www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسین عمران

ارائه کتابها و جزوات رایگان مهندسی عمران

بهترین و برترین مقالات روز عمران

انجمن های تخصصی مهندسی عمران

فروشگاه تخصصی مهندسی عمران

بسم الله الرحمن الرحیم

وبلاگ جامع مهندسی عمران گچساران

www.saeidroozafzai.abarblog.ir

جزوه دست نویس تحلیل سازه یک

استاد وحید دبستانی

کارشناس ارشد عمران–سازه

مدرس دانشگاه آزاد اسلامی واحد گچساران

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

«بسم الله الرحمن الرحیم»

موضوع :

جزوه تحلیل سازه 1

استاد مربوطه :

آقای مهندس دبستانی

«نیمسال اول 91-92»

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

سرفصل :

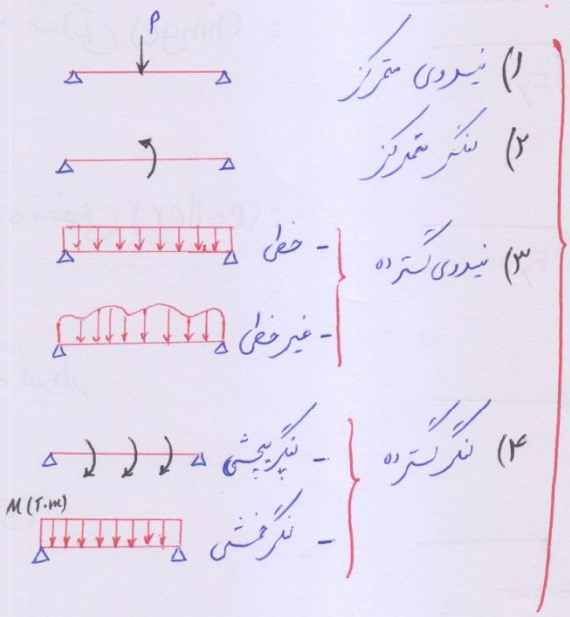
- تحلیل تیر
- تحلیل خرپا
- تحلیل قاب
- روش کار مجازی :
  1) تیر مزدوج
  2) لنگر سطح
  3) کار واحد
- خطا ناشی سازهای معین
- پایدار و ناپایدار
- معین و نامعین

۲

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

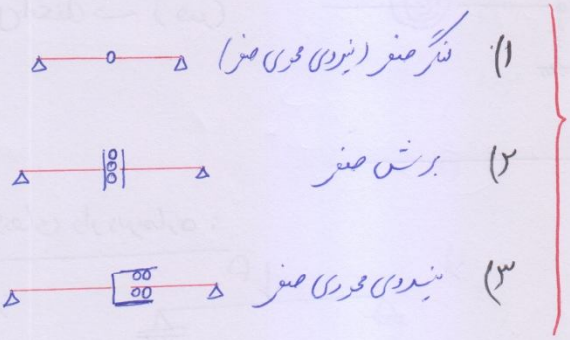
«مقدمه»

انواع نیروهای وارد بر سازه :



۱) نیروی متمرکز
۲) لنگر متمرکز
۳) نیروی گسترده
- خطی
- غیرخطی
۴) لنگر گسترده
- لنگر پیچشی
- لنگر خمشی

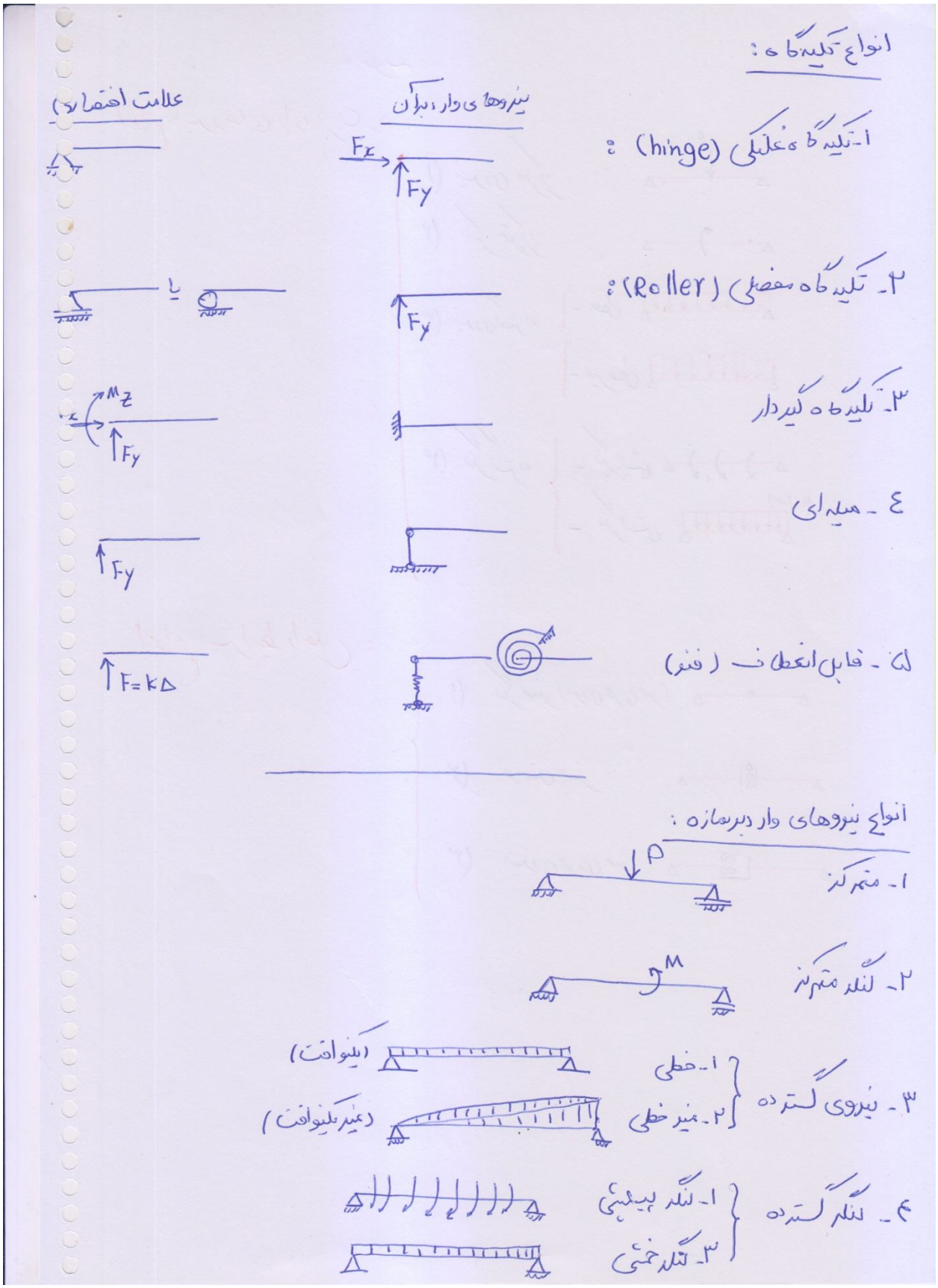
انواع شرایط داخلی :



۱) لنگر صفر (نیروی محوری صفر)
۲) برش صفر
۳) نیروی محوری صفر

۳

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

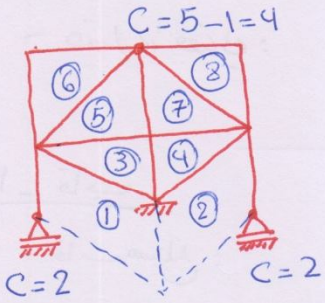
- روش حلقه : این روش فقط برای قاب‌های مسطح قابل استفاده است و به این صورت است که تکیه‌گاه‌های قاب را به یک گره صلب فرضی در زیر قاب وصل می‌کنیم

$D.I = 3M - C$

M : تعداد حلقه‌های ایجاد شده

C : تعداد شرایط

C : برابر تعداد مؤلفه‌هایی که باید به آن تکیه‌گاه اضافه گردد تا گیردار شود + شرایط داخلی



- درجه نامعینی قاب مقابل کدام است؟

$C = 4+2+2 = 8$

$D.I = 3\times8 - 8 = 16$

روش کلی $D.I = (3M+R) - (3N+C)$

$D.I = 16$

M : تعداد اعضاء $= 14$

R : عکس‌العل تکیه‌گاه $= 4$

N : تعداد گره $= 9$

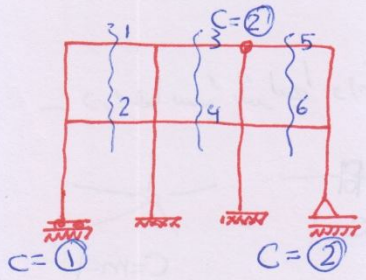
C شرایط داخلی $= 4$

- روش درختی :

$D.I = 3M - C$

۱- قاب مسطح :

C : برابر تعداد مؤلفه‌هایی که باید به تکیه‌گاه‌ها اضافه گردد تا گیردار شود + شرایط داخلی



- درجه نامعینی قاب مقابل کدام است؟

$M = 6$

$D.I = 3\times6 - (2+1+2) = 13$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

- تعیین درجات نامعینی در سازه های مختلف

$D.I = R - (3+C)$

C : شرایط داخلی
M : تعداد اعضاء
N : تعداد گره
R : عکس العمل تکیه گاه

۱- تیرها

۲- خرپا

- خرپای مسطح : $D.I = M+R-2N$

- خرپای فضایی : $D.I = M+R-3N$

۳- قاب

$D.I = (3M+R) - (3N+C)$

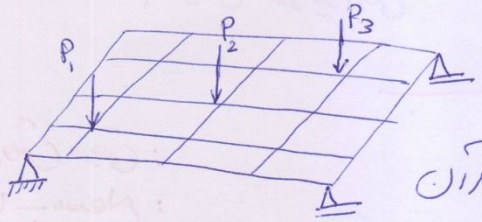
- قاب مسطح :

$D.I = (6M+R) - (6N+C)$

- قاب فضایی

۴- شبکه

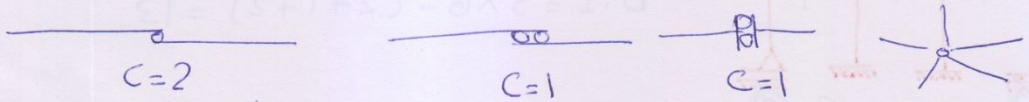
$D.I = (3M+R) - (3N+C)$



- برای تکیه گاههای مفصل و غلتک $R=1$

- منظور از عضو در شبکه ، اعضایی که فقط در دو سر آن گره باشد و نه وسط آن .

- در محاسبه شرایط داخلی قاب مسطح از فرمولهای ذیل استفاده می کنیم :



(گلگذار و میزدوی محوری صفر است)

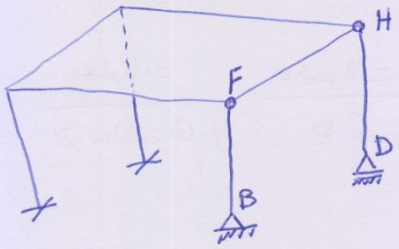
- هرگاه m عضو به یک گره ختم شوند تعداد شرایط داخلی $C=m-1$ می باشد

۴

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

$D.I = 6M - C$

۲- قاب فضایی:



C1 : درگره‌های F و H $\quad C = 3(3-1) = 6$

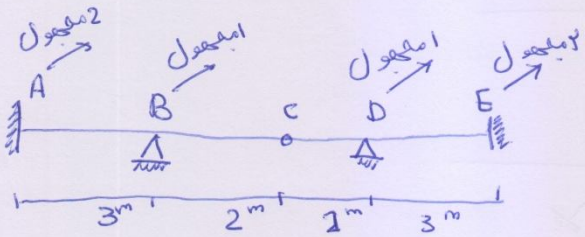
C2 : درگره B با توجه به صفر بودن لنگرها $\quad C=3$

C3 : درگره C با توجه به صفر بودن لنگرها و صفر بودن نیروها در دو جهت دیگر $\quad C=5$

C4 : در قاب های فضایی باید به تعداد اعضاء دوسر مفصل (HD و FH و BF) از مقدار C کم گردد:

$D.I = 6\times4 - (2\times6 + 3 + 5 - 3) = 7$

$C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad C_4$



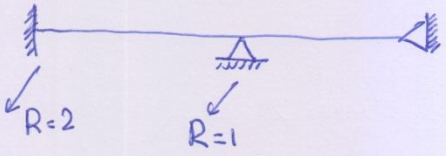
- درجه نامعینی سازه مقابل کدام است؟

در نیروی افقی نداشته باشیم $\sum F_x = 0$ را کنار می گذاریم

$R = 6 - (1+2) = 3 \qquad (R_A = R_E \;,\; R_B = R_D) \longrightarrow$ درصورت تقارن

$R = 3 - 2 = 1$

این سوال نشان می دهد نوع بارگذاری و همچنین تقارن بر تعداد درجات نامعینی اثری ندارد.



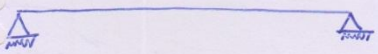
$R = (3-2) = 1$

مجهول ← معادلات

۵

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

تیر:



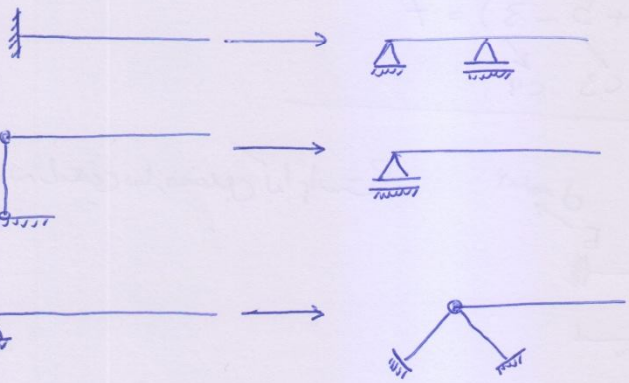
معلومات	مجهولات	
3: معادلات تعادل	R: عکس‌العمل تکیه‌گاهی	

$R > 3+C$ ⟶ سازه نامعین

$R = 3+C$ ⟶ سازه معین

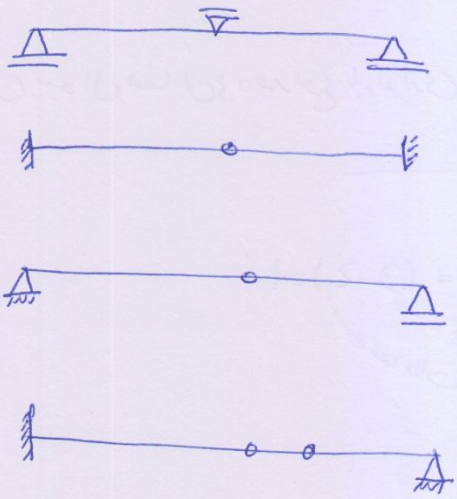
$R < 3+C$ ⟶ سازه ناپایدار

- گاهی مواقع و در شرایط خاصی تکیه گاهی قابل تبدیل شدن به تکیه گاهی دیگری باشند:

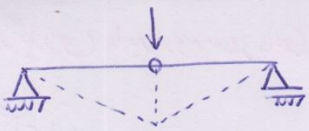


H.W:

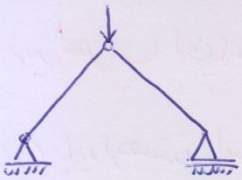
- معین و نامعینی - پایداری و ناپایداری ؟



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



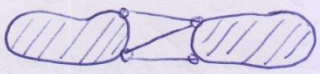
ناپایدار

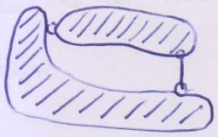


پایدار

- دوسازه که هرکدام به تنهایی پایدارند چگونه به هم متصل شوند که سازه جدید پایدار باشد؟

روش اول: توسط ۳ میله غیرموازی و غیرهمرس
روش دوم: توسط یک مفصل و یک میله غیرهمرس
} بشرطی که امتداد آنها از هم نگذرد.

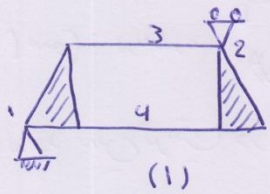




- جای مفاصل می‌توان از دو میله متصل کننده استفاده نمود.

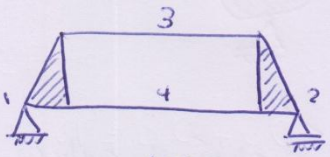
- آیا سازه‌های ذیل پایدارند؟

در شکل (I) چون امتداد مفاصل (1-2) و میله‌های 3 و 6 از یک نقطه می‌گذرند پس ناپایدارند



(I)

در شکل (II) چون امتداد مفاصل (2-1) و 3 و 6 از یک نقطه می‌گذرند یا با هم موازی هستند پس باهم ناپایدارند



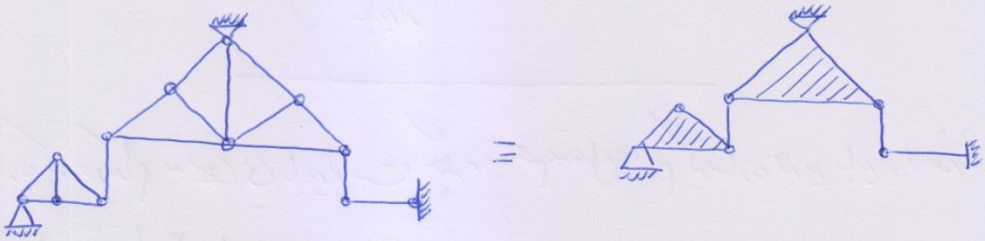
(II)

(۵-۱)

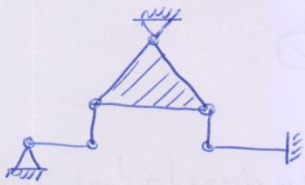
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

- در بررسی پایداری سازه‌ها باید گامهای زیر را بترتیب انجام دهیم:

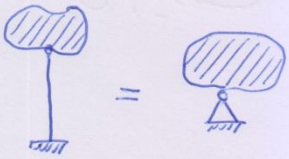
۱- گام اول: قسمت‌هایی از سازه که به تنهایی پایدار هستند را مشخص می‌کنیم (ها شورهای زیم):

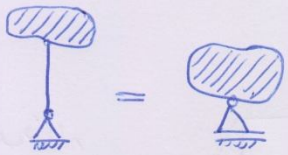


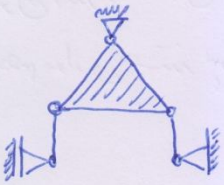
۲- قسمتهایی که در قسمت قبل ها شور خورده‌اند و فقط توسط ۲ مفصل به مابقی متصل شده‌اند را حذف کرده و جای آنها یک میله مستقیم قرار می‌دهیم.



۳- گام سوم: در سازه قسمت AB به تنهایی پایدار است و در نتیجه نقطه B حرکت افقی و قائم ندارد بدین ترتیب در تمامی سازه‌ها تبدیلات زیر را انجام می‌دهیم:



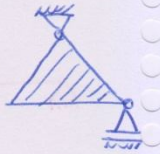




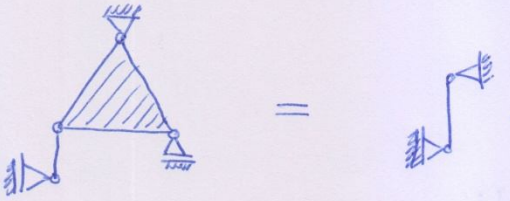
بنابراین سازه تبدیل به شکل مقابل می‌گردد.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

۴- گام چهارم: قسمتهایی که به تنهایی پایدار می باشند و دارای تکیه گاه می باشند حذف کرده و به جایش تکیه گاه می گذاریم چون فرض می شود قسمت داده شده جزئی از زمین می باشد.

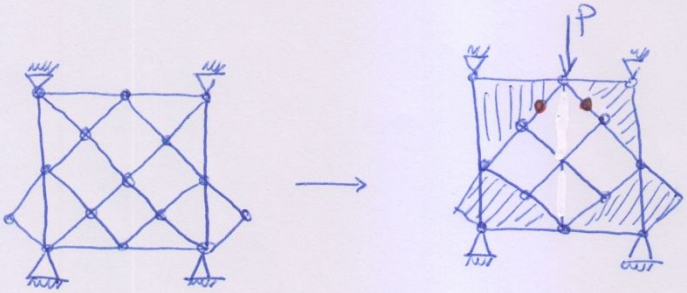


این قسمت را در مثال حذف کرده چون پایدار می باشد و بجای آن یک تکیه گاه می گذاریم



این سازه پایدار می باشد بنابراین کل مجموعه پایدار است.

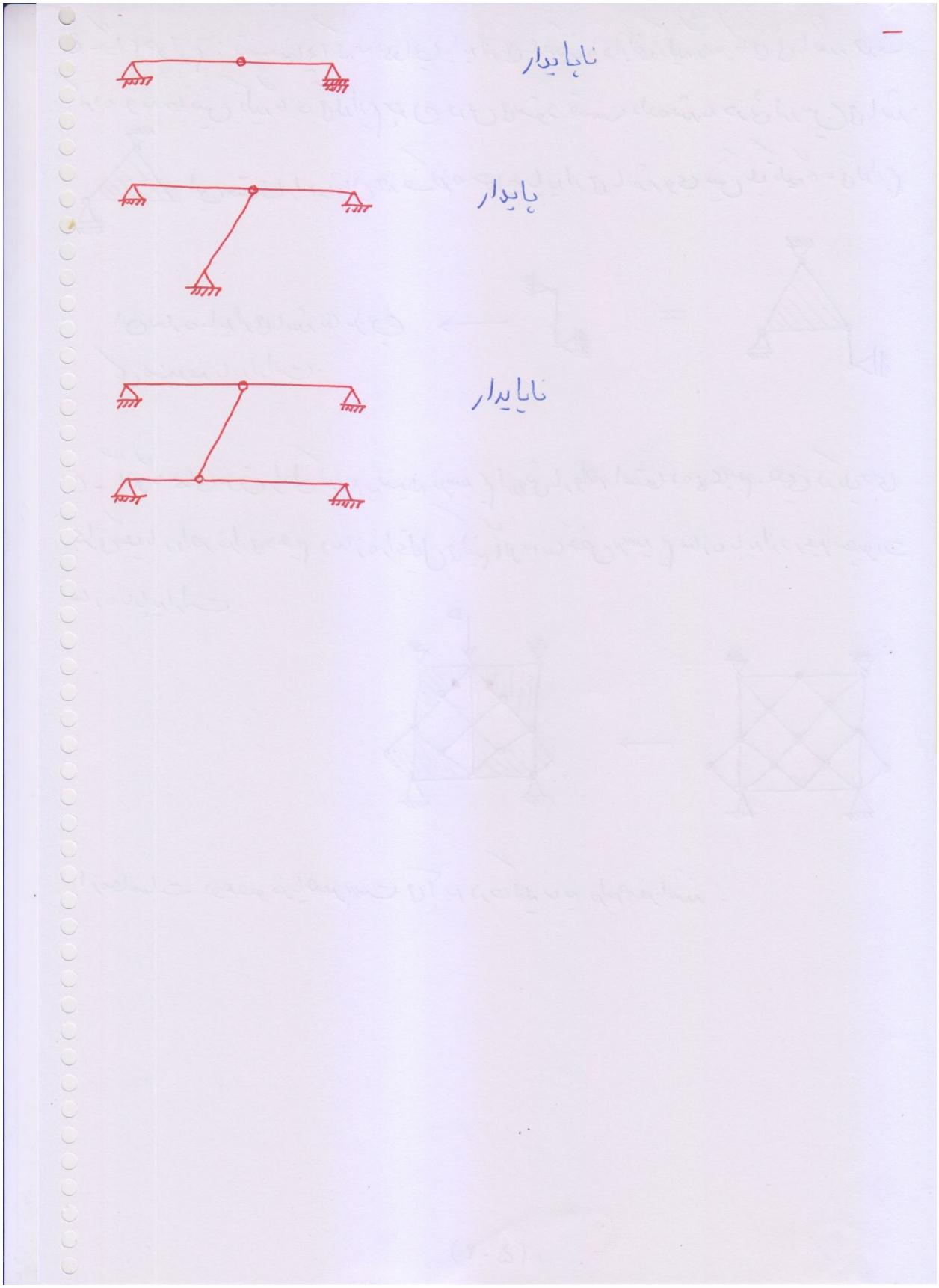
۵- الگوهای فوق را طی کردیم به نتیجه نرسیدیم از روش بار واحد استفاده می نماییم. یعنی در یک جای دلخواه یک بار واحد قرار می دهیم و سازه را تحلیل می کنیم اگر به تنش صفر نرسیدیم سازه پایدار و غیر اینصورت سازه ناپایدار است.



از محاسبات دو عضو خروجی صفر یا ضربدری که آیا در حد تکیه گاه باید برابر صفر باشند.

(۵-۲)

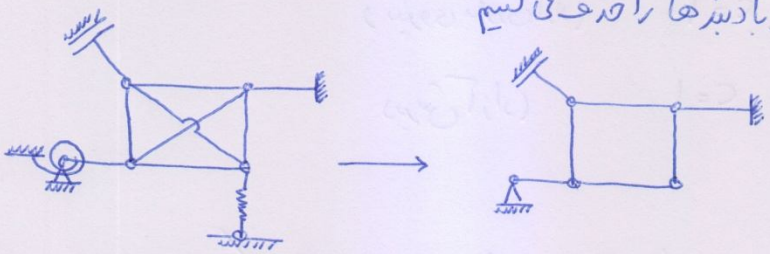
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



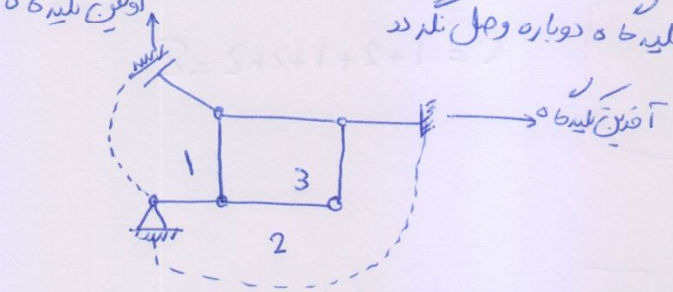
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ـ درجه نامعینی قابهای 2 بعدی :

۱ـ گام اول : تمامی فنرها و بادبندها را حذف می کنیم



۲ـ گام دوم : از آنجا که زمین یک جسم پیوسته است تکیه گاهها را بترتیب به یکدیگر به همدیگر وصل می نماییم دقت گردد آخرین تکیه گاه به اولین تکیه گاه دوباره وصل نگردد



۳ـ تعداد ناحیه های بسته را می شماریم : $R=3$

۴ـ تعداد درجات آزادی مفاصل را اینگونه می نویسیم :

الف) تعداد اعضایی که مفصل شده اند :

$C=2-1=1$ $C=4-1=3$

$C=4-1=3$

ب) دقت گردد زمین به تنهایی یک عضو محسوب می گردد

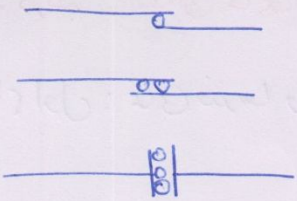
$C=5-1=4$

ج) دقت گردد زمین دو عضو محسوب می شود

(۳-۵)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

د)

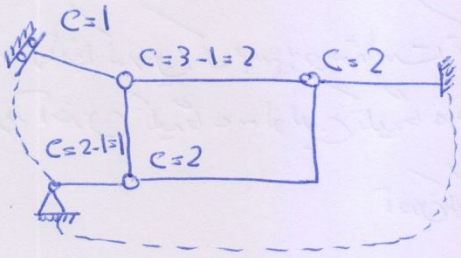


رنگر و نیروی محوری آزاد)

(نیروی محوری آزاد)

(برش آزاد)

هـ) درصورت وجود کابل آن را دوسر مفصل فرض می نماییم.



$C = 1+2+1+2+2 = 8$

۵ - مقدار درجات نامعینی از فرمول ذیل بدست می آید:

$n = 3R - \Sigma C +$ تعداد بادبندهای حذف شده $+$ تعداد قیدهای حذف شده

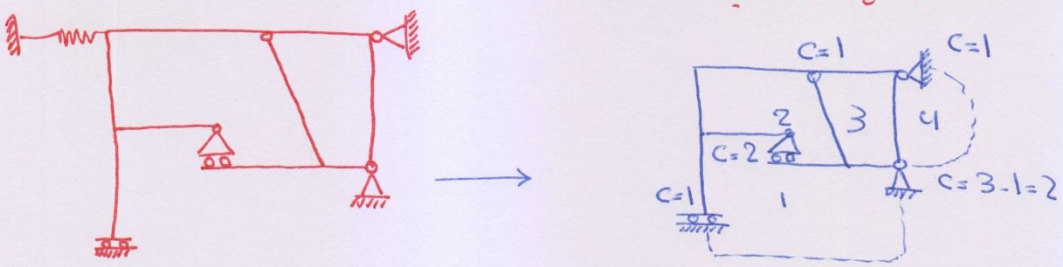
$n = 3\times 3 - 8 + 2 + 1 = 4$ درجه

- R: تا میله بسته دارای سه مجهول P و V و M می باشد بنابراین آن را در ۳ ضرب کنید.

- هر بادبند و قید تنها یک مجهول دارد بنابراین آن را با مجهولات با ضرایب ۱ جمع می نماییم

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

- سازه مقابل چند درجه نامعین است؟



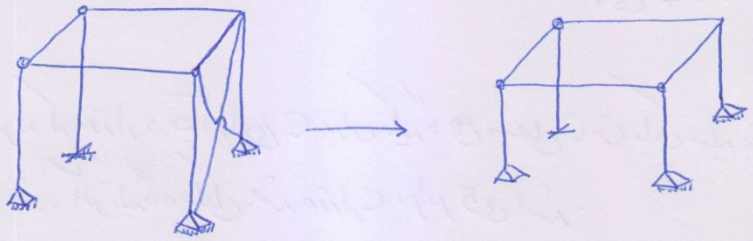
$n = 3\times 4 - (1+2+1+2+1) + 1 = 6$

(۴-۵)

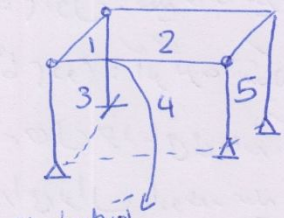
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

— برای محاسبه درجه نامعینی قاب های ۳ بعدی بصورت ذیل عمل کنیم :

گام اول : بادبندها و فنرها را حذف می کنیم :



گام دوم : مشابه قاب های دوبعدی تکیه گاه ها را به هم وصل می نماییم ولی تکیه گاه آخر را به تکیه گاه اول وصل نکنیم و فرض کنیم سازه یک سازه دوبعدی است و تعداد نواحی بسته را می شماریم ولی به تعداد تقاطع های غیر واقعی از تعداد نواحی کم می کنیم



تقاطع غیر واقعی

$R = 5 - 1 = 4$

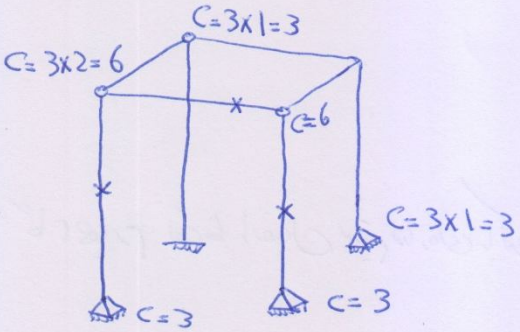
تعداد تقاطع غیر واقعی

گام سوم : مقادیر درجات آزادی C را محاسبه می نماییم :

تفاوت ضرایب C در قاب سه بعدی با قاب ۲ بعدی در این است که :

الف ضرایب محاسبه شده را ۳ برابر کنیم

ب) سپس از ۳ برابر کردن مقدار C ، به تعداد اعضای دوسر مفصل آنرا کم می کنیم.



$C = [6+6+3+3+3+3] - [3] = 21$

تعداد اعضای دوسر مفصل (با x مشخص شده)

(۵-۵)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

گام چهارم: درجه نامعینی برابر خواهد بود با:

$n = 6R - C +$ تعداد فنرها + تعداد بادبندها

$n = 6\times4 - 21 + 0 + 2 = 4$

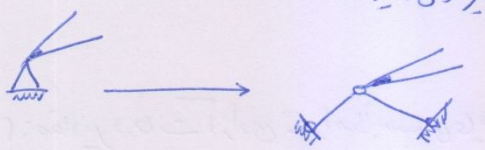
- دقت گردد که مقدار درجه آزادی C برای تکیه‌گاه‌های مفصلی ثابت یا یک میله متصل مطابق شکل برابر 3 باشد. اگر تکیه‌گاه غلطکی باشد مقدار C برابر 5 می‌باشد.

- فرمول کلی برای تعیین درجه نامعینی انواع سازه:

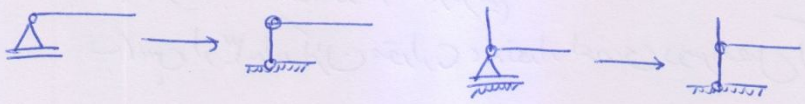
گام اول: تکیه‌گاه گیردار، بدون هیچ تغییری در سیستم باقی می‌ماند

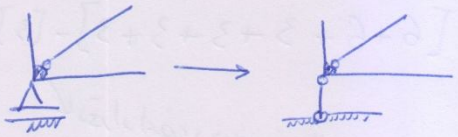
گام دوم: اگر گره تشکیل دهنده تکیه‌گاه مفصلی ثابت از نوع اصلی باشد آن تکیه‌گاه به حال خود باقی می‌ماند. اگر در تکیه‌گاه مفصلی ثابت، مفصل از نوع اصلی نباشد، آن تکیه‌گاه را می‌توان با دو عدد میله جایگزین کرد.

به عبارت دیگر آن تکیه‌گاه به صورت شکل زیر در می‌آید:



گام سوم: تکیه‌گاه مفصلی متحرک را می‌توان با یک میله دوسر مفصل مدل کرد





گام چهارم: نقاط اتصال سیستم سازه‌ای یا گره زمین در شمارش n و C منظور می‌شوند

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

گام پنجم: قسمت های طره ای سازه در محاسبه تعداد میله ها لحاظ می شوند.

گام ششم: در یک اتصال صلبی همواره $f=2$ و $G=1$ در فرمول جایگذاری می شود.

گام هفتم: اگر یک صلبی همانند شکل ذیل را در نظر بگیریم، به ازای هر اتصال صلب اضافی یک عدد به G و دو عدد به f در صل اصلی اضافه می شود.

$\begin{cases} G=1 \\ f=2 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} G=1+1=2 \\ f=2+2=4 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} G=1+1+1=3 \\ f=2+2+2=6 \end{cases}$

$$n = (3S-f)-(3n-G)$$

گام هشتم:

S: تعداد میله ها

f: آنهایی میله هایی که به مفصل اصلی و غیر اصلی ختم می شوند.

n: تعداد گره های سازه

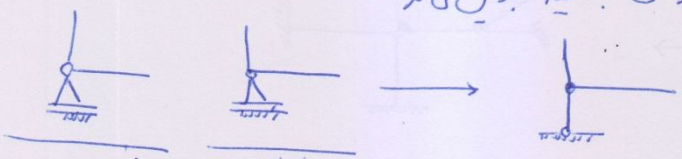
G: مفصل های اصلی سیستم

در گام دوم:

مفصلی ثابت اصلی $\quad$ مفصلی ثابت غیر اصلی

- وقتی تکیه گاه برش آزاد یا انحصار برش آزاد در سیستم وجود داشته باشد، در مدلسازی مجددآ آنرا با تکیه دار و پیوسته فرض می نماییم و پس از محاسبه در جهت معینی، به ازای هر کدام از این تغییرات عدد یک را از درجه نامعینی کسر می نماییم. (برای تکیه و نیروی محوری نیز به همین صورت عمل می نماییم)

- تکیه گاه غلتکی از چه نوع اصلی یا غیر اصلی به میله تبدیل می گردد.



