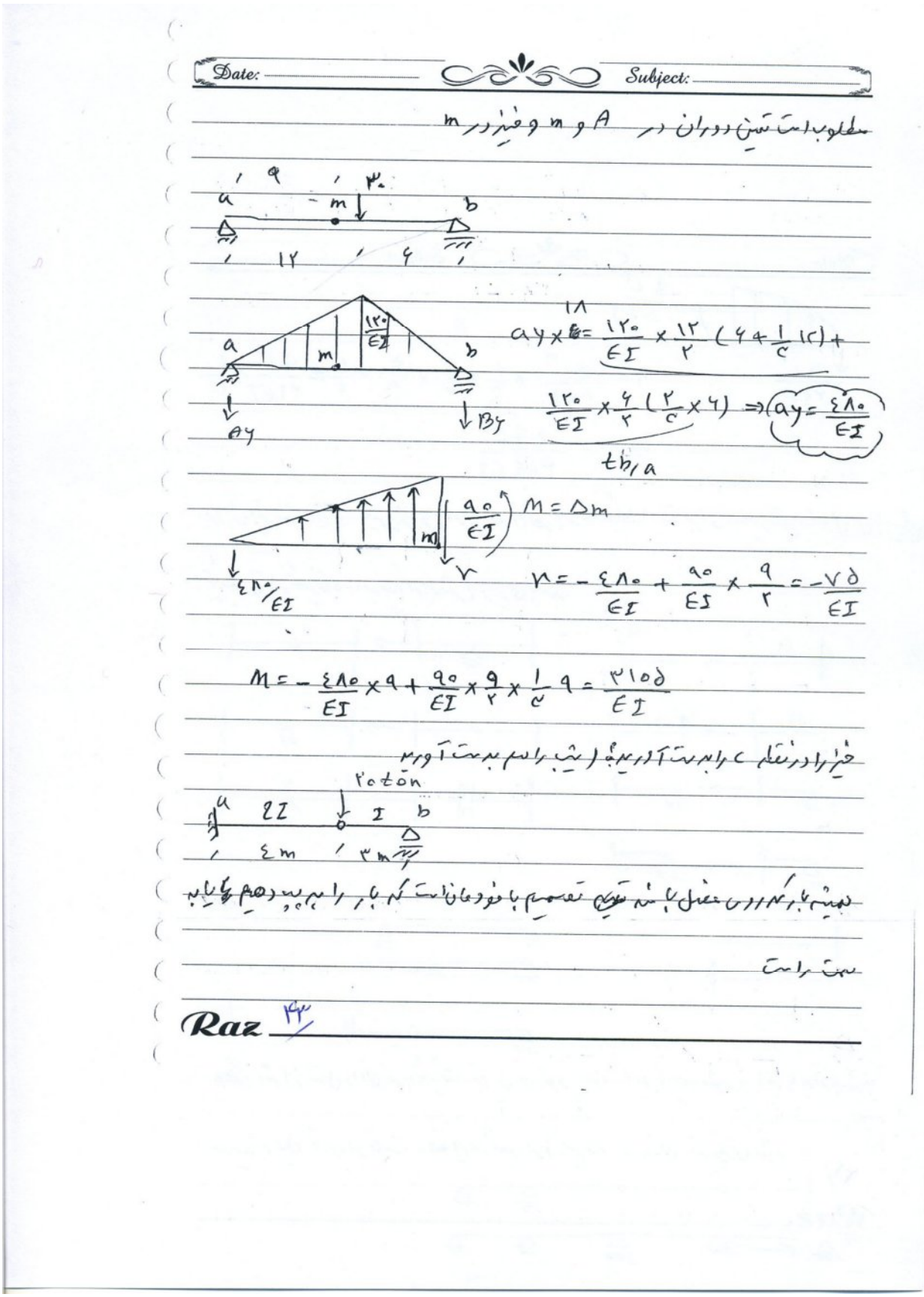
Raz

Mycivil.ir

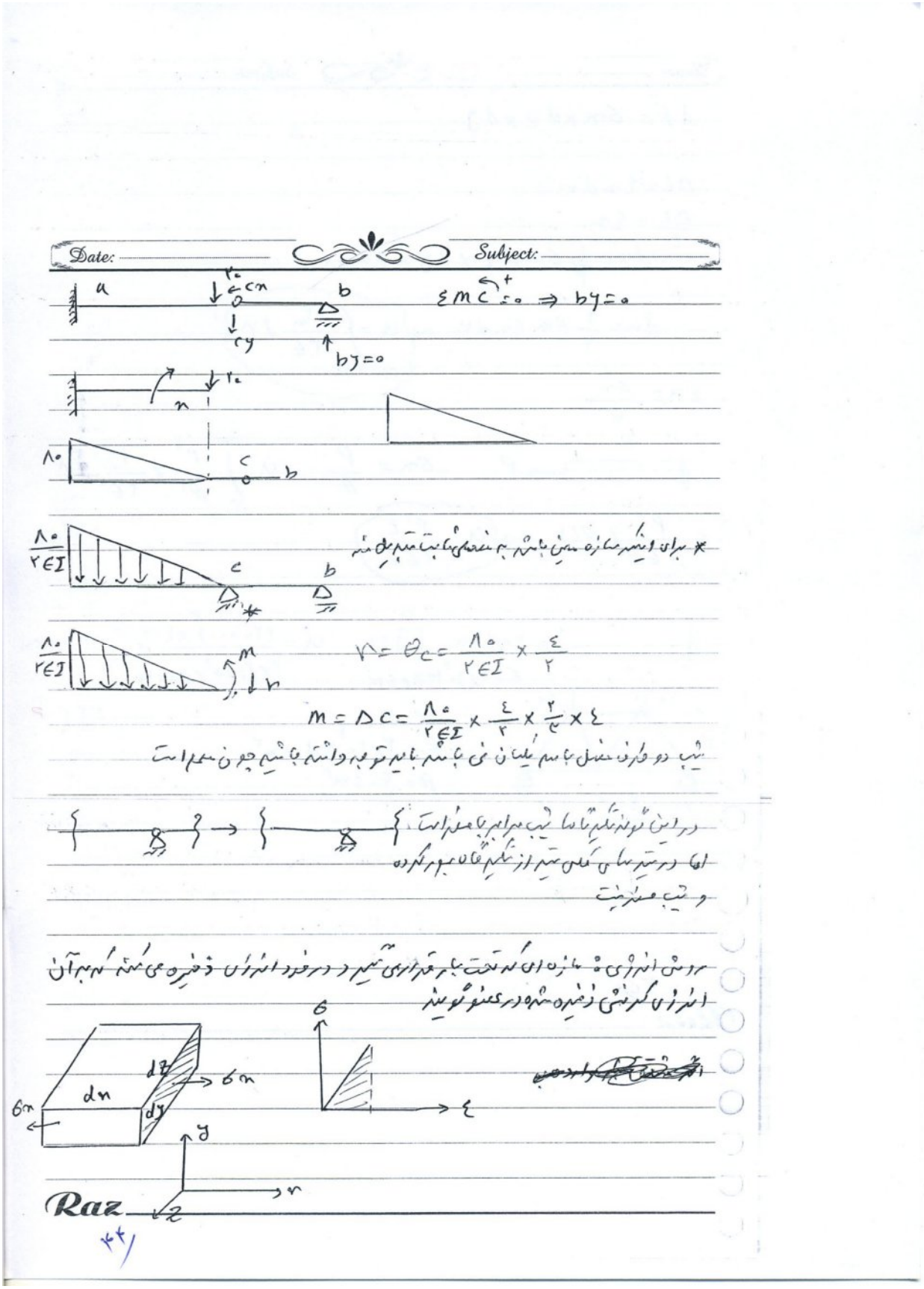


Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir



Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Mycivil.ir

Date: Subject:

