



# مکانیک سیالات



## نیروی شناوری:

جسم شناور: جسمی را شناور می‌گویند که قسمتی از آن در یک سیال و قسمت دیگر در یک یا چند سیال دیگر قرار گرفته باشد. در سیال ساکن امتداد نیروی شناوری قائم و جهت آن همیشه رو به بالاست و مؤلفه افقی نیز ندارد. جسم غوطه‌ور: جسمی است که تماماً در یک سیال فرو رفته باشد.

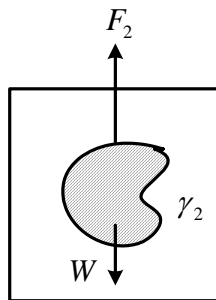
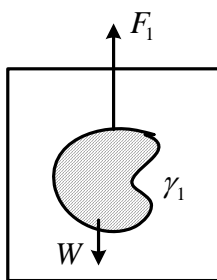
$$F_B = \gamma \cdot V$$

$\gamma$ : وزن مخصوص سیال

$V$ : حجم سیال جابه‌جا شده توسط جسم

قانون ارشمیدس: هرگاه جسمی در آب شناور باشد، به اندازه وزن آب هم حجم آن جسم به آن نیرویی به سمت بالا وارد می‌شود که برابر است با:  $F = \gamma \cdot V$ .

اگر جسمی که شکل هندسی نامنظمی دارد، در دو سیال متفاوت غوطه‌ور و وزن کنیم، می‌توانیم حجم و وزن مخصوص آن را به دست آوریم.



$$F_1 + \gamma_1 V = W$$

$$V = \frac{F_1 - F_2}{\gamma_2 - \gamma_1}$$

$$F_2 + \gamma_2 V = W$$

$$W = \frac{F_2 \gamma_2 - F_1 \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1}$$

تعداد و پایداری اجسام شناور و غوطه‌ور:

تعداد یک جسم می‌تواند پایدار، ناپایدار و یا خنثی باشد.

شرط کافی برای تعداد اجسام غوطه‌ور آن است که مرکز ثقل پایین‌تر از مرکز شناوری باشد.

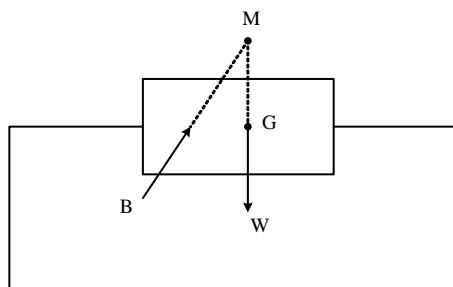
امتداد نیروی شناوری و امتداد نیروی وزن یکدیگر را در مرکز متاستریک (M) قطع می‌کنند. فاصله مرکز ثقل و مرکز متاستریک را ارتفاع متاستریک می‌گویند. (MG)

$W$ : نیروی وزن

$I_{yy}$ : گشتاور دوم سطح نسبت به محور دارای نوسان

$\gamma$ : وزن مخصوص سیال

GB: فاصله مرکز ثقل از مرکز شناوری

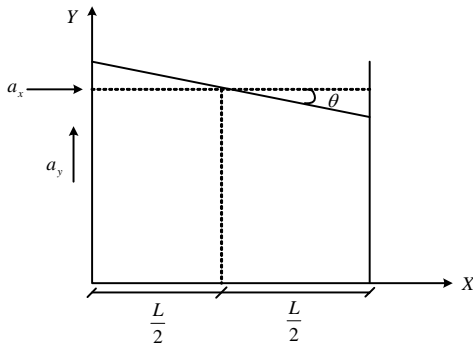


$$MG = \frac{\gamma \cdot I_{yy}}{W} - GB$$

## تعداد نسبی:

در سیال متحرک، اگر هیچ لایه‌ای نسبت به لایه مجاور حرکت نکند تنش برشی در تمام نقاط آن صفر است. وقتی سیال دارای حرکت با شتاب خطی یکنواخت و یا حرکت دورانی یکنواخت حول محور قائم باشد، دارای تعداد نسبی می‌باشد.

شتاب قطی یکنواخت:

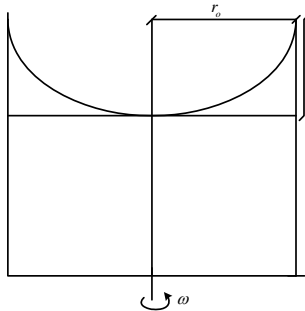


$$p = p_0 - \gamma \cdot \frac{a_x}{y} \cdot x - \gamma \left( 1 + \frac{a_y}{g} \right) \cdot y$$

$$\tan \theta = \frac{-a_x}{a_y + g}$$

دوران یکنواخت حول محور قائم:

مایعی که در داخل یک مخزن با سرعت زاویه‌ای ثابت دوران می‌کند، مانند جسم صلب دوران خواهد کرد و هیچ تنش برشی در مایع ایجاد نمی‌شود و تنها شتاب موجود در امتداد شعاعی و به طرف محور دوران می‌باشد.



$$P = P_0 + \frac{1}{2} \rho r^2 \omega^2 - \rho \cdot g \cdot y$$

$$h = \frac{P}{\gamma} = \frac{r^2 \omega^2}{2g} \left\{ \begin{array}{l} y=0 \\ P_0=0 \end{array} \right.$$

$$= \frac{r_0^2 \omega^2}{2g}$$

ارتفاع مایع داخل استوانه نسبت به راس سهمی

در یک مخزن دوار، حجم زیر سهمیگون برابر با حجم اولیه سیال است. حجم سهمیگون نصف حجم استوانه محاط بر آن است.

$$\text{حجم مایع بالای سطح افقی گذرنده از راس سهمی} = \pi r_0^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{r_0^2 \omega^2}{2g} = \frac{1}{2} \times \text{حجم استوانه} = \frac{1}{2} \pi r_0^2 h$$

مایع به همان اندازه که در مرکز ظرف پایین می‌رود، در دیواره‌ها بالا می‌آید.

مرکت سیالات:

جریان آرام (لایه‌ای): سیال به صورت لایه‌ها با ورق‌هایی موازی روی همدیگر حرکت می‌کند. جریان در هم (آشفته): ذرات به دلیل انرژی جنبشی زیاد می‌توانند در تمام مقاطع سیال حرکت کنند. در جریان آرام، تلفات با سرعت به توان ۱ متناسبند ولی در جریان در هم با سرعت به توان ۲ تا ۳ متناسبند.

لزجت مطلق:  $\mu$       لزجت گرذایی:  $\eta$        $\tau = (\mu + \eta) \frac{du}{dy}$

لایه مرزی، لایه‌ای از سیال است که در مجاورت مرز جامد قرار دارد و سرعت سیال در آن متأثر از تنش برشی مرز است. جریان در لایه مرزی می‌تواند آرام یا ناآرام باشد.

جریان دائمی: جریانی است که مشخصات آن در هر نقطه در طی زمان تغییر نکند.  $\left( \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \right)$       سرعت = V

جریان غیر دائمی: جریانی است که مشخصات آن در هر نقطه در طی زمان تغییر می‌کند.  $\left( \frac{\partial V}{\partial t} \neq 0 \right)$       زمان = t

جریان یکنواخت: جریانی است که در هر لحظه، بردار سرعت در تمام فضا یکسان باشد.  $\left( \frac{\partial V}{\partial s} = 0 \right)$       بردار تغییر مکان = S

جریان غیر یکنواخت: جریانی است که در هر لحظه، بردار سرعت در تمام نقاط فضا تغییر می‌کند.  $\left( \frac{\partial V}{\partial s} \neq 0 \right)$

اگر بردارهای سرعت موازی باشند، جریان را یکنواخت می‌گوییم.

جریان آرام و ناآرام در لوله:

جهت مشخص کردن نوع جریان در لوله‌ها از عدد رینولدز استفاده می‌کنند  $(R_e)$        $R_e = \frac{\rho V \cdot D}{\mu}$



جریان آرام  $Re < 2000$

جریان انتقالی  $2000 < Re < 4000$

جریان آشفته  $Re > 4000$

$V$ : سرعت  $\rho$ : دانسیته

### قانون بقای جرم:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt}$$

بر اساس این قانون، جرم یک سیستم در طی زمان تغییر نمی‌کند.

$dm_1$ : سیال ورودی  $dm_2$ : سیال خروجی

$$\rightarrow \int \rho V dA = cte \rightarrow \rho \cdot V \cdot A = \text{ثابت} \rightarrow \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

$$\rho = \text{ثابت} \rightarrow Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 = cte$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

معادله پیوستگی (سیال تراکم‌پذیر و جریان غیر دائمی).

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0$$

اگر سیال تراکم‌ناپذیر باشد ( $\rho = cte$ ) داریم.

$$\text{معادله اوایلر: } \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial s} + g \frac{\partial z}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \frac{\Delta p}{\rho} + g dz + v \cdot dv = 0$$

$$\text{معادله برنولی: } gz + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} = cte$$

فرضیات به کار رفته در معادله برنولی:

- ۱- در امتداد خط جریان تک بعدی است.
- ۲- جریان پایدار است.
- ۳- بدون اصطکاک است.
- ۴- چگالی ثابت می‌باشد (تراکم‌ناپذیر)

معادله برنولی برای دو نقطه روی خط جریان را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_f$$

افت انرژی:

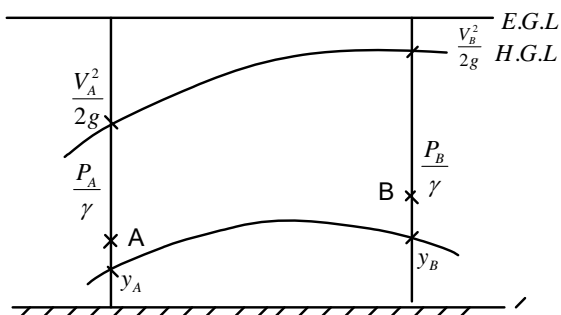
$$\alpha = \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{v}{V} \right)^2 \cdot dA$$

$\alpha$ : ضریب تصحیح انرژی جنبشی

$\alpha = 2$ : جریان آرام در لوله‌ها

$1/1 < \alpha < 1/0.1$ : جریان آشفته در لوله‌ها

### خطوط انرژی و فشار:



E. G. L: خط تراز انرژی است که شامل  $\frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + z$  می‌باشد.

H. G. L: خط تراز هیدرولیکی است که شامل  $\frac{p}{\gamma} + z$  می‌باشد.

اختلاف در خط فوق نیز هد سرعت می‌باشد که همواره  $\frac{v^2}{2g}$  است.



در جریان دائم اگر مقطع جریان ثابت باشد. دو خط با هم موازی هستند.

پمپ و توربین:

$$h_p: \text{هد پمپ} \quad h_f: \text{افت انرژی} \quad \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_p = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_f + h_T$$

$h_T$ : هد توربین

ارتفاع کل پمپ: مقدار قدرت مفیدی که توسط پمپ به واحد وزن سیال منتقل می شود (H).

$$H = \frac{p_d - p_s}{\gamma} + (z_d - z_s) + \frac{v_d^2 - v_s^2}{2g}$$

s ورودی و d خروجی می باشد.

$$\eta = \frac{\rho g h Q}{\rho (توان مصرفی)}$$

$$\eta = \frac{\rho (توان تولیدی)}{\rho g h Q}$$

کاویتاسیون:

هرگاه در حین جریان مایع در پمپ، فشار در نقطه ای از فشار بخار مایع در دمای مربوطه کمتر باشد، حباب های بخار به وجود می آید که به نقاط با فشار کمتر حرکت می کند که این پدیده کاویتاسیون نام دارد.

ارتفاع مثبت خالص مکش (NPSH):

هد لازم در قسمت ورودی پمپ برای جلوگیری از کاویتاسیون به صورت زیر تعریف می گردد.

$$NPSH = \frac{p_i}{\rho g} + \frac{v_i^2}{2g} - \frac{p_{vap}}{\rho g}$$

$$Z_{max} = \frac{p_a}{\gamma} - (NPSH + \frac{p_{vap}}{\gamma} + h_L)$$

$Z_{max}$ : ماکزیمم ارتفاعی که پمپ می تواند بالاتر از سطح مایع نصب شود.

$p_i; v_i$ : سرعت و فشار در ورودی پمپ

$h_L$ : افت فشار بین مکش و ورودی پمپ

### ترکیب پمپ ها:

۱- پمپ سری: اگر دبی پمپ مناسب ولی هد آن کم باشد، آنها را به صورت سری به هم وصل می کنند.

$$Q_T = Q_1 = Q_2 \quad H_T = H_1 + H_2$$

۲- پمپ های موازی: اگر هد پمپ مناسب ولی دبی آن کم باشد، پمپ ها را به صورت موازی به هم متصل می کنند.

$$Q_T = Q_A + Q_B \quad H_T = H_A = H_B$$