In the name of God

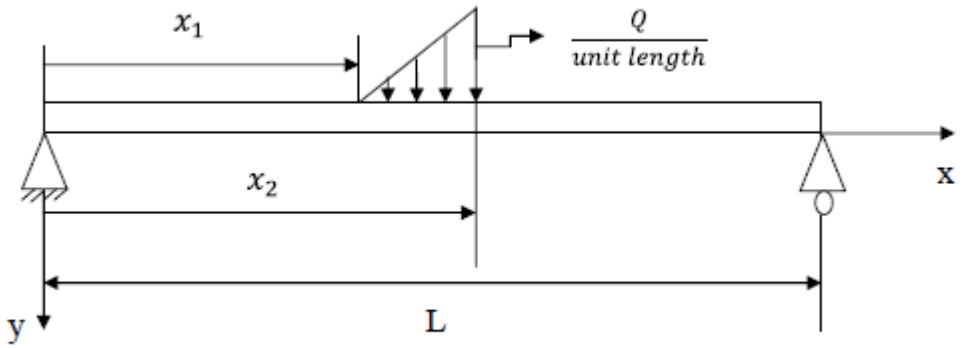
Semnan University, School of Mechanical Engineering

Engineering Mathematics Problems

(Set #3 Applications of Fourier series)

Dr. Mohammad S. Valipour ***Fall 2011***

۱) تیر زیر را در نظر بگیرید:



اگر معادله حاکم بر جابجایی عمودی تیر به صورت زیر باشد:

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{W(x)}{EI}$$

که E مدول الاسیسیته وI ممان اینرسی می باشد. بار را پریودیک فرض کرده و جابجایی عمودی تیر را تحت این بار بیابید.

۲) تیر نامحدود با تکیه گاه های الاستیک زیر را در نظربگیرید:

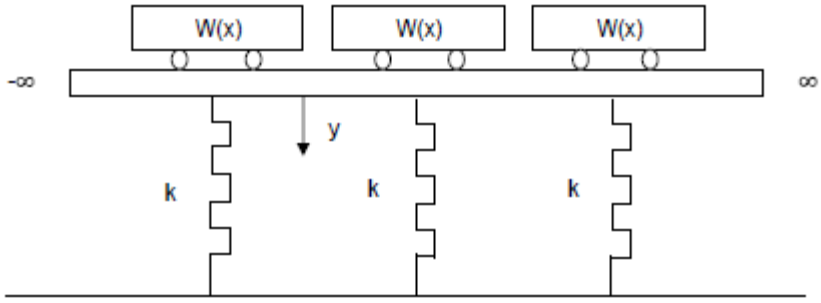
In the name of God

Semnan University, School of Mechanical Engineering

Engineering Mathematics Problems

(Set #3 Applications of Fourier series)

Dr. Mohammad S. Valipour ***Fall 2011***



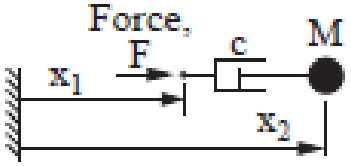
مطلوب است محاسبه ی y(خیز تیر)اگر نیروی w(x) به صورت پریودیک با دوره تناوب $4a$ به آن وارد شود.

راهنمایی:معادله حاکم بر تیر به صورت زیر می باشد:

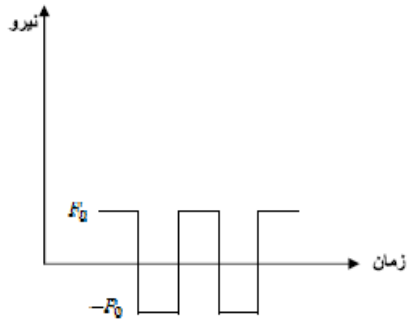
$$EIy^{(4)} = F_{total}$$

$$W(x) = \begin{cases} w_0 & |x| < a \\ 0 & in\ other\ points \end{cases}$$

۳) سیستم ارتعاشاتی زیر را در نظر بگیرید:



اگر نیروی هارمونیکی به صورت زیر به این سیستم وارد شود و ما این نیرو را به صورت بسط سری فوریه در آوریم و در آن فقط سه جمله اول بسط را در نظر بگیریم، چند درصد در جواب خطا ایجاد می شود؟



۴) برنامه نویسی(اختیاری-دارای نمره اضافی):

خطوط نقطه ای (Line Spectrum)

یک عبارت که شامل یک ترم سینوسی ویک ترم کسینوسی است را می توانیم به صورت یک عبارت کسینوسی با دوره تناوب مشابه به صورت زیر بنویسیم:

$$a\cos\theta + b\sin\theta = R\cos(\theta - \alpha)$$

که:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$
$$R = \sqrt{a^2 + b^2}$$

به طور مشابه می توانیم سری فوریه زیر را به صورت هارمونیک بنویسیم:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos\omega t + b_n \sin\omega t)$$
$$f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t - \phi_n)$$

که :

$C_1 \cos(\omega t - \phi_1)$ *called the fundamental*

$C_2 \cos(2\omega t - \phi_2)$ *called the* sec*ond harmonic*

$C_3 \cos(3\omega t - \phi_3)$ *called the third harmonic.....etc*

ϕ_n = *phase angle*

C_n = *harmonic amplitude* = $\sqrt{a_n^{\,2} + b_n^{\,2}}$

نمایش هر **harmonic amplitude** در موج رسم شده به صورت نقطه ای، **spectrum** نام دارد که در سیستم های ارتعاشاتی کاربرد دارد. به عنوان مثال وقتی که شما به موسیقی گوش می دهید اگر نگاهی به نوت های آن بیاندازید، ترکیبات مختلفی از هارمونیک ها را در آن مشاهده می کنید. در شکل زیر شما این ترکیبات را که از نوت یک فلوت بدست آمده است مشاهده می کنید . (به عنوان مثال G فرکانسی برابر 392HZ دارد).

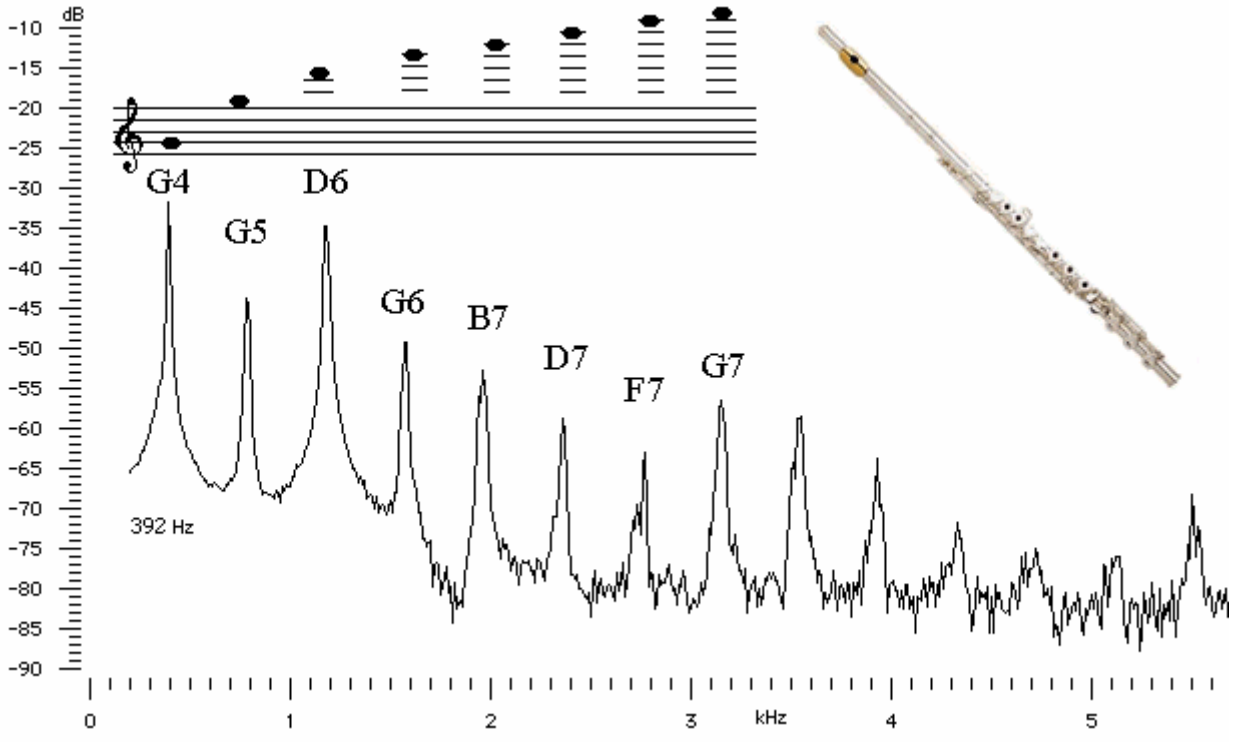
In the name of God

Semnan University, School of Mechanical Engineering

Engineering Mathematics Problems

(Set #3 Applications of Fourier series)

Dr. Mohammad S. Valipour ***Fall 2011***



به عنوان تمرین برای سری فوریه زیر **Spectrum** ها (نمودار C_n به صورت نقطه ای بر حسب n) و همچنین گراف $f(t)$ بر حسب t را به صورت جداگانه رسم کنید.

$$f(t)=\frac{\pi}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}\cos nt+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n}\sin nt$$