$dF = \sigma_n \times dz \times dy$

$\Delta L = \varepsilon_n dn$

$\frac{\Delta L}{L} = \varepsilon_n$

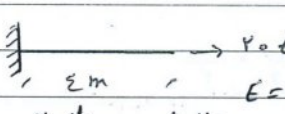
$du = \frac{1}{2} \sigma_n dz \times dy \times \varepsilon_n dn$

$du = \frac{1}{2} \sigma_n \varepsilon_n dn \Rightarrow U = \int_{vol} \frac{\sigma_n^2}{2E} dv$

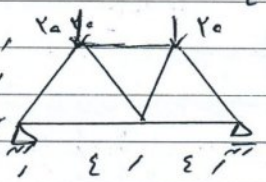
$\varepsilon_n = \frac{\sigma_n}{E}$

$\sigma_n = \frac{P}{A}$ $\quad U = \int_v \frac{P^2}{A^2} \times \frac{1}{2E} dv$

$= \frac{P^2}{2EA^2}(AL) \Rightarrow U = \frac{P^2 L}{2EA}$



$E = 2 \times 10^4 \, kg/cm^2$ $\quad U = \frac{(20000)^2 \times 400}{2 \times 2 \times 10^4 \times 20 \times 20} = \frac{}{} \, kg.cm$



