مکانیک سیالات

مهندس طه صالح زاده

بسم الله الرحمن الرحیم

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند. و **سلام و دورد بر محمّد و خاندان پاک او**، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان وامدار وجودشان است؛ و نفرین پیوسته بر دشمنان ایشان تا روز رستاخیز...

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجّل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی شائبه ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم.

اما از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تامین می کند و سلامت امانت هایی را که به دستش سپرده اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب " من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر اللّه عزّ و جلّ" از استاد با کمالات و شایسته؛ **جناب آقای مهندس طه صالح زاده** که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در امر تدریس دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی این درس را بر عهده گرفتندکمال تشکر و قدردانی را دارم.

باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

تقدیم به:

استاد گرامی جناب آقای مهندس طه صالح زاده

و تمامی دانشجویان رشته مهندسی عمران

سعید عبدی اناویز – زمستان ۱۳۹۲

مکانیک سیالات:

۱- بررسی خواص فیزیکی سیالات.
۲- سیالات در حال سکون، فشار هیدرواستاتیکی و تغییرات آن، نیروی وارد بر سطوح، شناوری و سکون نسبی.
۳- قوانین حاکم بر حرکت سیالات، انواع جریان، خط سیر جریان، روابط پیوستگی انرژی و مقدار حرکت.
۴- تجزیه و تحلیل ابعادی، مطالعات ابعادی، اعداد بدون بعد، اصول مدلهای هیدرولیکی.
۵- بررسی جریان ها در مجاری تحت فشار، جریان های لایه ای و آشفته، افت فشار در لوله ها، افت های موضعی، خط انرژی و شیب هیدرولیکی، لوله های مرکب (سری و موازی)
۶- نیروهای وارد بر اجسام ناشی از وجود سیال، قشر حد، جدایی، نیروی رانش، اصطحکاک و فشار، نیروی وارد بر ساختمانها و تأسیسات.

منابع:

۱- مکانیک سیالات، تالیف ایروینگ اچ . شیمز ، ترجمه مهندس علیرضا انتظاری
۲- مکانیک سیالات، تالیف استریتر- وایلی ، ترجمه مهندس کاشانی، معتمدی و ملک زاده

E-mail: saeid_abdi_a@yahoo.com

فصل اول

سیستم های ابعادی و واحدها:

تمام کمیت های فیزیکی را میتوان به صورت تابعی از کمیتهای اصلی بیان نمود.

$Mass$ → جرم → M → F

$Length$ → طول → L

$Time$ → زمان → T

$Temprture$ → $°t$

بقیه پارامترها را می توان بر حسب کمیتهای اصلی بیان نمود. مانند:

بعد F و بعد M قابل جایگزین کردن هستند

F=ma → [F] = [m] [a] = MLT^2

برای کارهای محاسباتی، گروهها و کشورهای مختلف واحدهایی برای ایجاد وضع نموده اند. در سیستم رایج آمریکا(uscs) پوند نیرو، فوت ثانیه و درجه رانکین به عنوان واحدهای اصلی به کار می رود.

$$1\ slug = \frac{1\ Lb}{1Ft/s^2}$$

در سیستم بین المللی واحدها (SI) از نیوتن، متر، ثانیه و درجه کلوین استفاده می شود.

1 N= 1kg × 1m/s^2

برخی از تبدیل واحدهای متعارف عبارتند از:

طول: 1 ft= 0.305 m , 1 in = 25.4 mm , 1 mil = 5280 ft = 1609 m

حجم: 1 gal = 0.0037854 m^3 , 1 gal = 231 in^3 , 1 L = 0.001 m^3

جرم: 1 lbm = 0.454 kg , 1 slug = 14.594 kg

نیرو: 1 lbf = 4.448 N , 1 kN = 224.8 lbf , 1 ton = 2000 lbf

درجه حرارت: °C = $\frac{5}{9}$ (°F - 32°) , °K = °C + 273.16° , °R = °F + 459.67°

مثال: واحد فشار در سیستم USCS برابر lbf/ft^3 است، مقدار آن در سیستم SI چقدر می باشد؟

$$\frac{1\ lbf}{1\ ft^2} \times \frac{4.448\ \mathrm{N}}{1\ lbf} \times \frac{1\ ft^2}{(0.305)^2\ m^2} = 47.9\ \mathrm{pa}$$

در سیستم SI دو واحد برای نیرو وجود دارد:

۱- نیوتن

۲- کیلوگرم

یک نیوتن به جرم یک کیلوگرم، شتاب یک متر بر مجزور ثانیه می دهد ($1\ ^{m}/_{s^2}$) و یک کیلو گرم نیرو به جرم یک کیلوگرم شتاب ۹٫۸۰۶ متر بر مجزور ثانیه می دهد. ($9.806\ ^{m}/_{s^2}$)

بنابراین: یک کیلوگرم نیرو معادل است با 9.806 N

در سیستم USES: 1 slug = 32.2 lbm

انواع معادلات:

۱- معادلات ابعادی همگن:

Q = A.$\mathcal{V}$

⇓

$[Q] = L^3\ T^{-1}$

$[A] = L^2$

$[\mathcal{V}] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$

۲- معادلات تجربی:

Q = $5A^2$

L^3T^{-1} $[A^2] = L^2$

بنابراین عدد ۵ برون بعد نیست.

نکته مهم:

طبق قانون همگنی ابعادی، معادله ای که از عملیات تحلیلی بدست آمده و مبین یک پدیده فیزیکی است باید در تمام سیستم های آحاد معتبر باشد.

مثال: نوع معادلات زیر را تعیین کنید؟

$\mathcal{V} = 15\ h + 3 \qquad [\mathcal{V}] = LT^{-1}$

$[h] = L \quad \Rightarrow$ معادله تجربی

$H = \frac{p}{\rho g} + \frac{\mathcal{V}^2}{2g} + z \qquad [\mathcal{P}] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{[m][a]}{[a]} = \frac{MLT^{-2}}{L^{-2}} = ML^{-1}T^{-2}$

$[\mathcal{P}] = \frac{[m]}{[v]} = ML^{-3}$

$[g] = LT^{-2}$

$$\frac{ML^{-1}T^{-2}}{ML^{-3} \times LT^{-2}} = L$$

$[V^2] = L^2T^{-2} \quad \Longrightarrow \quad \left[\frac{v^2}{2g}\right] = \frac{L^2T^{-2}}{LT^{-2}} = L$

پس یک معادله ابعادی است.

مفاهیم:

مکانیک سیالات: مطالعه قوانین و اصول حاکم بر تعادل سیالات.

تفاوت مکانیک جامدات و مکانیک سیالات:

۱- در مکانیک جامدات ذرات نسبت به هم حرکت نسبی ندارند (اجزاء صلب) در حالیکه در سیالات ذرات نسبت به هم حرکت نسبی دارند.

۲- در مکانیک جامدات، اجزاء قابل تفکیک هستند در حالیکه در مکانیک سیالات، سیال به صورت یک حجم کنترل و بررسی می شود.

علم مکانیک سیالات شاخه های مختلفی دارد:

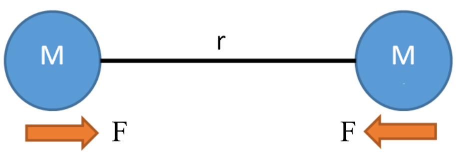
۱- استاتیک سیالات یا هیدرو استاتیک: بررسی سیال در حالت سکون یا تعادل ایستایی (فشار، نیرو و . . .)

۲- کینماتیک سیالات: مطالعه خصوصیات جریان (سرعت، هندسه جریان و . . .) بدون در نظر گرفتن نیروها و انرژی موثر.

۳- دینامیک سیالات: مطالعه خصوصیات جریان (سرعت، شتاب، جهت و . . .) در ارتباط با نیروهای موثر

مقایسه جامدات و سیالات:

۱- از نظر فاصله مولکولی:



قانون جاذبه نیوتنی $G = 6.673 \times 10^{-11}\ m^3/kg.s^2$ $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

در جامدات، فاصله مولکولی (r) بسیار کم ⇐ جاذبه زیاد ⇐ مولکولها متراکم تر و به صورت صلب هستند.

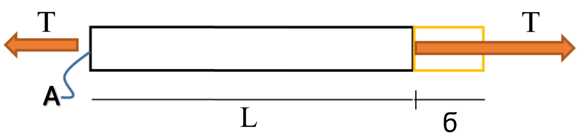
در سیالات، فاصله مولکولی بیشتر ⇐ جاذبه کمتر ⇐ مولکولها قابلیت حرکت نسبی ⇐ قابلیت جریان دارند.

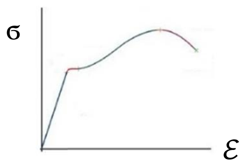
۲- از نظر تأثیر نیروها:

تراکم پذیری گازها تحت نیروی فشاری خیلی بیشتر از مایعات و در مایعات بیشتر از جامدات است.

۳- تحت نیروی کششی:

جامدات مقاومت کششی دارند و تا حدی نیز تغییر شکل آنها الاستیک (برگشت پذیر خطی) است.



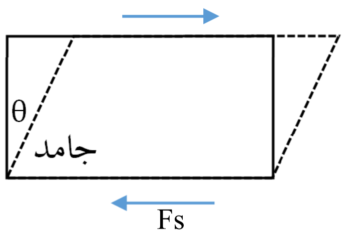


سیالات تحت نیروی کششی گسیخته (Fail) می شوند زیرا باند مولکولی قوی ندارند.

۴- تحت نیروی برشی:

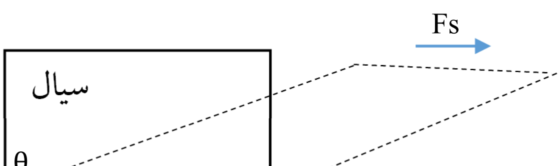
جامدات مقاومت برشـی دارند، تغییر فرم آنها در محدوده ارتجاعی متناسـب با تنش برشـی اسـت. در سـیالات نیروی چسبندگی مولکولی (مقاومت برشی) در برابر تنش خارجی ناچیز است. سیال تحت برش به طور دائم و پیوسته تغییر فرم یافته و برگشت پذیری ندارد، بنابراین سیال با اعمال تنش برشی به جریان در می آید.

θ یعنی تغییر شکل، تابع زمان نیست، بلکه نیروی برشی است



$\theta \neq f(t)$

تغییر شکل با اعمال نیروی برشی هر چند ناچیز شروع شده و ادامه می یابد.

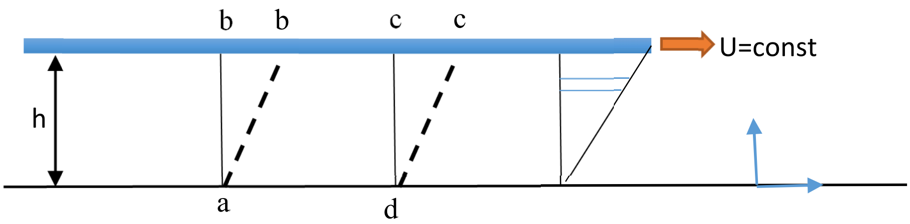


$\theta = f(t)$

تعریف سیال:

سیال ماده ای است که مادامیکه تحت تنش برشی قرار گرفته است به تغییر شکل ادامه میدهد، هرچند آن تنش برشی ناچیز باشد.

صفحه متحرك بالایی با سطح بزرگ A ، توسط نیروی یکنواخت کشیده می شود که با سرعت یکنواخت $\mathcal{V}$ حرکت میکند. اگر حجم مادی از موقعیت اولیه (abcd) به موقعیت (ab'cd') تغییرشکل یافته و جابجا شود در این صورت ماده مزبور، سیال است.



یعنی سیال در مقابل تنش برشی مقاومتی نشان نمی دهد و جریان می یابد، نتایج تجربی نشان میدهد که لغزشی بین سیال و صفحه متحرك بالایی به وجود نمی آید، ذرات سیال در تماس با صفحهٔ متحرك با همان سرعت u حرکت میکند. همچنین ذرات سیال در تماس با صفحهٔ ثابت پایینی تحت تنش برشی نبوده و حرکت نمی کند.

$$At : y = 0 \ \rightarrow u = 0$$

$$At : y = h \ \rightarrow u = v \qquad 0 < y < h \ \rightarrow \frac{du}{dy} \neq 0$$

وجود گرادیان سرعت $(\frac{du}{dy})$ نشانگر وجود مقاومت برشی بین ذرات و لایه های سیال است. این مقاومت برشی در سیال در اثر خاصیت چسبندگی یا لزجت (viscosity) است. این مقاومت در برابر تنش خارجی برشی ناچیز و تقریباً صفر است.

جریان آرام (Laminar Flow): سیال لزج، حرکت ذرات با سرعت کم و به موازات یکدیگر است.

$$F \times \frac{du}{dy} \qquad \rightarrow \qquad F \times A\frac{du}{dy} \ , \qquad F = MA\frac{du}{dy} \quad , \qquad \tau = \frac{F}{A} = M\frac{du}{dy}$$

$$F \times A \qquad \rightarrow$$

لزجت M:

ضریب تناسب بوده که اصطلاحاً شاخص فیزیکی سیال مربوط به چسبندگی بین ذرات نامیده می شود= ویسکوزیته.

Viscosity تابع نوع سیال و دماست.

تقسیم بندی سیالات:

۱- سیال واقعی: در سیال واقعی، خاصیت چسبندگی وجود دارد بنابراین مقاومت برشی بین لایه های سیال در برابر حرکت وجود دارد یا به اصطلاح بین لایه های سیال اصطحکاک وجود دارد یا اینکه گرادیان سرعت در عمق وجود دارد.

$$if:\quad \tau \neq 0 \Longrightarrow \frac{du}{dy} \neq 0 \quad \rightarrow \quad Flow$$ جریان

$$if:\quad \tau \neq 0 \;\rightarrow\; \frac{du}{dy} = 0 \quad \rightarrow$$ سیال ساکن

۱-۱- سیال نیوتنی: μ= const

در سیال نیوتنی مقدار μ ثابت است مانند گازها و سیالات رقیق و ساده مثل آب، ترکیبات ساده روغن و . . .

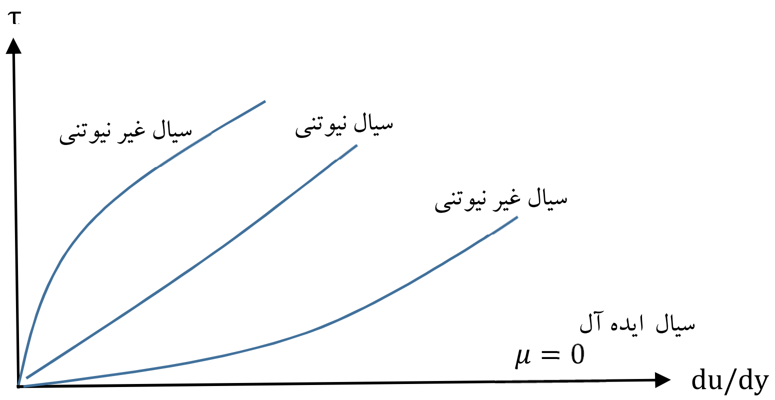
۱-۲- سیال غیر نیوتنی: μ≠const

مانند سیالات مرکب و غلیظ (خون، شیر، مواد نفتی سنگین، شیره نباتات و ...)

نکته: ویسکوزیتهٔ مایعات با افزایش دما کاهش می یابد در صورتیکه گازها رفتاری دقیقاً متضاد دارند.

۲- سیال ایده آل: سیالی فرضی است . بدون لزجت ⇐ بدون مقاومت برشی بین لایه ها ⇐ بدون اصطحکاک

یعنی با اعمال نیروی برشی خارجی، تمام حجم سیال با سرعت u حرکت می کند.



خواص فیزیکی سیالات:

۱- جرم مخصوص (الاستیسیته): جرم واحد حجم سیال

$$[\rho] = ML^{-3} = FL^{-4}T^{2} \ \rightarrow \ (SI: kg/m^{3})$$

۲- وزن مخصوص (specific weight): وزن واحد حجم سیال $\gamma = \frac{\text{وزن سیال}}{\text{حجم سیال}}$

$$\gamma = \frac{w}{v} \quad , \quad [\gamma] = FL^{-3} \qquad \rightarrow \ (SI: N/m^{3})$$

$$w = \gamma v = mg \Rightarrow \gamma = \frac{mg}{v} = \left(\frac{m}{v}\right) g = \rho g \Rightarrow \begin{matrix} w = mg \\ w = \gamma v \end{matrix} \longrightarrow \frac{mg}{\gamma v} = \gamma = \rho g$$

g: شتاب گرانشی زمین , v: سرعت , w: وزن , γ: وزن مخصوص

۳- حجم مخصوص (specific volume): (υ)

حجم واحد وزن سیال ← در مایعات
$$\upsilon = \frac{v}{w} \ \rightarrow \ \gamma = \frac{w}{v} \ \rightarrow \ \upsilon = \frac{1}{\gamma} \ \rightarrow$$

حجم واح جرم سیال ← در گازها
$$\upsilon = \frac{v}{m} \ \rightarrow \ \rho = \frac{m}{v} \ \rightarrow \ \upsilon = \frac{1}{\rho} \ \rightarrow$$

۴- دانسیته ویژه (چگالی نسبی): نسبت جرم مخصوص سیال به جرم مخصوص سیال استاندارد را می گویند.

$$(G_s)\ sg = \frac{\rho f}{\rho w} = \frac{\gamma f}{\gamma w}$$

در مایعات: $981 \ \ N/m^{2}$ یا $\gamma_w = 9.81\, kN/m^{3}$ در شرایط استاندارد

سیال استاندارد: آب در دمای 15°C و فشار یک اتمسفر $p_w = 1000\ kg/m^{3}$

در گازها: $S_g = \frac{\rho_{gass}}{\rho_{air}\ or\ \rho_{hydrogen}}$

مقادیر ρ ، γ ، υ ، S_g تابعی از نوع سیال، دما و فشار هستند

۵- تراکم پذیری سیالات (compressibility):

تغییر پذیری حجم یا جرم مخصوص تحت فشار و دما را تراکم پذیری گویند. قابلیت تراکم مایعات در فشارهای زاید حائز اهمیت است.

ضریب ارتجاعی $E_v = -\frac{dp}{\frac{dv}{v}}$

علامت منفی به این دلیل است که با افزایش فشار حجم کاهش می یابد و بلعکس.

$$[E_v] = [p] = FL^{-2} \qquad si: N/m^2$$

تراکم پذیری در مایعات:

$$E_v = -\frac{\Delta\rho}{\frac{\Delta v}{v}} = -\frac{\rho_2 - \rho_1}{\frac{v_2 - v_1}{v}}$$

در فرآیند تراکم پذیری،جرم مایع ثابت می ماند. بنابراین:

$$\rho = \frac{m}{v} \quad \rightarrow \quad d\rho = \frac{dmv - dvm}{v^2} = -\frac{dv\rho}{v} \quad \rightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dv}{v}$$

پس:

$$E_v = -\frac{\Delta\rho}{\frac{\Delta v}{v}} = \frac{\Delta\rho}{\frac{\Delta\rho}{\rho}} = \frac{\Delta\rho}{\frac{\Delta\gamma}{\gamma}}$$

تراکم پذیری در گازها:

در گازها، تراکم پذیری به راحتی انجام پذیرفته، در نتیجه برخلاف مایعات مقادیر E_v به صورت گسترده ارائه نشده است. بلکه در شرایط خاص فیزیکی، معادلاتی ارائه شده است بشرح ذیل:

شرایط خاص فیزیکی:

الف- شرایط ایزوترمال (دمای ثابت): "قانون بویل"

تعریف گاز کامل: گازی است که اثرات متقابل مولکولهای آن صرفاً ناشی از برخوردهای کاملاً الاستیك است.

معادله حالت برای گاز کامل: $\rho\upsilon = RT$

R: ثابت گاز

υ: (نو) حجم مخصوص (حجم واحد جرم $\frac{1}{\rho}$)

ρ: فشار مطلق گاز

T: دمای مطلق گاز

$$\begin{cases} T = const \\ R = const \end{cases} \rightarrow \quad \rho v = const \quad \rightarrow d\rho v + dv\rho = 0$$

$$d\rho v = -dv\rho \quad \rightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dv}{v}$$

$$E_v = -\frac{d\rho}{\frac{dv}{v}} = -\frac{d\rho}{-\frac{d\rho}{\rho}} = \rho$$

$$\boxed{Ev = \rho}$$

ب- شرایط آدیاباتیک یا ایزنتروپیک (بدون تبادل حرارتی):

فرآیند بدون تبادل حرارتی بین گاز و محیط خارجی

$$\rho v^k = const$$

$$k = \frac{cp}{cv} = \frac{\text{گرمای ویژه در فشار ثابت}}{\text{گرمای ویژه در حجم ثابت}}$$

در این صورت: $Ev = k\rho$

جدول شماره یک (۱): ضریب ارتجاعی حجمی آب (Ev برحسب فشار دما)

$Ev \times 10^{-6} \quad N/m^2$				
فشار مطلق $\rho \times 10^{-6} \quad N/m^2$	دما (°C) 0	20	50	100
0.1	1950	2130	2210	2050
10	2000	2200	2280	2130
30	2110	2320	2410	2250
100	2530	2730	2840	2700

دو نتیجه مهم از جدول شماره (۱):

۱- در هر فشار معین، حداقل تراکم پذیری آب (ماکزیمم Ev) در دمای $50\,℃$ است.

۲- در هر دمای معین، با افزایش فشار، مقدار Ev افزایش و یا تراکم پذیری آب کاهش می یابد.

مثال۱- اگر به $0.2\ m^2$ آب با دمای $20\,℃$ فشاری برابر با $10^6 N/m^2$ وارد شود مقدار کاهش حجم و حجم جدید آن چقدر است؟

1 از جدول → درونیابی → $p = 10^6\ N/m^2\ ,\quad T = 20℃ \quad \rightarrow\ Ev = 2136 \times 10^6\ \ N/m^2$

$$= 2.14 \times 10^9$$

$$V_1 = 0.2 m^2 \quad , \quad dp = \ 10^6 \quad N/m^2$$

$$Ev = -\frac{dp}{\frac{dv}{v}} \rightarrow \quad 2.14 \times 10^9 = \frac{10^6}{\frac{-dv}{v}} \quad \rightarrow \quad \frac{dv}{v} = \frac{-1}{2140} \quad \rightarrow \quad dv = -\left(\frac{1}{2140}\right) \times 0.2$$

$$= \frac{-1}{10700} m^3 \quad \rightarrow \quad dv = \ v_2 - v_1 \ \rightarrow v_2 - 0.2 = -\frac{1}{10700}$$

$$\rightarrow \quad v_2 = 0.2 - \frac{1}{10700}\ m^3$$

در نتیجه تغییر حجم آب (تراکم پذیری) در فشار معمولی ناچیز است.

مثال ۲- الف) برای اکسیژن (o_2) در دمای $40\ ℃$، فشار مطلق $100\ kpa$ تعیین کنید؟ ρ ، γ ، pv

$$T℃ = 40 \quad \rightarrow \quad T = 40 + 273 = 313\ °k$$

$$p = 100\ kpa = 100 \times 10^3\ pa = 100000\ N/m^2$$

از جدول: $R = 260\ {}^{N.m}/_{kg.°k}$

$$pv = RT \quad \text{یا} \quad p\left(\frac{1}{p}\right) = R.T \quad \text{یا} \quad p = \frac{p}{RT}$$

$$p = \frac{100 \times 10^3}{260 \times 313} = 1.23\ kg/m^3 \quad \rightarrow \quad \gamma = pg = 1.23 \times 9.81 = 12.07\ kg/s^2$$

$$v = \frac{1}{p} = \frac{1}{1.23} = 0.813\ m^3/kg$$

ب) اگر اکسیژن در شرایط آدیاباتیک متراکم شده و حجم به آن *40 %* اولیه کاهش یابد، تعیین کنید: p, T, Ev

برای اکسیژن $\rightarrow$ $k = 1.4$: از جدول 6

$$p_1 v_1^{1.4} = p_2 v_2^{1.4} \quad , \quad v_1 = 0.813\ m^3/kg \quad , \quad v_2 = 0.4 v_1 = 0.325\ \ m^3/kg$$

$$p_1 = 100 \times 10^3\ \ N/m^2$$

$$(10^5)(0.813^{1.4}) = p_2(0.325^{1.4}) \quad \rightarrow \quad p_2 = 360.9 \times 10^3\ \ N/m^2$$

$$= 360.9\ kpa$$

$$pv = RT \quad \rightarrow \quad p_2 - v_2 = RT_2 \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{360.7 \times 10^3 \times 0.325}{260} = 451\ {}^\circ k$$

$$T = 178\ {}^\circ C$$

ضریب ارتجاعی حجمی : $Ev = kp_2 = 1.4\ (360.9 \times 10^3) = 505 \times 10^3$

ج) اگر اکسیژن در شرایط ایزوترمال متراکم شده و حجم آن به *40 %* اولیه کاهش یابد، تعیین کنید: p, T, Ev

$$T_1 = T_2 = 40\ {}^\circ C$$

$$pv = const \quad \rightarrow \quad p_1 v_2 = p_1 v_2$$

$$\rightarrow \ p_2 = \frac{p_1 v_1}{v_2} = 100 \times 10^3 \times \frac{0.813}{0.325} = 250 \times 10^3\ \ N/m^2$$

$$Ev = p_2 = 250 \times 10^3\ \ N/m^2$$

اهمیت تراکم پذیری در سیالات:

$$\mathcal{M} = \frac{V}{C} = \frac{\text{سرعت جریان سیال}}{\text{سرعت صوت در سیال}}$$

$$C = \sqrt{\frac{Ev}{\rho}} \simeq 1500\ {}^{m}/_{s}$$

سرعت صوت در هوا : $341\ m/s$ و سرعت صوت در آب : $\simeq 1500\ m/s$

قابلیت تراکم پذیری سیال با معیار تجربی عدد ($\mathcal{M}$) ماخ، ارزیابی می شود.

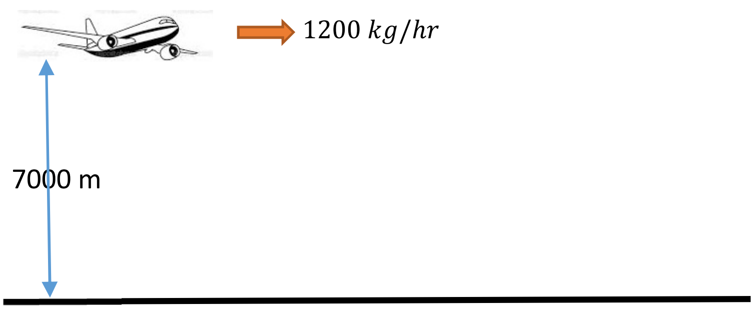
$if: \mathcal{M} < 0.3 \quad \rightarrow$ سیال غیر قابل تراکم است

در این حالت میتوان فرض کرد که در مسیر جریان مقادیر ρ و γ ثابت هستند. مانند جریان آب در لوله ها، کانال ها، رودخانه ها، حرکت هوا (باد) حرکت ماشین، حرکت زیردریایی و ...

$if: \mathcal{M} \geq 0.3 \quad \rightarrow$ سیال تراکم پذیر

در این حالت جرم مخصوص (ρ) تابعی از فشار و دما خواهد بود. مانند: هواپیمایی که با سرعت مافوق صوت در حال حرکت است و یا آب تحت فشار ناگهانی.

مثال: یک هواپیما در ارتفاع $7000\ m$ و با سرعت $1200\ kg/hr$ در هوای ساکن پرواز میکند. سرعت صوت (C) و عدد ماخ را در این ارتفاع تعیین نمایید.



نکته:

حرکت امواج صوتی تحت شرایط آدیاباتیک و بدون تبادل حرارتی است، بنابراین داریم:

$$C = \sqrt{\frac{Ev}{\rho}} = \sqrt{\frac{kp}{\rho}} = \sqrt{\frac{kRT}{\rho v}} = \sqrt{kRT}$$

از جدول $6-1$ داریم : $H = 7km \quad \rightarrow T \simeq -30\ ^\circ C$

$$\rightarrow \quad T = 273 - 30 = 243\ ^\circ k$$

از همان جدول : برای هوا $k = 1.4 \quad , \quad R = 287\ {N.m}/{kg^\circ k}$

$$C = \sqrt{KRT} = \sqrt{1.4 \times 284 \times 243} = 312\ {m}/{s}$$

$$V = 1200 \frac{kg}{hr} \times \frac{1hr}{3600\ S} \times \frac{1000m}{1km} = 333\ {m}/{s}$$

$\mathcal{M} = \frac{333}{312} = 1.07 > 1 \quad \rightarrow$ بنابراین هواپیما با سرعت مافوق صوت حرکت میکند

بنابراین نیروی الاستیک $(F_E = E_v \times A)$ که بر هواپیما اثر میکند، قابل ملاحضه خواهد بود.

لزجت سیال و نیروی لزجت:

همانگونه که قبلاً نیز اشاره شد، ذرات سیال در برابر حرکت از خود مقاومت اصطحکاکی (برشی) نشان میدهند، این مقاومت برشی ناشی از یک خاصیت فیزیکی به نام لزجت است.

لزجت (ویسکوزیته) در اثر عوامل زیر به وجود می آید:

۱- نیروی جاذبه بین مولکولی یا چسبندگی ⇐ در مایعات غالب است.

۲- انتقال مومنتم (تحرک و برخورد مولکولها) ⇐ در گازها غالب است

لزجت دو نوع است:

۱- لزجت مطلق یا لزجت دینامیکی: $[\mathcal{M}] = FTL^{-2}$

۲- لزجت کینماتیکی: $\upsilon = \frac{\mathcal{M}}{\rho} = L^2T^{-1}$

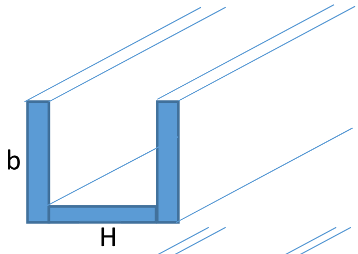
ویسکوزیته تابعی از دماست

$$\text{در مایعات} \rightarrow t\,^{\circ}\mathrm{C} \uparrow \rightarrow \mathcal{M} \downarrow$$

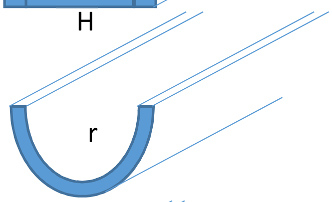
$$\text{در گازها} \rightarrow t\,^{\circ}\mathrm{C} \uparrow \rightarrow \mathcal{M} \uparrow$$

$$\tau = \mathcal{M}\frac{du}{dy} \rightarrow F = \tau.A = \left(\mathcal{M}\frac{du}{dy}\right).A$$

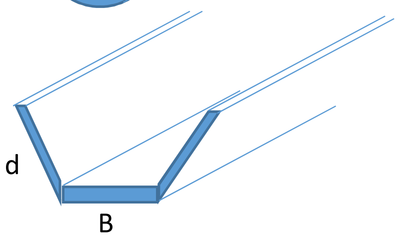
گرادیان سرعت با خود سرعت رابطه عکس دارد. هر جا مشتق سرعت بیشتر خود سرعت صفر و بلعکس.



در کانال مستطیل $A = (B + 2H).L$



در کانال نیم دایره $A = \pi r \times L$



در کانال ذوزنقه $A = (2d + B).L$

مقاومت برشی سیال در موارد زیر وجود دارد:

۱- بین لایه های سیال در حرکت

۲- بین سیال در حال حرکت و جدارهٔ جریان

۳- بین سیال ساکن و جسم در حال حرکت (هواپیما در هوا، شنا کردن در آب)

A در کانالها برابر است با محیط تر شده × طول کانال.

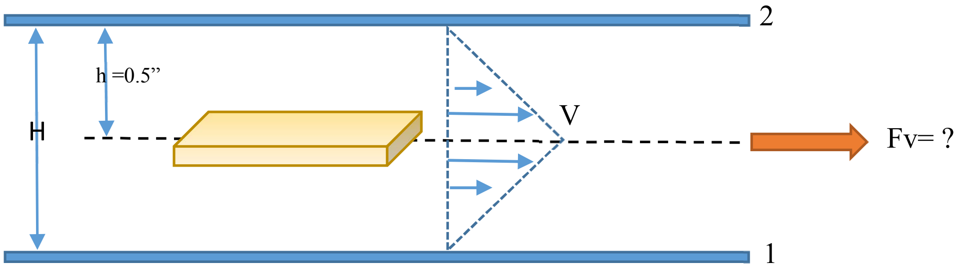
$$\tau = \frac{F_v}{A}$$

A در لوله ها برابر است با محیط مقطع لوله × طول لوله.

مثال: فضای بین دو صفحهٔ موازی ۱ و ۲ با عرض "H=1 با گلیسیرین $\mathcal{M} = 0.018\, lb.s/ft^2$ پرشده است، نیروی مورد نیاز برای کشش صفحه ای نازک به مساحت $A = 5\, ft^2$ را با سرعت $V = 0.5\,\frac{\text{ft}}{\text{s}}$ در حد فاصل دو صفحه ثابت ۱ و ۲ در دو حالت زیر محاسبه کنید:

الف) صفحه نازک در میانه دو صفحه ثابت است.

ب) صفحه نازک به فاصله $h_1 = 0.25''$ از صفحه ثابت ۱ قرار دارد.



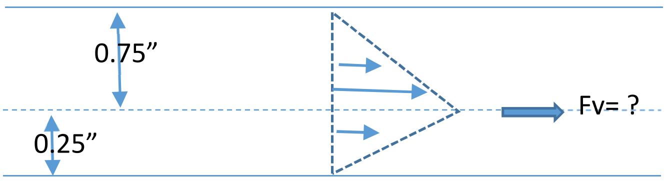
چون گلیسیرین، یک سیال لزج بوده وحد فاصل دو صفحه کم است، لذا پروفیل سرعت را می توان خطی فرض کرد.

Fv = نیروی مقاومت برشی سیال در برابر حرکت = نیروی کشش صفحه با سرعت ثابت

$$\text{الف}: F = \tau.A = \left(M.\frac{du}{dy}\right).A \rightarrow F_1 = \left(0.018 \times \frac{0.5-0}{\frac{0.5}{12}-0}\right) \times 5 = 1.08\frac{lb}{ft^2}$$

$$F = 2F_1 = 2.16\, lb$$

ب:



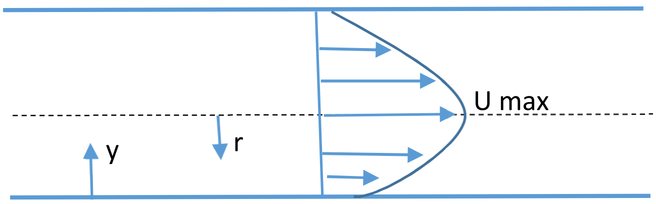
$$F_v = F_{v1} + F_{v2} \quad \rightarrow \quad \tau_1 A_1 + \tau_2 A_2 = \mathcal{M}\left(\frac{V}{m}\right)A_1 + \mathcal{M}\left(\frac{V}{h_2}\right)A_2$$

$$F_1 = \left(0.018 \times \frac{0.5}{\frac{0.25}{12}-0}\right) \times 5 = 2.16\, lb \rightarrow \left((0.018) \times \frac{0.5-0}{\frac{0.75}{12}-0}\right) \times 5 = 0.72\, lb$$

$F = 2.16 + 0.72 = 2.88\;\, lb$

نکته: برای جریان آرام در لوله ها، پروفیل سرعت را نمیتوان خطی در نظر گرفت.

برای جریان مایعات، پروفیل سرعت در لوله ها در حالت جریان آرام از معادلهٔ سهمی (درجه دو) پیروی میکند.



$$y = Ax^2 + Bx + C$$

$$u = Ay^2 + By + C$$

مثال: اگر معادلهٔ سرعت در لوله ای به قطر D=2 ft از رابطه $u = 20y - 10y^2$ تبعیت کند، مطلوبست:

۱- تعیین مقدار تنش برشی در جدارهٔ لوله (y=0)

۲- تعیین مقدار تنش برشی در محور لوله (y=D/2)

$$\tau = \mathcal{M}.\frac{du}{dy}$$

$$1:\ \ u = 20y - 10y^2 \ \ \rightarrow \frac{du}{dy} = 20 - 20y \ \ \rightarrow \ \ y = 0 \rightarrow \frac{du}{dy} = 20$$

$$\rightarrow \ \ \tau = 20'M$$

یعنی گرادیان سرعت و تنش برشی در جدارهٔ لوله ماکزیمم است.

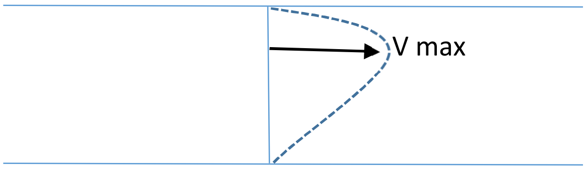
$$2:\ \ y = \frac{D}{2} = \frac{2}{2} = 1 \ \ \rightarrow \ \frac{du}{dy} = 20 - 20 \times 1 = 0 \ \ \rightarrow \ \ \tau = 0$$

یعنی گرادیان سرعت و تنش برشی در محور لوله صفر است.

جریان آب در مجاری روباز:

توزیع سرعت در عمق جریان یا در یک کانال مستطیل عریض به صورت شکل زیر است.

در کف بستر: $y = 0 \leftarrow V = 0$



از نظر تئوری سرعت جریان در سطح آزاد آب ماکزیمم است ولی به دلیل مقاومت برشی هوا با جریان سطحی آب، سرعت ماکزیمم ($V\,max$) در فاصله کمی زیر آب قرار می گیرد.

مثال: آب با دمای $20\ ℃$ در یک کانال مستطیلی عریض با عمق $30\ cm$ در جریان است، پروفیل سرعت جریان آب در امتداد قائم از معادله $V = 20y - 32.8y^2$ پیروی میکند. با فرض جریان آرام، گرادیان سرعت dv/dy و تنش برشی (τ) را در کف بستر و در سطح آب محاسبه کنید. اگر عرض کانال ۳ متر باشد، نیروی برشی بستر را در طول $100\ m$ کانال بدست آورید.

$$1-3 \text{ از جدول}: t = 20\,℃ \quad \rightarrow \quad \mathcal{M} = 1.002 \times 10^{-3}\,\frac{Ns}{m^2}$$

$$V = 20y - 32.8y^2 \qquad \rightarrow \rightarrow \frac{dv}{dy} = 20 - 65.6y$$

الف: در سطح آزاد آب.

$$y = 30\ cm \quad = .03\ m$$

سرعت ماکزیمم در سطح آب $\quad \frac{dv}{dy} = 20 - 65.6 \times (0.3) \simeq 0$

تنش برشی با هوا ناچیز $\quad \tau = 0.32 \times 1.002 \times 10^{-3} = 0.32 \times 10^{-3}\ N/m^2$

ب: در کف بستر کانال.

$$y = 0$$

$$\frac{dv}{dy} = 20 - 0 = 20 \qquad \rightarrow \quad \tau = \mathcal{M}.\frac{du}{dy} = 20.04 \times 10^{-3}\quad N/m^2$$

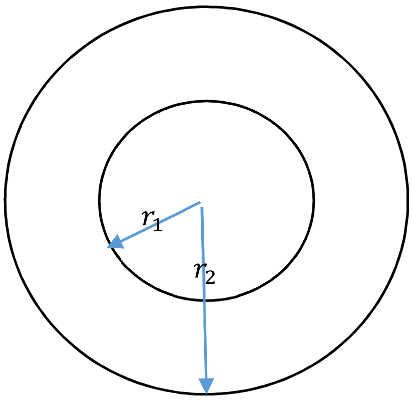
$A =$ طول $\times$ محیط پر شده

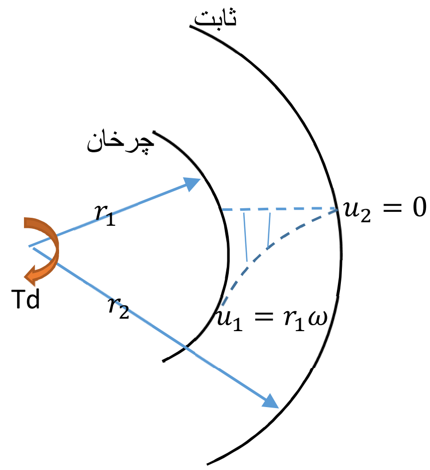
$F = \tau.A = 20.04 \times 10^{-3} \times [(2 \times 0.3 + 3) \times 100] = 7.2$ چندان قابل توجه نیست

جریان چرخشی در سیالات:

دو استوانه متحدالمرکز به شعاع r_1, r_2 را متابق شکل زیر در نظر بگیرید، یکی از دو اتوانه داخلی یا خارجی، یا دور ثابت ($N = const$) یا سرعت زاویه ای ثابت ($\omega = 2\pi\ N = const$) میچرخد، این چرخش در اثر اعمال یک گشتاور خارجی مکانیکی (Td) صورت میگیرد.

حد فاصل دو استوانه $\Delta r = r_2 - r_1$ را سیال لزجی (مثل روغن) پرکرده است.روغن تراکم ناپذیر بوده و بخاطر خاصیت ویسکوزیته در برابر جریان مقاومت برشی نشان میدهد و از سائیدگی و خوردگی سطح جانبی استوانه ثابت جلوگیری میکند.





$$Td = F.r = const$$

گشتاور مقاوم $= Td \rightarrow$ گشتاور متحرک $\rightarrow \boxed{Tr = Td}$

$$Td = Tr = F.r = (\tau.A).r$$

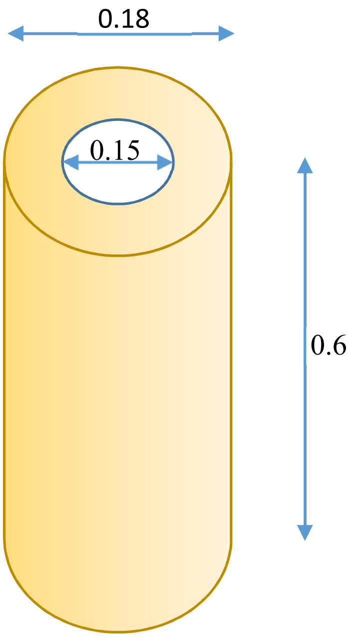
$$(\tau.Ar)_1 = (\tau.Ar)_2 \rightarrow \left(M\frac{du}{dr}\right).(2\pi r_1 z).r_1 = (M)\frac{du}{dr}(2\pi r_2 z)r_2$$

$$\rightarrow (\frac{du}{dr})_1 r_1^2 = (\frac{du}{dr})_2 r_2^2 \rightarrow \tau_1 r_1^2 = \tau_2 r_2^2 \rightarrow \boxed{\frac{\tau_1}{\tau_2} = (\frac{r_2}{r_1})^2}$$

حالت خاص: اگر Δr در مقایسه با r_2 و r_1 خیلی کم باشد:

$$(\frac{du}{dr})_1 = (\frac{du}{dr})_2 \qquad \text{یا} \qquad \frac{du}{dr} = const$$

مثال: استوانه ای به قطر *0.15 m* و ارتفاع *0.6 m* در داخل استوانهٔ ثابتی به قطر *0.18 m* و با همان ارتفاع دوران میکند. فضای بین دو استوانه با گلیسیرین *20 ℃* پرشده است. به استوانه متحرک داخلی، گشتاوری برابر *0.34 N.m* وارد می شود.



الف) گرادیان سرعت را در محل دیواره دو استوانه تعیین کنید.

ب) سرعت گردش استوانه چقدر است (*RPm*)

$$r_1 = 0.075\, m$$
$$r_2 = 0.09\, m$$
$$z = 0.6\, m$$
$$Td = 0.34\, N.m$$
$$\mathcal{M} = 1.49 \frac{Ns}{m}$$
$$at: 20\ ℃$$

گشتاوری که صرف چرخش استوانه میشود(*Td*) معادل کاری است که بر روی سیال انجام میشود (*Tr*)

$$Td = Tr = F \times r = (\tau . A). r$$

$$0.34 = \tau . (2\pi r \times z) \times r \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{0.34}{2\pi \times 0.6 \times r^2} = \frac{0.09}{r^2}$$

$$M.\frac{du}{dr} \quad \rightarrow \quad \frac{du}{dr} = \frac{0.09}{r^2 \times 1.49} = \frac{0.06}{r^2}$$

$$\frac{du}{dr} = \frac{0.06}{r^2} \quad \rightarrow \quad if: r_1 = 0.075\, m \rightarrow \left(\frac{du}{dr}\right)_1 = \frac{0.06}{0.075^2} = 10.7$$

$$if: r_2 = 0.09\, m \rightarrow \left(\frac{du}{dr}\right)_2 = \frac{0.06}{0.09^2} = 7.4$$

ب:

$$\frac{du}{dr} = \frac{0.06}{r^2} \quad \rightarrow \quad du = \frac{0.06}{r^2} dr = du = 0.06 r^{-2}\, dr \rightarrow \int_{u_2}^{u_1} du = 0.06 \int_{r_2}^{r_1} r^{-2}\, dr$$

$$\int_{u_2}^{u_1} du = 0.06\left(-\frac{1}{r}\right) \vdots_{r_2}^{r_1} \rightarrow u_1 = 0.06\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = 0.06\left(\frac{1}{0.09} - \frac{1}{0.075}\right) = 0.13\, m/s$$

$$u_1 = r_1\omega \rightarrow \omega = \frac{u_1}{r_1} = \frac{0.13}{0.075} = 1.73\ Rad/s\ = 104\ Rad/min$$

$$\omega = \frac{2\pi}{t} \rightarrow 2\pi\upsilon \rightarrow \frac{104}{2\pi} = 16.5\ Rpm$$

کشش سطحی مایعات و نیروی کشش سطحی:

الف) خاصیت کشش سطحی:

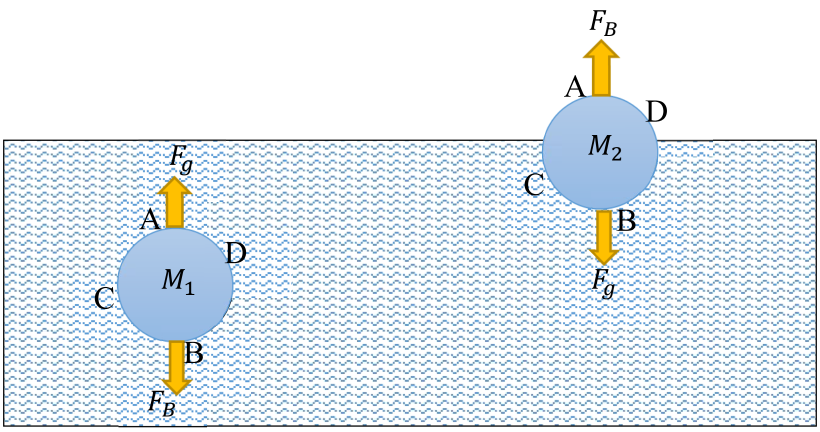
اگر یک سوزن کوچک را در سطح آب قرار دهیم با وجود اینکه وزن مخصوص فلز از آب زیادتر است، سوزن روی آب باقی میماند، که دلیل آن نیروی جاذبه بین مولکولی یا خاصیت چسبندگی بین مولکولی آب است.

خاصیت چسبندگی در فصل مشترك دو مایع مخلوط نشدنی (آب و روغن) و در فصل مشترك مایع و گاز (سطح آزاد آب) سبب ایجاد مقاومت کششی در سطح مایع با مایع یا گاز میگردد. یعنی سطح مایع مانند یک غشاء ارتجاعی در برابر کشش مقاومت میکند. این پدیده را کشش سطحی میگویند.

مثال های از خاصیت چسبندگی:

۱- آب یا شربت از قاشق
۲- قطرات روغن در داخل آب
۳- امواج کوچک سطحی آب (در اثر انداختن سنگی در آب)

ب) مکانیزم کشش سطحی:



نیروی شناور = نیروی وزن ذره (M1)

$\omega = F_B$ قطره ای داخل آب

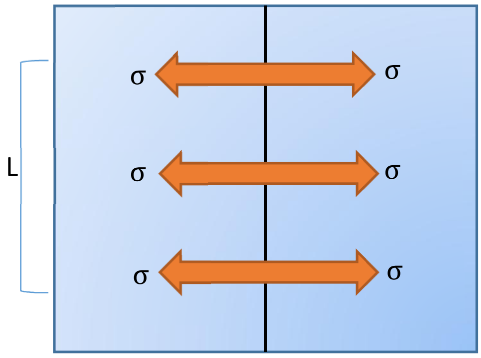
$\downarrow$

$(\gamma \times \forall_{ABCD}) = (\gamma \times \forall_{ABCD})$

$F_g = F_B = \omega \quad \rightarrow \quad M_2$ برای ذره

$F_B = \gamma_\omega(\forall_{BCD}) + \gamma_a(\forall_{ABC})$

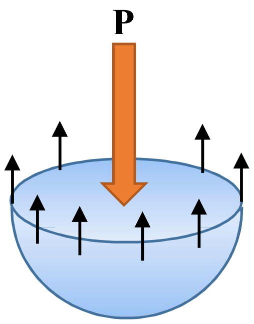
در نتیجه ذرات سطحی آب تحت یک نیروی فشاری به سمت پایین دست قرار دارند، اما چون جریان عمودی نداریم و سطح آب ساکن است، پس سطح آب نیروی فشاری p را تحمل میکند. در نتیجه در سطح آب یک تنش سطحی σ وجود دارد.



تنش کششی سطحی $\sigma = \frac{F}{L} \rightarrow [\sigma] = FL^{-1}$

تاثیر نیروی کشش سطحی در تشکیل قطره آب:

در اثر خاصیت چسبندگی، ذرات آب به شکل قطره در آمده و با هوا سطح آزاد ایجاد میکند اگر تاثیر نیروی ثقل نباشد، یک قطرۀ آب در هوا شکل کروی میگیرد. یعنی کشش سطحی روی سطح جانبی عمل میکند، تنش فشاری در داخل قطره (p) روی سطح عمود عمل میکند.

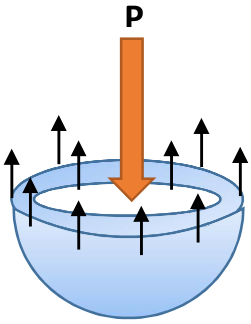


$$F_\sigma = \sigma \times \pi \times D$$

$$F_p = P \times \frac{\pi D^2}{4} \rightarrow \sigma \pi D = P \times \frac{\pi D^2}{4} \rightarrow P = \frac{4\sigma}{D}$$

یعنی فشار اضافی در داخل قطره بیشتر است.

فشار نسبی داخلی یک حباب:



$$F_\sigma = 2\sigma\pi D$$

$$F_p = P \times \frac{\pi D^2}{4} \quad \rightarrow \quad P = \frac{8\sigma}{D}$$

پس فشار داخل حباب دو برابر فشار داخل قطره است.

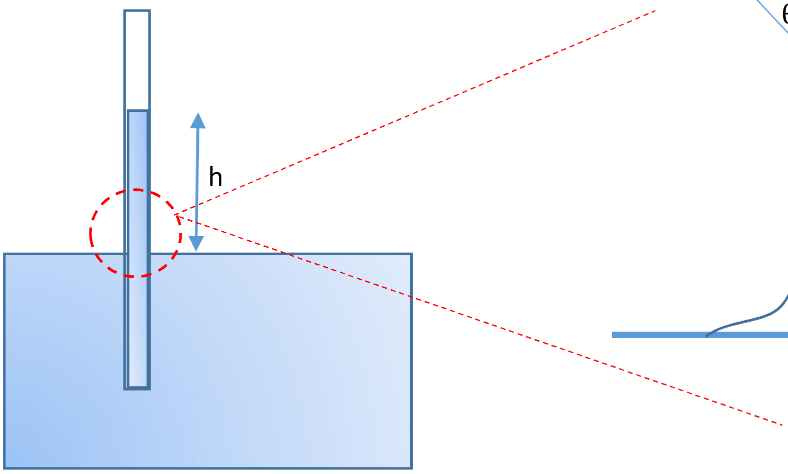
تاثیر نیروی کشش سطحی در صعود موییتگی:

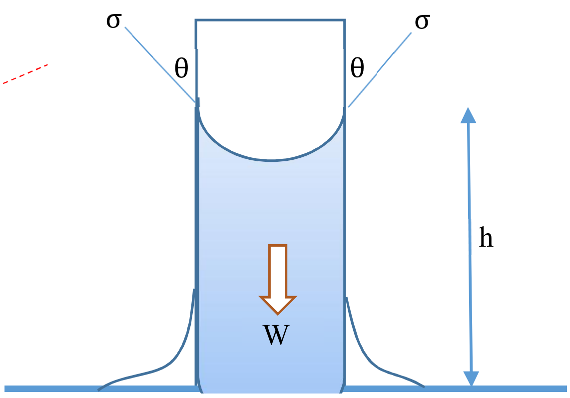
مایعات در اثر جاذبه مولکولی، دو خاصیت دارند:

۱- Cohesion (همدوستی) ← چسبندگی ملکولهای هم نوع، که در فصل مشترک دو مایع و میع و گاز اثر دارد. (پیوستگی)

۲- Adhesion (دگردوستی) ← چسبندگی مولکولهای مایع با غیر (جامدات)، که در فصل مشترک مایع، گاز و سطح جامد اثر میکند. (چسبندگی)

اگر چسبندگی مایع به جامد از پیوستگی مایع بیشتر باشد، مطابق شکل، مایع در لوله بالا رفته و سطح آزاد آن به صورت یک منحنی مقعر در می آید.





$$\forall = \frac{\pi D^2}{4} \times h \qquad\qquad \omega = \gamma\omega \times \frac{\pi D^2}{4} h$$

$$\sigma = (\sigma\ \cos\theta) \times \pi D \quad \rightarrow \quad \sigma\pi D \cos\theta = \gamma\omega \frac{\pi D^2}{4} h \quad \rightarrow \quad h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma\omega.D}$$

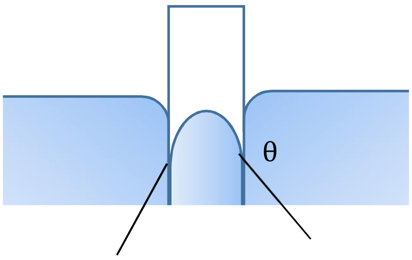
اگر قطر لوله بیشتر از ۱۲ میلیمتر باشد آب نمی تواند صعود کند

$$if:\ \ D > 12\,mm \quad \rightarrow \quad h = 0$$

برای آب و شیشه: $\theta \simeq 0 \quad \rightarrow \quad h = \frac{4\sigma}{\gamma\omega.D}$

اگر چسبندگی به شیشه، کمتر از پیوستگی داخل مایع باشد، مطابق شکل، سطح فروریخته محدبی خواهیم داشت که انحنای آن در نزدیکی جامد با زاویه θ اندازه گیری میشود.

برای جیوه و شیشه: $\theta = 140° \quad \rightarrow \quad h < 0$

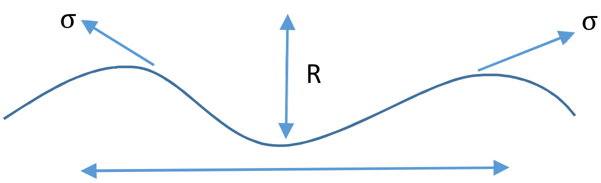


از رابطه $h = \frac{4\sigma\cos\theta}{D\gamma}$ مشخص است که هرچه قطر لوله کمتر باشد، مقدار صعود موینگی بیشتر خواهد بود.

مثال: اگر قطر داخلی لولهٔ موبین 2 mm باشد، و σ=0.073 N/m آب، ارتفاع در لوله موبین را بدست آورید؟

$$h = \frac{4\sigma\cos 0}{D\gamma} = \frac{4 \times 0.073}{0.002 \times 9806} = 0.01488\,m \quad \rightarrow \quad h = 14.89\,mm$$

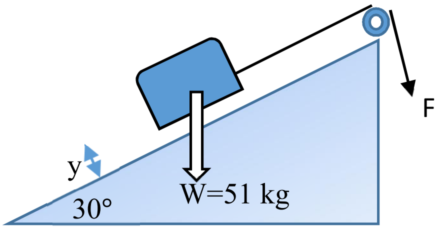
تأثیر نیروی کشش سطحی (Fσ) در شکل و حرکت موجهای سطحی کوتاه:



هرچه شعاع انحناء یا به عبارتی دیگر طول موج کم باشد، نیروی کشش سطحی قویتر خواهد بود.

شکل و سرعت حرکت موجهای کوتاه $\lambda < 6\,mm$ تحت تاثیر Fσ خواهد بود. در موجهای بزرگ $\lambda > 6\,mm$، Fσ نقش موثری ندارد بلکه F_g نیروی مهمی در حرکت موج خواهد بود.

مثال: جسمی به وزن $51\ \mathrm{kg}$ با سطح مقطع $40\times50\ \mathrm{cm}$ روی سطح شیبداری که با افق زاویه $30°$ می سازد، به سمت بالا و با سرعت $1\ \mathrm{m/s}$ کشیده می شود. بین جسم فلزی و سطح شیبدار، روغن با لزجت دینامیکی $M = 0.1$ قرار دارد، ضخامت لایه روغن (y) را محاسبه کنید.



$$51 \times 9.81 = 500.3\ N$$

$$F = w \cos 60 = 500.3 \times 0.5 = 250.15\ N$$

$$F = \tau . A \ \rightarrow\ \tau = \frac{F}{A} = \frac{250.15}{0.4 \times 0.5} = 1250.75\ \ N/m^2$$

$$\tau = \mathcal{M}\frac{du}{dy}\ \rightarrow\ 1250.75 = 0.1 \times \left(\frac{0.1}{y}\right)\ \ \rightarrow\ \ y = 8 \times 10^{-5}\ m = 0.08\ \ mm$$

فصل دوم

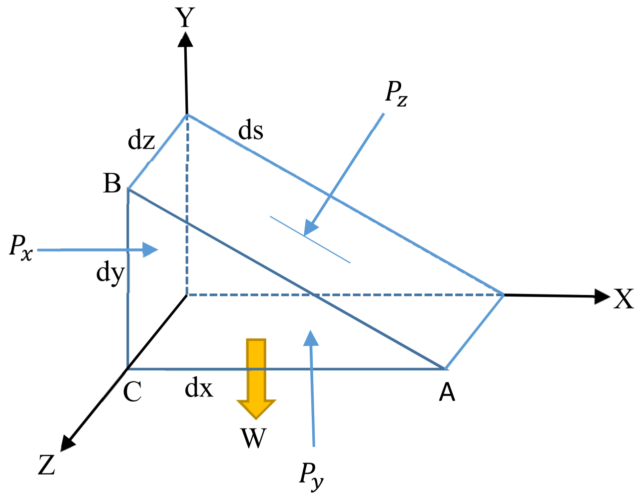
ایستایی سیالات یا هیدرواستاتیک:

در صورتیکه فشار بر روی کل شکل بطور یکنواخت توزیع شده باشد: $P = \frac{F}{A}$

فشار در یک نقطه:

قانون پاسکال بیان کننده این واقعیت است که در یک سیال ساکن، فشار در یک نقطه در تمام جهات برابر خواهد بود.

اثبات:



$$\Sigma Fx = 0 \ \rightarrow \ P_x(dy.dz) - (P_z \sin\alpha)ds.dz = 0$$

$$dy = ds\sin\alpha \ \rightarrow \ P_x(dy.dz) - (P_z \sin\alpha)\frac{dy}{\sin\alpha}.dz = 0$$

$$\rightarrow P_x = P_z$$

$$\Sigma Fy = 0 \ \rightarrow \ P_y(dx.dz) - (P_z \cos\alpha)(ds.dz) - W = 0$$

$$dx = ds\cos\alpha \ \rightarrow \ ds = \frac{dx}{\cos\alpha}$$

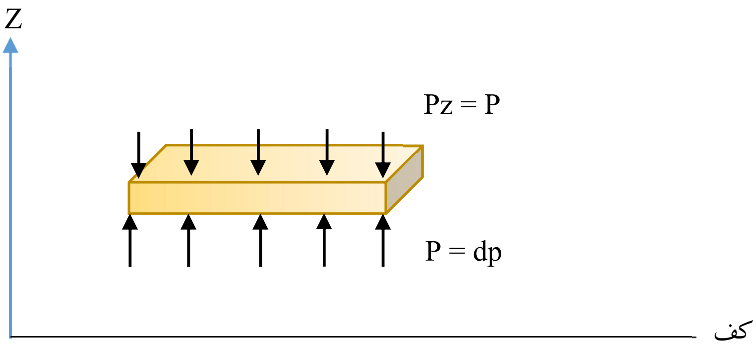
$$W = \frac{1}{2}\gamma(dx.dy)ds \simeq 0$$

$$\rightarrow P_y = P_z \ \rightarrow \ P_x = P_y = P_z$$

نتیجهٔ فوق نشان میدهد که مقدار فشار مستقل از زاویهٔ α یا مستقل از شکل ذرهٔ مایع است.

تغییر فشار نسبت به عمق:

به این منظور یک قسمت کوچک سیال با سطح مقطع L^2 و ارتفاع dz را مطابق شکل در نظر می گیریم.



$\forall = ab.h$

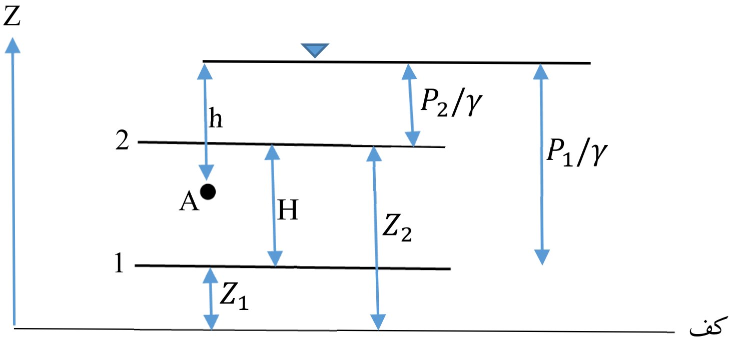
$F_2 = P_2.A = P_2.ab = P.ab$

$F_1 = P_1.A = P_1.ab = (P + dp)ab$

$(P + dp)ab = P.ab + (\gamma ab.h) \rightarrow (P + dp) = P(\gamma h) \rightarrow$ $dp = \gamma h$

فشار روی سطح آب صفر است.

پیدا کردن اختلاف بین دو نقطه در ارتفاعات Z_2 و Z_1 از کف:



$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dp}{\gamma} = -\int_{Z_1}^{Z_2} dz$$

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dp}{\gamma} = -\int_{Z_1}^{Z_2} dz \rightarrow \frac{P_2 - P_1}{\gamma} = Z_2 - Z_1 \text{ یا } P_2 - P_1 = \gamma(Z_2 - Z_1) = \gamma H \text{ یا } \rightarrow$$

$$\Delta P = -\gamma \Delta Z$$

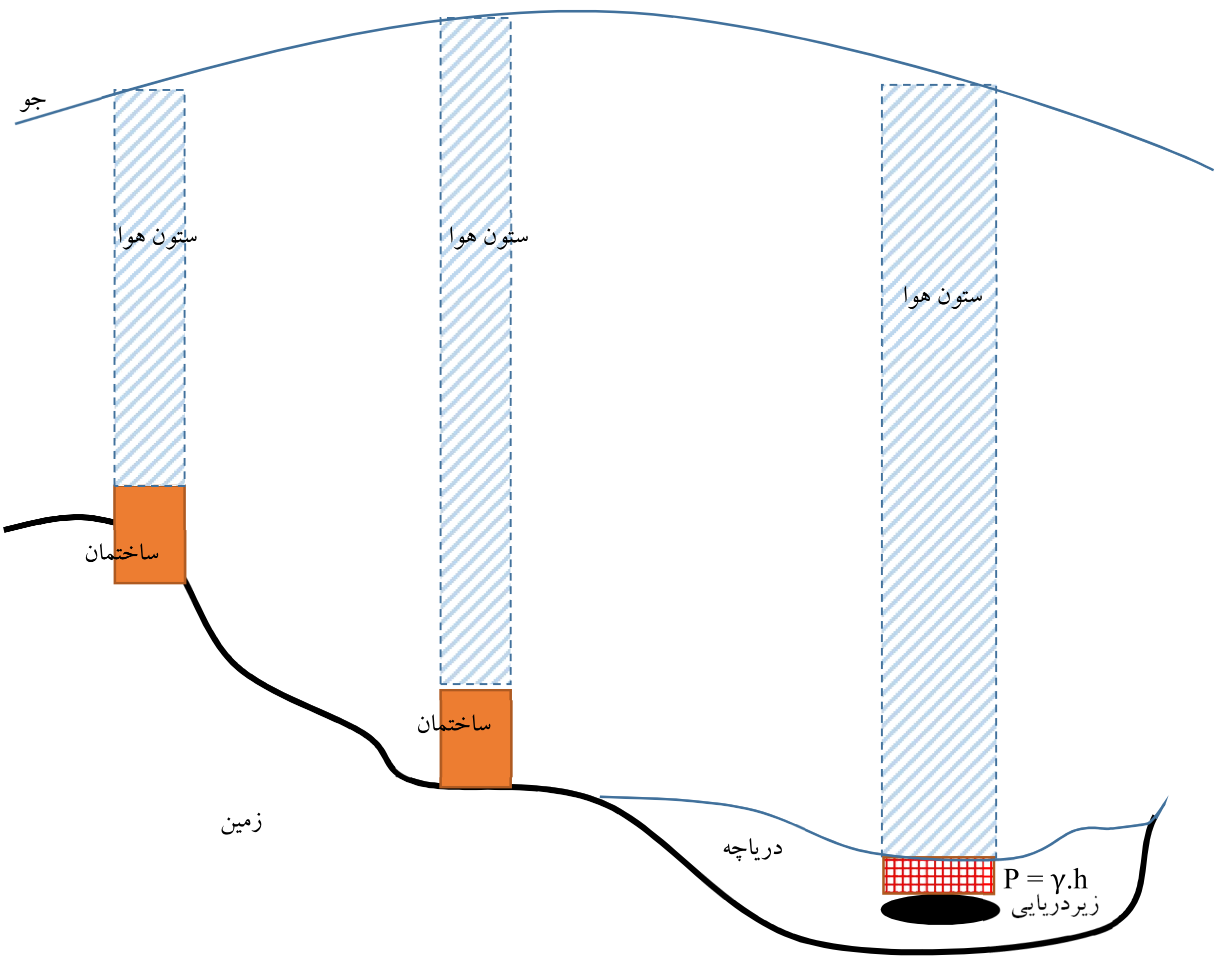
مایع در حد فاصل دو نقطه مورد نظر $\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 = constant$: یا

بنابراین: فشار عمودی در هر نقطه از سیال ساکن عبارتست از وزن واحد سیال بر روی آن نقطه $P_A = \gamma h$

اختلاف ارتفاع مایل هیچ تاثیری روی فشار ندارد و مهم اختلاف عمودی است.

فشار نسبی و فشار مطلق:

فشار اتمسفر: فشاری است که توسط اتمسفر (جو) وارد میشود که میزان آن بستگی به ارتفاع از سطح آزاد دریا دارد. (زیرا هر سیال در اثر وزن خود ایجاد فشار میکند).(P atm)



فشار اتمسفر استاندارد (یک اتمسفر) عبارتست از فشار اتمسفر در سطح دریا و دمای ۱۵ درجه سانتیگراد

$$1\ atm = 101.38\ kN/m^2 = 14.7\ \ psi\ \ = 460\ \ mm\ Hg\ \ = 10.3\ \ mH_2o$$

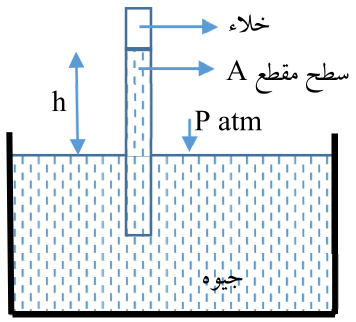
فشار نسبی: عبارتست از فشار اندازه گیری شده نسبت به فشار اتمسفر محل. معمولا برای فشارهای پایین تر از فشار اتمسفر، اصطلاح فشار خلاء یا فشار منفی بکار رفته و برای فشارهای بالاتر از جو همان اصطلاح فشار نسبی عنوان میشود.(Pgage)

فشار مطلق: مجموع جمع جبری فشار اتمسفر و فشار نسبی اندازه گیری شده را گویند.

$$P\ abs = P\ atm + P\ gage$$

که P gage میتواند مثبت یا منفی باشد.

فشار اتمسفر در واقع فشار مطلق هوا در محل می باشد. این فشار با یک بارو متر جیوه ای اندازه گیری می شود.



فضای بالای لوله کاملاً از هوا تخلیه میشود. در این صورت جیوه در لوله به اندازه فشاری که هوا روی سطح جیوه مخزن وارد میکند، بالا می رود. (توریچلی ۱۶۴۳)

چون فشار در قسمت بالای لوله صفر است، در این صورت ارتفاع ستون جیوه (h) معادل فشار مطلق هوا خواهد بود.

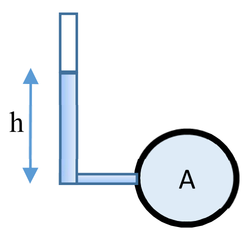
وسایل اندازه گیری فشار:

در مایعات با سطح آزاد، مقدار فشار در هر نقطهٔ مایع، با عمق آن نقطه از سطح آزاد مایع مشخص می شود. $\frac{P}{\gamma} = h$

در مایعات محبوس (لوله ها و مجاری تحت فشار) اندازه گیری فشار، نیازمند وسایل خاصی است:

۱- پیزومتر:

ساده ترین نوع مانومتر است و از آن موقعی که فشار نسبی مایع از صفر بیشتر باشد، استفاده میشود. لوله ای شیشه ای به حالت قائم به فضای داخل مخزن ارتباط یافته و مایع در داخل لوله تا جایی که بحالت تعادل برسد بالا می آید. کاملاً واضح است که از پیزومتر نمیتوان برای اندازه گیری فشار منفی استفاده کرد، زیرا در این صورت هوا از طریق لوله به داخل مخزن راه میی یابد، همچنین از پیزومتر نمیتوان برای تعیین فشارهای زیاد استفاده کرد.

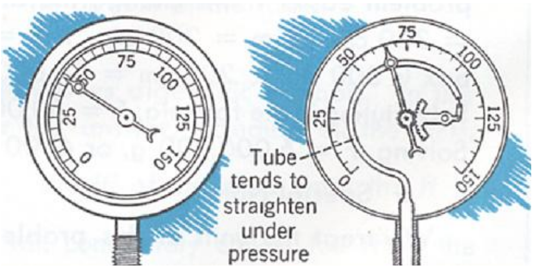


$$P = \gamma . L$$

قطر سوراخ دیواره ترجیحاً نباید از ۳ میلیمتر تجاوز نماید.

۲- فشار سنج:

وسیله ای است که مستقیماً به مجرای تحت فشار وصل شده و فشار نسبی را اندازه گیری می کند. در این وسیله یک لوله بیضوی قرار دارد که یک طرف به مجرای تحت فشار متصل شده و انتهای آن نیز آزاد می باشد. فشار مایع در داخل لوله باعث کشش لوله و در نتیجه حرکت انتهای آزاد میشود. تغییر شکل لوله که متناسب با فشار مایع است، به وسیله عقربه ای بر روی صفحه مندرج ثبت میشود.

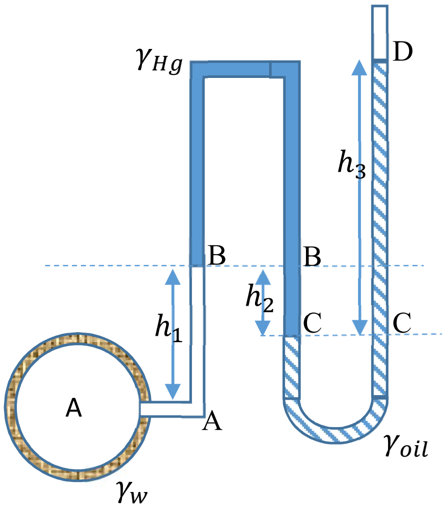


$$P_A = P_g + \gamma z$$

۳- مانومتر: (اصول کار نظیر پیزومتر است وی محدودیتهای پیزومتر را برای شرایط فشار زیاد ندارد).

۳-۱- مانومتر ته باز:

در این نوع ، یک سر لوله u شکل به منبع فشار و سر دیگر آن به اتمسفر راه دارد. برای محاسبهٔ فشار در نقطه A، از سطحی که فشار آن معلوم است شروع و به سطحی دیگر میرویم. برای کاهش ارتفاع، بار فشاری را اضافه و برای افزایش ارتفاع، بار فشاری را کم می کنیم. همهٔ بارهای فشاری را بر حسب ارتفاع آب بیان می کنیم.



$$P_A - \gamma_w h_1 + \gamma_{Hg} h_2 - \gamma_{oil} h_3 = 0$$

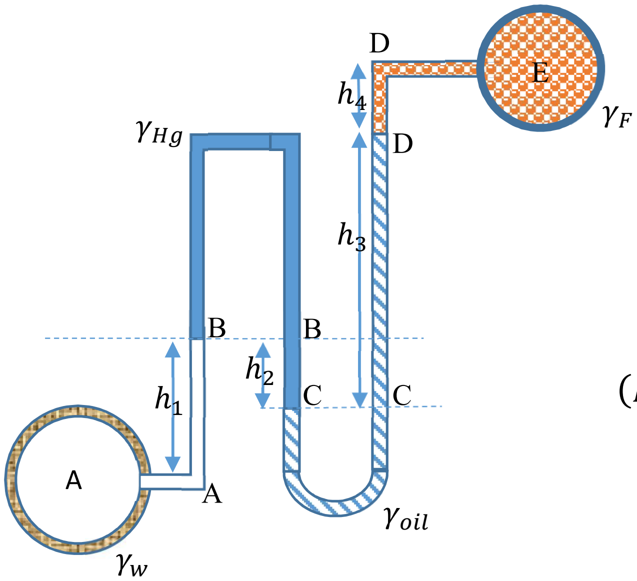
$$P_A = \gamma_w h_1 - \gamma_{Hg} h_2 + \gamma_{oil} h_3$$

با چگالی نسبی:

$$\frac{P_A}{\gamma_w} = h_1 - S_{Hg} h_2 + S_{oil} h_3$$

۳-۲- مانومتر ته بسته:

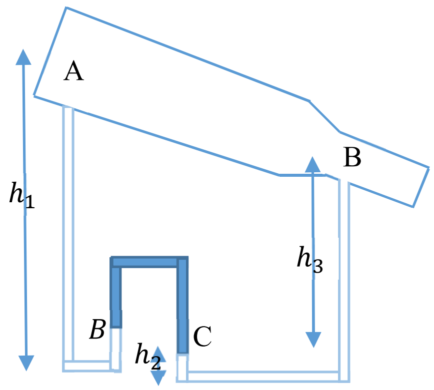
این نوع مانومتر برای تعیین اختلاف فشار بین دو نقطه بکار میرود و دو سر لوله مانومتر به دو منبع فشار متصل میگردد. این مانومتر فشار در یک نقطه را نمی تواند اندازه گیری کند بلکه مایع مانومتری تحت فشار طرفین لوله به حالت تعادل در آمده و تنها اختلاف فشار را بیان می کند.



$$P_A - \gamma_w h_1 + \gamma_{Hg} h_2 - \gamma_{oil} h_3 - \gamma_F h_4 = P_E$$

$$(P_A - P_E) = \gamma_w h_1 - \gamma_{Hg} h_2 - \gamma_{oil} h_3 + \gamma_F h_4$$

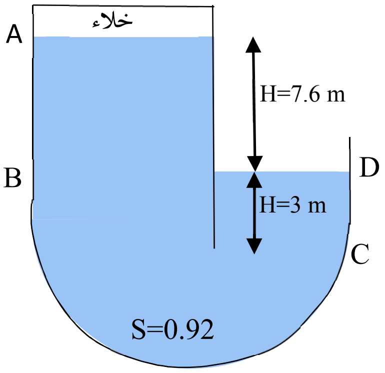
مانومتر ته بسته تفاضلی: (در شرایطی است که بخواهیم اختلاف فشار بین دو نقطه از یک سیستم را اندازه گیری کنیم).



$$P_A + \gamma_w h_1 + \gamma_{Hg} h_1 - \gamma_w h_1 = P_B$$

$$P_A - P_B = -\gamma_w h_1 - \gamma_{Hg} h_2 + \gamma_w h_3$$

مثال ۱– درظرفی مطابق شکل زیر مایعی با چگالی نسبی(s= 0.92) ریخته شده است. در نقطه D فشار اتمسفری بوده و در نقطه A، فشار منفی وجود دارد. فشار مطلق و نسبی را در نقاط A, B, C, D محاسبه کنید.



$$\gamma_\omega = 9.81\ \frac{kn}{m^2}$$

$$\gamma_f = 0.92 \times 9.81 = 9.0252\ \frac{kn}{m^2}$$

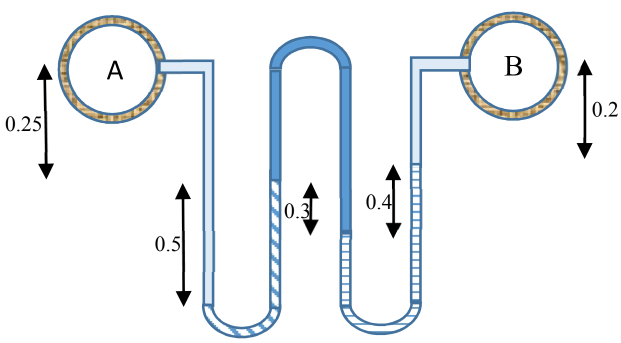
$$P_D = \begin{cases} P_g = 0 \\ P_{abs} = P_q + P_{atm} = 0 + 101.38\ \frac{kn}{m^2} \end{cases}$$

$$P_C = \begin{cases} P_g = +3 \times 9.0252 = 27.0756\ \frac{kn}{m^2} \\ P_{abs} = 27.0756 + 101.38 = 128.445\ \frac{kn}{m^2} \end{cases}$$

$$P_B = P_D \quad \rightarrow \quad \begin{cases} P_g = 0 \\ P_{abs} = 101.38 \frac{kn}{m^2} \end{cases}$$

$$P_A = \begin{cases} P_g = P_B - 7.6 \times 90.252 = P_A \rightarrow -68.591 \frac{kn}{m^2} \\ P_{abs} = -68.591 + 101.38 = 32.788 \frac{kn}{m^2} \end{cases}$$

مثال ۲– در شکل زیر اختلاف فشار در نقاط A و B را بر حسب متر آب و پاسگال محاسبه نمایید.

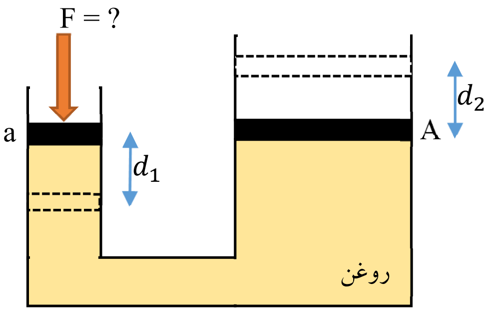


$$\left(\frac{P_A}{\gamma_\omega}\right) + S_w(0.25+0.5) - 13.6\,(0.5) + 1\,(0.3) - 13.6(0.4) - 1(0.2) = \frac{P_B}{\gamma_\omega}$$

$$\left(\frac{P_A}{\gamma_w} - \frac{P_B}{\gamma_w}\right) = 11.39\; m(h_2o)$$

$$(P_A - P_B) = (11.4\,m)(\gamma_w) = 11.39 \times 9810\,\left(\frac{N}{m^3}\right) = 11.736\,\frac{N}{m^2} \text{ یا } Pas$$

مثال ۳– برای بالا بردن وزنه ای برابر *840 kgf* از یک جک هیدرولیکی استفاده میکنیم. اگر سطح مقطع پیستون بزرگ ($A= 1.5\ m^2$) و پیستون کوچک ($a= 0.15\ m^2$) باشد، نیرویی را که برای بلند کردن وزنه باید بر سطح کوچکتر اعمال شود را محاسبه کنید. (از نیروی وزن و اصطحکاک پیستون ها صرف نظر کنید)



اگر پیستون a به اندازهٔ d_1 پایین بیاید پیستون A به اندازهٔ d_2 بالا میرود. به عبارت دیگر، حجم روغن جابجا شده باید مساوی باشد.

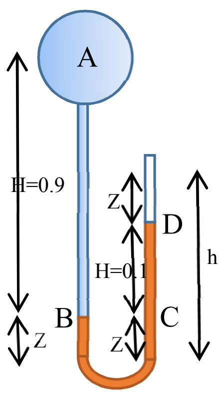
علاوه بر آن میزان فشار بر روی هر پیستون در تعادل بوده و یکسان است.

$$P_F = \frac{F}{a} \quad , \quad P_w = \frac{W}{A} \quad , \quad P_F = P_w$$

$$\frac{F}{A} = \frac{W}{A} \rightarrow F = \left(\frac{a}{A}\right) W = \left(\frac{0.15}{1.5}\right) 840 = 84\ kgf = 824\ N$$

$$V = ad_1 = Ad_2 \rightarrow d_2 = \left(\frac{a}{A}\right) d_1 \rightarrow d_2 = \left(\frac{0.15}{1.5}\right) = 0.1\ d_1$$

مثال ٤– مطابق شکل در شرایط اولیه، مقدار قرائت مانومتر جیوه ($h=10\ cm$)است. فشار اتمسفر *Patm=14.7 psi* میباشد. اگر فشار مطلق در نقطه A دو برابر شود، در اینصورت مقدار قرائت مانومتری h چقدر خواهد بود؟



$$P_D = P_{atm} = 14.7\ psi = 101.3\,\frac{kN}{m^2}$$

$$P_A + 9.81 \times 0.9 - (13.6 \times 9.81 \times 0.1) = P_D$$

$$P_A = 4.5126\,\frac{kN}{m^2} \rightarrow P_{abs\ A} = 4.5126 + 101.38 = 105.892\,\frac{kN}{m^2}$$

$$h = h + 2Z = 0.1 + 2Z$$

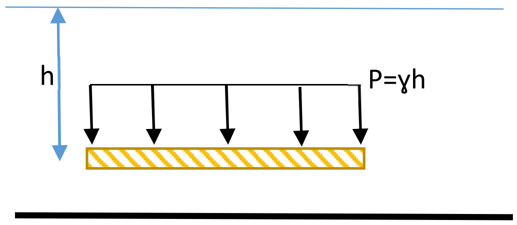
$$(2 \times 105.892) + (0.9 \times 9.81) + (Z \times 9.81) - (Z \times 13.6 \times 9.81) - (13.6 \times 9.81 \times 0.1) - (Z \times 13.6 \times 9.81) = 101.38$$

$$\rightarrow z = 0.41\ m$$

$$h = 0.1 + 2(0.41) = 0.92\ m$$

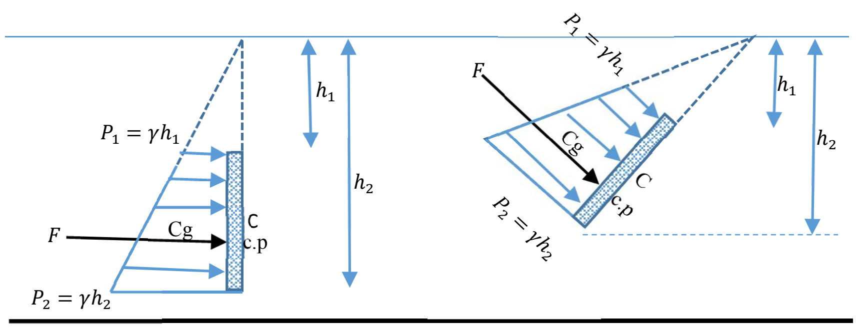
نیروهای وارد بر سطوح مستغرق درآب:

برای یک سطح مستغرق و پیستونی که بطور افقی درآب قرار گرفته است، محاسبه نیروی وارده از نظر مقدار، جهت و نقطه اثر آن کار ساده ای است، زیرا فشار وارده بصورت یک بار گسترده و یکنواخت، متناسب عمق آن بر روی سطح اعمال میگردد.



در این حالت، مرکز فشار ($c.p$) بر مرکز سطح (c) منطق است.

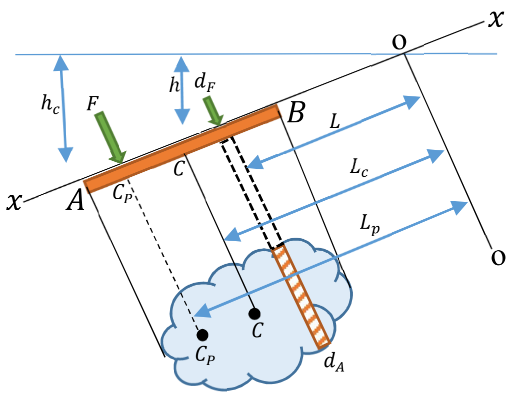
برای سطوح مستوی، غیر افقی، به علت تغییر فشار آب در عمق توزیع فشار عودی بر سطح به صورت یک بار گسترده غیر یکنواخت ولی با تغییر خطی میباشد. بعبارت دیگر سطح توزیع فشار برروی صفحهٔ مستغرق به شکل یک ذوزنقه است که آنرا دیاگرام منشوری فشار میگویند.



در این حالت، مقدار نیروی وارد برابر حجم منشور و جهت آن عمود بر سطح مستغرق می باشد. نقطه اثر این نیرو از مرکز ثقل (cg) منشور فشار میگذرد، زیرا گشتاور نیروی برایند F باید مساوی گشتاور نیروهای گسترده حول هر محور دلخواه باشد و تنها جایی که تعادل استاتیکی فوق برقرار میگردد، مرکز ثقل منشور فشار است.

محاسبه مقدار، جهت و نقطه اثر برآیند نیروهایی که بر سطوح مستغرق وارد میشود، در طراحی پایداری سدها، دیواره ها، مخازن آب و کشتی ها یک امر ضروری است.

نیروی وارد بر سطوح مستوی و مستغرق:



C مرکز سطح مورد نظر است که در عمق h_c از سطح آب و در فاصله L_c از محل تقاطع صفحهٔ x-x با سطح آب قرار گرفته است.

سطح کوچک dA را بر روی صفحه AB در نظر میگیریم. مرکز سطح dA تا سطح آب دو برابر h و فاصلهٔ آن دو امتداد x-x تا محور قائم برابر L است:

$$d_F = Pd_A \quad , \quad P = \gamma h \ \rightarrow \ d_F = \gamma h d_A$$

$$h = Lsin\alpha \qquad \rightarrow d_F = \gamma Lsin\alpha . d_A$$

در اینصورت کل نیروی فشاری بر روی سطح صفحهٔ AB با مساحت A عبارتست از:

$$F = \int_0^A d_F = \int_0^A \gamma Lsin\alpha . d_A \ \rightarrow \ F = \gamma sin\alpha \int_0^A Ld_A$$

عبارت $\int Ld_A$ ، گشتاور اول سطح A حول محور o-o است که مقدار آن برابر حاصلضرب کل مساحت A در فاصلهٔ مرکز سطح c تا محور o-o است یعنی:

$$\int_0^A Ld_A = L_c A$$

بنابراین:

$$F = \gamma sin\alpha . L_c A \quad , \quad L_c sin\alpha = h_c \qquad \rightarrow \qquad F = \gamma h_c A$$

بنابراین میتوان گفت که نیروی وارد از طرف آب ساکن بر یک سطح مستوی و مستغرق، عبارت است از حاصلضرب فشار در مرکز سطح آن در مساحت کل آن سطح: $\mathrm{F} = \mathrm{P}_c . A$

برای تعیین نقطه اثر نیروی F یا مرکز فشار، در واقع باید مرکز ثقل منشور فشار را تعیین نمود. بنابراین گشتاور نیروها را حول محور o-o بدست می آوریم. اگر گشتاور نیروی dF حول محور o-o را با dM نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$d_M = L . d_F = L(\gamma sin\alpha . d_A) = \gamma sin\alpha (L^2 d_A)$$

$$M = \int_0^A \gamma sin\alpha \, (L^2 d_A) = \gamma sin\alpha \int_0^A L^2 d_A$$

. $\int_0^A L^2 d_A$ ، برابر گشتاور دوم سطح A نسبت به محور o-o است که همان اینرسی نامیده میشود.

$$M = \gamma\ sin\alpha\ I_{oo} \qquad , \qquad I_{oo} = \int_0^A L^2 d_A$$

اگر گشتاور نیروی برایند F حول محور o-o را با M نشان دهیم خواهیم داشت:

$$M = F.L_P = (\gamma \sin\alpha\ \ L_c A) \times L_P = \gamma \sin a\ \ I_{oo} \quad \rightarrow \quad L_P = \frac{I_{oo}}{L_c A}$$

. L_P در واقع موقعیت اثر نیروی برآیند F میباشد.

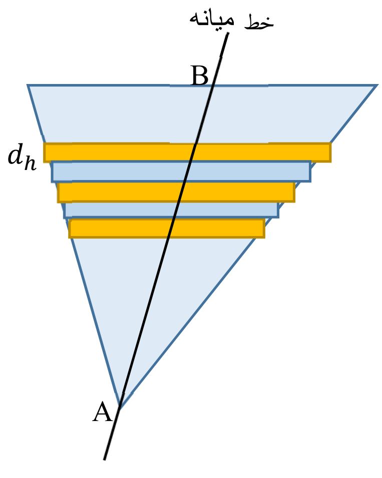
به منظور سهولت محاسبات میتوان ممان اینرسی را حول محوری موازی با محور o-o که از مرکز سطح جسم میگذرد محاسبه نمود:

$$I_{oo} = I_c + L_c^2 A$$

$$L_P = \frac{I_{oo}}{L_c A} = \frac{I_c + L_c^2 A}{L_c A} \quad \rightarrow \quad L_P = L_c + \frac{I_c}{L_c A}$$

از آنجا که I_c و L_c و A هر سه کمیت های مثبتی هستند، بنابراین میتوان نتیجه گرفت که مرکز فشار ($c.p$) همواره پایین تر از مرکز سطح c قرا دارد.

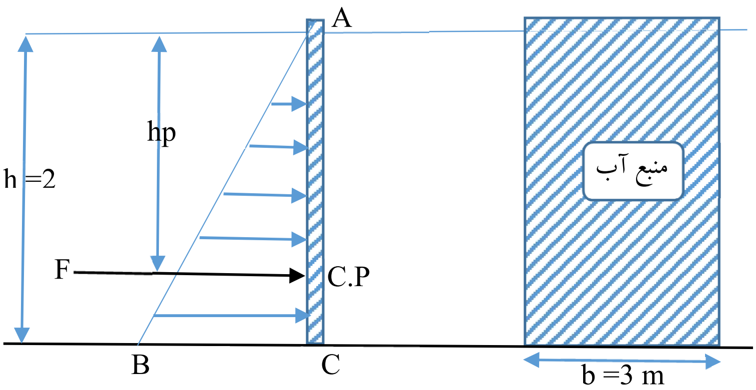
از نظر موقیت افقی مرکز فشار برای شکل های هندسی مانند شکل زیر، میتوان گفت که این سطح از تعدادی مستطیل های کوچک به ارتفاع (dh) تشکیل یافته است بنابراین مرکز سطح و مرکز فشار این مستطیل های کوچک در مرکز آنها واقع میشود. بنابراین همهٔ نیروها از روی خط میانه AB عمل میکنند و در نتیجه برآیند کل نیروها نیز باید بر روی خط میانه اثر نماید.



برای تعیین موقعیت افقی و عمودی مرکز فشار در سطوح نا منظم ابتدا باید با تقسیم مساحت آن به سطوح منظم، موقعیت برآیند نیرو بر روی هر یک از سطوح بدست آورده و سپس نسبت به یک محور مناسب گشتاور گرفت.

مثال– مقدار، جهت و نقطه اثر نیروی وارد از آب به دیواره بتنی مخزن ذخیره آب شکل زیر را بدست آورید.

$$\gamma_w = 9810\ N/m^3$$



راه حل اول:

دیاگرام فشار بر روی دیواره بصورت مثلث ABC است که قاعده آن BC معادل فشار هیدرواستاتیکی آب در عمق h بوده و برابر γh است.

$$\mathrm{F} = \left[\frac{1}{2}\gamma h.h\right] \times b = \frac{1}{2} \times 9810 \times 2^2 \times 3 = 58860\ N$$

این نیرو بر دیواره عمود است.

مرکز منشور فشار: ← $h_P = \frac{2}{3}(h) = \frac{2}{3} \times 2 = 1.33\ m$

راه حل دوم:

$$F = \gamma h_c.A \quad , \quad A = b.h \quad , \quad h_c = \frac{1}{2}.h$$

$$F = 9810 \times \frac{1}{2} \times 2 \times (3 \times 2) = 5856\ kN$$

$$L_P = L_C + \frac{I_C}{L_C A} \quad , \quad h_P = L_P \sin\alpha \ \rightarrow h_P = L_P \ , \ h_c = L_c$$

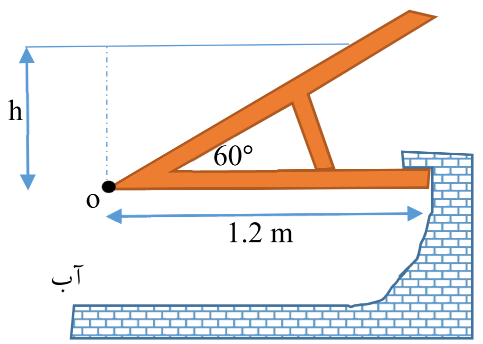
$$h_P = h_c + \frac{I_c}{h_c A} \quad , \quad I_c = \frac{bh^3}{12}$$

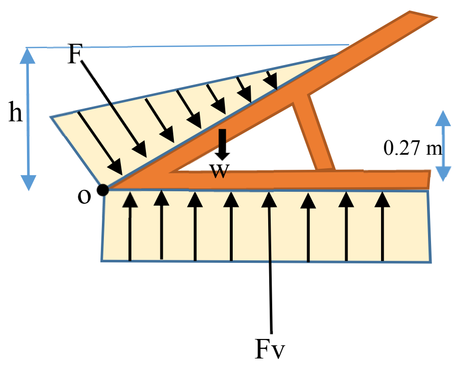
$$h_P = h_c + \frac{I_c}{h_c A} = 0.5h + \frac{\frac{bh^3}{12}}{0.5h(bh)} = 0.5h + \frac{h}{6} = \frac{2}{3}h = 1.33\ m$$

موقعیت افقی نیرو در b ½ قرار دارد.

$$x_{cp} = \frac{1}{2}b = 1.5\ m$$

مثال– دریچه ای به عرض *b=60 cm* حول محور *o* لولا شده است. وزن دریچه ۲۲۲۴ نیوتن بوده و مرکز ثقل آن به فاصله ۳۶ سانتیمتر در راست و ۲۷ سانتیمتر در بالای محور *o* قرار دارد. حداکثر عمق *h* چقدر باشد تا دریچه بسته بماند. (در آستانه باز شدن قرار گیرد) از ضخامت دریچه و همچنین اصطحکاک دریچه حول *o* صرفنظر کنید.





$$F_v = \gamma h A = 9810 \times h \times (0.6 \times 1.2) = 7063h$$
$$F = \gamma h_c A = 9810 \times \left(\frac{1}{2}h\right)\left(\frac{h}{sin60} \times 0.6\right) = 3398\ h^2$$

نیروی وزن به فاصله *0.36 m* سمت راست نقطه *o* وارد میشود. نیروی *Fv* به فاصلهٔ $\frac{1.2}{2} = 0.6\ m$ از سمت راست نقطه *o* وارد میشود. نیروی *F* تابع عمق استغراق *h* بوده و به صورت زیر محاسبه میشود.

$$L_P = L_c + \frac{I_c}{L_c A}$$
$$L_c = \frac{h_c}{sin60} = \frac{0.5h}{sin60} = 0.577\ h \quad , \quad I = \frac{bh^3}{12} = \frac{1}{12} \times (0.6) \times \left(\frac{h}{sin60}\right)^3 = 0.077\ h^3$$
$$A = \frac{h}{sin60} \times 0.6 = 0.693\ h$$
$$L_P = L_c + \frac{I_c}{L_c A} = 0.577\ h + \frac{0.077h^3}{0.577h \times 0.693h} = 0.77h$$
$$L_P = 0.77h \rightarrow L_o = \frac{h}{sin60} - L_P = 1.154h - 0.77h = 0.385h$$

در آستانه باز شدن دریچه، گشتاور نیروها حول محور *o* باید صفر شود، پس:

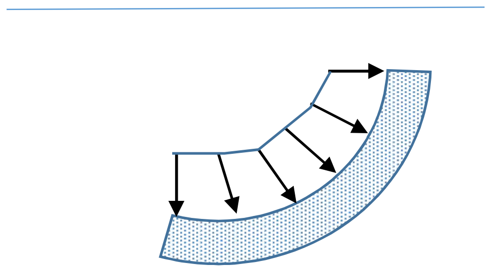
$$\Sigma M_o = 0 \rightarrow F \times L_o + w \times L_w = F_v \times L_v = 0$$
$$(3398\ h^2)(0.385\ h) + (2224 \times 0.36) - (7063\ h)(0.6) = 0$$
$$1308.23\ h^3 - 4238\ h + 800 = 0$$

معدله دارای سه جواب است $\Rightarrow$ $h_1 = 0.19\ m \ ,\ h_2 = 1.7\ m \ ,\ h_3 < 0$ غ ق ق

بنابراین در محدوده $0.19\ m < h < 1.7\ m$ درچه بسته خواهد ماند.

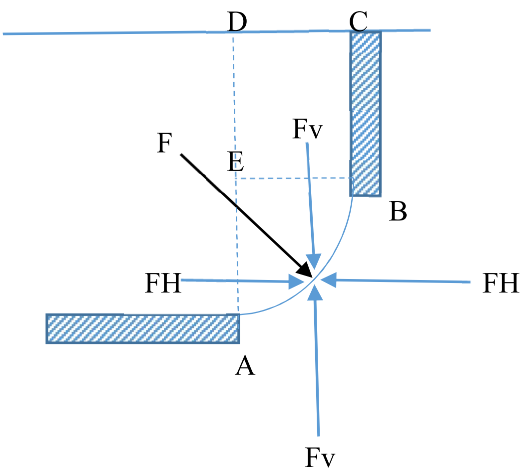
نیروهای وارد بر سطوح منحنی مستغرق:

بر روی سطوح منحنی مستغرق، مانند سطح AB در شکل زیر نیروهی وارد بر سطح کوچک dA از نظر مقدار و جهت متفاوت است و جمع نیروها امکان پذیر نیست.



اما برای سطوح منحنی نیز میتوان مولفه های نیروی برایند را در جهات معین تعیین نمود. بدین ترتیب که مولفه های افقی و عمودی نیروهای وارد بر سطح را (از نظر مقدار و نقطه اثر) محاسبه نموده و برایندنیروی کل وارد بر سطح را بدست آورد.

در شکل زیر نیروی F وارد از آب دریچهٔ AB به دو مولفهٔ عمودی و افقی تجزیه شده است. از آنجا که دریچه در تعادل استاتیکی است، بنابراین برآیند نیروها در دو طرف سطح یکسان خواهد بود.



تصویر سطح منحنی AB در جهت قائم با سطح فرضی EA که مستوی است، مشخص شده است. از آنجا که مایع محصور بین سطح AB و سطح AE در حالت تعادل استاتیکی است و نیروهای وجود را تنها نیروهای فشاری و نیروی وزن تشکیل میدهد، بنابر این میتوان گفت که:

$$F_H - F_H = 0$$

یا به عبارت دیگر مولفهٔ افقی نیروی وارد بر سطح منحنی شکل برابر است با نیروی فشار هیدرواستاتیکی وارد بر سطح تصویر قائم آن. اندازه، جهت، و نقطه اثر نیروی افقی F_H را مطابق روش سطوح مستوی قائم میتوان بدست آورد.

علاوه بر آن سطوح مستغرق از بالا و پایین در معرض فشار مایع قرار دارد. نیروی قائم F_v در اثر حجم آب محصور بین سطح AB تا سطح آزاد آب یعنی ($ABCD$) ایجاد میشود. از آنجاییکه این حجم آب در تعادل استاتیکی قرار دارد، بنابراینمولفه قائم نیروی وارد بر سطحمنحنی شکل، برابر است با وزن مایعی که از روی سطح منحنی شکل تا سطح آزاد

مایع، در راستای قائم قرار گرفته است. خط اثر نیروی F_v و w یکسان بوده و در نتیجه امتداد نیروی F_v نیز از مرکز ثقل حجم $ABCD$ میگذرد.

نیروی وارد بر سطح منحنی شکل AB از ترکیب مولفه های افقی و عمودی بدست می آید:

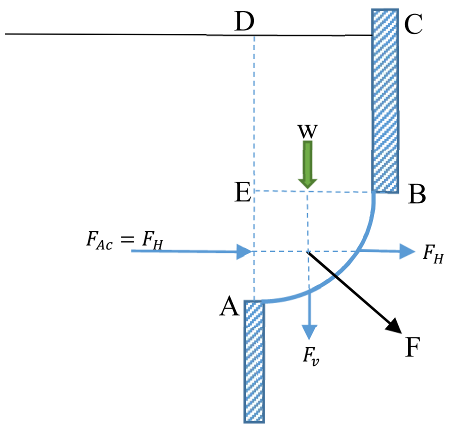
$$\vec{F} = \vec{F} = \overrightarrow{F_H} + \overrightarrow{F_v} \qquad\qquad F = \sqrt{{F_H}^2 + {F_v}^2}$$

جهت و امتداد نیروی برآیند $\vec{F}$ نیز عبارت است از: $\theta = arc\tan\left(\frac{F_v}{F_H}\right)$

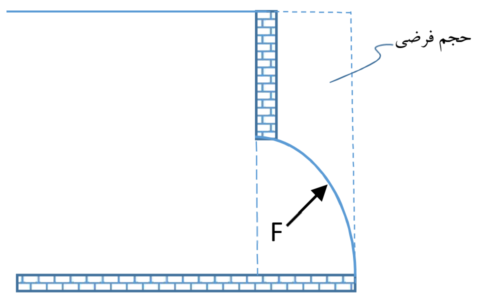
نقطه اثر برآیند $\vec{F}$ را میتوان از طریق گشتاور نیروهای F , Fv , Fh حول یک محور مناسب بدست آورد، زیرا نقطه اثر نیروهای Fv , Fh را به سهولت میتوان محاسبه نمود.

در حالت خاص که سطح منحنی AB به صورت یک ربع دایره باشد (قسمتی از یک استوانه) چون نیروها عمود بر سطح دایره ای وارد میشوند، در این صورت نقطه اثر نیروی برآیند F از مرکز دایره (استوانه) میگذرد.

در شکل زیر نیروهای وارد بر سطح منحنی AB در حالیکه آب در یک طرف سطح و بر روی آن قرار دارد نشان داده شده است.



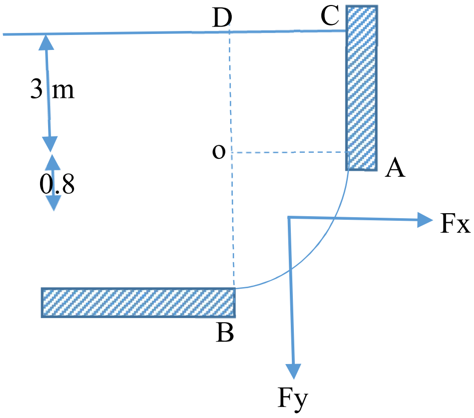
در شکل زیر، حالتی نشان داده شده است که نیروهای وارده از سطح زیرین اعمال میشوند. در این صورت مولفهٔ عمودی نیروها برابر است با وزن حجم فرضی مایع بر روی سطح منحنی تا سطح آزاد مایع و در امتداد قائم.



$$\forall \times \gamma = F_y$$

مثال– یک دریچه قطاعی که به شکل ربع استوانه با شعاع $1.5\ m$ و عرض $3\ m$ ساخته شده در کف یک مخزن قرار گرفته است. مقدار، جهت و موقعیت نیروی وارده از طرف آب به دریچه را محاسبه کنید.

الف: مولفهٔ افقی نیروی برآیند یعنی F_x عبارتست از نیروی وارد بر سطح تصویر oB



$$F_x = (\gamma h_c A)_{oB}$$

$$9.81 \times (3 + 0.75)(1.5 \times 3) = 165.5\ kN$$

ب: نقطه اثر نیروی F_x

$$L_P = L_c + \frac{I_c}{L_c A} \qquad h_c = -3.75\ ,\ \ A = 1.5 \times 3 = 4.5\ m^2$$

$$L_P = h_c + \frac{I_c}{h_c A} \qquad I_c = \frac{bh^3}{12} = \frac{(3)(1.5)^3}{12} = 0.84\ m^4$$

$$L_P = 3.75 + \frac{0.84}{3.75 \times 4.5} = 3.8\ m \quad \rightarrow \quad 3.8 - 3 = 0.8$$

ج: مولفهٔ عمودی نیروی برآیند یعنی (F_y) عبارتست از وزن آب در حجم $ABCD$:

$$F_y = (\gamma_w \times \gamma) + (\gamma_w \times \forall)$$

$$= \left(9.81 \times (3 \times 3 \times 1.5)\right) + \left(9.81 \times \left(\frac{\pi \times 1.5^2}{4} \times 3\right)\right) = 184.4\ kN$$

هـ: مقدار نیروی برآیند $\vec{F}$ وارد بر دریچه:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{165.5^2 + 184.4^2} = 248.803\ kN$$

و: امتداد و جهت نیروی $\vec{F}$:

$$tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{184.435}{165.5} = 1.114 \quad \rightarrow \ \theta = Arc\tan 1.114 = 48°$$

ز: موقعیت و محل اثر نیروی $\vec{F}$ بر دریچه:

اگر از وزن دریچه صرف نظر شود گشتاور نیروها حول محور o-o محاسبه میشود. یعنی کل F از نقطه o عبور میکند.

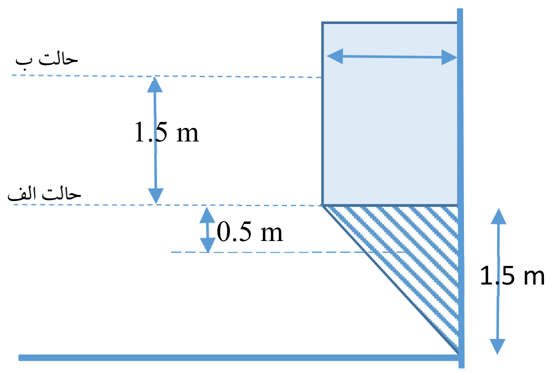
$$\Sigma M_o = 0$$
$$\rightarrow \quad -(132.435 \times 0.75) - (52 \times 0.6366) + (165.5 \times 0.8) - (248 \times L_o) = 0$$
$$-99.326 - 33.1032 + 132.4 - (248 \times L_o) = 0$$
$$-0.0292 - 248 \times L_o = 0$$
$$L_o = 0$$

نتیجه اینکه نیروی آب گشتاوری ندارد، بنابراین برای باز کردن دریچه تنها باید نیروی وزن دریچه و اصطحکاک آن خنثی شود.

مثال– در شکل زیر، پایه ای نیم مخروطی برای نگهداری برج نیم استوانه ای در بالادست یک سد احداث شده است. اندازه، جهت و موقعیت مولفهٔ های افقی و عمودی نیروهایی را که از طرف آب به پایه وارد میشود را در دو حالت زیر محاسبه کنید.

الف) وقتی سطح آب در کف برج استوانه ای باشد.

ب) وقتی سطح آب ۱/۵ متر بالاتر از حالت الف باشد.



حالت الف: برای محاسبه F_x تصویر قائم نیم مخروط را در نظر میگریم که یک مثلث به ارتفاع ۱/۵ و ۳ متر قاعده است

$$F_x = \gamma h_c A = 9.81 \times \left(\frac{1.5}{3}\right) \times \left(\frac{3 \times 1.5}{2}\right) = 11.04\ kN$$

نیروی قائم برابر است با وزن آب فرضی داخل نیم مخروط:

$$\text{حجم مخروط کامل} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

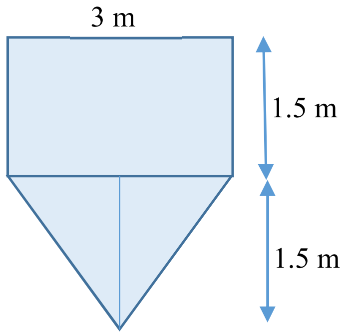
$$\text{حجم استوانه کامل} = \pi r^2 h$$

$$\text{حجم نیم مخروط} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \times \pi \times 1.5^3 = 1.767\ m^3$$

$$F_y = 1.767 \times 9.81 = 17.34\ kN$$

$$F = \sqrt{11.04^2 + 17.34^2} = 20.55\ kN \quad , \quad \theta = tan^{-1}\left(\frac{17.34}{11.04}\right) = 57.5°$$

حالت ب: در این حالت تصویر قائم به صورت زیر خواهد بود:



$$A = 3 \times 1.5 + \frac{3 \times 1.5}{2} = 6.75\ m^2$$

$$h_c = \bar{y} = \frac{\Sigma A.\Delta y}{\Sigma A}$$

$h_c =$ مرکز سطح : $\bar{y} = \dfrac{(3 \times 1.5 \times 0.75) + \left(\frac{3 \times 1.5}{2} \times 2\right)}{6.75} = 1.1667\ m$

$$F_X = \gamma h_c A = 9.81 \times 1.1667 \times 6.75 = 77.26\ kN$$

نیروی قائم Fy برابر است با حجم مایع فرضی داخل نیم مخروط و نیم استوانه:

حجم نیم مخروط: $1.767 \times 9.81 = 17.34$ وزن نیم مخروط

$F_y =$ وزن نیم مخروط + وزن نیم استوانه

$$F_y = 17.34 + +\left(9.81 \times \left(\frac{\pi r^2}{h} \times \frac{1}{2}\right)\right)$$

$$F_y = 17.73 + \left(9.81 \times \frac{\pi \times 1.5^2 \times 1.5}{2}\right) = 69.34\ kN$$

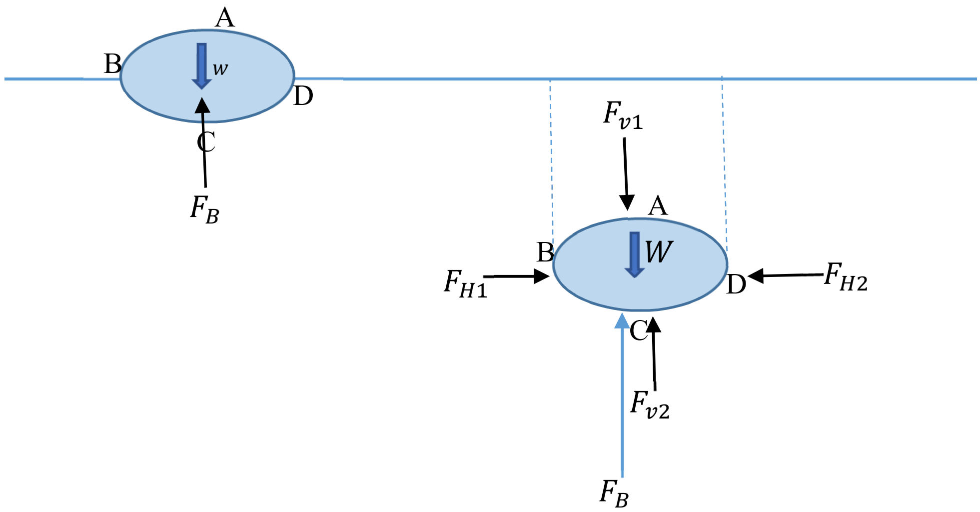
$$F = \sqrt{69.34^2 + 77.26^2} = 103.81\ kN \quad , \quad \theta = tan^{-1}\left(\frac{69.34}{77.26}\right) = 41.9°$$

$$L_P = h_c + \frac{I_c}{h_c A} \quad , A = 2.25\ m^2 \quad , \quad I_c = \frac{3 \times 1.5^3}{36} = 0.28125\ m^4$$

$L_P = \left(\frac{1.5}{3}\right) + \dfrac{0.28125}{0.5 \times 2.25} = 0.75$ نیروی افقی

شناوری (Buoyancy) :

یک جسم در داخل مایع ممکن است دو حالت داشته باشد: ۱- غوطه ور باشد.   ۲- شناور باشد.



در حالت غوطه ور : $\Sigma F_x = 0 \rightarrow \boxed{F_{H1} = F_{H2}}$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{v2} - w - F_{v1} = 0$$

$$\rightarrow (\gamma_F \times \forall_{EDCBF}) - (\gamma_F \times \forall_{FBADE}) - (\gamma_s \times \forall_{ABCD}) = 0$$

$$(\gamma_F \times \forall_{EDCBF}) - (\gamma_s \times \forall_{ABCD}) = 0$$

شرط غوطه وری: $\boxed{\gamma_s = \gamma_F}$

در حالت شناور : $W = \gamma_s \times \forall_{ABCD}$

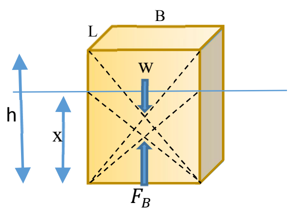
$$F_B = \gamma_F \times \forall_{BCD}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow W - F_B = 0 \quad \rightarrow \quad W = F_B$$

$$\gamma_s \times \forall_{ABCD} = \gamma_F \times \forall_{BCD}$$

شرط شناوری: $\boxed{\gamma_s < \gamma_F}$

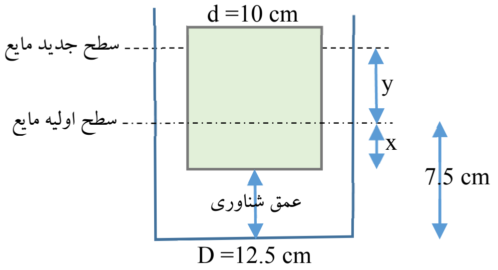
نکته: نیروی شناوری (F_B) بر مرکز جسم مستغرق وارد میشود.



$$F_B - \gamma_F \times (L \times B \times x)$$

$$\overline{GB} = \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{2}\right)$$

مثال– در سیلندری به قطر *12.5 cm* مایعی به عمق *7.5 cm* و وزن مخصوص k=8.17 N/m^2 وجود دارد. یک پیستون به قطر *10 cm* و ارتفاع *9.4 cm* و وزن *4 N* در داخل سیلندر فرو برده میشود. پیستون در چه عمقی شناور خواهد ماند؟



$$\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)x = \frac{1}{4}\pi(D^2 - d^2)y \rightarrow \left(\frac{1}{4}\pi \times 10^2\right)x = \frac{1}{4}\pi(12.5^2 - 10^2)y$$

یا : $x = 05625y\ cm$

$$W = F_B \quad \rightarrow 4 = 8170 \times \frac{\pi \times 0.1^2}{4} \times \frac{x+y}{100} \quad \rightarrow \quad x + y = 6.23\ cm$$

$$x = 2.24\ cm \quad , \quad y = 3.99\ cm$$

عمق شناور شدن: $7.5 - x = 7.5 - 2.24 = 5.26\ cm$

پایداری اجسام غوطه ور و شناور:

اگر به جسمی که در حالت تعادل است، یک تغییر مکان جزئی داده شود، در صورتیکه جسم به موقعیت اوله خود باز گردد، در این حالت گفته میشود که جسم در حالت تعادل پایدار است.

تغییر مکان را به دو صورت زیر میتوان اعمال کرد:

۱– تغییر مکان خطی   ۲– تغییر مکان زاویه ای یا چرخشی

۱– تغییر مکان خطی (عمودی):

. $F_B > F_B$: یعنی جسمی که در مایعی به صورت شناور است، در امتداد قائم در تعادل است زیرا اگر یک تغییر مکان خطی به سمت پایین داده شود، نیروی شناوری افزایش می یابدکه این نیرو میخواهد جسم را به حالت شناور اولیه باز گرداند.

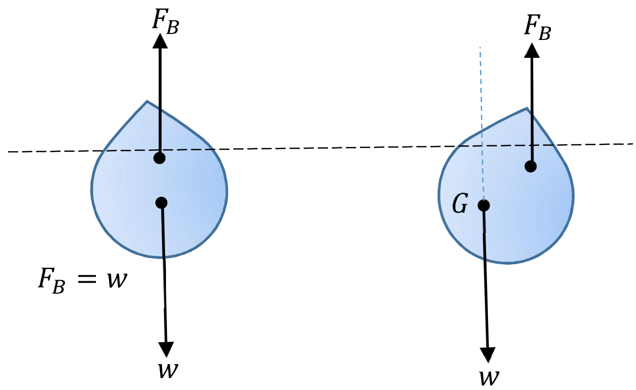
در اجسام غوطه ور:

اگر $\gamma_S = \gamma_F$ باشد، جسم به کف ظرف میرود و اگر بالا کشیده شود، مجددا سقوط میکند.

اگر $\gamma_S < \gamma_F$ باشد، جسم به حالت معلق در هر عمقی می ماند   تعادل خنثی و ناپایدار

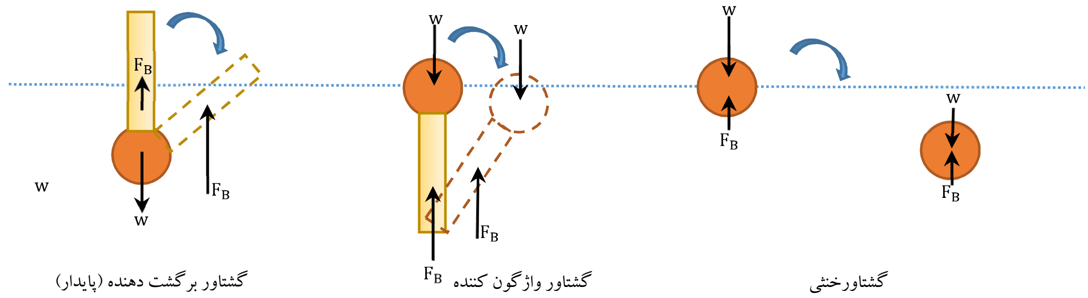
۲- تغییر مکان چرخشی:

اگر به جسم شناور یک تغییر مکان زاویه ای کوچک داده شود یک زوج نیرو شامل نیروی وزن و نیروی شناوری ایجاد میشود، اگر شناور حاصله منجر به باز گردانیدن جسم به وضعیت تعادل اولیه شود، جسم در حالت تعادل پایدار چرخشی خواهد بود.



در این حالت حجم ثابت میماند چون شکل متقارن است.

پایداری یک جسم شناور بستگی به موقعیت نسبی مرکز شناوری (B) و مرکز جسم (G) دارد.



بنابراین:

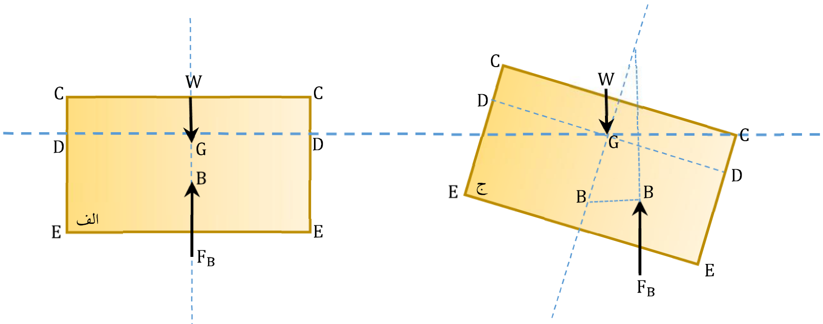
۱- اگر B بالاتر از G باشد گشتاور همیشه برگشت دهنده (پایدار) است

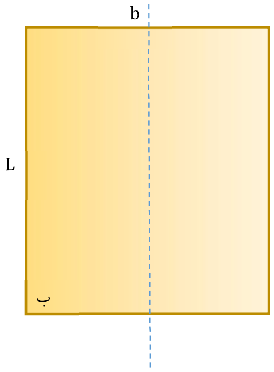
۲- اگر G بالاتر از B باشد گشتاور واژگون کننده است. (یک قانون کلی)

۳- اگر G,B همواره در یک راستا باشند: M=0 است (حالتی از تعادل ناپایدار)

بررسی پایداری اجسام شناور وقتی که B پایین تر از G (مرکز ثقل) باشد:

شناوری به شکل مکعب مستطیل همانند شکل زیر در نظر میگیریم:





در شکل الف:

$$w = F_B = \gamma(\forall_{DEED})$$

اگر همانند شکل ج، شناور با زاویه کوچک θ در جهت

عقربه های ساعت چرخش نماید خواهیم داشت.

$$F_B = F_B = \gamma(\forall_{DEED})$$

با توجه به متقارن بودن شناور، بنابر این هر مقدار که از داخل آب خارج شده است، معدل همان مقدار در آب فرو رفته است. بنابراین حجم شناوری تغییر نمیکند. پس در شکل ج، نیز داریم:

$$w = F_B$$

اما چون در شکل حجم مستغرق تغییر کرده است (مستطیل به ذوزنقه) بنابراین موقعیت مرکز شناوری در شکل ج از B به B منتقل می شود. در این حالت دو نیروی w و F با تشکیل کوپل و ایجاد گشتاور چرخشی، میخواهند شناور را به حالت تعادل اولیه برگردانند.

تعریف:

- محل تلاقی امتداد قایم نیروی F_B با خط محور مرکزی را مرکز استقرار میگویند.
- فاصله مرکز ثقل G تا مرکز استقرار را ارتفاع نقطه استقرار میگویند.
- MG خطی است برای ارزیابی وضعیت پایداری شناور.
- اگر M به G منطبق باشد، گشتاوری نداشته و حالت تعادل برقرار است.

مقدار MG را میتوان از رابطه زیر دست آورد:

$$MG = M_B \pm G_B$$

$$M_B = \frac{I_y}{\forall}$$

وضعیت پایداری شناور را میتوان بصورت زیر بررسی کرد:

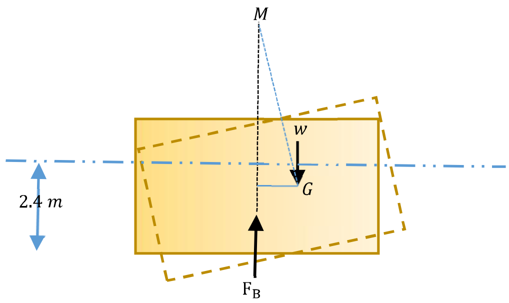
گشتاور حاصل از چرخش زاویه θ: $M = w.a = w(MG.sin\theta)$

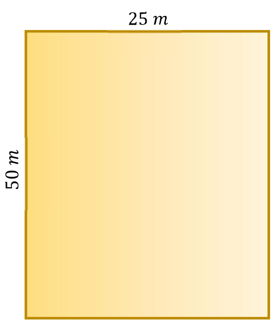
۱- اگر M بالاتر از G باشد: $MG > 0$ گشتاور برگشت دهنده است. (وضعیت تعادل پایدار)

۲- اگر M پایین تر از G باشد $MG < 0$ گشتاور واژگون کننده است. (وضعیت تعادل ناپایدار)

۳- اگر M بر G منطبق باشد: MG=0 وضعیت تعادل خنثی است. (ناپایدار)

مثال- یک کشتی باری باسطح مقطع مستطیل 25*50 m و ارتفاع 4 m در نتیجه بارگیری به اندازه 2.4 m در آب فرو رفته است. مرکز ثقل کشتی در ارتفاع 2 m از کف قرار دارد. اگر گشتاوری معادل $55 \times 10^4\ kN.m$ بر کشتی اعمال شده باشد، زاویه انحراف کشتی (θ) را محاسبه نمایید. وزن مخصوص آب دریا $10\ kN/m^3$ است.





$$GB = 2 - 1.2 = 0.8\ m$$

$$M = W \times (MG.sin\theta) \simeq w \times (MG.\theta)$$

$$w = F_B = \gamma \times \forall = 10 \times (25 \times 50 \times 2.4) = 3 \times 10^4\ kN$$

$$MG = MB \pm GB = \frac{I_y}{\forall} - GB$$

$$I_y = \frac{1}{12} LD^3 = \frac{1}{12}(50)(25)^3 = 65104\, m^4$$

$$\forall = 25 \times 50 \times 2.4 = 3000\, m^3 \ , \quad GB = 2 - \frac{2.4}{2} = 0.8\, m$$

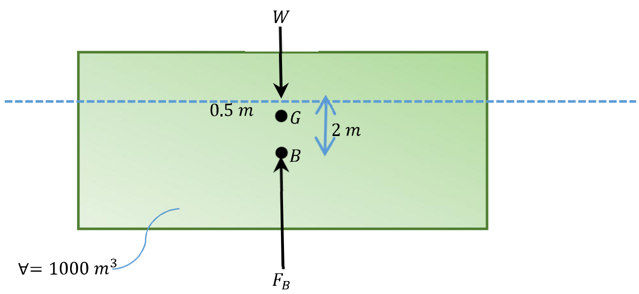
$$MG = \frac{65104}{3000} - 0.8 = 20.9\, m > 0$$

پس M بالای G قرار داشته و کشتی پایدار است:

$$M = w \times (MG.\theta) \rightarrow 5.5 \times 10^4 = 3 \times 10^4 \times (20.9 \times \theta)$$

$$\theta = \frac{M}{w(MG)} = \frac{55\times 10^4}{3\times 10^4 \times 20.9} = 0.0877\, radian \ = 5.024°$$

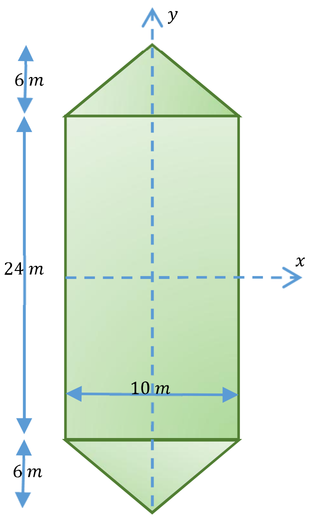
مثال– پلان کشتی زیر را در نظر بگیرید، مرکز شناوری و مرکز ثقل آن به ترتیب 2 و 0.5 متر پایین تر از سطح آب است. اگر کشتی در اثر شناور شدن $1000\, m^3$ آب را جابجا کند.



الف) وزن کشتی چقدر است؟

ب) ارتفاع متاسنتریک حول دو محور x,y چقدر است؟

الف :
$$\Sigma F_y = 0 \ \rightarrow w = F_B = \gamma_w \times \forall = 10 \times 1000 = 10000\, kN$$



$$MG = MB - GB$$

$$MB = \frac{I_x \text{ یا } I_y}{\forall}$$

$$MG = \frac{I_y}{\forall} - 1.5 = \frac{2250}{1000} - 1.5 = 0.75\, m > 0 \text{ پایدار}$$

$$I_y = \frac{24\times 10^3}{12} + \frac{6\times 5^3}{12} \times 4 = 2250\, m^4$$

$$MG = \frac{I_x}{\forall} - 1.5 = \frac{20520}{1000} - 1.5 = 19.2\, m$$

$$I_x = \frac{10\times 24^3}{12} + \left(\frac{5\times 6^3}{12} + 15 \times 12^2\right) \times 4 = 20520\, m^4$$

تعادل یا سکون نسبی مایعات:

شرایطی در نظر گرفته میشود که مایع نسبت به ظرف ساکن بوده، ولی ظرف مایع در حرکت باشد. در این حالت مایع را مانند یک جسم صلب و یکپارچه میتوان در نظر گرفت و حرکت کل مایع در ظرف را تحت شرایط سکون نسبی یا تعادل نسبی مطالعه نمود.

در این بخش وضعیت تعادل نسبی مایع در حالتهای زیر بررسی میشود:

الف: حرکت خطی

۱- با شتاب صفر (سرعت یکنواخت) : $\vec{a} = 0$

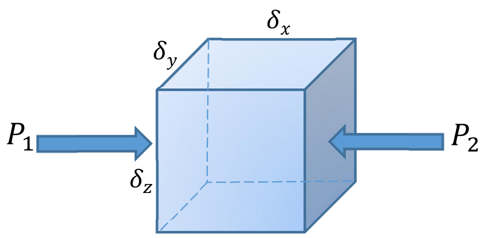
۲- با شتاب ثابت عمودی: $\vec{a}_z = const$

۳- با شتاب ثابت افقی: $\vec{a}_x = const$

ب: حرکت دورانی با سرعت زاویه ای ثابت: $w = 2\pi v = const$

حرکت خطی مایعات تحت شتاب ثابت در صفحهٔ x-z :

یک ذرهٔ مایع نشان داده شده در شکل زیر را در نظر میگیریم، فرض میشود که فشار در مرکز این حجم کنترل P بوده و حجم کنترل تحت شتاب ثابت افقی a_x و قائم a_z قرار دارد:



$$F_1 = P_1 \times \delta_y.\delta_z$$

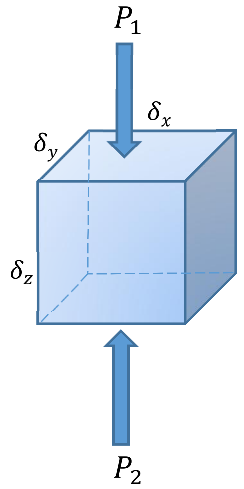
$$F_2 = P_2 \times \delta_y.\delta_z$$

$$\Sigma F_x = m.a_x$$

$$(P_1.\delta_y.\delta_z) - (P_2.\delta_y.\delta_z) = \rho.\forall.a_x = \rho(\delta_x.\delta_y.\delta_z)a_x$$

$$P_1 - P_2 = \rho.\delta_x.a_x \quad \rightarrow \quad \frac{P_1 - P_2}{\delta_x} = -\rho.a_x \quad \rightarrow \quad \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho.a_x$$

معادله حرکت در امتداد قائم: (z)



$$F_1 = P_1 \times \delta_x.\delta_y$$

$$F_2 = P_2 \times \delta_x.\delta_y$$

$$\Sigma F_z = m.a_z$$

$$F_2 - F_1 - w = -m.a_z$$

$$(P_1.\delta_x.\delta_y) - (P_2.\delta_x.\delta_y) - P.g(\delta_x.\delta_y.\delta_z) = -\rho.\forall.a_x = \rho(\delta_x.\delta_y.\delta_z)a_z$$

$$P_2 - P_1 - Pg.\delta_z = -\rho.\delta_z.a_z \quad \rightarrow \quad P_1 - P_2 = -\rho.\delta_z.a_z - \rho.g.\delta_z$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\delta_z} = \rho(a_z + g) \quad \rightarrow \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho(a_z + g)$$

در حالت کلی یعنی وقتی که a_x و a_z اثر میکنند، خواهیم داشت:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial z} d_z + \frac{\partial P}{\partial x} d_x$$

از معادلات ۱ و ۲ داریم:

$$dP = (-\rho a_x)d_x + [-\rho(a_z + g)]d_z$$

نکته: سطح آزاد مایع تحت فشار یکسان قرار دارد، بنابراین یک سطح هم فشار است، در سطح هم فشار داریم: dp=0

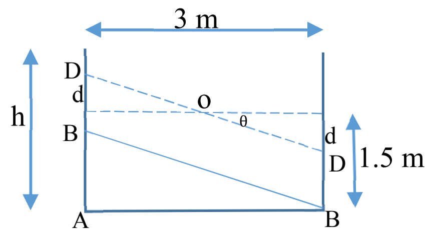
بنابراین:

$$-\rho a_x d_x - \rho(a_x + g)d_x = 0 \quad \rightarrow \frac{d_z}{d_x} = -\left(\frac{a_x}{a_z + g}\right)$$

چون a_x و a_z هر دو ثابت هستند، بنابراین:

$$\frac{d_z}{d_x} = -\left(\frac{a_x}{a_z+g}\right) = \tan\theta$$

مثال– منبعی به طول 3 m تا عمق 1.5 m از آب پر شده است، اگر این منبع در امتداد افق با شتاب ثابت از آب پر شده است، اگر این منبع در امتداد افق با شتاب ثابت 3 m/s حرکت داده شود، مطلوبست تعیین:



الف) زاویه سطح آزاد آب با افق.

ب) فشار مازیمم و مینیمم در کف منبع.

ج) اگر عرض منبع ۲ متر باشد نیروی وارد به کف چقدر است؟

الف: $\tan\theta = -\frac{a_x}{a_z+g} = \frac{-3}{0+9.81} = -0.306 \quad \rightarrow \theta = 17°$

ب: خط همفشار با افق زاویه θ میسازد. بنابراین فشار در امتداد هر خط موازی با خط DD یکسان خواهد بود. پس خط BB نیز یک خط هم فشار محسوب میشود. بنابراین فشار در نقطه B کمترین مقدار و در نقطه A بیشترین مقدار را خواهد داشت.

$$P_{max} = P_A = \gamma h_A = \gamma(d + H)$$

$$\tan\theta = \frac{d}{1.5} \rightarrow d = 1.5\tan 17° = 0.46\, m$$

$$P_A = 9.81(0.46 + 1.5) = 19.2\ \frac{kN}{m^2}$$

$$P_{min} = P_B = \gamma h_B = \gamma(H - d) = 9.81(1.5 - 0.46) = 10.2\ \ kN/m^2$$

ج: $F = \gamma h_{avrg} \times A \rightarrow 9.81 \times 1.5 \times (3 \times 2) = 88.29\, kN$

مثال– منبع آبی با شتاب قائم 4.9 m/s رو به بالا حرکت میکند. منبع به شکل مستطیل با عرض و طول 1.2 و 1.5 متر است، اگر عمق آب ور منبع 0.9 m باشد، مقدار فشار استاتیکی و نیروی وارد بر کف منبع را در حین صعود محاسبه نمایید.

$a_x = 0 \ \rightarrow \tan\theta = 0 \quad \rightarrow$ سطح آب بصورت افقی است

$$\partial P = -\rho(a_z + g) \rightarrow P_2 - P_1 = \frac{-\gamma}{g}(a_z + g) \times 0.9 \rightarrow P_2 = -\gamma\left(\frac{a_z}{g} + 1\right)$$
$$= -9.81 \times \left(\frac{4.9}{9.81} + 1\right) \times 0.9 = -13.24\frac{kN}{m^2}$$

$$F = P_2 \times A \rightarrow -13.24 \times (1.5 \times 1.2) = 23.83\ kN$$

اگر شتاب نداشت : $\rightarrow \mathrm{F} = \gamma h. A = -9.81 \times 0.9 \times (1.5 \times 1.2) = -15.89\ \mathrm{kN}$

فصل سوم

کینماتیک جریان سیالات:

در این بخش خصوصیات جریان مانند سرعت، شتاب، فشار و . . . بدون در نظر گرفتن نیروها و انرژی موثر بررسی میشود.

تعاریف:

۱- خط جریان: مسیر حرکت یک ذره سیال را میگویند. در هر نقطه از مسیر، بردار سرعت v مماس بر منحنب مسیر است.

۲- لوله جریان: مقطع محصور بین خطوط جریان در یک طول معین را میگویند. در این حالت:

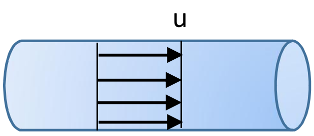
الف)خطوط جریان تقریبا به موازات یکدیگرند

ب) در یک مقطع جریان، سرعت هر خط جریان u یکسان است . یعنی du=0

ج) جریان عرضی در مقطع وجود ندارد. (سرعت u مولفه عرضی ندارد)

انواع جریان در سیالات:

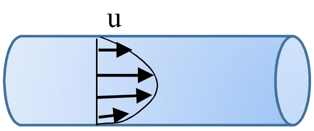
۱- جریان سیال ایده آل: یعنی سرعت در مقطع عرضی توزیع یکنواخت داشته و جریان بدون لزجت است.



$$\mathcal{M} = 0 \quad , \quad \tau = 0$$

$$\frac{du}{dy} = 0 \quad \rightarrow \quad u = const$$

۲- جریان سیال واقعی:



$$\mathcal{M} \neq 0 \quad , \quad \frac{du}{dy} \neq 0 \quad , \quad \tau = F(y)$$

۱-۲- جریان سیال غیرقابل تراکم: در این حالت ρ ثابت بوده و تنها تابعی از نوع سیال و دما میباشد. $\mathcal{M} < 0.3$

۲-۲- جریان سیال قابل تراکم: در این حالت ρ تابعی از فشار و دما خواهد بود. $\mathcal{M} > 0.3$

انواع جریان:

یعنی ارزیابی تغییرات خصوصیات جریان (مقطع جریان، سرعت، فشار و . . .) نسبت به زمان و مکان شاخص خصوصیات جریان معمولا با حرف φ نشان داده میشود.

الف) تغییرات نسبت به زمان:

$if: \frac{d\varphi}{dt} = 0 \rightarrow$ جریان پایدار

$if: \frac{d\varphi}{dt} \neq 0 \rightarrow$ جریان ناپایدار $\rightarrow$ مانند خالی شدن آب از شبکه

ب) تغییرات نسبت به مکان: تغییرات جریان در طول مسیر.

$if: \frac{d\varphi}{dx} = 0 \rightarrow$ جریان یکنواخت

$if: \frac{d\varphi}{dx} \neq 0 \rightarrow$ جریان غیریکنواخت

حالات جریان: (شاخص حالت جریان، عدد بدون بعد **رینولدز** میباشد.)

$$Re = \frac{\text{نیروی حرکتی}}{\text{نیروی لزجت}} = \frac{F_I}{F_v}$$

$$Re = \frac{VL}{\upsilon} = \frac{\rho VL}{\mathcal{M}}$$

در جریان لوله ها: $L = D \rightarrow Re = \frac{VD}{\upsilon}$

در کانالها و مجاری رو باز: $L = R \rightarrow R = \frac{A}{P}$

۱- **در جریان آرام:** خاصیت لزجت و نیروی مقاومت برشی ناشی از لزجت سیال، بر نیروی حرکتی و سرعت جریان غالب است بطوریکه:

در لوله ها : $Re = \frac{VD}{\upsilon} < 2000$

۲- **در جریان متلاطم**: نیروی حرکتی و سرعت جریان بر لزجت سیال غالب است. در این حالت خطوط جریان همدیگر را قطع کرده و مولفه عرضی سرعت وجود دارد.

در لوله ها : $Re = \dfrac{VD}{\upsilon} > 4000$

در مجاری روباز و کانالها : $Re = \dfrac{VR}{\upsilon} > 2000$

در جریان آرام پروفیل سرعت از معادله فرم سهمی پیروی میکند.

$$V_m = \frac{1}{2} V_{max} \rightarrow$$ اثبات

در جریان متلاطم، به علت اختلاط ذرات جریان در مقطع، پروفیل سرعت متعادل تر است. بطوریکه:

$$V_m \approx 0.85\, V_{\max}$$

نوع رژیم جریان: (شاخص نوع جریان عدد بدون بعد **فرود** است)

$$Fr = \frac{\text{نیروی حرکتی}}{\text{نیروی ثقل}} = \left(\frac{F_I}{F_g}\right)^{\frac{1}{2}} \quad , \quad Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}$$

این نوع جریان، مربوط به جریان در مجاری روباز و کانالها است که نیروی ثقل یا شیب کف در سرعت جریان موثر است. عدد فرود در جریان تحت فشار لوله ها کاربردی ندارد.

V : سرعت متوسط . g: شتاب ثقل 9.81 . D : عمق معادل هیدرولیکی . A : سطح مقطع جریان . B : عرض سطح آب

در کانالهای مستطیلی: $D = \dfrac{A}{B} = \dfrac{y \times B}{B} = y$

در کانالهای ذوزنقه: $D = \dfrac{\left[b + \left(\frac{y}{\tan\alpha}\right)\right] \times y}{b + \frac{2y}{\tan\alpha}}$

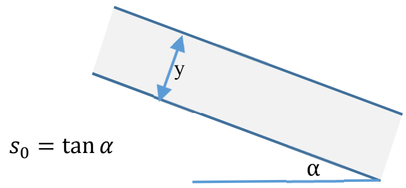
سرعت کم، شیب کف کم، موجهای سطحی به سمت بالا حرکت میکنند. جریان زیر بحرانی است. $if: Fr < 1$

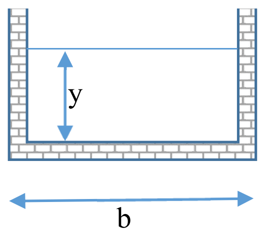
سرعت موجهای سطحی برابر سرعت جریان است. جریان بحرانی است. $if: Fr = 1$

سرعت زیاد، شیب کف زیاد، موجهای سطحی بسمت پایین دست میروند. جریان فوق بحرانی است. $if: Fr > 1$

تعریف هیدرولیکی شیب کف کانال:

فرض میشود که در یک کانال مستطیلی، با شیب کف ثابت s_0 جریان پایدار و یکنواختی با عمق y و سرعتV در جریان است.





$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}$$

- اگر Fr<1 جریان یکنواخت زیر بحرانی بوده و شیب کف کانال آرام است: $s_0 < s_c$
- اگر Fr=1 جریان یکنواخت بحرانی بوده و شیب کف کانال بحرانی است: $s_0 = s_c$
- اگر Fr>1 جریان یکنواخت فوق بحرانی است و شیب کف کانال تند است: $s_0 > s_c$

جریان چرخشی و غیر چرخشی:

الف) جریان غیر چرخشی: یعنی ذرات سیال در مسیر جریان خود، فاقد جریان چرخشی حول هر محوری است.

ب) جریان چرخشی: یعنی ذرات سیال در حین حرکت انتقالی، حول یک محور چرخش دارند.

دوران سیال حول یک محور با دور ثابت، نوعی جریان چرخشی است. (مانند جریان گردابی استوانه ای)

جریان ورودی به لوله مکش فاضلاب نوعی جریان گردابی است.

جریان چرخشی مایع در اثر اعمال گشتاور مکانیکی، نوعی جریان گردابی اجباری است. (مانند استوانه های مخلوط کن)

بعد جریان:

یک جریان واقعی، در واقع سه بعدی است. اما جریان را در حالتهای خاصی میتوان به صورت تک بعدی یا دو بعدی در نظر گرفت، مانندحالتهای زیر:

۱- جریان یک بعدی: یعنی بردار سرعت V دارای مولفهٔ عرضی نیست. مانند جریان آرام بین دو صفحهٔ مستوی بزرگ و موازی.

۲- جریان دو بعدی: یعنی بردار سرعت در مسیر جریان دارای دو مولفه است. مانند جریان بین دو صفحهٔ موازی و مستوی عریض ولی با مقاطع همگرا و یا واگرا.

معادلات جریان یک بعدی پایدار:

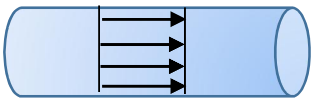
تعریف دبی: حجم جریان عبوری از یک مقطع عرضی در واحد زمان را دبی می گویند.

$$Q = \frac{\forall}{t} = \frac{w}{\gamma . t} \qquad [Q] = L^3 T^{-1}$$

در سیستم SI واحد دبی $\frac{m^3}{sec}$ است.