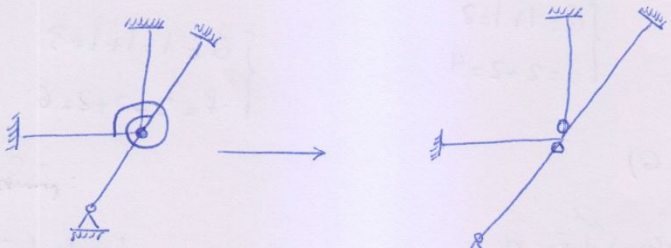
اصلی $\quad$ غیر اصلی

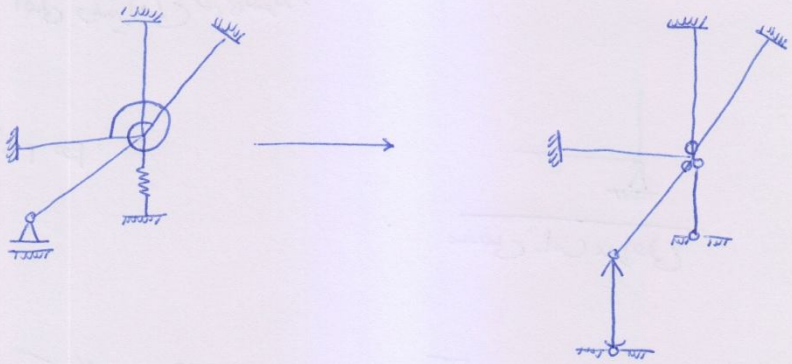
(۶ ۸)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

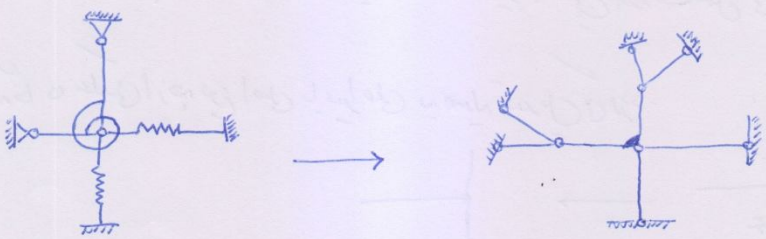
- در سیستم هایی که شامل چند فنر خطی در امتداد هم می باشند، تمام آنها با یک میله دو سر مفصل مدل می شود.

- در حالت فنر پیشی، در این حالت انتقال دو عضوی که به دو سر فنر پیشی متصل هستند باعث کردن سختی فنر به بی نهایت تبدیل به انتقال صلب می شود و عملاً انتقال بین این دو عضو توانایی انتقال نیرو را خواهد داشت. به عبارت بهتر با تغییر سختی فنر خطی و پیشی در جهت نامعینی سازه عوض می شود.





- در صورتی که ابتدا و انتها فنر پیشی بر دو میله محاور قرار گیرد آن دو میله در محل انتقال تشکیل انقطاع پیشی می دهد.



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

شرایط لازم برای پایداری یک سازه :

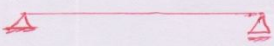
الف) داشتن حداقل سه عکس العمل تکیه گاهی در صورتی که تعداد مجهولات از تعداد معلومات کمتر نباشد.

ب) معلومات :

در صفحه:
(۱) $\Sigma F_x = 0$
(۲) $\Sigma F_y = 0$
(۳) $\Sigma M_z = 0$

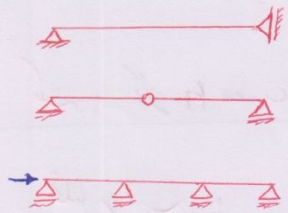
در فضا:
(۱) $\Sigma F_x = 0$
(۲) $\Sigma F_y = 0$
(۳) $\Sigma F_z = 0$
(۴) $\Sigma M_x = 0$
(۵) $\Sigma M_y = 0$
(۶) $\Sigma M_z = 0$

ج) شرایط داخلی : مجهولات و عکس العمل های تکیه گاهی



مجهولات	معلومات	
R عکس العمل های تکیه گاهی	3: معادلات تعادل	سازه نامعین $R > 3+C$
	C: شرایط داخلی	سازه معین $R = 3+C$
		سازه ناپایدار $R < 3+C$

انواع ناپایداری :



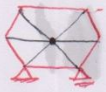
۱) ناپایداری ایستایی

۲) ناپایداری هندسی

۳) هرگاه عکس العمل های تکیه گاهی با هم موازی باشند

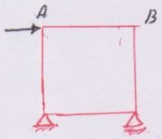
۴) هرگاه عکس العمل های تکیه گاهی از یک نقطه عبور کند.

۵) هرگاه قسمتی از یک سازه ناپایدار گردد



۶) هرگاه در یک سازه نتوان جواب منحصر به فرد برای اعضای یک سازه پیدا کرد.

۷) هرگاه برای عضوی بیش از یک نیرو بدست آید.



A گره → P

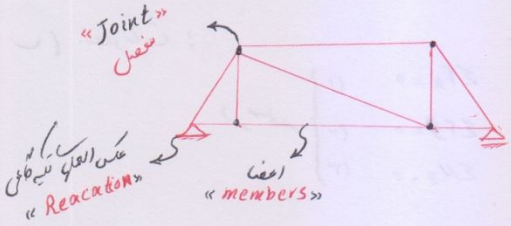
B گره → 0

ص 1

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

«خرپا»

تعریف خرپا : اعضای سازه ای که قادر به تحمل فقط بارهای محوری می باشند.



معلومات $\begin{cases} \Sigma Fx = 0 \\ \Sigma Fy = 0 \end{cases}$ ← ۲

مجهولات $\begin{cases} m \\ R \end{cases}$

$m + R > 2j \rightarrow$ سازه نامعین

$m + R = 2j \rightarrow$ سازه معین

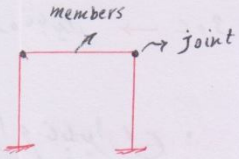
$m + R < 2j \rightarrow$ سازه ناپایدار

درجای فضایی $n = m + R - 3j$

– در اعضای خرپا شرایط داخلی (مفصل) نداریم

«قاب ها»

تعریف قاب : اعضای سازه ای هستند که قادر به تحمل بارهای محوری، برشی و خمشی می باشند.



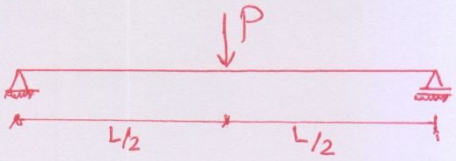
$3m + R > 3j + c \rightarrow$ سازه نامعین

$3m + R = 3j + c \rightarrow$ سازه معین

$3m + R < 3j + c \rightarrow$ سازه ناپایدار

نکته : اگر n عضو سازه ای به یک مفصل داخلی ختم شود شرایط داخلی برابر است با : $\boxed{c = n - 1}$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



- تحلیل تیر:

مراحل تحلیل تیر:

1) پایدار و معین
2) از محل بارهای متمرکز تکیه گاه ها - ابتدا و انتها بارهای گسترده - یا هر جایی دیگر که هر گونه تغییر شرایط مرزی و هندسی رخ دهد خطوط قائم بر محور تیر رسم نمایید.
3) رسم دیاگرام آزاد: تکیه گاه ها حذف گردد و به جای آنها عکس العمل های تکیه گاهی همراه نیروها. کلیه های خارجی وارد بر سیستم اعمال گردد.
4) بدست آوردن عکس العمل های تکیه گاهی
5) رسم و بدست آوردن منحنی برش
6) رسم و بدست آوردن منحنی خمش

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

$\sum M_A = 0 \longrightarrow B_y \times 2L - PL = 0 \longrightarrow \boxed{B_y = \frac{P}{2}}$

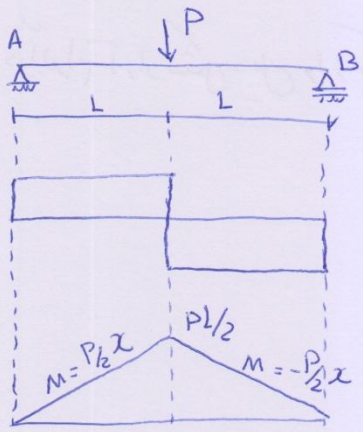
$\sum F_y = 0 \longrightarrow \boxed{A_y = \frac{P}{2}}$

$\sum F_x = 0 \longrightarrow \boxed{A_x = 0}$

- نیروی برشی در هر مقطع برابر با سطح زیر نمودار منفی بار گسترده می باشد.
- لنگر خمشی در هر مقطع برابر با سطح زیر نمودار منفی برش می باشد.

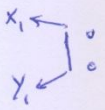
$V(x) = -\int w(x)\,dx + V_0(x)$ $\qquad M(x) = \int V(x)\,dx + M_0(x)$

$\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$



۵- رسم نمودار برش (V)

۶- رسم نمودار خمش



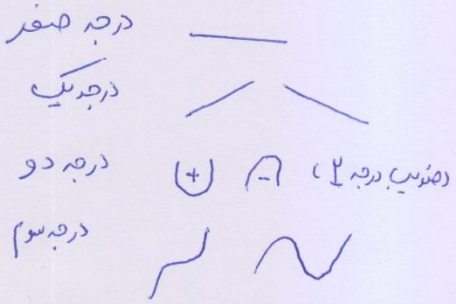
$L \rightarrow X_2$

$PL/2 \rightarrow Y_2$

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

رسم خط:
۱- با روش ۲ نقطه:
۲- با روش یک نقطه و ضریب زاویه خط



(درجه x)	A	B	C
بار گسترده	0	1	2
برش	1	2	3
خمش	2	3	4

۷

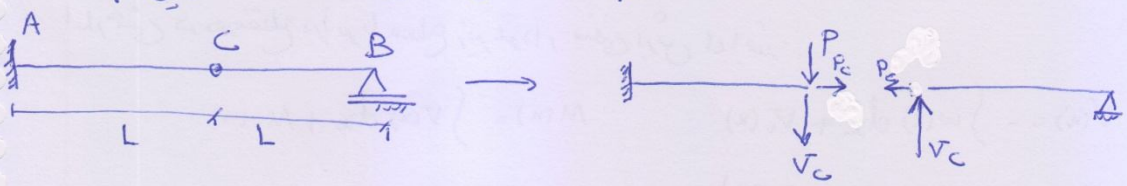
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

یا روش دیگر برای معادلات

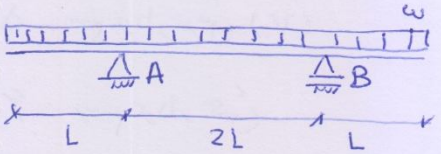
$$M = \int V(x)\,dx + M_0$$

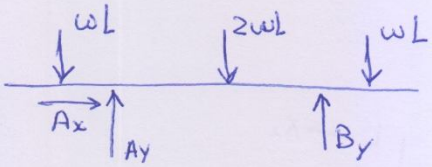
$$M = \int \frac{P}{2}\,dx + \cancel{M_0} = \frac{P}{2}x$$

- در مواردی که در طول تیر مفصل داخلی داریم: تیر را از محل مفصل به ۲ قسمت تبدیل کنیم:



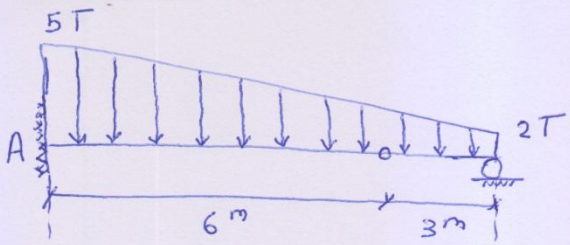
- دیاگرام آزاد شکل ذیل را رسم کنید؟





Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

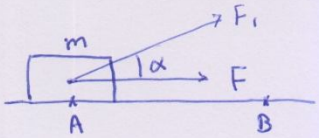
منحنی خمش و برش تیر ذیل را رسم نمایید



۸

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

روش کار مجازی :



$W = F.d$

$W = F.d.\cos\alpha$

نیروهایی که کار انجام می دهند :

۱- نیروهایی که عمود بر مسیرهای جابجایی باشند

۲- نیروهایی که بصورت کوپل بر جسم وارد گردند.

۳- نیروهایی که در صفحه کار انجام گرفته نباشند

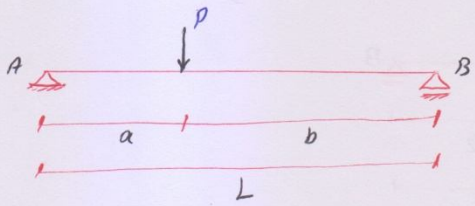
اصل کار مجازی :

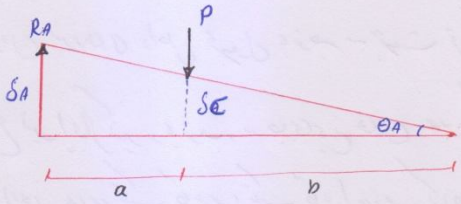
چنانچه یک جابجایی کوچک و مجازی و سازگار با قیود یک مجموعه ایده آل که تحت اثر سیستم نیروهای متوازن در تعادل قرار دارد صورت گیرد کار انجام گرفته توسط تمام نیروهای وارد بر سیستم برابر با صفر خواهد بود.

مجموعه ایده آل :

مجموعه ای متشکل از اجسام صلب به نحوی که صفحه و یا دیگر متصل و بدون تکیه گاه ها آن یافته باشد طوری که تحت اثر جابجایی کوچک انرژی مصرف کند و نه انرژی در آن ذخیره گردد.

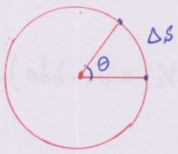
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)





$$\delta_A = L \cdot \theta_A$$

$$\delta = b \cdot \theta_A \rightarrow \frac{\delta_A}{\delta} = \frac{L}{b}$$



$$\Delta s = R \cdot \theta$$

کار انجام گرفته شده توسط نیروی R_A $= R_A \times \delta_A$

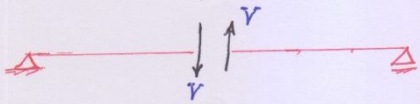
کار انجام گرفته شده توسط نیروی P $= -P \times \delta$

$\Rightarrow$ مجموع کار انجام گرفته برابر صفر $R_A \times (L \cdot \theta_A) - P(b \cdot \theta_A) = 0$

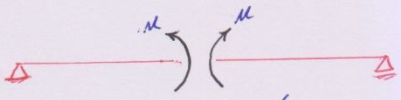
$$R_A = \frac{Pb}{L}$$

کار انجام گرفته توسط لنگر $= M \times \theta$

کار انجام گرفته توسط نیرو $= P \times \Delta$



« قرارداد نیروی برشی داخلی مثبت »



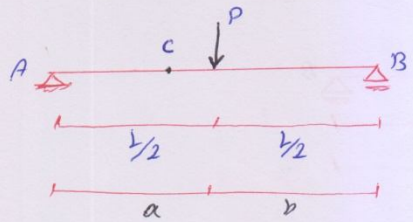
« قرارداد لنگر خمشی داخلی مثبت »

ص 5

11

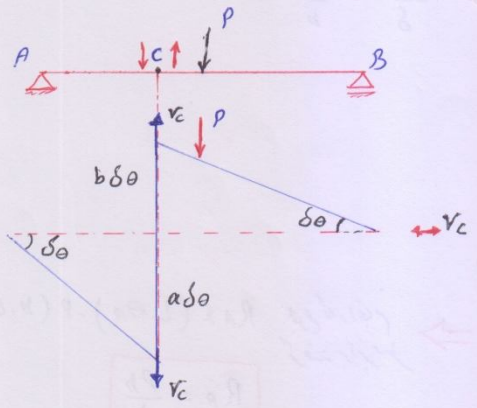
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال : در شکل مقابل نیروی برشی وتنگر عمش را در نقطه C بیابید.



نکته : برای پیدا کردن نیروهای داخلی مجهول، با توجه به جهت قراردادی برش و عمش مثبت جابجایی هایی در مقطع تیر ایجاد کنید و با توجه به جابجایی های صورت گرفته نیروهای مجهول را بیابید. برای پیدا کردن عکس العمل های تکیه گاهی، تکیه گاه را حذف کرده و در محل تکیه گاه جابجایی های کوچکی اعمال می نماییم و با استفاده از اصل کار مجازی نیروهای مجهول را پیدا می کنیم.

«تعیین برش»



مستجب $V_c \times a . \delta\theta$

ساعت راست $V_c \times b . \delta\theta \rightarrow V_c(a\delta\theta + b\delta\theta) - P\frac{L}{2}\delta\theta = 0$

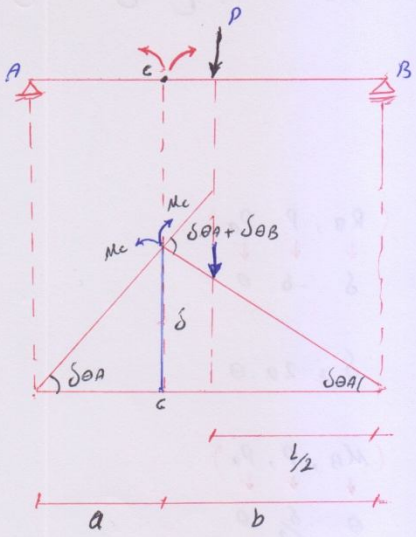
$-P \times \frac{L}{2}\delta\theta$

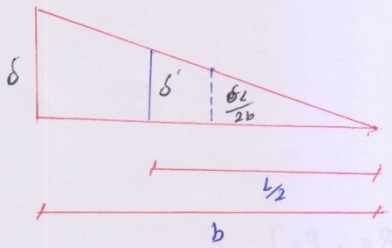
$V_c(L.\delta\theta) - \frac{PL}{2}\delta\theta = 0$

$$V_c = \frac{P}{2}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

« نعوذ از خشت »





$$\frac{\delta}{b} = \frac{\delta'}{L/2} \rightarrow \delta' = \frac{\delta L}{2b}$$

نکته : زاویه خارجی مثلث برابر است با مجموع زوایای داخلی

$$\delta\theta_A = \frac{\delta}{a} \quad , \quad \delta\theta_B = \frac{\delta}{b}$$

کار انجام گرفته طرف چپ $= M_c \cdot \delta\theta_A = M_c \cdot \frac{\delta}{a}$

کار انجام گرفته طرف راست $= M_c \cdot \delta\theta_B = M_c \cdot \frac{\delta}{b}$

$$-P \times \frac{\delta L}{2b}$$

$$M_c \left(\frac{\delta}{a} + \frac{\delta}{b}\right) - P \times \frac{\delta L}{2b} = 0 \rightarrow M_c \left(\frac{a+b}{ab}\right)^{L} - \frac{PL}{2b} = 0$$

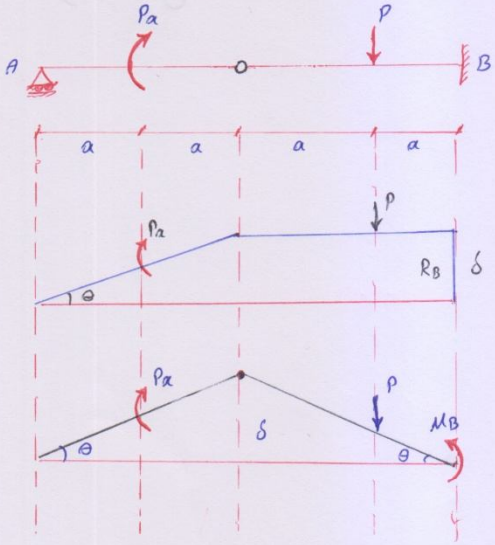
$$\rightarrow \boxed{M_c = \frac{Pa}{2}}$$

ص 7

۱۲

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال : عکس العمل تکیه گاه B را بدست آورید.



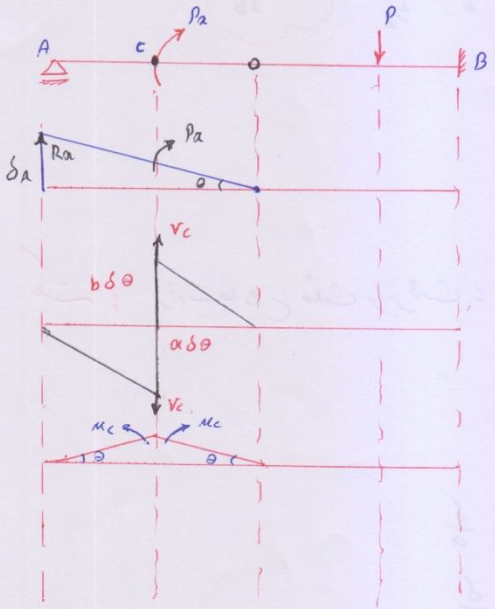
(R_B , P , P_a)

$\delta \quad -\delta \quad \theta$

$\delta = 2a.\theta$

(M_B , P , P_a)

$\theta \quad -\delta/2 \quad \theta$



(R_P , P_a)

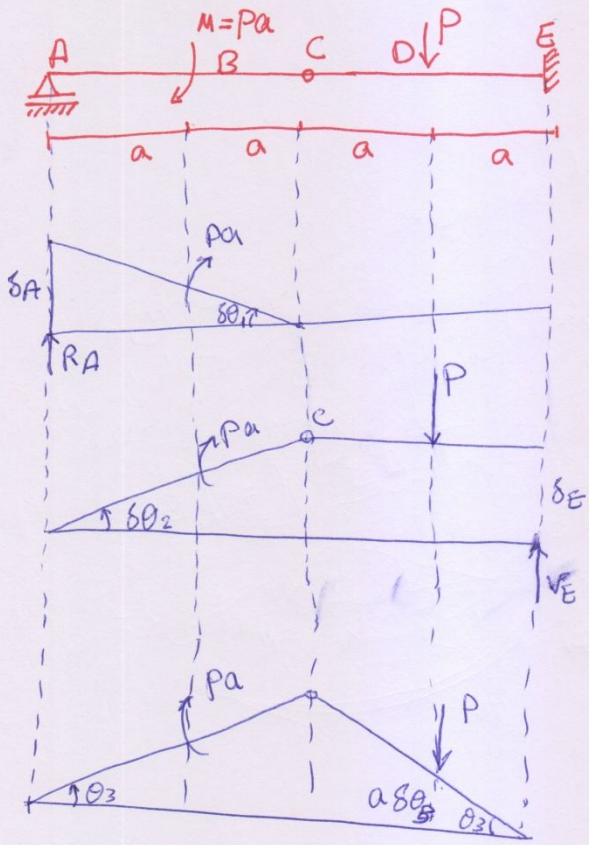
$\delta_A \quad \theta$

(R_C , P_a)

(M_C , P_a)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

۱۲- با استفاده از روش کار مجازی مطلوبست R_A ، V_E ، M_E را بدست آورید؟



$$\delta\theta_1 = \frac{\delta a}{2a}$$

$$R_A(\delta_A) + Pa(\delta\theta_1) = 0$$

$$R_A = -\frac{P}{2}$$

$$\delta\theta_2 = \frac{\delta\epsilon}{2a}$$

$$V_E(\delta_E) - (P(\delta_E)) - Pa\left(\frac{\delta\epsilon}{2a}\right) = 0$$

$$V_E = \frac{3P}{2}$$

$$M_E(\delta\theta_B) - P(a\,\delta E) - Pa(\delta\theta_3) = 0$$

$$M_E = 2Pa$$

۱۲

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

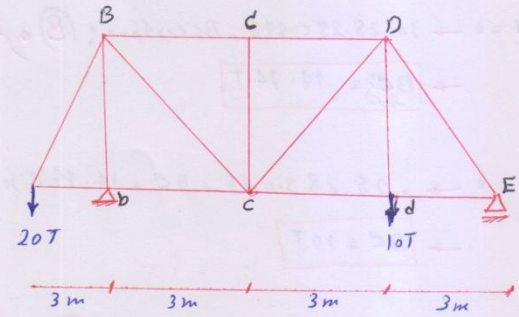
« خرپا »

تعریف : اعضای سازه‌ای که فقط قادر به تحمل بارهای محوری می‌باشند در ۲ نوع تقسیم می‌شود :

انواع خرپا :
- خرپای ساده
- خرپای مرکب
- خرپای پیچیده
- بغرنج

روشهای تحلیل خرپای ساده و مرکب :
- روش گره
- روش مقطع

مثال : شکل زیر را به روش گره حل کنید.

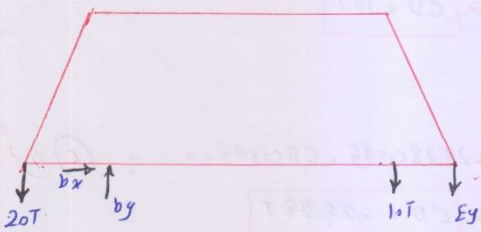


۱) سازه پایدار و معین

۲) رسم دیاگرام آزاد

۳) بدست آوردن عکس‌العملها یا تکیه‌گاهی

۴) بدست آوردن نیروهای اعضا

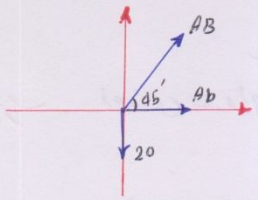


$\Sigma M_b = 0 \Rightarrow (-10 \times 6) + (E_y \times 9) = 0 \Rightarrow \boxed{E_y = 0}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow (-20 + b_y) - 10 = 0 \Rightarrow \boxed{b_y = 30T}$

۱۴

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



گره (b):

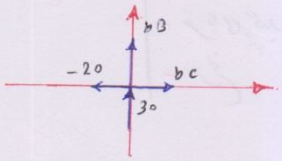
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow AB \sin 45^\circ - 20 = 0$

$\rightarrow AB = 28.28\,T$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow AB \cos 45^\circ + Ab = 0$

$\rightarrow Ab \cos 45^\circ \times 28.28 = 0$

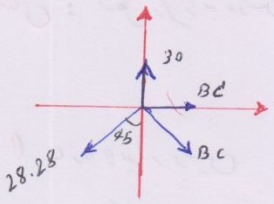
$\rightarrow Ab = -20$



$\Sigma F_y = 0 \rightarrow bB = -30\,T$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow bc + 20 = 0$

$\rightarrow bc = -20\,T$



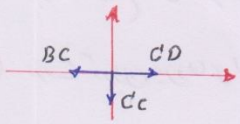
گره (B):

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 30 - 28.28 \cos 45 - BC \cos 45 = 0$

$\rightarrow BC = 14.14\,T$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -28.28 \sin 45 + BC + 14.14 \sin 45 = 0$

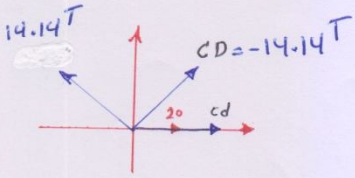
$\rightarrow BC = 10\,T$



گره (C):

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow Cc = 0$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow CD = 10\,T$

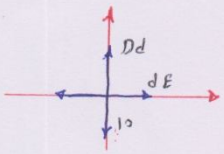


گره (c):

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 28.28 \cos 45 + CD \cos 45 = 0$

$\rightarrow CD = -14.14\,T$

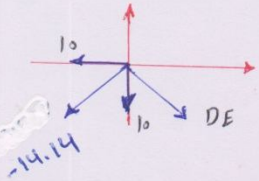
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow cd = 0$



گره (d):

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow Dd = 10$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow dE = 0$



گره (D):

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -DE - 10 + 14.14 \cos 45 = 0$

$DE = 0$

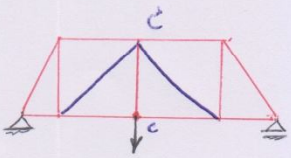
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

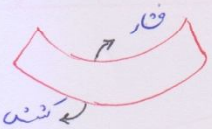
جلوگیری از ناپایداری اعضای صفر خرپا :

۱) اعضای فاقد که هیچ موقع بار محوری بر آن ها وارد نشده باشد مانند عضو (cc)

۲) در صورتی که عکس العمل تکیه گاهی برابر صفر باشد و هیچ گونه نیروی خارجی بر آن وارد نگردد اعضای متصل به آن تکیه گاه دارای نیروی داخلی برابر با صفر می باشد.

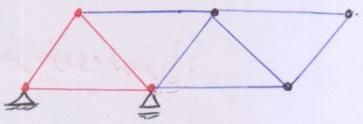
نکته : اگر نیروی داخلی بین دو تکیه گاه باشد پایین تحت کشش و بالا تحت فشار قرار می گیرد.





نکته ۲ : در صورتی که مانند شکل قبل نیروی خارج از تکیه گاهی باشد که از لحاظ قدر مطلق از نیروهای بین تکیه گاهی باشد برعکس حالت قبل اعضای پایین در فشار و بالا در کشش قرار می گیرد.

طریقه ساختن خرپای ساده :



تعداد گره (joint)	تعداد عضو (member)
3	3
4	5
5	7
6	9

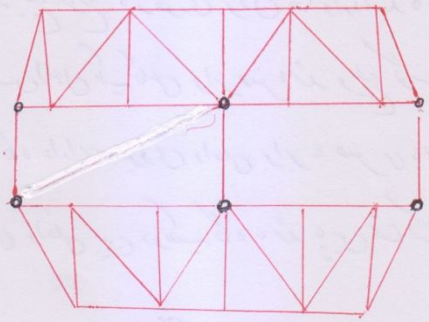
$$2j = m + 3$$

خرپای مرکب :

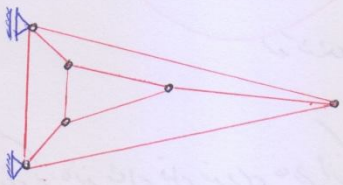
از به هم پیوستن چند خرپای ساده بدست می آید و در صورتی پایدار می باشد که اتداد اعضای متصل کننده به آن در یک راستا نباشد.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

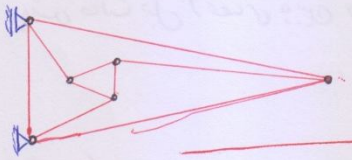
سوالات کنکور ارشد (نمونه سوال) :



«خرپا ناپایدار است»



«خرپا ناپایدار است»



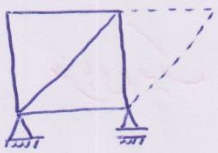
«خرپا پایدار است»

- اعضاء صفر نیرویی در خرپا:

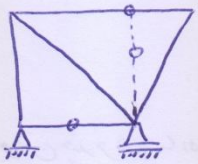
الف) اتصال دو میله دو سر مفصل بدون بار (به شرطی که هم راستا نباشند)

ب) میله سوم متصل به دو میله هم راستا

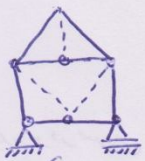
ج) میله ای که تغییر طول ندارد نیرویش صفر است.



(الف)



(ب) و (ج)

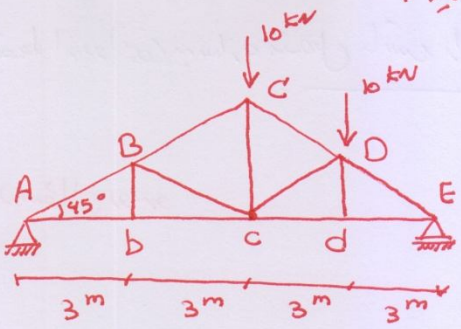


(د)

د) اعضای صفر نیرویی در سازه های متقارن

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

- نیروهای داخلی اعضاء جزیای ذیل را بدست آورید؟

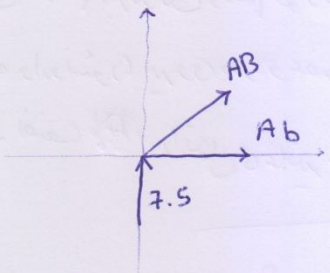


$+\uparrow \Sigma M_A = 0 \longrightarrow E_y \times 12 - 10 \times 9 - 10 \times 6 = 0 \longrightarrow E_y = 12.5\ kN$

$A_y = 7.5\ kN$

$A_x = 0$

Joint A:

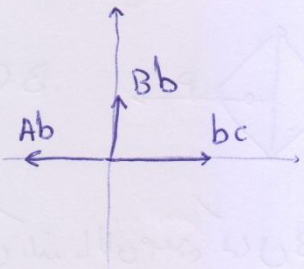


$\Sigma F_y = 0 \longrightarrow AB \cos 45 + 7.5 = 0$

$AB = -10.61\ kN$

$Ab = 7.5\ kN$

Joint b:



$Bb = 0$

$Ab = bc = 7.5\ kN$

Joint B:

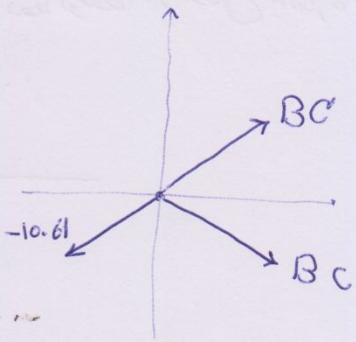
$+\uparrow \Sigma F_y = 0$

$BC' = -10.61 + BC$

$\Sigma F_x = 0$

$-10.61 = BC' + BC \longrightarrow BC' = -10.61\ kN$

$BC = 0$



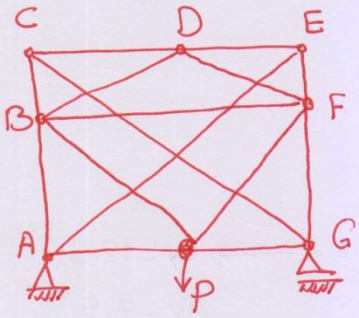
- نکته اعضاء صفر: Bb و Dd طبق بند (ب) گفته شده و عضو BC طبق بند (د) گفته شده در صفحهٔ قبل.

(۱۵-۱)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

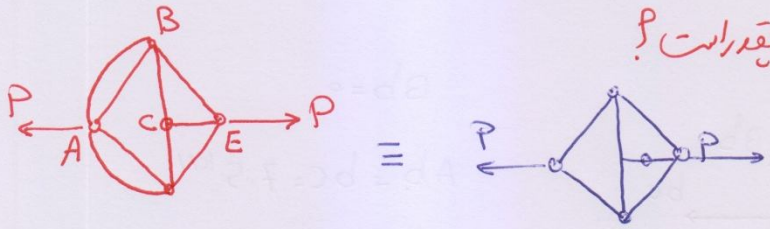
۱- در تحلیل استاتیکی سازه‌ها اعضای دو سر مفصل که انتهای مشترک دارند مانند و فقط از دو انتهای به سازه متصل باشند را می‌توان با یک میله واحد با سختی بیشتر جایگزین کرد.

- در سوال روبرو



در سازه‌هایی که هم بارگذاری و هم خود سازه متقارن می‌باشند اگر در محل تقارن را داشته باشیم و باری به گره وارد نشود، نیروی هر دو عضو مایل متقارن صفر است و اگر نیروی وارد شود میله‌های مایل به صورت نصف P را تحمل می‌نمایند.

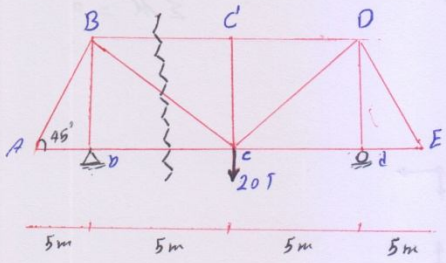
- نیروی عضو BC چقدر است؟

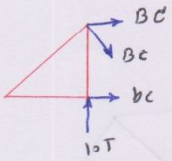


دقت نمایید طبق نکته بالای صفحه کمان AB و وتر AB چون فقط توسط دو عضو مفصل به سازه متصل شده‌اند می‌توان آن‌ها را با یک میله و با سختی بیشتر معادل نمود.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

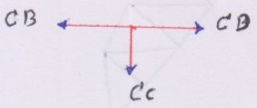
مثال: نیرو در اعضای Bc ، Bb ، bc را بدست آورید.



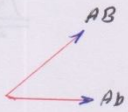


$\Sigma M_c = 0 \rightarrow -BC \times 5 - 10 \times 5 = 0$

$\rightarrow \boxed{BC = -10}$

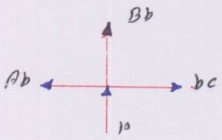


$\Sigma F_y = 0 \rightarrow \boxed{Cc = 0}$



$\Sigma F_y = 0 \rightarrow \boxed{AB = 0}$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow \boxed{Ab = 0}$



$\Sigma F_y = 0 \rightarrow Bb + 10 = 0 \rightarrow \boxed{Bb = -10}$

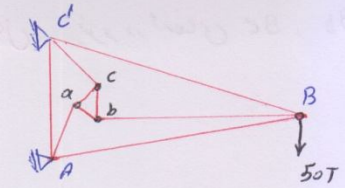
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow Ab + bc = 0 \rightarrow \boxed{bc = 0}$

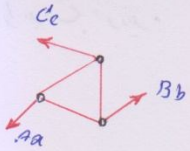
صـ 13

۱۴

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

نمونه سؤالات کنکور ارشد :

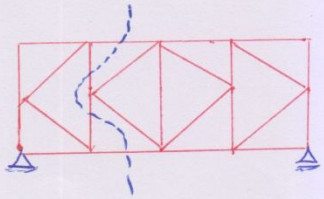


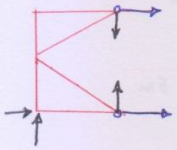


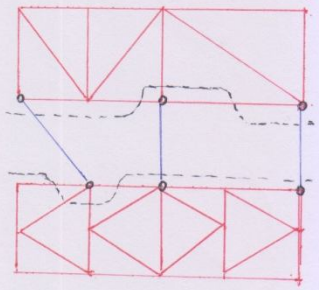
$\Sigma F_x = 0$

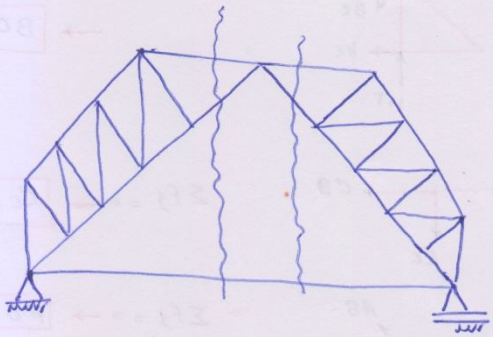
$\Sigma F_y = 0$

$\Sigma M = 0$



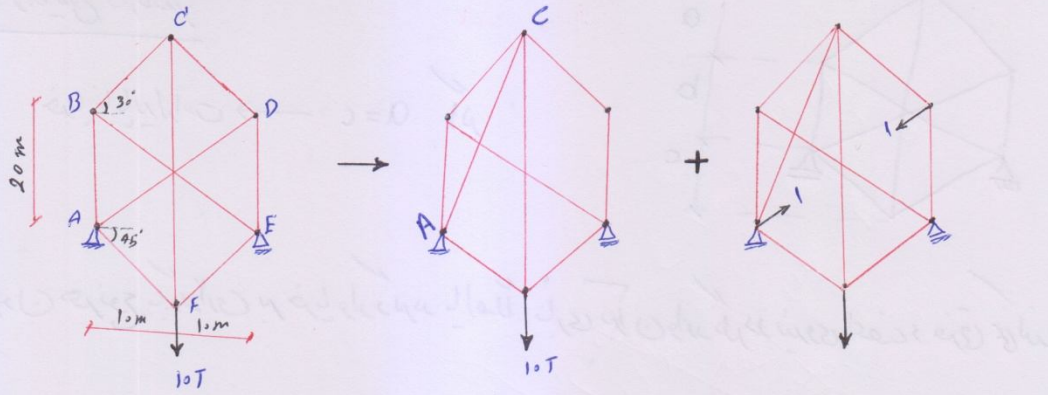






- خرپای بغرنج: از روش مقطع و گره حل می‌شود در خرپای صفحه بعد باید عضو AD را حذف کنیم و آن را از نقطه D به C منتقل می‌نیم یعنی کاری کنیم که یکی از گره‌های خرپا ۲ عضو داشته باشه بعد که خرپا تحلیل شد نیروهای برابر با واحد در راستای عضو AD قرار دهیم و دوباره خرپا را تحلیل کنیم آنگاه نتایج دو تحلیل را مانند جدول رو به رو با هم جمع می‌نیم

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



$$F_{AC} = S_i + \sigma_{ix} = 0 \longrightarrow S'_{AC} + \delta_{Ac} X = 0$$

$$F_{AB} = S_i + \sigma_{ix}$$

$$-10.89 + 0.465X = 0 \longrightarrow X = 23.42 \text{ kips}$$

عضو	S_i	δ_i		$F_i = (S_i + \delta_i X)$
AB	6.22	-1.382	-32.36	-26.1
BC	4.55	-1.01	23.65	-19.1
CD	0	-0.816	-19.11	-19.1
DE	0	-1.115	-26.11	-26.1
EF	4.08	-0.91	-21.31	-17.2
FA	4.08	-0.91	-21.31	-17.2
BE	5.58	1.24	29	+23.4
CF	7.89	0.471	11.03	+18.9
AC	-10.89	0.465	10.89	0

$$F_{Ac} = \delta_i + S_{ix} \qquad F = S_i + S_{ix}$$

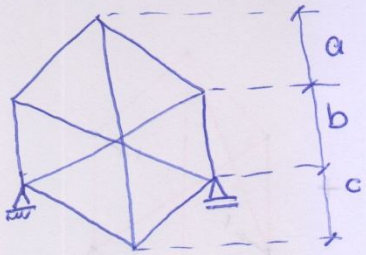
نکته : برای خرپا هایی که در آنها مستقیل به چشم می خورد همواره ناپایدار است مگر در حالت زیر :

دهانه کناری مستقیل دارای اعضای مایل باشد.

15 ص

۱۷

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



- آزمایش بار صفر:

اگر $a=c$ ⟶ خرپا ناپایدار است

- چون هر نوع بارگذاری بر خرپا وارد کردیم یا اصلاً باری بر آن وارد نگردید نیروی اعضاء را محاسبه می‌کنند

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

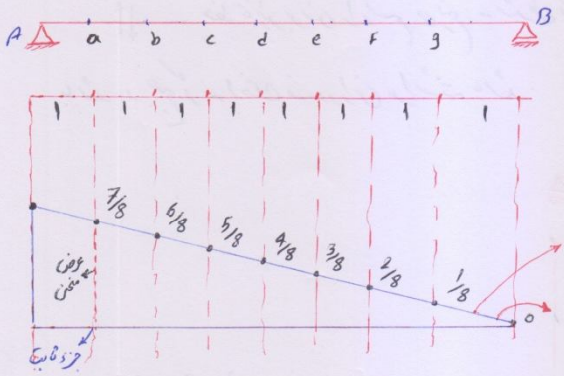
«خط تأثیر»

بارهای وارد بر سازه:
- بار مرده
- بار زنده
- بار باد
- بار زلزله
- فشار جانبی خاک
- بارهای دینامیکی (ضربه‌ای - ارتعاشی)

$W = 1.4DL + 1.7LL$ (بار زنده، بار مرده)

تعریف خط تأثیر: منحنی‌ای که عرض هر نقطه آن حرف مقدار تابع در جزء ثابت سازه‌ای می‌باشد وقتی که بار واحد در آن نقطه قرار می‌گیرد.

سازه:
- معین ← خط تأثیر (خط)
- نامعین ← خط تأثیر (منحنی)



نقطه A	موقعیت بار
7/8	a
6/8	b
5/8	c
4/8	d
3/8	e
2/8	f
1/8	g

معادله خط: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

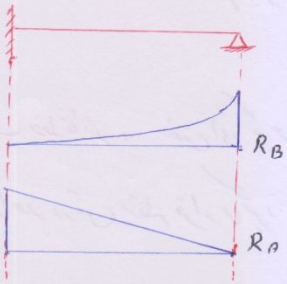
صـ17 ۱۸

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

رسم خطوط تاثیر :

۱) تکیه گاه : برای رسم خطوط تاثیر مربوط به تکیه گاهی یک سازه معرفه تکیه گاه را حذف کرده و تغییر شکلی برابر با بار واحد با توجه به شرایط سازگاری تغییر شکل در محل تکیه گاه اعمال می نماید.

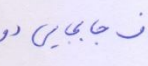
* تکیه گاه B در نقطه B حذف شده است *



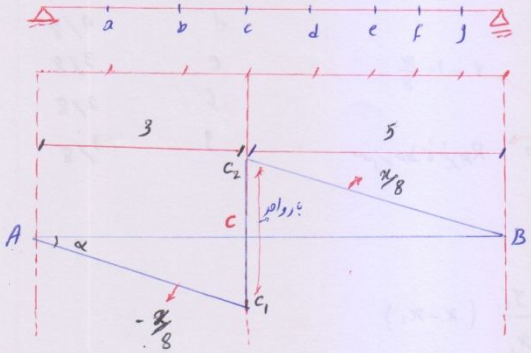
« چون سازه نامعین است بصورت معین عایش داده می شود »

۲) برش در یک نقطه متقطع :

برای رسم خط تاثیر برش یک مقطع خاص در محل مورد نظر مقطع را برش داده و با توجه به جهت برش مثبت



خط تاثیر برش را رسم می کنیم به شرطی که اختلاف جابجایی دو سر جدا شده از هم برابر واحد باشد و هیچ گونه اختلاف دورانی نداشته باشد.



$Y_c \rightarrow$ (خط تاثیر برش در نقطه c)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

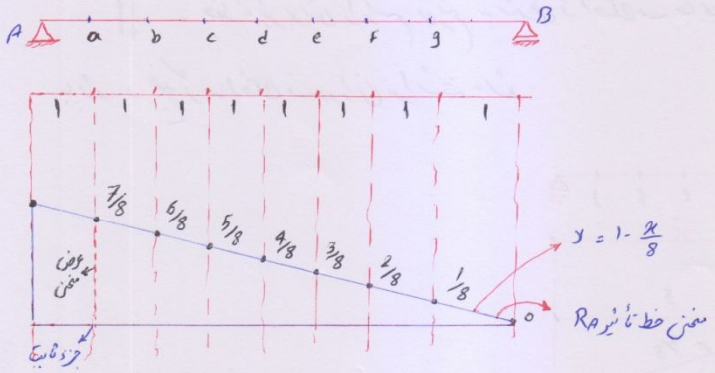
«خط تأثیر»

بارهای وارد بر سازه:
- بار مرده
- بار زنده
- بار باد
- بار زلزله
- فشار جانبی خاک
- بارهای دینامیکی (ضربه‌ای - ارتعاشی)

$W = 1.4DL + 1.7LL$ (بار زنده، بار مرده)

تعریف خط تأثیر: منحنی‌ای که عرض هر نقطه آن معرف مقدار تابع در جزء ثابت سازه‌ای می‌باشد وقتی که بار واحد در آن نقطه قرار می‌گیرد.

سازه:
- معین ← خط تأثیر (خط)
- نامعین ← خط تأثیر (منحنی)



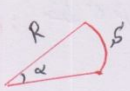
نقطه A	موقعیت بار
7/8	a
6/8	b
5/8	c
4/8	d
3/8	e
2/8	f
1/8	g

معادله خط: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

ص 17

۱۸

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

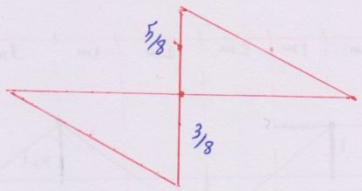


$S = R\alpha$

$$\begin{cases} CC_1 = 3\alpha \\ CC_2 = 5\alpha \end{cases}$$ رابطه (1)

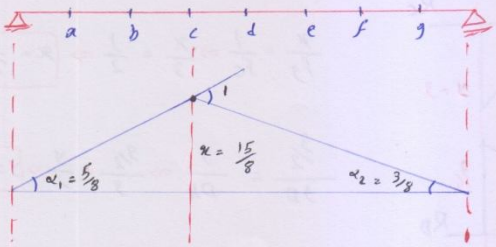
از دو رابطه نتیجه می‌گیریم $\Rightarrow 8\alpha = 1 \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{8}}$

$$\begin{cases} C_1 + CC_2 = 1 \\ CC_1 = 3/8 \\ CC_2 = 5/8 \end{cases}$$ رابطه (2)



۳) خط تأثیر خمش در یک مقطع :

برای رسم خمش در یک مقطع از تیر مورد نظر سازه را شکسته و خط تأثیر خمش آن را رسم می‌کنیم به شرطی که اولاً هیچ گونه جابجایی دو سر جدا شده از یکدیگر نداشته باشند ثانیاً مجموع دوران‌های ایجاد شده برابر ۱ باشد.



رابطه (1) $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$

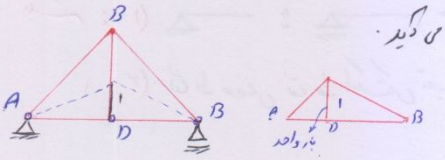
$$\begin{cases} \alpha = 3\alpha_1 \\ \alpha = 5\alpha_2 \end{cases} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{5}{3}\alpha_2$$

$\frac{8}{3}\alpha_2 = 1$

$\boxed{\alpha_2 = \frac{3}{8}}$

خرپا :

اعضای قائم : اگر عضو قائم باشد یکی از سدها عضو را به اندازه واحد به دیگری نزدیک می‌کنیم معنی بدست آمده، معنی خط تأثیر عضو بدست می‌دهد.



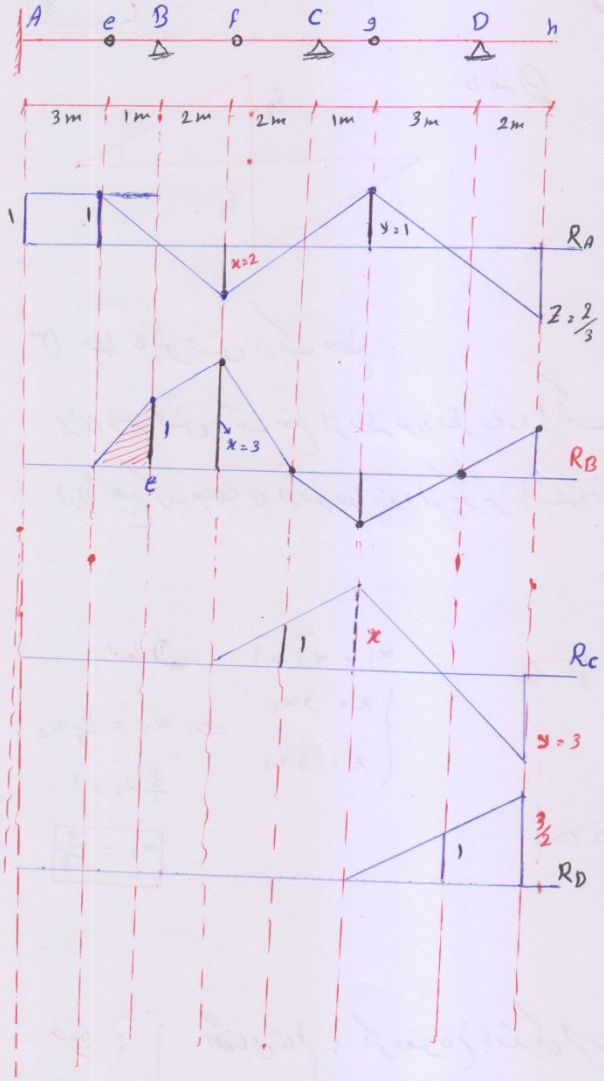
اعضای افقی : خط تاثیر اعضای افقی همانند معنی خط تاثیر خمش برای تیرها می‌باشد.

اعضای مایل : خط تاثیر اعضای مایل همانند معنی برش در تیرها می‌باشد.

۱۹

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال: خط تاثیر تکیه گاهی A، B، C، D را رسم کنید.



$\frac{1}{eB} = \frac{x}{Bf} \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{x^2}{2} \Rightarrow \boxed{x = 2}$

$\frac{2}{fe} = \frac{y}{Cg} \Rightarrow \frac{2}{2} = \frac{y}{1} \Rightarrow \boxed{y = 1}$

$\frac{1}{gD} = \frac{z}{Dh} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{z}{2} \Rightarrow \boxed{z = \frac{2}{3}}$

$\frac{1}{eB} = \frac{x}{3} \Rightarrow \boxed{x = 3}$

$\frac{3}{fC} = \frac{y}{eg} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{y}{1} \Rightarrow \boxed{y = \frac{3}{2}}$

$\frac{z}{Dh} = \frac{3/2}{gD} \Rightarrow \frac{z}{2} = \frac{3/2}{2} \Rightarrow \frac{3/2}{3}$

$\Rightarrow \boxed{z = 1}$

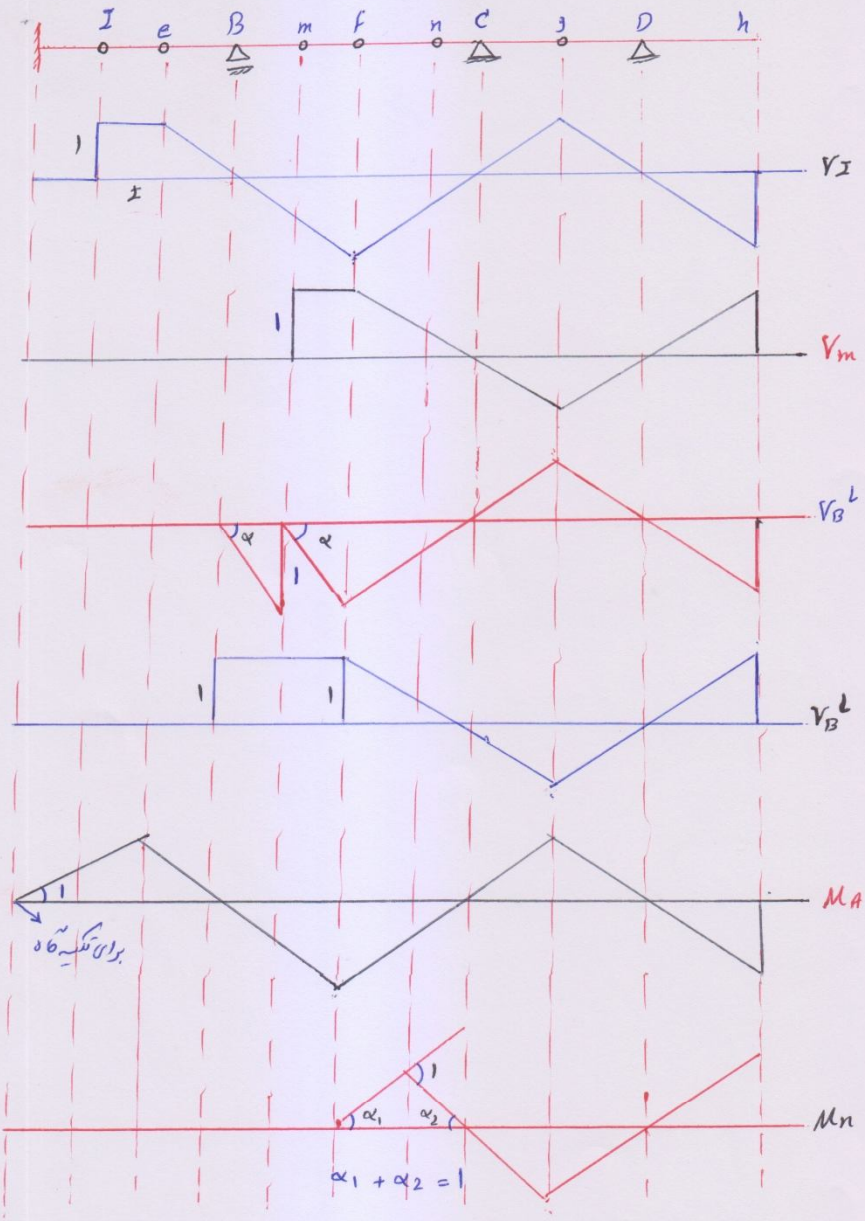
$\frac{x}{fg} = \frac{1}{fC} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$

$\frac{3/2}{gD} = \frac{y}{Dh} \Rightarrow \frac{3/2}{3} = \frac{y}{2} \Rightarrow \boxed{y = 3}$

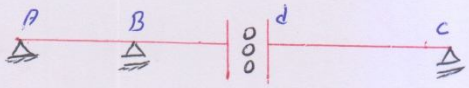
نکته: ۱) ⟵△ با ⟵▽ جابجایی صفحه ولی نوران دارند.

۲) نقاط مضل نقاط شکستگی تغییر شکل را تواند باشند.

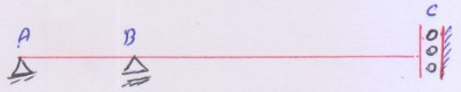
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



تمرین : ۱) V_e^L ، V_e^R ، V_n ، V_m ، M_I را بدست آورید ؛ M_B ، M_e



۲) خط تاثیر R_A ، R_B و V_d را در شکل زیر رسم کنید.



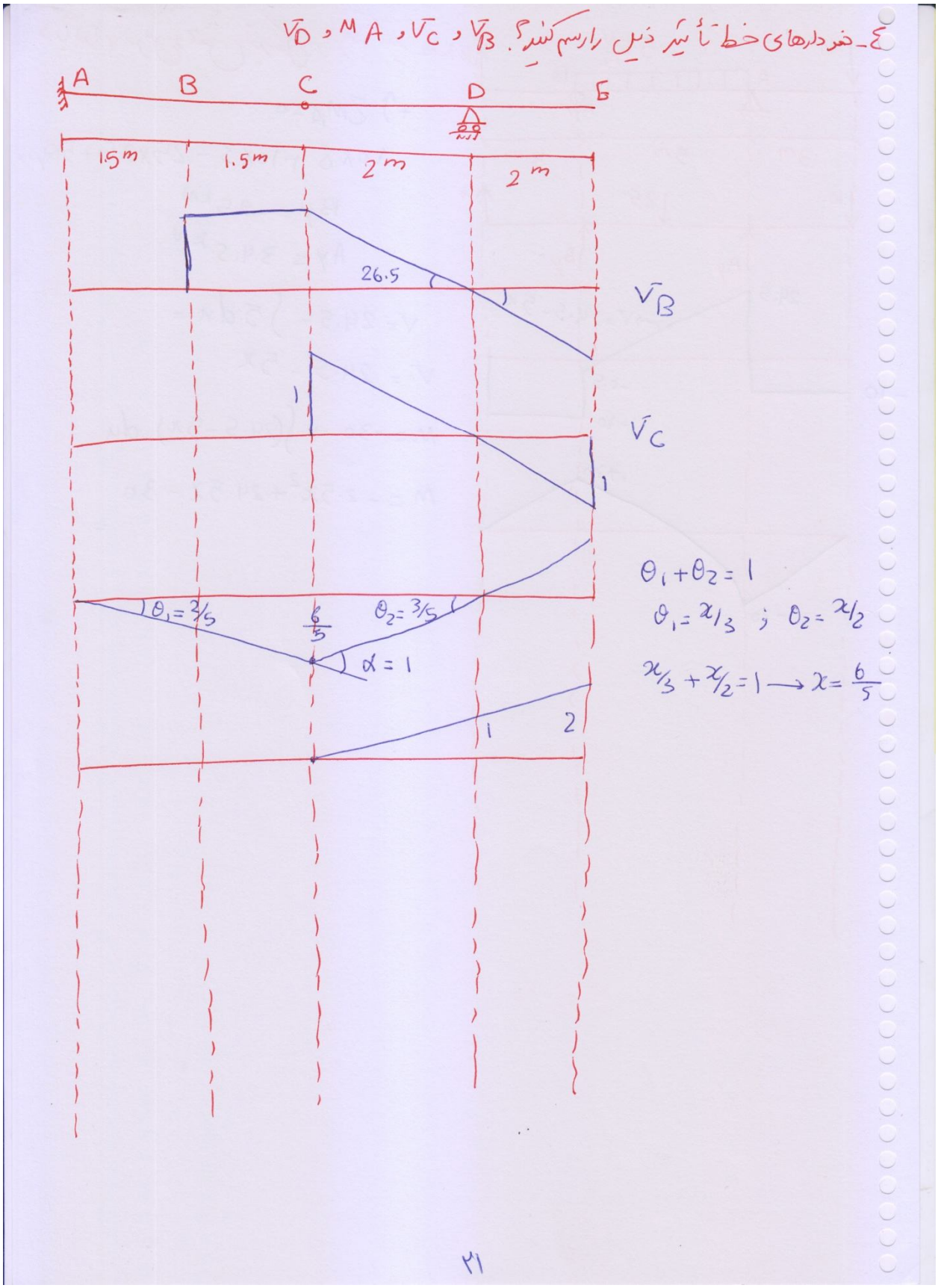
۳) خط تاثیر R_A ، R_B ، M_B ، M_c را رسم کنید.

نکته : دو طرف منفصل برشی برای رسم خط تاثیر ، برش مخالف یکدیگر عمل میکند.

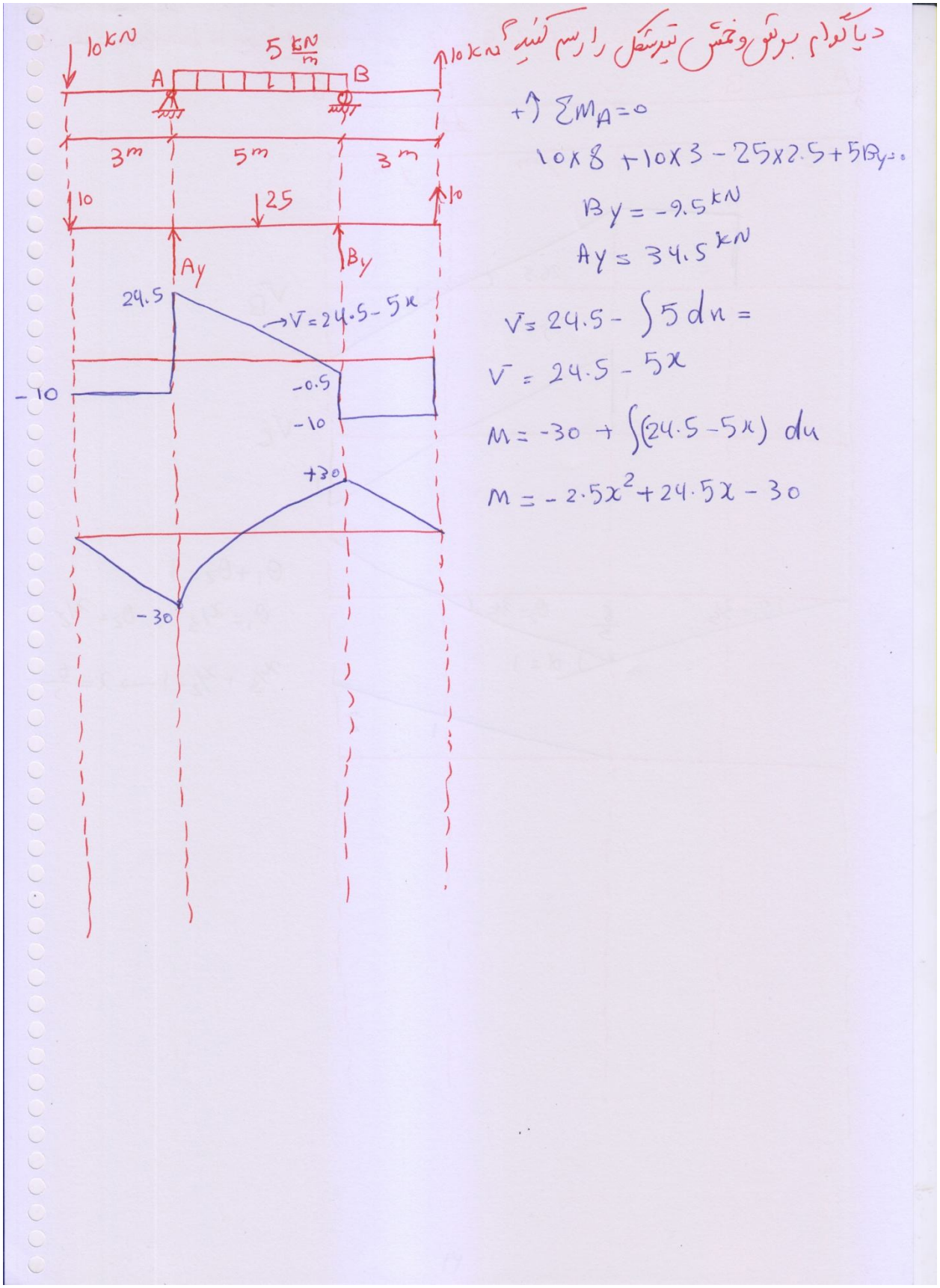
ص 21

۲۰

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

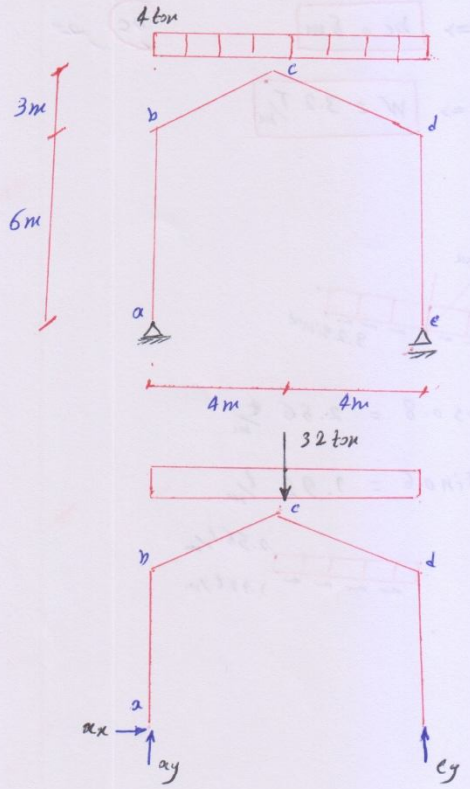


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

« تحلیل قاب »

قاب ها : اعضای سازه ای هستند که قادر به تحمل بارهای محوری نیروهای برشی و لنگر خمشی می باشند.

مثال : نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی شکل زیر را حساب کنید.



گام اول : سازه معین و بایدار

گام دوم : رسم دیاگرام آزاد

گام سوم : برقرار کردن معادلات تعادل

$$\Sigma M_a = 0 \Rightarrow (e_y \times 8) - (32 \times 4) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{e_y = 16\,T}$$

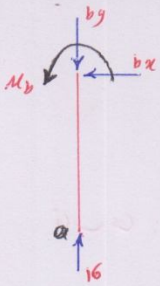
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow a_y - 32 + 16 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{a_y = 16\,T}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{a_x = 0}$$

گام چهارم : از سمت چپ یا از هر قسمتی که سازه ساده تر باشد اعضا را یکی یکی از محل مفاصل جدا می کنیم و برای هر عضو بصورت جداگانه نمودار برشی و لنگر را رسم می کنیم.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

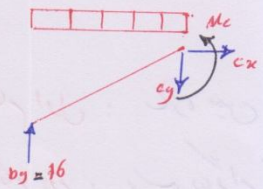


$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{b_x = 0}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \boxed{b_y = 16}$

$\Sigma M_b = 0 \Rightarrow \boxed{M_b = 0}$

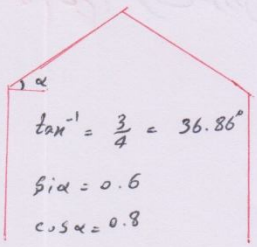
عضو a



$b_c = \sqrt{3^2+4^2} \Rightarrow \boxed{b_c = 5\,m}$

$W = \frac{4}{5} \times 4 \Rightarrow \boxed{W = 3.2\ T/m}$

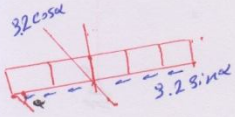
عضو bc



$\tan^{-1} = \frac{3}{4} = 36.86°$

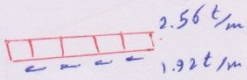
$\sin\alpha = 0.6$

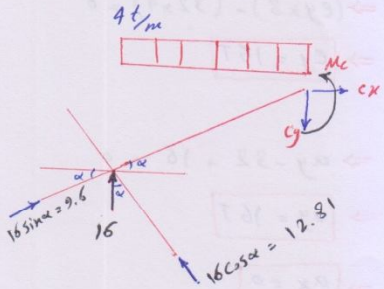
$\cos\alpha = 0.8$

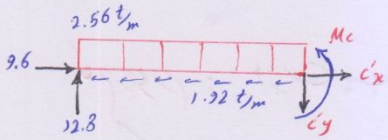


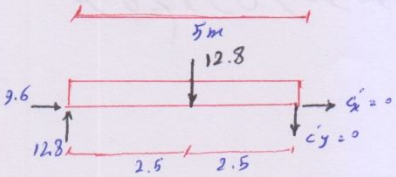
$3.2 \cos 0.8 = 2.56\ t/m$

$3.2 \sin 0.6 = 1.92\ t/m$









$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 9.6 - 1.92 \times 5 + c'_x = 0$

$\Rightarrow \boxed{c'_x = 0}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 12.8 - 2.56 \times 5 - c'_y = 0$

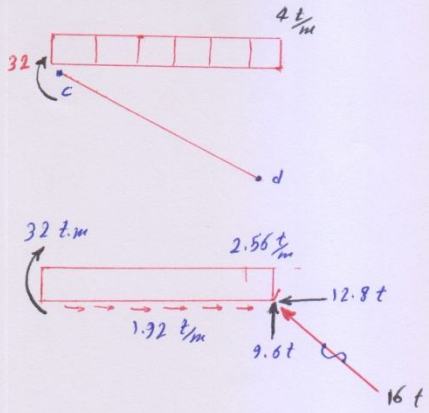
$\Rightarrow 12.8 - 2.56 \times 5 = c'_y \Rightarrow \boxed{c'_y = 0}$

$\Sigma M_c = 0 \Rightarrow -12.8 \times 5 + 2.56 \times 5 \times 2.5 + M_c = 0$

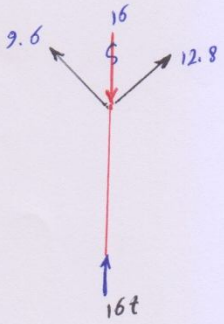
$\Rightarrow \boxed{M_c = 32\ Tm}$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

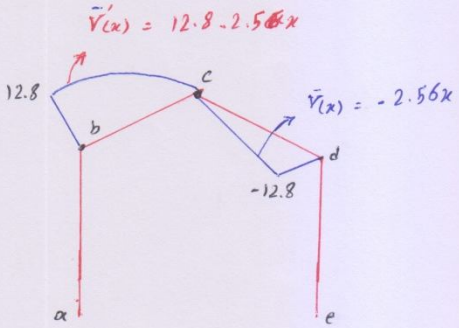
عضو cd



عضو de



« نمودار برش »

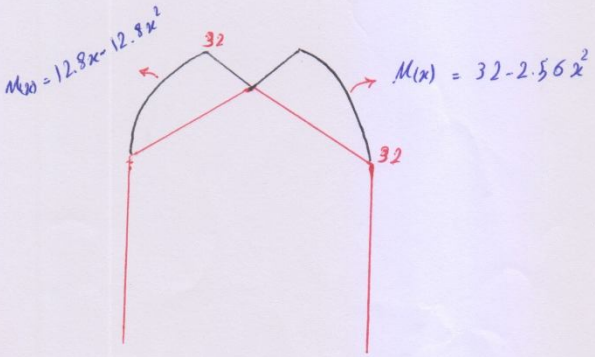


$b\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \quad c\begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \end{vmatrix}$

$b\begin{vmatrix} 0 \\ 12.8 \end{vmatrix} \quad c\begin{vmatrix} 5 \\ 0 \end{vmatrix}$

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

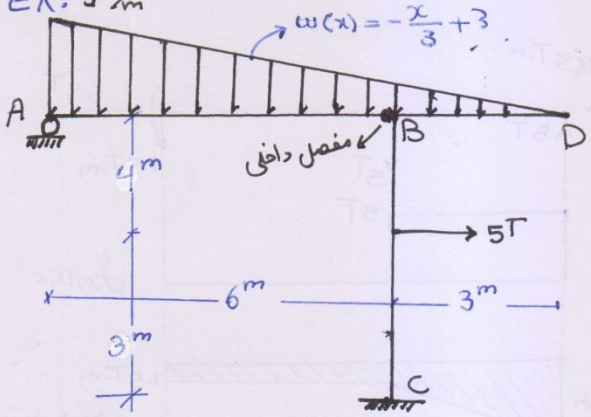
« نمودار خمش »



۲۳

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

EX: 3 T/m



$A_y = 7T$

$C_y = 6.5T$

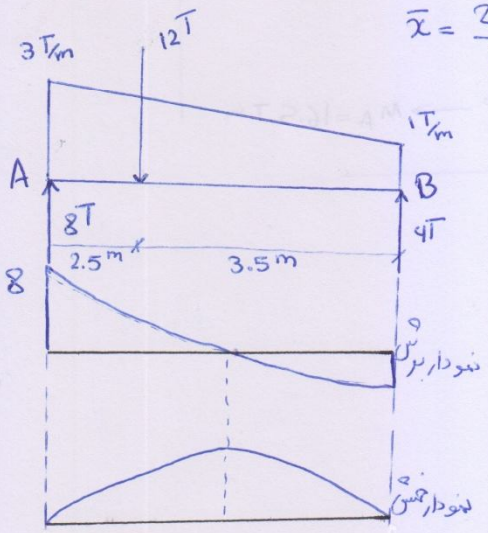
$(B_y)_L = 4T$

$(B_y)_R = 1.5T$

$+\circlearrowleft M_C = 16.5\ T.m$

$C_x = 5T \leftarrow$

$$\bar{x} = \frac{2\times3\times2 + 6\times3}{2\times3+6} = 2.5^m$$



$$V(x) = -\int(-\frac{x}{3}+3)dx + 7$$

$$V(x) = +\frac{x^2}{6} - 3x + 7$$

@ $x=0 \longrightarrow V(0) = 7\ T$

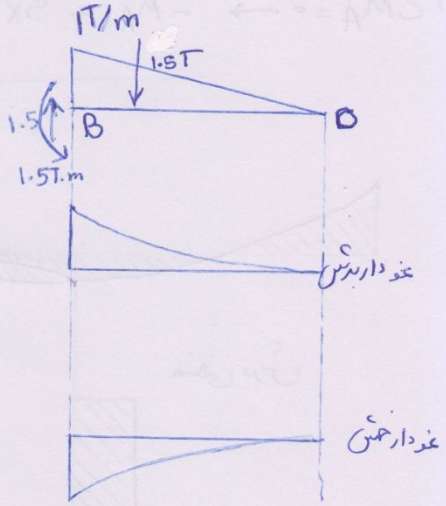
@ $x=6 \longrightarrow V(6) = -4\ T$

$$M(x) = \int(\frac{x^2}{6} - 3x + 7)dx$$

$$M(x) = \frac{x^3}{18} - 1.5x^2 + 7x$$

@ $x=0 \longrightarrow M(0) = 0$

@ $x=6 \longrightarrow M(6) =$



$$V(x) = -\int(-x/3 + 1)dx + 1.5$$

$$V(x) = \frac{x^2}{6} - x + 1.5$$

@ $x=0 \longrightarrow V(0) = 1.5\ T$

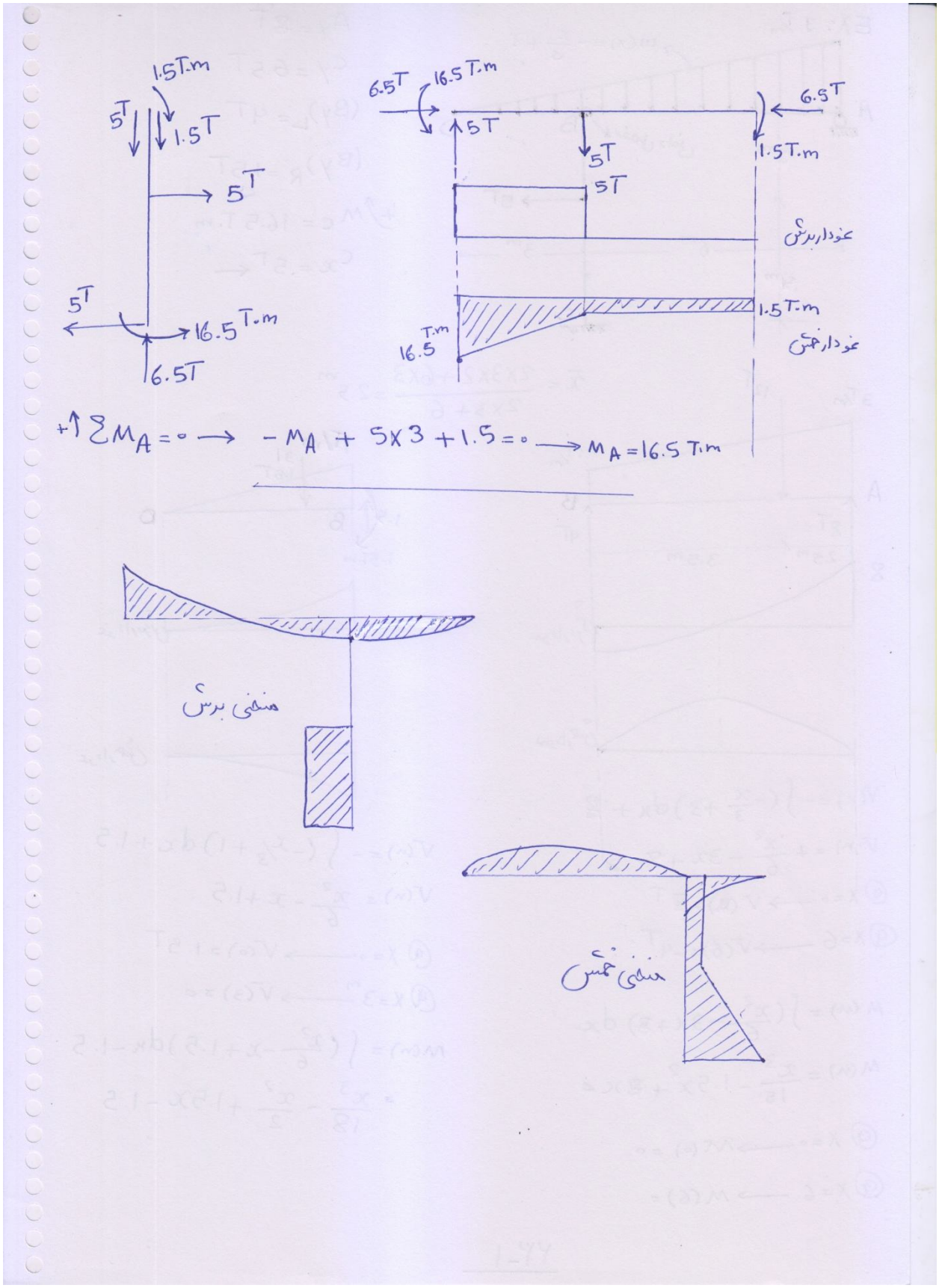
@ $x=3^m \longrightarrow V(3) = 0$

$$M(x) = \int(\frac{x^2}{6} - x + 1.5)dx - 1.5$$

$$= \frac{x^3}{18} - \frac{x^2}{2} + 1.5x - 1.5$$

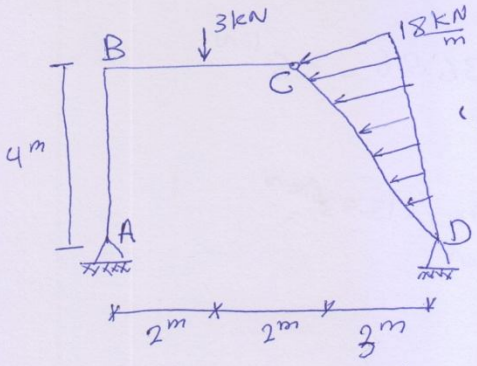
۲۳-۱

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



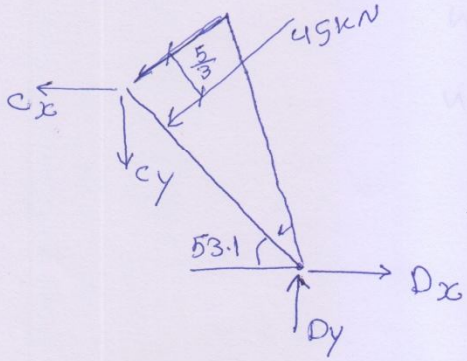
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

۱- به روش دلخواه تغییرمکان افقی نقطه B از قاب شکل زیر را حساب کنید. ($EI=cte$)



(با راهنمایی عمود بر مقطع تیر)

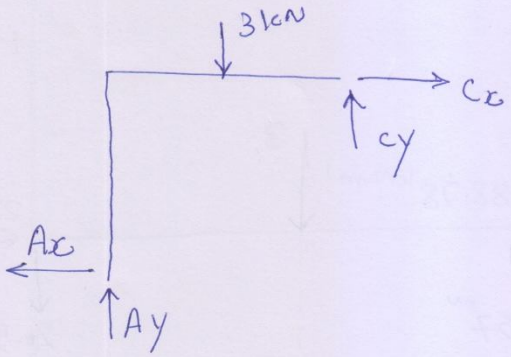
حل:



$$+\circlearrowleft \sum M_D = 0$$

$$45 \times \frac{2}{3} \times 5 + C_y \times 3 + C_x \times 4 = 0$$

$$3C_y + 4C_x = -150$$



$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0$$

$$C_x \times 4 + 3 \times 2 - C_y \times 4 = 0$$

$$4C_y - 4C_x = 6$$

$$\begin{cases} 3C_y + 4C_x = -150 \\ 4C_y - 4C_x = 6 \end{cases} \longrightarrow 7C_y = -144 \longrightarrow C_y = -20.57 \text{ kN}$$

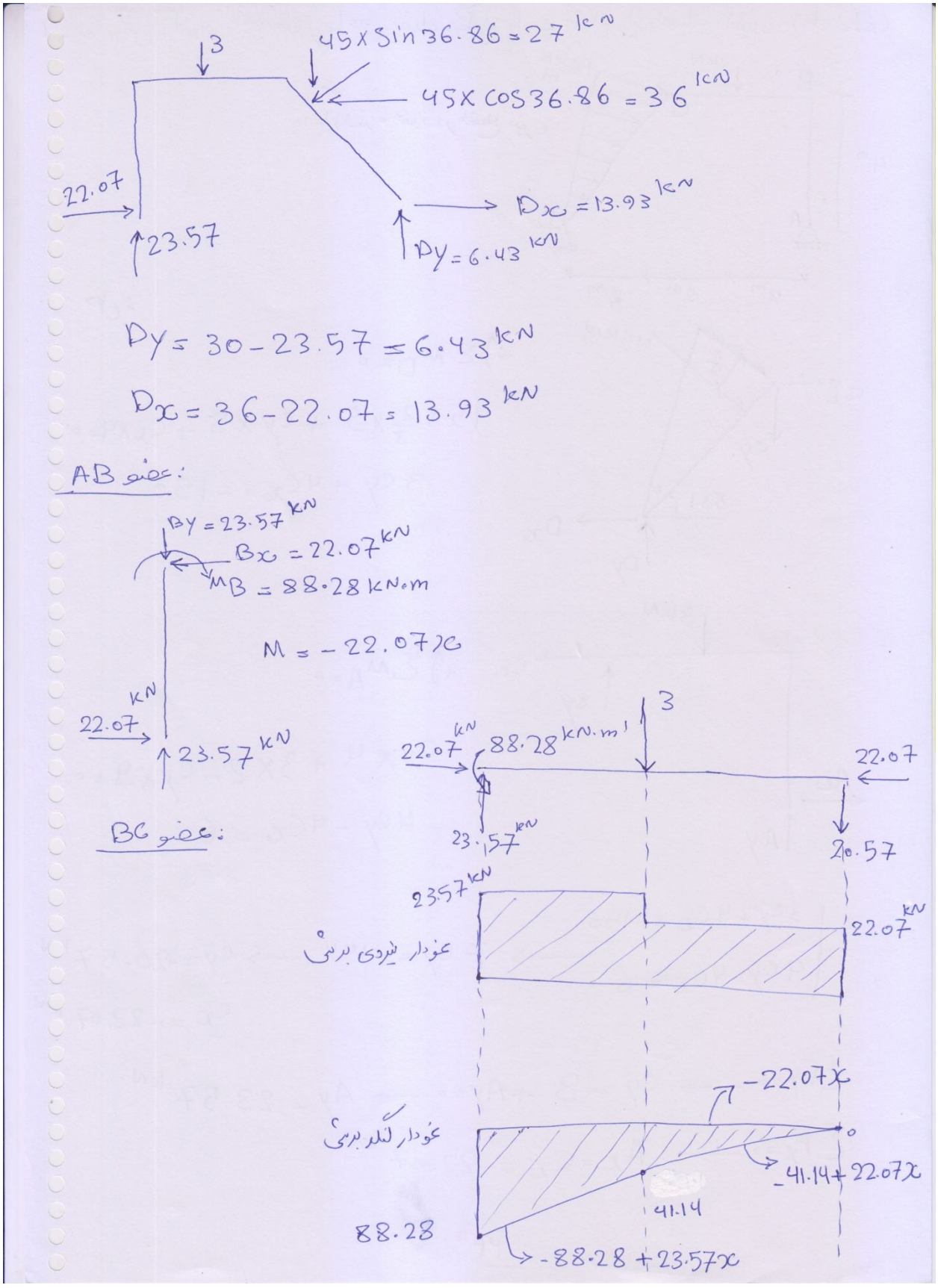
$$C_x = -22.07 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \longrightarrow C_y - 3 + A_y = 0 \longrightarrow A_y = 23.57 \text{ kN}$$

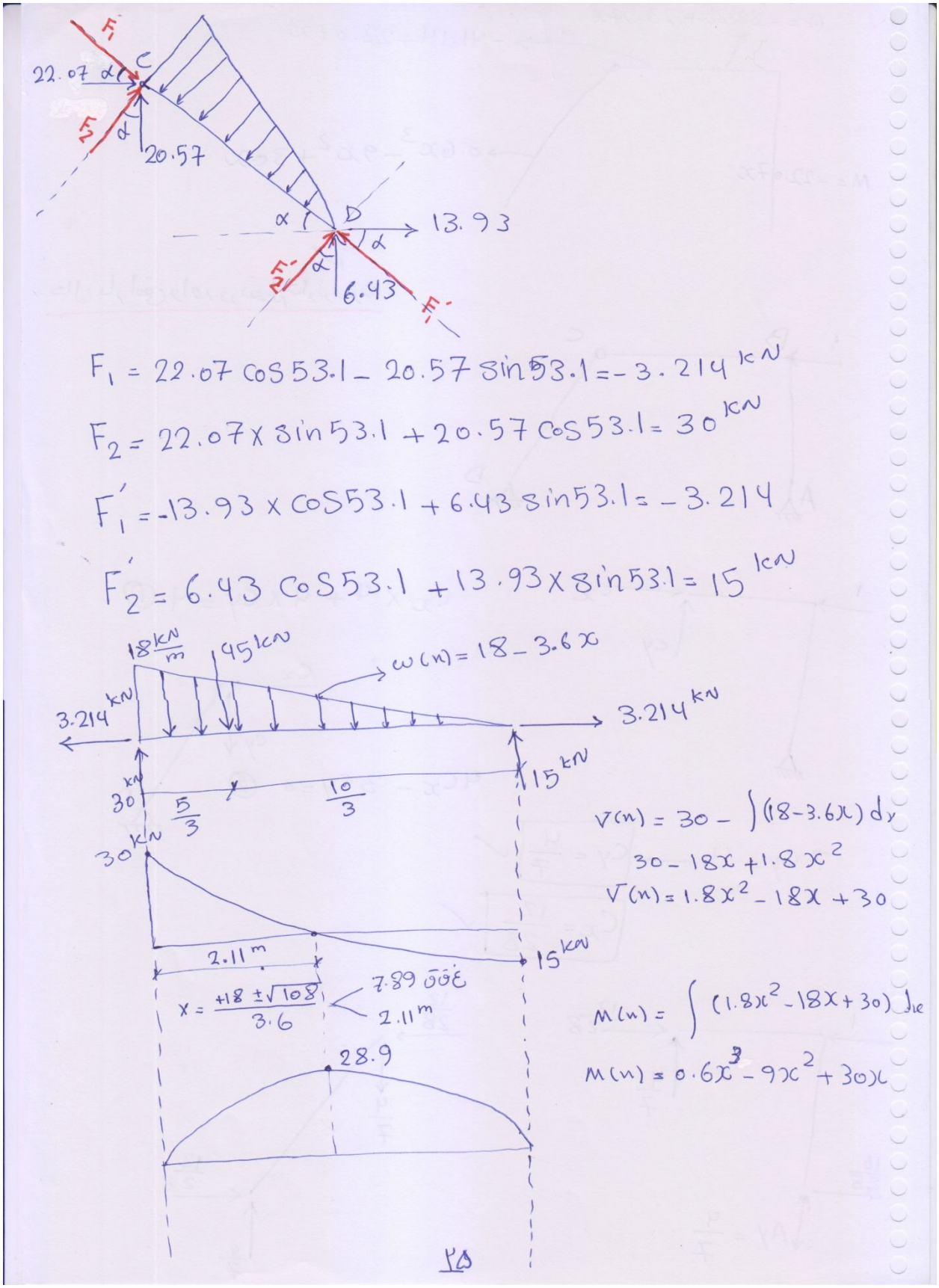
$$\sum F_x = 0 \longrightarrow A_x = C_x = -22.07 \text{ kN}$$

۴۴

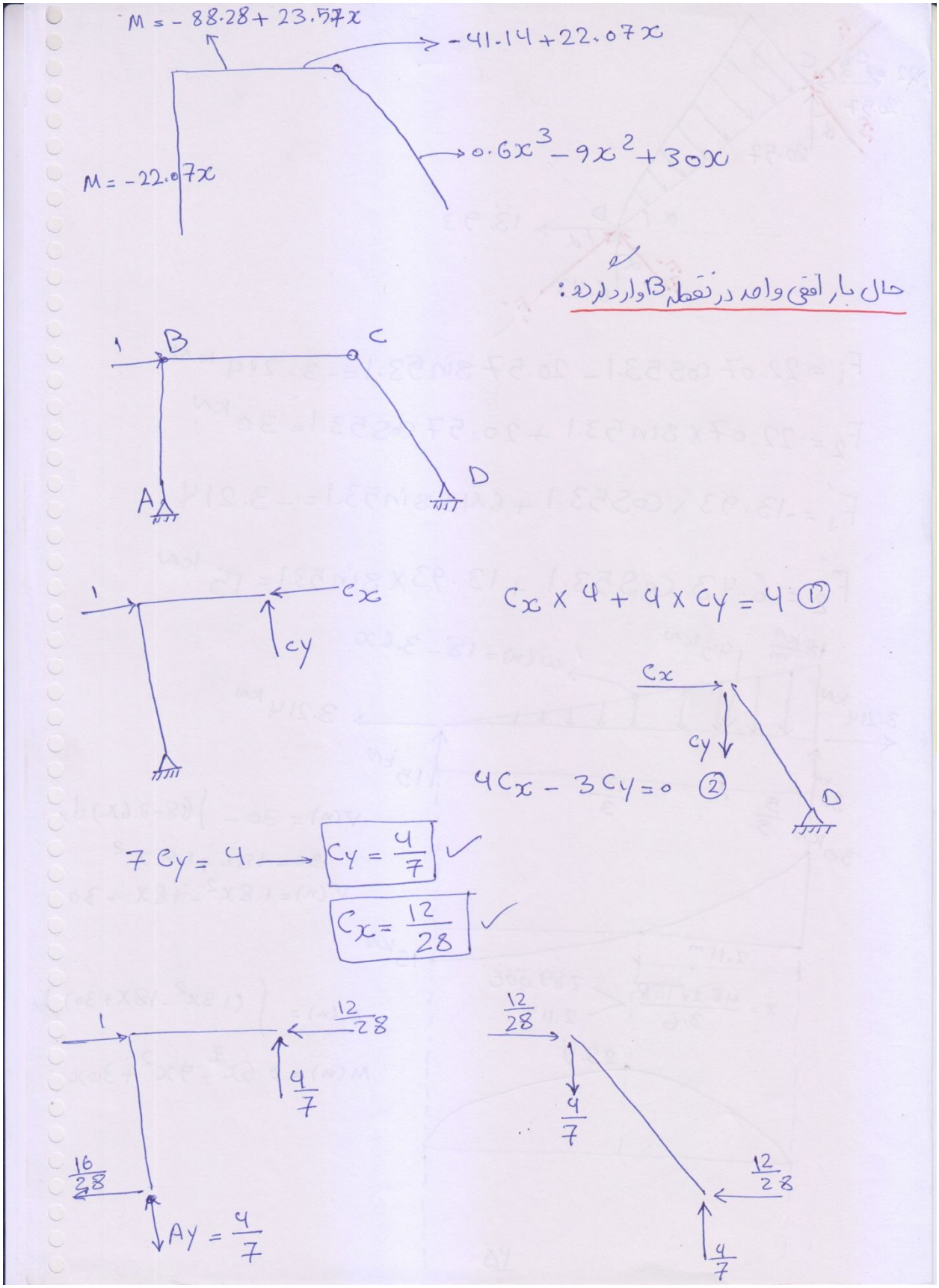
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



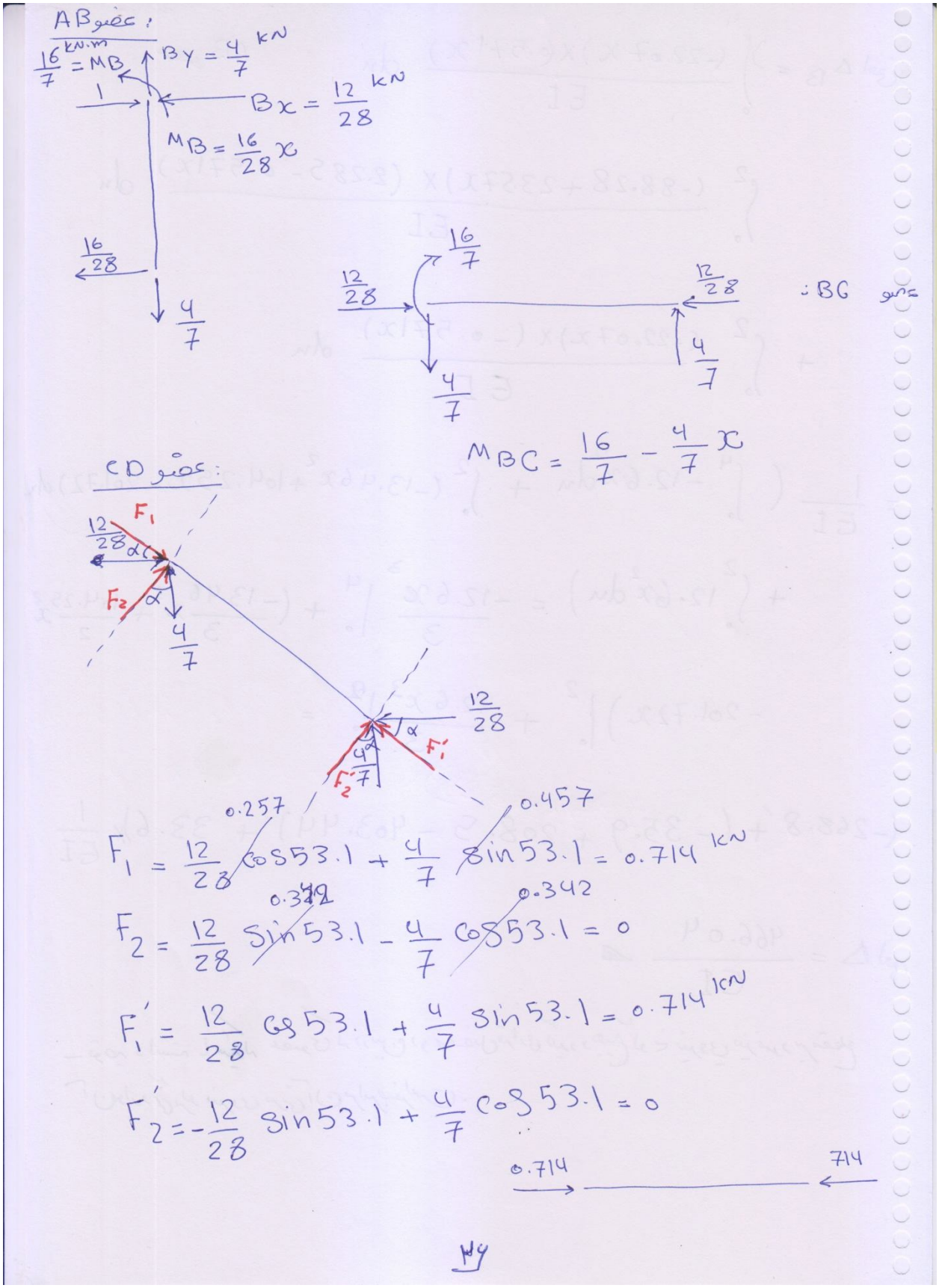
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

عضو AB Δ_{B} افقی $= \int_{0}^{4} \frac{(-22.07x)\times(0.571x)}{EI}\,dx$

$$\int_{0}^{2} \frac{(-88.28+23.57x)\times(2.285-0.571x)}{EI}\,dx$$

$$+\int_{0}^{2} \frac{(-22.07x)\times(-0.571x)}{EI}\,dx$$

$$=\frac{1}{EI}\left(\int_{0}^{4} -12.6x^{2}\,dx+\int_{0}^{2}(-13.46x^{2}+104.25x-201.72)\,dx\right.$$

$$\left.+\int_{0}^{2}12.6x^{2}\,dx\right)=-\frac{12.6x^{3}}{3}\Big|_{0}^{4}+\left(-\frac{13.46}{3}x^{3}+\frac{104.25}{2}x^{2}\right.$$

$$\left.-201.72x\right)\Big|_{0}^{2}+\frac{12.6x^{3}}{3}\Big|_{0}^{2}=$$

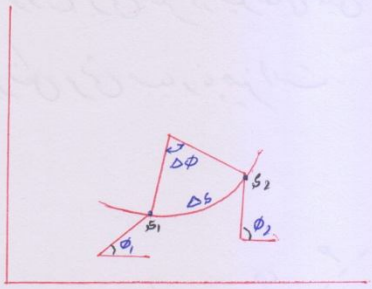
$$(-268.8)+(-35.9+208.5-403.44)+33.6)\times\frac{1}{EI}$$

$$\Delta \text{ افقی}=\frac{466.04}{EI}$$

- توجه داشته باشید که عضوی که در بین دو مفصل قرار می‌گیرد و هیچ گونه نیروی نیز عمود بر مقطع آن وارد نمی‌شود نیروی برشی آن برابر صفر است.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

«روشهای انرژی»



$k = \frac{1}{\rho} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \phi}{\Delta s}$ انحنی : k شعاع انحنی : ρ

$\tan \phi = \frac{dy}{dx} \rightarrow d(\tan\phi) = \frac{d^2y}{dx^2}$

$(1+\tan^2\phi)\frac{d\phi}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} \rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) \times \frac{d\phi}{dx} \rightarrow \frac{d\phi}{dx} = \frac{d^2y/dx^2}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]}$

مشتق توابع مثلثاتی : ضریب × توان × مشتق پایه × مشتق کمان × پایه به توان یکی کمتر

مثال : $y = \rho \tan^{(2)}\phi \rightarrow$ کمان (ضریب، پایه، توان)

طول منحنی $S^2 = x^2 + y^2 \rightarrow ds^2 = dx^2 + dy^2$

$\frac{dx}{ds} = \frac{dx}{\left[dx^2+dy^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$

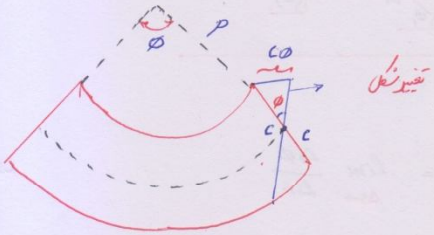
$k = \frac{d\phi}{ds} = \frac{d\phi}{dx} \cdot \frac{dx}{ds} = \frac{d^2y/dx^2}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]} \times \left[\frac{1}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}\right]$

$k = \frac{d^2y/dx^2}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$ ، $\frac{dy}{dx} \ll 1 \rightarrow \frac{dy}{dx} \neq 0 \rightarrow k = \frac{d^2y}{dx^2}$

27 ۲۷

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

نکته : با توجه به فرمول $k = \frac{d^2y}{dx^2}$ نتیجه می گیریم که تغییر شکل سازه ها به علت نگرش آنها بوده و نیروی برشی مگر در تیرهای عمیق یا تیرهای با ارتفاع جان زیاد نقشی در تغییر شکل سازه ندارد یا تغییر شکل برشی بسیار ناچیز است.



$$F = \frac{Mc}{I}$$

$$\varepsilon = \frac{F}{E} \quad , \quad \delta l = \varepsilon l$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta l = \frac{F}{E} ds}$$

$$\delta l = \frac{F}{E} ds$$

$$\delta l = c\phi \quad \Rightarrow \boxed{c\, d\phi = \frac{F}{E} ds}$$

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{F}{Ec} \quad , \quad F = \frac{Mc}{I}$$

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{Mc}{IcE} \rightarrow \frac{d\phi}{ds} = \frac{M}{EI}$$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}} \rightarrow \text{خمش}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

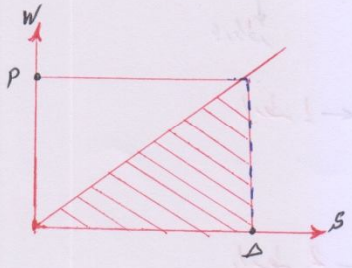
نکته :

۱) فرض می کنیم که تغییر شکل ها بسیار کوچک باشند.

۲) ماده تشکیل دهنده ارتجاعی باشد (یعنی از قانون هوک پیروی کند)

۳) تنها کشش و خمشی عامل تعیین کننده باشد.

۴) مقاطع مستوی پس از خمش به صورت مستوی (صاف) باقی بماند.



کار انجام گرفته توسط نیروی P بر روی سازه $W = P.\Delta.\frac{1}{2} = \frac{1}{2}P\Delta$

کار انجام گرفته توسط لنگر $W = \frac{1}{2}M\phi$

$W = \frac{1}{2}P\Delta$

$W = \frac{1}{2}M\phi$ ← از طرفین مشتق میگیریم ← $dW = \frac{1}{2}M.d\phi$, $\frac{d\phi}{ds} = \frac{M}{EI}$

$dW = \frac{M^2}{2EI}ds \rightarrow W = \int \frac{M^2}{2EI}ds$

کار انجام گرفته در یک سازه

نکته : همواره کار نیروهای خارجی برابر است با کار نیروهای داخلی .

کار انجام شده برای تیر و قاب $W = \sum \frac{S^2L}{2AE}$

S : نیروی داخلی اعضا

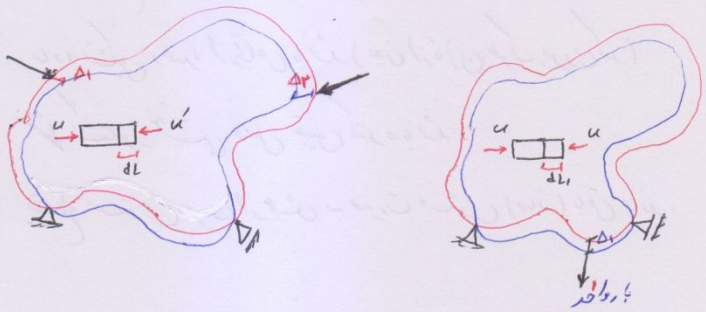
A : سطح مقطع

L : طول

E : ضریب الاستیسیته

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

روش کار مجازی با بار واحد :



$$\frac{1}{2}\cdot P\cdot\Delta_1+\frac{1}{2}\cdot P_2\cdot\Delta_2=\frac{1}{2}u\cdot dL \quad \leftarrow \text{رابطه } 1$$

$$\frac{1}{2}\delta_1(1)=\frac{1}{2}u\cdot dL_1 \quad \leftarrow \text{رابطه } 2$$

$$1+2\rightarrow \frac{1}{2}P\cdot\Delta_1+\frac{1}{2}P_2\Delta_2+\frac{1}{2}\delta_1(1)+\Delta\cdot 1=\frac{1}{2}u\,dL+\frac{1}{2}u\,dL_1+\Sigma u\cdot\Delta L \quad \leftarrow \text{رابطه } 3$$

$$3-1\rightarrow 1\cdot\Delta=\Sigma u\cdot dL$$

$$\Delta=\Sigma u\cdot dL$$

u نیروی داخلی $u=F\cdot dA$

تنش $f=\frac{my}{I}$ $\rightarrow$ $u=\frac{my}{I}dA$

$$dL=\varepsilon\cdot L=\varepsilon\,dx$$

$$\varepsilon=\frac{f}{E}=\frac{My}{EI}$$

$$dL=\frac{My}{EI}dx$$

$$\Delta=\Sigma\left(\frac{my}{I}dA\right)\cdot\left(\frac{My}{EI}\right)dx$$

$$\Delta=\Sigma\frac{Mm}{EI^2}dx\cdot\underbrace{\Sigma y^2dA}_{I}$$

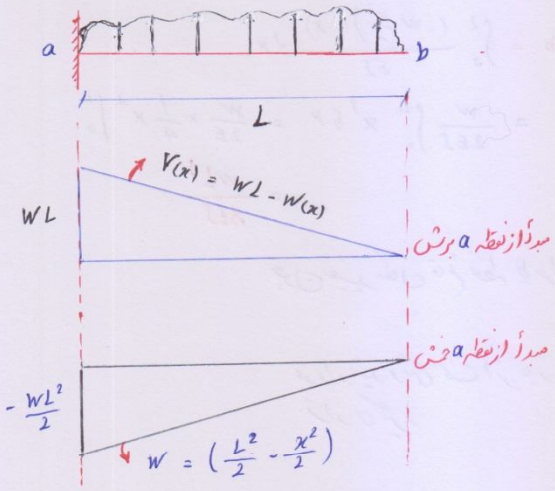
$$\Delta=\int\frac{M\cdot m}{EI}dx$$ فرمول روش کار مجازی یا بار واحد

M : گشتاور حاصل از نیروهای خارجی

m : گشتاور حاصل از نیروهای داخلی وقتی که با بار واحد وارد می‌گردد.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال :



$$\Delta = \int \frac{Mm}{EI}\,dx$$

$$a_y = \Delta L$$

$$M_A = \frac{-WL^2}{2}$$

$$M(x) = W\int (L-x)\,dx + M_0$$

$$M(x) = W\left(Lx - \frac{x^2}{2}\right) - \frac{WL^2}{2} = \frac{-WL^2}{2} - \frac{x^2}{2} + WLx$$

اگر مبدأ از نقطه b باشد.

$$V(x) = Wx \qquad M = W\frac{x^2}{2}$$

$$\Delta = \int \frac{Mm}{EI}\,dx$$

M : معادله لنگر تحت اثر بارگذاری انجام گرفته .

m : معادله لنگر وقتی با واحد در نقطه مورد نظر قرار می‌گیرد.

$$M = -\frac{Wx^2}{2}$$

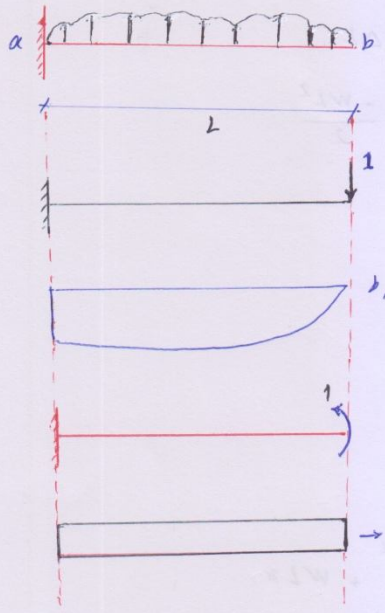
صفحه 31

۲۹

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال : تغییر مکان قائم و چرخش را در نقطه b بدست آورید.

$$\Delta_b = \int_0^L \frac{(-w\frac{x^2}{2})(-x)}{EI}\,dx = \frac{w}{2EI}\int_0^L x^3\,dx = \frac{w}{2E}\times\frac{1}{4}x^4\Big|_0^L = \frac{wL^4}{8EI}$$



چون تغییر مکان قائم نقطه b خواسته شده

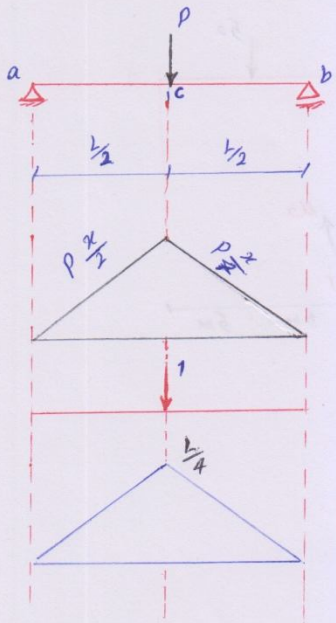
نمودار تیر وقتی تحت اثر بار واحد در نقطه b قرار می گیرد.

نمودار لنگر وقتی لنگر برابر با واحد در نقطه b قرار می گیرد.

$$\theta_b = \int_0^L \frac{-\frac{wx^2}{2}(1)\,dx}{EI} = -w\int_0^L x^2\,dx = -\frac{w}{2EI}\times\frac{1}{3}x^3\Big|_0^L = \frac{-wL^3}{6EI}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال : تغییر مکان قائم نقطه c را بدست آورید.



$M = P\frac{x}{4}$ $\quad m = \frac{x}{2}$

$$\Delta = \int_0^{L/2} \frac{Mm}{EI}\,dx$$

$$= \int_0^{L/2} \frac{\frac{Px}{4} \times \frac{x}{2}}{EI}\,dx$$

$$= \frac{P}{4EI}\int_0^{L/2} x^2\,dx$$

$$= \frac{P}{4EI} \times \frac{1}{3}x^3 \Big|_0^{L/2}$$

$$= \frac{PL^3}{96EI}$$

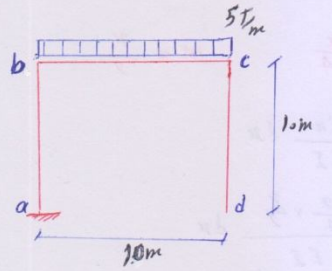
$$\Delta_b = 2\Delta = \frac{PL^3}{48EI}$$

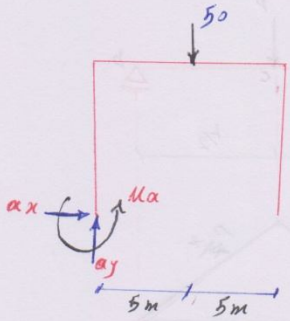
خداکثر لنگر تحت بار P برابر است با $\frac{PL}{4}$. عنوان مثال : اگر خداکثر لنگر تحت بار ۱ برابر $\frac{10L}{4}$ شد برابر

تمرین : مقدار Δ_c ، θ_c ، Δ_b ، θ_b را تحت بارگذاری نشان داده شده در شکل زیر بدست آورید.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال : جابجایی های قائم ، افقی و چرخش را در نقطه b بدست آورید.

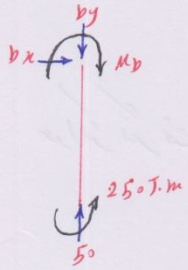




$\uparrow^{+} \Sigma F_y = 0 \rightarrow a_y - 5\times 10 = 0 \rightarrow \boxed{a_y = 50T}$

$\rightarrow^{+} \Sigma F_x = 0 \rightarrow \boxed{a_x = 0}$

$\circlearrowleft^{+} \Sigma M_a = 0 \rightarrow M_a - 50\times 5 = 0 \rightarrow \boxed{M_a = 250\ T.m}$

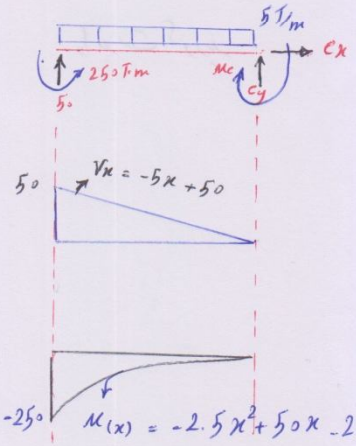


$\uparrow^{+} \Sigma F_y = 0 \rightarrow \boxed{b_y = 50T}$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow \boxed{b_x = 0}$

$\circlearrowleft^{+} \Sigma M_b = 0 \rightarrow \boxed{M_b = 250\ T.m}$

عضو ab



$\uparrow^{+} \Sigma F_y = 0 \rightarrow \boxed{c_y = 0}$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow \boxed{c_x = 0}$

$\circlearrowleft^{+} \Sigma M_b = 0 \rightarrow \boxed{M_c = 0}$

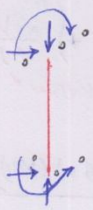
عضو bc

$M(x) = \int (-5x + 50)\,dx - 250$

$\int (-5x)\,dx + \int 50\,dx - 250$

$M(x) = -2.5x^2 + 50x - 250$

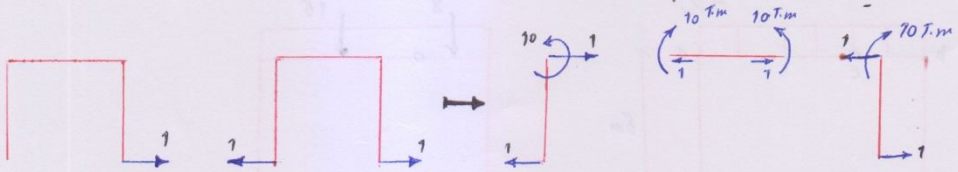
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



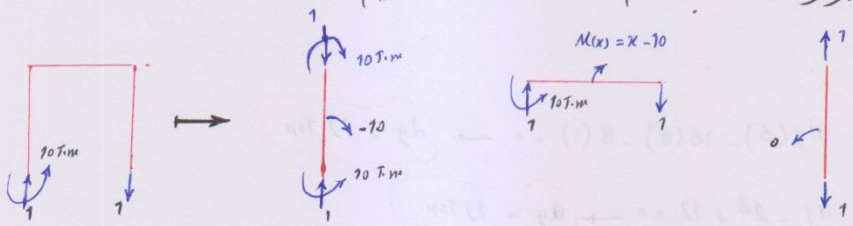
$M_d = 0$ $\quad d_y = 0$ $\quad d_x = 0$ $\quad$ عضو cd

عضو	مبدأ	طول	M	m_1	m_2	m_3
ab	a	10	-250	10	-10	1
bc	b	10	$-2.5+50x-25$	10	$x-10$	1
cd	c	10	0	10	0	1

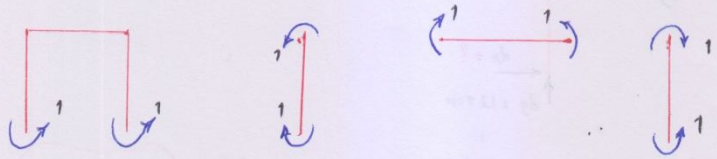
نیروی برابر با واحد در جهت افقی در نقطه d قرار می‌دهیم :



نیروی برابر با واحد در جهت قائم در نقطه e قرار می‌دهیم :



برای بدست آوردن چرخش لنگری برابر با واحد در نقطه e قرار می‌دهیم :



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

افقی نقطه d $\Delta = \int \frac{Mm}{EI} dx = \int_0^{10} \frac{(-250)(10)}{EI} dx + \int_0^{10} \frac{10(-2.5x^2+50x-250)}{EI} dx + \int_0^{10} \frac{0 \times 10}{EI}$

(ab) عضو (bc) عضو (cd) عضو

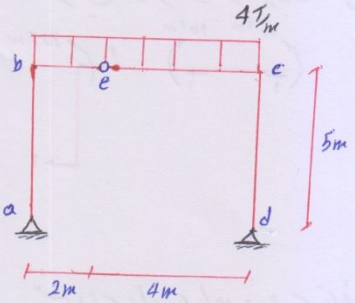
قائم نقطه d $\Delta = \int \frac{Mm}{EI} dx = \int_0^{10} \frac{(-250)(-10)}{EI} dx + \int_0^{10} \frac{(-2.5x^2+50x-250)(x-10)}{EI} dx$

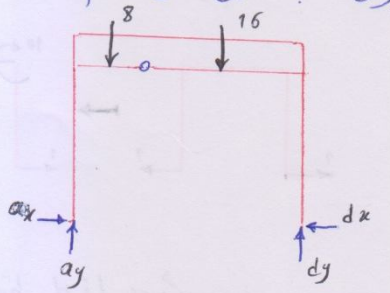
(ab) عضو (bc) عضو

چرخش نقطه d $\Theta = \int \frac{Mm}{EI} dx = \int_0^{10} \frac{(-250)(1)}{EI} dx + \int_0^{10} \frac{(-2.5x^2-50x-250)(1)}{EI} dx$

سؤال امتحان میان ترم اردیبهشت 92 :

مقدار خمش و برش تکیه گاه داخل را رسم کنید.

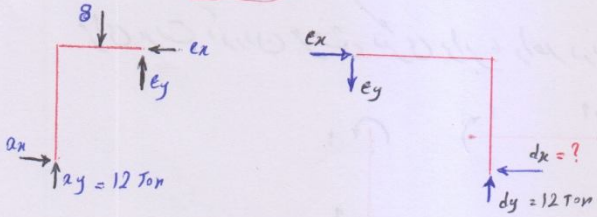




$\Sigma M_a = 0 \rightarrow dy(6) - 16(6) - 8(1) = 0 \rightarrow dy = 12\ Ton$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow ay - 24 + 12 = 0 \rightarrow ay = 12\ Ton$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow ax = dx$



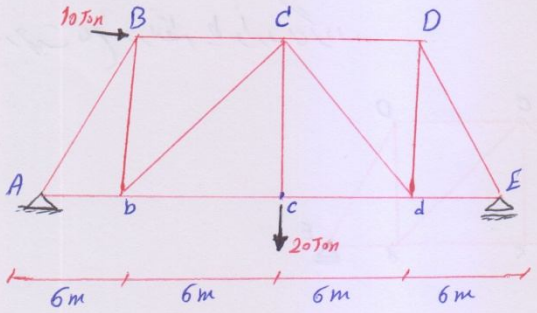
$+\circlearrowleft \Sigma M_e = 0 \rightarrow -12 \times 2 + ax(5) + 8(1) = 0 \rightarrow ax = \frac{16}{5} = 3.2\ Ton = dx$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow 12 - 8 + ey = 0 \rightarrow ey = -4\ Ton$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow ex = 3.2\ Ton$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال: الف) تحت اثر بارگذاری انجام شده جابجایی گره b را بدست آورید.



$$\text{جابجایی } \Delta = \sum \frac{S\,u\,L}{A\,E}$$

S : نیروی داخلی اعضا خرپا تحت بارگذاری انجام شده

u : نیروی داخلی خرپا تحت بارگذاری واحد در نقطه b.

عضو	L/A	S	u	$S.u.\frac{L}{AE}$
AB				
BC				
CD				
DE				
Ab				
bc				
cd				
de				
Dd				
Σ				

نکته: جمع ستون آخر می شود جابجایی قائم در نقطه b.

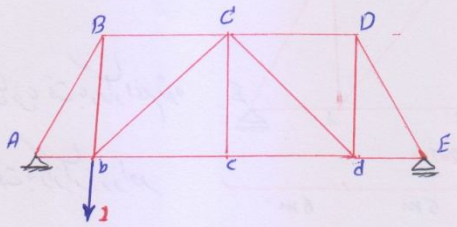
37 ص

۳۲

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

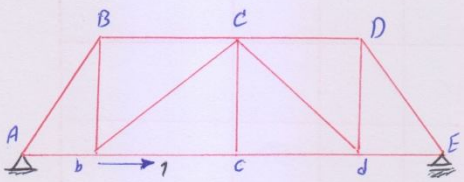
گام بعدی : بعد از تحلیل خرپا و بدست آوردن نیروهای داخلی اعضا تحت بارگذاری داده شده نیروهای خارجی را حذف کرده و برای بدست آوردن جابجایی قائم نقطه b نیروی یک واحد در جهت قائم در نقطه b وارد می گردد.

$$\Delta = \sum \frac{S u L}{AE}$$



ب) جابجایی افقی در نقطه b را بدست آورید.

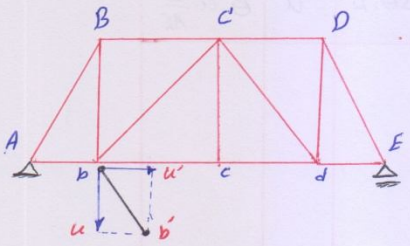
u : مقدار نیروهای داخلی اعضای خرپا بر اثر بارهای وارد شده.



عضو	L/A	S	u	$S.u.\frac{L}{AE}$
AB				
Bc				
cD				
DE				
Ab				
bC				
cd				
de				
⋮				
Dd				

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

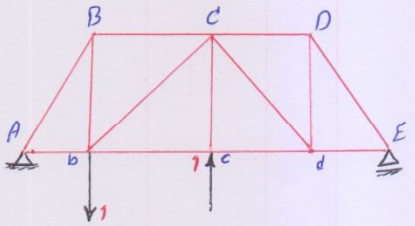
ج) جابجایی مطلق b را محاسبه کنید.



تغییر مکان مطلق $bb' = \sqrt{u^2 + (u')^2}$

د) مقدار چرخش عضو bc را محاسبه کنید.

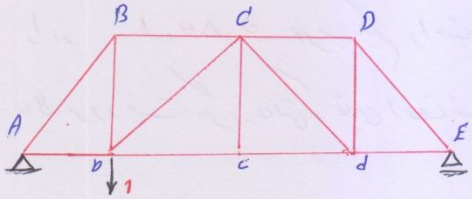
باری برابر با واحد در نقطه b در c واردی کنیم.



نکته: در اعضای سازه‌ای معین در صورت افزایش دما در یک عضو خاص در بقیه اعضا نیروی داخلی به وجود نمی‌آید.

«تغییرات درجه حرارت و اثر آن بر سازه»

مثال: اگر دمای اعضای BC و CD به اندازه 50 درجه فارنهایت افزایش یابد مقدار تغییر مکان قائم گره b را محاسبه کنید.



α : ضریب انبساط حرارتی

$\Delta\theta$: تغییر دما

L : طول اولیه

$$\Delta L = \alpha \cdot \Delta\theta \cdot L$$

$$\Delta = \sum u \cdot \alpha \Delta\theta L$$

صد 39

۳۳

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

عضو	$\frac{L}{A}$	$\theta' = \alpha \Delta\theta . L$	u	$\theta' . u . \frac{L}{AE}$
AB				
Bc				
cD				
DE				
Ab				
bC				
Cd				
de				
⋮				
Dd				

$\Delta\theta$: جابجایی انجام شده در اعضای حرارت دیده

نکته : برای محاسبه تغییر مکان نقطه b در اثر افزایش دما در اعضای Bc و CE توجه داشته باشیم که در اثر افزایش دما در اعضای Bc و CD فقط همین دو عضو وارد محاسبه می‌گردد. و باید بعد از اعمال نیروی وارد در نقطه‌ی E به صورت قائم نیروهای داخلی اعضای Bc و CD را در $\alpha . \Delta\theta . L$ ضرب کنیم و احتیاجی به رسم جدول در صورتی که فقط دمای چند عضو، بالا برود نیست مگر در حالتی که تمامی اعضا تغییر کند، احتیاج به جدول داریم.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

«تیر مزدوج»

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \int -\frac{M}{EI}\,dx \rightarrow \underline{\theta} = \int -\frac{M}{EI}\,dx$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan\theta \simeq \theta \rightarrow dy = \theta\,dx \rightarrow y = \int \theta\,dx \rightarrow \underline{y} = \iint \frac{M}{EI}\,dx.dx$$

رابطه (1)

$$\begin{cases} \theta = \int -\dfrac{M}{EI}\,dx \\ y = \iint \dfrac{M}{EI}\,dx.dx \end{cases}$$

رابطه (2)

$$\begin{cases} V = \int -w\,dx \\ M = \int V\,dx = \iint w\,dx.dx \end{cases}$$

تیر مزدوج: فرض کنید در تیری بارگسترده‌ای به مقدار $\frac{M}{EI}$ وارد گردد (در تمام طول تیر) که به این بارگسترده بار ارتجاعی یا بار ارایه گفته می‌شود.

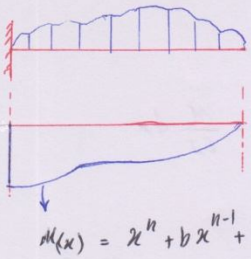
مقدار برش در تیر مزدوج برابر با دوران در تیر اصلی می‌باشد و مقدار لنگر در تیر مزدوج برابر با مقدار جابجایی در تیر اصلی می‌باشد.

از مقایسه رابطه 1 و 2 موارد زیر استنباط می‌گردد:

۱) شیب در مقطعی مفروض از یک تیر بارگذاری شده برابر است با نیروی برش در همان مقطع از تیر مزدوج تحت اثر بار ارتجاعی قرار دارد.

۲) تغییر مکان در مقطعی مفروض از یک تیر بارگذاری شده برابر است با لنگر در همان مقطع از تیر مزدوج که تحت اثر بارگذاری ارتجاعی در همان مقطع قرار دارد.

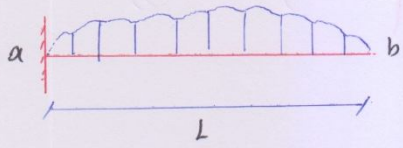
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



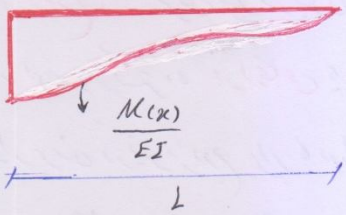
برای رسم تیر مزدوج احتیاج به دو مقوله داریم:

۱) باری که بر تیر مزدوج وارد می‌گردد.

۲) شرایط تکیه‌گاهی تیر مزدوج



تیر اصلی



تیر مزدوج

نکته: در نقطه b چون تیر یا لنگر وجود ندارد پس برش و لنگر برابر صفر است.

شرایط تکیه‌گاهی:

نقطه b
- در تیر اصلی:
  - برش = ۰
  - لنگر = ۰ (سه گیردار)
- در تیر مزدوج:
  - برش = ۰ = دوران (گیردار)
  - لنگر = ۰ = جابجایی

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

«تیر مزدوج»

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \int -\frac{M}{EI}\,dx \rightarrow \theta = \int -\frac{M}{EI}\,dx$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan\theta \simeq \theta \rightarrow dy = \theta\,dx \rightarrow y = \int \theta\,dx \rightarrow y = \iint \frac{M}{EI}\,dx.dx$$

رابطه (1)

$$\begin{cases} \theta = \int -\frac{M}{EI}\,dx \\ y = \iint \frac{M}{EI}\,dx.dx \end{cases}$$

رابطه (2)

$$\begin{cases} V = \int -w\,dx \\ M = \int V\,dx = \iint w\,dx.dx \end{cases}$$

تیر مزدوج: فرض کنید در تیری بارگسترده‌ای به مقدار $\frac{M}{EI}$ وارد گردد (در تمام طول تیر) که به این بارگسترده، بار ارتجاعی یا بار ارایه گفته می‌شود.

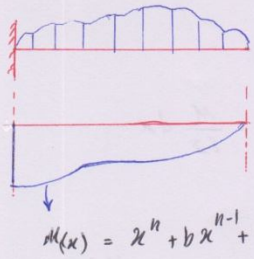
مقدار برش در تیر مزدوج برابر با دوران در تیر اصلی می‌باشد و مقدار لنگر در تیر مزدوج برابر با مقدار جابجایی در تیر اصلی می‌باشد.

از مقایسه رابطه 1 و 2 موارد زیر استنباط می‌گردد:

۱) شیب در مقطعی مفروض از یک تیر بارگذاری شده برابر است با نیروی برش در همان مقطع از تیر مزدوج تحت اثر بار ارتجاعی قرار دارد.

۲) تغییر مکان در مقطعی مفروض از یک تیر بارگذاری شده برابر است با لنگر در همان مقطع از تیر مزدوج که تحت اثر بارگذاری ارتجاعی در همان مقطع قرار دارد.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

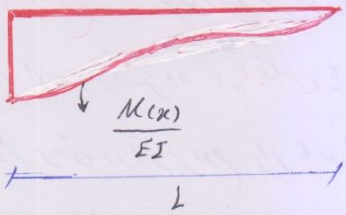


برای رسم تیر مزدوج احتیاج به دو مقوله داریم:

۱) باری که بر تیر مزدوج وارد می‌گردد.

۲) شرایط تکیه‌گاهی تیر مزدوج

تیر اصلی



تیر مزدوج

نکته: در نقطه b چون تیر یا لنگر وجود ندارد پس برش و لنگر برابر صفر است.

شرایط تکیه‌گاهی:

نقطه b

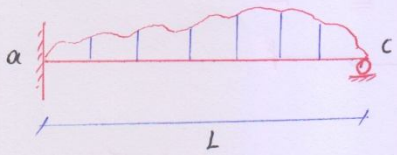
- در تیر اصلی (سر آزاد)
  - برش = ۰
  - لنگر = ۰
- در تیر مزدوج (گیردار)
  - برش = دوران = ۰
  - لنگر = جابجایی = ۰

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

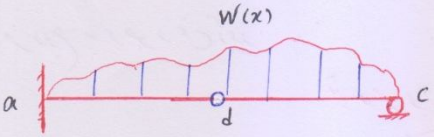
چون برش و لنگر صفرند
پس (گیردار) است.

(سردگزار)

نقطه a
- مرتبه اصلی
  - برش ≠ 0
  - لنگر ≠ 0
- مرتبه مزدوج
  - دوران ≠ 0
  - جابجایی ≠ 0



نقطه c
- مرتبه اصلی
  - برش ≠ 0
  - لنگر ≠ 0
  (غلتکی)
- مرتبه مزدوج
  - دوران ≠ 0
  - جابجایی = 0
  (غلتکی)



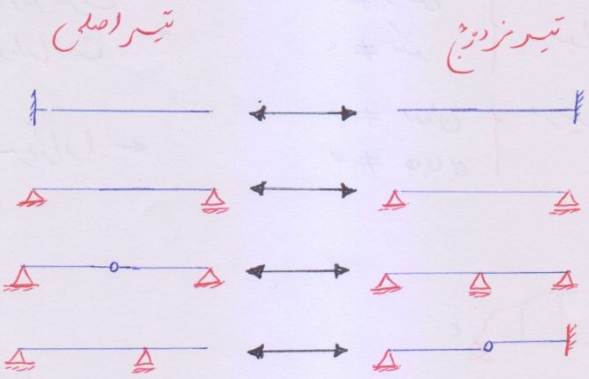
نقطه d
- مرتبه اصلی
  - برش ≠ 0
  - لنگر = 0
  (مفصلی داخلی)
- مرتبه مزدوج
  - دوران ≠ 0
  - جابجایی = 0
  (مفصلی غلتکی)

43

۳۵

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

شرایط تکیه گاهی

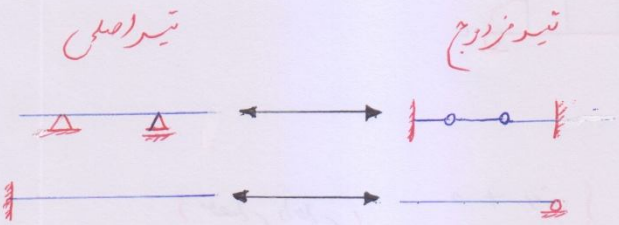


به نکات زیر توجه کنید:

۱) درصورتی که ▲ یا ○ این تکیه گاه را در طول تیر داشته باشیم تیر مزدوج آن به صورت ○ (ادوان تیری محوری) می باشد.

۲) اگر این تکیه گاه را ▲ در طول تیر داشته باشیم تیر مزدوج آن به صورت ○ (انگرشی) می باشد

۳) دگر این تکیه گاه را ▲ یا ▲ در ابتدا و انتهای تیر داشته باشیم تغییری در تیر مزدوج به وجود نمی آید.

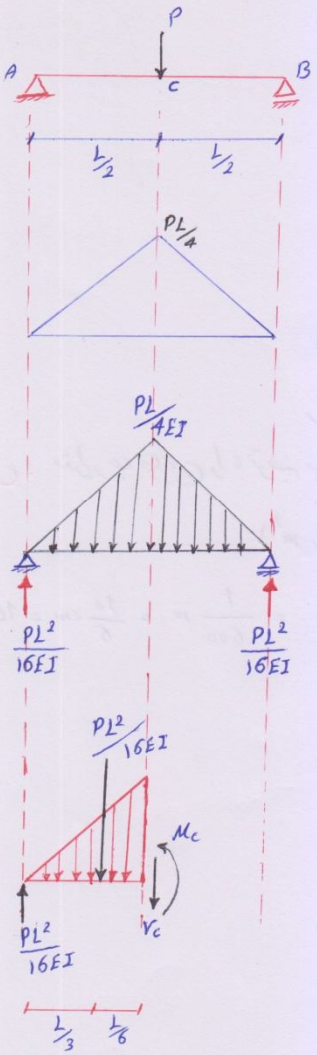


۴) گاهی اوقات ممکن است تیر مزدوج رسم شده ناپایدار باشد ولی تحت بارگذاری انجام شده پایدار باشد

تیر مزدوج تیر اصلی: تیری به طول و تحت بارگذاری که شرایط تکیه گاهی آن با توجه به مطالب ذکر شده انجام می گیرد.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال : تغییر مکان نقطه C را بیابید.



تیر اصلی

شکل عکس

تیر مزدوج

ساحت مثلث $\frac{PL}{4EI} \times \frac{L}{2} = \frac{PL^2}{8EI}$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow \frac{PL^2}{16EI} - \frac{PL^2}{16EI} - V_c = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_c = 0 \\ \theta_c = 0 \text{ دوران} \end{cases}$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow V_c \times \frac{L}{2} - \frac{PL^2}{16EI} \times \frac{L}{3} + M_c = 0$$

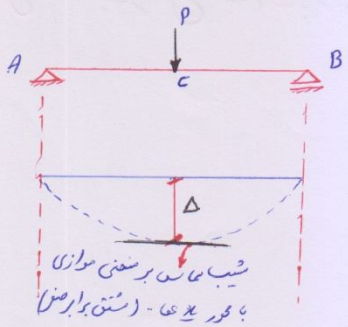
$$\rightarrow \begin{cases} M_c = \frac{PL^3}{48EI} \\ \Delta_c = \frac{PL^3}{48EI} \end{cases}$$

نکته : در نقاط تکیه ساده همواره دوران برابر صفر است.

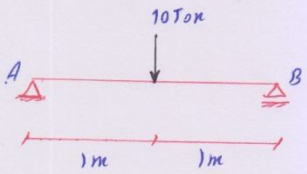
45 ص

۳۶

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



مثال: مقدار جابجایی را با توجه به بارگذاری بدست آورید.



$P = 10\,Ton$

$L = 2\,m$

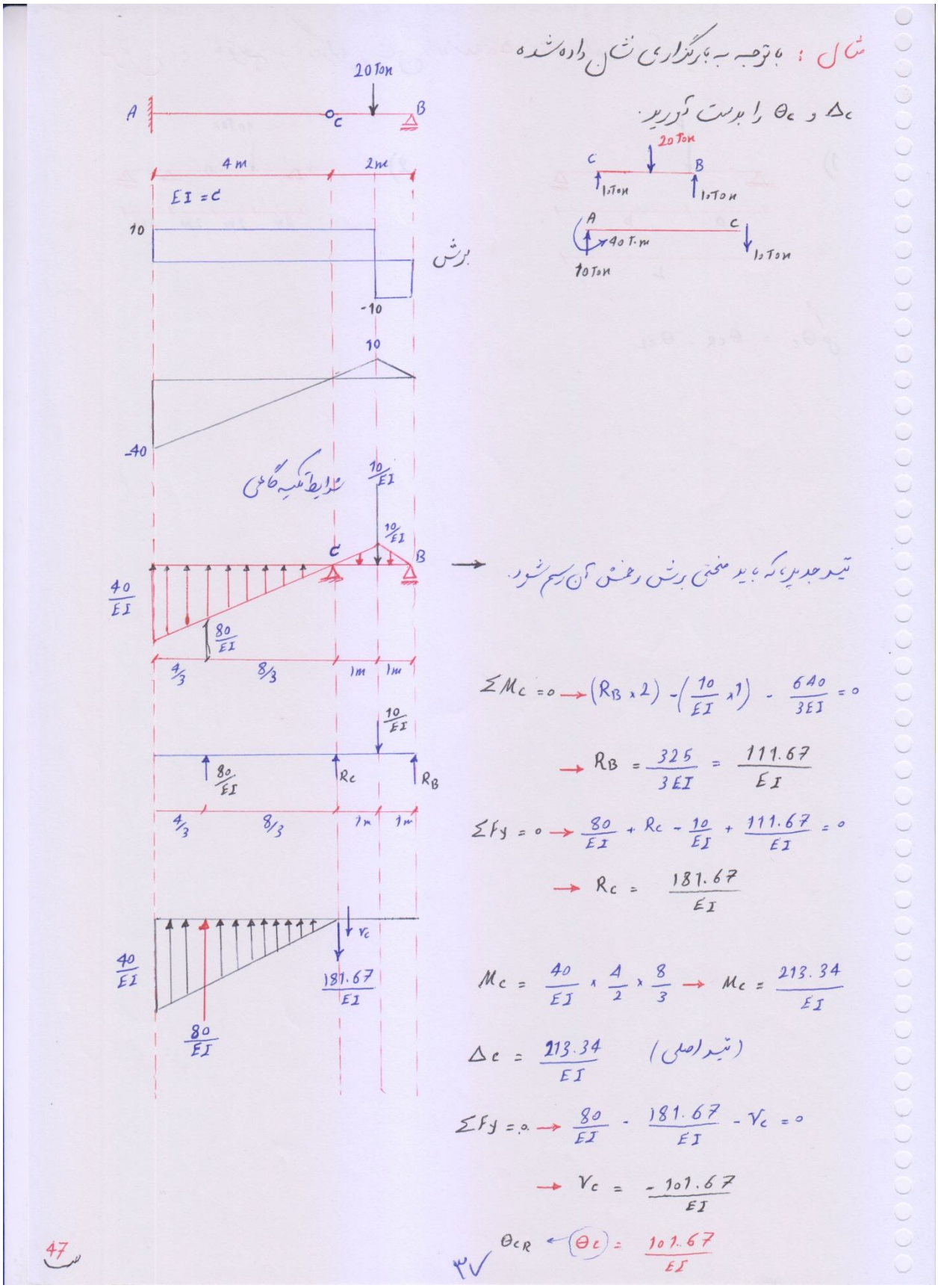
$(EI = 1000\,kg.m^2)$

$$\Delta c = \frac{10 \times (2)^3}{48 \times 1000} = \frac{1}{600}\,m = \frac{10}{6}\,cm = 16.7\,mm$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال : با توجه به بارگذاری نشان داده شده

Δ_C و θ_C را بدست آورید.



تیر جدید، که باید منحنی برش و خمش آن رسم شود.

$$\Sigma M_C = 0 \rightarrow (R_B \times 2) - \left(\frac{10}{EI} \times 1\right) - \frac{640}{3EI} = 0$$

$$\rightarrow R_B = \frac{325}{3EI} = \frac{111.67}{EI}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow \frac{80}{EI} + R_C - \frac{10}{EI} + \frac{111.67}{EI} = 0$$

$$\rightarrow R_C = \frac{181.67}{EI}$$

$$M_C = \frac{40}{EI} \times \frac{4}{2} \times \frac{8}{3} \rightarrow M_C = \frac{213.34}{EI}$$

$$\Delta_C = \frac{213.34}{EI} \quad \text{(تیر اصلی)}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow \frac{80}{EI} - \frac{181.67}{EI} - V_C = 0$$

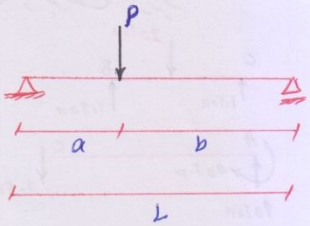
$$\rightarrow V_C = -\frac{101.67}{EI}$$

$$\theta_{CR} \leftarrow (\theta_C) = \frac{101.67}{EI}$$

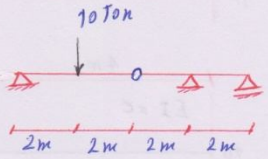
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

تمرین : با توجه به بارگذاری نشان داده شده Δ_c و θ_c را بدست آورید.

1)



2)

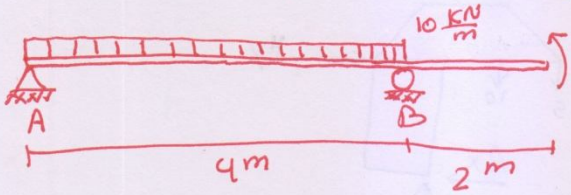


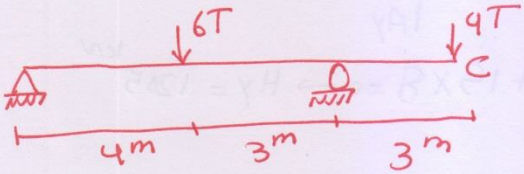
$\theta_c = \theta_{cR} - \theta_{cL}$

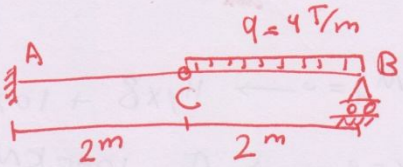
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

سؤالات ذیل را حل نمایید

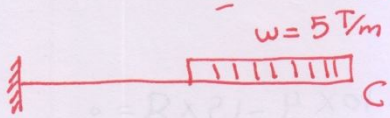
- با استفاده از روش کار مجازی تغییر مکان نقطه C را بدست آورید؟







- با استفاده از روش تیر مزدوج تغییر مکان نقطه C را بدست آورید؟



- معادله خط :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

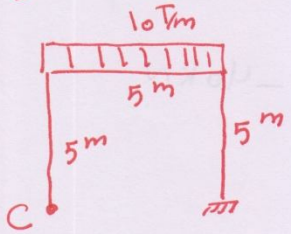
- معادله مرکز سطح :

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i A_i}{\sum A_i}$$

- معادله گشتاور دوم سطح

$$I = I_{xx} + Ad^2$$

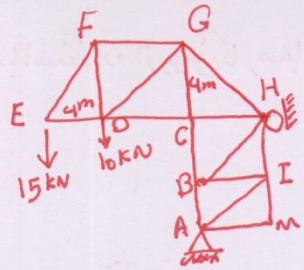
- با روش تغییرات شکل انتقال جابجایی قائم و دورانی را در نقطه C بدست آورید؟

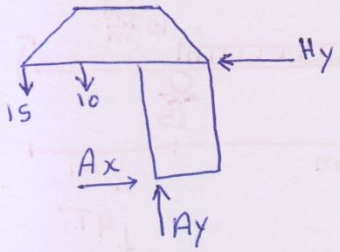


۳۸

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

- مطلوبست محاسبه نیروی داخلی اعضای GH ، CB ، CH :
- طول کلیهٔ اعضای قائم و افقی 4m است.



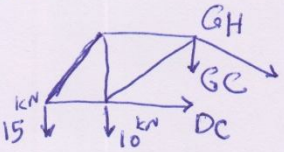


$+\uparrow \Sigma M_A = 0 \longrightarrow Hy \times 8 + 10 \times 4 + 15 \times 8 = 0 \longrightarrow Hy = 20$ kN

$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \longrightarrow A_x = 20$ kN

$\Sigma F_y = 0 \longrightarrow A_y = 25$ kN

GH:



$\circlearrowleft \Sigma M_C = 0$

$GH \times \frac{6}{8} \times 4 - 10 \times 4 - 15 \times 8 = 0$

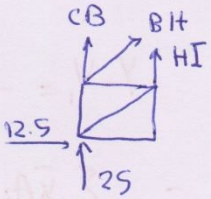
$GH = 56.57$ kN

CB:

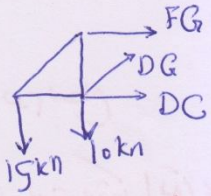
$+\uparrow \Sigma M_H = 0$

$CB \times 4 + 25 \times 4 - 12.5 \times 8 = 0$

$CB = 0$



CH:

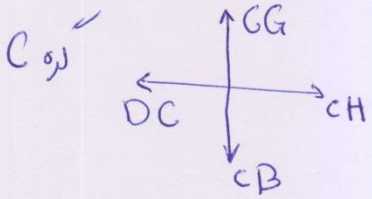


$+\circlearrowleft \Sigma M_G = 0$

$DC \times 4 + 10 \times 4 + 15 \times 8 = 0$

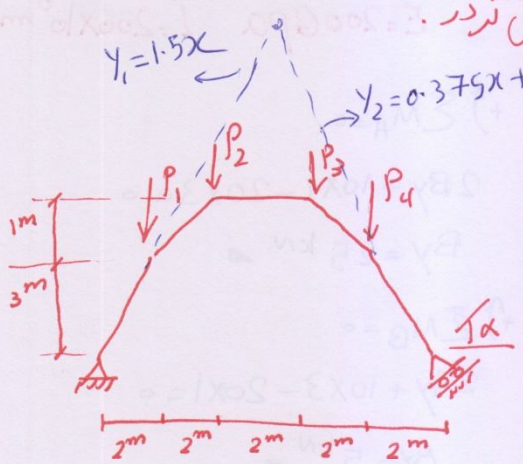
$DC = -40$ kN

$CH = DC = -40$ kN



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

۳۹ - در سازه زیر زاویه α را طوری تعیین کنید که در اعضای سازه فقط نیروی محوری حاصل گردد.



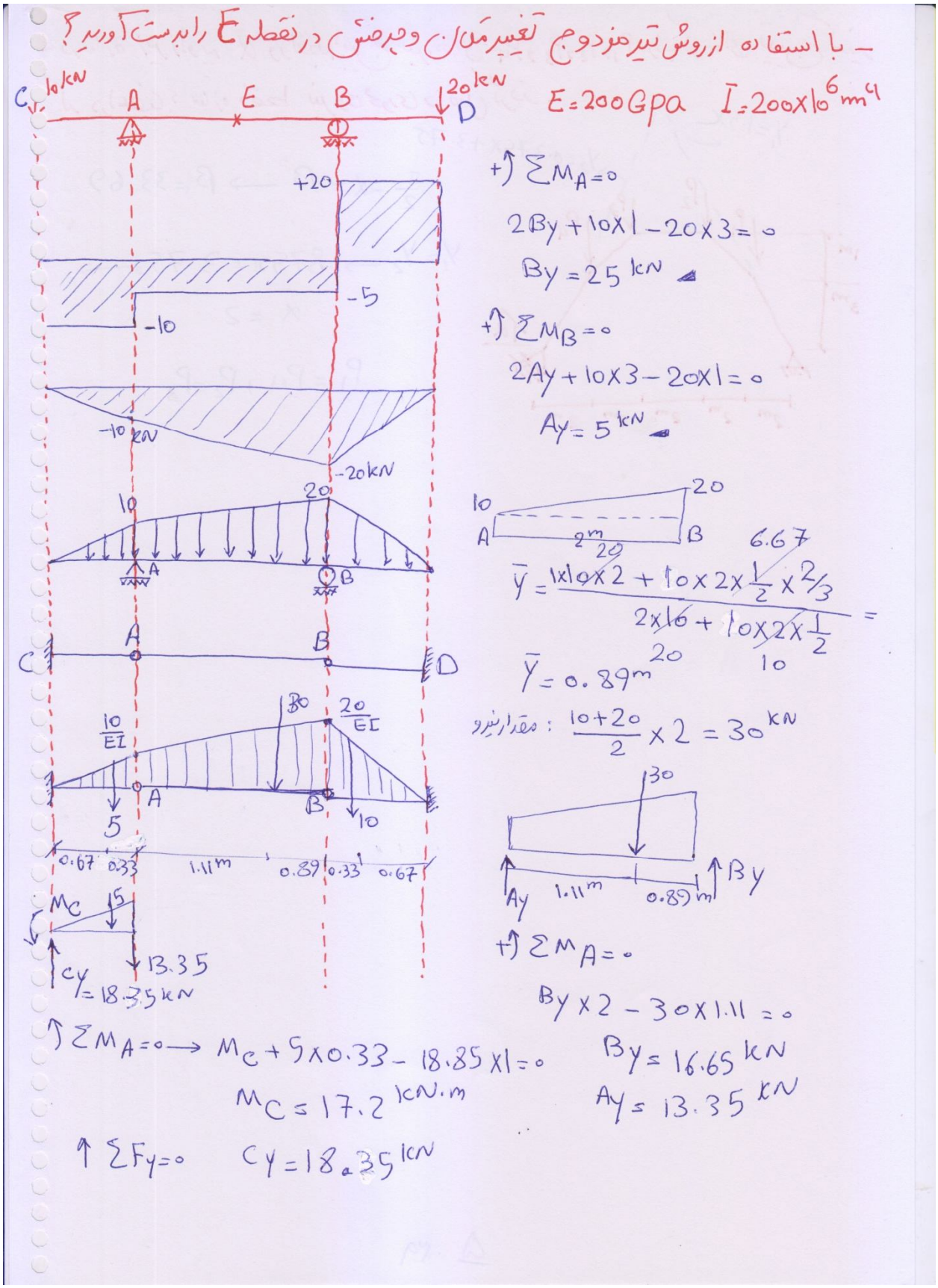
$\frac{\pi}{2}-\alpha=\beta \longrightarrow \beta=33.69$

$Y_1=Y_2 \longrightarrow 1.875x=3.75 \longrightarrow$

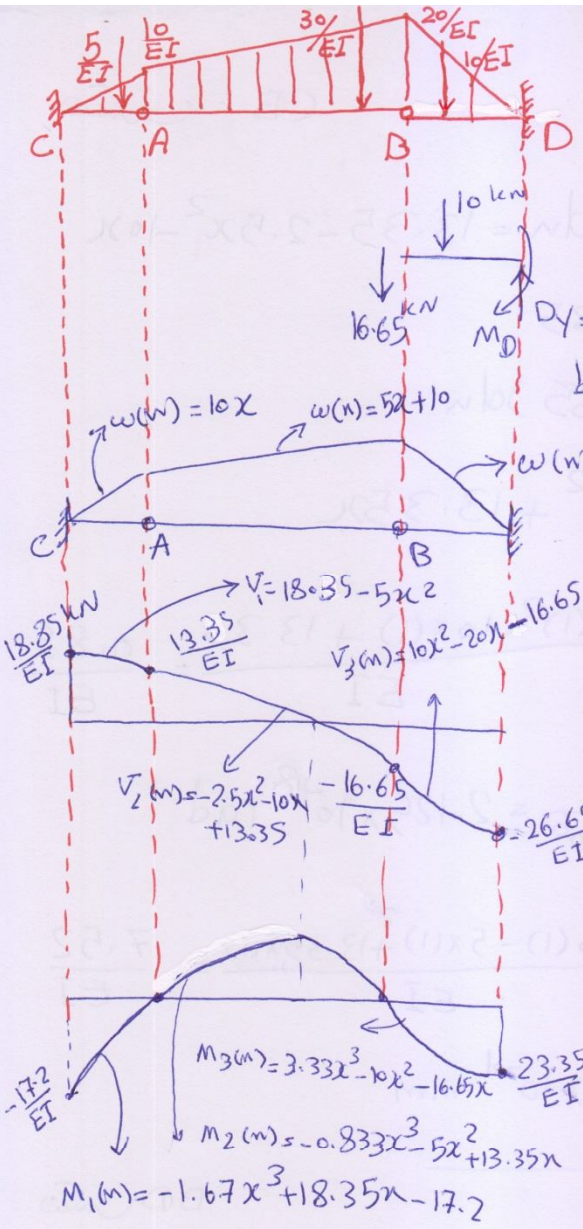
$\alpha=2$

$P_1=P_4 \; , \; P_2=P_3$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



$+\circlearrowleft \sum M_B = 0$

$M_D - 26.65 \times 1 + 10 \times 0.33 = 0$

$M_D = 23.35$ kN.m

معادله خط: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

قسمت CA:

$\omega(x) = 10x$

$\bar{V}(x) = \bar{V}_0 - \int \omega(x)\,dx$

$\bar{V}(x) = 18.35 - \int 10x\,dx$

$V_1(x) = 18.35 - 5x^2$

$M(x) = M_0 + \int \bar{V}(x)\,dx$

$M(x) = -17.2 + \int (18.35 - 5x^2)\,dx$

$M(x) = -17.2 + 18.35x + 1.67x^3$

$M_1(x) = -1.67x^3 + 18.35x - 17.2$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

قسمت CB

$$\omega_2(x) = 5x + 10$$

$$V_2(x) = 13.35 - \int (5x+10)\,dx = 13.35 - 2.5x^2 - 10x$$

$$V_2(x) = -2.5x^2 - 10x + 13.35$$

$$M_2(x) = \int (-2.5x^2 - 10x + 13.35)\,dx$$

$$M_2(x) = -0.833x^3 - 5x^2 + 13.35x$$

$$V_E = \theta_E = V_2(1) = \frac{-2.5\times(1)^2 - 10\times(1) + 13.35}{EI} = \frac{0.85}{EI}$$

$$\theta_E = \frac{0.85}{EI} = \frac{0.85\times10^3}{200\times200\times10^6} = 2.125\times10^{-11}\ \text{rad}$$

$$M_E = Y_E = M_2(1) = \frac{-0.833(1) - 5\times(1)^2 + 13.35\times(1)}{EI} = \frac{7.52}{EI}$$

$$M_E = \frac{7.52}{200\times200\times10^6} = 1.88\times10^{-4}\ \text{mm}$$

قسمت BD

$$W(x) = -20x + 20$$

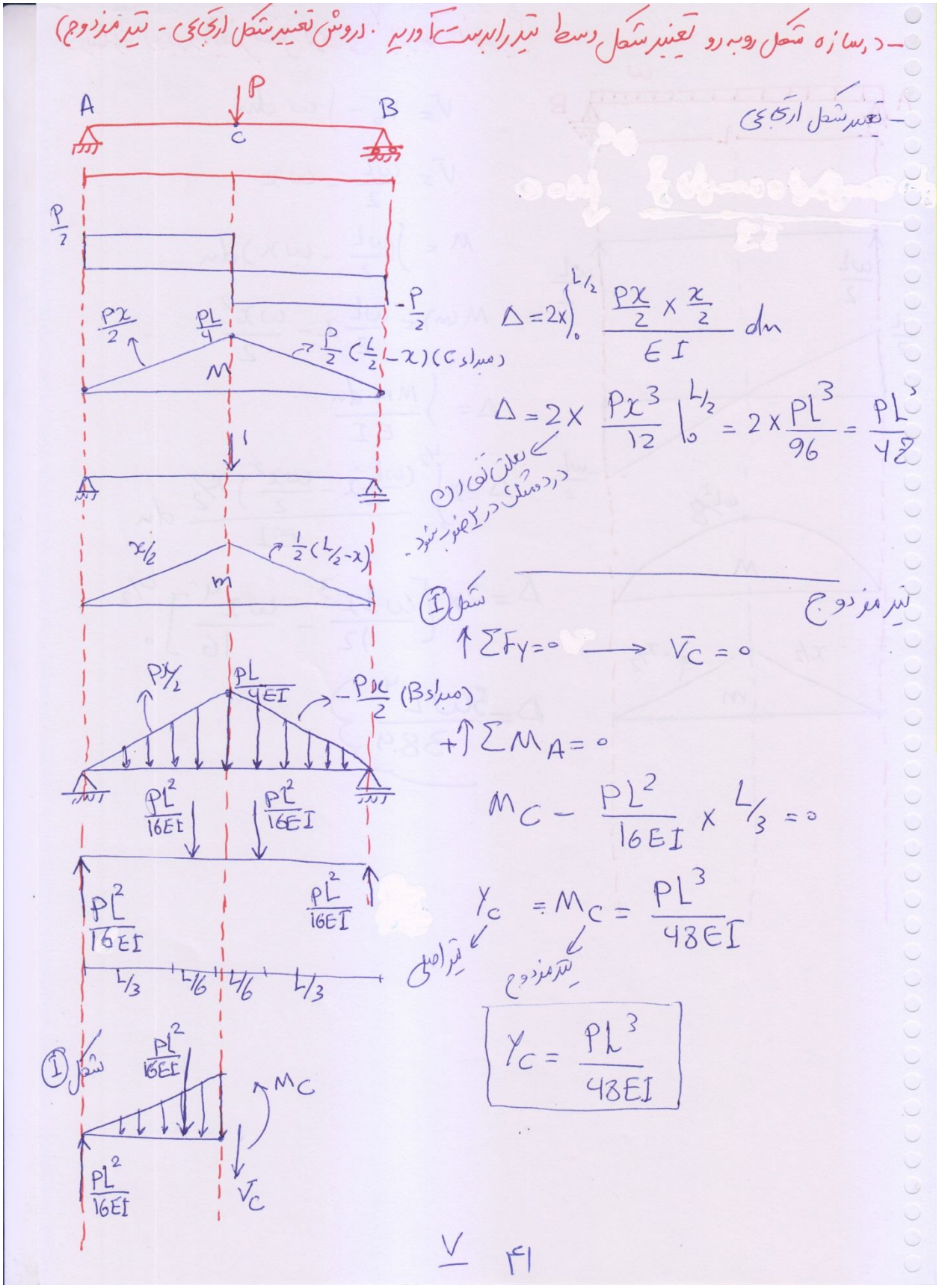
$$V(x) = -16.65 - \int (-20x+20)\,dx = 10x^2 - 20x - 16.65$$

$$V_3(x) = 10x^2 - 20x - 16.65$$

$$M_3(x) = \int (10x^2 - 20x - 16.65)\,dx = 3.33x^3 - 10x^2 - 16.65x$$

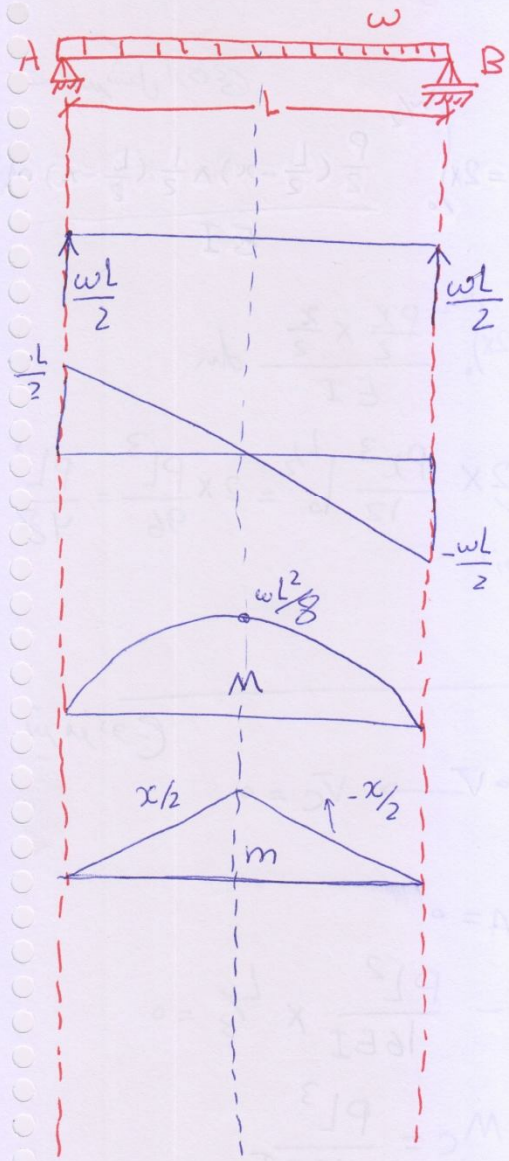
$$M_3(x) = 3.33x^3 - 10x^2 - 16.65x$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

در سازه روبرو با تغییر شکل اریبی V_c را بدست آورید؟



$$\bar{V} = V_0 - \int \omega \, dx$$

$$\bar{V} = \frac{\omega L}{2} - \omega x$$

$$M = \int \left(\frac{\omega L}{2} - \omega x\right) dx$$

$$M(x) = \frac{\omega L}{2} x - \frac{\omega x^2}{2}$$

$$\Delta = \int \frac{M m \, dx}{EI}$$

$$\Delta = 2 \int_0^{L/2} \frac{\left(\frac{\omega L}{2} x - \frac{\omega x^2}{2}\right) \frac{x}{2}}{EI} dx$$

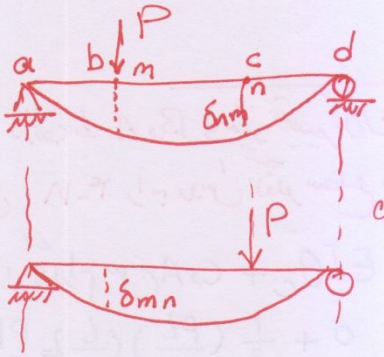
$$\Delta = 2 \left[\frac{\omega L x^3}{12} - \frac{\omega x^4}{16} \right]_0^{L/2}$$

$$\Delta = \frac{5 \omega L^4}{384}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

- قانون تبی ماکسول :

در هر سازه ای که مادهٔ آن الاستیک بوده و از قانون هوک پیروی می کند، در صورتی که تکیه گاهی غیر قابل تغییر شکل بوده و درجه حرارت ثابت باشد، تغییر مکان نقطهٔ n در امتداد ab به علت نیروی P در نقطهٔ m که در امتداد cd مؤثر می باشد برابر تغییر مکان نقطهٔ m در امتداد cd به علت تأثیر نیروی P به نقطه n در امتداد ab می باشد.



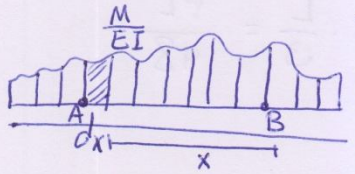
$$\delta_{mn} = \delta_{nm}$$

محل اندازه گیری تغییر مکان

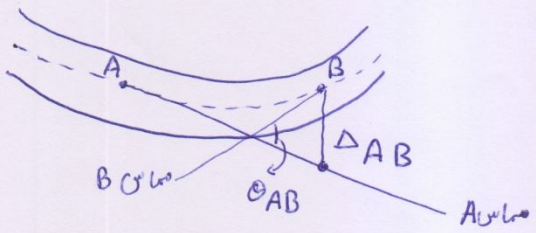
محل اثر نیرو

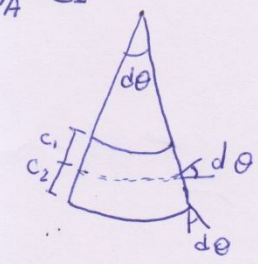
لنگر سطح :

قضیه اول : زاویه بر حسب رادیان و یا اختلاف شیب بین مماسهای برمنحنی (منحنی تغییر شکل اریبی) در دو نقطه برروی یک عضو مستقیم که تحت خمش قرار دارد، برابر با مساحت دیاگرام $\frac{M}{EI}$ بین آن دو نقطه.



$$\theta_{AB} = \int_A^B \frac{M}{EI}\,dx$$





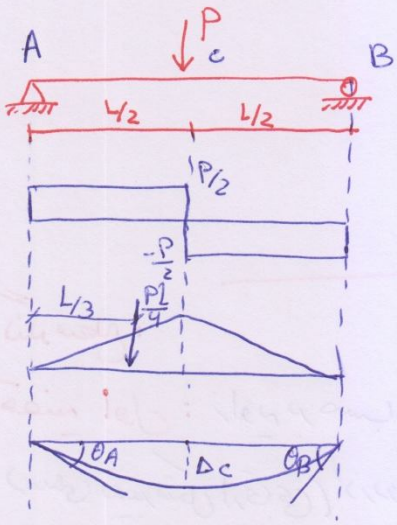
۴۲

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

قضیه دوم تیر سطح: تغییرمکان یک نقطه بر روی یک عضو مستقیم تحت خمش، برابر است با گشتاور دیاگرام $\frac{M}{EI}$ بین آن دو نقطه حول نقطه‌ای که در آن، تغییرمکان مزبور ایجاد می‌شود.

$$\Delta_{AB} = \int_A^B \frac{Mx}{EI}\, dx$$

EX: شیب در نقاط A و B و نیز تغییرمکان در نقطهٔ C از تیر ساده نشان داده شده در شکل ۴-۱۸ را به روش تیر سطح محاسبه کنید؟



مساحت دیاگرام $\frac{M}{EI}$ بین C و A $= EI\theta_C + EI\theta_A$

$$0 + \frac{1}{2}\left(\frac{PL}{4}\right)\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{PL^2}{16}$$

$$\theta_A = \frac{PL^2}{16EI}$$ (در جهت عقربه‌های ساعت)

$$\theta_B = \frac{PL^2}{16EI}$$ (در جهت خلاف عقربه‌های ساعت)

$EI\Delta_C =$ تغییرمکان از مماس در C

$$= \frac{PL^2}{16} \cdot \frac{L}{3} = \frac{PL^3}{48}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

بدست آوردن تغییر شکل تیرها و قاب ها با استفاده از روش گشتاور سطح :

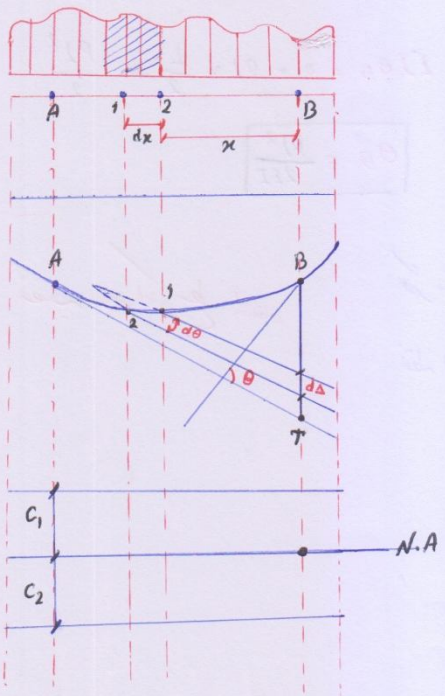
قضیه اول : زاویه بر حسب رادیان و یا اختلاف شیب بین مماس های رسم شده بر منحنی تغییر شکل در دو نقطه بر روی یک عضو مستقیم که تحت خمش قرار دارد برابر است با مساحت دیاگرام $\frac{M}{EI}$ بین آن دو نقطه

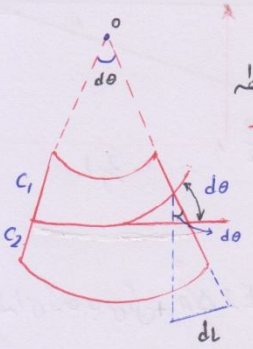
$$\theta_{AB} = \int_A^B \frac{M}{EI}\,dx$$

قضیه دوم : تغییر مکان یک نقطه بر روی یک عضو مستقیم تحت خمش در امتداد عمود بر محور مستقیم اولیه عضو نسبت به مماس در یک نقطه دیگر برابر با گشتاور دیاگرام $\frac{M}{EI}$ بین آن دو نقطه حول نقطه ای که در آن تغییر مکان ایجاد می گردد.

$$A_T B = \int_A^B \frac{Mx}{EI}\,dx$$

نکته : در سازه های متقارن دوران برابر با صفر است.





تغییر شکل بین نقطه ← 2 و 1

اثبات قضیه اول :

① $dL = C_2 \cdot d\theta \rightarrow d\theta = \frac{dL}{C_2}$

② $dL = \varepsilon \cdot dx$

$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$, $\sigma = \frac{Mc_2}{I}$ $\Rightarrow dL = \frac{Mc_2}{EI}\,dx$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

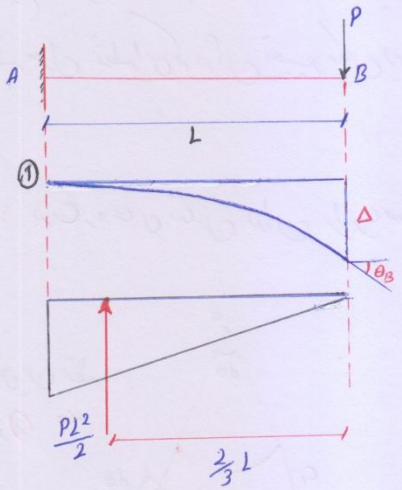
از رابطه 1 و 2 نتیجه می‌گیریم : $(1),(2) \rightarrow d\theta = \frac{M'}{EI} dx$

اثبات قضیه دوم : $d\Delta = x \cdot d\theta \quad , \quad d\theta = \frac{M}{EI} dx$

$$\Delta_{A,B} = \int \frac{M}{EI} x\, dx$$

نکته : به علت کوچک بودن تغییر شکل طول مخنی تغییر شکل برابر با طول اولیه عضو سازه‌ای می‌باشد

مثال : در تیر روبرو چرخش و تغییر مکان نقطه B را بدست آورید.



قضیه اول لنگر سطح :

$EI\theta_B = EI\theta_A^{0} +$ سطح مخنی (M) دربین نقاط B, A / تکیه‌گاه گیردار

$$EI\theta_B = 0 + PL \times \frac{L}{2} = \frac{PL^2}{2}$$

$$\boxed{\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}}$$

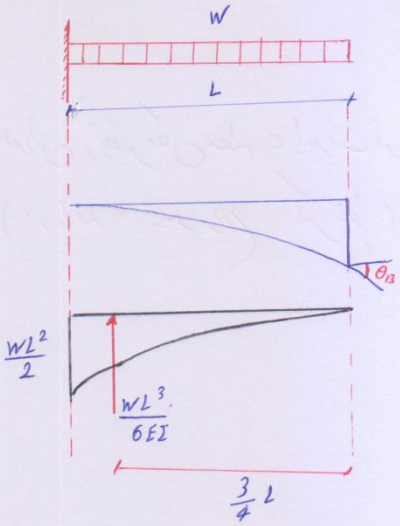
قضیه دوم لنگر سطح : $EI\Delta_B = EI\Delta_A^{0} +$ لنگر مخنی (M) نسبت به نقطه‌ای که جابجایی آن نقطه (B) خواسته شده است.

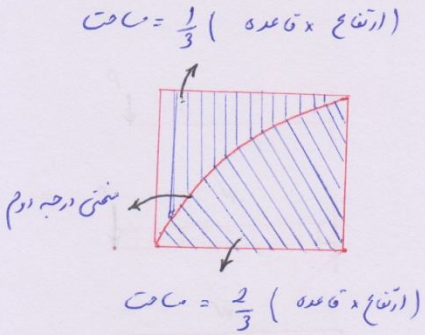
$$EI\Delta_B = \frac{PL^2}{2} \times \frac{2}{3}L = \frac{PL^3}{3}$$

$$\boxed{\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

مثال : در تیر دو برو مطلوب است بدست آوردن دوران و تغییر تقاط در نقطه B .





$EI\theta_B = EI\theta_A^{0} +$ ساحت منحنی لنگرین بین نقاط

$EI\theta_B = 0 + \frac{1}{3} \times \frac{WL^2}{2} \times L = \frac{WL^3}{6}$

$$\theta_B = \frac{WL^3}{6EI}$$

$EI\Delta_B = EI\Delta_A^{0} +$ لنگر منحنی (M) نسبت به نقطه خواسته شده

$EI\Delta_B = 0 + \frac{WL^3}{6} + \frac{3}{4}L = \frac{WL^4}{8}$

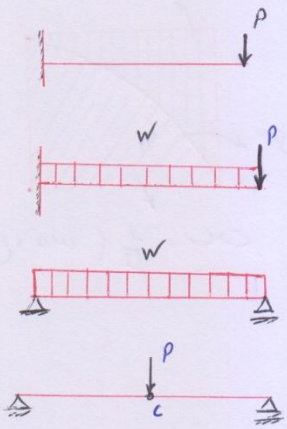
$$\Delta_B = \frac{WL^4}{8EI}$$

٤٤

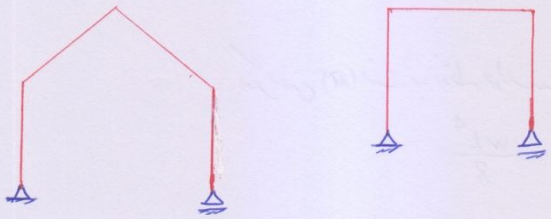
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

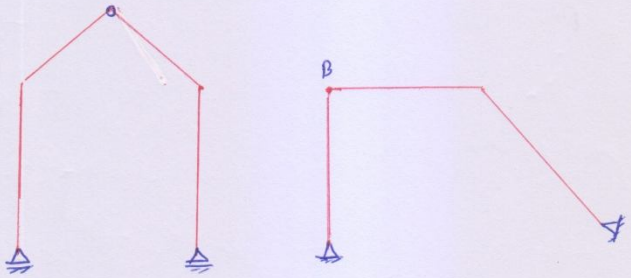
« نمونه سوالات امتحانی »

۱) دوران و تغییر مکان نقطه c را بدست آورید و مقایسه کنید. با استفاده از سه روش :
(بار واحد، تیر مزدوج و انرژی کرنشی)



۲) تعیین قاب :



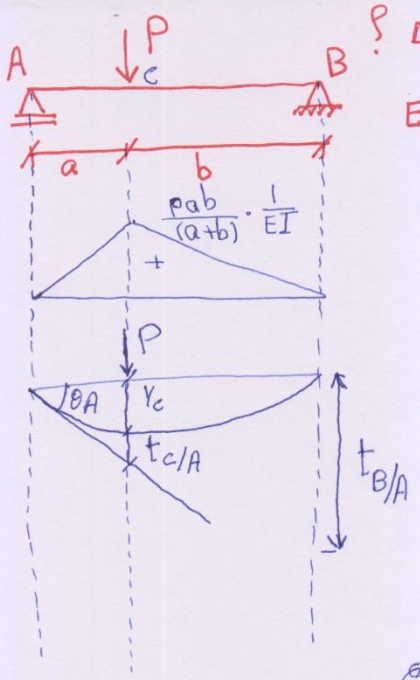


تغییر مکان نقطه B را بدست آورید.

۳) خط تأثیر (نمونه سوال حل شده جزوه)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

- با استفاده از روش تکه تکه سطح مطلوبست θ_A ، Δ_C ؟



$EI = cte$

$$\theta_A = \tan\theta = \frac{t_{B/A}}{a+b}$$

$$t_{B/A} = \left[\frac{Pab}{a+b} \times \frac{a}{2} \times \left(b + \frac{a}{3}\right) + \frac{Pab}{a+b} \times \frac{b}{2} \times \left(\frac{2b}{3}\right)\right] \times \frac{1}{EI} =$$

$$t_{B/A} = \frac{Pab(a+2b)}{6EI}$$

$$\theta_A = \frac{Pab(a+2b)}{6EI(a+b)}$$

$$\theta_A = \tan\theta_A = \frac{Y_C + t_{C/A}}{a} \longrightarrow Y_C = a\theta_A - t_{C/A} \quad (I)$$

$$t_{C/A} = \frac{Pab}{a+b} \times \frac{a}{2} \times \frac{a}{3EI} = \frac{Pa^3b}{6EI(a+b)} \quad (II)$$

$$(I), (II) \longrightarrow Y_C = \frac{Pa^2b(a+2b)}{6EI(a+b)} - \frac{Pa^3b}{6EI(a+b)} = \frac{Pa^2b^2}{3EI(a+b)}$$

واضح است اگر $a=b=\frac{L}{2}$ باشد خیز نقطه وسط تیر $\frac{PL^3}{48EI}$ خواهد بود.

٤٥

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

$EI\theta_D = EI\theta_C = 216$ kip ft در خلاف جهت عقربه

$EI\Delta_H$ (B افقی) $= BB' = BB'' - B'B''$

$= (\theta_A)(15) -$ (تغییر مکان B نسبت به مماس در A)

$= (1458)(15) -$ (گشتاور مساحت های III و IV نسبت به B_V)

$= 21870 - (698)(3) - (486)(9) = 15552$

به سمت راست

$EI\Delta_H$ (D افقی) $= DD' = DD'' + D'D'' = 15552 + \theta_C(10)$

$= 15552 + (216)\times(10) = 17.712$ kip-ft^2

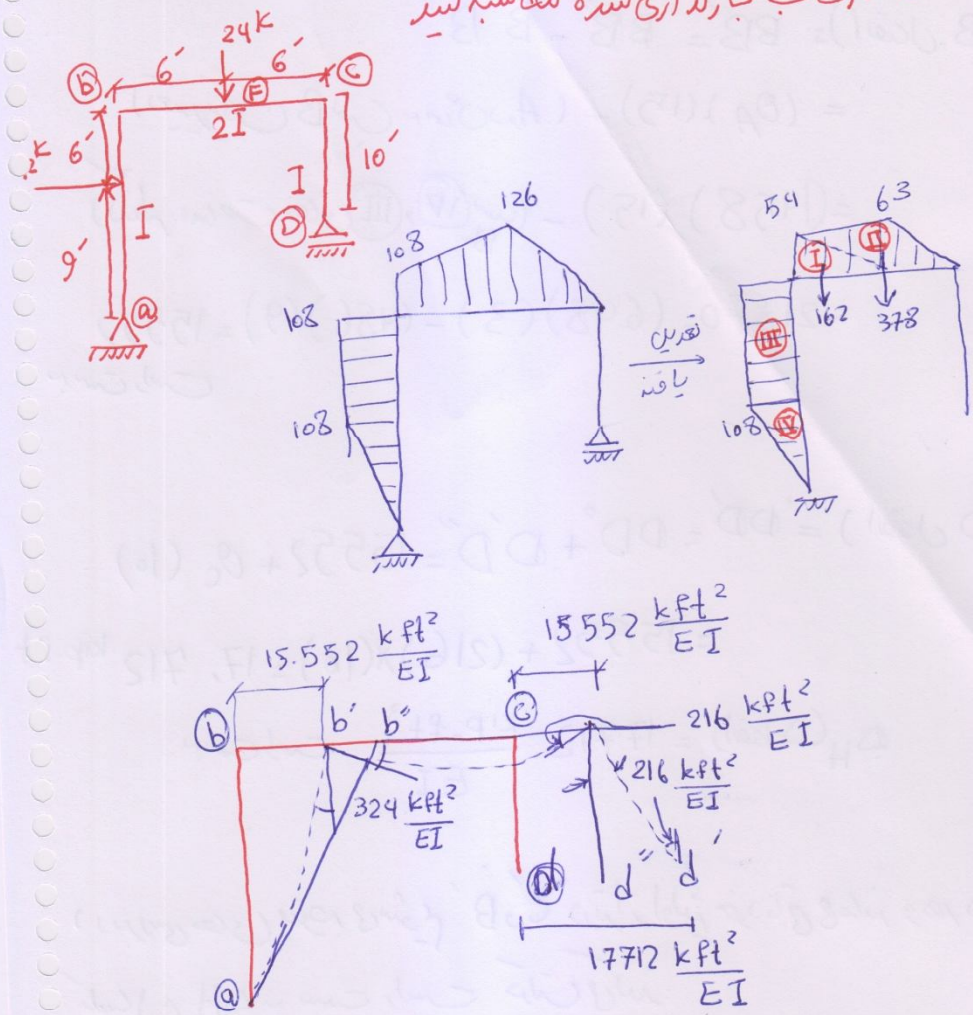
Δ_H (D افقی) $= 17712 \dfrac{\text{kip-ft}^3}{EI}$ به سمت راست

در بررسی های متوجه می شویم B و C در تراز اولیه خود باقی مانده و هر دو به یک مقدار یکسان ΔH به سمت راست حرکت می کنند.

۴۶

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Ex: - با استفاده از روش کنتر سطح مقادیر θ ، ΔH ، ΔV را در اتصالات A و B و C و D از قاب بارگذاری شده محاسبه کنید



$EI\theta_B = (378)(\frac{6}{12}) + (162)(\frac{10}{12}) = 324$ kip-ft² (دوران عقربه‌های ساعت)

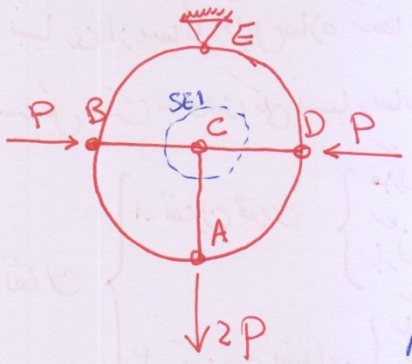
$EI\theta_C = (162)(\frac{7}{12}) + 378(\frac{6}{12}) = 216$ kip-ft² (در خلاف جهت)

$EI\theta_A = EI\theta_B + A(\text{III}) + A(\text{IV}) = 324 + (108 * 6) +$

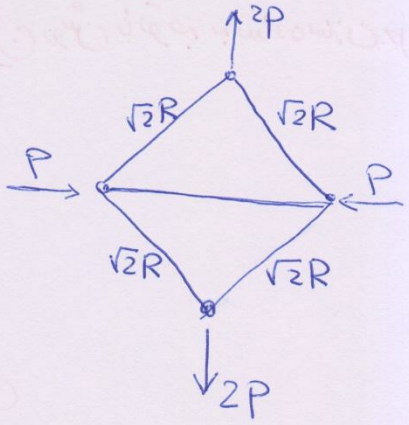
$(\frac{1}{2})(108)\times(9) = 1458$ kip-ft² (در جهت عقربه)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

۱- درسازه داده شده نیروی داخلی اعضای BC و CA به ترتیب کدام است؟

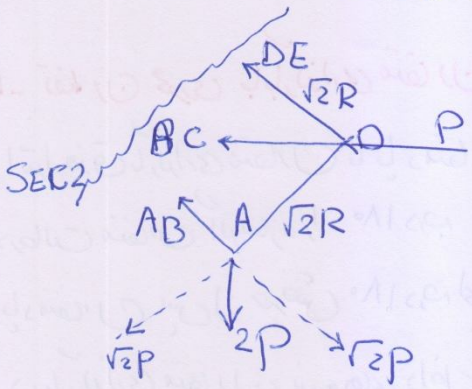


قابل تبدیل



$AC = 0$

با توجه به شکل پایین برش متوجه می شوم $AC=0$ می باشد

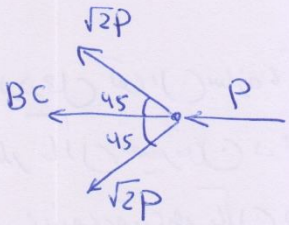


$+\circlearrowleft \sum M_B = 0$

$DE \times \sqrt{2}R = \sqrt{2}P \times \sqrt{2}R$

$DE = \sqrt{2}P$

طبق همین سکشن در جهت چپ به این نتیجه می رسیم $AD=\sqrt{2}P$ می باشد



$\sum F_y = 0$

$BC = 2 \times \sqrt{2}P \times \frac{\sqrt{2}}{2} + P \longrightarrow BC = 3P$

۴۷

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

تقارن

بسیاری از مسائل تحلیل سازه متقارن می باشند که در این روش با توجه به ساده سازی حل مسائل بیشتر به حالت کلی بسیار ساده تری گردند

تقارن
- ۱- تقارن محوری
  - بارگذاری متقارن
  - بارگذاری پاد متقارن
- ۲- تقارن نقطه ای
  - بارگذاری متقارن
  - بارگذاری پاد متقارن

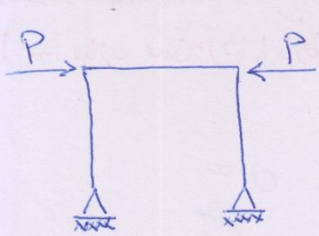
۱- تقارن محوری با بارگذاری متقارن:

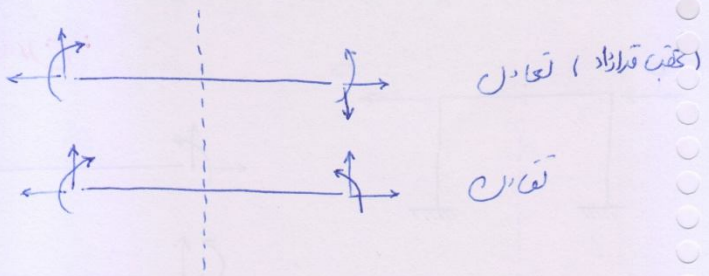
ابتدا فرق بارگذاری متقارن با پاد متقارن :

- در حالت متقارن اگر سازه را ۱۸۰ درجه بچرخانیم باز شکل اولیه حاصل می گردد ولی در بارگذاری پاد متقارن پس از چرخش ۱۸۰ درجه ای بارگذاری معکوس بدست می آید.
- در بارگذاری متقارن نیروهای داخلی، عکس العمل ها تکیه گاهی و تغییر شکل های متقارن بوجود می آید به عکس در بارگذاری نامتقارن نیروهای داخلی، عکس العمل ها و تغییر شکلها پاد متقارن می باشند

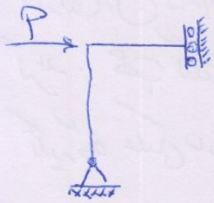
* اگر در محل تقارن سازه، تغییر مکان از هر نوع (محوری - برشی - خمشی) داشته باشیم، نیروی متناظر با آن تغییر مکان در محل تقارن صفر است و برعکس اگر در محل تقارن تغییر مکان صفر باشد، نیروی متناظر با آن در محل تقارن وجود دارد.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



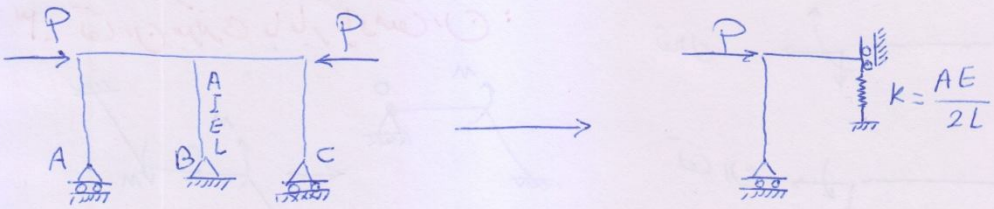


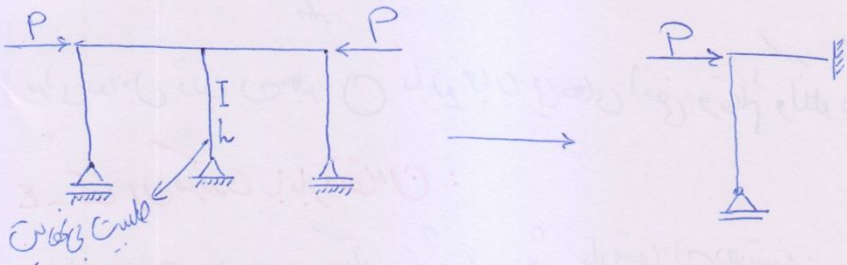
در این حالت هم تعادل و هم تقارن باید باهم حاکم باشند بنابراین باید نیروی برشی برابر صفر باشد تا این دو رابطه همزمان حاکم باشند بنابراین تقارن یافته شکل بالا بصورت ذیل بدست می آید:



در ضمن با توجه به اینکه تغییر زاویه و تغییرشکل محوری داریم بنابراین تنش و نیروی محوری برابر صفر نیست ولی تغییر مکان صفر است بنابراین نیروی برشی صفر است.

اگر در مسائل حرف A (سطح مقطع) را روی اعضاء نداشته باشند یعنی از تغییرشکل محوری صرف نظر شده است و باید بجای عضو فنری معادل (نصف سختی) عضو مورد نظر در نظر گرفت.

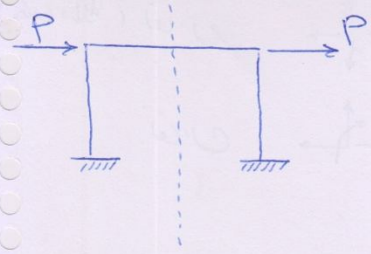


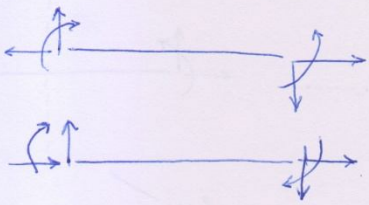


۳۸

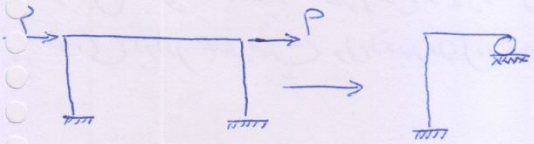
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

۲ ـ سازه متقارن با بارگذاری پادمتقارن :

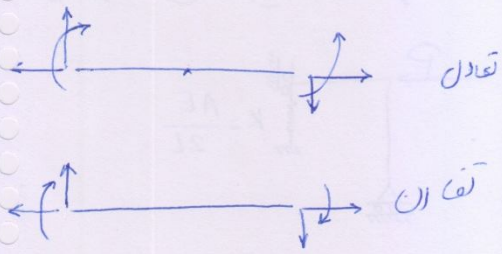


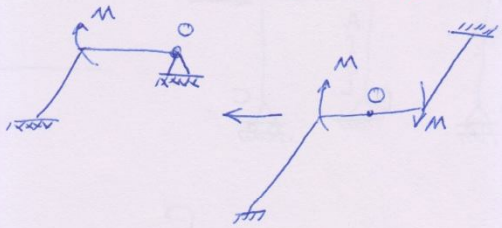


با توجه به اینکه تعادل و تقارن همزمان با هم اتفاق می افتد چون دوبیردی محوری در طرفین محور تقارن به صورتی است که هم سو هستند و با عث شت ـ عضو می گردد باید مقدار آن صفر گردد . هیچ تکیه هم صورتی است که همدیگر را خنثی می کنند ولذا مقدار آن هم صفر است بنابراین تکیه گاه غلتکی ساده می توانیم استفاده می کنیم .



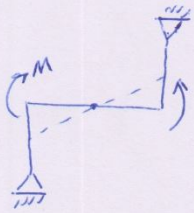
۳ ـ تقارن مرکزی با بار پادمتقارن :





برای تعادل و تقارن هندسی باید جابجایی های افقی و قائم و گلگاه در مرکز تقارن صفر باشد

۴ ـ تقارن مرکزی با بار متقارن :



در این حالت جابجایی و گلگاه و شیب و برش پادمتقارن هستند . شیب و برش در مرکز تقارن صفر هستند نیروهای محوری و برشی صفر هستند ولی گلگاه خمشی مخالف صفر است . تکیه گاه خاصی را نمی توان پیشنهاد داد . در این حالت جابجایی هم صفر نیست .

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

به نام خدا

نام درس: تحلیل سازه 1 — سؤالات امتحانی پایان ترم — سال

نام مدرس: دلبستانی — مدت امتحان: ۱۸۰ دقیقه

نمره نهایی	نمره پایانی	فعالیت کلاسی	میان ترم
٪۱۰۰	٪۷۰	٪۵	٪۲۵

وسایلی که دانشجو مجاز است همراه داشته باشد: کتاب ☐ جزوه ☐ ماشین حساب ☑ در صورت مجاز بودن کتاب، عنوان کتاب:

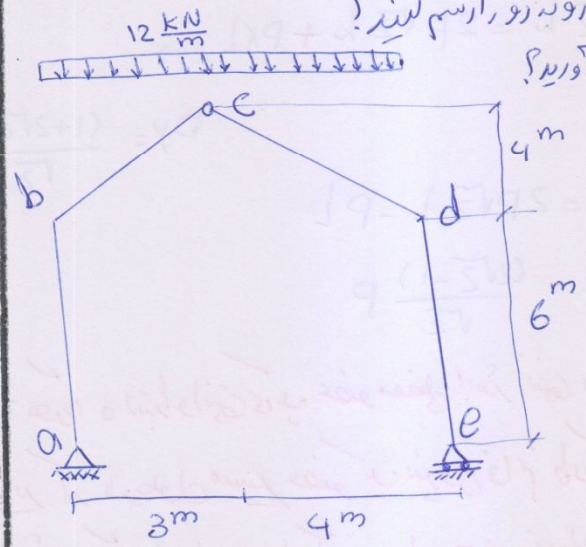
نام و نام خانوادگی: رشته: شماره صندلی: شماره دانشجویی:

بارم

۱ دیاگرام برش و خمش سازه روبرو را رسم کنید؟

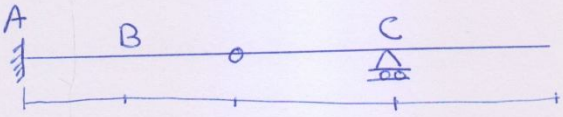
- جابجایی افقی نقطه b را بدست آورید؟

نمره تحلیل سازه



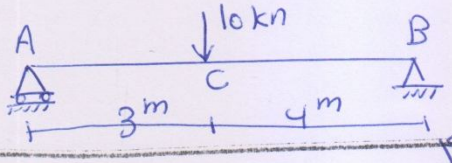
۲ خط تأثیر M_C و V_B و M_A را رسم کنید

نمره ۲۰



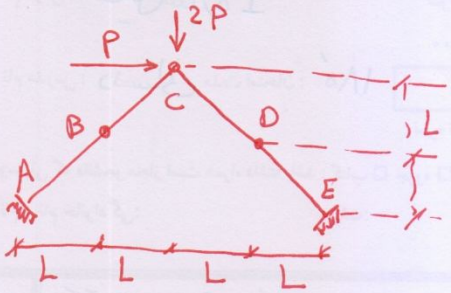
۳ با استفاده از روش تیر مزدوج θ_A و δ_B را بدست آورید.

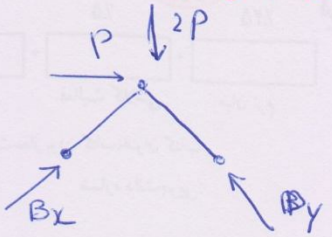
نمره ۲۵



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

- در قاب شکل زیر با صرفنظرکردن از تغییر شکلهای محوری، تغییر مکان افقی مفصل B چقدر است؟ (صنعتی ۳۷ سهند)





$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 \longrightarrow D_y \times \sqrt{2}L = 2P\sqrt{2}L + P \times L \longrightarrow$$

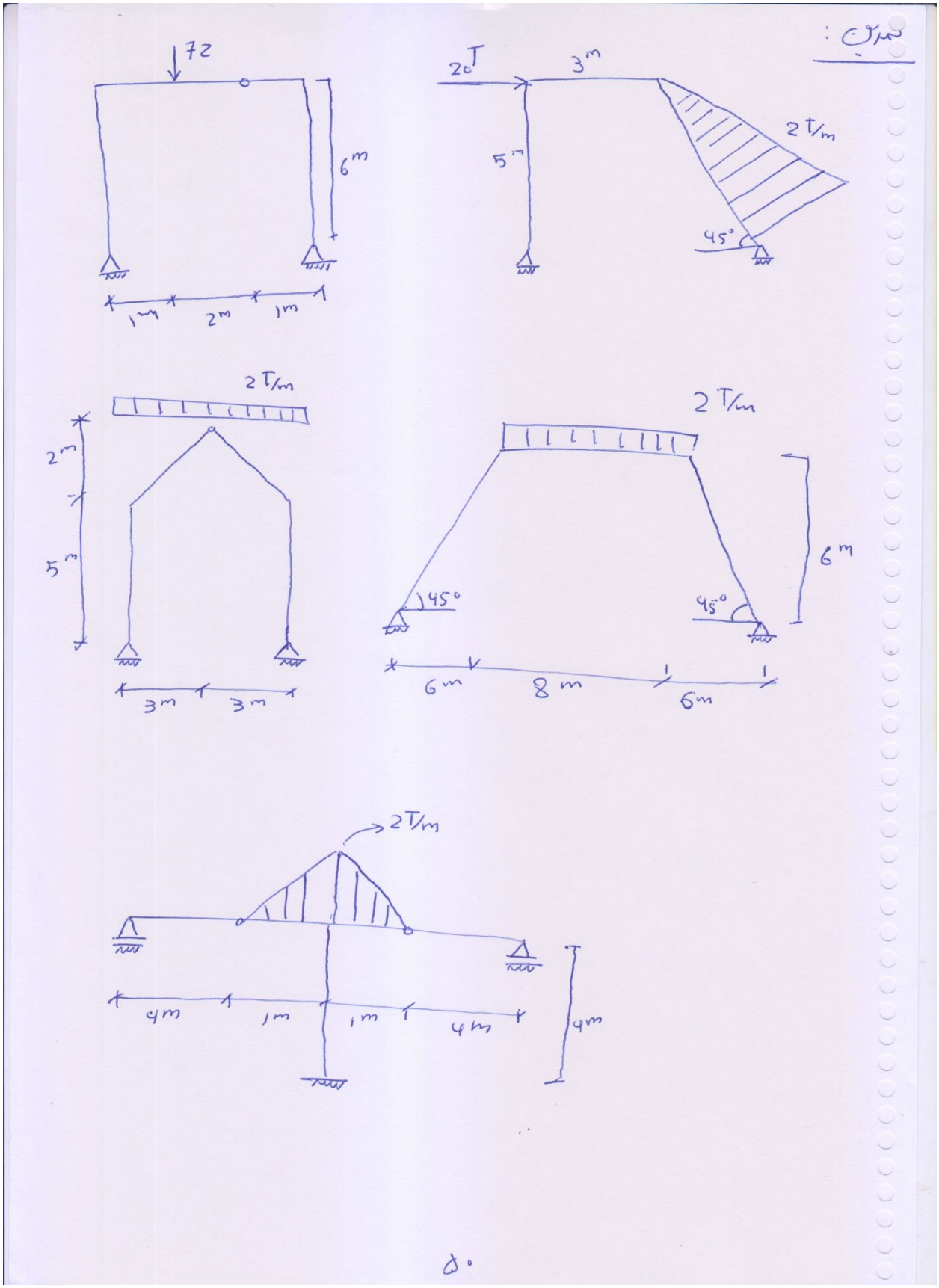
$$D_y = \frac{(1+2\sqrt{2})}{\sqrt{2}} P$$

$$+\circlearrowleft \sum M_D = 0 \longrightarrow B_x \times \sqrt{2}L = 2P\sqrt{2}L - PL$$

$$B_x = \frac{(2\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}} P$$

تذکر: هرگاه در ابتدا و انتهای یک عضو مفصلی باشد تنها در صورتی نیروی برشی و لنگر در جسم بوجود می آید که در طول مسیر عضو کی نیروی قائم وارد گردد. در این شکل عضو BC در طول مسیرش هیچ گونه نیروی وارد نگردیده است بنابراین نیروی برشی و لنگر انتقال نمی دهد پس در عضو AB هم نیروی برشی و لنگر برابر صفر و تغییر مکان B نیز برابر صفر است.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

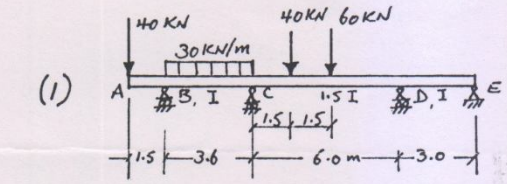


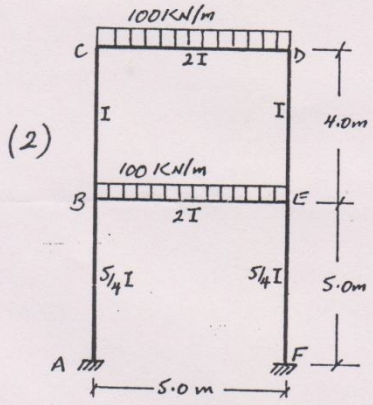
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

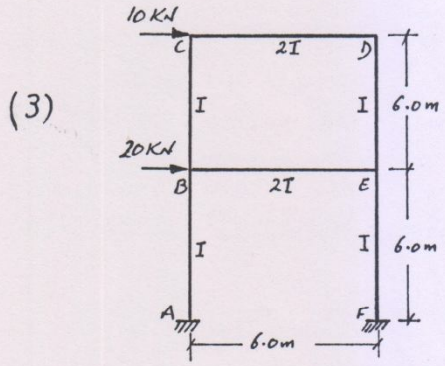
STRUCTURAL ANALYSIS II

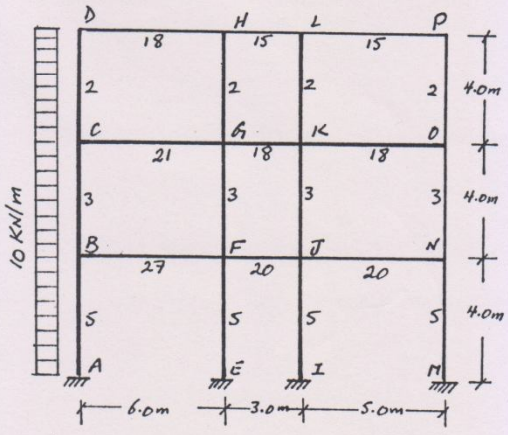
WORK SHEET 4 — KANI METHOD

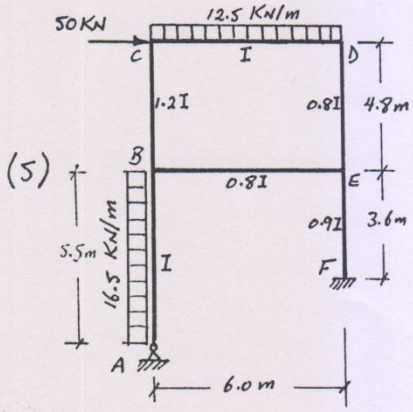
1. Analyse the continuous beam shown in figure (1) for end moments (E is constant).
2. Analyse the frame of figure (2) for end moments taking advantage of symmetry.
3. Using anti-symmetry (skew-symmetry), analyse the frame of figure (3) under lateral load shown.
4. Analyse the frame of figure (4) when subjected to the wind load shown. The stiffness values (K) are marked along the members.
5. Analyse the frame of figure (5) for end moments.











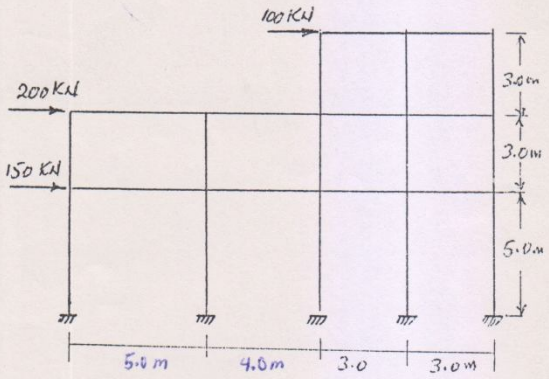
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

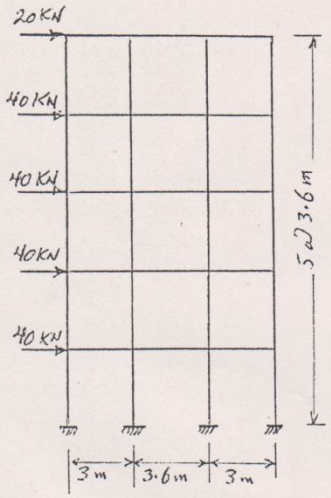
STRUCTURAL ANALYSIS II

Work-sheet (1)

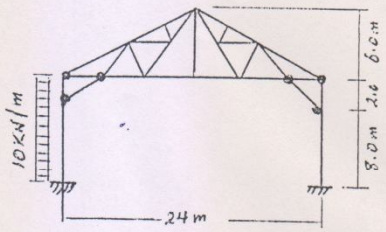
(PORTAL, CANTILEVER And FACTOR Methods)

1. Analyse the frames shown using the approximate Portal, Cantilever and Factor methods.

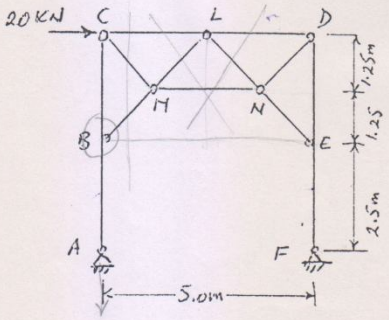




2. Use the Portal method to draw the shear force and bending moment diagrams for the mill bent shown.



3. Fully analyse the mill bent shown using an approximate method.



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

EXAMPLE SHEET (8)

بام حل ۱

تحلیل سازه ۱

INDETERMINATE STRUCTURES

تحلیل سازه های نامعین

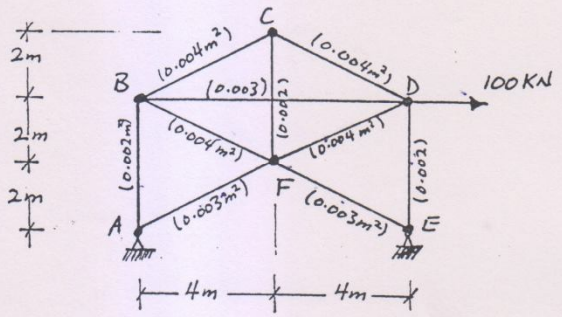
i) - CONSISTENT DEFORMATION

ii) - THREE-MOMENT THEOREM

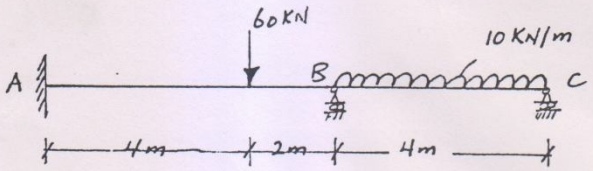
۱- تغییرمکان سازگار

۲- قضیه سه - لنگر

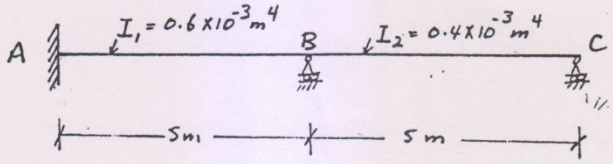
8.1- USE CONSISTENT DEFORMATION METHOD TO FULLY ANALYSE THE TRUSS SHOWN BELOW. BAR AREAS ARE GIVEN IN PRANTHESES. $E = 200 \times 10^6$ KN/m^2.



8.2 USE CONSISTENT DEFORMATION METHOD TO ANALYSE THE BEAM SHOWN BELOW. DRAW THE SHEAR FORCE AND BENDING MOMENT DIAGRAMS, $E = 200 \times 10^6$ KN/m^2.

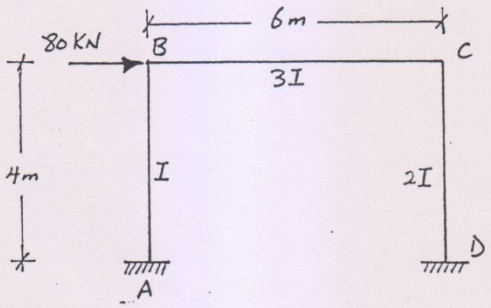


8.3 USE CONSISTENT DEFORMATION METHOD TO ANALYSE THE BEAM SHOWN BELOW UNDER A VERTICAL SETTLEMENT OF THE SUPPORT C OF 10 mm AND A CLOCKWISE ROTATION OF 0.005 RADIAN OF SUPPORT A. DRAW SHEAR FORCE AND B.M. DIAGRAMS, $E = 200 \times 10^6$ KN/m^2.

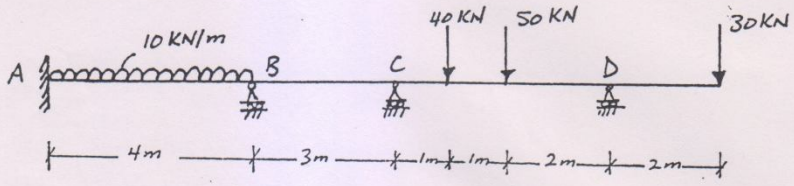


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

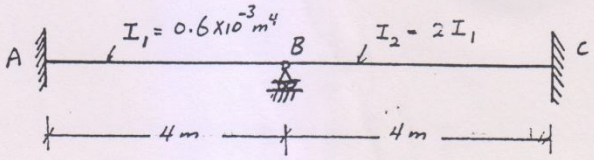
8.4 USE CONSISTENT DEFORMATION METHOD TO ANALYSE THE FRAME SHOWN BELOW. DRAW S.F. AND B.M. DIAGRAMS, E = CONSTANT.



8.5 USE THE THREE-MOMENT THEOREM TO FIND THE BENDING MOMENTS AT SUPPORTS A, B, C AND D OF THE BEAM SHOWN. DRAW THE S.F. AND B.M. DIAGRAMS, $E = 200 \times 10^6$ KN/m², $I = 1 \times 10^{-3}$ m⁴.



8.6 USE THE THREE-MOMENT THEOREM TO FULLY ANALYSE THE BEAM SHOWN BELOW WHEN THERE ARE CLOCKWISE ROTATION OF 0.005 RADIAN OF SUPPORT A, ANTICLOCKWISE ROTATION OF 0.006 RADIANS OF SUPPORT C AND 10 mm SETTLEMENT OF SUPPORT B. ($E = 200$ KN/m²).



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

EXAMPLE SHEET (6)

تحلیل سازه ۱

مثال ۶

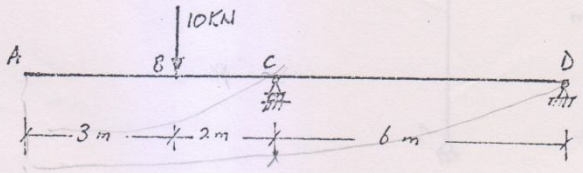
ELASTIC DEFORMATION

تغییر مکان الاستیک

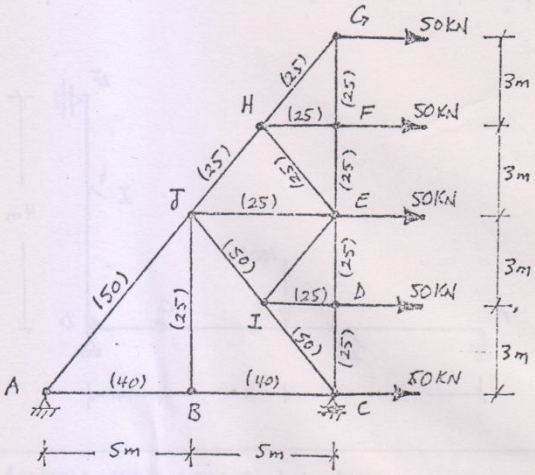
i) - VIRTUAL WORK
ii) - AREA MOMENT
iii) - ELASTIC LOAD

۱- کار مجازی
۲- گشتاور سطح
۳- بار الاستیک

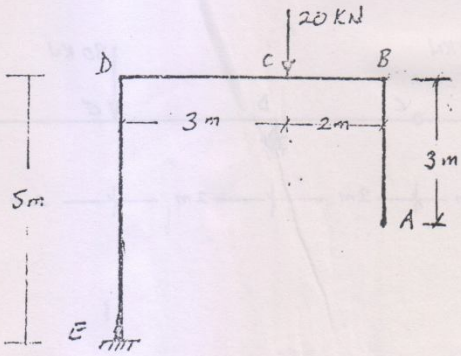
6.1 USE THE METHOD OF VIRTUAL WORK TO FIND THE VERTICAL DISPLACEMENT AND ROTATION AT POINT A, ($E = 200\ KN/m^2$, $I = 0.3 \times 10^{-3}\ m^4$)



6.2 USE THE METHOD OF VIRTUAL WORK TO FIND THE ANGULAR ROTATION OF MEMBER BJ OF THE TRUSS SHOWN BELOW. ($E = 200\ KN/m^2$. AREAS OF BARS GIVEN IN PARENTHESES in cm^2)

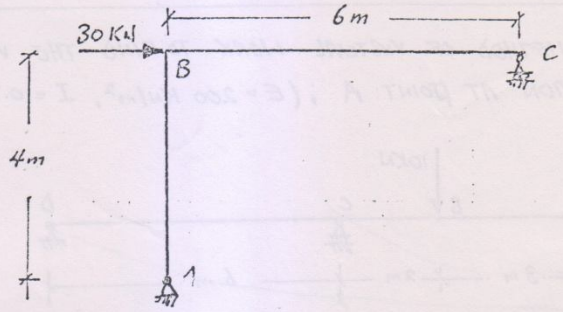


6.3 USE THE METHOD OF VIRTUAL WORK TO FIND THE HORIZONTAL AND VERTICAL DEFLECTION AND ROTATION OF POINT A OF THE FRAME SHOWN. ($I = 0.2 \times 10^{-3}\ m^4$, $E = 200\ KN/m^2$)

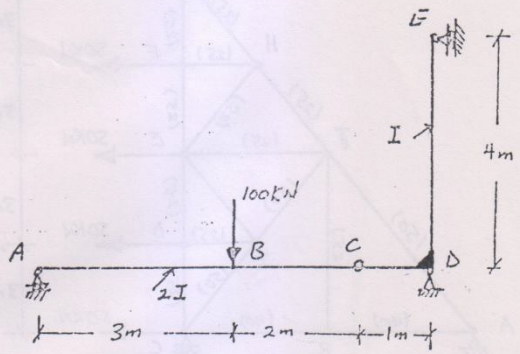


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

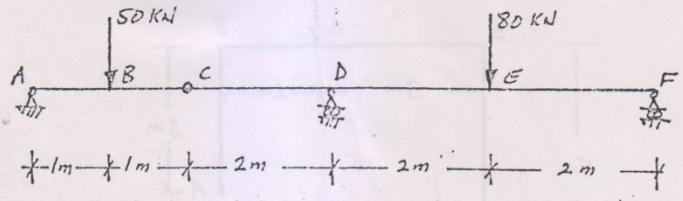
6.4 USE THE AREA MOMENT METHOD TO CALCULATE THE MAXIMUM HORIZONTAL DEFLECTION IN MEMBER AB AND MAXIMUM VERTICAL DEFLECTION IN MEMBER BC OF THE FRAME SHOWN BELOW ($E = 200\ KN/m^2$, $I = 0.25 \times 10^{-3}\ m^4$)



6.5 USE THE ELASTIC-LOAD METHOD TO DETERMINE THE MAXIMUM HORIZONTAL AND VERTICAL DEFLECTIONS OF THE FRAME STRUCTURE SHOWN (MEMBERS AD AND DE ARE RIGIDLY CONNECTED AT D). $E = 200\ KN/m^2$, $I = 0.3 \times 10^{-3}\ m^4$.



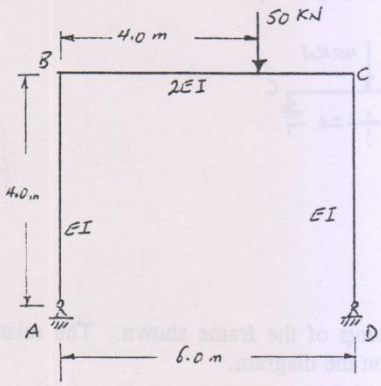
6.6 USE AREA-MOMENT METHOD AND ELASTIC-LOAD METHOD TO EVALUATE THE VERTICAL DEFLECTION AT EVERY 1m OF SPAN AND THE MAXIMUM DEFLECTION OF SPAN DF. ($E = 200\ KN/m^2$, $I = 0.5 \times 10^{-3}\ m^4$).

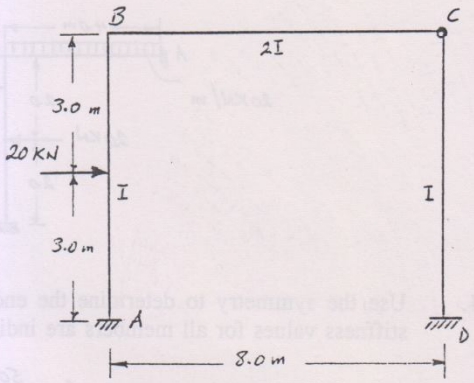


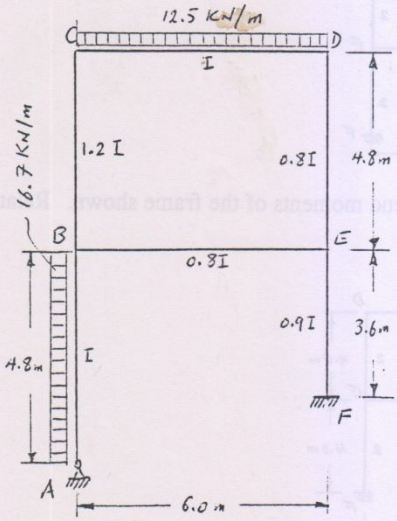
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

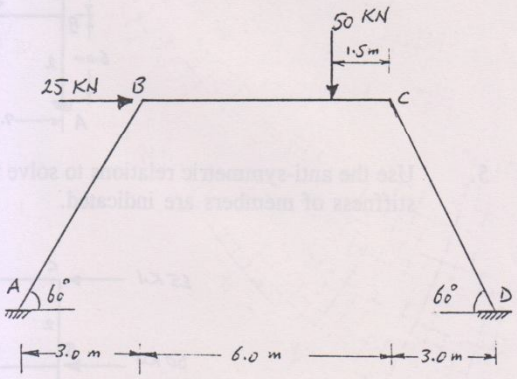
www.saeidroozafzai.abarblog.ir وبلاگ جامع مهندسی عمران گچساران

1. Determine the end moments of the members of the frames shown using the Moment-distribution method. EI for all members are constant unless specified on the diagram.



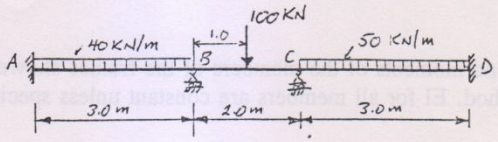




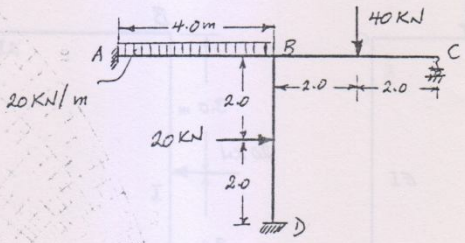


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

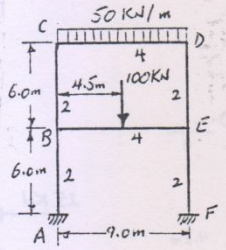
2. Determine the support moments for the continuous beam shown, using the moment distribution method. Under the load, support A has rotated 0.002 rad. clockwise and support B has settled vertically by 5.0 mm.
For all members; $I = 0.00035\ m^4$, $E = 2 \times 10^8\ KN/m^2$.