$E = 2 \times 10^4 \, kg/cm^2$

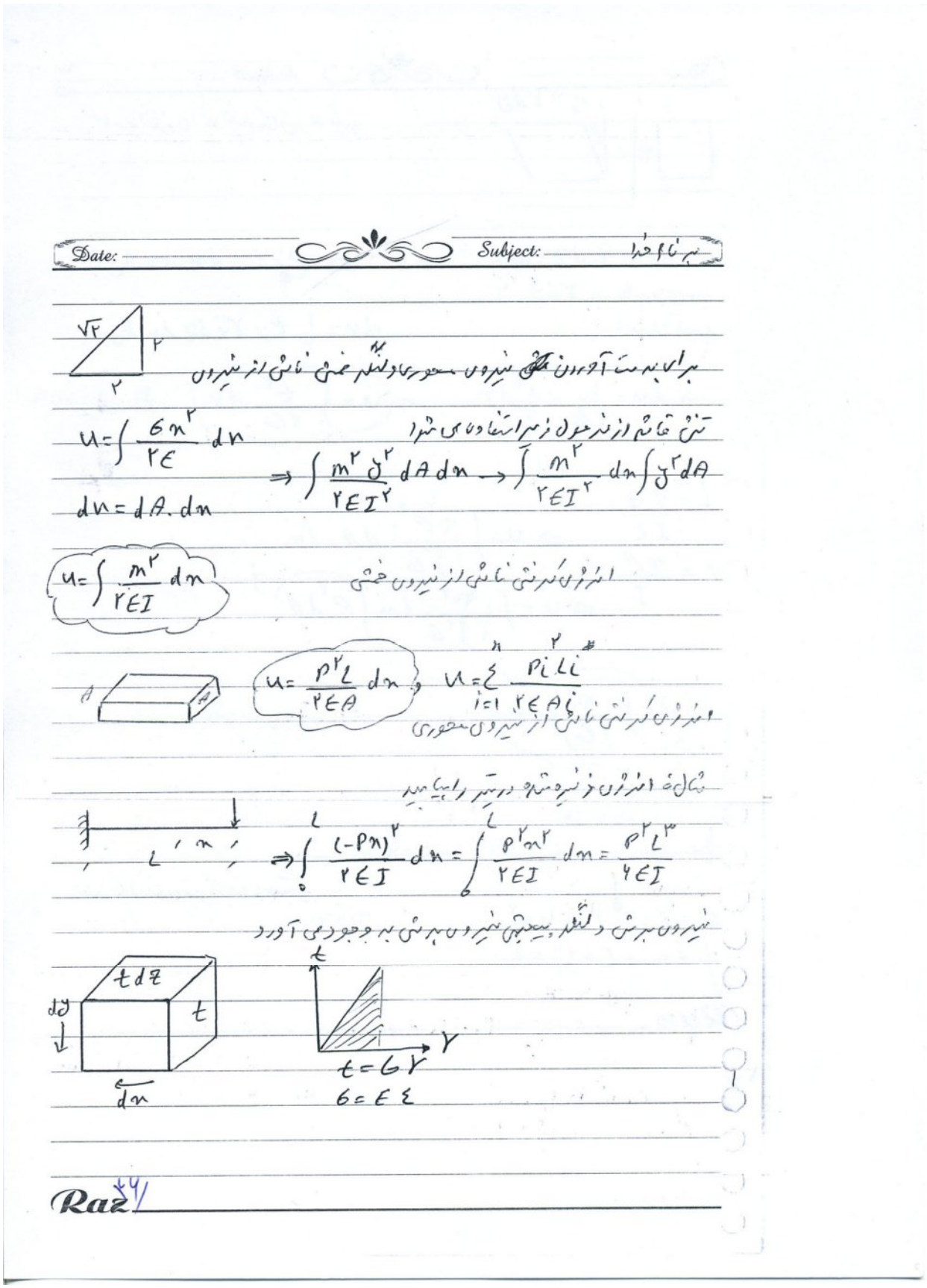
$A = 40 \, cm^2$

Fd

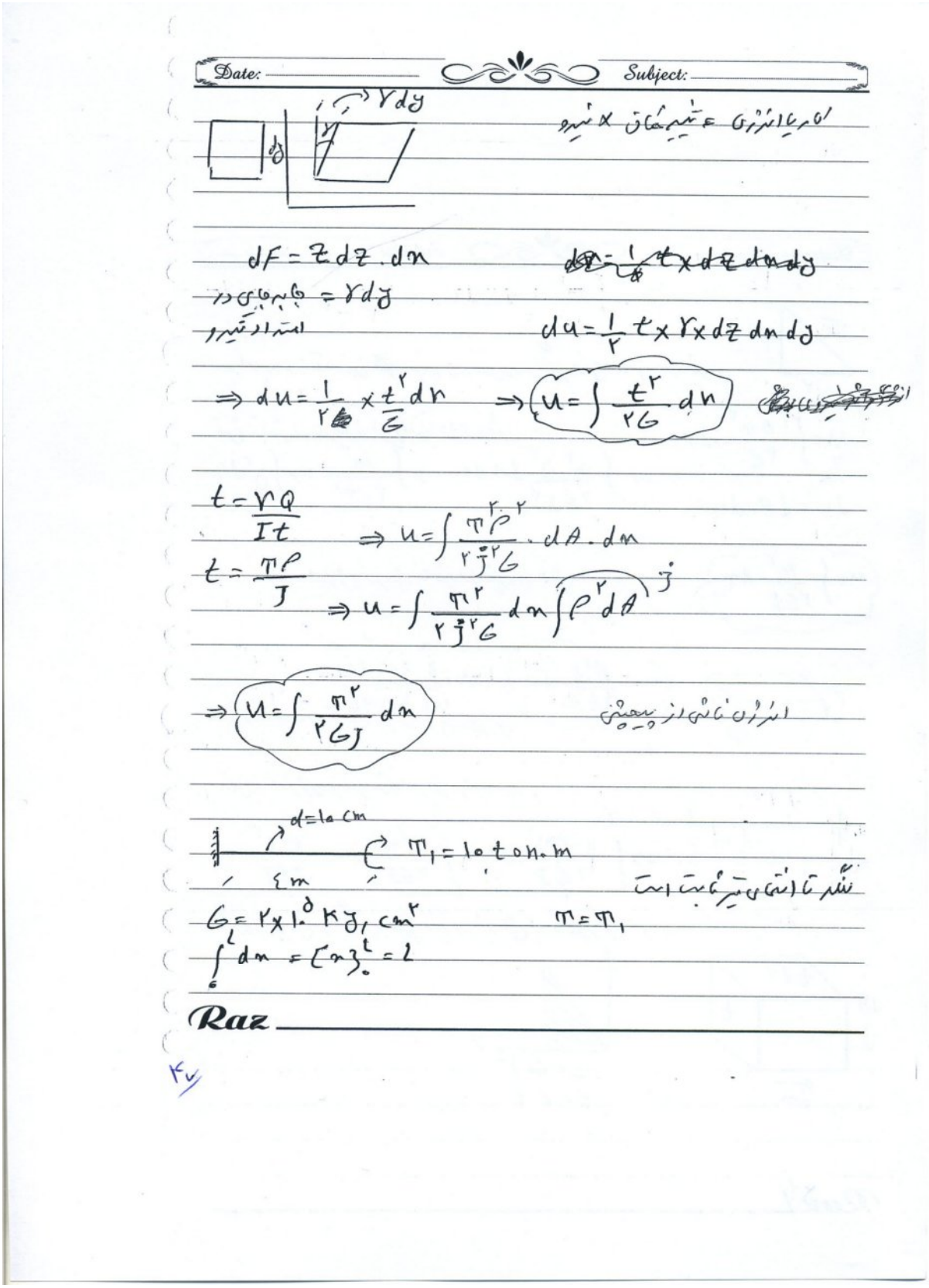
Raz

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir


Date:
Subject:
انرژی کرنشی ناشی از تنش برشی
انرژی کرنشی ناشی از نیروی محوری
انرژی کرنشی ناشی از خمش
انرژی کرنشی ناشی از نیروی برشی
dx
dy
dz
t
τ
γ
τ=Gγ
σ=Eε

Mycivil.ir



Mycivil.ir

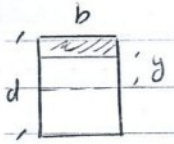
Date: Subject:

$$u = \frac{T_i^2 L}{2GJ}$$

$$J = \frac{\pi r^4}{2} \qquad J = \frac{\pi d^4}{32}$$

برای تیرهای برشی تنش برابر استاتیکی مقطع مثلث است

$$t = \frac{VQ}{It}$$



$$Q = \frac{b}{8}(d^2 - 8y^2)$$

$$Q = b\left(\frac{d}{2} - y\right)\left(y + \frac{\frac{d}{2} - y}{2}\right)$$

$$du = \frac{V^2 (d^2 - 8y^2)^2}{128 I^2 G} \qquad u = \int \frac{V^2}{128 I^2 G} dx \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} (d^2 - 8y^2)^2 dy$$

