



برنولی

ساعت : ۲ بعدازظهر

اعضای گروه :

آرمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

۱- هدف:

بررسی صحت قضیه برنولی در جریان آب از داخل یک لوله شیشه ای با مقاطع همگرا در یک و واگرا در حالت دیگر

۲- مقدمه :

در مکانیک سیالات یکی از ایده آل ترین و در عین حال پرکاربردترین معادلات، معادله ی برنولی است. این معادله اگرچه با فرض های ایده آلی بسیاری بدست آمده ولی به مرور زمان و مقایسه ی نتایج این معادله و یا معادلات تعمیم یافته ی آن همچون معادلات دارسی ، با واقعیت موجود کاربردهای آن بیشتر شده است. در این آزمایش بدنبال آن هستیم که دریابیم این معادله به چه اندازه به واقعیت نزدیک است.

۳- فهرست علائم:

$A(m^2)$	سطح مقطع لوله ، متر مربع
$d(m)$	قطر لوله ، متر
$g(m/s^2)$	شتاب ثقل ، متر بر مجذور ثانیه
$H(m)$	هد کل ، متر
$H_{the}(m)$	هد کل تئوری ، متر
$H_{act} \text{ or } H_7(m)$	هد کل واقعی ، متر
$h(mH_2O)$	ارتفاع مانومتر ، متر آب
$Q(m^3/s)$	دبی، متر مکعب بر ثانیه
$t(s)$	زمان ، ثانیه
$V(m^3)$	حجم ، متر مکعب
$v(m/s)$	سرعت متوسط جریان در هر مقطع ، متر بر ثانیه
$v_{brn}(m/s)$	سرعت متوسط جریان بر حسب معادله برنولی ، متر بر ثانیه



برنولی

ساعت: ۲ بعدازظهر

اعضای گروه:

آرمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

۴- کمیت های مستقل قطعی:

قطر هر مقطع - شتاب ثقل - چگالی - ویسکوزیته

۵- کمیت های مستقل اندازه گیری:

زمان با خطای اندازه گیری $\pm 0.005 s$

حجم با خطای اندازه گیری $\pm 2.5 ml$

ارتفاع مانومتر با خطای اندازه گیری $\pm 2.5 mmH_2O$

۶- روابط و کمیت های وابسته محاسباتی:

$$Q = \frac{V}{t} \rightarrow \delta Q = \left| \frac{\partial Q}{\partial V} \right| \delta V + \left| \frac{\partial Q}{\partial t} \right| \delta t \rightarrow \delta Q = \left(\frac{1}{t} \right) \delta V + \left(\frac{V}{t^2} \right) \delta t$$

$$v = \frac{Q}{A} \rightarrow \delta v = \left(\frac{\partial v}{\partial Q} \right) \delta Q \rightarrow \delta v = \left(\frac{1}{A} \right) \delta Q \quad \left(A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \right)$$



برنولی

ساعت: ۲ بعدازظهر

اعضای گروه:

آرمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

ارتفاع تنوری کل با استفاده از سرعت بدست آمده از دبی:

$$H_{the} = \frac{v^2}{2g} + h \quad \rightarrow \quad \delta H_{the} = \left(\frac{\partial H_{the}}{\partial v} \right) \delta v + \left(\frac{\partial H_{the}}{\partial h} \right) \delta h$$
$$\rightarrow \delta H_{the} = \frac{v}{g} \delta v + \delta h$$

سرعت بدست آمده از معادله برنولی:

$$v_{brn} = \sqrt{2g(H_{act} - h)} \quad \rightarrow \quad \delta v_{brn} = \left(\frac{\partial v_{brn}}{\partial H_{act}} \right) \delta H_{act} + \left| \frac{\partial v_{brn}}{\partial h} \right| \delta h$$
$$\rightarrow \delta v_{brn} = \sqrt{2g} \left[\frac{\delta H_{act} + \delta h}{2\sqrt{H_{act} - h}} \right]$$

۷- روش انجام آزمایش:

در این آزمایش از دستگاهی به نام ونتوری متر استفاده می شود. در این دستگاه بوسیله پیزومترهای موجود در آن می توان ارتفاع هد را در هر نقطه اندازه گرفته و کاهش و یا افزایش آن را مورد بررسی قرار داد. نکته ای که در این دستگاه حائز اهمیت است، اینکه باید دستگاه تراز و تنظیم باشد. نمایی از دستگاه در شکل زیر آمده است. در این آزمایش باید مراحل را در مرحله ی هم گرا و واگرا انجام دهیم.