۱- معادله سرعت متوسط و دبی عبوری:

الف) در جریان سیال ایده آل:

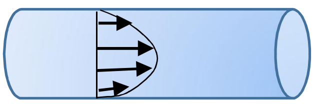


در این حالت، سیال در واحد زمان به اندازه فاصله OB منتقل میشود، یعنی:

$$V = V_m = \frac{\overline{OB}}{dt}$$

$$\text{ازطرفی}: Q = \frac{\forall}{t} = \frac{A \times \overline{OB}}{t} = AV \quad \rightarrow \quad Q = AV$$

ب) در جریان واقعی:



در این حالت سرعت در محور لوله ماکزیمم وده و توزیع سرعت تابعی از فاصله از محور لوله است. بنابراین میتوان سرعت یکنواخت فرضی جریان را همان سرعت متوسط در نظر گرفت، یعنی:

$$V = \frac{1}{A}\int_0^A u dA \qquad Q = AV_m$$

۲- معادله پیوستگی جریان:

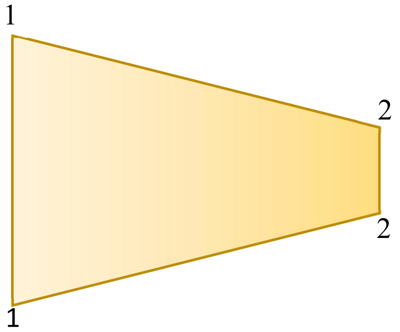
بر اساس اصل بقای جرم، برای شرایط جریان پایدار، نرخ جرم ورودی به یک حجم کنترل با نرخ جرم خروجی از حجم کنترل برابر است. یعنی:

$$(M)_{in} = (M)_{out} \qquad \text{که} : \frac{\text{M}}{\Delta \text{t}}$$

$$\text{از طرفی} : M^{\circ} = \frac{M}{\Delta t} = \frac{\rho \forall}{\Delta t} = \rho \left(\frac{\forall}{\Delta t}\right) = \rho Q \quad \rightarrow \text{یعنی}: (\rho \text{Q})_{\text{in}} = (\rho \text{Q})_{\text{out}}$$

معادله پیوستگی برای جریان پایدار:

طبق اصل بقای جرم درجریان پایدار:" جریان عبوری از مقطع ۱ در واحد زمان = جریان عبوری از مقطع ۲ در واحد زمان"



$$Q_1 = Q_2$$

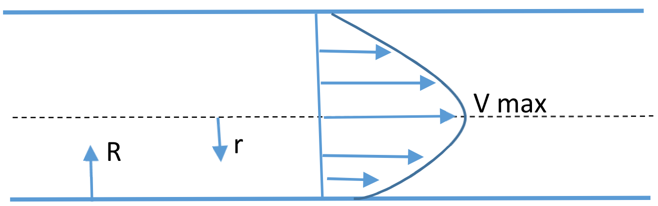
$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$A_1 > A_2 \quad \text{پس}: V_2 > V_1$$

به عبارتی دیگر: $Q_1 = Q_2 = \cdots Q_n$

اثبات معادله صفحه ۵۲ :

توزیع سرعت در جریان آرام، به فرم سهمی (parabolic) است. همانند شکل زیر، جریان یک سیال واقعی را با فرض اینکه جریان به صورت آرام باشد در لوله ای به شعاع R در نظر میگیریم. اگر سرعت در هر فاصلهٔ شعاعی (r) از محور مرکزی لوله، معادل V باشد، خواهیم داشت:



معادله عمومی سهمی: $V = ar^2 + br + c$

$r = 0 \ \rightarrow V = V_{max} = 0 + 0 + c \quad \rightarrow \quad c = V_{max}$

$r = R \ \rightarrow V = 0 = aR^2 - bR + c$

$r = -R \ \rightarrow V = 0 = aR^2 - bR + c$

$$\begin{cases} b = 0 \\ 2aR^2 + 2c = 0 \end{cases}$$

$$a = \frac{-c}{R^2} = \frac{-V_{\max}}{R^2}$$

معادله سهمی توزیع سرعت $V = \frac{-V_{\max}}{R^2}.(r^2) + V_{max} = V_{max}\left[1 - \left(\frac{r^2}{R^2}\right)\right]$

متوسط $V_m = \frac{1}{A}\int_0^A V dA$

$$V_m = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R \left[V_{\max} .\left(1 - \frac{r2}{R^2}\right)\right] 2\pi r dr$$

$$V_m = \frac{2\pi V_{max}}{\pi R^2}\int_0^R \left(r - \frac{r^3}{R^2}\right) dr$$

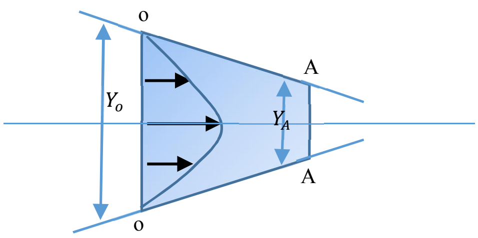
$$V_m = \frac{2\pi V_{max}}{\pi R^2} \times \left[\frac{1}{2}R^2 - \frac{1}{4}.\frac{r^4}{R^2}\right]_0^R = \frac{2V_{max}}{R^2} \times \frac{1}{4}R^2 = \frac{V_{max}}{2}$$

یعنی سرعت متوسط در جریان آرام برابر است با نصف سرعت ماکزیمم. پس:

$Q = AV_m$

مثال– مایعی بین دو صفحه متقارب به عرض 45 cm در جریان است. توزیع سرعت در حد فاصل دو صفحه مطابق رابطه مقابل است: $V = 4V_{max}\left(\frac{y}{y_0}\right)\left(1 - \frac{y}{y_0}\right)$

که در آن V_{max} سرعت حداکثر در مرکز دو صفحه بوده و v سرعت مایع در فاصله y از جدارهٔ صفحه است. اگر در مقطع o-o، $y_0 = 5\ cm\ ,\ V_{max} = 0.3\frac{m}{s}$ باشد:



الف) دبی عبوری را تعیین کنید

ب) سرعت متوسط را در مقطع o-o تعیین کنید.

ج) سرعت متوسط را در مقطع A-A که در آن $y_a = 2\ cm$ است. تعیین کنید.

$$V = 4V_{max}\left(\frac{y}{y_0}\right)\left(1-\frac{y}{y_0}\right) = 4\times 0.3\times\left(\frac{y}{0.05}\right)\left(1-\frac{y}{0.05}\right) = 24(y-20y^2)$$

$$V_m = \frac{1}{A}\int_A udA = \frac{1}{0.05\times 0.45}\int_0^{0.05} 24(y-20y^2)\,0.45\,dy =$$

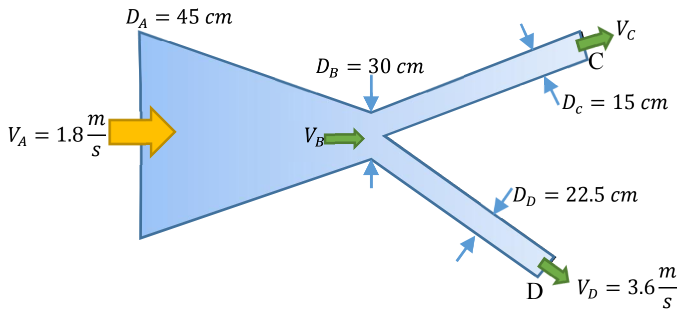
$$\frac{1\times 0.45}{0.05\times 0.45}\left[12y^2-\frac{480}{3}y^3\right]_0^{0.05} = 20\times[12\times 0.05^2-160\times 0.05^3] = 0.2\,\frac{m}{s}$$

$$Q_{o-o} = A.V_m = (0.05\times 0.45)\times(0.2) = 4.5\times 10^{-3}\,\frac{m^3}{s} = 4.5\,\frac{lit}{sec}$$

بعلت برابر بودن نرخ ورودی و نرخ خروجی← دبی o-o با دبی A-A برابر است.

$$Q_{A-A} = A\times V_{m(A-A)} = 0.02\times 0.45\times V_m = 4.5\times 10^{-3} \rightarrow V_{m(A-A)} = 4.5\,\frac{lit}{sec}$$

مثال- برای جریان آب در شبکه لوله کشی مقابل مقادیر V_C ، Q_D ، Q_c ، V_B ، Q_A را تعیین کنید.



$$A_A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi\times 0.45^2}{4} 0.159\ m^2 \rightarrow Q_A = A_A\times V_A = 0.159\times 1.8 = 0.286\,\frac{m^3}{s}$$

$$A_B = \frac{\pi\times 0.3^2}{4} = 0.0706\ m^2 \rightarrow Q_A = Q_B = 0.286 = V_B\times V_A \rightarrow V_m = \frac{0.286}{0.0706} = 4.05\,\frac{m}{s}$$

$$A_C = \frac{\pi\times 0.15^2}{4} = 0.0177\ m^2$$

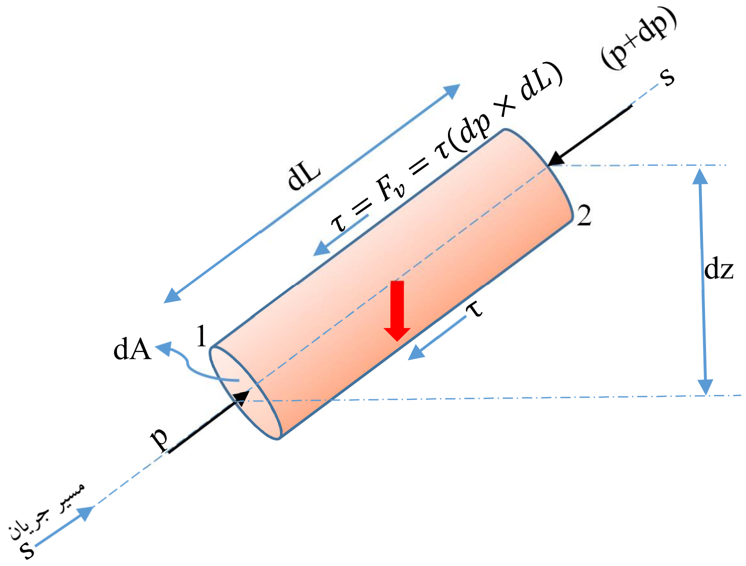
$$A_D = \frac{\pi\times 0.225^2}{4} = 0.0397\ m^2 \rightarrow Q_D = V_D\times A_D = 3.6\times 0.0397 = 0.143\,\frac{m^3}{s}$$

$$Q_B = Q_C + Q_D \rightarrow 0.286 = Q_C + 0.143 \rightarrow Q_C = 0.143\,\frac{m^3}{s}$$

$$Q_C = V_C\times A_C \rightarrow V_C = \frac{0.143}{0.0177} = 8.08\ m/s$$

اصل حرکت- معادله جریان سیال: معادله جریان بر اساس قانون دوم نیوتن استوار است.

فرض میشود که جریان پایداری از یک سیال واقعی ($\mathcal{M}\neq0$) و غیرقابل تراکم ($\mathcal{M}<0.3$) در جریان است. یک لوله جریان به طول dL، سطح مقطع dA و محیط dp را در نظر گرفته و نیروهای وارد بر آن را بررسی میکنیم:



براساس تحلیل یک بعدی جریان در امتداد مسیر جریان داریم: $\Sigma F_s = m\vec{a}_s$

$$(\rho.dA) - (\rho + dp)dA = w\,sin\theta - \tau(dp.dL) = \rho.\forall.\frac{dv}{dt}$$

$$-dp.dA - (\rho.g)(dA.dL) \times \left(\frac{dz}{dL}\right) - \tau(dp.dL) = \rho \times (dA.dL) \times V.\frac{dv}{dL}$$

اگر طرفین معادله فوق را بر $(\rho.g.dA)$ تقسیم کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{-dp}{\gamma} - dz - \frac{\tau}{\gamma R}.dL = \frac{V}{g}dV = d\left(\frac{1}{2g}V^2\right)$$

$$\int_1^2 \frac{-dp}{\gamma} - \int_1^2 dz - \int_1^2 \frac{\tau.dL}{R.\gamma} = \int_1^2 d\left(\frac{1}{2g}V^2\right)$$

$$\frac{-\rho}{\gamma}\Big]_1^2 - z]_1^2 - \int_1^2 \frac{\tau.dL}{R.\gamma} = \frac{V^2}{2g}\Big]_1^2 \rightarrow \left(\frac{-P_1}{\gamma} + \frac{P_1}{\gamma}\right) - z_2 - z_1 - \int_1^2 \frac{\tau.dL}{R.\gamma} = \frac{V_2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \rightarrow$$

$$\left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g}\right) - \int_1^2 \frac{\tau.dL}{R.\gamma} = \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}\right)$$

$$H_1 - F_L = H_2$$

z. بار ارتفاعی ← شاخص است از انرژی پتانسیل ثقلی.

$\frac{P}{\gamma}$. بار فشاری ← شاخصی است از انرژی فشاری.

$\frac{V^2}{2g}$. بار سرعت ← شاخصی است از انرژی جنبشی.

اصل انرژی در جریان سیالات:

طبق اصل بقای انرژی، در یک سیستم جریان (حجم کامل) انرژی نه از بین میرود و نه تولید میشود بلکه از حالتی به حالت دیگر تبدیل میشود. یعنی افت انرژی عبارت است از تبدیل انرژی موثر به انرژی غیر موثر.

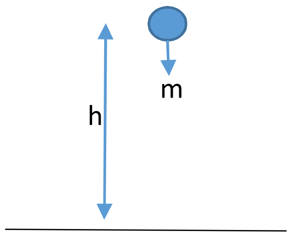
برای سیال با حجم $\forall$ ، جرم m، وزن w ، دمای T° که تحت فشار P بوده و سرعت جریان V را دارد، داریم:

انرژی داخلی + انرژی جنبشی + انرژی پتانسیل = انرژی کل

در سیالات انرژی در واحد وزن سیال بیان می شود: $\frac{E}{w} = \frac{E}{\gamma \forall}$

بنابراین انرژی بر حسب با ارتفاعی منظور میشود . بعد طول (L) دارد.

الف) انرژی پتانسیل:



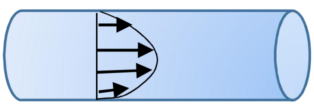
فاصله × نیرو = انرژی پتانسیل

$$E_P = m.g.h \rightarrow \frac{E_P}{w} = h$$

ب) انرژی جنبشی:

$$E_v = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{E_v}{w} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{mg} = \frac{V^2}{2g}$$

نکته مهم: اگر جریان سیال ایده آۀ باشد، سرعت در مقطع جریان ثابت خواهد بود اما درجریان سیال واقعی، سرعت در همۀ مقطع ثابت نیست.



$$(\text{سرعت متوسط})\ V_m = \frac{Q}{A}$$

اما مسلم است که $\frac{V^2}{2g}$ واقعی، بیشتر از $\frac{V_m^2}{2g}$ خواهد بود. یعنی:

$$\frac{V^2}{2g} > \frac{V_m^2}{2g} \text{ واقعی} \rightarrow \frac{V^2}{2g} = \alpha \frac{V_m^2}{2g} \quad , \quad \alpha > 1$$

به α ضریب کوریولیس میگویند که از رابطه زیر بدست می آید:

$$\alpha = \frac{\int u^3 dA}{A V_m^3}$$

- برای جریان آرام در لوله های دایره ای شکل: $\alpha \simeq 2$
- برای جریان متلاطم در لوله های دایره ای شکل: $\alpha = 1$
- برای کانالها با جریان یکنواخت پایدار: $\alpha \simeq 1$
- در رودخانه ها و مجاری طبیعی، ضریب α قابل ملاحظه است.

نتیجه مهم: برای جریان متلاطم در لوله ها داریم: $\frac{E_k}{w} = \alpha \frac{V_m^2}{2g} \simeq \frac{V^2}{2g}$

ج) انرژی داخلی:

این انرژی، ناشی از حرکت نسبی ذرات سیال است که در اثر جاذبه بین مولکولی و مومنتم ناشی از برخورد ذرات ایجاد میشود.

$$\frac{E_I}{w} = I \quad , \quad \frac{E_i}{m} = i \quad , \quad I = \frac{i}{g} \quad \text{یا} \quad \Delta I = \frac{\Delta i}{g}$$

با افزایش دما، جاذبه مولکولی کاهش می یابد اما جنبش مولکولی یا به عبارتی دیگر سرعت برخورد ذرات افزایش می یابد. بنابراین معمولا انرژی داخلی را در دمای مبنا معادل صفر در نظر گرفته و تغییر در انرژی داخلی را به ازای تغییر در دما بیان میکنند. تغییر در انرژی داخلی در واحد جرم از رابطه زیر بدست می آید:

$$\Delta i = C_V . \Delta T$$

. (C_V: گرمای ویژه در حجم ثابت)

با توجه به موارد گفته شده خواهیم داشت:

انرژی جریان سیال درهر مقطع و در واحد وزن سیال : $E = Z + \alpha \frac{V_m^2}{2g} + \Delta I$

نکته: با توجه به اینکه در جریان آرام در لوله ها، سرعت خیلی کم است، بنابراین در این نوع جریان ها، بار سرعت یعنی $\alpha \frac{V_m^2}{2g}$ ناچیز بوده قابل صرفنظر کردن است.

اصل بقای انرژی:

بر اساس اصل اول ترمودینامیک (اصل بقای انرژی) داریم:

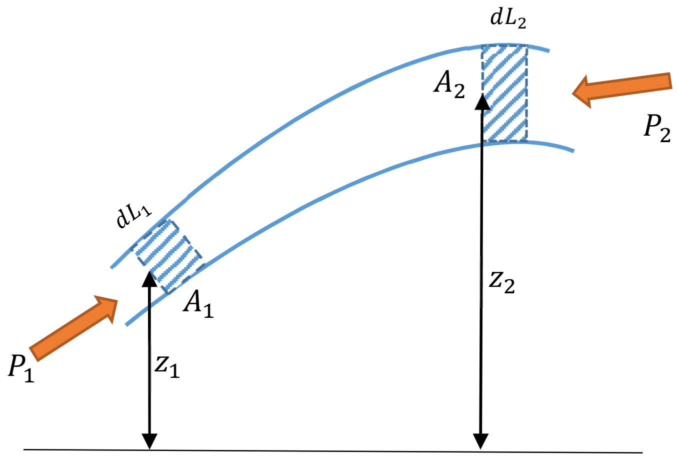
تبادل انرژی حرارتی سیستم + کار انجام شده = تغییر کل انرژی سیستم ΔE

که:

کار مکانیکی روی سیال + کار جریان = کار انجام شده

الف) کار جریان:

کار جریان در واقع جابجایی سیال تحت نیروی فشاری است که به این منظور یک حجم کنترل به صورت زیر در نظر میگیریم:



فرض میشود که در زمان t سیال در مقطع ۱ و ۲ و در زمان $t+dt$ به ترتیب به اندازه dL_1, dL_2 جابجا شده است. برای شرایط جریان پایدار، وزن سیال جابجا شده یکسان است:

$$\gamma_1(A_{1dL_1}) = \gamma_2(A_{2dL_2})$$

$$\text{کار جریان} = F_{P1}.dL_1 - F_{P2}.dL_2 = (P_1A_1)dL_1 - (P_2A_2)dL\_2$$

$$\text{کار جریان در واحد وزن} = \frac{P_1A_1dL_1}{\gamma_1(A_1dL_1)} - \frac{P_2A_2dL_2}{\gamma_2(A_2dL_2)} = \frac{P_1}{\gamma_1} - \frac{P_2}{\gamma_2}$$

ب) کار مکانیکی روی سیال:

این کار در واقع انرژی مکانیکی ورودی به سیال (توسط پمپ) و یا انرژی مکانیکی خروجی (توسط توربین) است.

$$\text{کار مکانیکی روی سیال} = E_M = \frac{E_M}{W}.W = h_M.w$$

بنابراین: $\frac{E_M}{w} = h_M$

- اگر $h_M > 0$ ← یعنی انرژی مکانیکی وارد سیستم شده است.(توسط پمپ)
- اگر $h_M < 0$ ← یعنی انرژی مکانیکی از سیستم گرفته شده است. (توسط توربین)

$$\text{کار انجام شده در واحد وزن سیال} = \left(\frac{P_1}{\gamma_1} - \frac{P_2}{\gamma_2}\right) + h_M = \left(\frac{P_1}{\gamma_1} - \frac{P_2}{\gamma_2}\right) + h_P - h_T$$

ج) تبادل انرژی حرارتی سیستم:

ممکن است انرژی حرارتی (E_H) به سیستم وارد شود و یا از آن گرفته شود.

$$Q_H = \frac{E_H}{W} = \text{انرژی حرارتی در واحد وزن سیال}$$

- اگر $Q_H > 0$ ← یعنی حرارت وارد سیستم شده است.
- اگر $Q_H < 0$ ← یعنی حرارت از سیستم خارج شده است.

د) تغییر در انرژی حجم کنترل:

از رابطه ۳ داریم:

$$E = z + \alpha \frac{V_2}{2g} + I$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \left(z_2 + \alpha_2.\frac{V_2^2}{2g} + I_2\right) - \left(z_1 + \alpha_1.\frac{V_1^2}{2g} + I_1\right)$$

از ۴ قسمت الف، ب، ج و د نتیجه میگیریم که:

$$\left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma_1} + \alpha_1.\frac{V_1^2}{2g}\right) + I_1 + Q_H + \left(h_p - h_T\right) = \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma_2} + \alpha_2.\frac{V_2^2}{2g}\right) + I_2$$

معادله(۴) معادله عمومی انرژی برای جریان پایدارسیالات است.

برای سیال غیر قابل تراکم $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ بوده و با فرض $\alpha \approx 1$ خواهیم داشت:

$$\left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}\right) + \left(h_p - h_T\right) = \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}\right) + (\Delta I - Q_H)$$

$$h_L = \Delta I - Q_H$$

رابطه (۵) بیان میکند که افت انرژی موثر جریان در اثر اصطحکاک برابر است با تغییر در انرژی داخلی سیستم منهای انرژی حرارتی ورودی یا خروجی به سیستم.

- اگر $Q_H = 0$ ← یعنی سیستم کاملا ایزوله است.
- اگر $\Delta I = 0$ ← یعنی $T_1° = T_2°$ به عبارتی دیگر سیستم هم دماست.

بنابراین رابطه (۴) را میتوان بصورت ساده تر زیر نوشت:

$$H_1 + \left(h_p - h_T\right) - h_L = H_2$$

حالتهای خاص:

۱- اگر در مسیر جریان، ماشین مکانیکی (پمپ یا توربین) نباشد:

$$h_M = \left(h_p - h_T\right) = 0 \ \rightarrow H_1 = H_2 + H_L$$

۲- اگر سیال ایده آل فرض شود، یا افت انرژی (h_L) در مقایسه با کل انرژی جریان کم باشد:

$$h_L = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{h_L}{H_1} \rightarrow 0 \quad \rightarrow \quad H_1 = H_2$$

توان (power) :

$$\text{توان ماشین مکانیکی} = \frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}} = \frac{\text{انرژی}}{\text{وزن}} \times \frac{\text{وزن}}{\text{زمان}} = H_M . \frac{dw}{dt}$$

$$\text{از طرفی}: \ \frac{dw}{dt} = \frac{d(mg)}{dt} = \frac{d(\rho \forall g)}{dt} = \rho g \frac{d\forall}{dt} = \rho g Q = \gamma Q$$

$$\rightarrow \boxed{P = \gamma Q H_M}$$

$$P_{(kw)} = \frac{\gamma \frac{N}{m^3} . Q \frac{m^3}{s} . H_m \ m}{1000}$$

$$P_{(H.P)} = \frac{\gamma \frac{lb}{ft^3} . Q \frac{ft^3}{s} . H_m \ ft}{550}$$

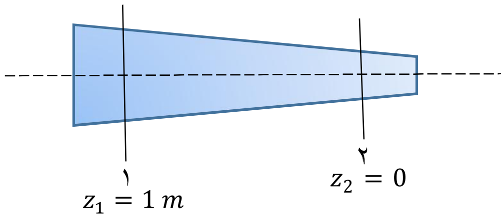
شرایط خاص:

۱- وقتی که فقط پمپ باشد: $\leftarrow$ $P_{in} = \frac{\gamma Q h_p}{E_P}$: توان مکانیکی لازم برای پمپ

۲- وقتی که فقط توربین باشد: $\leftarrow$ $P_{out} = (\gamma Q h_T). E_T$: توان مکانیکی خروجی از توربین

۳- توان از دست رفته جریان در اثر اصطحکاک: $\leftarrow$ $P_L = \gamma Q h_L$

مثال– مایعی با دانسیته ویژه $(S_f = 1.26)$ در لوله ای با دبی $(700\frac{lit}{s})$ جریان دارد، در مقطعی که قطر لوله 60 cm است، فشار مایع معدل $(P = 300\ kN/m^2)$ می باشد، فشار را در مقطعی که ارتفاع آن از یک متر پایین بوده و قطر لوله 30 cm است، تعیین کنید. (از افت انرژی صرفنظر کنید)



$$\gamma_w = 9.81\frac{kN}{m^3} \quad , \quad \gamma_F = \gamma_w . S_F = 9.81(1.26)12.36\frac{kN}{m^3} \quad , \quad Q = 700\frac{L}{sec} = 0.7\frac{m^3}{s}$$

$$D_1 = 60\ cm = 0.6\ m \quad , \quad P_1 = 300\frac{kN}{m^2} \quad , \quad V_1 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}(D_1)^2} = \frac{0.7}{\frac{\pi}{4}(0.6)^2} = 2.48\frac{m}{s}$$

$$D_2 = 30\ cm = 0.3\ m \quad , \quad P_2 = ? \quad , \quad V_2 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}(D_2)^2} = \frac{0.7}{\frac{\pi}{4}(0.3)^2} = 9.92\frac{m}{s}$$

$$H_1 = H_2 + H_L$$

$$\left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma_F} + \frac{V_1^2}{2g}\right) \approx \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma_F} + \frac{V_2^2}{2g}\right)$$

$$\left(1 + \frac{300}{12.36} + \frac{2.48^2}{2\times 9.81}\right) \approx \left(0 + \frac{P_2}{12.36} + \frac{9.92^2}{2\times 9.81}\right) \rightarrow P_2 = 254\frac{kN}{m^2}$$

مثال– جریان آبی با دبی(۱۰متر برثانیه)در لوله ای بقطر(۱۵۰ سانتیمتر) در جریان است. افت انرژی به ازای هر کیلو متر لوله (۲۰ متر) است. با فرض اینکه لوله جریان با محیط خارج تبادل حرارتی نداشته باشد$(Q_H = 0)$ افزایش دمای آب را در اثر اصطحکاک جریان در کیلومتر طولی لوله محاسبه نمایید.

$$h_L = (I_2 - I_1) - Q_H$$

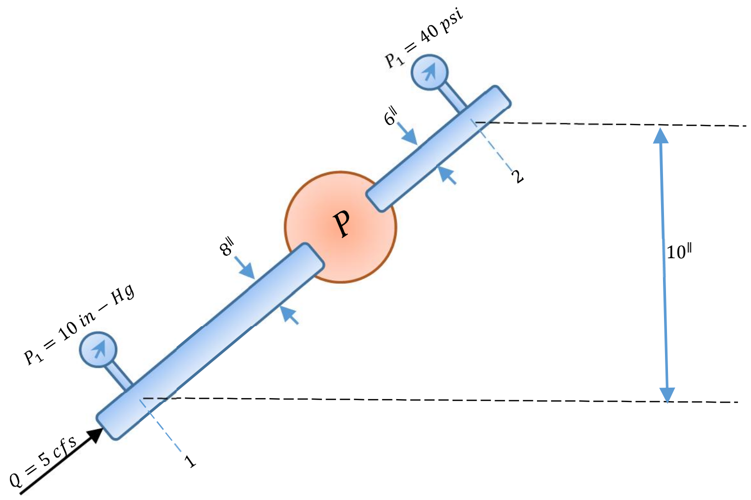
$$Q_H = 0 \quad \rightarrow h_l = \Delta I = 20\frac{m}{kn}$$

$$\Delta I = \frac{\Delta i}{g} = \frac{C_V}{g}(\Delta T)$$

$$C_V = 4187\frac{N.m}{kgk^\circ}$$

$$20 = \frac{4187}{9.81}(\Delta I) \rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = 0.047\ {}^\circ k$$

مثال– در لوله جریان شکل زیر، قدرت موتور پمپ را بر حسب اسب بخار (h-P) محاسبه نمایید. راندمان موتور وپمپ $(E_P = 70\ \%)$ است.



مشخصات مقطع ۱:

$$Z_1 = 0\ ,\ D_1 = 8\ inch = \left(\frac{8}{12}\right) Ft\ ,\ V_1 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}(D_1)^2} = \frac{5}{\frac{\pi}{4}\left(\frac{8}{12}\right)^2} = 14.33\ Ft/sec$$

$$\frac{P_1}{\gamma w} = \left(-10_{in-Hg}\right)\left(\frac{1Ft}{12in}\right) \times (13.6) = -11.3\ \ Ft - water$$

مشخصات مقطع ۲:

$$Z_2 = 10\ Ft\ \ ,\ D_2 = \left(\frac{6}{12}\right) Ft\ ,\ \ V_2 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}(D_2)^2} = \frac{5}{\frac{\pi}{4}(0.5)^2} = 25.48\ Ft/s$$

$$\frac{P_2}{\gamma w} = \frac{40\ \frac{lb}{in^2} \times 144 \frac{in^2}{Ft^2}}{62.4\ \frac{lb}{Ft^3}} = 92.3\ \ Ft - water$$

$$H_1 + h_P = H_2 \quad \rightarrow$$ یعنی انرژی بوسیله پمپ تامین میشود

$$\left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}\right) + h_P = \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}\right)$$

$$\left(0 - 11.3 + \frac{14.33^2}{2\times 32.2}\right) + h_P = \left(10 + 92.3 + \frac{24.48^2}{2\times 32.2}\right) \rightarrow h_P = 136.2\ \ Ft - water$$

توان مفید پمپ : $P_{(H.P)} = \dfrac{\gamma\ \left(\frac{lb}{Ft^3}\right) . Q\ \ (cfs) . h_P\ \ (Ft)}{550} = \dfrac{62.4\times 5\times 136.2}{550} = 77.3$

توان ورودی به پمپ : $P_{in} = \dfrac{\gamma Q h_P}{E_P} = \dfrac{62.4\times 5\times 136.2}{0.7} = 110\ \ H.P$

مثال– توان از دست رفته در اثر اصطحکاک جریان را در لوله ای با مشخصات زیر بر حسب اسب بخار (H,P) و کیلووات (kw) بدست آورید.

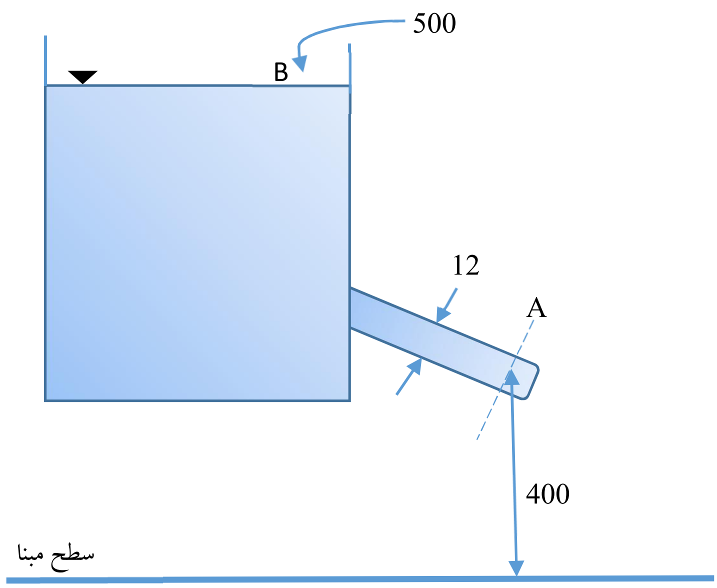
$$Q = 10\frac{m^3}{s} \quad , \ \gamma = 9810\ \frac{N}{m^3} \quad , \ h_L = 20\ m$$

توان از دست رفت در اثر اصطحکاک : $\gamma Q h_L \ \rightarrow P_{\ (kw)} = \frac{\gamma Q h_L}{1000} = \frac{9810\times10\times20}{1000} = 1960\ kw$

$$P_{(H.P)} = \frac{\gamma Q h_L}{75} \quad , \ \gamma = 9810\frac{N}{m^3} = 1.0\ \frac{kgF}{litr} \quad , \ h_L = 20\ m$$

$$P_{(H.P)} = \frac{1\times1000\times20}{75} = 26.67\ H.P$$

مثال– اگر $(8\ \ cfs)$ آب از لولهٔ جریان نشان داده شده عبور کند، فشار را در نقطه A محاسبه کنید. از افت انرژی صرفنظر کنید



$$h_L = 0 \ \rightarrow H_A = H_B$$

$$z_A + \left(\frac{P}{\gamma}\right)_A + (\frac{V^2}{2g})_A = z_B + \left(\frac{P}{\gamma}\right)_B + (\frac{V^2}{2g})_B$$

$$Z_A = 400 \qquad\qquad Z_B = 500$$

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_A = ? \qquad\qquad \left(\frac{P}{\gamma}\right)_B = 0$$

$$Q = 8\ \frac{Ft^3}{s} \quad \rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{8}{\frac{\pi}{4}\times1^2} = 10.18\frac{Ft}{s}$$

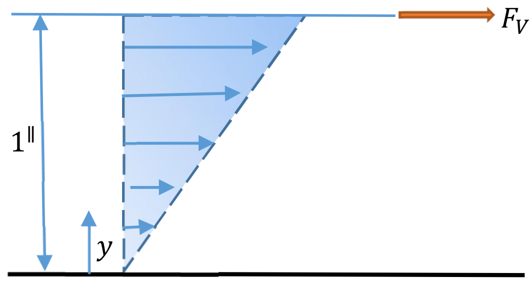
$$400 + \left(\frac{P}{\gamma}\right)_A + \left(\frac{10.18^2}{2\times32.2}\right) = 500$$

$$\rightarrow \left(\frac{P}{\gamma}\right)_A = 100 - 1.61 \ \rightarrow \frac{P_A}{\gamma_w} = 98.4 \quad \rightarrow \quad P_A = 98.4 \times 62.4 = 6140\ \frac{lb}{Ft^2}$$

تمرین

تمرینهای فصل اول – خواص سیالات

تمرین ۱– اگر در شکل زیر، فاصله بین دو صفحه ۱ اینچ و سیال روغنی با لزجت مطلق $\mathcal{M} = 2 \times 10^{-4}\ \frac{lb}{Ft^2}$ باشد. مطلوبست:



الف) محاسبه نیروی لازم برای حرکت صفحه بالایی.

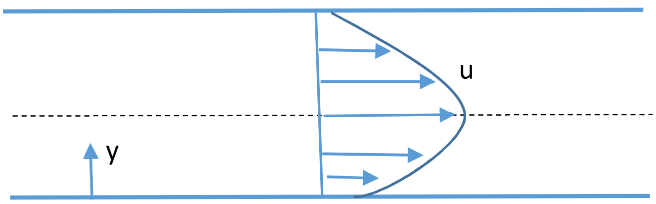
ب) گرادیان سرعت در مقطع $(y = \frac{H}{2})$.

ج) تنش برشی در مقطع میانی.

فرض کنید که ابعاد صفحه بالایی $4^{Ft} \times 3^{Ft}$ بوده و صفحه با سرعت $1\ \frac{Ft}{s}$ حرکت کند.

جواب نهایی: ج): $\tau = 0.0024\ \frac{lb}{Ft^2}$ ب): $\frac{dv}{dy} = 12\ \frac{1}{sec}$ الف) : $F_V = 0.0288\ lb$

تمرین ۲– جریان هوا در یک تونل باد با مقطع دایره ایرا مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. اگر دمای هوا $T = 80\ °\mathrm{F}$ و فشار برابر فشار اتمسفر باشد:



الف) گرادیان سرعت و تنش برشی جریان هوا را در جداره تونل محاسبه کنید

$$\mathcal{M} = 3.85 \times 10^{-7}\ \frac{lb}{Ft^2} \quad , \quad y = o$$

ب) گرادیان سرعت و تنش برشی را به فاصله ۳ اینچ از جداره تونل محاسبه کنید.

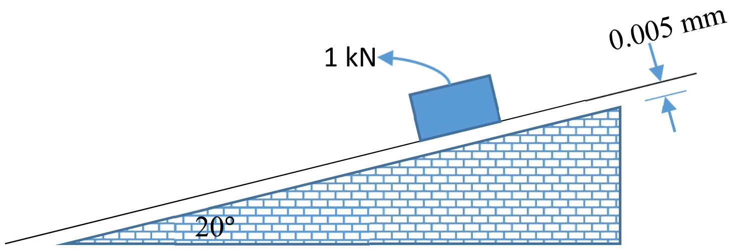
ج) اگر قطر تونل ۲ فوت باشد، نیروی برشی جداره تونل را در ۱۰۰ فوت طولی بدست آوید.

$$u = \frac{2}{3}y - \frac{1}{2}y^3$$

جواب نهایی: ج) : $F_V = 1.608 \times 10^{-4}\ lb$ ب): $\tau = 2.56 \times 10^{-7}\ \frac{lb}{Ft^2}$ الف): $\frac{dv}{dy} = \frac{2}{3}\frac{1}{sec}$

تمرین ۳– یک بلوک مکعبی به وزن *1 kg* و ضلع *200 mm* روی لایه ای از روغن به ضخامت *0.005 mm* بر روی یک سطح شیبدار به پایین میلغزد. بافرض اینکه پروفیل سرعت در روغن خطی باشد، سرعت بلوک را تعیین کنید.

$$\mathcal{M} = 7 \times 10^{-3}\ \frac{N.s}{m^2}$$



جواب نهایی : $V = 6.11\ \frac{m}{s}$

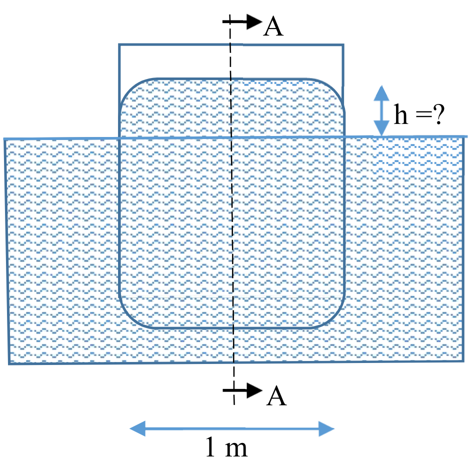
تمرین ٤– *283* لیتر گاز co_2 در فشار مطلق $138\frac{kN}{m^2}$ و حرارت *27℃* در شرایط ایزوترمال متراکم شده و حجم آن به *56.6* لیتر کاهش می یابد. فشار گاز را در این شرایط محاسبه کنید.

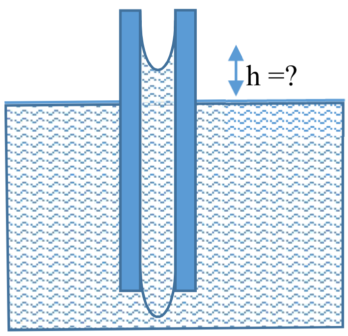
اگر این فرایند به صورت آدیاباتیک بود، فشار و درجه حرارت گاز چقدر می شد؟

جواب نهایی : الف) $P_2 = 690\frac{kN}{m^2}$ ب) $P_2 = 1082.8\frac{kN}{m^2}$ $T = 198\ °C$

تمرین ۵– دو صفحه شیشه ای تمیز و موازی، با لایه ای از آب به ضخامت 1 mm از یکدیگر جدا شده اند. در اثر خاصیت موییگی، آب چقدر از لبه های صفحات دور میشود؟ (نکته: میتوان θ را برابر صفر در نظر گرفت).

$$t_w = 20\ °C$$





جواب نهایی : $h = 14.897\ mm$

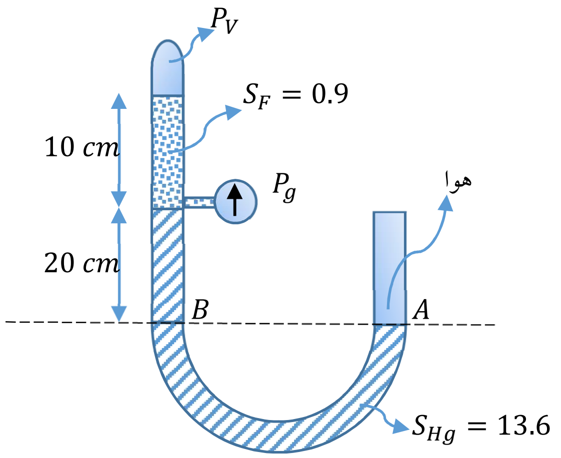
تمرینهای فصل دوم – هیدرواستاتیک

تمرین ٦– یک فشار سنج، خلائی معادل $320\ mm\ Hg$ را نشان میدهد. فشار بارومتری $14.5\ psi$ است، اگر چگالی نسبی جیوه $(S_g = 13.55)$ باشد، فشار مطلق اندازه گیری شده را حساب کنید.

راهنمایی: فشار بارومتری همان فشار اتمسفر در محل است.

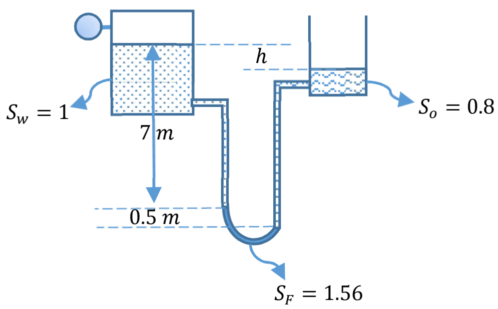
جواب نهایی :	$P_{abs} = 57\,\frac{kN}{m^2}$

تمرین ٧– مطابق شکل زیر، فشار بخار مایع (P_V) و عدد فشار سنج (P_g) را محاسبه کنید. فشار هوا را $(91.17\,\frac{kN}{m^2})$ در نظر بگیرید.



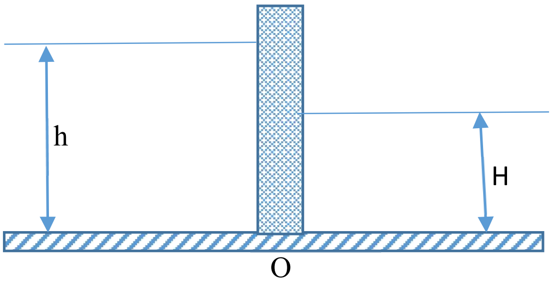
جواب نهایی :	$P_g = -26.68\,\frac{kN}{m^2}$, $P_V = 63.6\,\frac{kN}{m^2}$

تمرین ٨– در شکل زیر مقدار h را محاسبه کنید. فشار سنج در بالای آب مخزن، خلائی معادل $(25\ cm\ Hg)$ را نشان میدهد.



جواب نهایی :	$h = 2.005\ m$

تمرین ۹– مطابق شکل زیر، مقدار، جهت و موقعیت تاثیر نیروی برآیند وارده از آب به دیوارهٔ بتنی را در شرایط زیر تعیین کنید. (طول دیوار را یک متر در نظر بگیرید)

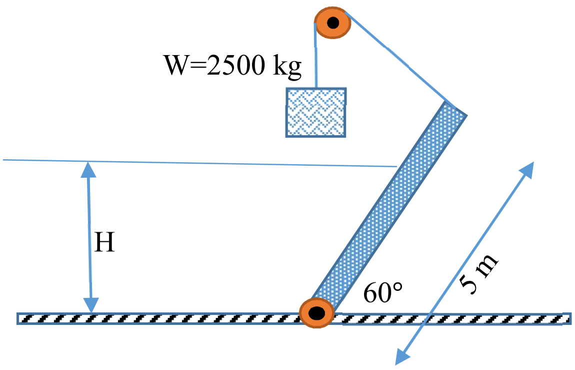


الف) در حالیکه H=2 و h =4 m است.

ب) زمانیکه H=h=4 m است.

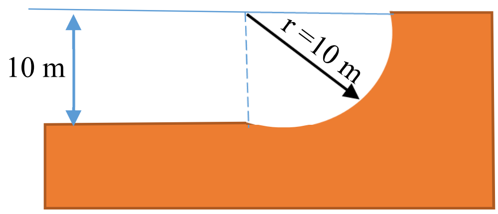
جواب نهایی : o فاصله از نقطه $= y = 1.55\ m$, برآیند $F = \overleftarrow{58.86\ kN}$

تمرین ۱۰– عمق آب (H) چقدر باشد تا دریچه مستطیلی واژگون شود. عرض دریچه ۳ متر است و از وزن دریچه صرف نظر کنید. $\gamma_w = 9.81\frac{kN}{m^3}$



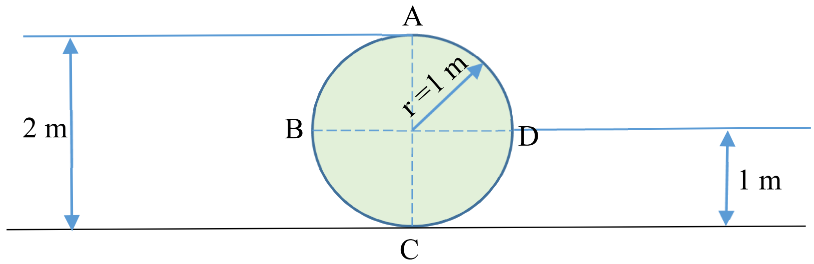
جواب نهایی : $H = 2.656\ m$

تمرین ۱۱– سطح بالادست یک سد به شکل قطاعی از دایره است.نیروی وارد از آب بر یک متر طولی سد را محاسبه کنید. جهت و موقعیت اثر نیروی برآیند را بدست آورید. $\gamma_w = 9.81\frac{kN}{m^3}$



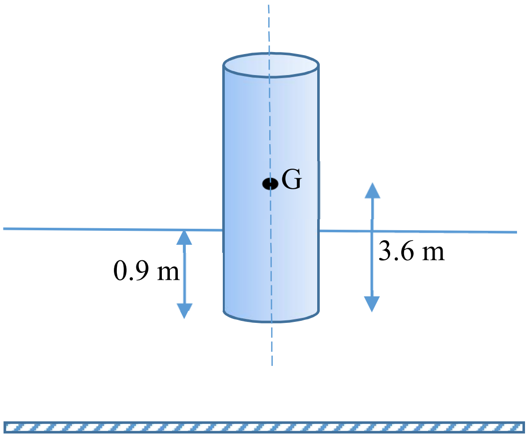
جواب نهایی : $\theta = 57.5°$, برآیند $F = 913\ kN$

تمرین ۱۲– در شکل زیر مقدار، جهت و موقعیت تاثیر نیروی وارد از آب بر متر طولی استوانه را محاسبه کنید.



جواب نهایی : $\theta = 57.5°$, $F = 27.4 \ kN$ برآیند

تمرین ۱۳– یک استوانه با قطر خارجی 90 cm در حالیکه محور آن عمودی است در آب شناور میباشد. انتهای استوانه به اندازه 90 cm زیر آب قرار گرفته است. مرکز ثقل استوانه روی محور مرکزی و در فاصله 3.6 m از کف آن قرار دارد. تعیین کنید:



الف) اگر استوانه تحت زاویه $8°$ کج شده باشد، MG را.

ب) گشتاور راست کننده چقدر است؟

جواب نهایی : $\mathrm{MG} = -3.09 \ \mathrm{m}$, $\mathrm{M} = 2.418 \ \mathrm{kN.m}$

FLUID
MECHANICS

دانشگاه آزاد اسلامی واحد خلخال