$$\Rightarrow u = 1.2 \int \frac{V^2}{2GA} dx$$

انرژی کرنشی ناشی از نیروی برشی مقطع مستطیل

$$u = \int \frac{V^2}{2GA'} dx$$

انرژی کرنشی ناشی از نیروی برشی برای هر مقطعی

$$A' = \alpha A$$

$\alpha = \frac{2}{3}$ برای مقطع مستطیلی

$\alpha = \frac{9}{10}$ برای مقطع دایره‌ای

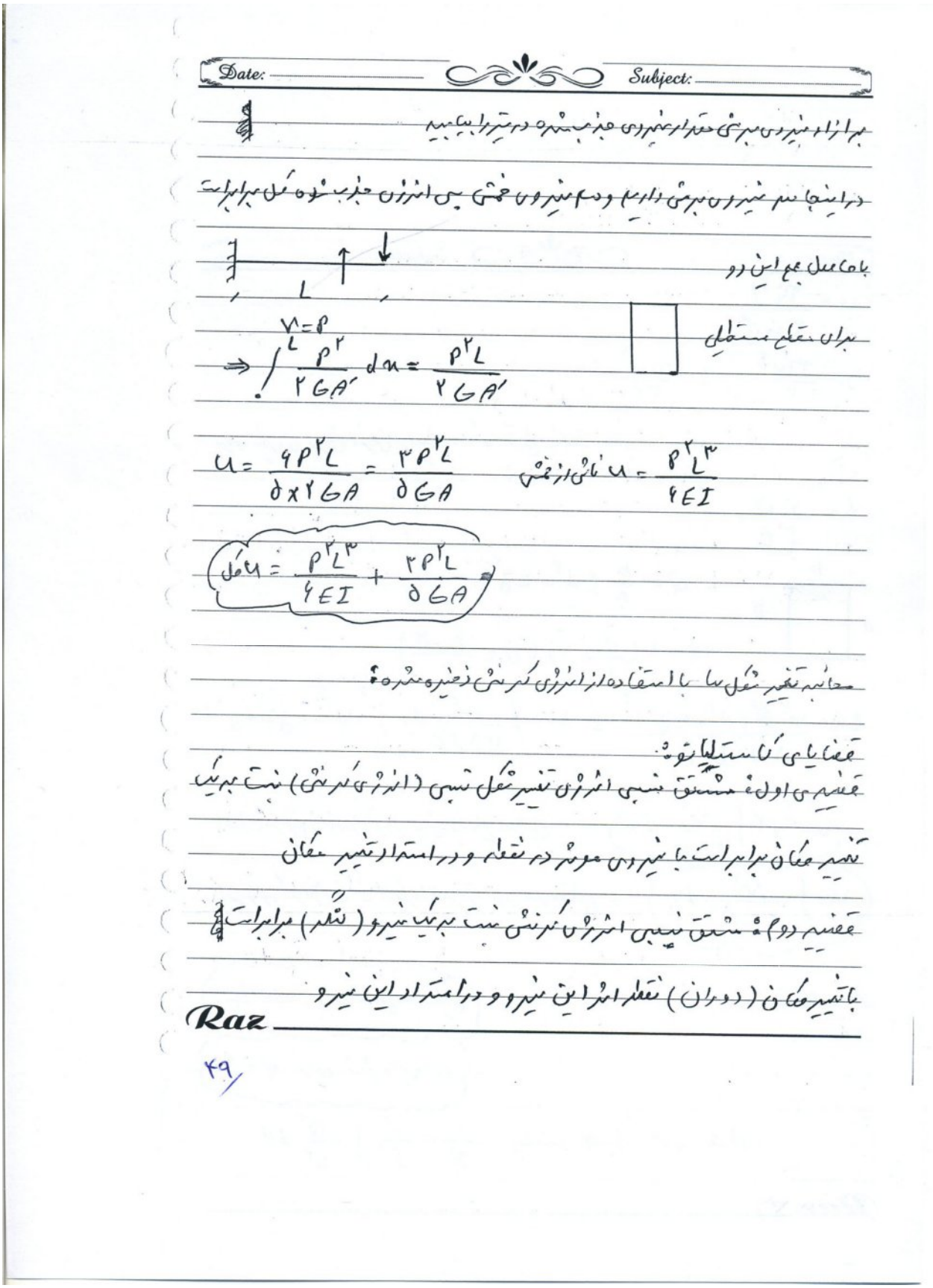
α ضریبی برای تغییری مقاطع $\frac{1}{\alpha} = \frac{A}{I^2} \int \frac{Q^2}{b^2} dA$

Raz

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Date: Subject:



برای اعضای مستطیلی

$$\Rightarrow \int_0^L \frac{P^2}{2GA'}\,dx = \frac{P^2 L}{2GA'} \qquad V=P$$

$$U = \frac{6P^2L}{5\times 2GA} = \frac{3P^2L}{5GA} \qquad \text{ناشی از خمش } U = \frac{P^2L^3}{6EI}$$

$$\text{کل } U = \frac{P^2L^3}{6EI} + \frac{3P^2L}{5GA}$$

محاسبه تغییر شکل با استفاده از انرژی کرنش ذخیره شده:

قضایای کاستیلیانو:

قضیه اول: مشتق نسبی انرژی تغییر شکل نسبی (انرژی کرنشی) نسبت به یک نیروی معمان برابر است با تغییر مکان نیروی موثر در نقطه و در امتداد تغییر مکان

قضیه دوم: مشتق نسبی انرژی کرنشی نسبت به یک نیرو (گشتاور) برابر است با تغییر مکان (دوران) نقطه اثر این نیرو و در امتداد این نیرو

Raz

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Date: Subject:

$M=-Pm$ P ΔP L m

$n=P$

$$U=\int \frac{M^2}{2EI}\,dm$$

$z \sim y$ $\quad \frac{\partial z}{\partial m}=\frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial m}$

$y \sim m$

چون خیز در زیر بار را می خواهیم پس از انتگرال گیری نسبت به P مشتق

گرفته تا تغییر مکان زیر نیرو به دست آید.

$$\frac{\partial U}{\partial P}=\frac{\partial U}{\partial M}\cdot\frac{\partial M}{\partial P} \qquad \frac{\partial U}{\partial M}=2M \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial P}=2M\,\frac{\partial M}{\partial P}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial P}=\int_0^L \frac{M}{EI}\times\frac{\partial M}{\partial P}\,dm=\Delta$$

$M=-Pm$

$$\frac{\partial M}{\partial P}=-m \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial P}=\Delta=\int_0^L \frac{Pm^2}{EI}\,dm \Rightarrow \Delta=\frac{PL^3}{3EI}$$

اگر مقدار خیز پیچ یا واشر مثبت آمد مقدار خیز یا واشر در استاد نیرو می باشد

و اگر منفی شد خلاف جهت می باشد

تنش تنش ناشی از نیروی برشی یا بار متمرکز.

$$\int \frac{v^2\,dm}{2GA'} \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial P}\int \frac{v}{GA'}\cdot\frac{\partial v}{\partial P}\,dm$$

$$\frac{\partial U}{\partial P}=\frac{\partial U}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial P} \qquad \frac{\partial v}{\partial P}=1$$

$\frac{2v}{2}$

Raz

$\delta\%$

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

چون P را داریم می‌توانیم اثر زیر انتگرال ببریم بیرون و کار نه با P را حساب

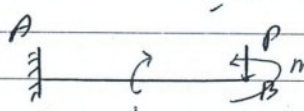
Date: Subject:

$$\frac{\partial U}{\partial P} = \Delta P = \int_0^L \frac{P}{GA'} dx = \frac{PL}{GA'}$$

$$\text{سطح مقطع مستطیل } \Delta P = \frac{4PL}{5GA}$$

در عمل سطح مقطع تیر ورق نازکی از بتن ناچیز است و ناشی از خمش زیاد است مثلا در مقاطعی که لاغر باشند و یا عرض زیاد باشد

دوران در نقطه B را به روش انرژی و تغییر شکل نیبی بدست آورید.



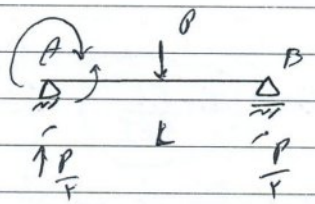
در مقاطع تیر و یا قاب را در نقطه‌ای که می‌خواهیم تغییر شکل و دوران آن حساب کنیم تیر و یا قاب اضافه می‌کنیم

$$M = M_1 - Px$$

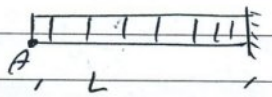
$$\frac{\partial M}{\partial M_1} = 1 \qquad \theta = \int_0^L \frac{(M_1 - Px)}{EI} dx$$

$$\Rightarrow \theta = \int_0^L \frac{-Px}{EI} dx = -\frac{PL^2}{2EI}$$

① تمرین: خیز وسط و دوران در A را بیابید.



خیز و دوران در نقطه A را بیابید.