ساعت : ۲ بعدازظهر

برنولی

اعضای گروه :

آرمین بیات

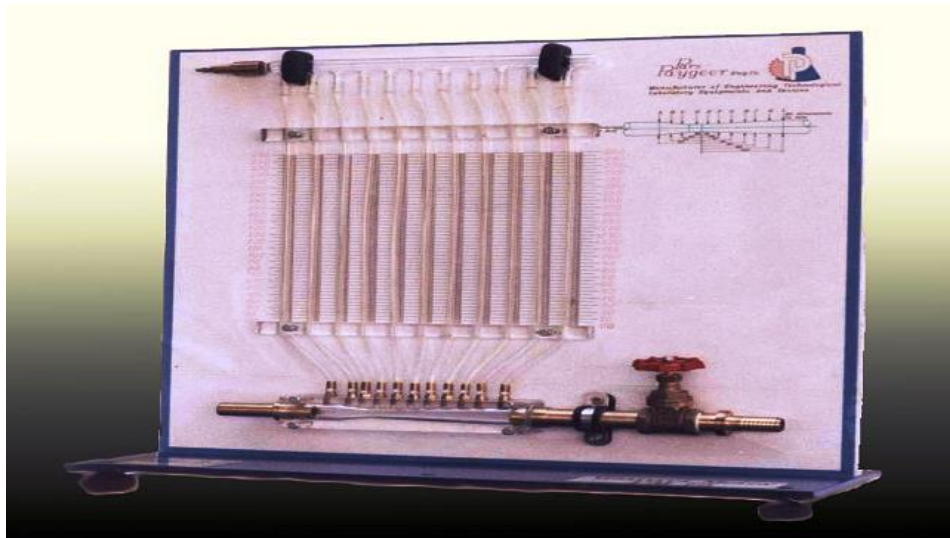
میلاد محمدی

علیرضا معصومی

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات



شکل ۷-۱ نمایی از ونتوری متر

۸-جداول: (کلیه ی واحدها در انجام محاسبات به متریک تبدیل شده است.)

جدول ۸-۱ شرایط فیزیکی آزمایشگاه

Pressure(mmHg)	Temperature(°C)
666.4	20



برنولی

ساعت: ۲ بعدازظهر

اعضای گروه:

آزمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

جدول ۲-۸ داده بدست آمده حجم، زمان و ارتفاع مانومتر در آزمایش برنولی برای حالت همگرا

$h(\text{mH}_2\text{O})$										
مراحل ↓	$V(\text{m}^3)$	$t(\text{s})$	1, 7	2, 7	3, 7	4, 7	5, 7	6, 7	8	
1	0.00042 ± 0.0000025	5.3 ± 0.005	0.215	0.185	0.173	0.173	0.145	0.125	0.130 ± 0.0025	
			± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025		± 0.0025
			0.195	0.195	0.195	0.195	0.195	0.195		
2	0.00046 ± 0.0000025	4.75 ± 0.005	0.185	0.170	0.155	0.140	0.125	0.110	0.100 ± 0.0025	
			± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025		± 0.0025
			0.190	0.190	0.190	0.190	0.190	0.190		
3	0.000500 ± 0.0000025	4.59 ± 0.005	0.160	0.140	0.120	0.100	0.080	0.060	0.055 ± 0.0025	
			± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025		± 0.0025
			0.165	0.165	0.165	0.165	0.165	0.165		

جدول ۳-۸ داده بدست آمده حجم، زمان و ارتفاع مانومتر در آزمایش برنولی برای حالت واگرا

$h(\text{mH}_2\text{O})$										
مراحل ↓	$V(\text{m}^3)$	$t(\text{s})$	1, 7	2, 7	3, 7	4, 7	5, 7	6, 7	8	
1	0.000330 ± 0.0000025	3.97 ± 0.005	0.105	0.090	0.080	0.075	0.075	0.068	0.235 ± 0.0025	
			± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025		± 0.0025
			0.115	0.120	0.125	0.135	0.125	0.125		
2	0.000475 ± 0.0000025	3.85 ± 0.005	0.093	0.072	0.052	0.032	0.025	0.032	0.175 ± 0.0025	
			± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025		± 0.0025
			0.108	0.125	0.132	0.135	0.138	0.140		
3	0.000475 ± 0.0000025	2.59 ± 0.005	0.155	0.118	0.080	0.038	0.016	0.040	0.125 ± 0.0025	
			± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025	± 0.0025		± 0.0025
			0.188	0.235	0.245	0.245	0.255	0.260		



برنولی

ساعت: ۲ بعد از ظهر

اعضای گروه:

آرمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

جدول ۴-۸ مساحت مقاطع در مجرای آزمایش برنولی

«مقطع»	1	2	3	4	5	6
$d(m)$	0.025	0.0146	0.0124	0.0113	0.0106	0.010
$A(m^2)$	0.0004909	0.0001674	0.0001208	0.0001003	0.0000882	0.0000785

الف) جداول حالت همگرا:

جدول ۵-۸ دبی حجمی بدست آمده برای حالت همگرا

«مرحله»	1	2	3
$Q(m^3/s)$	0.0001359 ± 0.0000011	0.0001708 ± 0.00000140	0.0000603 ± 0.000000490

جدول ۶-۸ سرعت، هد انرژی و هد کل ارتفاع در مرحله اول برای حالت همگرا

مقطع	$v(m/s)$	$\frac{v^2}{2g}(m)$	$H_{the}(m)$	$v_{brn}(m/s)$	$H_7(m)$
1	0.277057 \pm 0.0022	0.00391236 \pm 0.0000637	0.2039124 \pm 0.0025	0.313209195 \pm 0.313	0.205 \pm 0.0025
2	0.812353 \pm 0.0066	0.033634895 \pm 0.000547	0.2036349 \pm 0.0030	0.828673639 \pm 0.828	
3	1.126201 \pm 0.0091	0.064644652 \pm 0.001054	0.2046447 \pm 0.0035	1.129291813 \pm 1.129	
4	1.356203 \pm 0.011	0.093745442 \pm 0.001527	0.2037454 \pm 0.0040	1.365247232 \pm 1.365	
5	1.541129 \pm 0.012	0.121053936 \pm 0.001972	0.2060539 \pm 0.0044	1.534405422 \pm 1.534	
6	1.731624 \pm 0.014	0.152829812 \pm 0.002489	0.2028298 \pm 0.0049	1.743874996 \pm 1.743	



برنولی

ساعت: ۲ بعدازظهر

اعضای گروه:

آرمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

جدول ۷-۸ سرعت، هد انرژی و هد کل ارتفاع در مرحله دوم برای حالت همگرا

مقطع	$v(m/s)$	$v^2/2g(m)$	$H_{the}(m)$	$v_{brn}(m/s)$	$H_7(m)$
1	0.348358±0.0024	0.006185±0.00010	0.246185±0.0026	0.3132092±0.1566	0.245±0.0025
2	1.021414±0.0083	0.053175±0.00087	0.243175±0.0033	1.0387974±0.0472	
3	1.416032±0.0115	0.102199±0.00167	0.247199±0.0041	1.4007141±0.0350	
4	1.705225±0.0139	0.148206±0.00242	0.243206±0.0049	1.7155174±0.0286	
5	1.937743±0.0158	0.191379±0.00312	0.246379±0.0056	1.9307511±0.0254	
6	2.177262±0.0177	0.241614±0.00394	0.241614±0.0064	2.1924644±0.0223	

جدول ۸-۸ سرعت، هد انرژی و هد کل ارتفاع در مرحله سوم برای حالت همگرا

مقطع	$v(m/s)$	$v^2/2g(m)$	$H_{the}(m)$	$v_{brn}(m/s)$	$H_7(m)$
1	0.122872±0.00099	0.000769±0.000012	0.185769±0.00251	0.3132092±0.1566	0.190±0.0025
2	0.360271±0.00292	0.006615±0.000107	0.181615±0.00260	0.54249424±0.0904	
3	0.499459±0.00405	0.012715±0.000206	0.177715±0.00270	0.70035705±0.0700	
4	0.601463±0.00488	0.018438±0.000299	0.173438±0.00279	0.82867364±0.0591	
5	0.683476±0.00555	0.023809±0.000387	0.173809±0.00288	0.88588938±0.0553	
6	0.767959±0.00623	0.030059±0.000488	0.170059±0.00298	0.99045444±0.0495	

ب) جداول حالت واگرا:

جدول ۹-۸ دبی حجمی بدست آمده برای حالت واگرا

مرحله	1	2	3
$Q(m^3/s)$	0.000108 ±0.0000011	0.000147 ±0.00000140	0.000164 ±0.000000490



برنولی

ساعت: ۲ بعد از ظهر

اعضای گروه:

آرمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

جدول ۸-۱۰ سرعت، هد انرژی و هد کل ارتفاع در مرحله اول برای حالت واگرا

مقطع	$v(m/s)$	$v^2/2g(m)$	$H_{the}(m)$	$v_{brn}(m/s)$	$H_7(m)$
1	0.220016±0.00178	0.002467±0.000040	0.23246±0.00254	0.828673639±0.0591	0.265±0.0025
2	0.645103±0.00523	0.02121093±0.00034	0.23621±0.00284	1.038797382±0.0472	0.27±0.0025
3	0.894336±0.00725	0.04076639±0.00066	0.24076±0.00316	1.171921499±0.0418	0.27±0.0025
4	1.076984±0.00873	0.05911801±0.00095	0.24411±0.00345	1.328834075±0.0369	0.275±0.0025
5	1.223838±0.00992	0.07633937±0.00123	0.25633±0.00373	1.400714104±0.0350	0.28±0.0025
6	1.375113±0.01115	0.09637797±0.00156	0.28137±0.00406	1.365247237±0.0359	0.28±0.0025

جدول ۸-۱۱ سرعت، هد انرژی و هد کل ارتفاع در مرحله دوم برای حالت واگرا

مقطع	$v(m/s)$	$v^2/2g(m)$	$H_{the}(m)$	$v_{brn}(m/s)$	$H_7(m)$
1	0.299466±0.00248	0.004571±0.000076	0.184571±0.00257	0.9904544±0.0495	0.23±0.0025
2	0.878058±0.00728	0.039296±0.000652	0.184296±0.00315	1.2913946±0.0379	0.23±0.0025
3	1.21729±0.01010	0.075525±0.001254	0.205525±0.00375	1.4007141±0.0350	0.23±0.0025
4	1.465895±0.01216	0.109523±0.001818	0.214523±0.00431	1.5970598±0.0307	0.235±0.0025
5	1.665779±0.01382	0.141428±0.002348	0.231428±0.00484	1.7155174±0.0285	0.24±0.0025
6	1.871682±0.01553	0.178552±0.002964	0.268552±0.00546	1.743875±0.0281	0.245±0.0025

جدول ۸-۱۲ سرعت، هد انرژی و هد کل ارتفاع در مرحله سوم برای حالت واگرا

مقطع	$v(m/s)$	$v^2/2g(m)$	$H_{the}(m)$	$v_{brn}(m/s)$	$H_7(m)$
1	0.334098±0.00281	0.005689±0.000095	0.145689±0.00259	0.88588938±0.0553	0.18±0.0025
2	0.979602±0.00824	0.04891±0.00082	0.15391±0.00332	1.2913946±0.0379	0.19±0.0025
3	1.358066±0.01142	0.094003±0.00158	0.174003±0.00408	1.53440542±0.0319	0.2±0.0025
4	1.635421±0.01376	0.13632±0.00229	0.18132±0.00479	1.77177877±0.0276	0.205±0.0025
5	1.85842±0.0156	0.176031±0.00296	0.211031±0.00546	1.87925517±0.0261	0.215±0.0025
6	2.088135±0.0175	0.222238±0.00374	0.247238±0.00624	1.9559908±0.0250	0.22±0.0025

۹- نمودارها:



برنولی

ساعت: ۲ بعدازظهر

اعضای گروه:

آرمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی

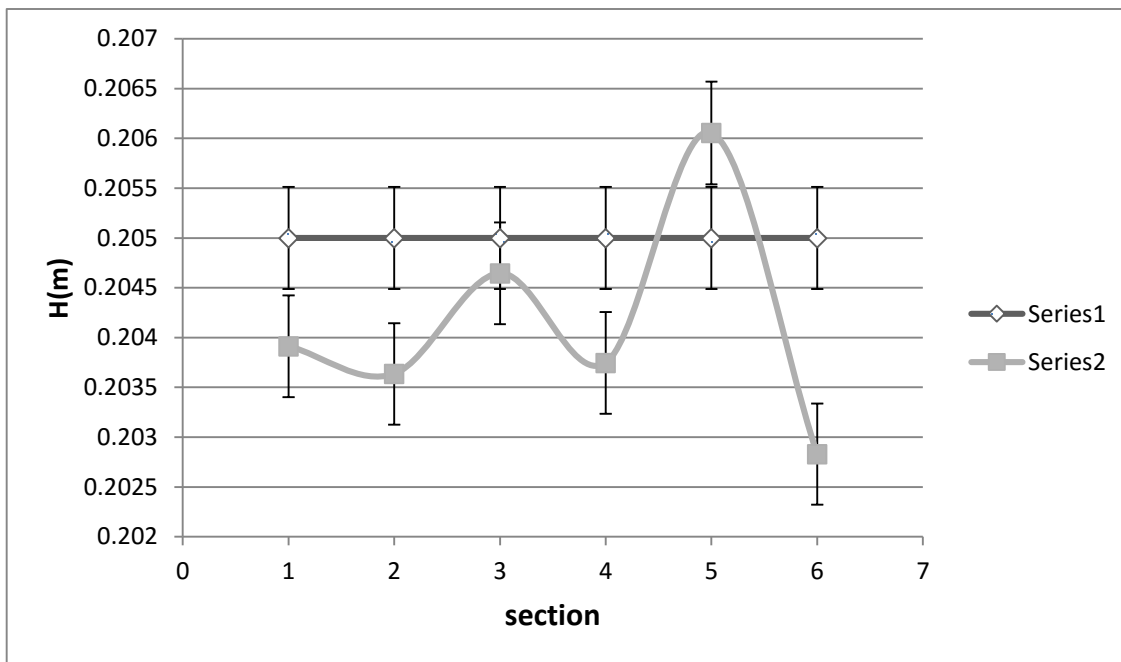
دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

در کلیه ی نمودارهای زیر، سری اول (series1) برای حالت عملی و سری دوم (series2) برای حالت تئوری میباشد. ضمناً مقادیر خطا در رسم نمودارها لحاظ شده است.

الف) نمودارهای تغییرات هد (حالت تئوری و عملی) در مقاطع مختلف لوله برای حالت همگرا:



نمودا
ر ۱
۹

تغییرات هد تئوری و عملی در هر مقطع برای حالت همگرا (مرحله ی اول)



دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

برنولی

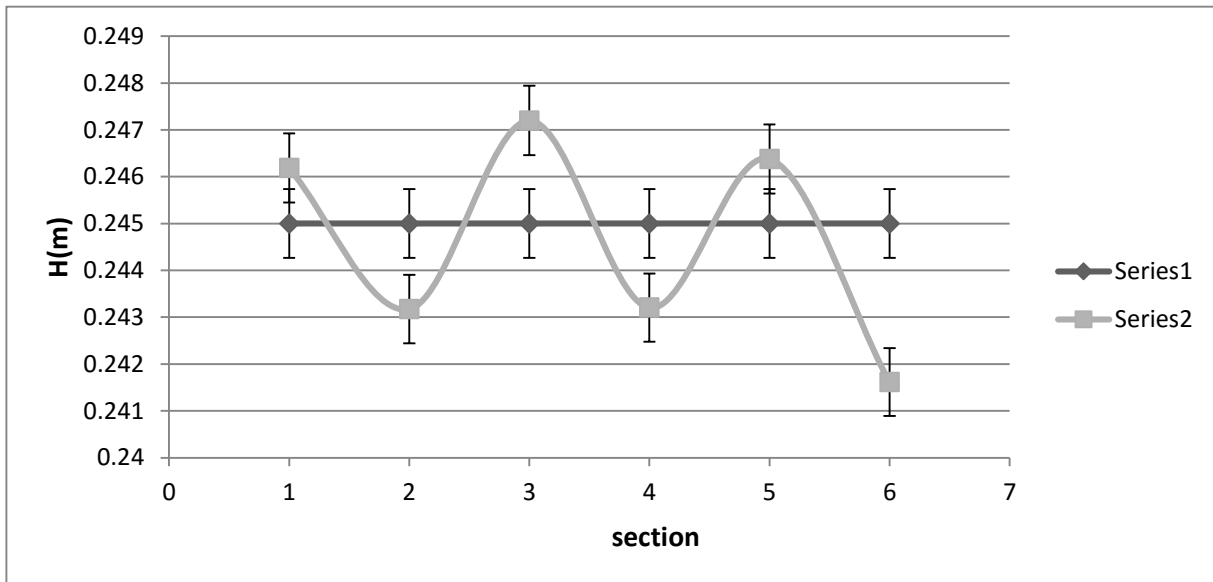
ساعت: ۲ بعدازظهر

اعضای گروه:

آرمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی



نمودار ۲-۹ تغییرات هد تئوری و عملی در هر مقطع برای حالت همگرا (مرحله ی دوم)



برنولی

ساعت: ۲ بعدازظهر

اعضای گروه:

آرمین بیات

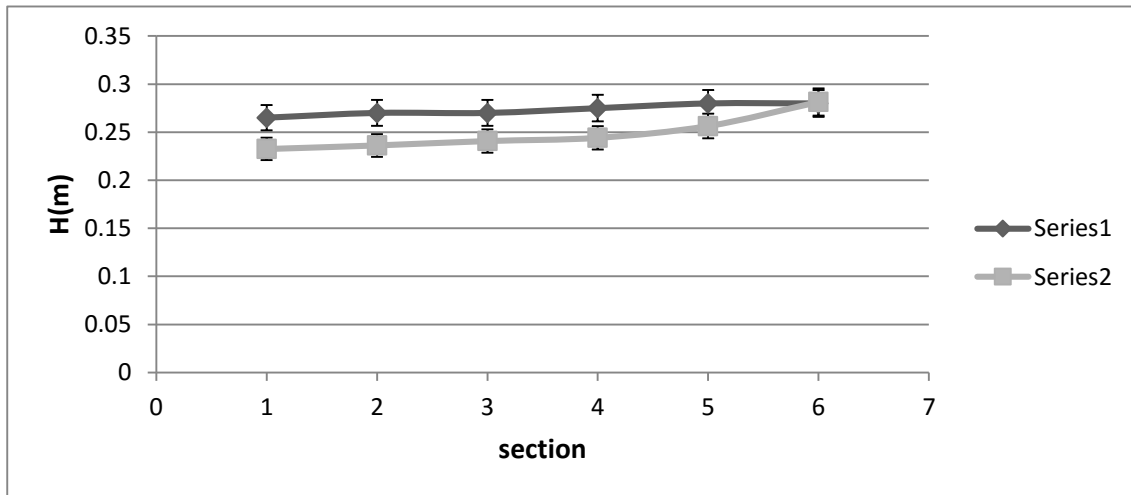
میلاد محمدی

علیرضا معصومی

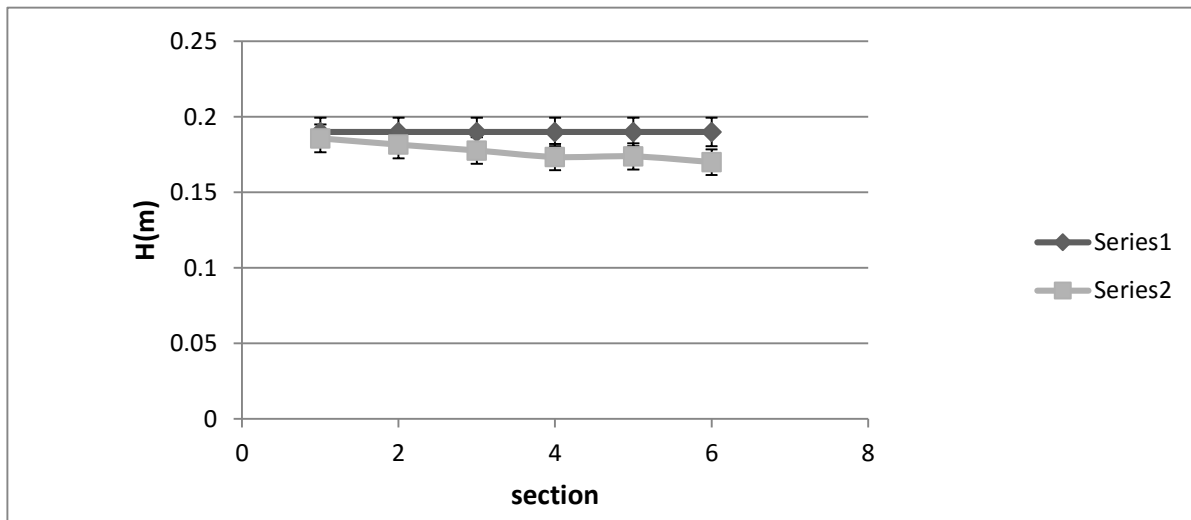
دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات



نمودار ۳-۹ تغییرات هد تئوری و عملی در هر مقطع برای حالت همگرا (مرحله ی سوم)



نمودار ۴-۹ تغییرات هد تئوری و عملی در هر مقطع برای حالت واگرا (مرحله ی اول)



برنولی

ساعت: ۲ بعدازظهر

اعضای گروه:

آرمین بیات

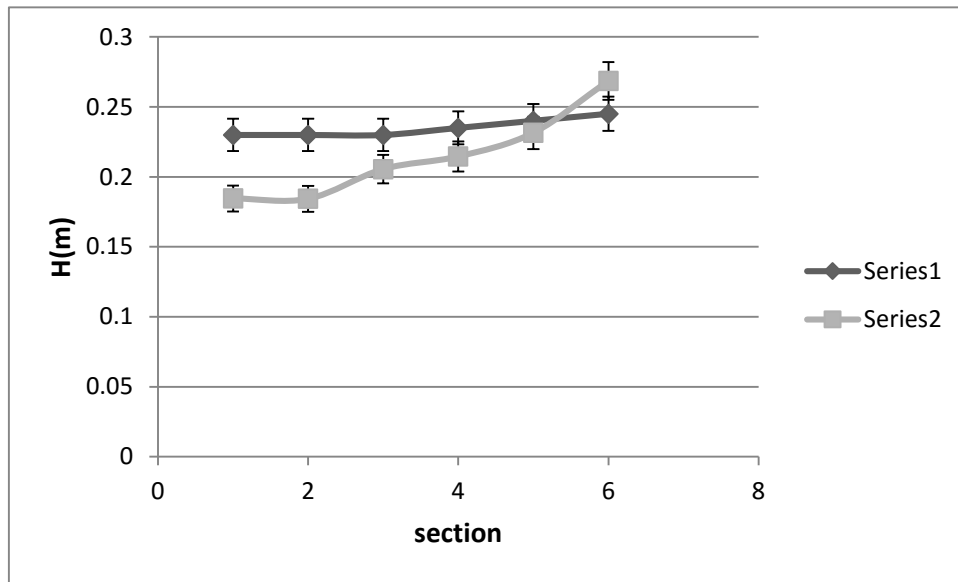
میلاد محمدی

علیرضا معصومی

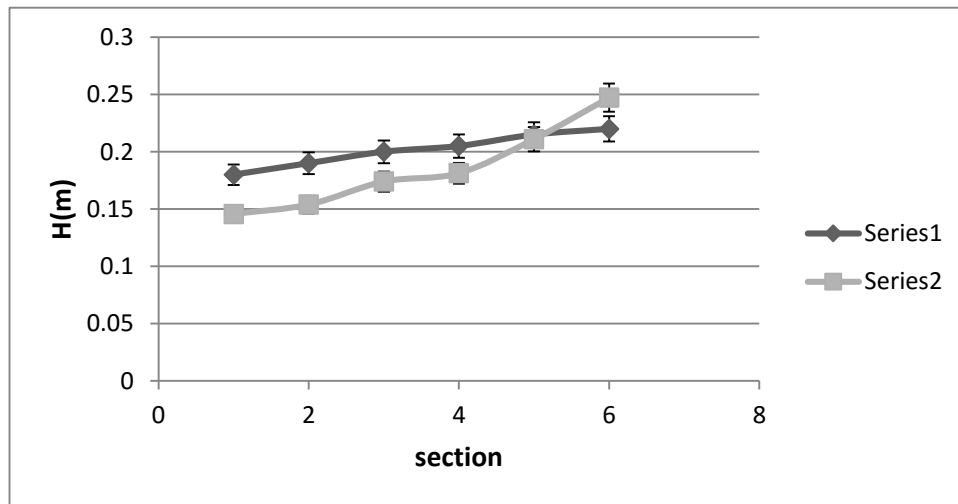
دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات



نمودار ۵-۹ تغییرات هد تئوری و عملی در هر مقطع برای حالت واگرا (مرحله دوم)



نمودار ۶-۹ تغییرات هد تئوری و عملی در هر مقطع برای حالت واگرا (مرحله سوم)



برنولی

ساعت: ۲ بعدازظهر

اعضای گروه:

آرمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

۱۰- منابع خطای آزمایش:

الف) خطاهای انسانی از قبیل نگه داشتن زمان کرنومتر و حجم آب جمع شده؛ در خواندن پیزومترها ممکن است خطا ایجاد شود.

ب) به علت خرابی دستگاه، مانومتر شماره ی هفت که هد کل را نشان میداد، برای حالت همگرا در همه ی مقاطع ثابت بود و این خود باعث خطا می شود؛

ج) وجود حباب هوا در مانومترها و نوسان داشتن سیال درون آنها باعث می شد خواندن مانومترها دقیق نباشد؛

د) نداشتن اصطکاک (جریان ایده آل) هم از پیش فرض های لازم برای رسیدن به معادله ی برنولی است که در آزمایش ما اینطور نبوده و جریان به علت کهنگی و زبری سطح، دارای اصطکاک میباشد؛

ه) معادله ی برنولی در راستای یک خط جریان اعتبار داشته و باید شرایط موجود در روی خط جریان مورد نظر داخل معادله قرار بگیرد. این در حالی است که ما در محاسبات سرعت متوسط جریان را به کار بردیم؛

۱۱- نتیجه گیری:

در حالتی که بخواهیم در تئوری از معادله ی اولر به معادله ی برنولی دست یابیم و برای یک حجم کنترل معادله ی برنولی را بنویسیم باید چند شرط را رعایت کنیم که به ترتیب ذیل می باشد:

۱. سیال تراکم ناپذیر

۲. غیرلزج



دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

آزمایشگاه مکانیک سیالات

برنولی

ساعت : ۲ بعدازظهر

اعضای گروه :

آرمین بیات

میلاد محمدی

علیرضا معصومی

۳. ثابت بودن شتاب ثقل

۴. جریان steady state

۵. نوشتن معادله در راستای یک خط جریان

۶. کار مکانیکی صفر باشد.

۷. گرما مبادله نشود

همانطور که در بخش خطاهای آزمایش بیان شد، عملاً دستیابی به این شرایط ایده آل، حتی در آزمایشگاه بسیار دشوار است. مثلاً حتی اگر با تقریب خوبی آب را تراکم ناپذیر فرض کنیم، ولی از لزجت آن نمی توان چشم پوشی کرد و یا با توجه به وجود پمپ شرط دائمی بودن هم زیر سوال است و درضمن از تبادل گرما هم شاید نتوان چشم پوشی کرد علی الخصوص که از پمپ غیر ایده آل می گذرد. ولی باید به این سوال پاسخ داد که چه زمانی می توان از برنولی استفاده کرد؟

به دلایلی که در قسمت قبل بررسی شد پیش فرض های لازم برای رسیدن به معادله ی برنولی در شرایط آزمایشگاه وجود ندارد و این باعث میشود داده های حاصل از معادله ی برنولی و حالت عملی با هم مطابقت نداشته باشند. به طور کلی با توجه به جداول ۵-۷ الی ۱۲-۷ میتوان سه نتیجه ی خوب گرفت:

(۱) در حالت همگرا، افت کمتر از حالت واگراست. این باعث میشود معادله ی برنولی برای حالت همگرا نتیجه ی بهتری بدهد چرا که به پیش فرض ها نزدیک تر است.

(۲) در جداول حالت همگرا می بینیم که هد کل عملی و تئوری، بسیار به هم نزدیک هستند و این از نمودارها هم پیداست. البته در مورد هد، نمودار حالت واگرا (تئوری و عملی) هم تقریباً نزدیک به هم هستند.

(۳) هر چه ارتفاع مانومترها به ارتفاع مانومتر شماره هشت که در خروجی است نزدیکتر باشد، افت کمتر بوده و معادله برنولی از صحت بیشتری برخوردار است.

و در حالت کلی می توان گفت که هرچه قدر افت هد کم باشد معادله ی برنولی به واقعیت نزدیک تر است.