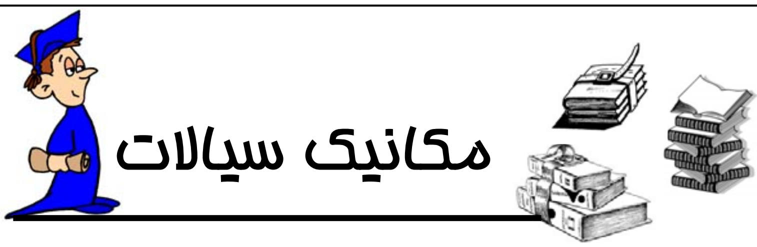


معادلات جریان سیال:

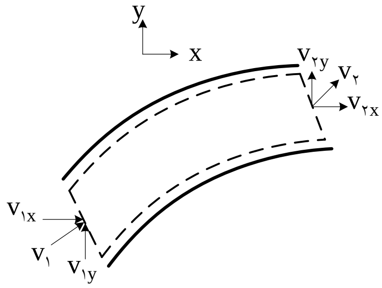
معادله اندازه حرکت برای یک حجم کنترل ساکن.

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{c.v} \vec{V}.\rho dv + \int_{c.s} \rho.\vec{V}(\vec{V}.d\vec{A})$$

$$\sum F_x = \rho_2 A_2 v_2 (v_{2x}) - \rho_1 A_1 v_1 (v_{1x}) = \rho Q (v_{x2} - v_{x1})$$

$$\sum F_y = \rho Q (v_{y2} - v_{y1})$$

$$\beta = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{V}{\overline{V}}\right)^2 .dA$$



β: ضریب تصحیح اندازه حرکت

جریان آرام: $\beta = \frac{4}{3}$ جریان یکنواخت: $\beta = 1$

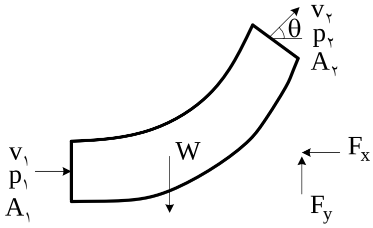
توزیع سرعت در لوله

جریان آرام: $V = V_{max} \times \left\{\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)\right\}$

جریان ناآرام: $V = V_{max}\left(\frac{y}{R}\right)^{\frac{1}{7}}$

محاسبه نیروهای افقی و قائم در اشکال مختلف.

۱-



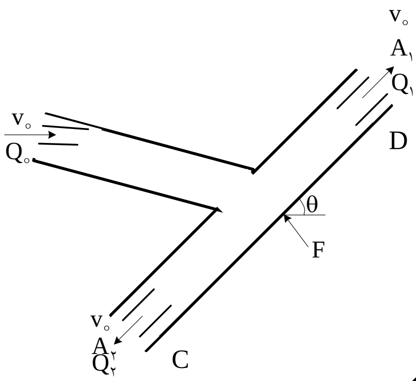
$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$$

$$F_x = p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos\theta - \frac{\rho Q}{g}(V_1 - V_2 \cos\theta)$$

$$F_y = -W - \left(p_2 A_2 + \frac{\rho Q V_2}{g}\right)\sin\theta$$

یک جت آب با سرعت $V_\circ$ و دبی $Q_\circ$ به صفحه مایل CD با زاویه θ در راستای جت برخورد می‌کند دقت شود شکل رسم شده در صفحه افقی قرار دارد.

۲-

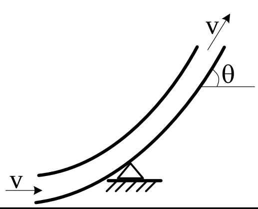


$$Q_1 = \frac{Q_\circ}{2}(1 + \cos\theta)$$

$$Q_2 = \frac{Q_\circ}{2}(1 - \cos\theta)$$

$$F = \rho Q_\circ V_\circ \sin\theta$$

۳-

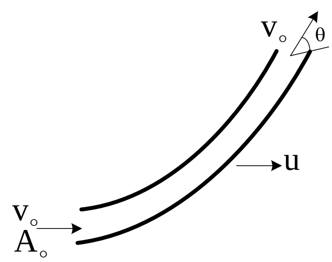


$F_x = \rho VQ(\cos\theta - ١)$

$F_y = \rho VQ\sin\theta$

$F = \sqrt{F_x^٢ + F_y^٢} = ٢\rho VQ\sin\left(\frac{\theta}{٢}\right)$

-٤



$F_x = \sum_{c.s} fQV_x = fA_\circ(V_\circ - u) * \left[-(V_\circ - u) + (V_\circ\cos\theta - u)\right]$

$F_y = \sum_{c.s} fQV_y = fA_\circ(V_\circ - u)V_\circ\sin\theta$

تابع جریان (ψ):

در مختصات دکارتی: $u = V_x = \frac{\partial\psi}{\partial y} \quad V = V_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$

در مختصات قطبی: $V_r = \frac{١}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \quad V_\theta = -\frac{\partial\psi}{\partial r}$

وسایل اندازه‌گیری دبی:

١- اریفیس: ضریب سرعت $C_v = \frac{V_a}{V_i} < ١$ ضریب انقباض $C_c = \frac{A_a}{A_i} < ١$

$C_d = C_c \times C_v = ٠/۶$ ضریب تخلیه $C_d = \frac{Q_a}{Q_i}$

سرعت تئوری $V_t = V_٢ = \sqrt{\frac{\Delta p}{\gamma} \times \frac{٢g}{\left(١ - \left(\frac{A_٢}{A_١}\right)^٢\right)}}$ ضریب تصحیح اریفیس $C_\circ = \frac{C_c.C_v}{\sqrt{١ - \left(\frac{A_٢}{A_١}\right)^٢}}$

$Q_{ac} = \frac{C_c \times C_v}{\sqrt{١ - \left(\frac{A_٢}{A_١}\right)^٢}} \times \sqrt{\frac{\Delta p}{\gamma} \times ٢g} \times A_a = \frac{C_d}{\sqrt{١ - \left(\frac{A_٢}{A_١}\right)^٢}} \times \sqrt{٢gh\left(\frac{s_\circ}{s} - ١\right)} \times A_a$ سرعت واقعی $V_a = C_v \times V_t$

٢- سرریز لبه تیز:

$Q = \frac{٣}{٢}C_d\sqrt{٢g}bH^{\frac{٣}{٢}} \qquad C_d = ٠/۶$

٣- سرریز مثلثی:

θ: زاویه راس سرریز

$Q = \frac{٨}{١۵}\tan\left(\frac{\theta}{٢}\right).C_d.\sqrt{٢g}.H^{\frac{۵}{٢}}$

آنالیز ابعادی:

قضیه باکینگهام:

بر اساس این قضیه، تعداد روابط بدون بعد مستقل یک پدیده فیزیکی که شامل n متغیر است برابر با n-r می‌باشد. r تعداد ابعاد اصلی لازم برای توصیف ابعادی پدیده فیزیکی می‌باشد.

به طور مثال برای نیروی دراگ $F = F(\rho, \mu, D, V)$ می‌باشد، که شامل ۵ متغیر μ, D, V, ρ, F می‌باشد. تعداد ابعاد اصلی هم شامل T, L, M می‌باشد. پس داریم:

$n=۵ \quad \pi=n-r=۵-۳=۲ \quad , \quad r=۳ \quad \pi_۱=\frac{F}{\rho V^۲ D^۲} \quad \pi_۲=\frac{\rho VD}{\mu}$

مراحل آنالیز ابعادی:

۱- ابتدا متغیرهای فیزیکی موثر در پدیده را تشخیص می‌دهیم. مانند $Q_۱, Q_۲, ..., Q_n$

۲- یک رابطه به صورت $F(Q_۱, Q_۲, ..., Q_n)$ بین متغیرها می‌نویسیم.

۳- تعدادی متغیر را به عنوان متغیر تکرار شونده انتخاب می‌کنیم. تعداد این متغیرها برابر تعداد ابعاد اصلی پدیده مورد نیاز پدیده می‌باشد. این متغیرها باید شامل یکی مانند طول، یکی شامل شرط سینماتیکی مانند سرعت یا شتاب و دیگری شامل جرم یا نیرو باشند.

٤- گروه‌های بی بعد را به صورت حاصلضرب متغیرهای تکرار شونده با توان‌های مجهول در یکی از متغیرهای باقیمانده می‌نویسیم.

۵- برای هر گروه بدون بعد، مجموع توان‌های T, L, M را برابر مجهول قرار می‌دهیم. بدین صورت یک دستگاه چند معادله چند مجهولی به دست می‌آید. با حل این دستگاه، توان‌های متغیرها به دست می‌آید.

نکات:

۱- چنانچه یکی از متغیرهای فیزیکی موثر بر پدیده بی بعد باشد، آن را به عنوان یک گروه بی بعد قرار می‌دهیم.

۲- در صورتی که دو متغیر هم بعد باشند، از تقسیم آنها یک گروه بی بعد به دست می‌آید.

۳- هر گروه بی بعد را می‌توان به هر توانی از جمله کسری رساند.

اعداد بدون بعد:

۱- عدد اویلر $E_n=\frac{\Delta p}{\rho V^۲}$ (ضریب فشار)

$$\frac{\Delta p}{\rho V^۲}.\frac{A}{A}=\frac{\text{نیروی فشار}}{\text{نیروی اینرسی}}$$

۲- عدد رینولدز $R_e=\frac{\rho VD}{\mu}$

$$R_e=\frac{\rho VL}{\mu}.\frac{VL}{VL}=\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی اصطکاک}}$$

۳- عدد فرود $F_r=\frac{V}{\sqrt{gl}}$

$$\frac{V}{\sqrt{gl}} \to \sqrt{\frac{V^۲}{gl}.\frac{\rho l^۲}{\rho l^۲}}=\sqrt{\frac{\rho V^۲ l^۲}{\rho g l^۳}}=\sqrt{\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی وزن}}}$$

٤- عدد وبر $W_e=\frac{\rho V^۲ L}{\sigma}$

$$\frac{pV^۲ l}{\sigma}\times\frac{L}{L}=\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی کشش سطحی}}$$

۵- عدد ماخ $M_a=\frac{V}{\sqrt{\frac{k}{\rho}}}$

$$\sqrt{\frac{V^۲}{\frac{L}{k}}}=\sqrt{\frac{\rho V^۲}{k}.\frac{L^۲}{L^۲}}=\sqrt{\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی الاستیکی}}}$$

تشابه:

۱- تشابه هندسی

نسبت مدل $L_R=\frac{L_p}{L_m}$ ، نسبت مقیاس $\lambda=\frac{L_m}{L_p}$

m: مدل

نسبت سطح $\frac{A_p}{A_m}=\left(\frac{L_p}{L_m}\right)^۲=L_R^۲$

p: نمونه اصلی

$$\text{نسبت حجم}\ \frac{V_p}{V_m} = \left(\frac{L_p}{L_m}\right)^3 = L_R^3$$

۲- تشابه سینماتیکی:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{L_m}{L_p} = \alpha \\ F_{rp} = F_{rm} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{V_p}{\sqrt{gL_p}} = \frac{V_m}{\sqrt{gL_m}} \rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = \sqrt{\alpha}$$

زمان $T_r = \frac{L_r}{V_r}$ دبی $Q_r = \frac{L_r^3}{Tr}$ شتاب $a_r = \frac{L_r}{T_r^2}$ سرعت $V_r = \frac{V_p}{V_m} = \frac{L_r}{T_r}$

۳- تشابه دینامیکی:

$$F_G = mg = \rho l^3 g \qquad F_p = \Delta p.A = \Delta p.l^2 \qquad F_v = \mu VL \qquad F_t = \sigma L$$

$$F_k = KA = KL^2 \qquad F_I = ma = \frac{\rho l^4}{T^2} \qquad R_e = F_r = E_u = w = M_a = 1$$

باید دقت داشت که تمامی پنج عدد بدون بعد به دست آمده در بالا اگر برقرار باشند بین مدل و نمونه اصلی در واقع تشابه دینامیکی برقرار شده است.

رینولدز:

برای جسمی که کامل در سیال فرو رفته باشد، مانند حرکت زیر دریایی در آب و یا حرکت یک جسم پرتاب شده در هوا در سرعت‌های پایین که از نظر هندسی و سینماتیکی متشابهند، تشابه دینامیکی وقتی برقرار می‌شود که عدد رینولدز بین مدل و نمونه اصلی برابر باشد.

$$R_{ep} = R_{em}$$

فرود:

در حرکت اجسام بر روی سطح آزاد مایعات, وقتی تشابه دینامیکی به وجود می‌آید که اعداد فرود مدل و نمونه اصلی با هم برابر باشند.

$$F_{rp} = F_{rm}$$

ماخ:

برای یک جسم پرتاب شده در یک سیال تراکم پذیر به کار می‌رود. وقتی تشابه دینامیکی برقرار می‌شود که اعداد ماخ و رینولدز مدل و نمونه اصلی با هم برابر باشند.

$$M_{ap} = M_{am}$$

مدل: Model

نمونه اصلی: Prototype