Raz

خمش و اثر بار و دوران در اثر تنش

Mycivil.ir

Date: Subject:

حل سوال ۱:

$0 \le m \le \frac{L}{2}$

$M = \frac{P}{2} m$

$\frac{\partial M}{\partial P} = \frac{m}{2}$

$\Delta = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{Pm}{2EI} \times \frac{m}{2} dm = \frac{PL^3}{48EI}$

$\int_0^{\frac{L}{2}}$ $\int_{\frac{L}{2}}^{L}$ و M_1 با مقادیر برون

$\theta = M_1 = \frac{P}{2} m + M_1 \Rightarrow \theta = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} \left(\frac{\frac{Pm}{2} + M_1}{EI} \right) dm = \frac{PL^2}{8EI}$

$\frac{\partial M}{\partial M_1} = 1$

Raz

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

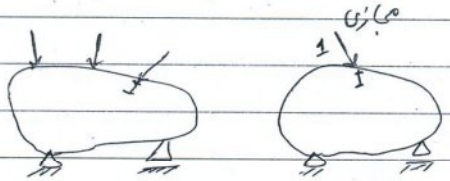
Date: Subject: تیر بام خرا

روش کار مجازی:

۱- اصل تغییر مکان های مجازی (استاتیکی)

۲- اصل نیروهای مجازی (تعادل)

اگر سازه ای تغییر شکل پذیری کمتر تا شیب و شتاب نیروهای مجازی در حال تعادل باشد و در حال تعادل و در حالت تعادل آن حین اعمال تغییر مکان های کوچک و سازگار بر سازه برقرار بماند در این صورت کار انجام یافته کار درونی توسط دستگاه نیروهای مجازی برابر است با کار مجازی انجام یافته داخلی توسط تغییر مکان ها و نیروهای داخلی



کار داخلی مجازی = تغییر شکل های واقعی × نیروهای داخلی مجازی

کار خارجی مجازی = تغییر شکل های واقعی ناشی از بارها × نیروهای خارجی مجازی

کار خارجی مجازی = کار داخلی مجازی

تغییر شکل واقعی در امتداد بار مجازی واحد $\Delta \times \bar{1}$ = کار داخلی مجازی

Raz

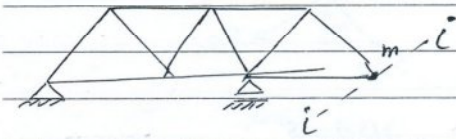
۵۳

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Date: Subject:

کار مجازی در خرپا‌ها



خرپا تحت اثر بارهای خارجی تغییر شکل پیدا می‌کند تغییر شکل تک تک اعضای داخل از

$$\Delta L = \frac{SL}{EA}$$

قدم اول: نیروهای خارجی واقعی را به سازه وارد کرده و نیروهای داخلی واقعی تک تک اعضاء را بدست آوریم

قدم دوم: در گره m در امتداد آن یک بار واحد قرار دهیم اگر مثبت شد درست و اگر منفی شد تغییر مکان خلاف بار واحد است (در قسمن نیروهای داخلی و عکس العمل‌های تکیه‌گاهی را محاسبه می‌کنیم و نیروهای مجازی داخلی را با $\bar{S}$ نمایش می‌دهیم

و کار عکس العمل‌های تکیه‌گاهی هم به عنوان کار لحاظ می‌شود اما تکیه‌گاه زمانی کار انجام می‌دهد که نشست داشته باشیم

کار خارجی — بار مجازی

تغییر شکل واقعی $\rightarrow \sum \frac{S\bar{S}}{EA} L \rightarrow$ کار عکس العمل‌های تکیه‌گاهی + $\bar{R} \times \Delta = \sum \frac{S\bar{S}}{EA} L$

اگر نشست نداشته باشیم از این اصل استفاده می‌شود $\bar{R} \times \Delta = \sum \frac{S\bar{S}}{EA} L$

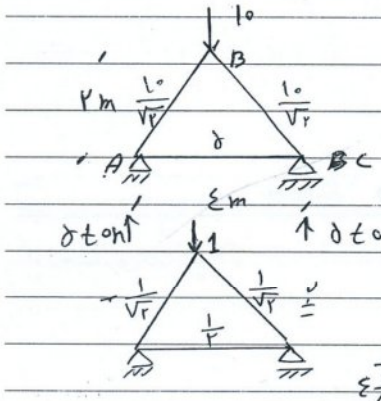
Raz

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

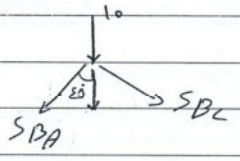
Date: Subject:

مثال: تغییر مکان قائم B را بدست آورید؟



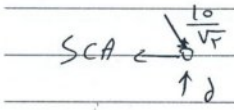
$$\downarrow \Delta B = \sum \frac{\bar{S} S L}{EA}$$

تحلیل خرپا:



$$\sum \vec{F}_x = 0 \qquad S_{BA} = S_{BC}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2 \times S_{BA} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 10 = 0 \Rightarrow S_{BA} = \frac{-10}{\sqrt{2}}$$



$$S_{CA} = \delta \text{ ton}$$

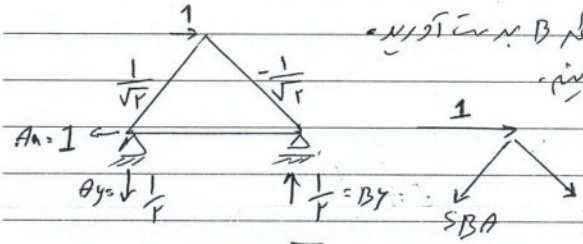
تحلیل خرپا تحت اثر بار واحد: $\frac{1}{2}$ سهم تغییر مکان واحد است

$$1 \times \Delta B \downarrow = \frac{1}{EA}\left[\left(\frac{-10}{\sqrt{2}}\right) \times \left(-\frac{10}{\sqrt{2}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times 2\sqrt{2} \times 2 + \delta \times \frac{1}{2} \times \varepsilon\right]$$

$$\downarrow \Delta B = \frac{1}{100}\left(20\sqrt{2} + 10\right) = 0.38 \text{ m}$$

مثال: تغییر مکان افقی نقطه B بدست آورید.