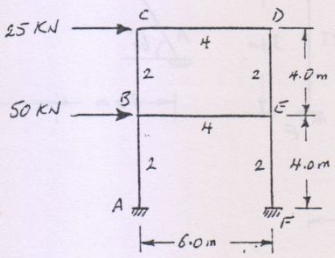
3. Draw the bending moment diagram for the frame shown. Support D settles for 3.0 mm under the load. E and I are the same as example 2 (above).



4. Use the symmetry to determine the end moments of the frame shown. The relative stiffness values for all members are indicated on the diagram.

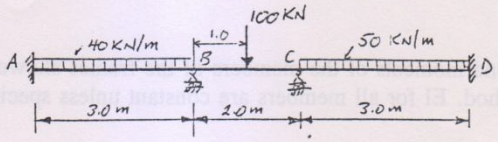


5. Use the anti-symmetric relations to solve for end moments of the frame shown. Relative stiffness of members are indicated.

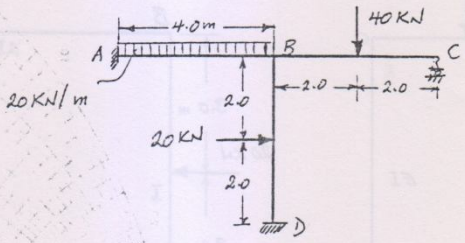


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

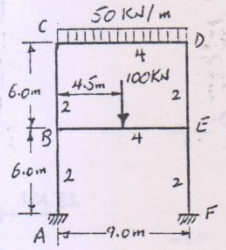
2. Determine the support moments for the continuous beam shown, using the moment distribution method. Under the load, support A has rotated 0.002 rad. clockwise and support B has settled vertically by 5.0 mm.
For all members; $I = 0.00035\ m^4$, $E = 2 \times 10^8\ KN/m^2$.



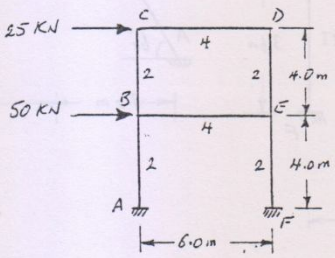
3. Draw the bending moment diagram for the frame shown. Support D settles for 3.0 mm under the load. E and I are the same as example 2 (above).



4. Use the symmetry to determine the end moments of the frame shown. The relative stiffness values for all members are indicated on the diagram.



5. Use the anti-symmetric relations to solve for end moments of the frame shown. Relative stiffness of members are indicated.



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

تحلیل سازه ۱

ELASTIC DEFORMATION

iv)- CONJUGATE BEAM METHOD

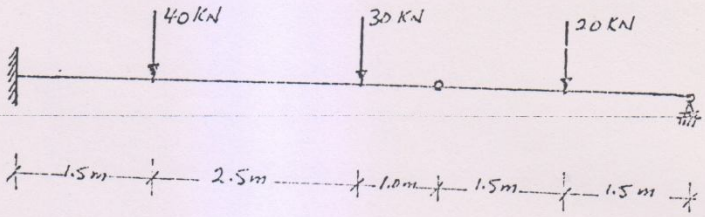
v)- WILLIOT-MOHR METHOD

تغییر مکان الاستیک

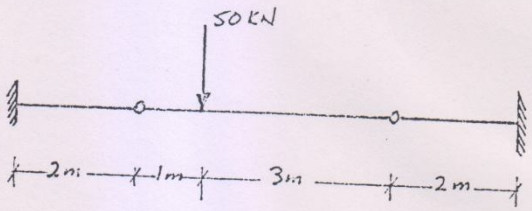
۴- تیر مزدوج

۵- روش ویلیوت-مور

7.1 USE THE CONJUGATE-BEAM METHOD TO EVALUATE THE MAXIMUM VERTICAL DEFLECTION OF THE BEAM SHOWN BELOW (CONSTANT E AND I)



7.2 USE THE CONJUGATE-BEAM METHOD TO COMPUTE THE POSITION AND MAGNITUDE OF THE MAXIMUM VERTICAL DEFLECTION OF THE BEAM SHOWN BELOW ($E = 2\times10^{8}\ KN/m^2$, $I = 0.4\times10^{-3}\ m^4$).



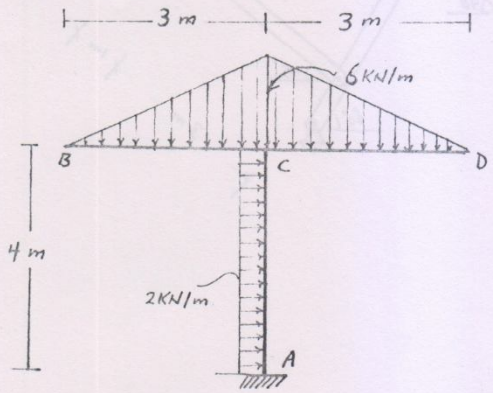
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

EXAMPLE SHEET (4)

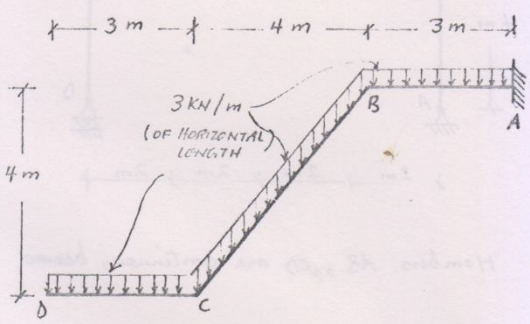
DETERMINATE FRAMES

4.1 - CALCULATE THE REACTIONS, SHEAR FORCES AND BENDING MOMENTS FOR THE FRAME STRUCTURES SHOWN BELOW. DRAW THE LOAD, SHEAR AND BENDING MOMENT DIAGRAMS FOR EACH FRAME

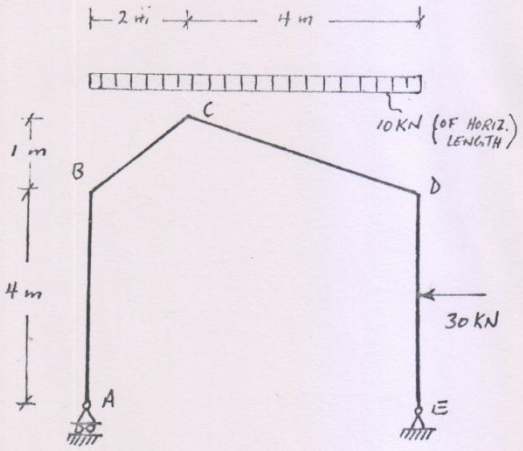
(a)



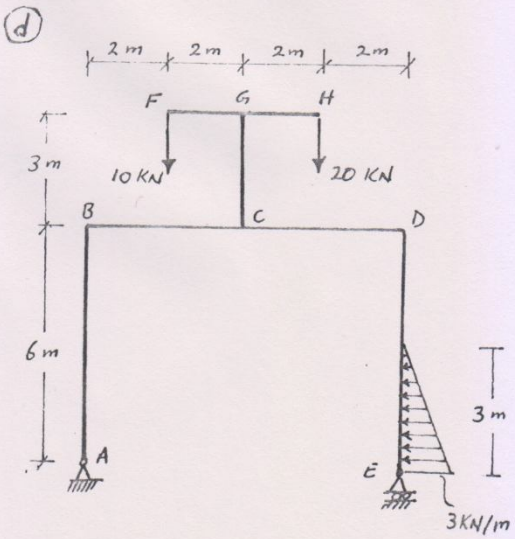
(b)



(c)



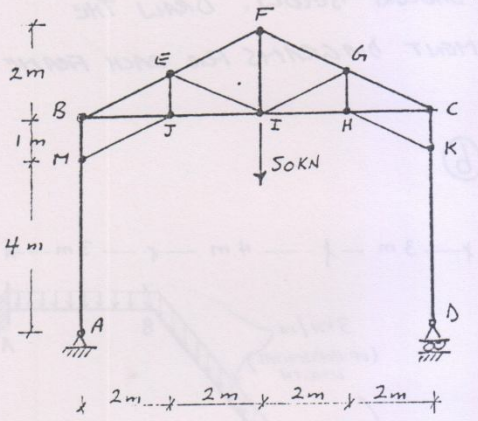
(d)



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

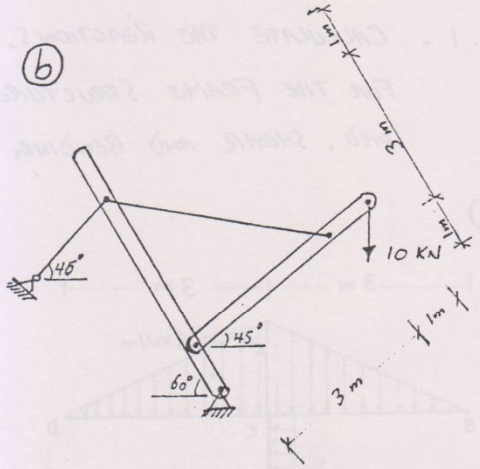
4.2 - ANALYSE THE COMPOSITE STRUCTURES SHOWN BELOW, DRAW THE LOAD, SHEAR, BENDING MOMENT AND THE AXIAL LOAD DIAGRAMS.

(a)



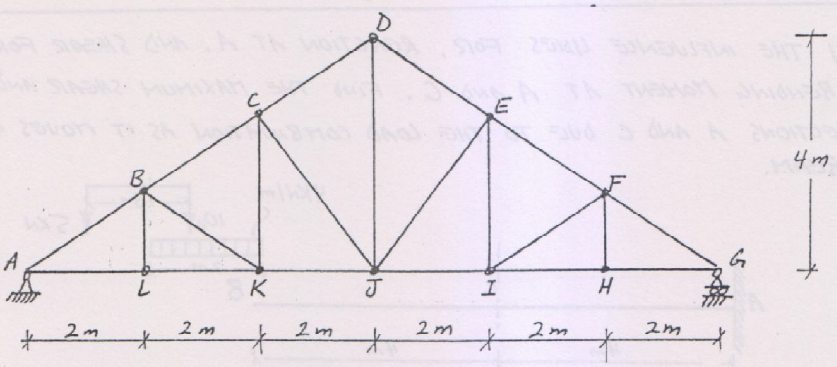
Members AB, CD are continuous beams

(b)

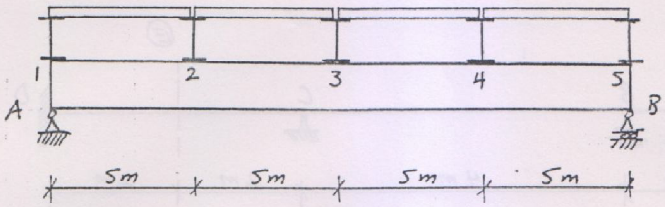


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

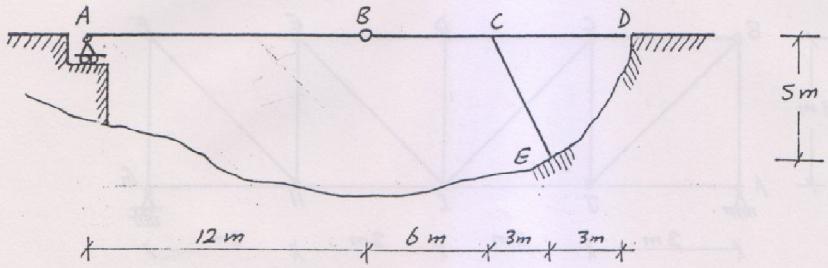
5.4 DRAW THE INFLUENCE LINES FOR MEMBERS BC, CJ, CK AND KJ OF THE TRUSS SHOWN BELOW.



5.5 DRAW THE INFLUENCE LINES FOR REACTION AT B, SHEAR IN PANEL 3-4 AND BENDING MOMENT IN PANEL POINT 2 OF THE GIRDER BRIDGE SHOWN BELOW.



5.6 DRAW THE INFLUENCE LINES FOR REACTION AT A, SHEAR FORCE AT B AND BENDING MOMENT AT SUPPORT E OF THE FRAME BRIDGE SHOWN BELOW



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

EXAMPLE SHEET (5)

بام حدا

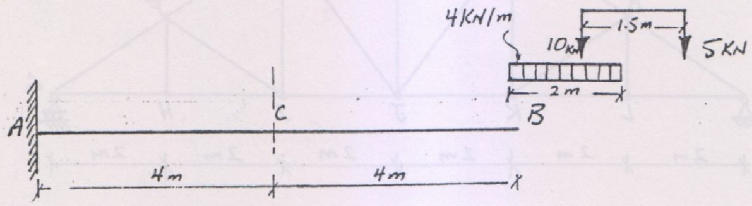
خطوط تأثیر

INFLUENCE LINES

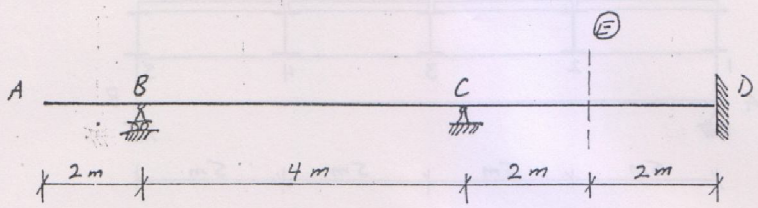
مسائل ۵

تحلیل سازه ۱

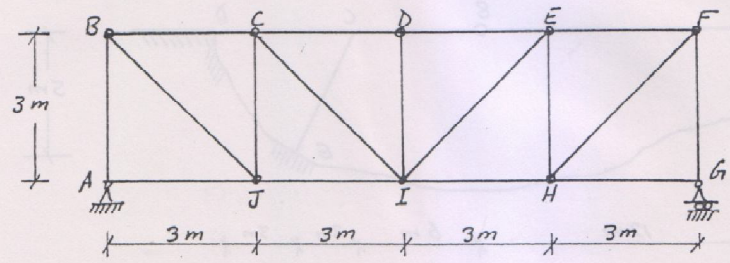
5.1 DRAW THE INFLUENCE LINES FOR, REACTION AT A, AND SHEAR FORCE AND BENDING MOMENT AT A AND C. FIND THE MAXIMUM SHEAR AND MOMENT AT SECTIONS A AND C DUE TO THE LOAD COMBINATION AS IT MOVES OVER THE BEAM.



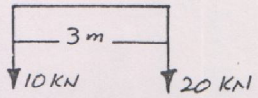
5.2 DRAW THE INFLUENCE LINES FOR REACTIONS AT B AND C & SHEAR AND BENDING MOMENT AT C AND E OF THE BEAM SHOWN BELOW, USING THE VIRTUAL WORK.



5.3 DRAW THE INFLUENCE LINES FOR MEMBERS CD, IJ, CI, FH, EH OF THE TRUSS SHOWN BELOW.



WHAT IS THE MAXIMUM FORCE IN ABOVE MEMBERS DUE TO THE MOVING FORCE SYSTEM SHOWN AS IT TRAVELS OVER THE BOTTOM CORD



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

EXAMPLE SHEET (8)

INDETERMINATE STRUCTURES

i) - CONSISTENT DEFORMATION

ii) - THREE-MOMENT THEOREM

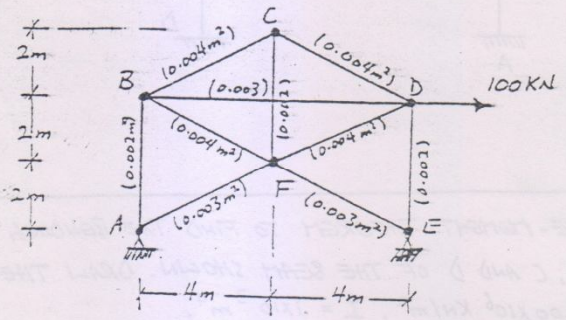
تحلیل سازه ۱

تحلیل سازه های نامعین

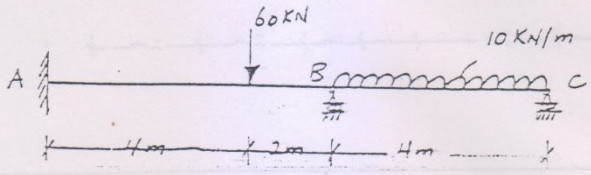
۱- تغییر مکان سازگار

۲- قضیه سه - لنگر

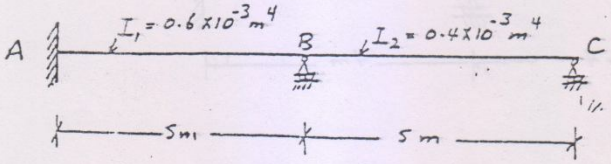
8.1- USE CONSISTENT DEFORMATION METHOD TO FULLY ANALYSE THE TRUSS SHOWN BELOW. BAR AREAS ARE GIVEN IN PRANTHESES. $E = 200 \times 10^6$ KN/m^2.



8.2 USE CONSISTENT DEFORMATION METHOD TO ANALYSE THE BEAM SHOWN BELOW. DRAW THE SHEAR FORCE AND BENDING MOMENT DIAGRAMS, $E = 200 \times 10^6$ KN/m^2.

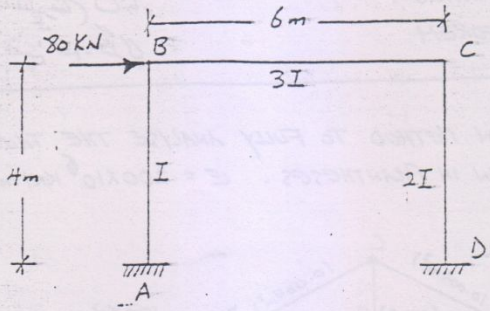


8.3 USE CONSISTENT DEFORMATION METHOD TO ANALYSE THE BEAM SHOWN BELOW UNDER A VERTICAL SETTLEMENT OF THE SUPPORT C OF 10 mm AND A CLOCKWISE ROTATION OF 0.005 RADIAN OF SUPPORT A. DRAW SHEAR FORCE AND B.M. DIAGRAMS, $E = 200 \times 10^6$ KN/m^2.

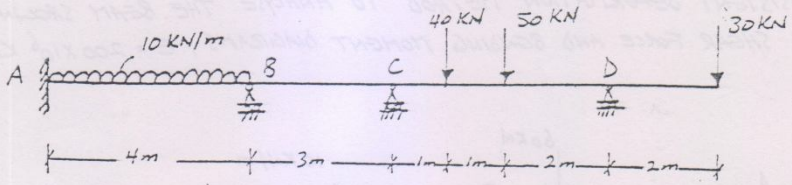


Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

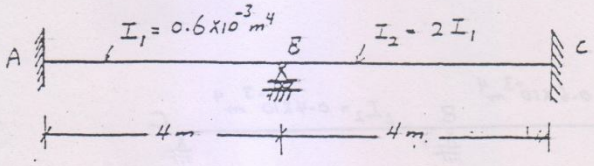
8.4 USE CONSISTENT DEFORMATION METHOD TO ANALYSE THE FRAME SHOWN BELOW. DRAW S.F. AND B.M. DIAGRAMS, E = CONSTANT.



8.5 USE THE THREE-MOMENT THEOREM TO FIND THE BENDING MOMENTS AT SUPPORTS A, B, C AND D OF THE BEAM SHOWN. DRAW THE S.F. AND B.M. DIAGRAMS, $E = 200 \times 10^6$ KN/m², $I = 1 \times 10^{-3}$ m⁴.



8.6 USE THE THREE-MOMENT THEOREM TO FULLY ANALYSE THE BEAM SHOWN BELOW WHEN THERE ARE CLOCKWISE ROTATION OF 0.005 RADIAN OF SUPPORT A, ANTICLOCKWISE ROTATION OF 0.006 RADIANS OF SUPPORT C AND 10 mm SETTLEMENT OF SUPPORT B. ($E = 200$ KN/m²).



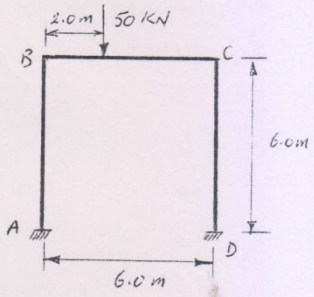
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

STRUCTURAL ANALYSIS II

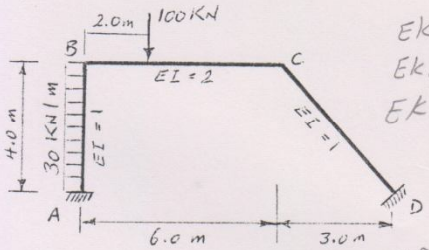
Work Sheet 2 Slope-Deflection

Use the slope deflection method to analyse the frames shown below. Draw the deflected shape and bending moment diagrams. EI for all members are the same unless specified on the diagram.

(a)



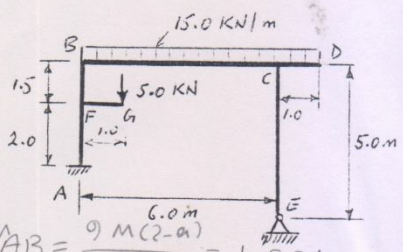
(b)



$Ek\theta_B = 8.78$
$Ek\theta_C = -7.31$
$Ek\psi = 6.79$

$M_{AB} = -63.8$ $M_{BA} = 34.7$
$M_{CB} = 56.09$ $M_{BC} = -34.7$
$M_{DC} = -44.5$ $M_{CD} = -56.09$

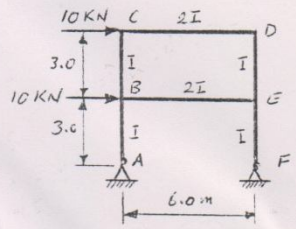
(c)



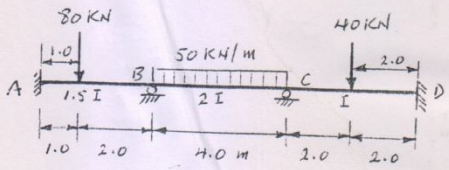
$FEM_{AB} = \frac{9M(2-a)}{L} = 1.53 kN.m$

$\theta_E \neq 0$

(d)



(e)



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

c) $6.33EkO_B - 4.8EkO_C - 44.18 = 0$

$5.13EkO_C - 1.17EkO_B + 1.4EkO_E - 2.94Ek\psi_1 - 37.5 = 0$

$30EkO_B + 9.8EkO_C + 7.9EkO_E - 70.29 + 36.7 = 0$

$4EkO_E + 23EkO_C - 6Ek\psi = 0$

$M_{AB} = -6.13$ $M_{BC} = -22.62$ $M_{CE} = -30.7$

$M_{BA} = 22.6$ $M_{CB} = 35.19$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

به نام خدا

نام درس: تحلیل سازه I — سؤالات امتحانی پایان ترم دوم — سال ۹۱-۹۲

نام مدرس: دستانی — مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه

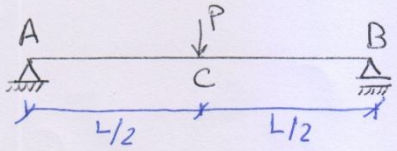
نمره نهایی	نمره پایانی	فعالیت کلاسی	میان ترم
٪۱۰۰	٪۷۰	٪۵	٪۲۵

وسایلی که دانشجو مجاز است همراه داشته باشد: کتاب ☐ جزوه ☐ ماشین حساب ☐ در صورت مجاز بودن کتاب، عنوان کتاب:

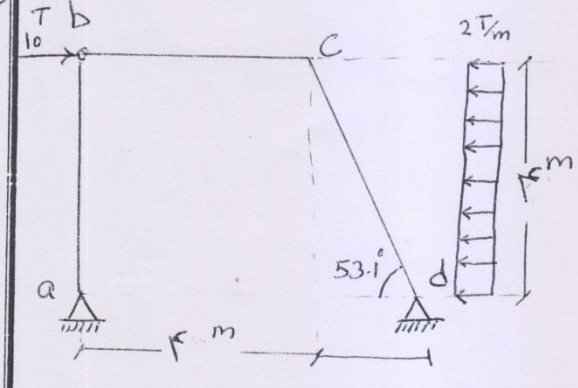
نام و نام خانوادگی: محسن زمانی نژاد — رشته: — شماره صندلی: — شماره دانشجویی:

بارم

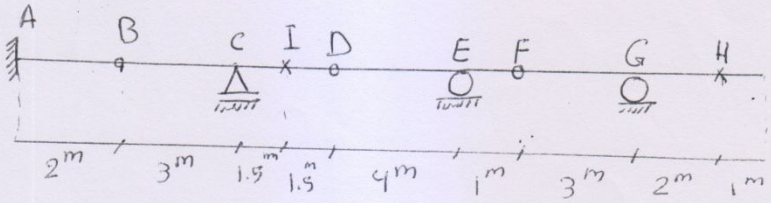
۱ (۳۵) جابجایی و دوران نقطه C را به روشهای بار واحد و کانگرسطح و تیر مزدوج حساب کنید.



۲ (۴۰) میزان جابجایی افقی نقطه b را بدست آورید؟



۳ (۳۰) $R_E, M_A, R_A, V_D, M_I, V_I, M_C, V_C^R, V_C^L$ و c_y خط تأثیر را رسم کنید؟



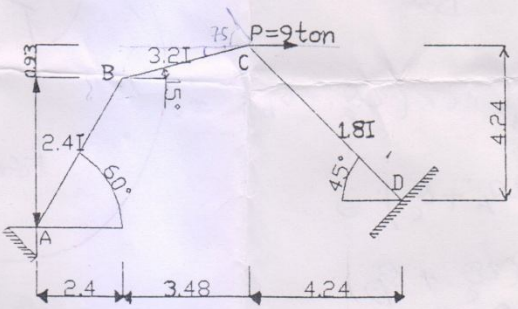
Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

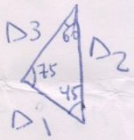
امتحان پایان ترم تحلیل سازهٔ ۲ - تابستان ۸۱

نام و نام خانوادگی: تاریخ:

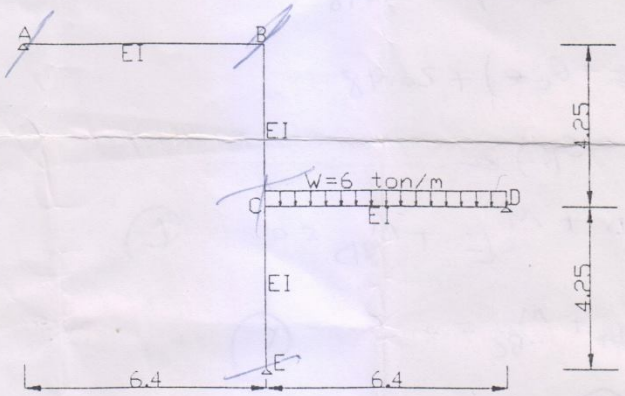
شمارهٔ دانشجویی: وقت امتحان:

۱- در قاب شکل زیر با استفاده از روش پخش لنگر، لنگرهای خمشی مؤثر در گره ها را بدست آورده و منحنی لنگر خمشی را برای آن رسم نمائید.

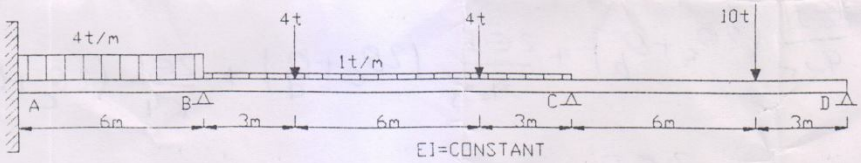




۲- با استفاده از روش شیب- افت قاب شکل زیر را آنالیز نموده و منحنی لنگر خمشی و نیروهای برشی را برای آن رسم نمائید.

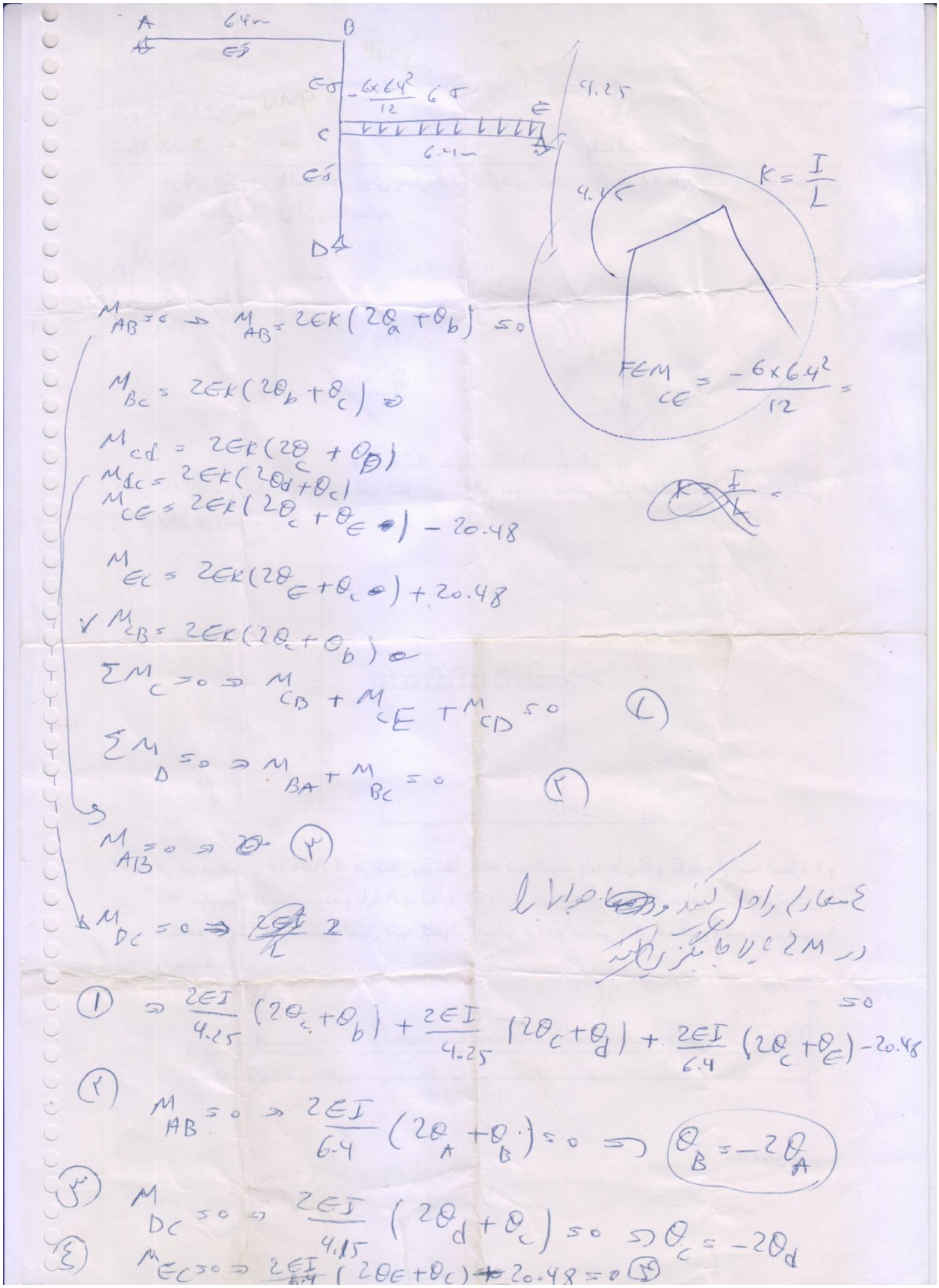


۳- در تیر سرتاسری ABCD که در شکل زیر نشان داده شده است، پایه های B و C بترتیب بـه انـدازهٔ ۱ و ۰/۵ سانتیمتر نشست نموده و پایهٔ A به اندازهٔ ۰/۱ رادیان در جهت عقربه های ساعت چرخیده است. بـا استفاده از روش کانی، عکس العمل تکیه گاهها را حساب کرده و منحنی لنگر خمشـی و نـیروی برشـی را رسم نمائید.

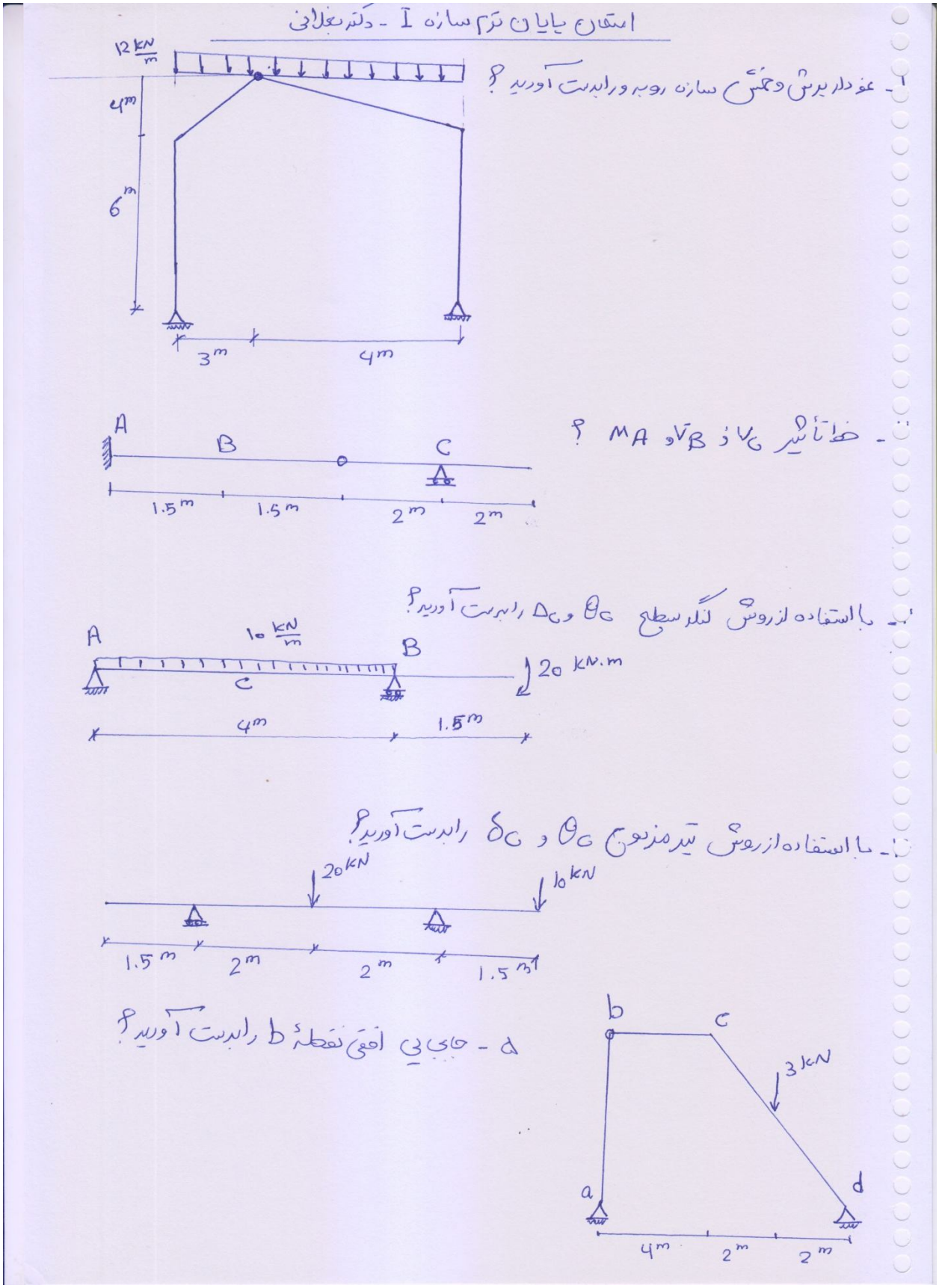


موفق باشید.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



۱- عوامل پیش و همگن سازه روبرو را بدست آورید؟

۲- خط تاثیر V_C از V_B و M_A؟

۳- با استفاده از روش کلاپیرون θ_C و Δ_C را بدست آورید؟

۴- با استفاده از روش تیر مزدوج θ_C و δ_C را بدست آورید؟

۵- حاجی افقی نقطه b را بدست آورید؟

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)