خرپا را با استفاده از بار واحد تحلیل می‌کنیم.



$$\sum F_y = 0 \qquad S_{BA}\frac{\sqrt{2}}{2} + S_{BC}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow S_{BA} = -S_{BC}$$

Raz

Mycivil.ir

Date: Subject:

$\sum \vec{F}_{cx} = 0 \quad 1 + S_{BC}\frac{\sqrt{2}}{2} - S_{BA}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$\Rightarrow 1 + S_{BC}\sqrt{2} = 0 \Rightarrow S_{BC} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$S_{BA} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$1 \times \Delta\vec{B} = \frac{1}{100}\left(-\frac{10}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 4\sqrt{2} + \left(-\frac{10}{\sqrt{2}}\right)\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times 4\sqrt{2} + \right.$

$\left. \frac{1}{2} \times 5 \times 4\right)$

$\Delta\vec{B} = \frac{1}{100} \times \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 0.01$

$\Delta B = \sqrt{1^2 + 1.4^2}$

فرما با نسبت تکیه گاهی:

$\varepsilon \bar{C} C + \bar{1} \times \Delta = \varepsilon \frac{\bar{S}\bar{S}}{EA} L$

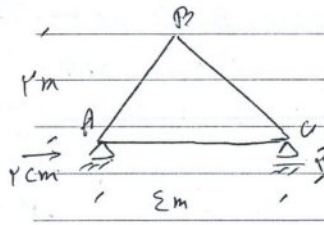
$\Downarrow$

C: عکس العمل تکیه گاهی به اعضاء با واحد

عکس العمل و نتت اگر موافق با سر مثبت و اگر مخالف جهت با سر منفی

$1 \times \Delta = \varepsilon \frac{\bar{S}S}{EA} L - \varepsilon \bar{C} C$

م: خرپایی به شکل زیر مفروض است و تکیه گاه A به اندازه 2cm به جایی می شود و تکیه گاه C به اندازه 3cm نشست کرده است



۱- تغییر مکان قائم B را بدست آورید.

۲- گره B در جهت افق چقدر حرکت کرده است؟

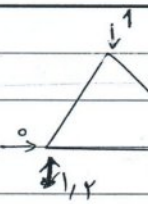
۳- تغییر مکان C چقدر است؟

Raz 04/

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Date: Subject:

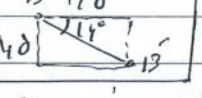


$\downarrow 1 \Delta_B = -\sum \bar{C} C = ?$

$\Rightarrow -(0 \times 0/02 - \frac{1}{2} \times 0/03) = 0/015\,m$

$\overrightarrow{\Delta_B} = -(-1 \times 0/02 - \frac{1}{2} \times 0/03) = 0/035\,m$

$\Rightarrow \Delta_B = \sqrt{1/035^2 + 1/015^2} = m\,\underline{\quad} \quad cm$



به دست آوردن تغییر شکل تحت تاثیر درجه حرارت یکنواخت شده

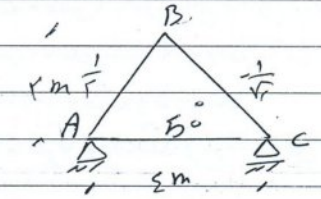
شیب تغییر نامی و درجه حرارت یکنواخت در امتداد فرضای میان سیم تغییر ۱ بوجود می آورد.

باز جایی اضافی x تغییر شکل واقعی اعضاء = کار مجازی داخلی

$\Delta L = \frac{SL}{EA} \qquad \bar{S}$

$\Delta L = \alpha \Delta t L \Rightarrow \alpha \Delta t L \bar{S}$

$1 \times \Delta = \sum \frac{\bar{S} S}{EA} L + \sum \bar{S} \cdot \alpha \Delta t L - \sum \bar{C} C$



مثال: فرضای به شکل زیر مفروض است

۱- تغییر قائم B

۲- تغییر شکل افقی B

۳- تغییر شکل B

$EA = 100\,ton$

$\Delta t = 50^\circ$

Raz $\alpha = 1 \times 10^{-5}$

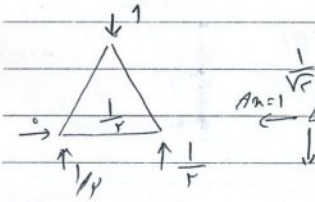
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

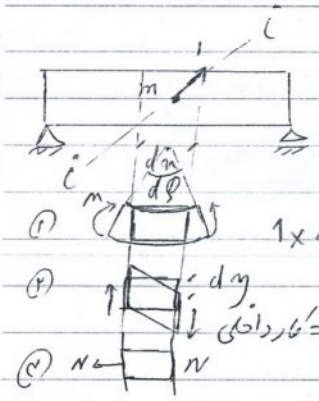
Date: Subject:

$1 \times \Delta = \varepsilon \bar{S} \alpha \Delta t + \zeta$ -1

$1 \times \downarrow \Delta B = \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-5} \times 50 \times 4\right) = 10^{-3}\ m$



$1 \times \overrightarrow{\Delta B} = \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-5} \times 50 \times 4\right) = 10^{-3}\ m$



بار مجازی در تیر ساده و کنسول:

اگر در آن را در نقطه مورد نظر را خواسته شده

و اگر تغییر مکان را خواسته شده نیرو واحد بگذاری کنیم

① بار داخلی $= 1 \times \Delta i - i =$

② نیروهای مجازی داخلی × تغییر شکل واقعی = کار داخلی

تنش

برش

نیروی محوری

لنگر پیچشی

① $\frac{d\varphi}{dm} = \frac{m}{EI} = \chi''$

② $d\eta = \frac{V}{GA'} dm$

Raz ③ $d\Delta = \frac{N}{EA} dm$

۵۸/

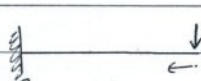
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Date: Subject:

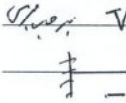
$$\Rightarrow 1\times\Delta_{i-i}=\int\frac{\bar{M}M}{EI}dx+\int\frac{\bar{V}V}{GA'}dx+\int\frac{\bar{N}N}{EA}dx$$

۱) خیز در نقطه B را بدست آورید



$M=-Px$

برش: $V=P$



$\bar{M}=-x$

$\bar{V}=1$

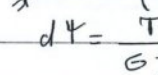
$$\downarrow\Delta_B=\int_0^L\frac{(-Px)(-x)}{EI}dx=\frac{PL^3}{3EI}$$

$$\downarrow\nabla_B=\int_0^L\frac{(P)(1)}{GA'}dx=\frac{PL}{GA'}$$

$$\Rightarrow\Delta_B=\frac{PL^3}{3EI}+\frac{PL}{GA'}$$

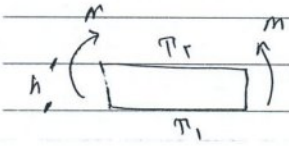
$$\begin{matrix}\Delta\\ \theta\end{matrix}=\int\frac{\bar{M}M}{EI}dx+\int\frac{\bar{V}V}{GA'}dx+\int\frac{\bar{N}N}{EA}dx-\sum\bar{C}C+\int\bar{N}\alpha_t\Delta t\,dx+\int\frac{\bar{T}T}{GJ}dx+\int\frac{\bar{M}\alpha\Delta t}{h}dx$$

(درجه حرارت یکنواخت — درجه حرارت غیر یکنواخت)



$$d\Psi=\frac{T}{GJ}dx$$

تئوری پیچش



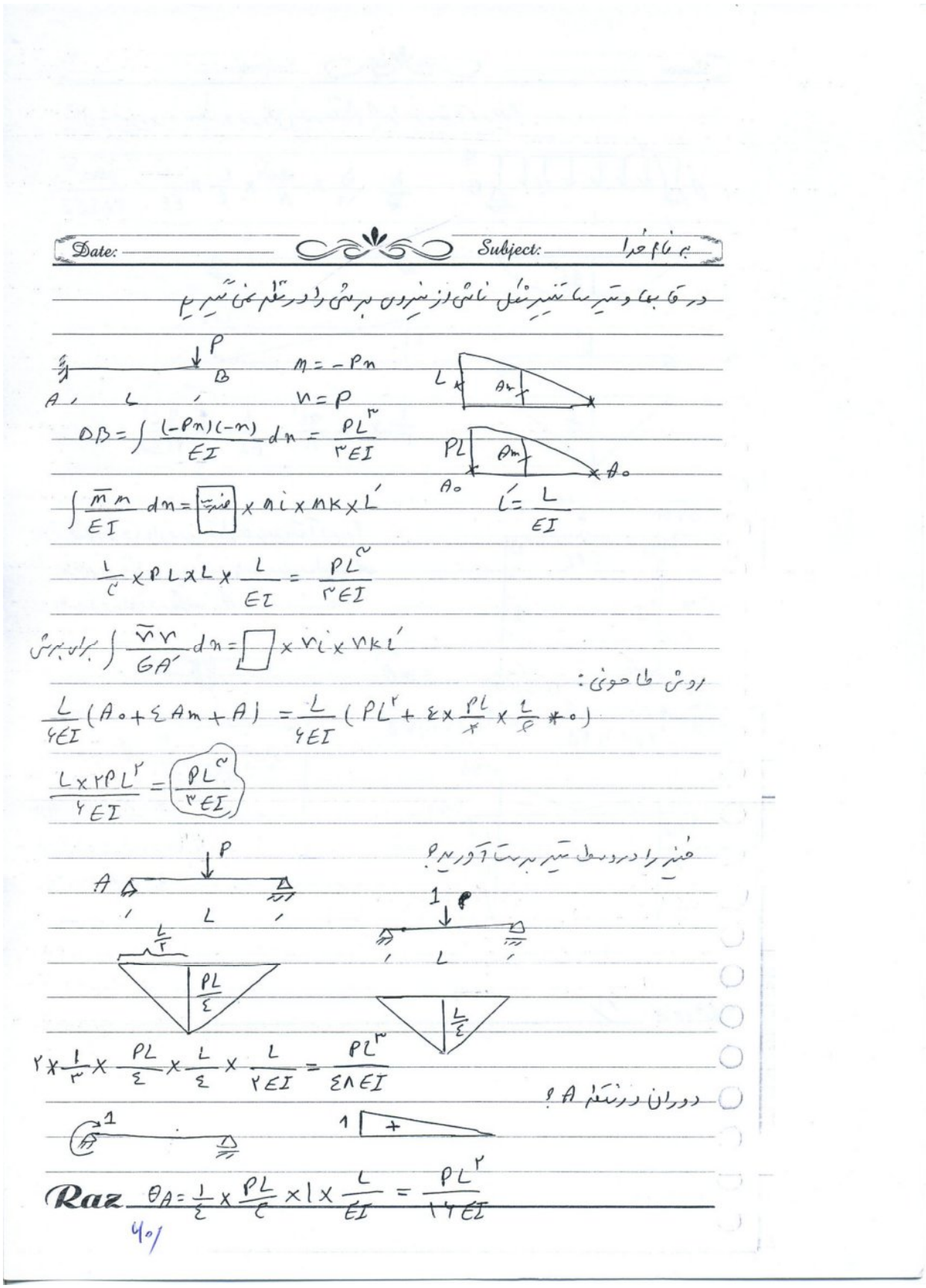
$$d\varphi=\frac{M}{EI}dx$$

$$d\varphi'=\frac{\alpha\Delta t}{h}dx \qquad \Delta t=(T_1-T_2)$$

Raz

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir


Date:
Subject:
P
A
B
L
M = -Pn
V = P
$\Delta_B = \int \frac{(-Pn)(-n)}{EI} dn = \frac{PL^3}{3EI}$
$\int \frac{\bar{M}M}{EI} dn = \text{سطح} \times n_i \times m_k \times L'$
$\frac{1}{2} \times PL \times L \times \frac{L}{EI} = \frac{PL^3}{2EI}$
$\int \frac{\bar{V}V}{GA'} dn = \square \times V_i \times V_k L'$
روش طاحونی:
$\frac{L}{4EI}(A_0 + 4A_m + A) = \frac{L}{4EI}(PL^2 + 4 \times \frac{PL}{4} \times \frac{1}{6} * 0)$
$\frac{L \times 2PL^2}{4EI} = \frac{PL^3}{2EI}$
تیر را در وسط تیر برش آور می‌کنیم
$2 \times \frac{1}{3} \times \frac{PL}{4} \times \frac{L}{4} \times \frac{L}{2EI} = \frac{PL^3}{48EI}$
دوران در تکیه A ؟
$\theta_A = \frac{1}{4} \times \frac{PL}{2} \times 1 \times \frac{L}{EI} = \frac{PL^2}{12EI}$
Raz
40/

Mycivil.ir

Date: Subject:

مثال: فنر در وسط و دوران در نقطه A را بدست آورید؟

$$\frac{5}{384}\times\frac{qL^4}{EI}=\frac{5qL^4}{384EI}$$

$$\frac{1}{3}\times 1\times\frac{qL^2}{8}\times\frac{L}{EI}=\frac{qL^2}{24EI}$$

مثال: دوران در نقطه A را بدست آورید؟

قابی به شکل زیر بارگذاری شده است مطلوب است:

۱- دوران در نقطه A.

$A_y=12.5$ $E_y=17.5$

$M=-2.5+12.5x$

$M=-2.5+1.25x$

$-\frac{1}{2}\times 10\times(x-2)$

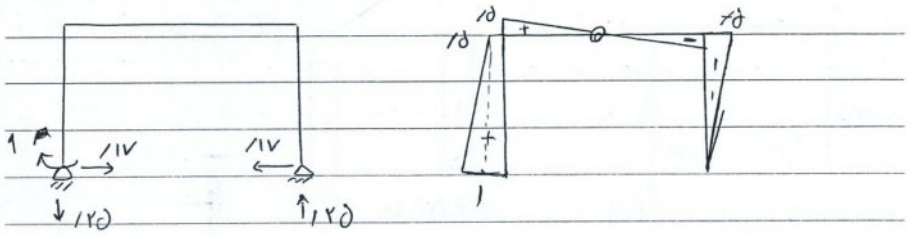
Raz 91

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

چون مثلث سایه‌ی کل تیر به جای $\frac{1}{2}$ از $\frac{1}{4}$ استفاده می‌کنیم

Date: Subject:



$$\theta A = \frac{1}{EI}\left[-\left(\frac{1}{2}\times 2{,}5\times 3\right)\times 3 + \frac{1}{4}\times 2{,}5\times 1\times 3\times 2\right] - \frac{1}{3}\times 2{,}5\times 1\times 2 +$$

$$\frac{1}{3}\times 1\times 5\times 17{,}5\times 2 + \frac{1}{3}\times 17{,}5\times 1\times 3$$

$$\theta A = \frac{11{,}25}{EI} = \frac{11{,}25}{1158} = 0{,}0097\ rad$$

اگر تکیه‌گاه A به اندازه 2cm در جهت افق و تکیه‌گاه E به اندازه 10cm به سمت پایین حرکت کند دوران در A را به دست آورید؟

طبق اصل جمع آثار با برداشتن از بار جاذبه تکیه‌گاه ضرب می‌شود اگر مخالف جهت باشد منفی و اگر هم جهت باشد مثبت

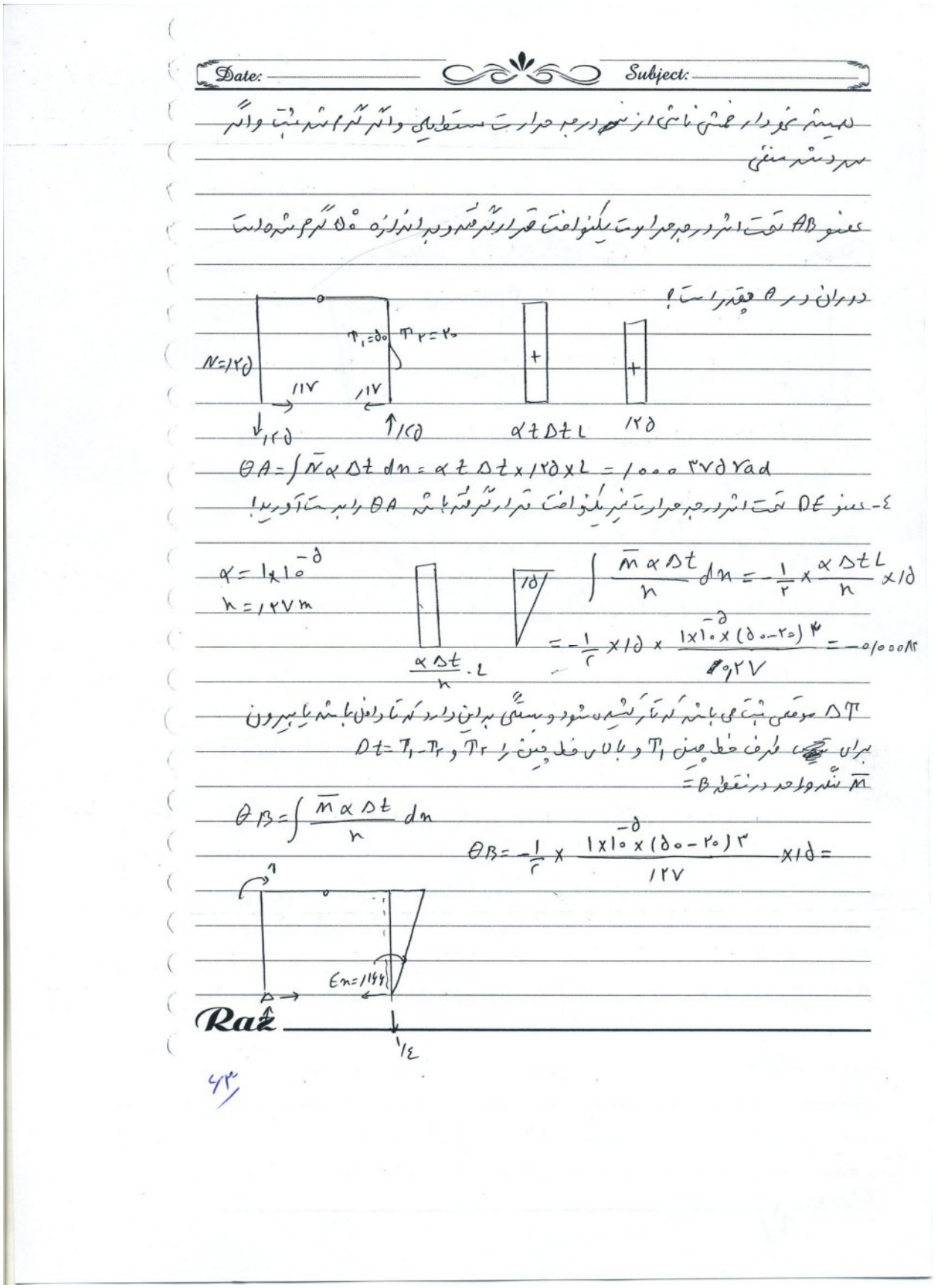
$$\theta A = -\frac{\Sigma \bar{c}}{L}$$

$$\theta A = -\left[\frac{17\times 0{,}02 - 12\times 0{,}01}{1158}\right] \Rightarrow \theta A = 0{,}0091\ rad$$

Raz

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir



Mycivil.ir

Date: Subject:

۶- به ازاء بار خارجی خیز در C را بدست آورید $EI = 1185\ tonm^2$

$$\Delta C = \frac{1}{2EI}(1\times 2{,}5\times 3 + 1\times 2{,}5\times 2 + 1\times 1{,}75\times 3) = \frac{99{,}4}{EI} = 10^{-2}\times 84_m$$

اندازه دوران در مفصل با مفصل کردن تیر بدست می‌آید

مثال: خرپای زیر حرارت دیده است اگر عضو BC به اندازه 10^{-5} گرم شود و $L=2m$ و $\alpha = 10^{-5}$ تغییر مکان افقی D چقدر است

$$S_{AC}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

$$S_{AC} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow L_{AC} = \sqrt{2}L$$

$$\Delta D = \bar{S}\alpha\Delta t L = \sqrt{2}\times 10^{-5}\times 50\times\sqrt{2}\times 2 = 10^{-2}m$$

مثال: سطح زیر منحنی تیر AB!

$$\frac{2}{3}L\times\frac{PL^2}{8EI} = \frac{PL^3}{12EI}$$

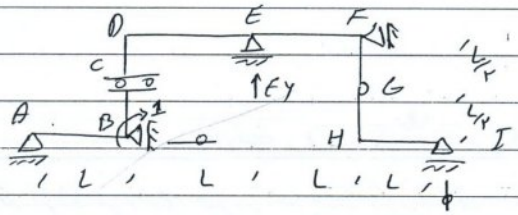
Raz 4

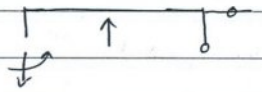
Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

Mycivil.ir

Date: Subject:

مثال: اگر تغییر مکان E به اندازه 0.01L به سمت بالا دوران در B را بدست آورید؟





$\epsilon_y \times 2L = 1 \quad \epsilon_y = \frac{1}{2L}$

$\theta_B = -\sum \bar{C}C = -(-\epsilon_y \times 0.01L) = \frac{1}{2L} \times 0.01L = 0.02$

Raz

45/

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm