جـــزوه آمـــوزشــــی درس

سینماتیک و دینامیک ماشین ها

رشته مهندسی مکانیک

رسول محمدی

مقدمه :

جزوه حاضر که فرا روی شما خواننده گرامی قرار دارد ، مشتمل بر مباحث و سرفصل های مربوط به درس دانشگاهی سینماتیک و دینامیک ماشین ها در رشته مهندسی مکانیک با گرایش حرارت و سیالات میباشد.
با یک تعریف ساده ، سینماتیک ماشین عبارت است از مطالعه حرکت نسبی اجزاء تشکیل دهنده یک ماشین مکانیکی نسبت به یکدیگر و دینامیک ماشین عبارت است از بررسی نیروها و گشتاورهای وارد بر اجزاء تشکیل دهنده یک ماشین مکانیکی. ترکیب این دو مبحث قوانین و روابطی را به دست می دهد که مبانی طراحی ماشین های مکانیکی بر آن استوار میباشد.
کتاب مرجع دانشگاهی که میبایست به عنوان مکمل در کنار این جزوه مطالعه شده و مورد استناد و ارجاع قرار گیرد عبارت است از :

- کتاب سینماتیک و دینامیک ماشین ها ، تالیف جرج. اچ. مارتین، ترجمه دکتر محمد اسماعیل پازوکی ، نشر آمون

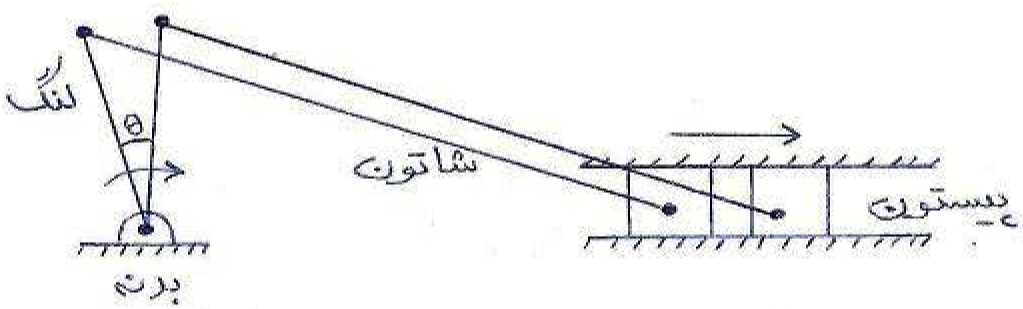
مطالب مندرج در این جزوه برگرفته از کلاس های آموزشی ارائه شده توسط جناب آقای دکتر محمد اسماعیل پازوکی در دانشکده فنی دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران در سال ۱۳۷۲ خورشیدی میباشد که به همان صورت دست نویس عرضه گشته تا با حفظ سادگی و بی پیرایه بودن ، حس ارتباطی خوبی را در خوانندگان گرامی ایجاد کرده و آنان را به پیگیری مطالب نوشته شده تشویق و ترغیب نماید.
از خوانندگان محترم درخواست می نمایم هرگونه نظرات اصلاحی ، انتقادات و پیشنهادات خود را از طریق آدرس ایمیل : rasoollvr@gmail.com با اینجانب در میان گذارند.

درس : دینامیک ماشین

استاد : دکتر پازوکی

زنجیره سینماتیکی : تشکیل شده از تعدادی اعضای صلب که نسبت به هم درحال حرکت هستند.

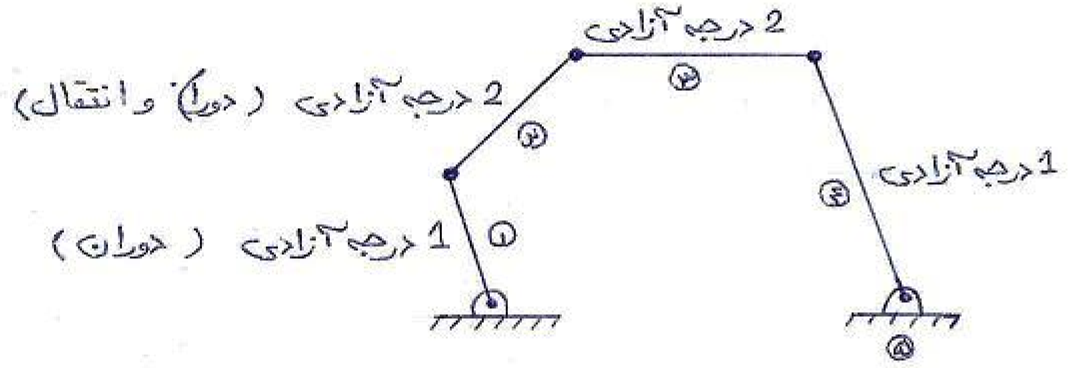
مکانیزم : اگر در زنجیره سینماتیکی یکی از اعضاء ثابت باشد آن را مکانیزم گویند. اگر در مکانیزمی حرکت یکی از اعضاء موجب حرکت معینی در سایر اعضاء شود آن مکانیزم را دارای یک درجه آزادی می دانند.



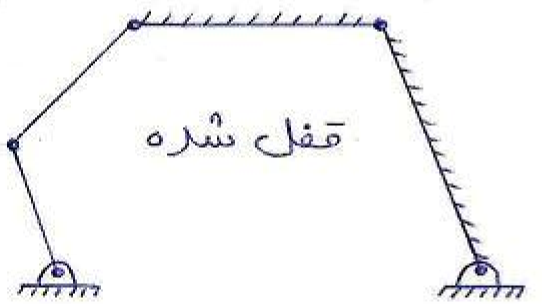
« مکانیزمی با 1 درجه آزادی »

نحوه تشخیص درجه آزادی :

نکته توضیحی -



* نخست اگر قبول کردیم حرکت یکی از اعضاء موجب حرکت سایر اعضاء می شود ، یکی از اعضاء را که دارای یک درجه آزادی است ثابت فرض کرده و بررسی می کنیم که آیا حرکت امکان پذیر هست یا خیر. و این کار را در صورت لزوم باز هم انجام می دهیم و به تعدادی که ثابت فرض می کنیم تا مکانیزم قفل شود ، درجه آزادی را تعریف می کنیم. مثلاً در مکانیزم فوق باید اول عضو ④ و بعد عضو ③ را ثابت بگیریم تا مکانیزم قفل شود لذا دارای دو درجه آزادی است.

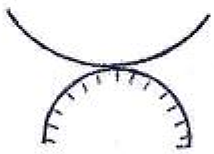


* ماشین : تشکیل شده از تعدادی قطعه که ضمن حرکت نسبی (نسبت به هم) قدرت را از جائی به جای دیگر انتقال دهند و یا یک انرژی را به انرژی دیگری بدل کنند.

* یافتن درجه آزادی به روش فرمولی :

تعریف جفت شدن (Pairing) :

« Lower Pairing » نسبت به هم یک درجه آزادی دارند



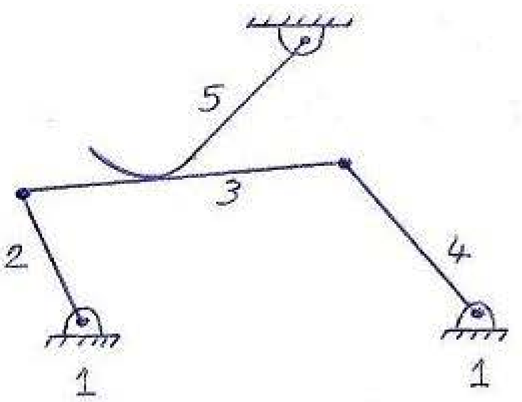
« Higher Pairing » نسبت به هم بیش از یک درجه آزادی دارند.

« فرمول » : $\boxed{\text{درجه آزادی} = 3(n-1) - 2.L - h}$

L علامت (تعداد Lower)
h علامت (تعداد higher)
n تعداد کل اتصالات

* چون اتصالات Lower دو درجه آزادی را می گیرند و اتصالات Higher یک درجه آزادی را می گیرند.

* این فرمول در همه موارد جواب نمی دهد.

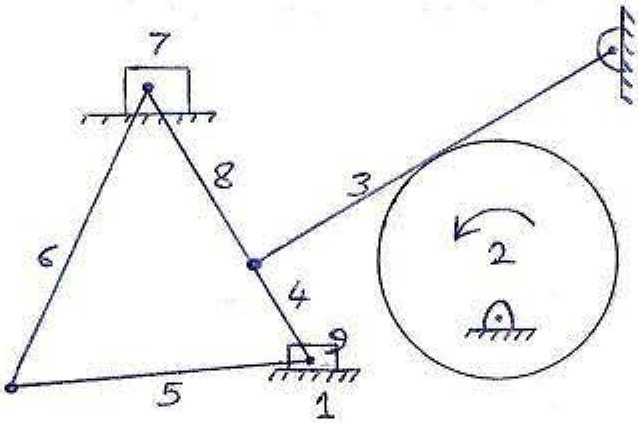


$$درجه\ آزادی = 3(5-1) - 2\times 5 - 1 = 1$$

راه دیگر : اگر (۵) ثابت شود مکانیزم قفل است وچون (۵) یک درجه آزادی دارد لذا درجه آزادی یک است. در ضمن (۵) نسبت به (۳) هم دوران و هم انتقال دارد، لذا اگر (۵) ثابت شود (۳) نمی تواند حرکت کند.

- مثال

«یک درجه آزادی»



$$درجه\ آزادی = 3(9-1) - 2\times 11 - 1 = 1$$

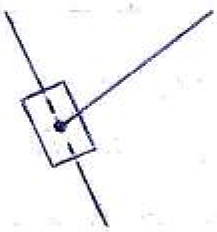
قرارداد : دو اتصال دارد : 

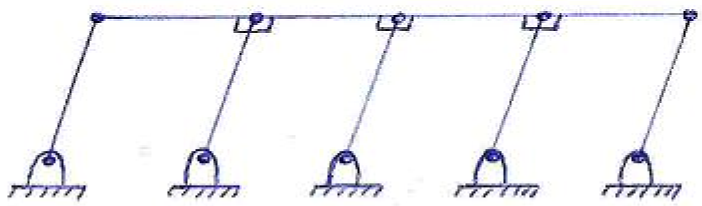
قرارداد :

دو میله به هم لولا شده

سه میله به هم لولا شده

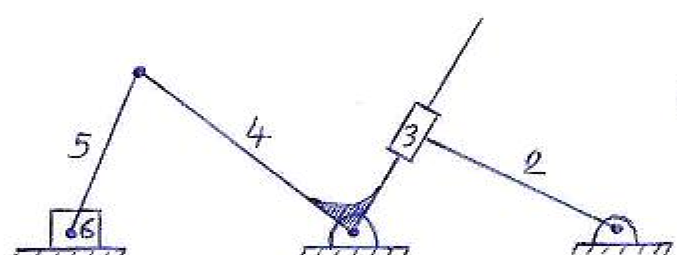
اتصال کشوئی
(یک درجه آزادی)



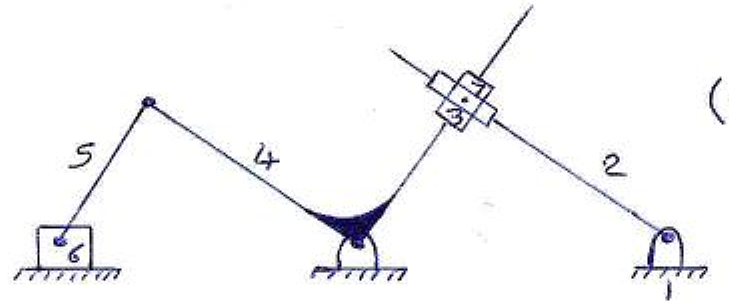


* فرمول در مورد این مسئله جواب نمی دهد .

مثال - (یک درجه آزادی)



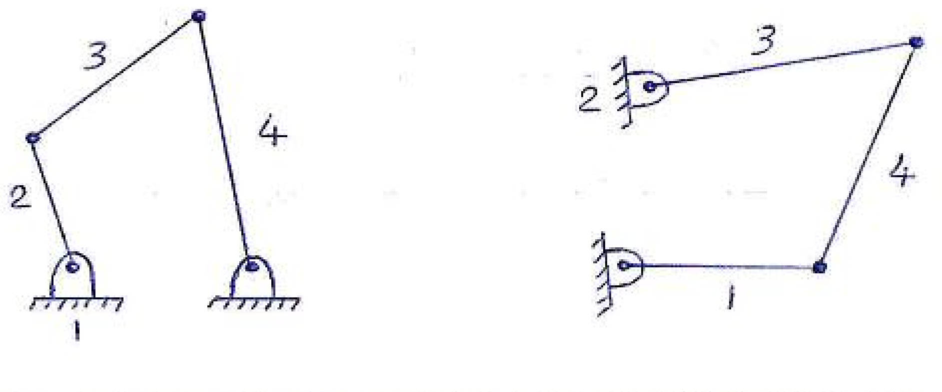
مثال - (دو درجه آزادی)



قرارداد :  یعنی میله یکسره است
(دو میله نیست)

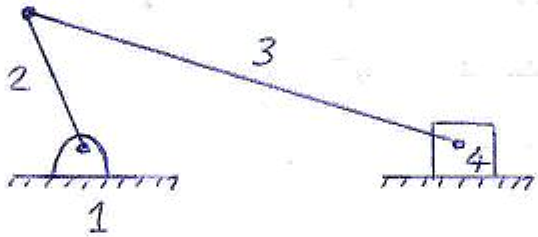
برگردان : هر مکانیزم به تعداد اعضاء (برگردان) دارد. یعنی می توان هر بار یکی از اعضاء را ثابت گرفت. در تمامی برگردانها حالات دو عضو نسبت به هم تغییر نمی کند. (یعنی یا دوران است یا انتقال و دوران).
«Inversion»

مثال -

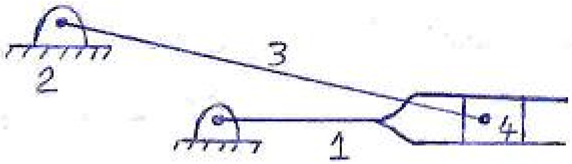


مثال -

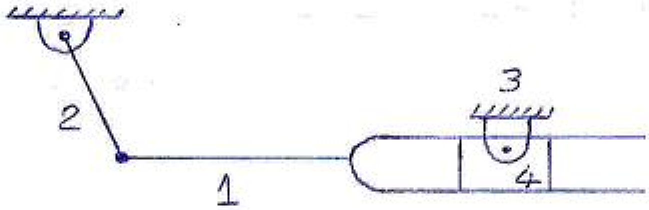
1 ثابت :



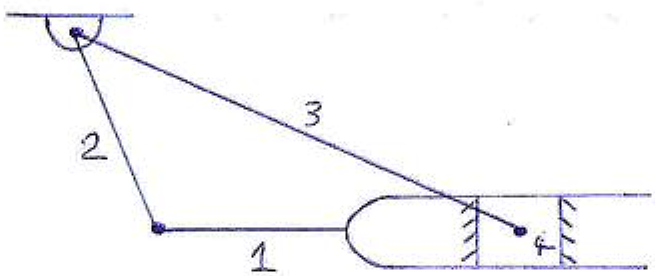
2 ثابت :



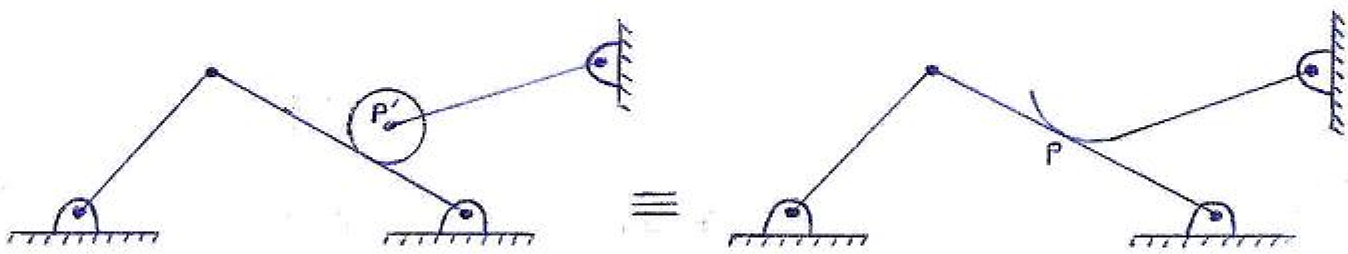
3 ثابت :



4 ثابت :



* بعضی مواقع می توان از غلطک صرفنظر کرد (زیرا در حرکت تأثیری ندارد) .



(P = P')

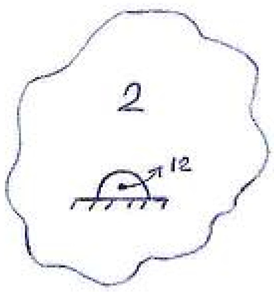
مرکز آنی :

هرگاه دو عضو در صفحه نسبت به هم حرکت کنند - می‌توان حرکت یکی را نسبت به دیگری در هر لحظه یک دوران ساده حول مرکز آنی آنها دانست.

* مرکز آنی نقطه‌ای است متعلق به دو عضو که سرعتها مساویست.
* مرکز آنی نقطه‌ای است متعلق به یکی از دو عضو که عضو دیگر حول آن دوران می‌کند.

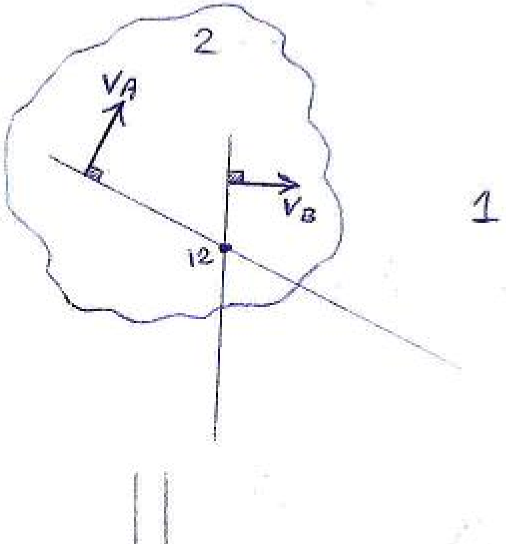
* تمام مفاصل لولائی یک مرکز آنی هستند برای دو عضوی که آنها را به هم متصل کرده.

- مثال

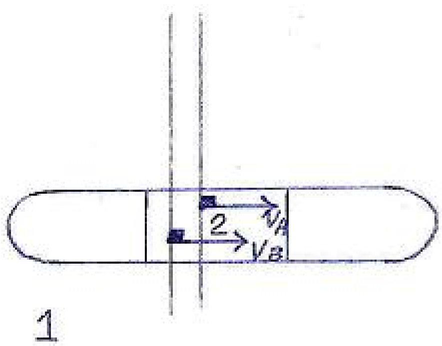


«صفحه عضو 1 است»

- مثال



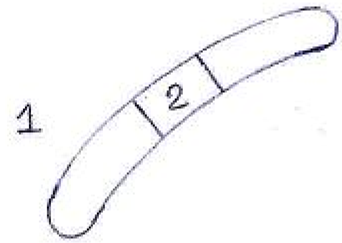
- مثال



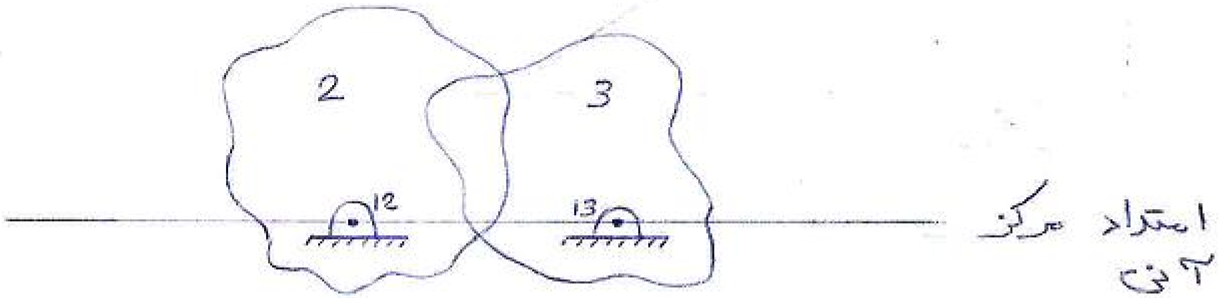
* مرکز آنی در حرکت انتقالی واقع در بینهایت است و عمود بر راستای حرکت.

* مرکز آنی در این حالت مرکز انحناء است (که اگر قوس دایره باشد مرکز انحناء آن ثابت است).

- مثال

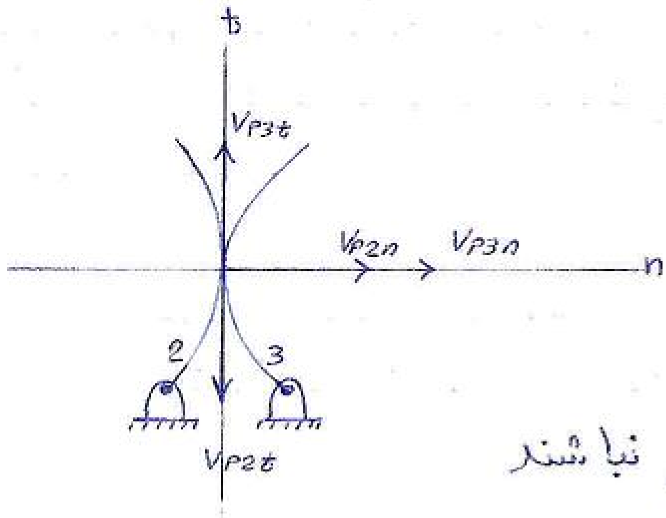


قضیه کندی: سه عضو که نسبت به هم حرکت دارند دارای سه مرکز آنی هستند که بر یک خط واقع هستند.

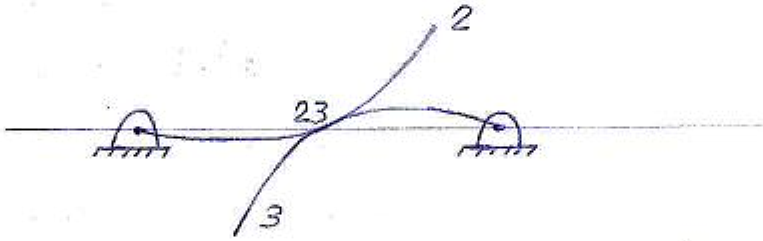


(1)

* مکانیزمهای تماسی:

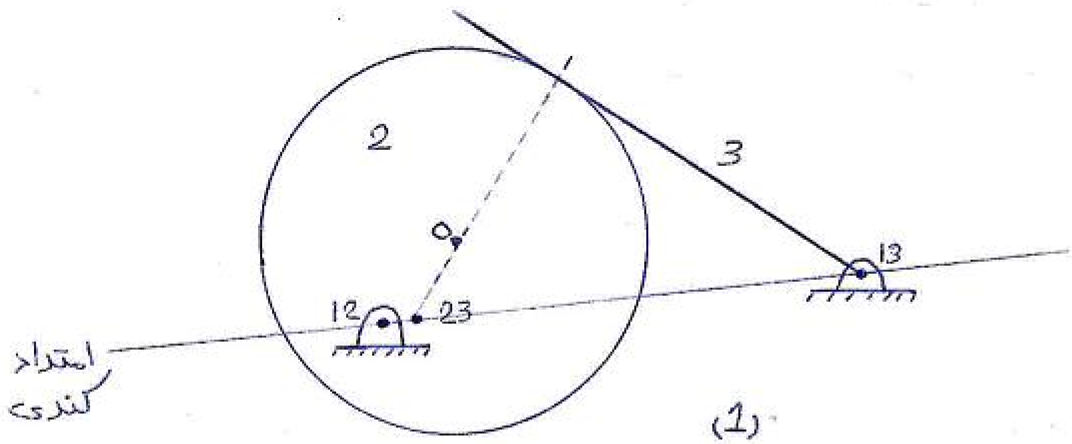


باید V_n ها حتماً برابر باشد تا حرکت امکانپذیر شود. اگر V_t ها برابر باشند حرکت غلطشی است و اگر برابر نباشند حرکت لغزشی است.



نکته – در این مکانیزم تنها وقتی حرکت – غلطشی است که نقطه تماس بر راستای دو خط المرکزین باشد (یعنی تنها یک لحظه) و در سایر لحظات حرکت غلطشی است.

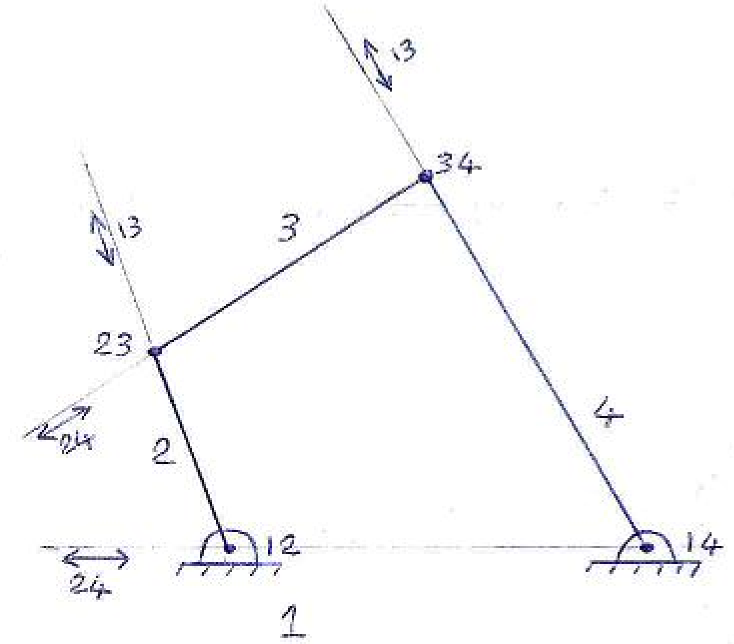
مثال –



(1)

* مماس مشترک خط و دایره را رسم می کنیم و هر کجا امتداد کندی را قطع کرد مرکز آنی 23 بدست می آید. (اگر بجای خط منحنی بود مرکز آنی دو منحنی را رسم می کنیم)
این برای تمام مکانیزمهای لغزشی صادق است و روش عمل همین است.

* در مکانیزمهای غلطشی که نقطه تماس روی خط المرکزین است خود آن نقطه مرکز آنی است. (شکل بالای صفحه).



مثال -

$$\begin{bmatrix} \cancel{12} & 13 & \cancel{14} \\ & \cancel{23} & 24 \\ & & \cancel{34} \end{bmatrix}$$

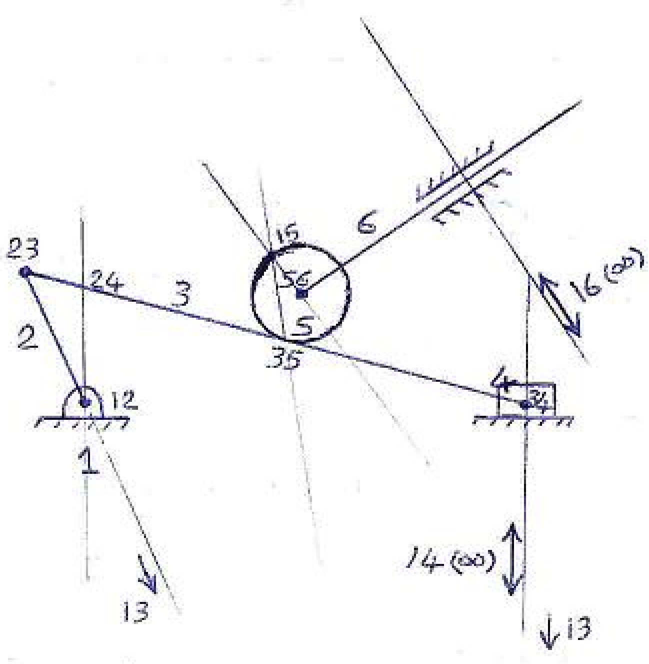
* نقاط خط خورده مراکز آنی اولیه است.

* برای یافتن 13 و 24 دو دسته سه تائی می گیریم که آنها در هردو دسته باشند. دو خط را رسم می کنیم و محل تلاقی آنها 13 و 24 را بدست می دهد.

$$\begin{cases} 1 , 2 , 3 \rightarrow (12 \quad 13 \quad 23) \\ 1 , 3 , 4 \rightarrow (13 \quad 14 \quad 34) \end{cases}$$

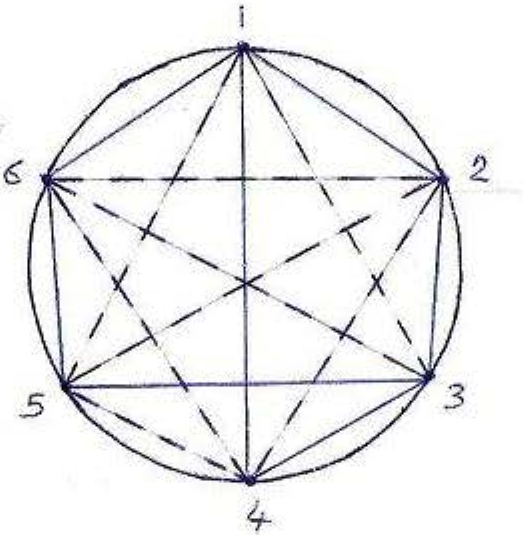
$$\begin{cases} 2 , 3 , 4 \rightarrow (23 \quad 24 \quad 34) \\ 1 , 2 , 4 \rightarrow (12 \quad 24 \quad 14) \end{cases}$$

مثال و روش کلی :



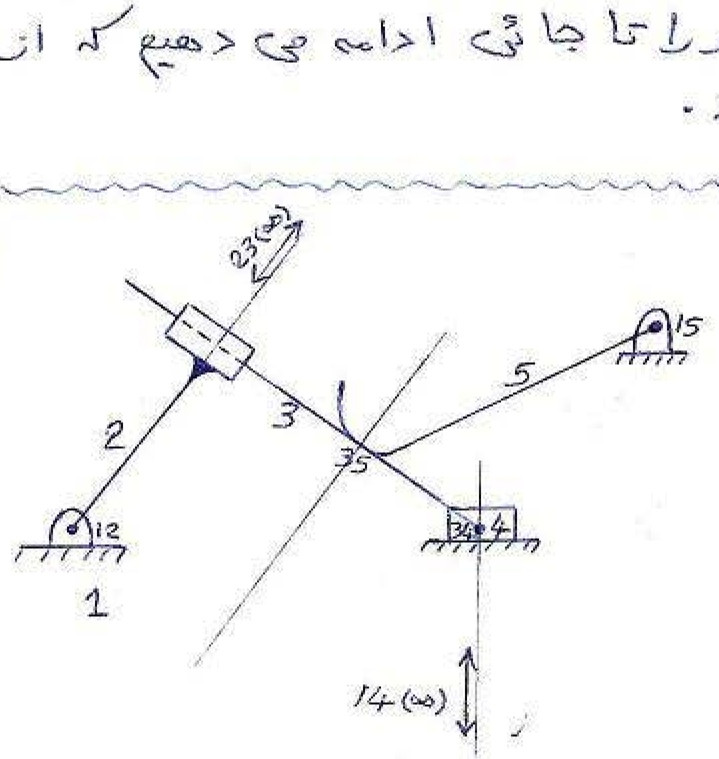
* مراکز آنی تنها برای مکانیزمهای با یک درجه آزادی تعریف شده لذا باید اول بررسی کنیم که حتماً مکانیزم یک درجه آزادی داشته باشد.

(35) را از آن جا فهمیدیم که حرکت غلطشی است .



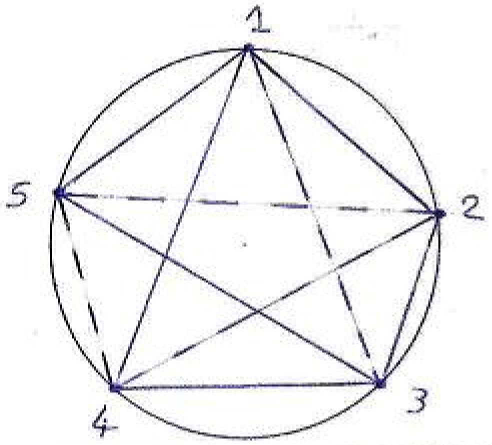
* به تعداد اعضاء نقطه انتخاب کرده و مراکز آنی اولیه را با خط پر- می کشیم . برای یافتن سایر مراکز آنی باید اول خطی را در نظر بگیریم که مشترک بین دو مثلث باشد . مثلاً برای یافتن 13 باید 12 و 23 را به هم وصل کنیم (در مثلث 123) و باید 14 و 43 را هم به هم وصل کنیم (در مثلث 143) و نقطه تلاقی آنها- 13 را می دهد. این کار را تا جائی ادامه می دهیم که از هر نقطه (n-1) خط اخراج شود.

مسئله مهم



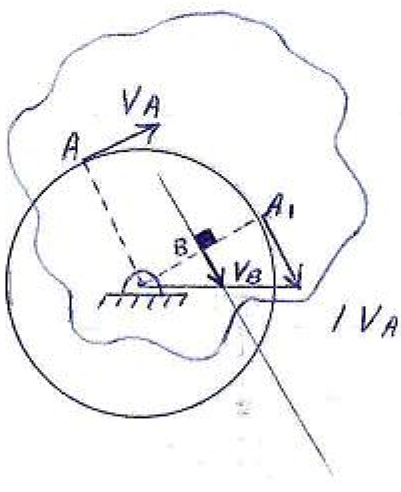
مثال- درجه آزادی یک است .

: یعنی جوش خورده و یک جسم است.



« یافتن سرعتها به کمک مراکز آنی » :

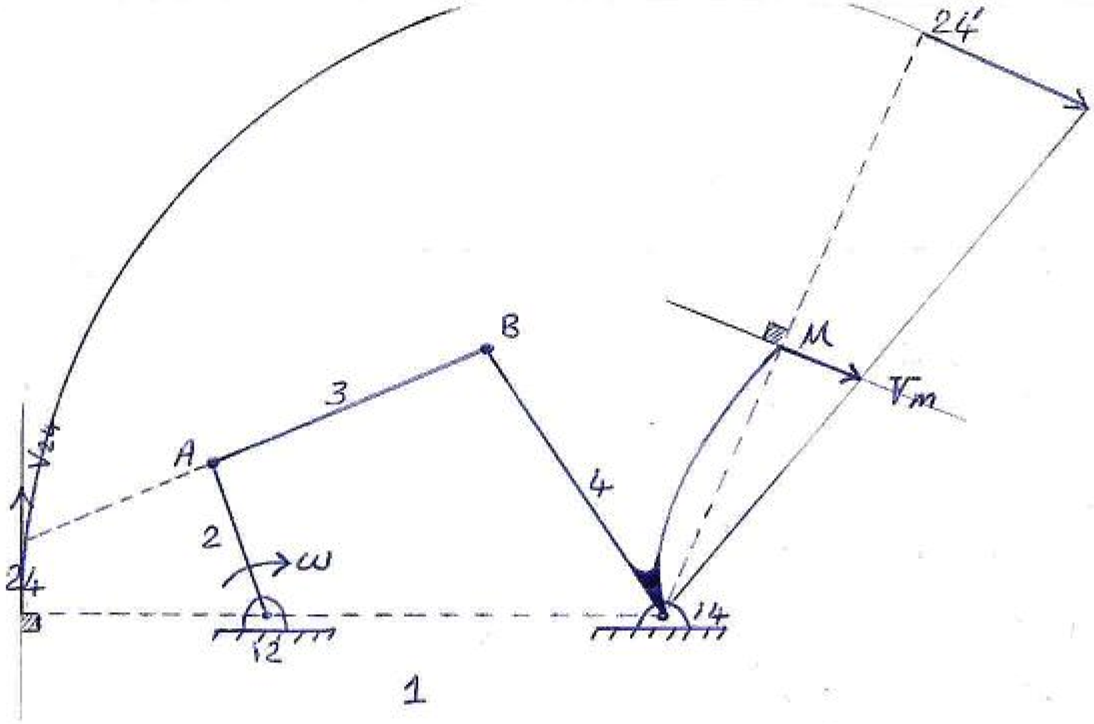
* سرعت A را داریم و سرعت B را می‌خواهیم :



$$|V_{A_1}| = |V_A|$$

* با استفاده از اصل برابری سرعتهای نقاط هم شعاع تا مرکز دوران ، شعاع A را گردانده تا بر شعاع نقطه B که سرعت آن مجهول است - منطبق شود . می دانیم بین سرعتها و فاصله تا مرکز دوران یک تناسب وجود دارد لذا با رسم این تناسب به روش هندسی می توان V_B را یافت.

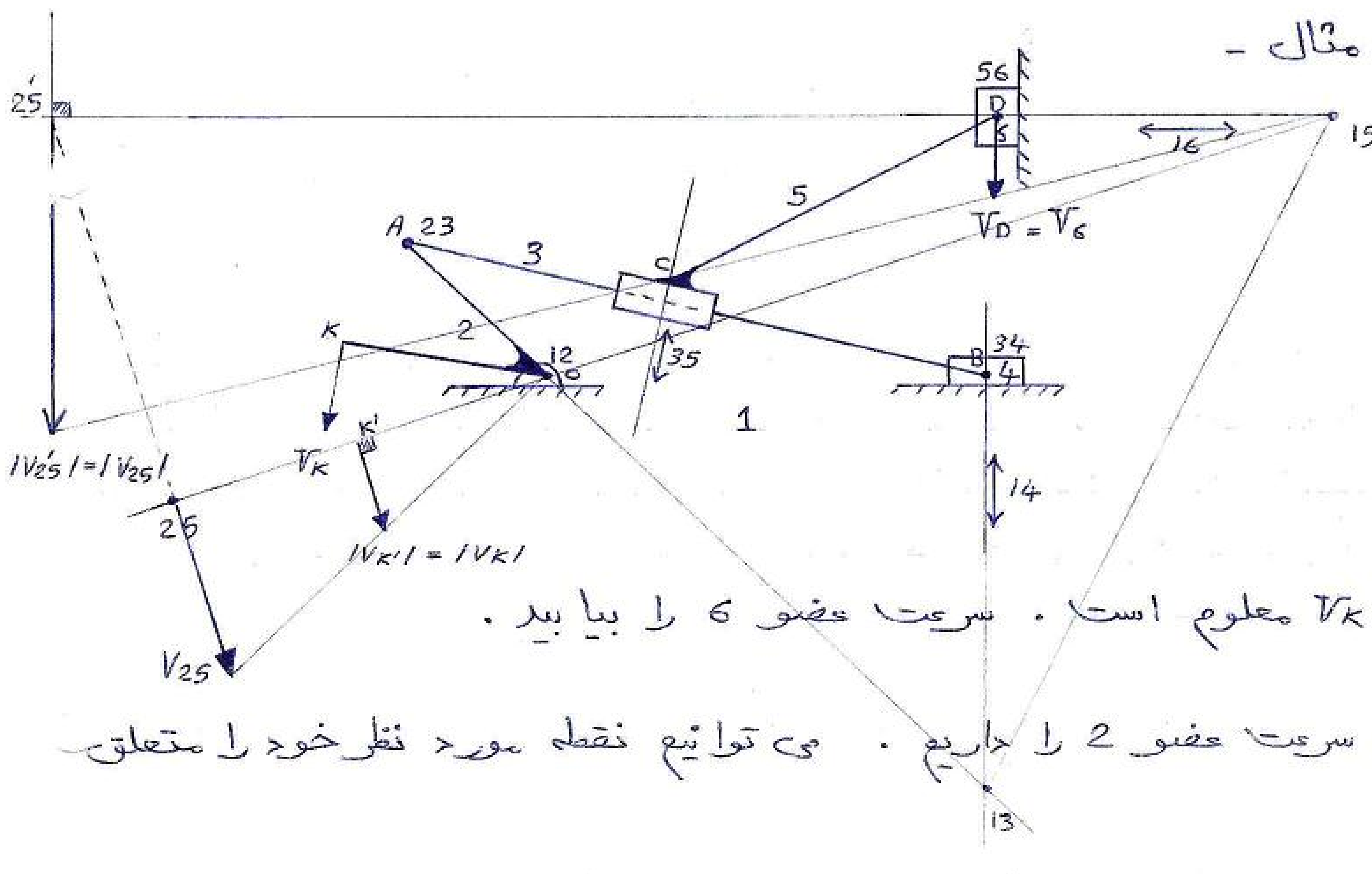
مثال - در مکانیزم زیر سرعت نقطه M را بیابید .



$|V'_{24}| = |V_{24}|$

* ما سرعت تمام نقاط 2 را داریم اما سرعت نقطه ای از 4 را می خواهیم
لذا 24 را که سرعتهای مساوی دارد می یابیم . جهت V_{24} عمود بر امتداد
(12 - 24) است و مقدار آن $V_{24} = \omega \times (24 \leftrightarrow 12)$. حال به روش
قبل V_{24} را دوران می دهیم و با تناسب هندسی V_m را می یابیم .

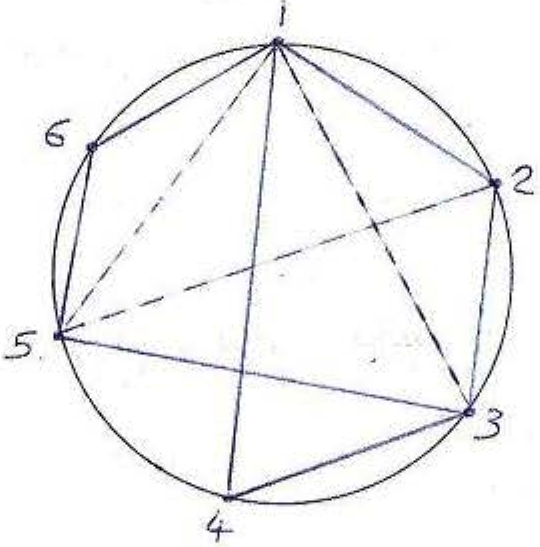
مثال -



V_K معلوم است . سرعت عضو 6 را بیابید .

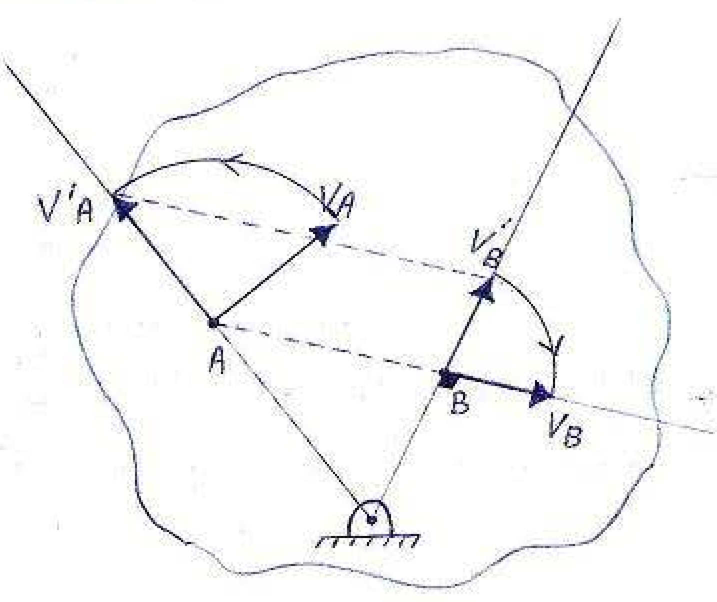
* سرعت عضو 2 را داریم . می توانیم نقطه مورد نظر خود را متعلق

به 5 بگیریم یا 6 . ما متعلق به 5 می گیریم پس باید ابتدا مرکز آنی دوران 15 را بیابیم که این کار را به روش سابق انجام می دهیم .



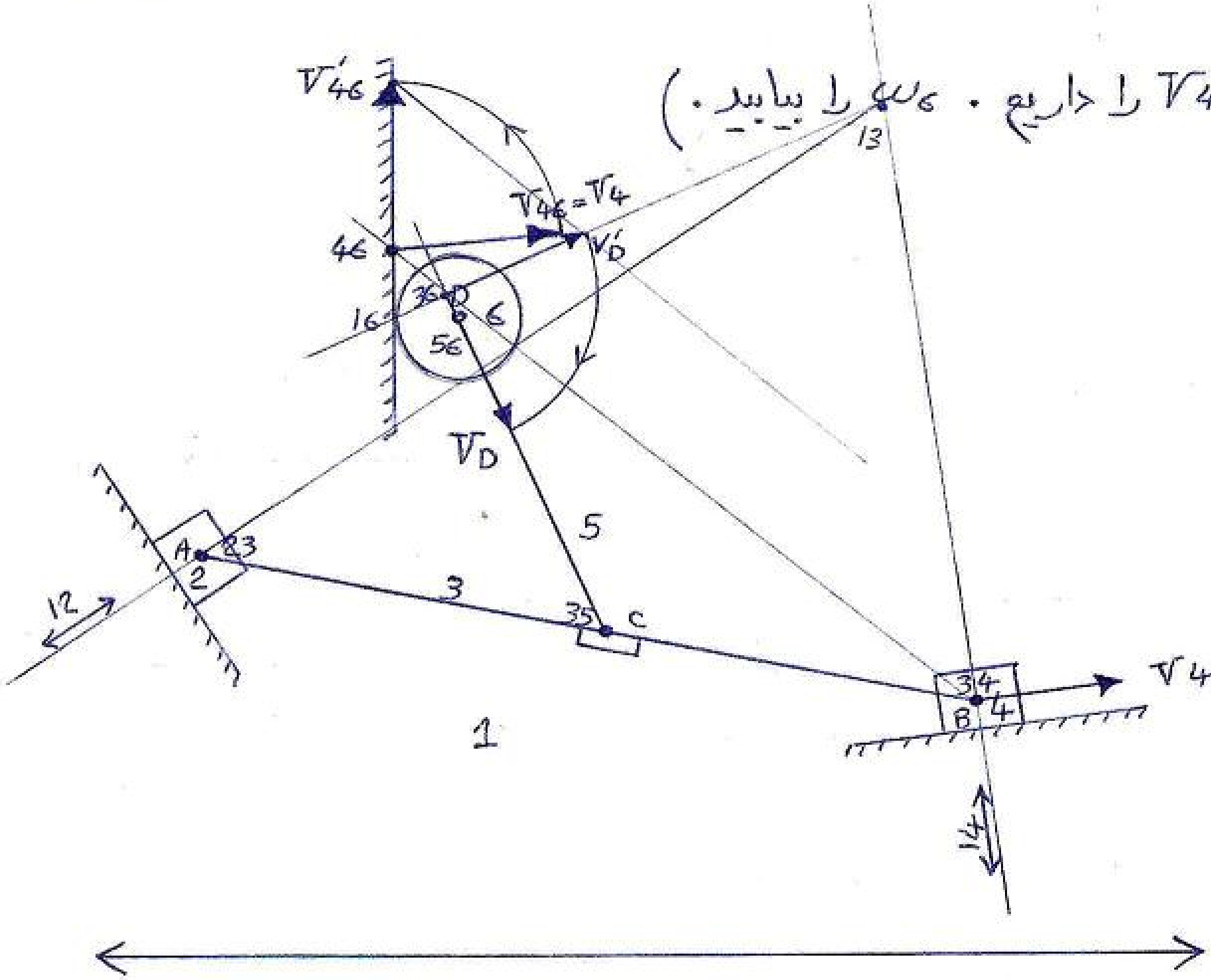
* سپس باید مرکز آنی 25 را بیابیم و به همان روش قبلی V_5 را می یابیم که همان V_6 هم هست .

روش دوم : $\boxed{\text{« روش خط موازی »}}$



1 - شعاعهای دوران را امتداد می دهیم.
2 - بردار سرعت معلوم را دوران داده، بر شعاع دوران منطبق می کنیم.
3 - نقطه معلوم را به نقطه مجهول وصل می کنیم.
4 - از انتهای V'_A خطی موازی AB می کشیم تا V'_B حاصل شود.
5 - V'_B را در خلاف جهت اول که V_A را چرخانده ایم می گردانیم تا V_B بدست آید.

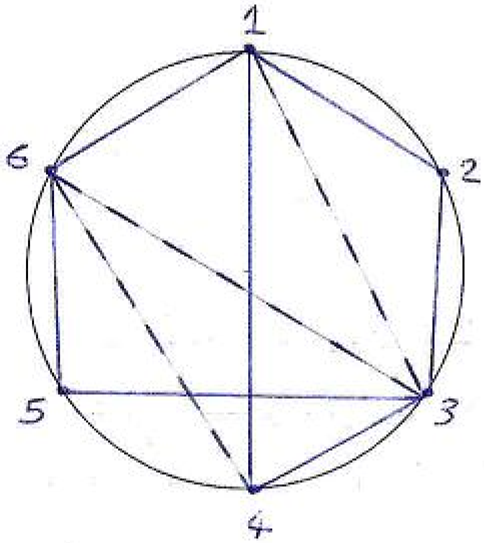
مثال - (V_4 را داریم. ω_6 را بیابید.)



نکته:
V_3 معنا ندارد چون
عضو 3 هم حرکت دورانی دارد وهم
انتقالی بلکه باید گفت مثلاً V_{A3} یا V_{B3}. اما V_4 معنا دار است -
چون 4 لغزنده است و تنها حرکت انتقالی دارد.

* باید ابتدا سرعت نقطه ای از عضو 6 را بیابیم و برای راحتی نقطه D را در نظر می گیریم و آن را متعلق به 6 می گیریم. ابتدا باید 16 را بیابیم و چون V_4 را داریم باید 46 را هم بیابیم.

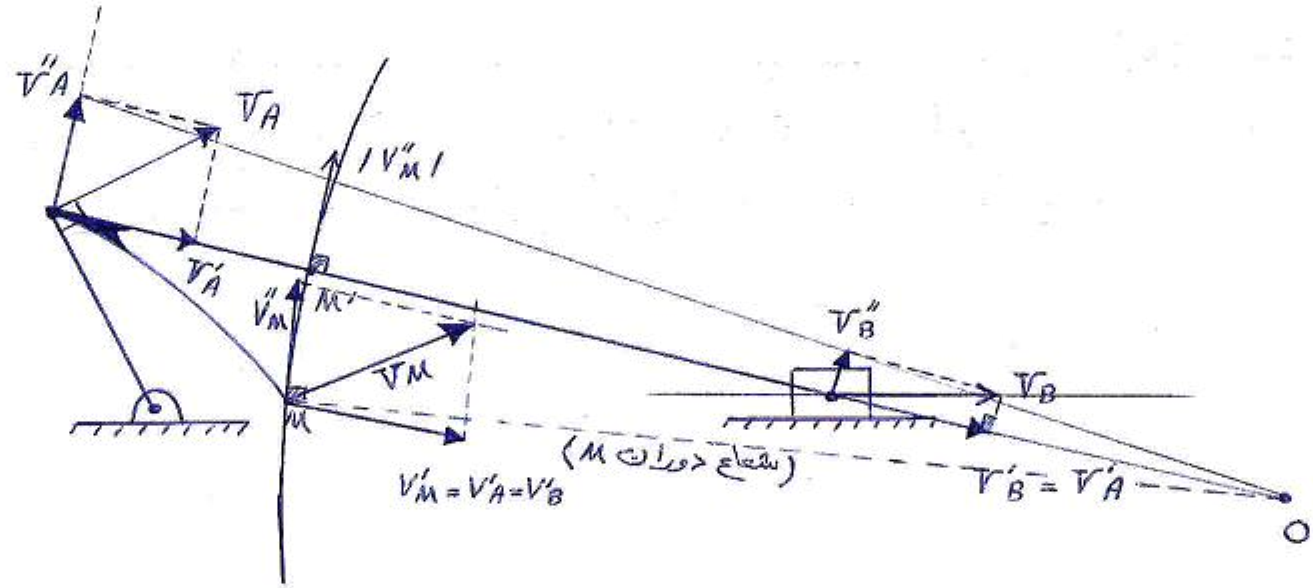
$$\omega_6 = \frac{V_D}{(16 \leftrightarrow D)}$$



* اصلاً نیازی به V_D هم نداریم چون V_{46} را داریم و 46 هم نقطه‌ای از 6 است پس داریم:

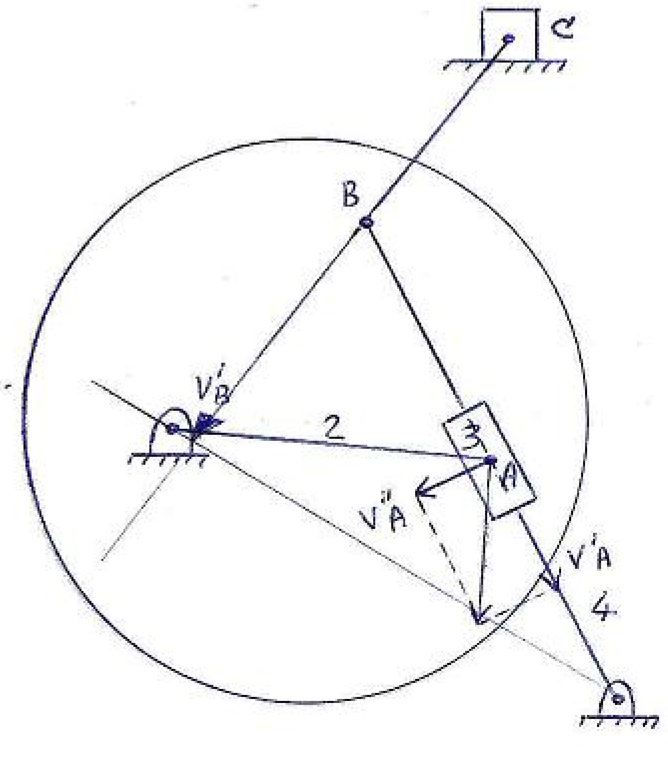
$$\omega_6 = \frac{V_{46}}{16 \leftrightarrow 46}$$

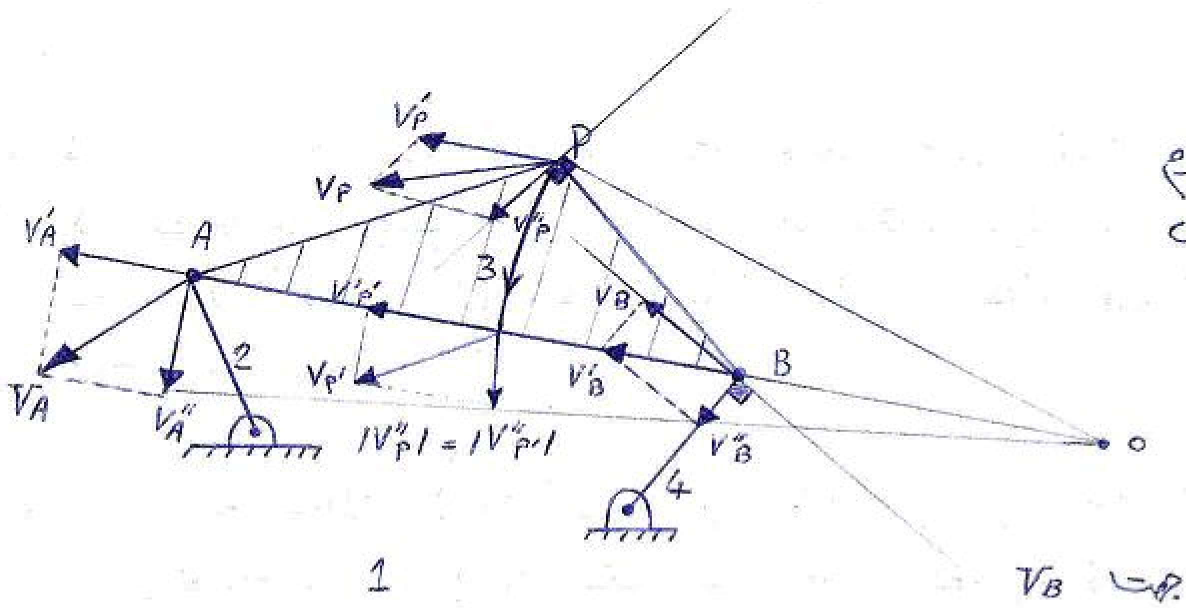
روش سوم : $\boxed{\text{« روش مؤلفه‌ها »}}$



* امتداد V''_A و V''_B را با شعاع دوران قطع می دهیم تا مرکز آنی دوران (O) بدست آید . حال شعاع دوران M را داریم و می دانیم V''_M عمود بر آن است و $|V''_M| = |V''_{M'}|$. V'_M را هم داریم پس V_M بدست می آید .

مثال - در مکانیزم ماشین تراش مقابل سرعت A را داریم . سرعت ابزار C را بیابید .





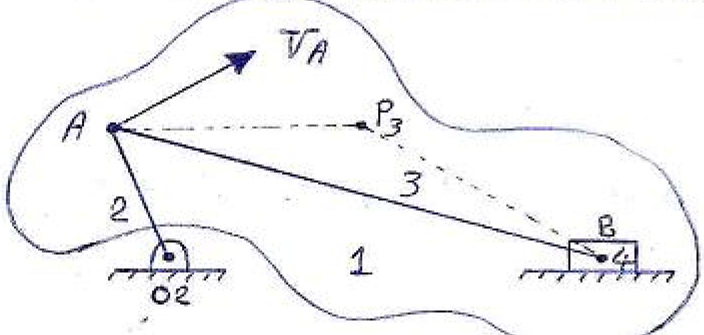
مثال - V_A معلوم
V_P مجهول

جمع بندی :

روشهای تعیین سرعت (به روش ترسیمی):

- ۱- استفاده از مراکز آنی
  - ۱- گرداندن شعاع
  - ۲- خط موازی
  - ۳- مؤلفه ها
- ۲- استفاده از مفاهیم کمیتهای نسبی *

مثال - *



$$\overset{\checkmark ?}{V_B} = \overset{\checkmark \checkmark}{V_A} + \overset{\checkmark ?}{V_{B/A}}$$

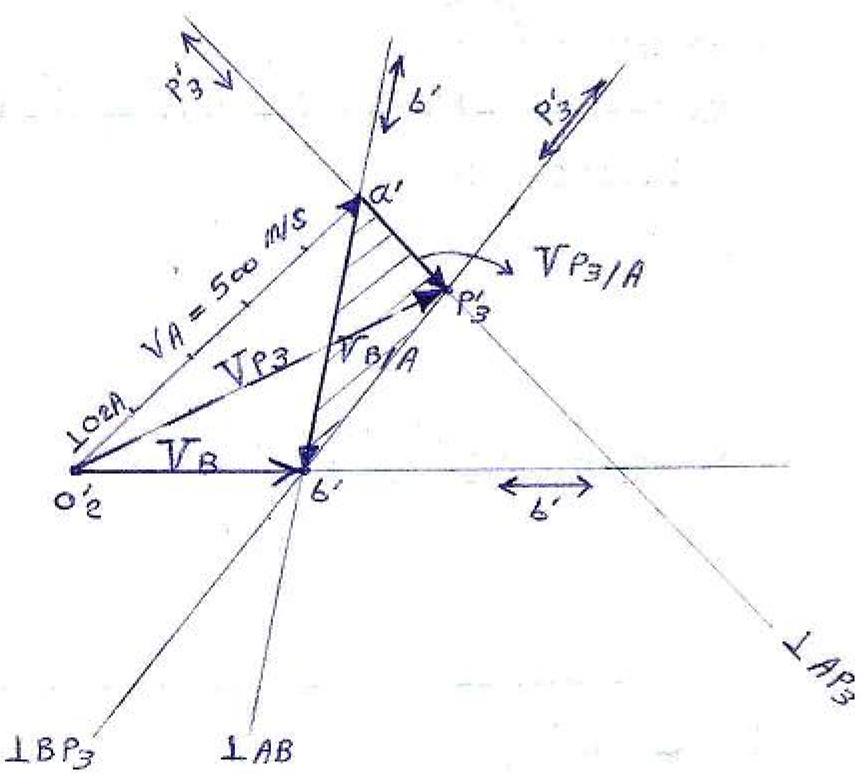
* نقطه B و A دو نقطه متعلق به یک عضو صلب هستند و می دانیم یک نقطه در جسم صلب نسبت به نقطه دیگر در همان جسم تنها می تواند حرکت دورانی داشته باشد، لذا امتداد $V_{B/A}$ معلوم است و خطی است عمود بر AB.

* سرعتهای مطلق را حتماً باید از O'_2 (نظیر O_2 ثابت) رسم کرده سرعتهای نسبی را از نقطه مربوط رسم می کنیم.

فرض - $V_A = 500\ m/s$

مقیاس : $1\ cm = 100\ m/s$

دیاگرام سرعتها :



$V_{B/A} \simeq 220\ m/s$

$V_B \simeq 380\ m/s$

* با یافتن b'، $V_{B/A}$ را می یابیم و ۲ نگاه می توان V_B را رسم کرد.

ب - V_A را داریم.

V_{P3} را می خواهیم.

$$\overset{??}{V_{P3}} = \overset{\checkmark\checkmark}{V_A} + \overset{\checkmark ?}{V_{P3/A}} \quad (1)$$

* رابطه سه مجهول دارد لذا فعلاً به کار ما نمی آید.

(امتداد V_{P3} معلوم نیست چون عضو 3 ترکیبی از دوران و انتقال دارد نه مثل عضو 2 و 4 که یک حرکتی هستند).

$$\overset{??}{V_{P3}} = \overset{\checkmark\checkmark}{V_B} + \overset{\checkmark ?}{V_{P3/B}} \quad (2)$$

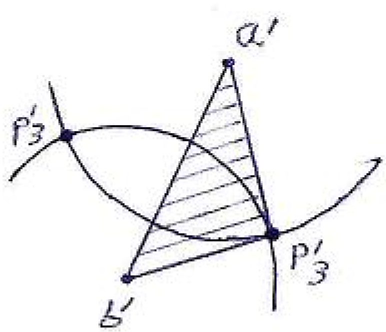
$$\boxed{\overset{\checkmark\checkmark}{V_A} + \overset{\checkmark ?}{V_{P3/A}} = \overset{\checkmark\checkmark}{V_B} + \overset{\checkmark ?}{V_{P3/B}}} \quad \leftarrow \quad (2) \text{ و } (1)$$

---

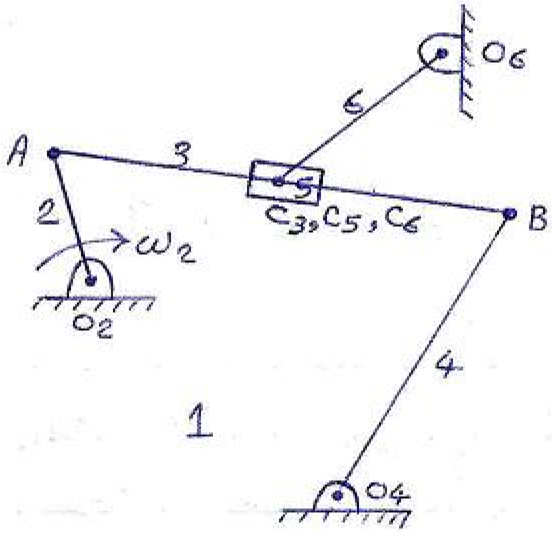
* مثلث $A'P'B'$ در دیاگرام با مثلث APB در مکانیزم مشابه است. نسبت تشابه K_V قابل محاسبه است:

$$* \; K_V = \frac{a'b'}{AB} \qquad \begin{cases} a'P'_3 = K_V \cdot AP_3 \\ b'P'_3 = K_V \cdot BP_3 \end{cases}$$

* برای یافتن سرعت هر نقطه مجهول با داشتن سرعت دو نقطه می توان با آن سه یک مثلث تشکیل دهیم. یک ضلع را که رسم شده داریم و به شعاع های محاسبه شده در بالا دو قوس می زنیم ، جواب صحیح آن است که جهت گردش حروف با آن جهتی که در مکانیزم می خوانیم یکی باشد.

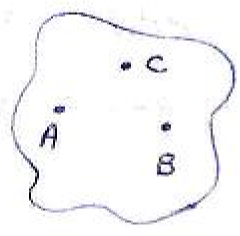


* اگر به فرض عضو 3 یک دایره بود و بخواهیم شکل نظیر آن را در دیاگرام رسم کنیم اگر فرضاً O_3 مرکز آن روی AB باشد با تناسب جای O_3' را روی $a'b'$ می یابیم. سپس در عضو 3 و روی محیط دایره نقطه K را در نظر می گیریم و به کمک A و B و K به روش فوق الذکر K' را می یابیم و به مرکز O_3' و به شعاع $O_3'K_3'$ دایره مشابه را رسم می کنیم. اگر عضو 3 هر شکلی هم داشت به طریق لازم و به همان روش فوق عمل می کنیم.



مثال - ω_2 را داریم و ω_6 را می خواهیم.

تعریف صحیح ω :



$$\omega = \frac{V_{B/A}}{AB} = \frac{V_{C/A}}{AC} = \frac{V_{C/B}}{BC}$$

* چون حرکت 6 تنها دورانی است اگر سرعت یکی از نقاط آن را بیابیم می توان ω_6 را یافت.

$$V_{C5} = V_{C6}$$

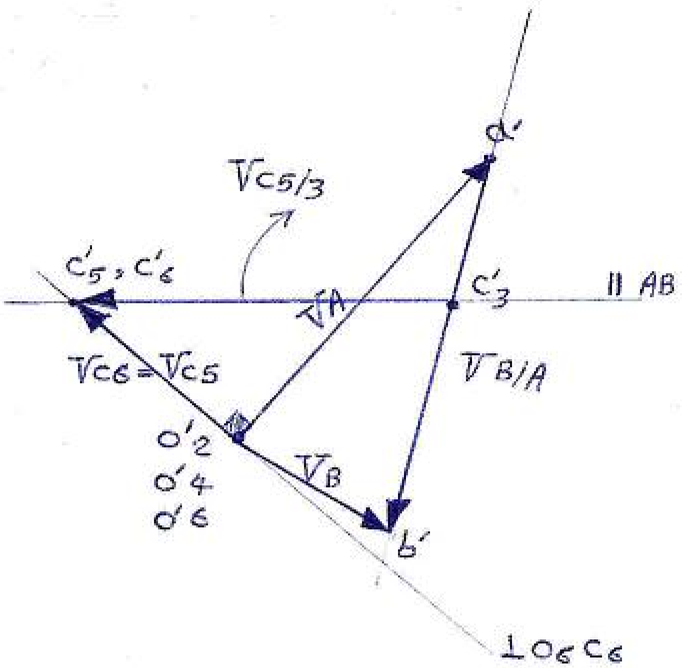
(امّا) $V_{C3} \neq V_{C5}$

$$V_{C3} \neq V_{C6}$$

* سرعت نسبی را بین دو نقطه ای می نویسیم که یا در امتداد هم - باشند یا برهم منطبق باشند.

$$\begin{cases} \overset{\surd -}{V_B} = \overset{\surd\surd}{V_A} + \overset{\surd -}{V_{B/A}} \\ \overset{- -}{V_{C_3}} = \overset{\surd\surd}{V_A} + \overset{\surd -}{V_{C_3/A}} \\ \overset{- -}{V_{C_3}} = \overset{\surd\surd}{V_B} + \overset{\surd -}{V_{C_3/B}} \end{cases}$$

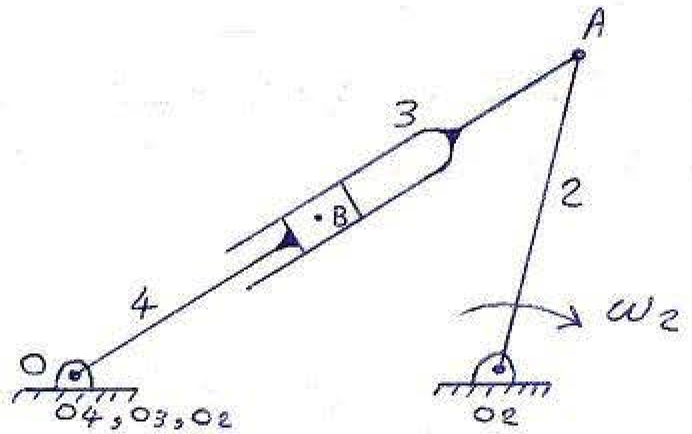
* نخست رابطه 1 را رسم می کنیم و ۲ نگاه از تشابه ها استفاده می کنیم.



$$\begin{cases} KV_3 = \dfrac{a'b'}{AB} \\ a'c'_3 = KV_3 \cdot AC_3 \end{cases}$$

$$* \quad \overset{\surd -}{V_{C5}} = \overset{\surd\surd}{V_{C3}} + \overset{\surd -}{V_{C5/3}}$$

* با V_{C6} ، ω_6 بدست می آید که (CW) است چون اگر - بردار V_{C6} را روی شکل مکانیزم بیاوریم عضو 6 را در جهت - موافق عقربه های ساعت می گرداند.



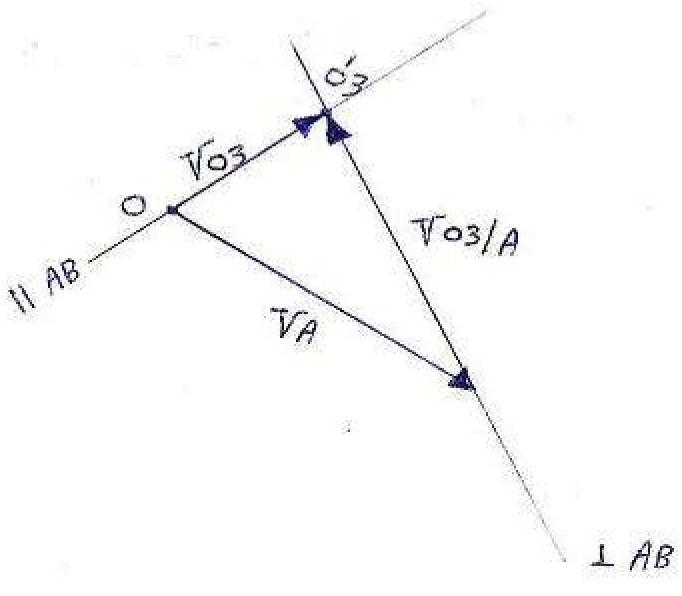
مثال - (مهم نکته دار)

* اگر فرض کنیم 2 و 3 و 4 بجای میله صفحه با شند می توان - گفت نقطه O متعلق به 4 و 3 و 2 است .

* باید نقطه ای را بیابیم که سرعت یکی در آنجا صفر باشد .

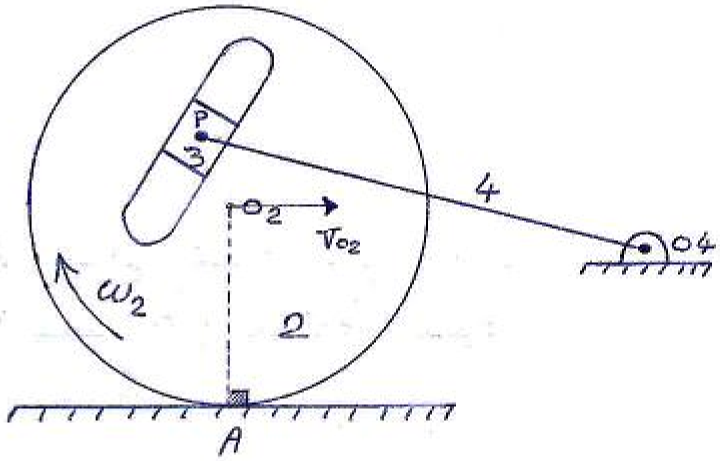
$$\overset{\checkmark -}{\vec{V}_{O3}} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_A} + \overset{\checkmark -}{\vec{V}_{O3/A}}$$

$$\vec{V}_{O3} = \cancel{\vec{V}_{O4}} + \vec{V}_{O3/4}$$



$$* \quad \omega_3 = \omega_4 = \frac{V_{O3/A}}{A \leftrightarrow O_3} \quad C.W$$

* برای یافتن جهت ω باید $V_{O3/A}$ را روی O_3 قرار دهیم که جهت C.W می شود .



مثال - $\left.\begin{array}{l} \omega_2 \text{ معلوم} \\ \omega_4 \text{ مجهول} \end{array}\right\}$

$$\left\{\begin{array}{l} \overset{\checkmark\checkmark}{V_{P2}} = (A \leftrightarrow P_2)\,\omega_2 \\ \overset{\checkmark -}{V_{P3}} = \overset{\checkmark -}{V_{P4}} \end{array}\right.$$

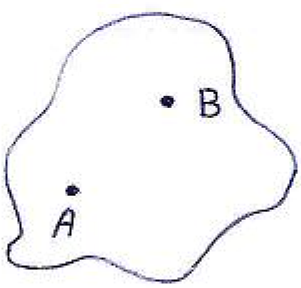
$$* \quad \overset{\checkmark -}{V_{P3}} = \overset{\checkmark\checkmark}{V_{P2}} + \overset{\checkmark -}{V_{P3/2}}$$

(با این رابطه مسئله حل می شود)

نکته - در مکانیزمها اگر غلطک داشته باشیم و بخواهیم از فرمول درجه آزادی استفاده کنیم غلطک را جزء (Lower pairing) می‌گیریم.

« شتاب »

یک روش برای یافتن ترسیمی شتاب وجود دارد و آن هم روش شتابهای نسبی است.



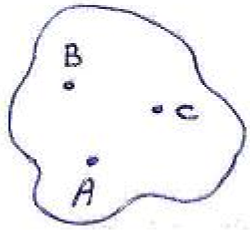
$$V_B = V_A + V_{B/A}$$

$$a_B = a_A + a_{B/A} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} a_B = a_B^n + a_B^t \\ a_B^n = R\omega^2 = \dfrac{V^2}{R} \\ a_B^t = R'.\alpha \end{cases}$$

* R : شعاع انحناء مسیر است (مسیر حرکت نقطه نسبت به عضو مورد نظر).

$$\alpha = \frac{a_{A/B}^t}{AB} = \frac{a_{A/C}^t}{AC} = \frac{a_{B/C}^t}{BC}$$



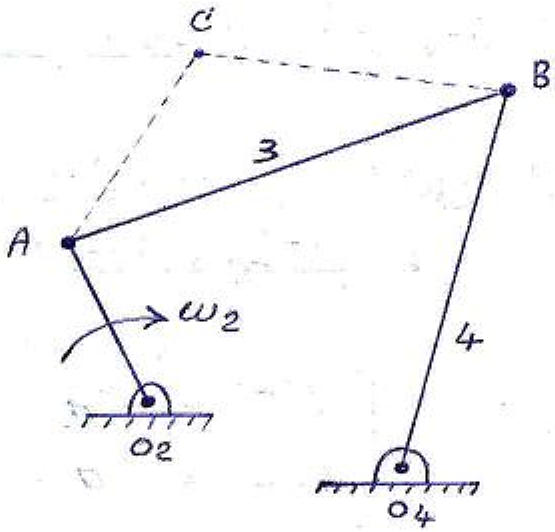
$R' = AB = AC = BC$

* R' معمولاً شعاع دوران در نظر گرفته می شود.

* رابطه (1) را همواره به صورت مؤلفه هایش می نویسیم :

$$\boxed{a_B^n + a_B^t = a_A^n + a_A^t + a_{B/A}^{t,n} + (a_{B/A})_{ceriolis}}$$

مثال -



ω_2 را داریم (ثابت)

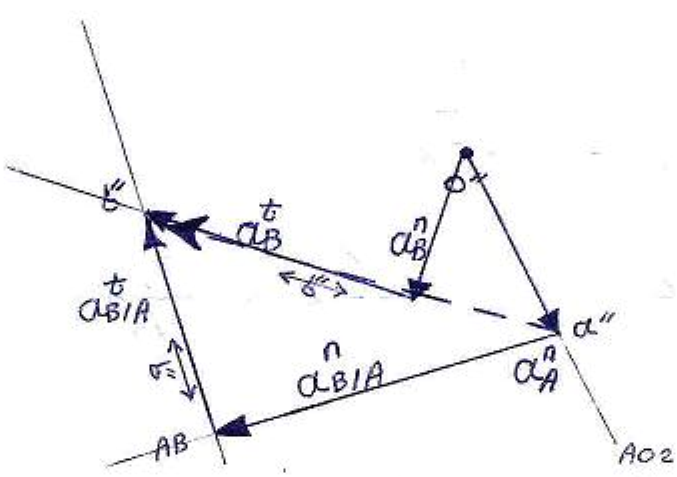
α_4 را می خواهیم .

$$a_A = a_A^n = \frac{V_A^2}{O_2 \leftrightarrow A} \quad \text{و} \quad \overset{\checkmark\checkmark}{a}{}^{n}_{B/A} = \frac{V_{B/A}^2}{AB}$$

$$\alpha_2 = 0 \rightarrow a_A^t = 0$$

$$\overset{\checkmark\checkmark}{a_B^n} + \overset{\checkmark -}{a_B^t} = \overset{\checkmark\checkmark}{a_A^n} + \cancel{\overset{0}{a_A^t}} + \overset{\checkmark\checkmark}{a_{B/A}^n} + \overset{\checkmark -}{a_{B/A}^t} + (\cancel{\overset{0}{a_{B/A}}})^c$$

* هرگاه نقطه ای نسبت به عضوی در مسیری حرکت کند بطوری که خود عضو دوم حرکت دورانی داشته باشد ، آن نقطه شتاب کریولیس دارد . در بالا B نسبت به A کریولیس ندارد چون A و B هر دو متعلق به یک عضو هستند .

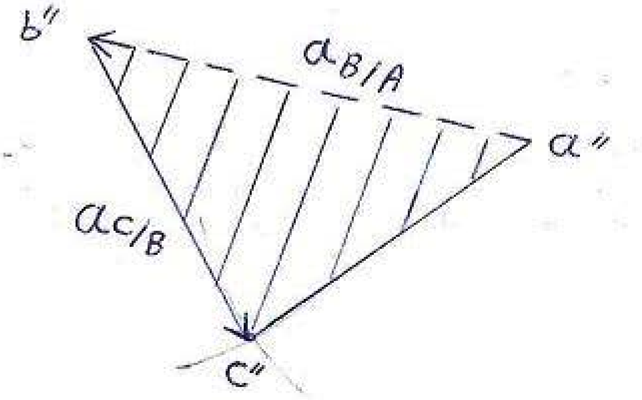


$$\begin{cases} \alpha_4 = \dfrac{a_B^t}{O_4 \leftrightarrow B} \\ \alpha_3 = \dfrac{a_{B/A}^t}{AB} \end{cases}$$

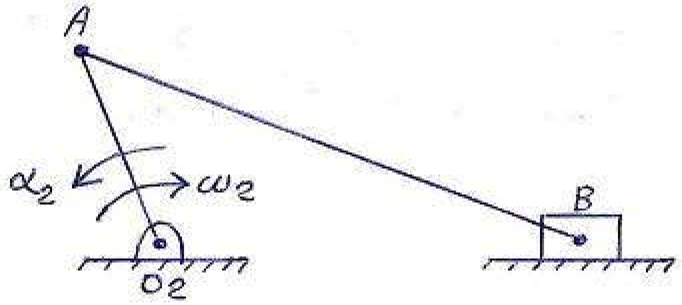
* (o'') نماینده جمیع نقاطی است که شتاب آنها صفر است.

* برای یافتن شتاب c با داشتن شتاب A و B مانند سرعتها از تشابه مثلثها استفاده می کنیم :

$$K_a = \frac{a'b'}{AB} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} b'c' = K_a \cdot BC \\ a'c' = K_a \cdot AC \end{cases}$$



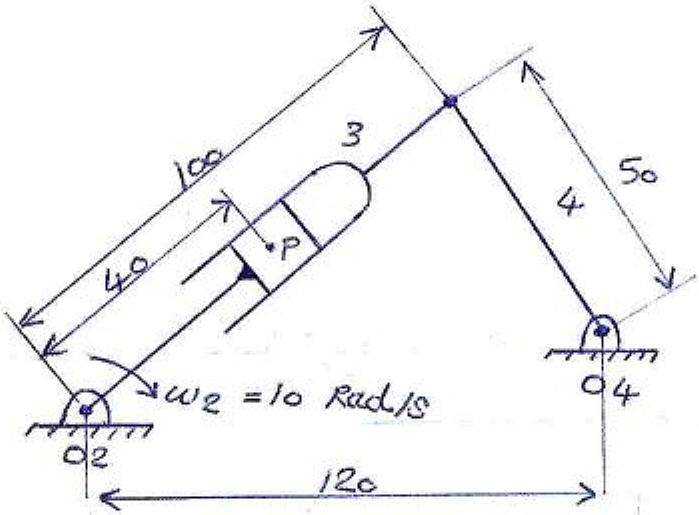
مثال - شتاب B را بیابید.



* α_2 کند کننده است.

$$\overset{\checkmark -}{\cancel{\overset{o}{a}{}_B^n}} + \overset{\checkmark -}{a_B^t} = \overset{\checkmark\checkmark}{a_A^n} + \overset{\checkmark\checkmark}{a_A^t} + \overset{\checkmark\checkmark}{a_{B/A}^n} + \overset{\checkmark -}{a_{B/A}^t}$$

$$a_A^n = \frac{V_A^2}{O_2A} \qquad a_A^t = (O_2A)\,\alpha_2 \qquad a_{B/A}^n = \frac{V_{B/A}}{AB}$$



مثال - همه مجهولات را بیابید.

* هرگاه α_2 را ندادند یعنی ω_2 ثابت است.

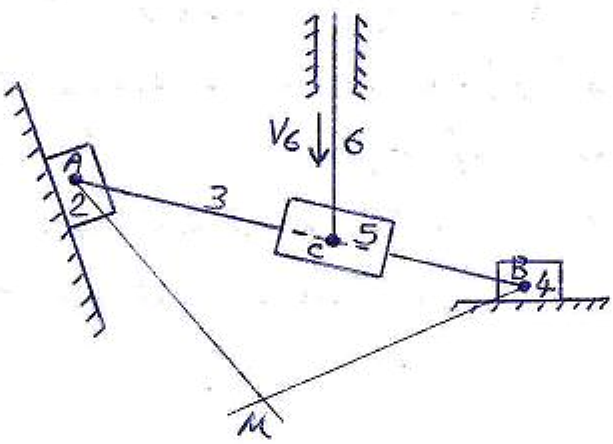
$$a^n_{O_3} + a^t_{O_3} = a^n_{O_2} + a^t_{O_2} + a^n_{O_{3/2}} + a^t_{O_{3/2}} + (a_{O_{3/2}})^c$$

$$(a_{O_{3/2}})^c = 2\, V_{O_{3/2}} \cdot \omega_2$$

* اگر $V_{O_{3/2}}$ را در جهت ω_2، 90° بچرخانیم امتداد شتاب کریولیس را می دهد، (و جهت آن را)

« مکانیزمهای مرکب »

* برخی از مکانیزمهای مرکب (بیش از سه عضو) با معلومات عادی قابل حل نیستند، البته بسته به ورودی آنها.



مثال - اگر V_2 یا V_4 را بدهند قابل حل است اما اگر V_6 را بدهند قابل حل نیست.

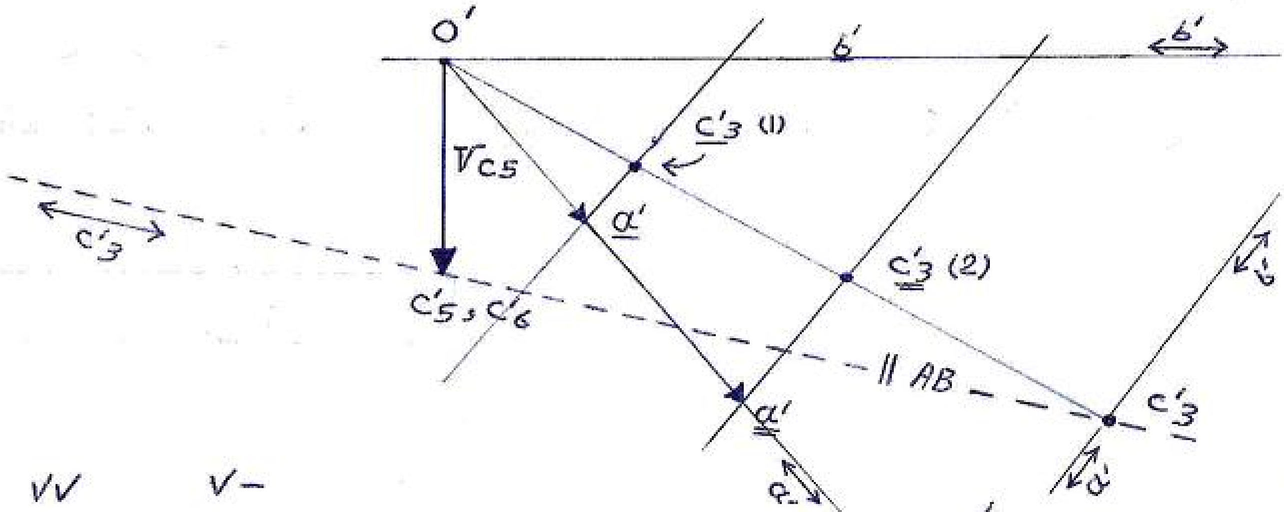
$$V_{c5} = V_{c6} = V_6$$

$$\overset{--}{V_{c3}} = \overset{VV}{V_{c5}} + \overset{V-}{V_{c3/5}}$$

* تعداد مجهولات زیاد است.

الف - $\boxed{\text{روش سعی و خطا}}$:

رابطه را تا حدّ ممکن رسم می کنیم.



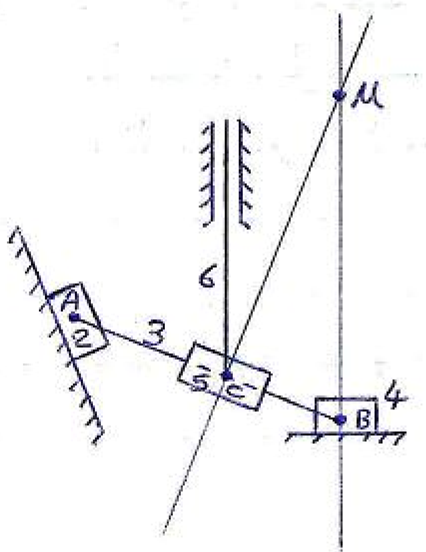
* رابطه را با یک عدد $\left(\overset{V-}{V_B} = \overset{VV}{V_A} + \overset{V-}{V_{B/A}} \right)$ معلوم حل می کنیم.

بردار معلوم را تا نقطه a' در جهت لازم و دلخواه رسم می کنیم. $c'_3(1)$ بدست می آید که نادرست است چون روی راستای c'_3 نیست. در سعی دوم کمی بردار معلوم را تغییر اندازه می دهیم که $c'_3(2)$ بدست می آید. دو سعی کافیست چون در دیاگرام سرعتها c'_3 ها و a' ها و b' ها همه بر روی یک خط هستند که از $O'b'$ می گذرد. پس با امتداد دادن $c'_3\, c'_3$ می توان c'_3 را یافت.

* برای یافتن سرعت هر نقطه ای مثل M از تشابه مثلثهای ABM و $a'b'm'$ استفاده می کنیم بگونه‌ای که m' را یافته و از o' به m' وصل می کنیم تا V_M بدست آید.

ب - $\boxed{\text{روش نقطه کمکی}}$:

چون در V_{C3} مشکل داریم نقطه ای مثل M را روی عضو 3 می گیریم. یک رابطه منطقی بین M و C_3 می نویسیم. سپس اگر V_A را بخواهیم بین M و B واگر V_B را بخواهیم بین M و A یک رابطه منطقی می نویسیم. V_M را از دو رابطه حساب کرده و طرفهای ثانی را برابر قرار می دهیم. حال محل M را باید به گونه‌ای تعیین کنیم که در سمت چپ $V_{C3/5}$ و $V_{M/C3}$ امتدادشان موازی باشد و در سمت راست V_B و $V_{M/B}$ امتدادشان موازی باشد. برای شرط اوّل باید M بر امتداد عمود بر AB باشد و برای شرط دوّم باید M بر امتداد عمود بر لغزنده B باشد. محل تقاطع این دو امتداد M را بدست می دهد.

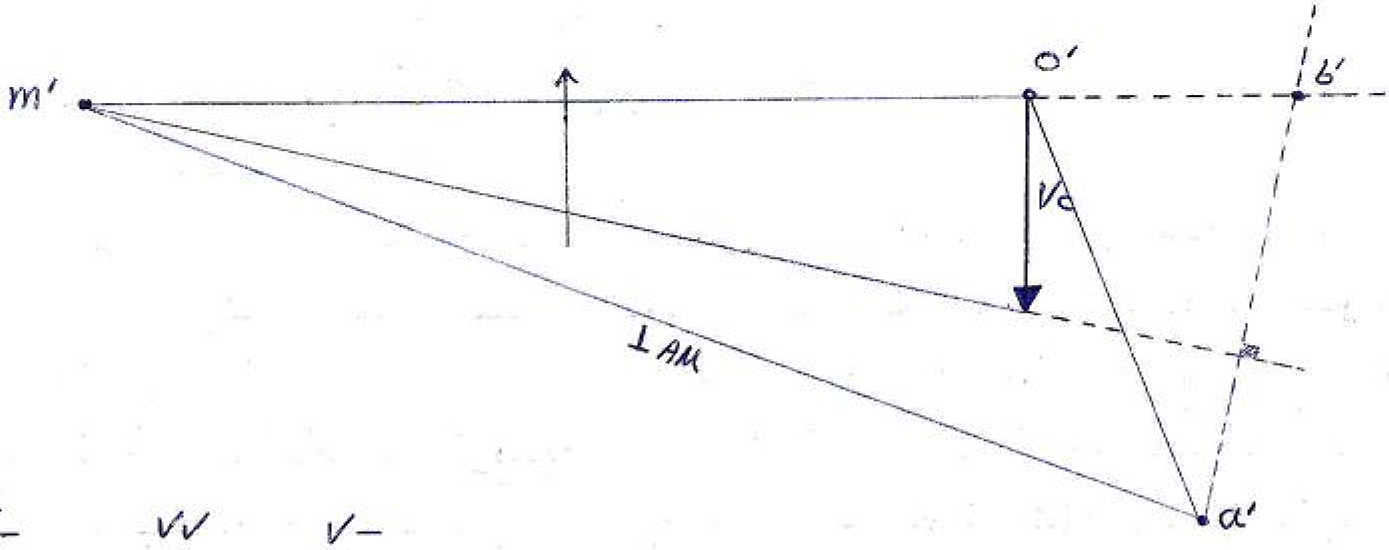


$$(V_M = V_{C3} + V_{M/C3}) \rightarrow$$

$$* \; V_M = V_{C5} + V_{M/C3} + V_{C3/5}$$

$$* \; V_M = V_B + V_{M/B}$$

$$\overset{\checkmark\checkmark}{V_{C5}} + \underbrace{\overset{\checkmark -}{V_{C3/5}} + V_{M/C3}}_{V_{M/C5}} = \underbrace{\overset{\checkmark -}{V_B} + V_{M/B}}_{V_m}$$



* برای یافتن a' - $\quad \overset{\checkmark -}{V_A} = \overset{\checkmark\checkmark}{V_m} + \overset{\checkmark -}{V_{A/M}}$

* برای یافتن b' - $\quad V_B = V_A + V_{B/A}$

نکته - در مورد سرعت بهتر است یک مقدار فرضی انتخاب کنیم و تناسب خطی سرعتها را بنویسیم و سرعت مورد نظر را بیابیم. اما در مورد شتابها روش فوق بهترین است.

روش نقطه کمکی برای محاسبه شتاب :

* تا یافتن نقطه M روش همان است . امّا از رابطه زیر استفاده می کنیم :

$$a^n_{C5} + a^t_{C5} + a^n_{C3/5} + a^t_{C3/5} + (a_{C3/5})^c + a^n_{M/C3} + a^t_{M/C3}$$

$$= a^n_B + a^t_B + a^n_{M/B} + a^t_{M/B}$$

* برای راحتی در معلوم و مجهول کردن مؤلفه‌های نظیر $a_{C3/5}$ و $a_{M/C3}$ و a_B و $a_{M/B}$ را که هم راستا هستند باهم می‌گیریم :
(شتاب کریولیس در این مثال صفر نیست)

$$\overset{\surd\surd}{\cancel{a^n_{C5}}} + a^t_{C5} + (\cancel{a^n_{C3/5}} + \overset{\surd\surd}{a^n_{M/C3}}) + \underbrace{(\overset{\surd -}{a^t_{C3/5}} + a^t_{M/C3})}_{a^t_{M/5}} + \overset{\surd\surd}{(a_{C3/5})^c} =$$

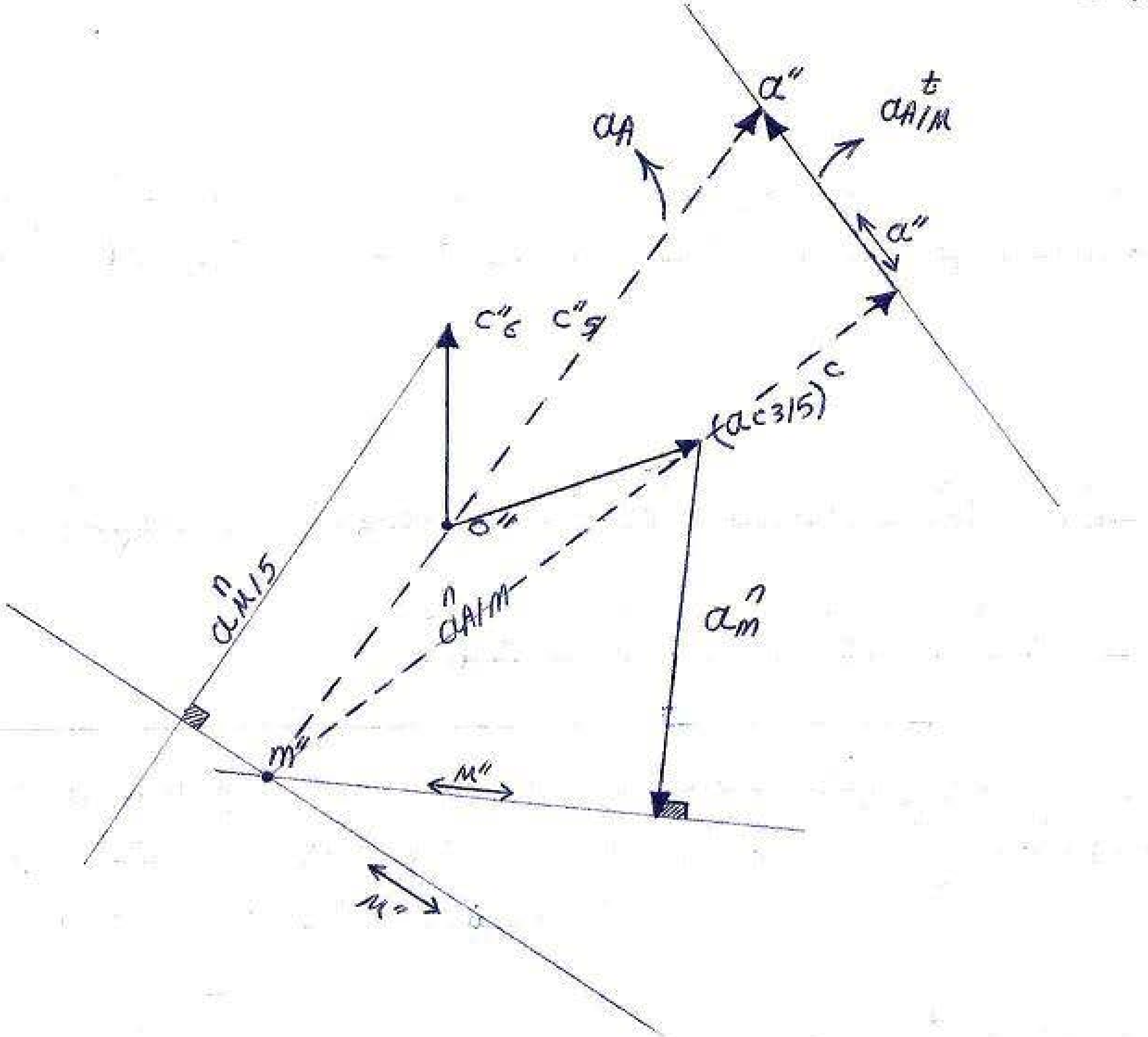
$$(\cancel{a^n_B} + \overset{\surd\surd}{a^n_{M/B}}) + (\overset{\surd -}{a^t_B} + a^t_{M/B})$$

$$* \begin{cases} a_{M/C3} = \dfrac{V_{M/C3}}{M - C_3} \\[2ex] a_{M/B} = \dfrac{V_{M/B}}{M - B} \end{cases}$$

* a^t_{C5} مقدارش معلوم است چون جزء معلومات مسئله است - چون شتاب V_6 را می دهند ، و اگر ندادند صفر فرض می کنیم .

* کریولیس : $(a_{C3/5})^c = 2\, V_{C3/5} \times \omega_5$

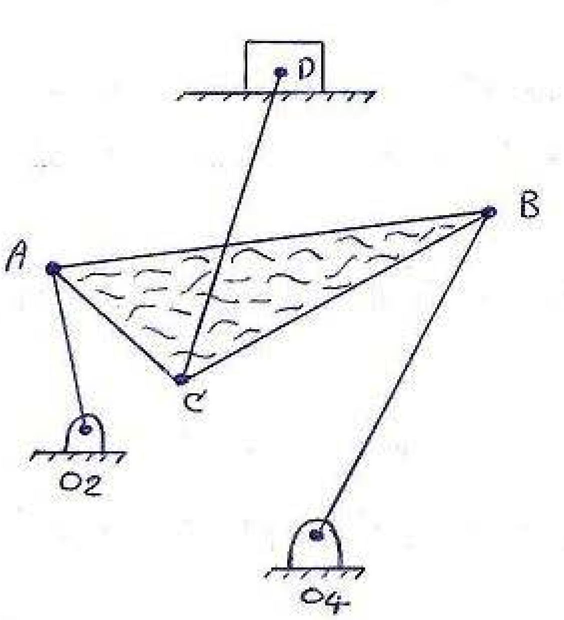
مقدارش معلوم است و اگر در دیاگرام سرعت $V_{C3/5}$ را داشته باشیم امتدادش هم معلوم است .



یافتن a_A -

$$\overset{0}{\cancel{a_A^n}} + \overset{\checkmark -}{a_A^t} = \overset{\checkmark\checkmark}{a_m} + \overset{\checkmark\checkmark}{a_{A/m}^n} + \overset{\checkmark -}{a_{A/m}^t}$$

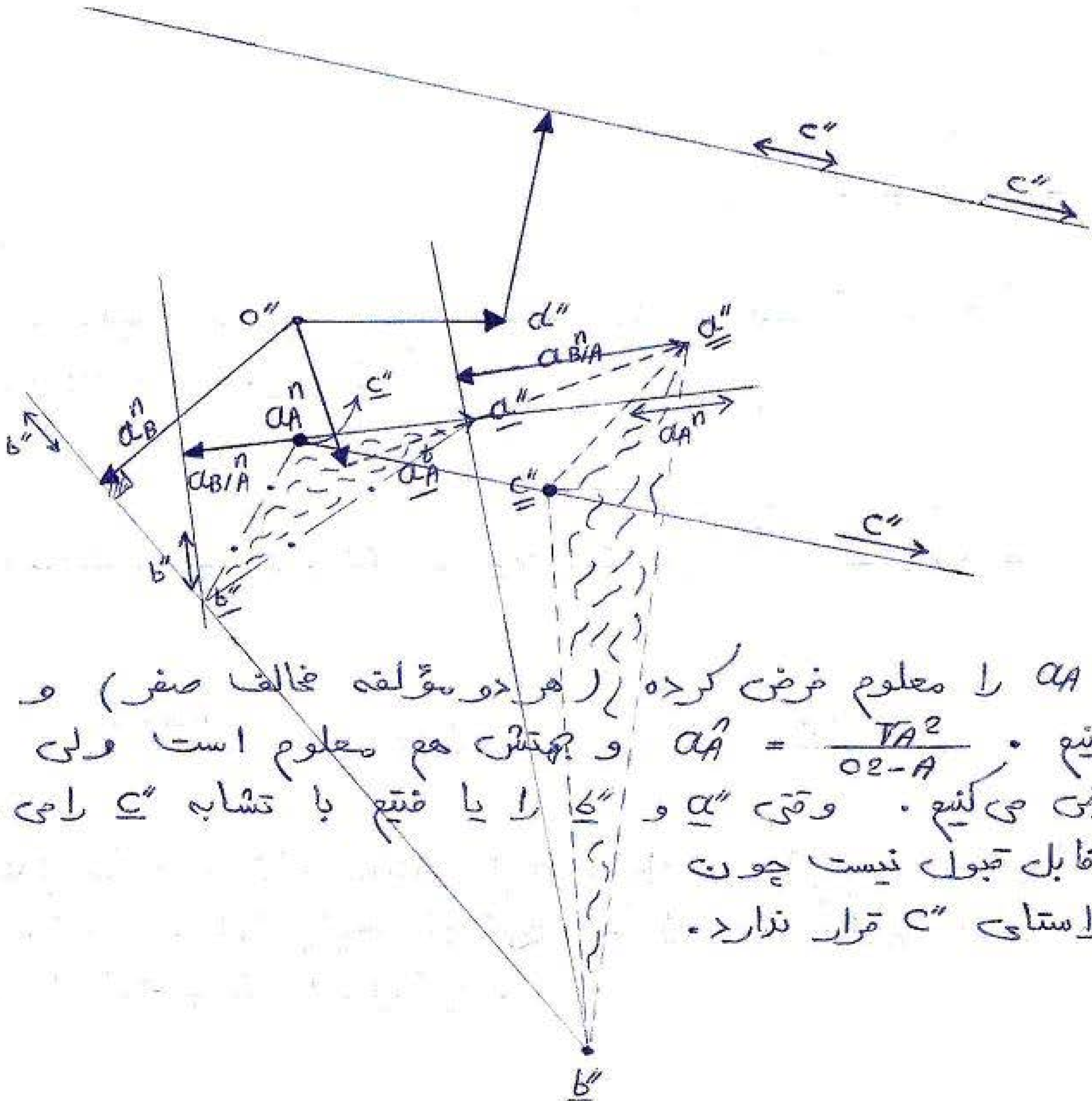
مثال - روش سعی و خطا :



$$\overset{--}{V_C} = \overset{\checkmark\checkmark}{V_D} + \overset{\checkmark -}{V_{C/D}}$$

$$\overset{--}{a_C^n} + \overset{--}{a_C^t} = \cancel{a_D^n} + \overset{\checkmark\checkmark}{a_D^t} + \overset{\checkmark\checkmark}{a_{C/D}^n} + \overset{\checkmark -}{a_{C/D}^t}$$

کریولیس ندارد چون متعلق به یک عضو هستند.

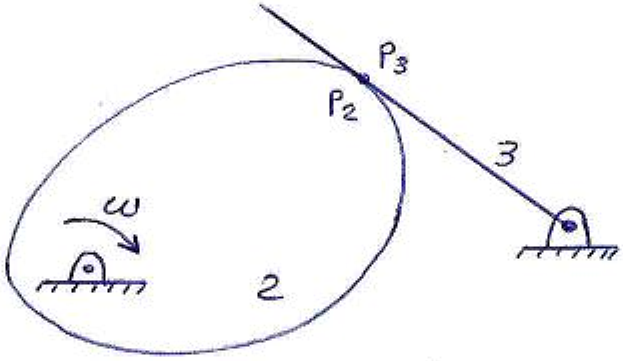


* حال a_A را معلوم فرض کرده (هر دو مؤلفه مخالف صفر) و رسم می‌کنیم. $a_A^n = \frac{V_A^2}{O_2-A}$ و جهتش هم معلوم است ولی a_A^t را فرض می‌کنیم. وقتی $\underline{a''}$ و $\underline{b''}$ را یافتیم با تشابه $\underline{c''}$ را می‌یابیم. $\underline{c''}$ قابل قبول نیست چون بر راستای c'' قرار ندارد.

* a'' و b'' و c'' ها روی یک راستا هستند. پس دو قدم کافیست.

مکانیزمهای با تماس مستقیم : (بادامکها)

مثال - 1 -



$$* \quad \overset{\surd -}{V_{P3}} = \overset{\surd\surd}{V_{P2}} + \overset{\surd -}{V_{P3/2}}$$

* شتاب کریولیس داریم $\rightarrow$ $(a_{P3/2})^c = 2\, V_{P3/2} \cdot \omega_2$
(ω_2 و $V_{P3/2}$ صفر نیست)

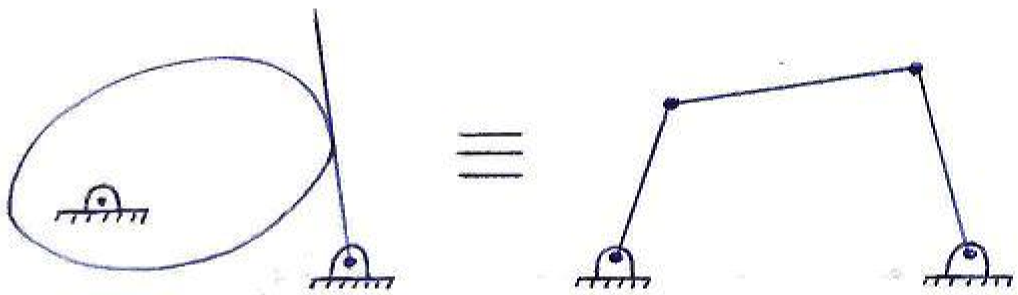
$$* \quad a_{P3} = \overset{\surd\surd}{a^n_{P2}} + \overset{\surd\surd}{a^t_{P2}} + a^n_{P3/2} + a^t_{P3/2} + (a_{P3/2})^c$$

** $a^n_{P3/2} = \dfrac{V_{P3/2}^2}{R}$ (R را نداریم)

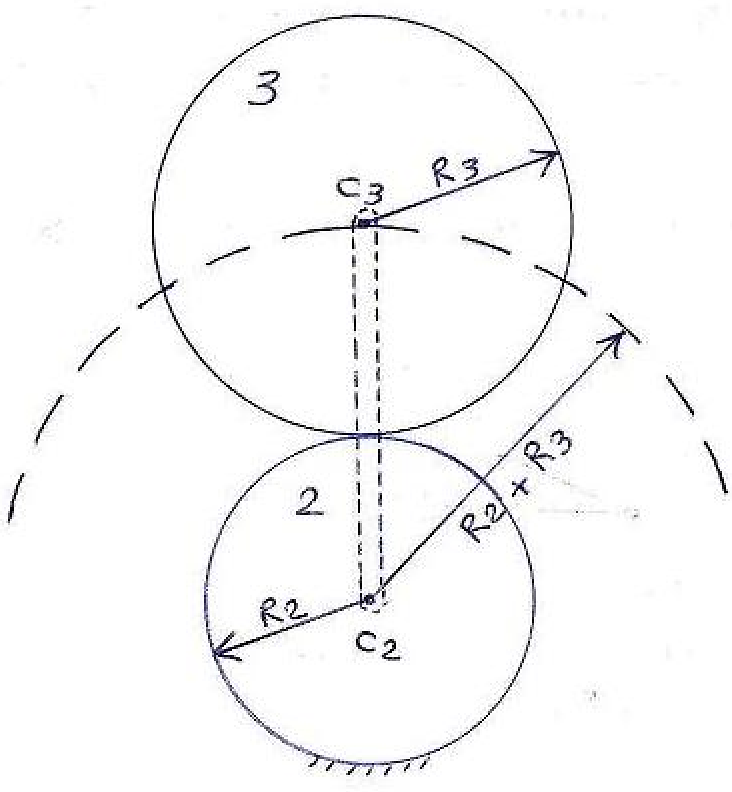
* در مکانیزمهای با تماس مستقیم این مشکل را داریم که شعاع انحناء مسیر مجهول است . لذا برای حل این مسائل باید مکانیزم میله‌ای هم ارز آنها را یافته و آن را حل کنیم .

مکانیزم میله‌ای معادل :

وقتی می‌گوییم مکانیزم چهار میله‌ای زیر معادل با مکانیزم با تماس مستقیم زیر است که به ازای حرکت معینی از input ، output هردو یکسان باشد.



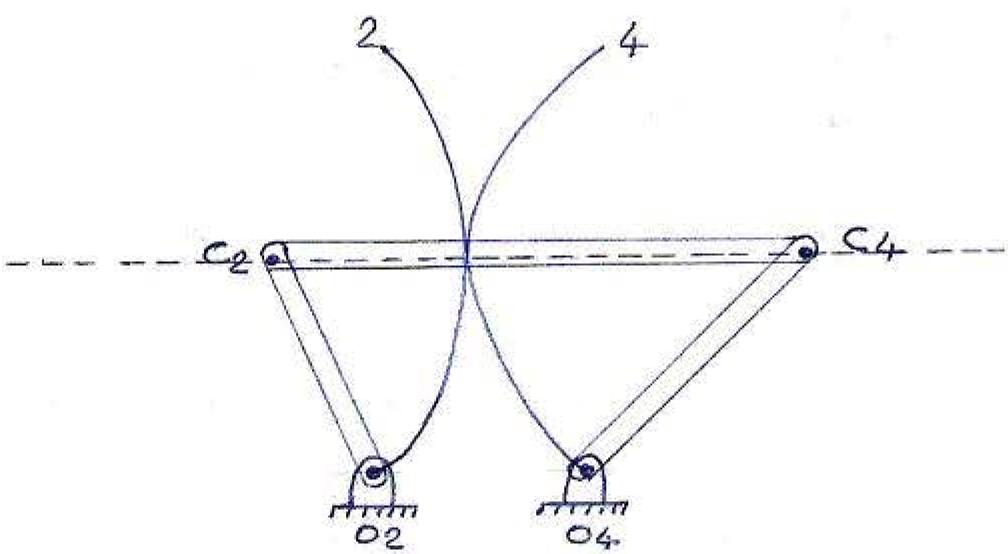
نحوه شناسائی مکانیزم چهار میله‌ای معادل :



* تنها مسیر حرکت مرکز مشخص است که یک دایره است. وهر گاه تشخیص داریم نقطه‌ای نسبت به نقطه دیگر بر مسیر دایره حرکت می‌کند می‌توانیم آن را با یک میله به طول فاصله دو نقطه جایگزین کنیم.

$\longleftrightarrow$

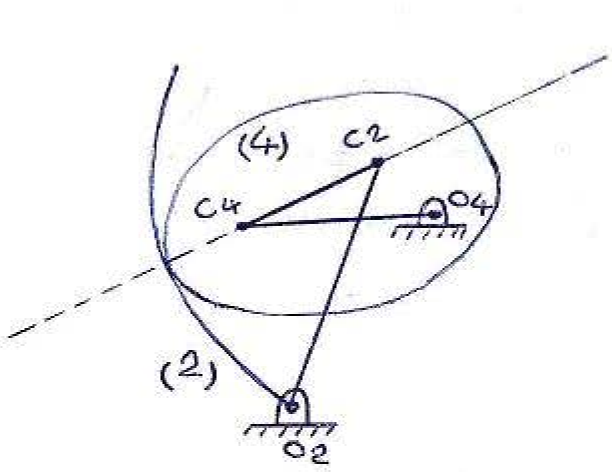
مثال -



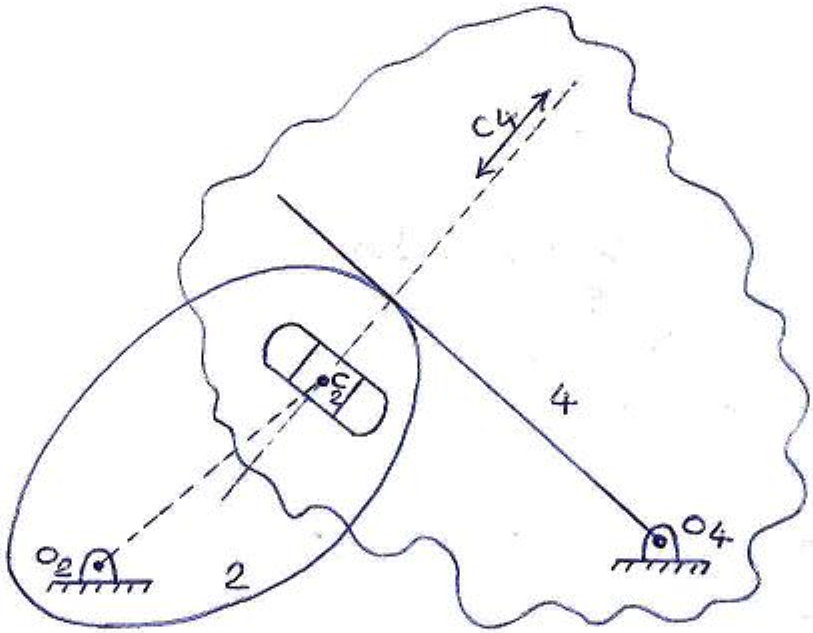
* مسیر C_4 نسبت به O_4 و C_2 نسبت به O_2 دایره است. (C_2 و C_4 مراکز انحناء لحظه‌ای است).

$\longleftrightarrow$

مثال -

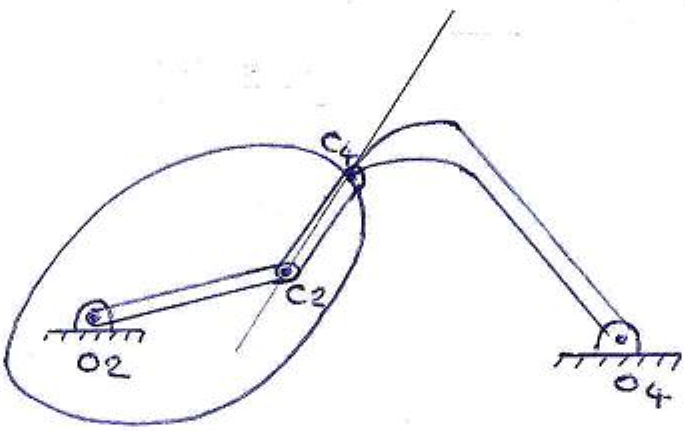


مثال -



* چون C_4 در ∞ است مسیر C_2 نسبت به C_4 دایره‌ای با شعاع ∞ است لذا در محل C_2 باید لغزنده قرار دهیم که حرکت خطی (دایره‌ی با شعاع ∞) را انجام دهد.

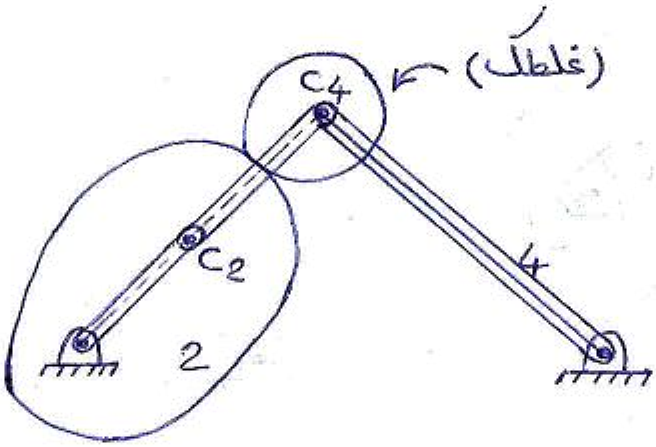
مثال -



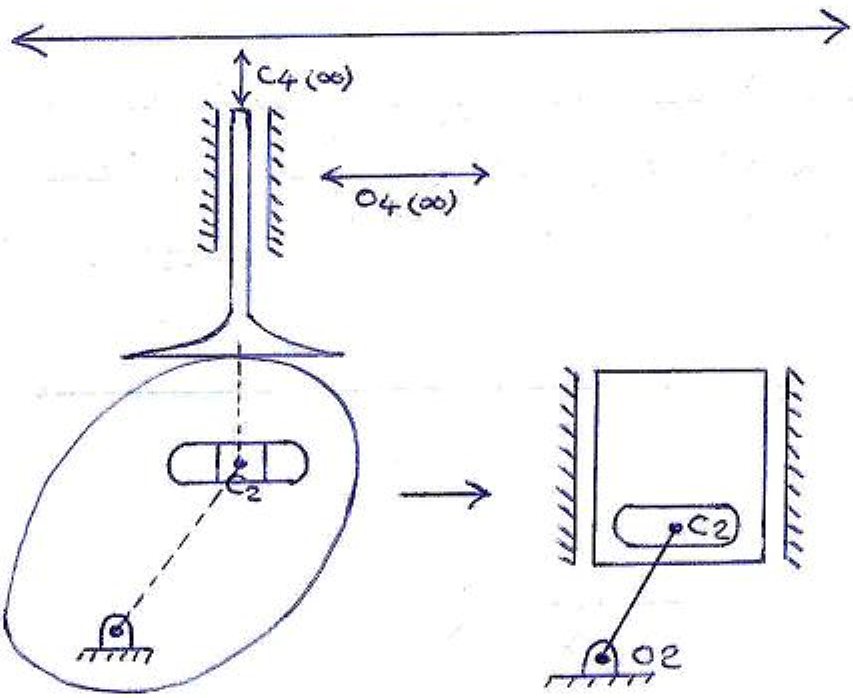
* مرکز در ∞ است و شعاع انحناء صفر است.
(انحناء ∞ است و شعاع انحناء صفر است.)

نکته - مکانیزم معادل وقتی قابل یافتن است که O_2 و O_4 و C_2 و C_4 مشخص باشد.

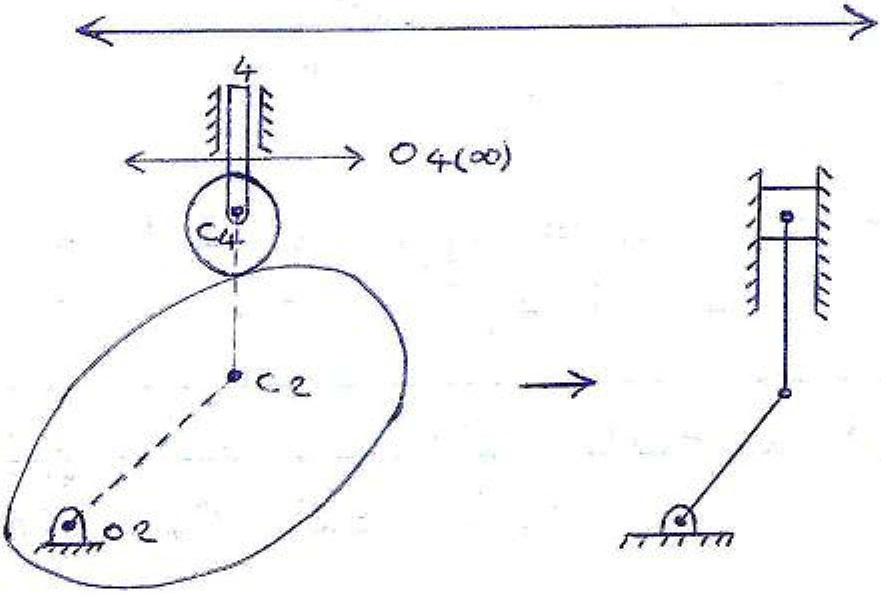
مثال -



مثال -

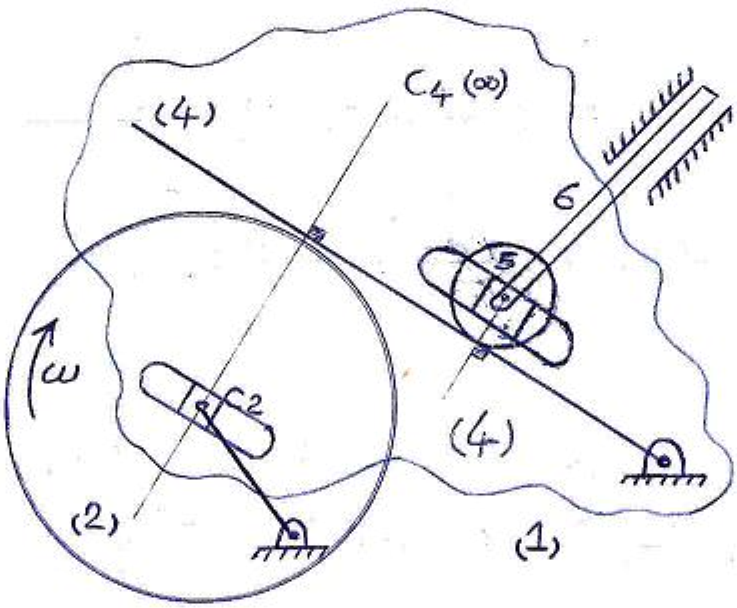


مثال -

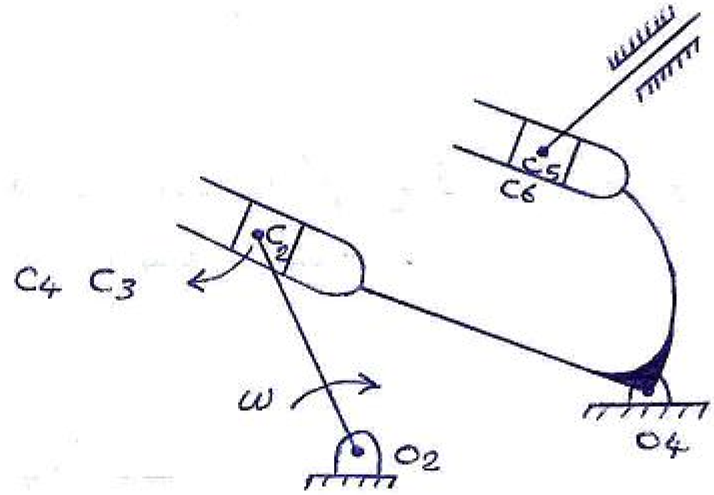


عمل رفت و
برگشت را خود (4)
انجام می دهد.

مثال -



* حرکت C_2 نسبت به C_4 انتقالی است لذا عضو (4) را بینهایت بزرگ می‌گیریم و شیاری عمود بر راستای C_2C_4 روی نقطه C_2 می‌سازیم. درمورد C_5 هم به همین شکل عمل می‌کنیم.



(بطور شماتیک)

$$\overset{\checkmark\checkmark}{a^n_{C_4}} + \overset{\checkmark -}{a^t_{C_4}} = \overset{\checkmark\checkmark}{a^n_{C_2}} + \overset{\circ}{\cancel{a^t_{C_2}}} + a^n_{C_{4/2}} + a^t_{C_{4/2}} + (a_{C_{4/2}})^c$$

$$\left[a^n_{C_4} = \frac{V^2_{C_4}}{R} \qquad a^n_{C_2} = \frac{V^2_{C_2}}{R} \qquad a^n_{C_{4/2}} = \frac{V^2_{C_{4/2}}}{R} \right]$$

* رابطه را بصورت ذیل می نویسیم :

$$\overset{\surd\surd}{a^n_{c2}} + \overset{0}{\cancel{a^t_{c2}}} = \overset{\surd\surd}{a^n_{c4}} + \overset{\surd -}{a^t_{c4}} + \overset{0}{\cancel{a^n_{c2/4}}} + \overset{\surd -}{a^t_{c2/4}} + \overset{\surd\surd}{(a_{c2/4})^c}$$

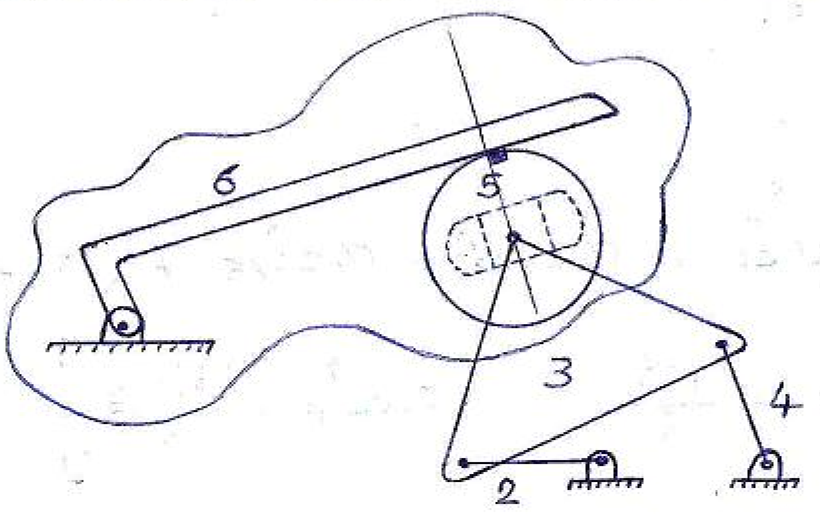
* $(a^n_{c2/4})$ صفر است و برای فهم باید (Inversion) را در نظر بگیریم که در آن (4) ثابت باشد .

* $(a_{c2/4})^c = 2\, V_{c2/4} \cdot \omega_4$

$$\overset{0}{\cancel{a^n_{c6}}} + \overset{\surd -}{a^t_{c6}} = \underbrace{a^n_{c46} + a^t_{c46}}_{\overset{\surd\surd}{a_{c46}}} + \overset{0}{\cancel{a^n_{c6/4}}} + \overset{\surd -}{a^t_{c6/4}} + \overset{\surd\surd}{(a_{c6/4})^c}$$

* در شتاب کریولیس ω_4 و $V_{c2/4}$ قبلاً از تجزیه تحلیل سرعتها بدست آمده .

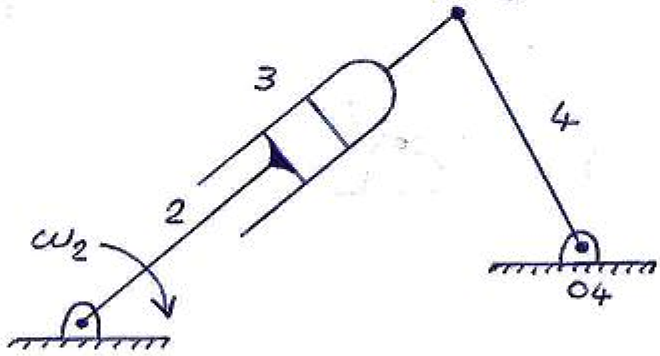
مثال -



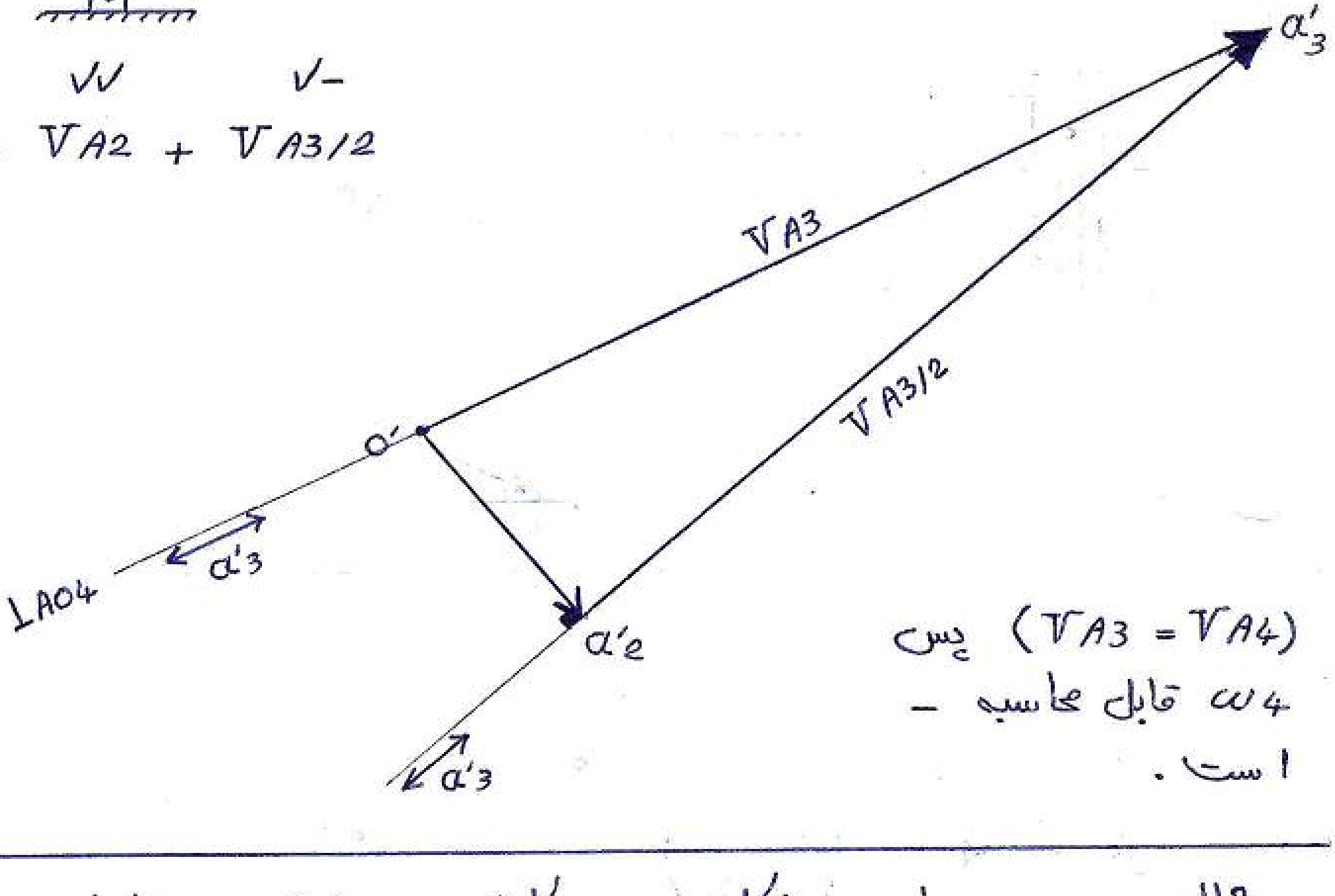
عضو (6) را بینهایت فرض کرده و شیاری در نقطه D در آن ایجاد می کنیم .

نکتهٔ مهم - شیار روی آن عضوی است که مرکز انحنای آن در صفحه قرار دارد و روی مرکز انحنای معلوم واقع می شود.

حل مسئلهٔ صفحه 29 :

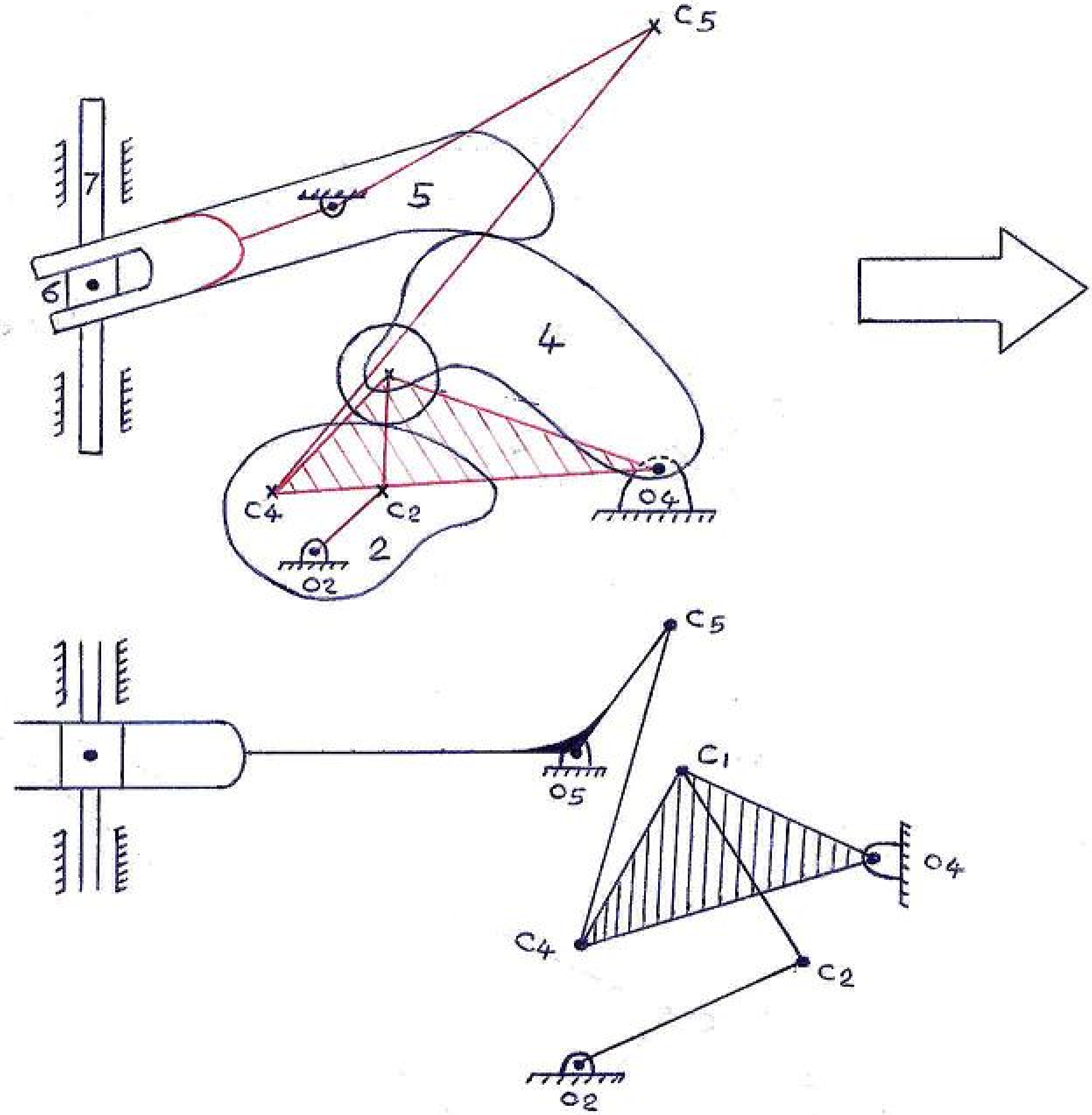


$$\overset{\checkmark -}{V_{A3}} = \overset{\checkmark\checkmark}{V_{A2}} + \overset{\checkmark -}{V_{A3/2}}$$

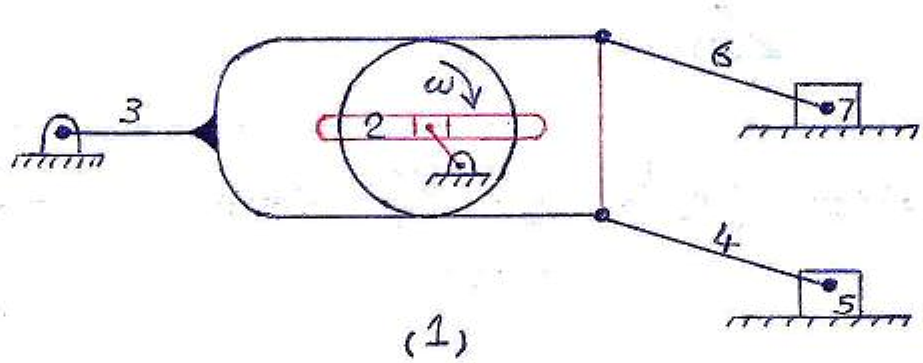


پس $(V_{A3} = V_{A4})$ ω_4 قابل محاسبه است.

مثال - برای شکل زیر مکانیزم میله‌ای معادل را رسم کنید.

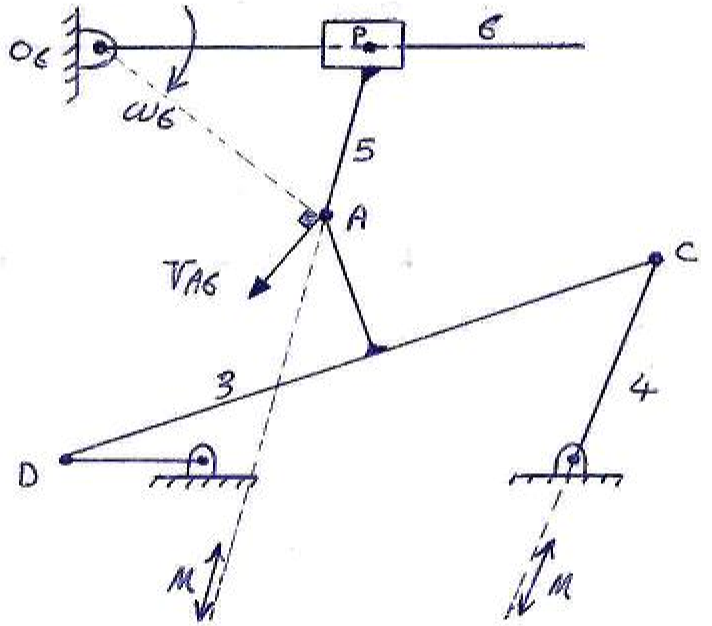


مثال -



(1)

مثال -



$$\begin{cases} V_{A6} = (O_6 - A)\,\omega_6 \\ \overset{--}{V_{A5}} = \overset{--}{V_{A3}} = \overset{VV}{V_{A6}} + \overset{V-}{V_{A3/6}} \end{cases}$$

$$1)\quad V_M = V_{A3} + V_{M/A3} = V_{A6} + \underbrace{V_{A3/6} + V_{M/A3}}_{V_{M/6}}$$

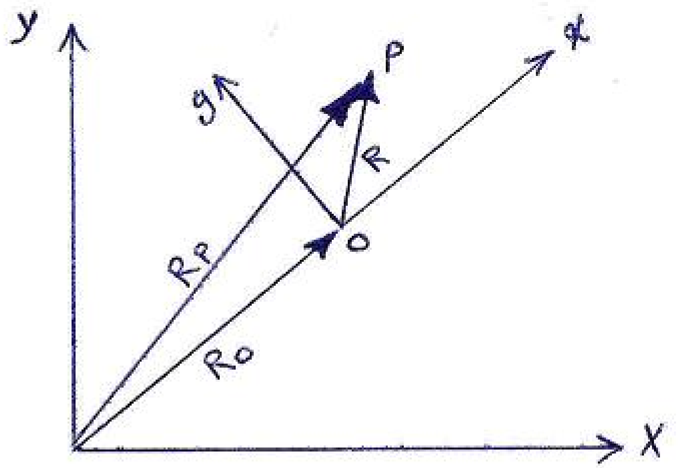
$$2)\quad V_M = V_C + V_{M/C}$$

(شرط) : $\overset{VV}{V_{A6}} + \underbrace{\overset{V-}{V_{M/A3}} + V_{A3/6}} = \underbrace{\overset{V-}{V_C} + V_{M/C}}$

پایان روشهای ترسیمی (به جز روش هارتمن)

«روشهای تحلیلی»

1 - دستگاه مختصات متحرک :

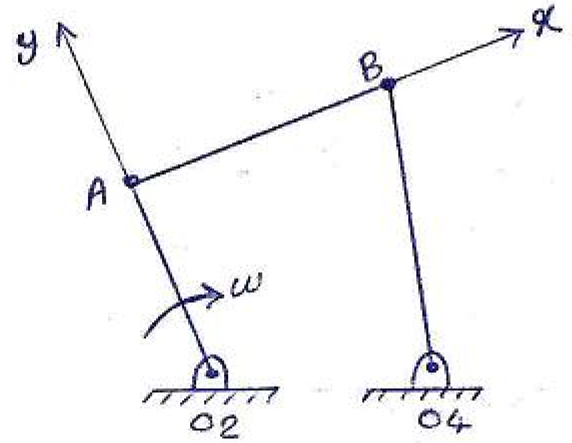


$$1-\quad R_P = R_O + R$$

$$2-\quad V_P = V_O + V + (\omega \times R)$$

$$3-\quad a_P = a_O + a + (\alpha \times R) + [\omega \times (\omega \times R)] + (2V \times \omega)$$

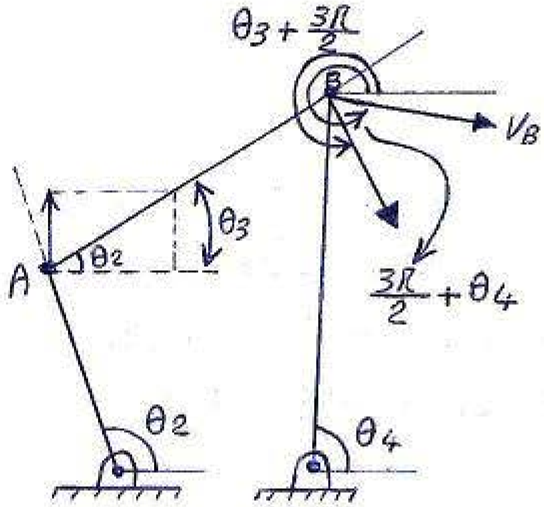
مثال -



* سرعت در راستای AB است که چون صلب است صفر است.

$$* \quad V_B = V_A + \overset{0}{\cancel{V}} + \omega \times (AB)$$

$$* \quad a_B = a_A + a^t_{B/A} + a^n_{B/A}$$



-2

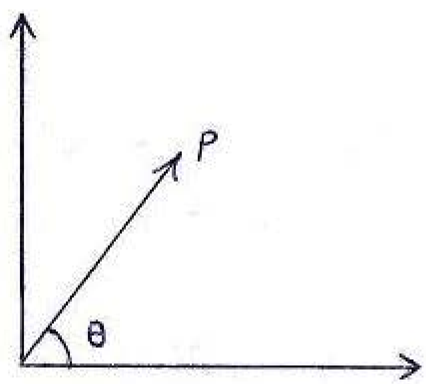
$$(V_B = V_A + V_{B/A})$$

$$V_A = r_2\omega_2 \left[\cos\left(\theta_2-\frac{\pi}{2}\right) i + \sin\left(\theta_2-\frac{\pi}{2}\right) j\right]$$

$$V_{B/A} = r_3\omega_3 \left[\cos\left(\theta_3+\frac{3\pi}{2}\right) i + \sin\left(\theta_3+\frac{3\pi}{2}\right) j\right]$$

$$V_B = v_B \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\theta_4\right) i + \sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta_4\right) j\right]$$

3- بهترین روش :

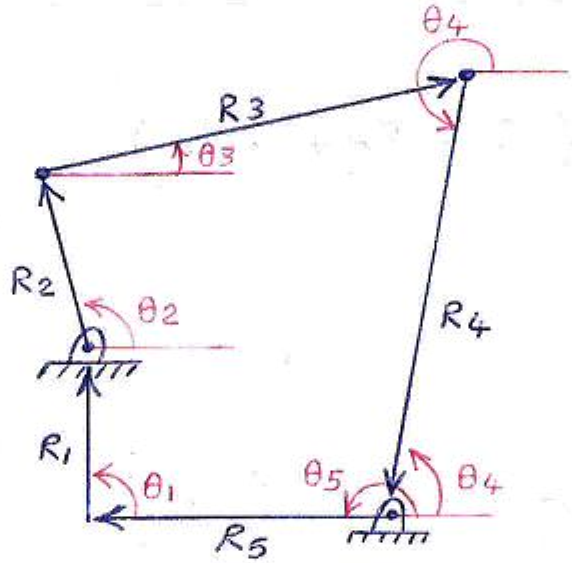


$$R_P = r.e^{i\theta}$$

$$R_P = x + iy$$

$$* \quad \boxed{R_P = r\cos\theta + ir\sin\theta}$$

مثال - در مکانیزم همواره یک Loop بسته داریم و شرط بسته بودن به قرار ذیل است :



$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 0$$

$$r_1 \cos\theta_1 + i r_1 \sin\theta_1 + r_2 \cos\theta_2 + i r_2 \sin\theta_2 + \cdots\cdots = 0 \longrightarrow$$

$$\begin{cases} r_1 \cos\theta_1 + r_2 \cos\theta_2 + r_3 \cos\theta_3 + \cdots\cdots = 0 \\ r_1 \sin\theta_1 + r_2 \sin\theta_2 + r_3 \sin\theta_3 + \cdots\cdots = 0 \end{cases}$$

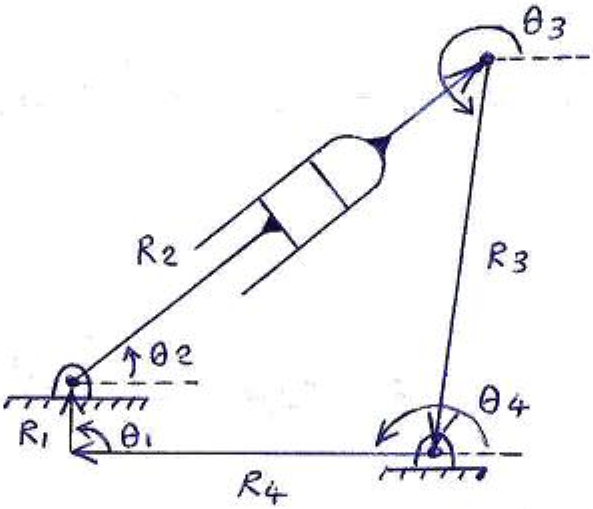
* زوایای θ باید حتماً به روش فوق معین شود ، وگرنه - روابط فوق صادق نخواهد بود. (r_5 ثابت و $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ است.)

* برای یافتن V و a از روابط فوق مشتق می گیریم :

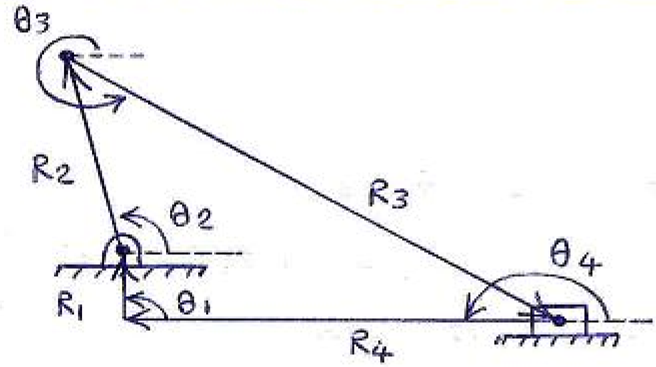
$$\begin{cases} r_1 \omega_1 \sin\theta_1 + r_2 \omega_2 \sin\theta_2 + \cdots = 0 \\ r_1 \omega_1 \cos\theta_1 + r_2 \omega_2 \cos\theta_2 + \cdots = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_1\alpha_1 \sin\theta_1 + r_1\omega_1^2 C\theta_1 + \cdots + r_s\alpha_s \sin\theta_s + r_s\omega_s^2 C\theta_s = 0 \\ r_1\alpha_1 C\theta_1 - r_1\omega_1^2 \sin\theta_1 + \cdots + r_s\alpha_s C\theta_s - r_s\omega_s^2 \sin\theta_s = 0 \end{cases}$$

مثال - (حل صفحه بعد)



مثال -



* هر کجا لغزنده داریم یک بردار در راستای حرکت آن قرار می دهیم .

$$\begin{cases} r_1 C\theta_1 + r_2 C\theta_2 + \cdots = 0 \\ r_1 \sin\theta_1 + r_2 \sin\theta_2 + \cdots = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_1\omega_1 \sin\theta_1 - r_2\omega_2 \sin\theta_2 + r_3\omega_3 \sin\theta_3 + r_4' C\theta_4 = 0 \\ R_1 = cte \\ \theta_1 = cte \end{cases}$$

0

r_4 متغیر است

θ_4 ثابت است

$$\begin{cases} r_2\omega_2 \cos\theta_2 + r_3\omega_3 \cos\theta_3 + r'_4 \sin\theta_4 = 0 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} -r_2\alpha_2 \sin\theta_2 - r_2\omega_2^2 \cos\theta_2 - r_3\alpha_3 \sin\theta_3 - r_3\omega_3^2 \cos\theta_3 + r''_4 \cos\theta_4 = 0 \\ r_2\alpha_2 \cos\theta_2 - r_2\omega_2^2 \sin\theta_2 + r_3\alpha_3 \cos\theta_3 - r_3\omega_3^2 \sin\theta_3 + r''_4 \sin\theta_4 = 0 \end{cases}$$

حل مثال صفحه قبل :

$$\begin{cases} r_1 \cos\theta_1 + r_2 \cos\theta_2 + r_3 \cos\theta_3 + r_4 \cos\theta_4 = 0 \\ r_1 \sin\theta_1 + r_2 \sin\theta_2 + r_3 \sin\theta_3 + r_4 \sin\theta_4 = 0 \end{cases}$$

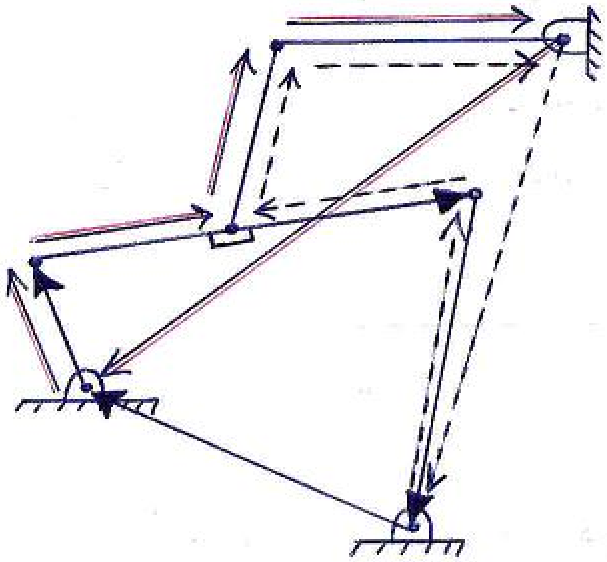
$$\begin{cases} -r_2\omega_2 \sin\theta_2 + r'_2 \cos\theta_2 - r_3\omega_3 \sin\theta_3 = 0 \\ r_2\omega_2 \cos\theta_2 + r'_2 \sin\theta_2 + r_3\omega_3 \cos\theta_3 = 0 \end{cases}$$

$\longrightarrow$ (R_2 و θ_2) متغیرند

$$\begin{cases} \underline{-r'_2\omega_2 \sin\theta_2} - r_2\alpha_2 \sin\theta_2 - r_2\omega_2^2 \cos\theta_2 + r''_2 \sin\theta_2 \underbrace{- r'_2\omega_2 \sin\theta_2}_{\text{Ceriolis}} \\ - r_3\alpha_3 \sin\theta_3 - r_3\omega_3^2 \cos\theta_3 = 0 \\ (-\text{-----------}) \end{cases}$$

جمله دوم هم مشابه

مثال - مکانیزم های مرکب باید به ، حداقل ، دو (Loop) تقسیم شود :



* ۳ (Loop) داریم که از دو تای - آن استفاده می کنیم .

جعبه دنده ها :

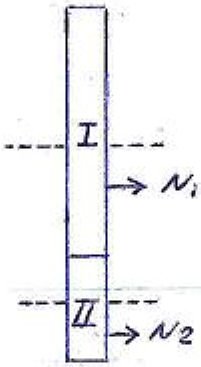
* کار جعبه دنده ها تغییر دور در مکانیزمهای دورانی است .

انواع جعبه دنده ها :

1 - جعبه دنده های معمولی
- الف - ساده
- ب - مرکب

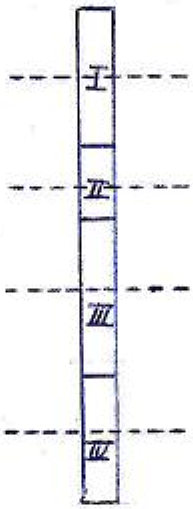
2 - جعبه دنده های خورشیدی
- الف - ساده
- ب - مرکب

ساده



$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \underbrace{\frac{N_2}{N_1}}_{\text{تعداد دندانه ها}} = \frac{R_2}{R_1} = \underbrace{\frac{n_1}{n_2}}_{\text{نسبت تغییر دور}}$$

ساده



$$n_3 = n_2 \frac{N_2}{N_3} = n_1 \left(\frac{N_1}{N_2} \times \frac{N_2}{N_3}\right) = n_1 \frac{N_1}{N_3}$$

$$n_4 = n_3 \frac{N_3}{N_4} = n_1 \left(\frac{N_1}{N_3} \cdot \frac{N_3}{N_4}\right) = n_1 \frac{N_1}{N_4}$$

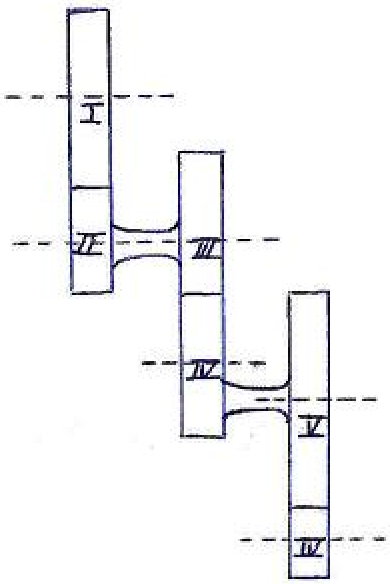
$$\longrightarrow \boxed{n_m = n_1 \frac{N_1}{N_m}}$$

* پس در چرخدنده های ساده معمولی نسبت دور خروجی به ورودی تنها بسته به اولین و آخرین چرخدنده است.

* اگر همه چرخدنده ها همگی خارجی باشند n های زوج منفی است و فردها مثبت است. اگر همه داخلی باشند برعکس این مطلب است، اما بهتر است جهتها را تعقیب کنیم. برای خارجی ها جهت از یکی به دیگری عکس می شود و در داخلی ها برعکس. علامت (+) یعنی جهت چرخش دو چرخدنده یکی است.

* چرخدنده های معمولی بر هر شفت یک دندانه دارند (معمولی ساده).

$\boxed{\text{جعبه دنده‌های مرکب}}$: بر هر شفت بیش از دو دندانه دارند.

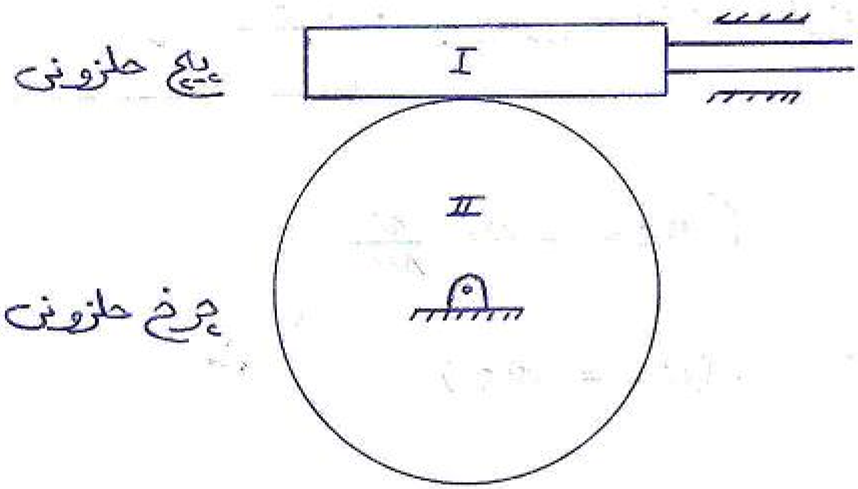


$$\begin{cases} n_2 = -n_1 \dfrac{N_1}{N_2} \\ (n_3 = n_2) \\ n_4 = -n_3 \dfrac{N_3}{N_4} \\ n_4 = -n_3 \left(\dfrac{N_3}{N_4}\right) = -\left(-n_1 \dfrac{N_1}{N_2}\right) \dfrac{N_3}{N_4} \\ n_4 = n_1 \dfrac{N_1 \cdot N_3}{N_2 \cdot N_4} \\ \quad (n_4 = n_5) \\ n_6 = -n_1 \dfrac{N_1 \cdot N_3 \cdot N_5}{N_2 \cdot N_4 \cdot N_6} \end{cases}$$

$$\longrightarrow \boxed{\frac{n_1}{n_6} = -\frac{N_2 \cdot N_4 \cdot N_6}{N_1 \cdot N_3 \cdot N_5}}$$

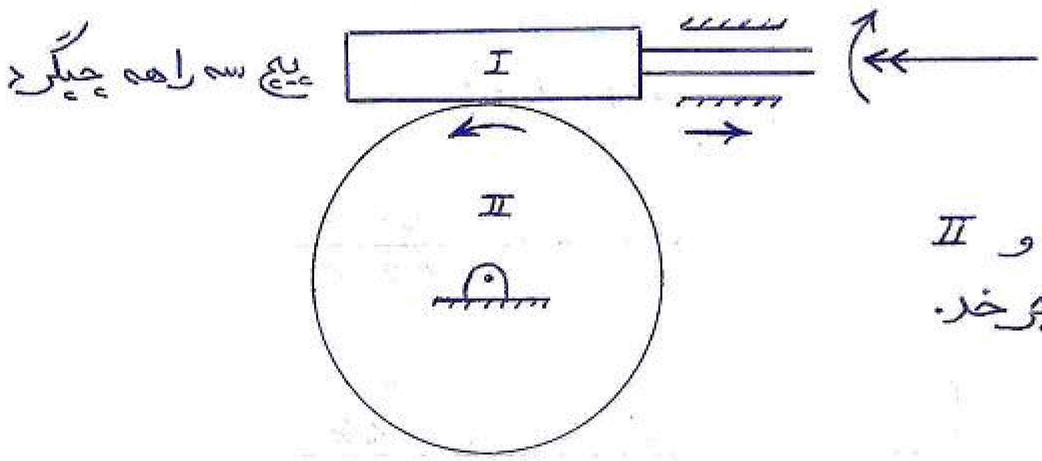
* بهتر است علامتها تعقیب شود.

$\boxed{\text{پیچها و چرخهای حلزونی}}$:



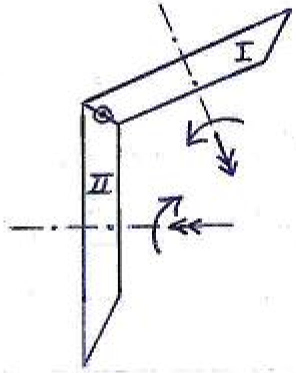
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{N_2}{N_1}$$ (N : تعداد راههای پیچ حلزونی)

مثال -



پیچ عقب می رود و II بطور CCW می چرخد.

* پیچ چپگرد (tan) منحنی آن منفی است یا صعود منحنی آن از راست به چپ است.



چرخنده های مخروطی :

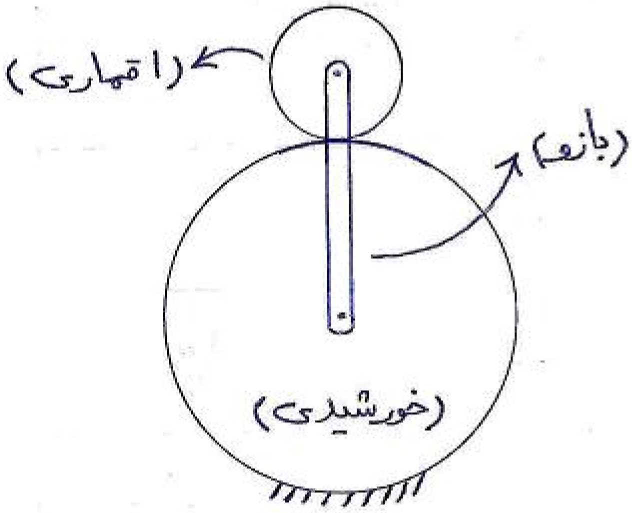
$$\left(\frac{n_1}{n_2} = \frac{N_2}{N_1} \right)$$

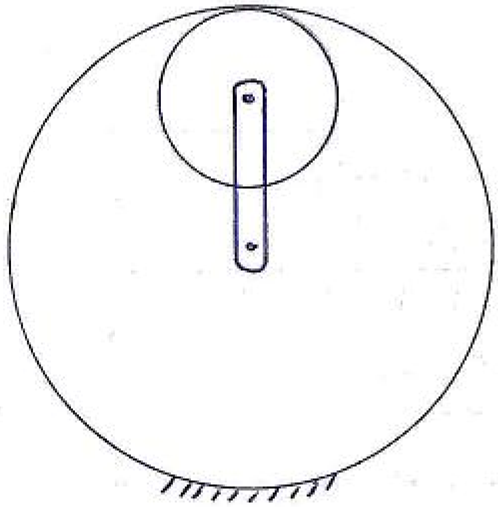
* علامت (+) و (-) در این حالت معنی ندارد چون شفتها در صفحات موازی قرار ندارند.

* ⊙ یعنی نقطه به داخل صفحه می رود.
⊗ یعنی نقطه به خارج صفحه می رود.

جعبه دنده های خورشیدی :

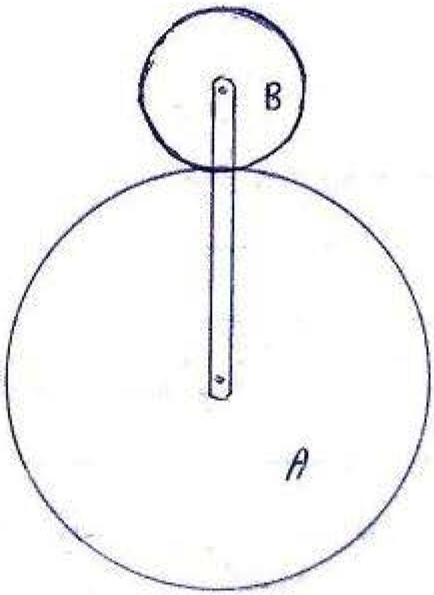
* حداقل یک چرخنده بدون حرکت انتقالی دارد و یک چرخنده اقماری دارد و یک بازوی متصل کننده :





* تعداد دورهای چرخنده اقماری را، هم تعداد دورهایش را تحت اثر بازو و هم تحت اثر چرخنده خورشیدی یافته وطبق superposition باهم جمع می کنیم.

روش جدول :



جدول مارتین :

مراحل کار \ اعضا	بازو	A	B
چرخنده ها قفل و بازو آزاد	1	1	1
بازو قفل است و چرخنده ها آزاد	0	-1	$\frac{N_A}{N_B}$
نتیجه	1	0	$1+\frac{N_A}{N_B}$

* مارتین تعداد دور بازو را یک می‌گیرد و نتیجه را می‌یابد و اگر تعداد دور بیشتر بود با تناسب خطی نتیجه مربوطه را می‌یابد.

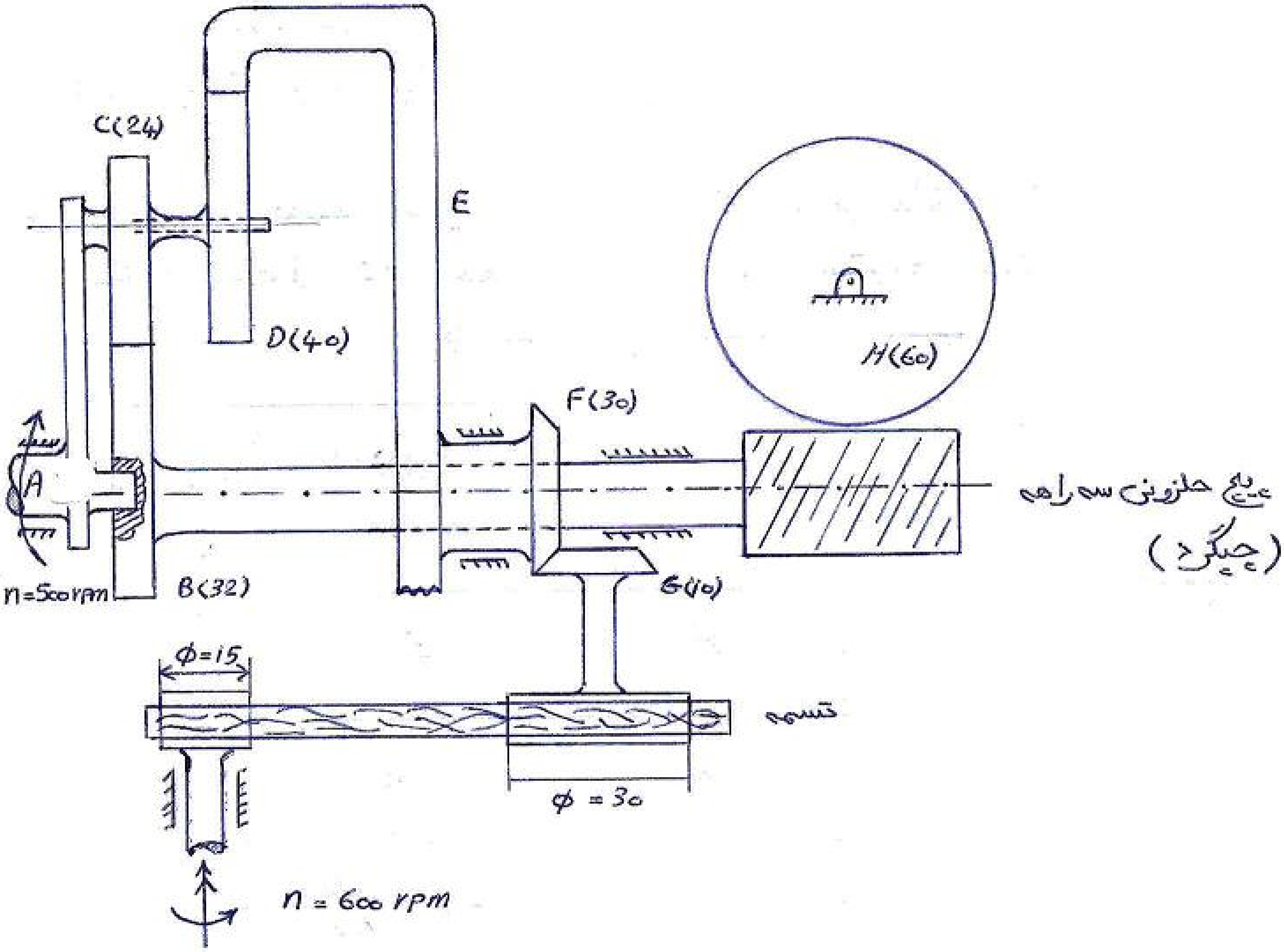
* چون در نتیجه باید تعداد دور A صفر باشد لذا باید برای صفر شدن حاصل جمع تعداد دور A در ستون دوم 1- باشد.

$\boxed{\text{جدول هندی}}$:

	بازو	A	B
ج-ق ب-آ	x	x	x
ج-آ ب-ق	0	y	$-y\,\frac{N_A}{N_B}$
نتیجه	x	$x+y$	$x-y\,\frac{N_A}{N_B}$

ج : چرخدنده   ب : بازو   آ : آزاد   ق : قفل

مثال -
- N_E و n_E را بیابید.
- n_H را هم بیابید.



* وقتی دو ورودی داریم جداگانه حل می کنیم و سپس حاصل را با هم جمع می کنیم. همواره باید خود را به پشت چرخنده خورشیدی برسانیم:

$$\begin{cases} n_G = \dfrac{600 \times 15}{30} = 300 \text{ rpm} \\[2ex] n_E = n_F = n_G \dfrac{N_G}{N_F} = 300 \dfrac{10}{30} = 100 \text{ rpm} \quad \twoheadleftarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_E = R_B + R_C + R_D & \rightarrow \\ N_E = N_B + N_C + N_D = 32 + 24 + 40 = 96 & ** \end{cases}$$

(A ثابت) → (جعبه دنده معمولی می‌شود)

$$n_{B/A} = n_E \left(\frac{N_E \cdot N_C}{N_D \cdot N_B} \right) = -100 \left(\frac{96 \times 24}{40 \times 32} \right) = -180 \ rpm \ \twoheadrightarrow$$

(E ثابت) → (یک جعبه دنده خورشیدی می‌شود)

اعضاء / مراحل کار	بازو	E	C و D	B
ب - آزاد ج - قفل	1	1	1	1
ب - قفل ج - آزاد	0	-1	$-\frac{96}{40}$	$-(-\frac{96}{40})\frac{24}{32} = \frac{9}{5}$
نتیجه	1	0	$1 - \frac{96}{40}$	2.8

$$\rightarrow \quad n_{B/E} = 500 \times 2.8 = 1400 \ rpm \ \twoheadleftarrow$$

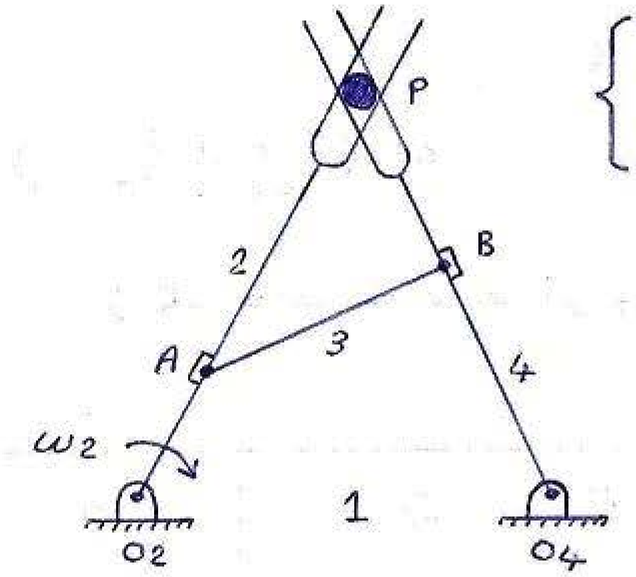
جمع آثار ⟹

$$* \quad n_B = n_{B/A} + n_{B/E} = \overset{\twoheadrightarrow}{180} + \overset{\twoheadleftarrow}{1400} = 1220 \ rpm \ \twoheadleftarrow$$

* حال به پشت جعبه دنده خورشیدی رسیده ایم :

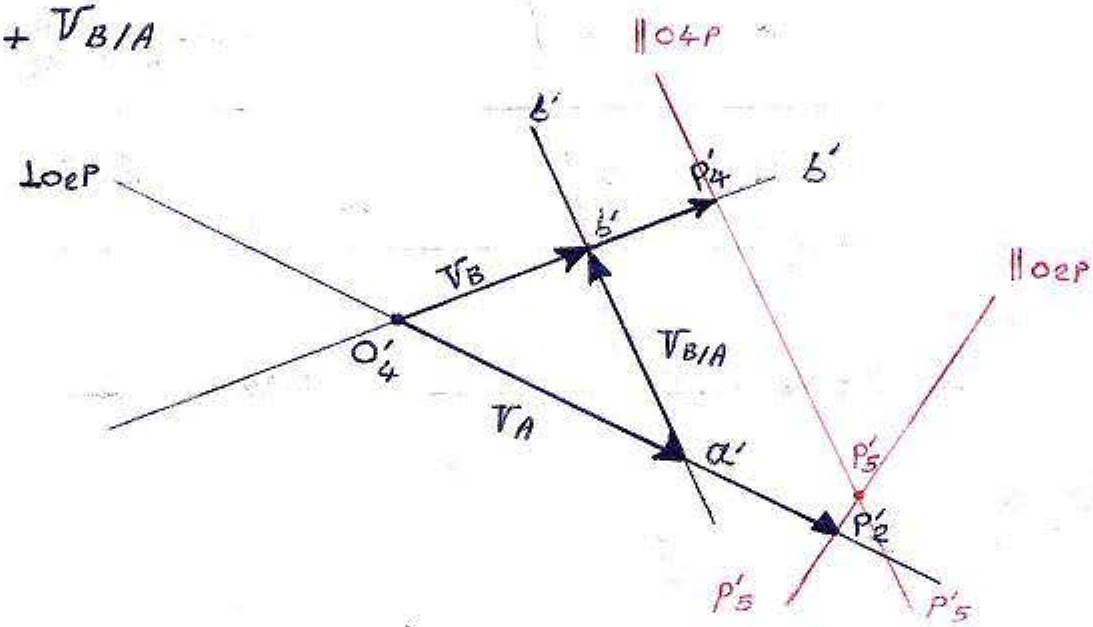
$$n_H = \frac{3}{60}(1220) = 61 \quad rpm \circlearrowright$$

یک مسئله :



$$\begin{cases} \alpha_2 = 0 \\ \alpha_4 = ? \end{cases}$$

$$V_B = V_A + V_{B/A}$$

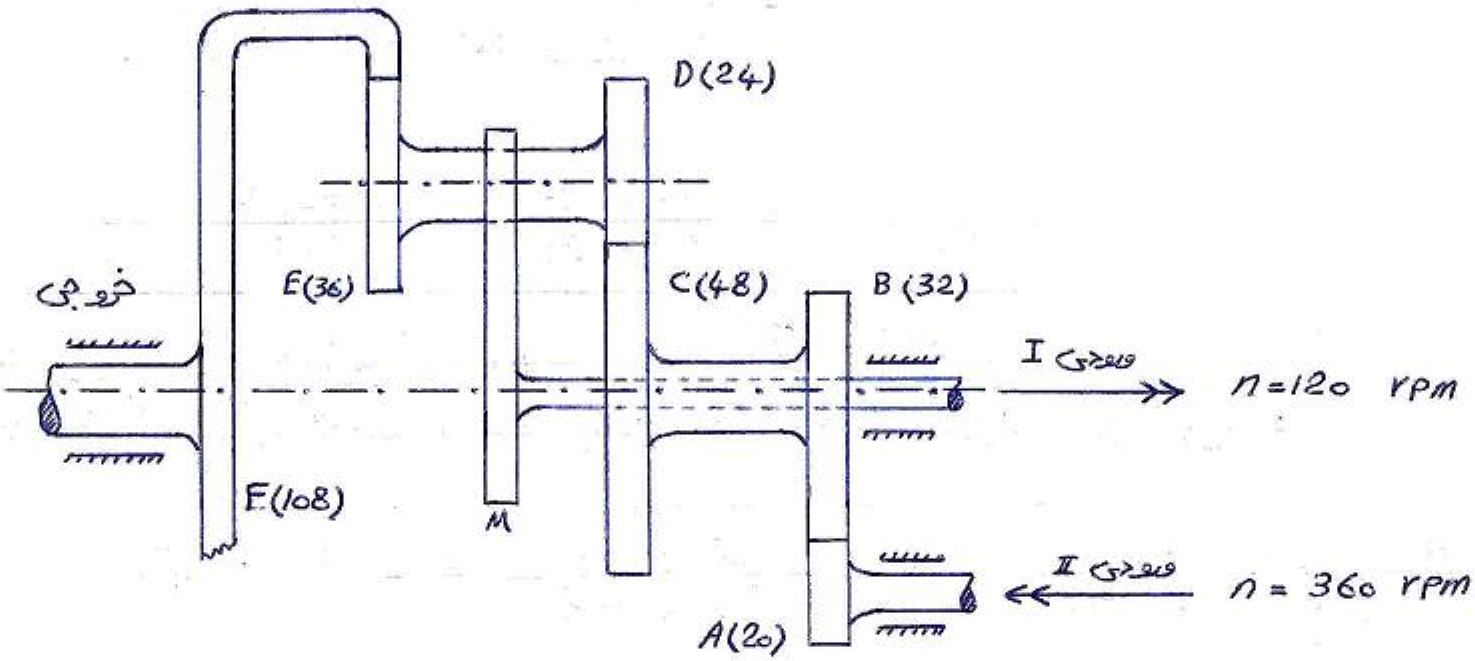


P'_4 را می توان روی $O'_4 b'$ با تشابه پیدا کرد $\left(K_V = \frac{O'_4 b'}{O_4 B}\right)$ و V_{P_4} را می یابیم .

$$\begin{cases} \overset{--}{V_{P5}} = \overset{\surd\surd}{V_{P4}} + \overset{-\surd}{V_{P5/4}} \\ \overset{--}{V_{P5}} = \overset{\surd\surd}{V_{P2}} + \overset{-\surd}{V_{P5/2}} \end{cases} \longrightarrow$$

$$\left(\overset{\surd\surd}{V_{P4}} + \overset{-\surd}{V_{P5/4}} = \overset{\surd\surd}{V_{P2}} + \overset{-\surd}{V_{P5/2}} \right)$$

مثال - جعبه دنده ها - (روش تحلیلی)



* عضو B و C خورشیدی هستند و E و D اقماری هستند.
سعی می کنیم خود را به پشت جعبه دنده خورشیدی برسانیم. M هم بازوست. F چرخنده داخلی است که نیمه رسم شده.

$$n_B = n_C = -n_A \frac{N_A}{N_B} = -360 \frac{20}{32} = -225$$

$$n_B = 225 \rightarrow\!\!\rightarrow$$

* وقتی به چرخدنده خورشیدی رسیدیم دو چرخ دنده را به عنوان اوّل و آخر انتخاب می کنیم بطوری که دو شرط را دارا باشند :

1 - هم محور باشند
2 - هردو با چرخدنده اقماری درگیر باشند .

سپس داریم :

$$\frac{\text{تعداد دور بازو} - \text{تعداد دور چرخ اول}}{\text{تعداد دور بازو} - \text{تعداد دور چرخ دوّم}} = \left(\frac{\text{تعداد دور چرخ اوّل}}{\text{تعداد دور چرخ دوّم}}\right)_{\text{بازو}}$$

$$\left(\frac{n_F}{n_C}\right)_{\text{نسبت به بازو}} = \frac{n_F - n_1}{n_C - n_1} = \frac{n_F - 120}{225 - 120} = \frac{n_F - 120}{105} \quad ①$$

* قرارداد کرده ایم که $\rightarrow\!\!\rightarrow$ جهت (+) باشد .
* حال که بازو ثابت است یک جعبه دنده معمولی می شود :

$$\left(\frac{n_F}{n_C}\right)_{\text{بازو}} = \frac{N_C \cdot N_E}{N_D \cdot N_F} = -\frac{48 \times 36}{24 \times 108} = -\frac{2}{3} \quad ②$$

$$①, ② \rightarrow \frac{n_F - 120}{105} = -\frac{2}{3} \rightarrow$$

$$** \; n_F = 50 \quad (\rightarrow\!\!\rightarrow)$$ چون مثبت درآمده

حل مثال 1 به روش تحلیلی :

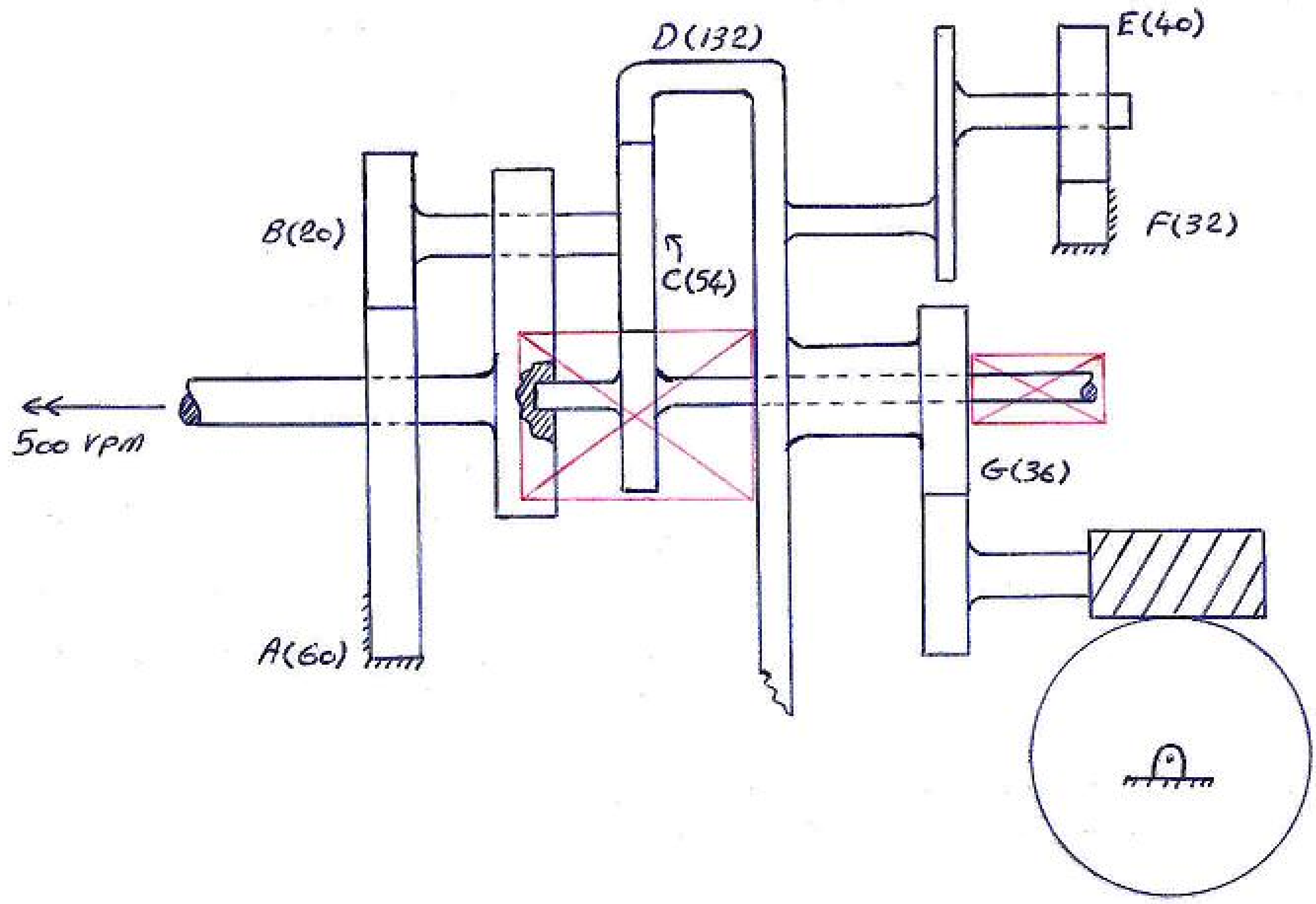
* E و D و C و B اعضای جعبه دنده خورشیدی هستند . تا - یافتن دور F روش همان است .

$$\left(\frac{n_B}{n_E}\right)_A = \frac{n_B - n_A}{n_E - n_A} = \frac{n_B - 500}{100 - 500} = \frac{n_B - 500}{-400} = \frac{500 - n_B}{400} \quad ①$$

(جعبه دنده معمولی) $\rightarrow$ $$\left(\frac{n_B}{n_E}\right)_A = -\frac{N_E \cdot N_C}{N_D \cdot N_B} = -\frac{96 \times 24}{40 \times 32} = -1.8 \quad ②$$

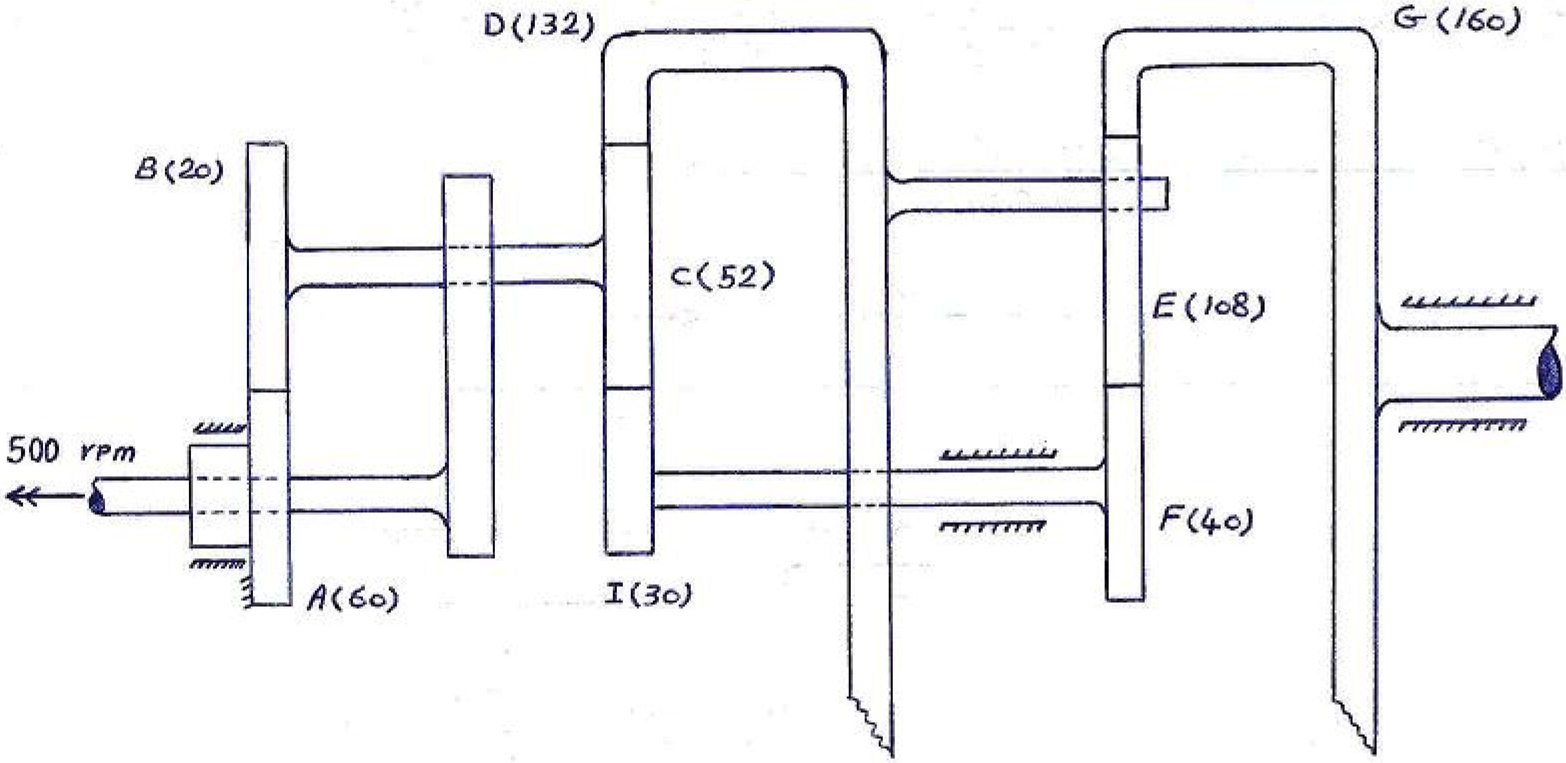
① و ② $\longrightarrow$ $$\frac{500 - n_B}{400} = -1.8$$

$$n_B = +1220 \quad \Longleftarrow$$



مثال - (جعبه دنده مرکب با دو خورشیدی)
(یعنی دو جعبه دنده خورشیدی)

* می توان (A و I) یا (A و D) را گرفت ؛ مثلاً (A و D) را می گیریم ؛ (می توان I را با D هم گرفت) :



دو مجهول دارد و به جواب نمی رسد پس (I و D) را می گیریم :

$$\left(\frac{n_D}{n_A}\right)_M = \frac{n_D - n_M}{n_A - n_M} = \frac{n_D - 500}{n_A - 500}$$

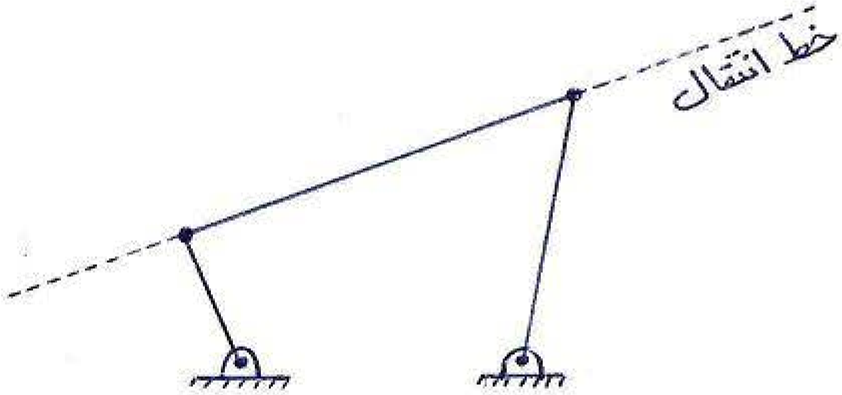
(قابل حل است)

$$\left(\frac{n_D}{n_I}\right)_M = \frac{n_D - n_M}{n_I - n_M} = \frac{n_D - 500}{0 - 500}$$

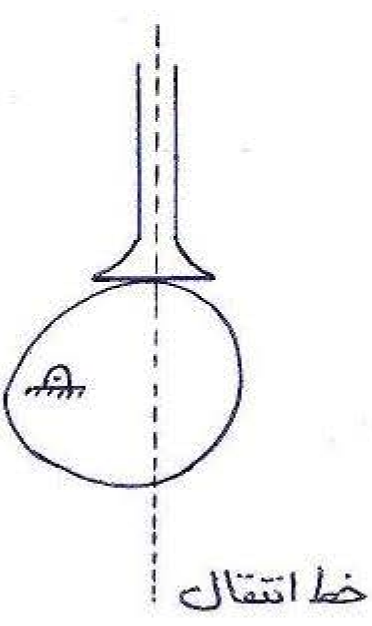
دینامیک ماشینها

* انواع نیروهای استاتیکی (مثل وزن ، مغناطیسی ، ناشی از انقباض و انبساط و ناشی از خطای ساخت و اصطکاک) و نیروی دینامیکی (اینرسی) ناشی از شتاب ممکن است بر مکانیزم وارد شوند.

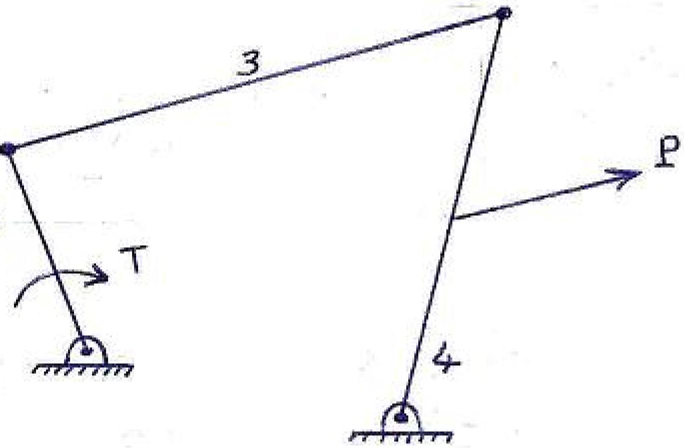
تعریف :



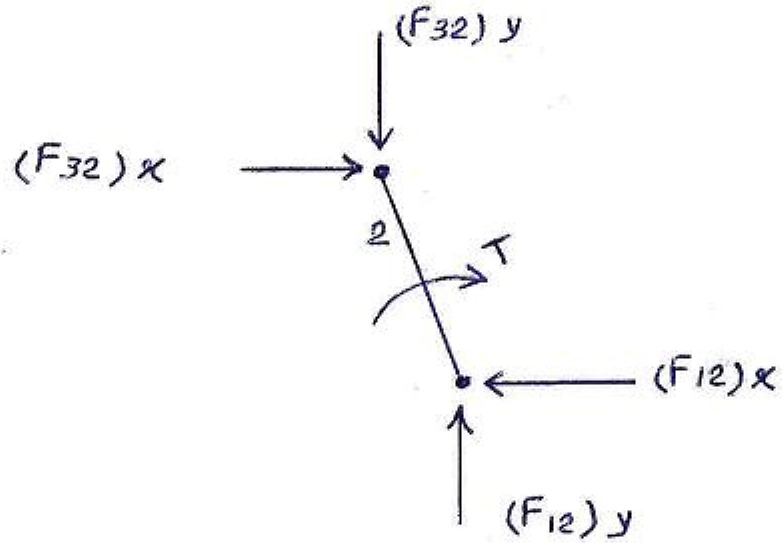
* نیرو از یک عضو به عضو دیگر همواره بر روی خط انتقال است.



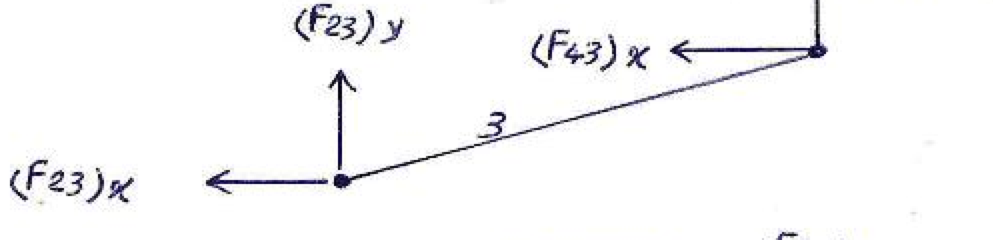
نمونه :



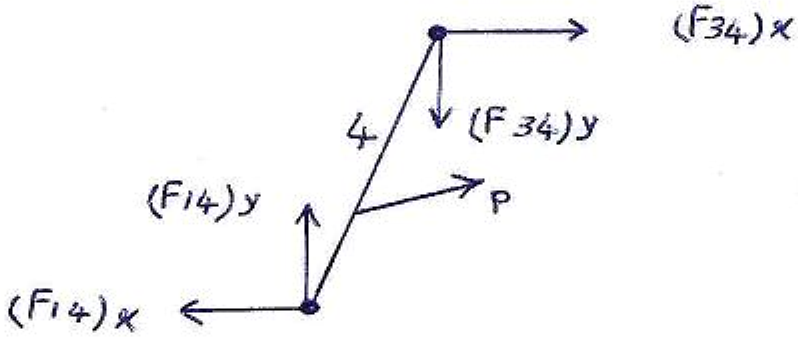
* می خواهیم الکترو موتور نیرویی معادل P را در عضو مورد نظر ایجاد کند. ما همواره به صورت استاتیکی یا مرزی حل می کنیم.



(1)



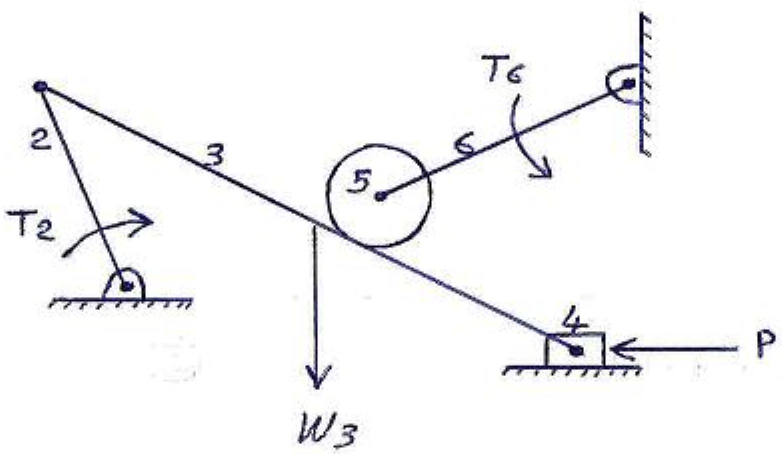
(2)



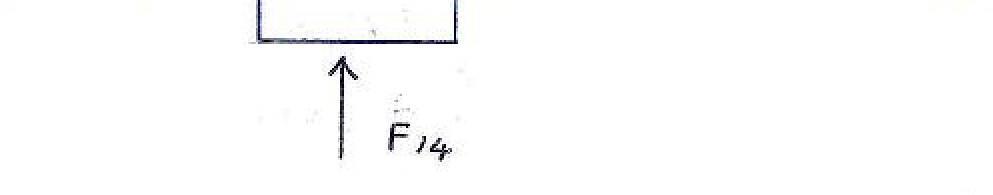
(3)

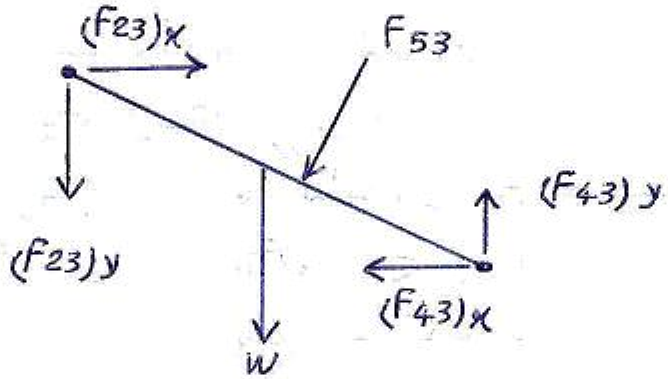
* ما ۹ معادله و ۹ مجهول داریم پس مسئله قابل حل است ، اما برای راحتی کار از روشهای دیگری استفاده می کنیم . ما حول (14) معادله گشتاور می نویسیم و یک معادله بر حسب $(F_{34})_x$ و $(F_{34})_y$ می یابیم و بار دیگر حول (23) معادله گشتاور می نویسیم و یک معادله بر حسب $(F_{34})_x$ و $(F_{34})_y$ می یابیم و دو معادله و دو مجهول را می یابیم و با یافتن این دو هم مجهولات یافت می شود و T هم بدست می آید و قدرت الکترو موتور $(P = T \times \omega)$ است و در طراحی کمی قدرت را بیشتر می گیریم تا اثر نیروهای دیگر را که وارد محاسبات نکرده ایم خنثی کند.

مثال -

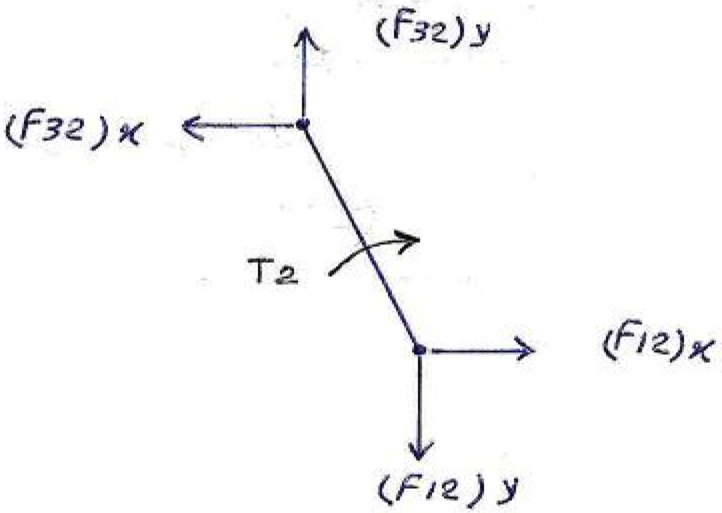


* نیروی P و W_3 مؤثرند . قدرت الکتروموتور را بیابید.

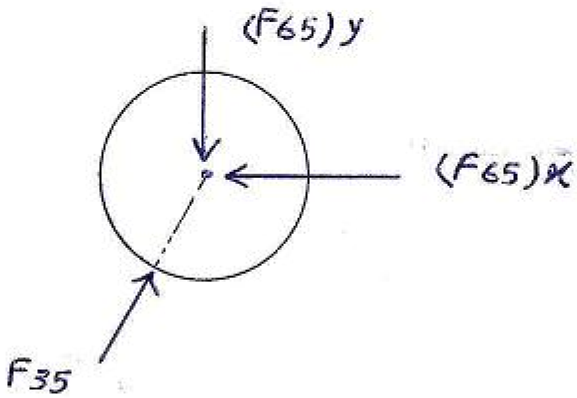




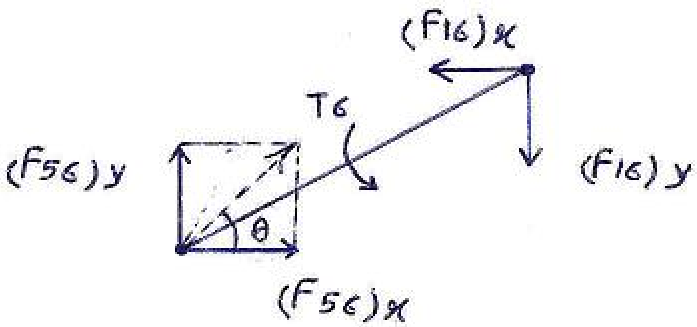
③



②



⑤



⑥

$$\begin{cases} \Sigma M_{16} = 0 \\ \theta \text{ معلوم} \end{cases}$$

$\longrightarrow$ $\left[(F56)_x \text{ و } (F56)_y \right]$ معلوم می شوند

$\longrightarrow$ (مسئله حل است)

روش 2 - (روش کار مجازی)

$$W = \sum P.ds + \sum T.d\theta = 0$$

$$\sum P.\frac{ds}{dt} + \sum T \frac{d\theta}{dt} = 0$$

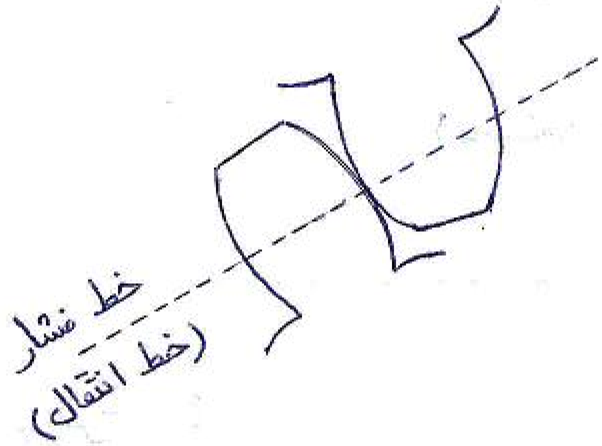
$$\sum P.V + \sum T.\omega = 0$$

$$(W \times V_W \cos\theta) + (P \times V_P \cos\theta') + (T_6 \times \omega_6 \cos\theta'') + (T_2 \times \omega_2 \cos\theta''') = 0$$

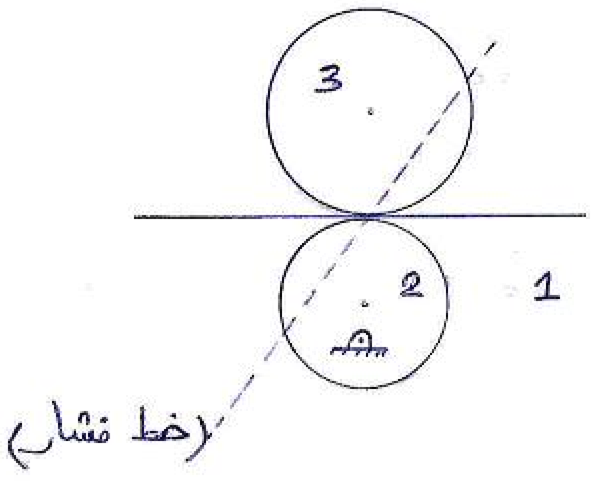
(ضربها داخلی هستند و دت ظاهر می شود.)

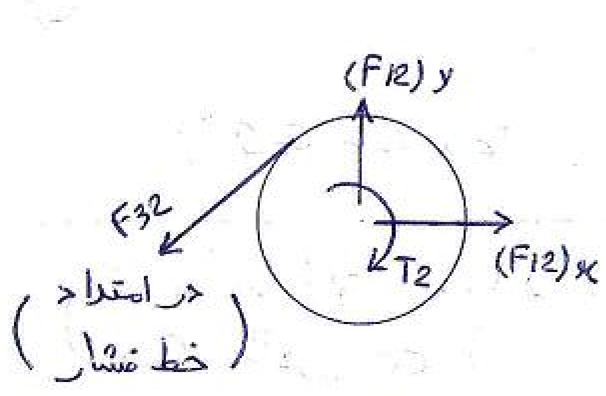
* نخست تغییر مکان کوچکی را در مکانیزم در نظر گرفتیم. سرعتها هم از روشهای سینماتیکی بدست می آید. علامات (′ و ″ و ‴) نشانه مشتق نیست و تنها اسم زوایا را معین می کند.

جعبه دنده ها :

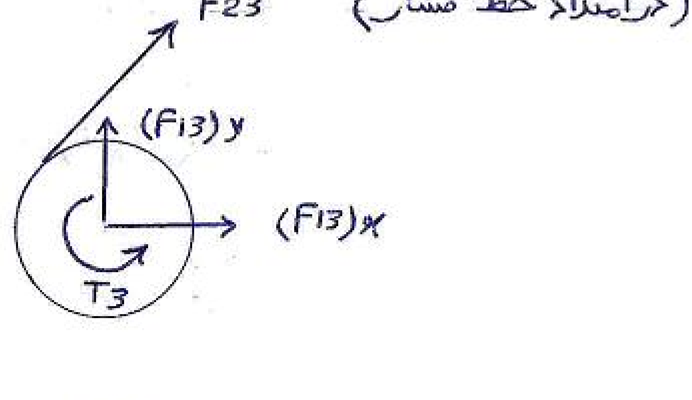


** دو چرخ دنده درگیر :





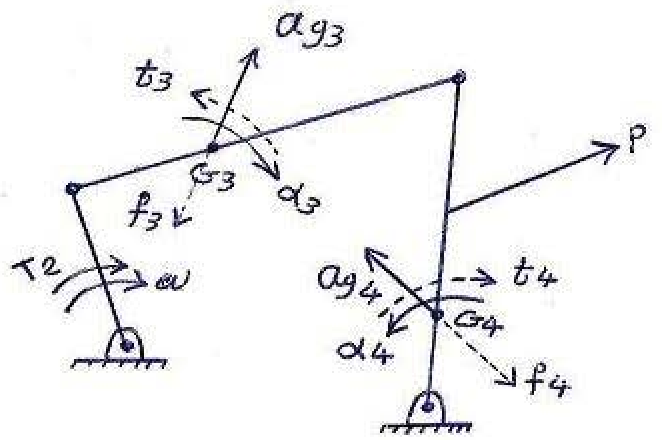
(2)

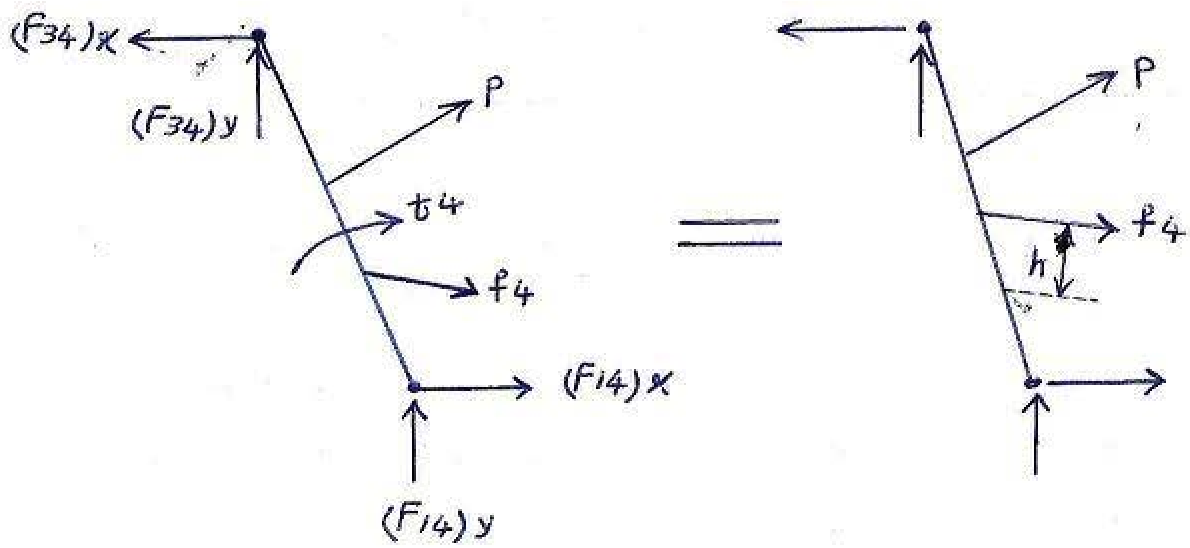


(3)

نیروهای دینامیکی :

$$\begin{cases} F = m\,a \\ T = I \cdot \alpha \end{cases}$$

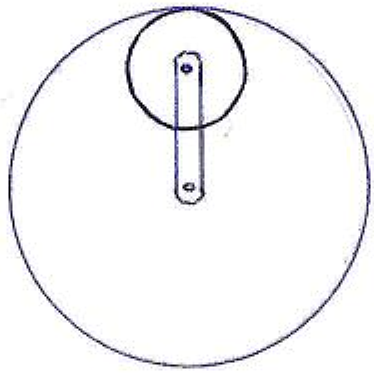


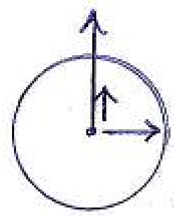


(4) (4)

* می توان بجای نیرو و گشتاور یک نیرو قرار داد اما با فاصله h از مرکز اثر اولیه آن (G) .

جعبه دنده های خورشیدی :





(اقماری)

* فرق چرخدنده های اقماری با سایر چرخدنده ها این است که یک نیروی نیوتنی جانب مرکز هم دارد، پس یک نیروی اینرسی مخالف آن ایجاد می شود.

نکته- دیفرانسیل اتومبیل - $\omega = \frac{\omega_L}{2} + \frac{\omega_R}{2}$

* اگر چرخ عقب یکی در چاله بیفتد تعداد دور چرخ دیگر بالا می رود.
در شرایط ایده آل جاده و چرخها ω و ω_L و ω_R برابرند.

* مطلب پیچها از کتاب مطالعه می شود.

مسئله ۱۳-۷-

$$\left(\frac{n_A}{n_D}\right)_{\text{بازو}} = \frac{n_A - n}{n_D - n} = \frac{150 - n}{0 - n} = \frac{n - 150}{n}$$

$$\left(\frac{n_A}{n_D}\right)_{\text{بازو}} = \left(\frac{N_D \cdot N_B}{N_C \cdot N_D}\right) = -\frac{\cancel{15} \times 25}{30 \times 50} = -1.75$$

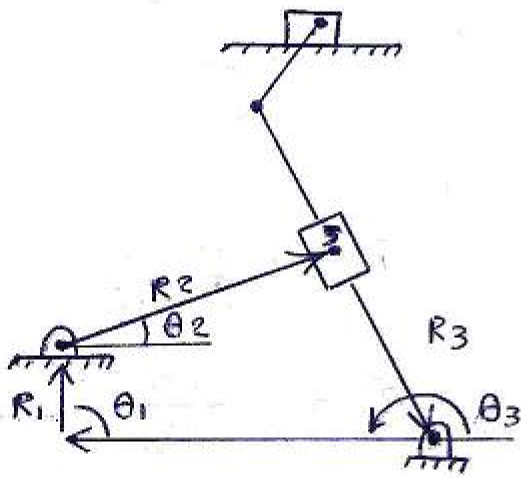
$$\frac{n - 150}{n} = -1.75 \longrightarrow * \; n = \frac{150}{2.75}$$ دور بازو

$$\left(\frac{n_D}{n_E}\right)_{\text{بازو}} = \frac{n_D - n}{n_E - n} = \frac{0 - \frac{150}{2.75}}{n_E - \frac{150}{2.75}} = \frac{-150}{2.75 n_E - 150} \quad ①$$

$$\left(\frac{n_D}{n_E}\right)_{\text{بازو}} = \frac{-N_E}{N_D} = \frac{-45}{105} = -\frac{3}{7} \quad ②$$

$$①, ② \longrightarrow * \; n_E = -450$$

مثال -



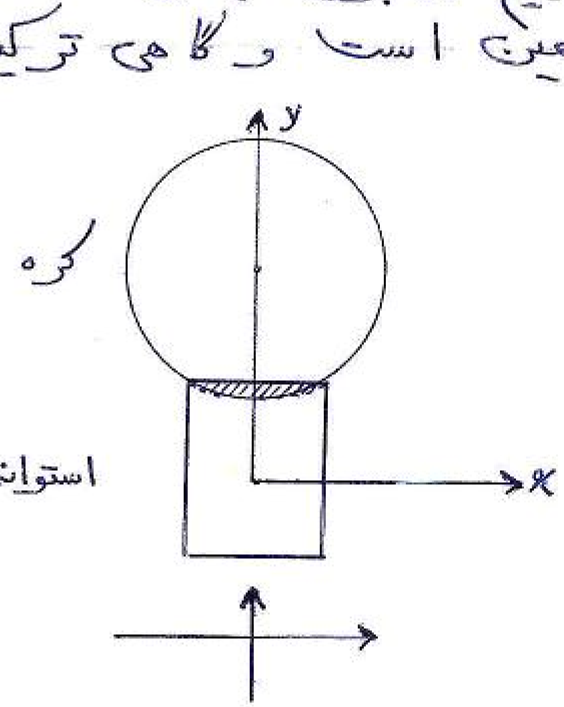
$$\begin{cases} R_1 C\theta_1 + R_2 C\theta_2 + R_3 C\theta_3 + R_n C\theta_n = 0 \\ - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \end{cases}$$

$$\begin{cases} -R_2 \omega_2 C\theta_2 + R'_3 C\theta_3 - R_3 \omega_3 C\theta_3 = 0 \\ R_2 \omega_2 C\theta_2 + R'_3 C\theta_3 + R_3 \omega_3 C\theta_3 = 0 \end{cases}$$

* R ها و θ های نامعلوم را از دستگاه اوّل می یابیم.
* R' سرعت لغزنده است.

یافتن مرکز جرم و ممان اینرسی نسبت به محور گذرنده از مرکز جرم :

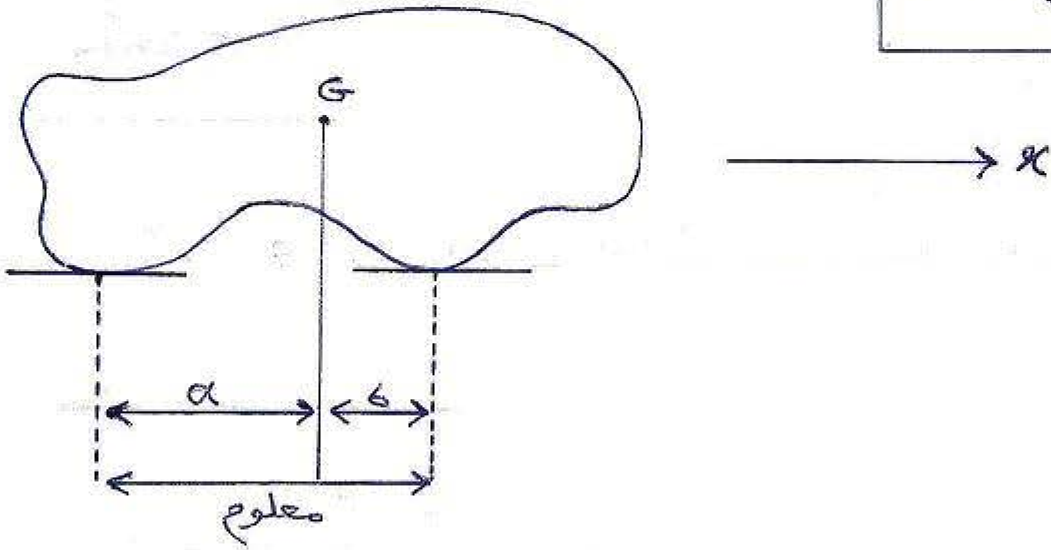
* برای یافتن a_G نیاز به محل G داریم و برای یافتن $\tau = I\alpha$ به I نیاز داریم. گاهی اشکال معین است و گاهی ترکیبی از چند شکل معین است مثل :



$$* \begin{cases} \bar{X} = \dfrac{\sum m_i \bar{x}_i}{\sum m_i} \\ \bar{y} = \dfrac{\sum m_i \bar{y}_i}{\sum m_i} \\ \bar{z} = \dfrac{\sum m_i \bar{z}_i}{\sum m_i} \end{cases}$$

* این جسم تقسیم می شود به استوانه ، کره ، عرقچین کروی .
(توجه شود که برای عرقچین منفی در نظر می گیریم) . $\bar{X}$
و $\bar{Y}$ و $\bar{Z}$ محورهای دلخواه هستند .

روش دو ترازو :



$$
* \begin{cases} M = m_1 + m_2 \\ a + b = K \\ m_1 . a = m_2 . b \end{cases}
$$
(سه معادله و سه مجهول)

* می توان جسم را از جهات دیگر هم خواباند و $\bar{Y}$ و $\bar{Z}$ را هم یافت .

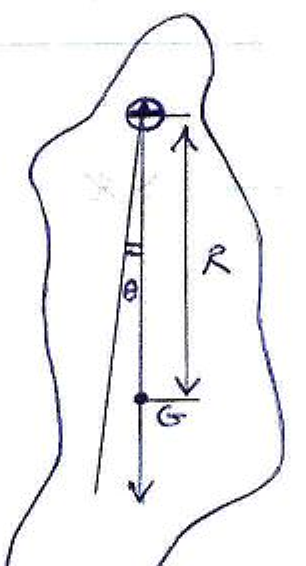
قانون محورهای موازی :

$$\boxed{I_{xx} = I_c + m d^2}$$

* اگر حول محوری داشته باشیم و حول مرکز جرم بخواهیم :

$$I_c = I_{xx} - md^2$$

جسم غیر مشخص :



$(I\alpha + mR\sin\theta = 0)$

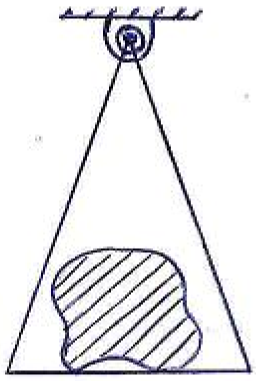
$$\longrightarrow$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{mgR}}$$

O - نقطه تعلیق است .
T - زمان تناوب (بطور تجربی بدست می‌آید)

$$\begin{cases} I_o = \dfrac{mgRT^2}{4\pi^2} \\ I_o = I_G + mR^2 \end{cases}$$

* یک پاندول ساختیم .
(اگر امکان داشت یعنی جسم سوراخی داشت) .



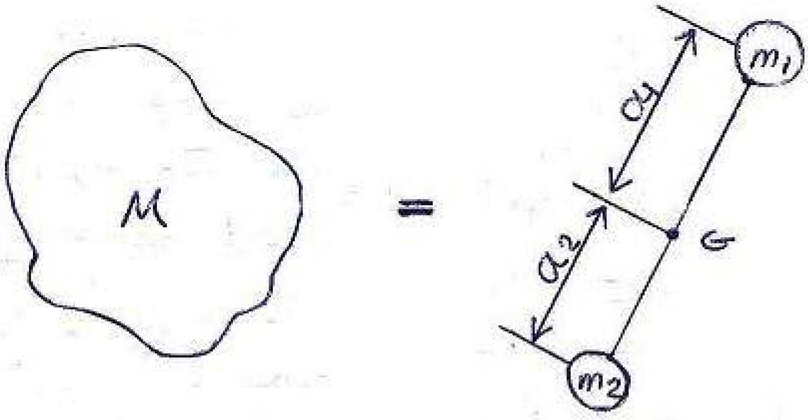
* اگر امکان ساختن پاندول نبود از یک وسیله کمکی استفاده می کنیم که اول I_o میز و قطعه را می دهد. سپس قطعه را بر می داریم و I_o میز را می یابیم و لذا I_o قطعه را بدست می آوریم و سپس I_G قطعه را هم‌بدست می آوریم. (از جرم نخها صرفنظر می شود.)

سیستم معادل دینامیکی :

جسمی را که از نقاط پراکنده جرمی تشکیل شده بصورت چند نقطه معین جرمی (معمولاً دو نقطه) تجزیه می کنند بطوری که با یک میله بدون جرم به هم متصل شده اند که البته روش خطا دارد. این امر مستلزم شروط زیر است :

* اگر نیرو و گشتاورهای خاصی به هردو وارد شود شتاب های هر دو (a, ε) وشتاب زاویه ای هردو یکی شود و این خود مستلزم سه شرط است :

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = M \\ m_1 a_1 = m_2 a_2 \\ m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2 = I_G \end{cases}$$

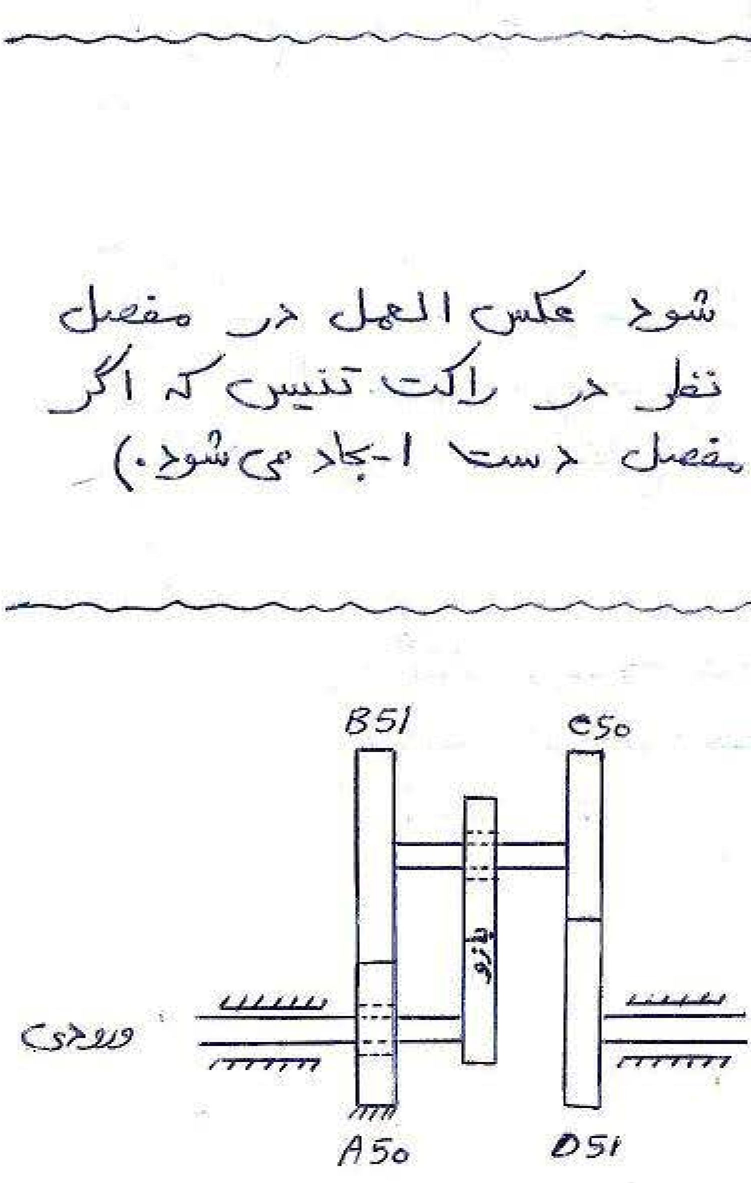


* در این روابط I_G و M را داریم . پس یکی را فرض کرده و دیگری را می یابیم (مثلاً m_1 را فرض کرده و m_2 را می یابیم) .

مرکز ضربه :

نقطه ای است که اگر نیرو وارد شود عکس العمل در مفصل صفر باشد (مثل محل مورد نظر در راکت تنیس که اگر توپ به آنجا نخورد دردی در مفصل دست ایجاد می شود.)

مثال - مطلوبست دور خروجی !!



	بازو	A	B و C	D
ج - ق ب - ۲	۱	۱	۱	۱
ب - ق ج - ۲	۰	-1	$-(-1)\ \frac{N_A}{N_B}$	$-\frac{N_A}{N_B} \cdot \frac{N_C}{N_D}$
نتیجه	۱	۰		$1 - \frac{N_A \cdot N_C}{N_B \cdot N_D}$

طراحی چرخ طیار

* در ماشینها بکار می رود و سبب می شود که دور اسمی تقریباً ثابت بماند. این کار را با گرفتن و پس دادن انرژی در موارد لازم انجام می دهد. همه موتورهای احتراقی به ویژه ژنراتورها چرخ طیار دارند.

* C ضریب تغییر دور است که مقدار آن :

$$\begin{cases} C = \dfrac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{ave}} \\[2ex] C = \dfrac{V_{max} - V_{min}}{V_{ave}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{ave} = \dfrac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} \\ V_{ave} = \dfrac{V_{max} + V_{min}}{2} \end{cases}$$

* هر قدر C کوچکتر باشد موتور طراحی شده دارای نوسانات دور کمتری است . C برای ژنراتورها 0.002 است و برای ماشینهای صنعتی و معدنی 0.2 است .

* چرخ طیار در موقع بالا رفتن دور انرژی مکانیکی را در خود ذخیره می کند :

فرمول کلی انرژی جنبشی :
$$\begin{cases} E = \frac{1}{2} m V^2 \\ E = \frac{1}{2} I \omega^2 \end{cases}$$

انرژی ذخیره شده چرخ طیار :
$$\begin{cases} E = \frac{1}{2} m \left(V_{max}^2 - V_{min}^2\right) \\ E = \frac{1}{2} I \left(\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2\right) \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} \omega_{max} - \omega_{min} &= C\,\omega_{ave} \\ \omega_{max} + \omega_{min} &= 2\,\omega_{ave} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\times}$$

$$\begin{cases} \omega_{max}^2 - \omega_{min}^2 = 2C\,\omega_{ave}^2 \\ V_{max}^2 - V_{min}^2 = 2C\,V_{ave}^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری}}$$

$$* \quad E = \frac{1}{2} I \left(2c\, \omega^2_{ave}\right) \longrightarrow$$

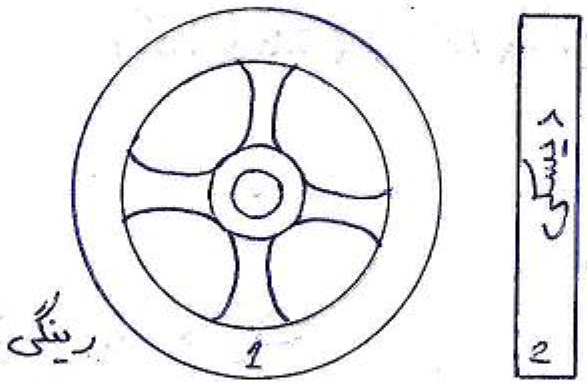
$$I = \frac{E}{c\, \omega^2_{ave}}$$

$$* \quad E = \frac{1}{2} m \left(2c\, V^2_{ave}\right) \longrightarrow$$

$$m = \frac{E}{c\, V^2_{ave}}$$

* با توجه به منظورمان E قابل پیش بینی است و c هم فرض شده و ω_{ave} یا V_{ave} هم معین است و می توان I یا m را یافتـ و شکل مربوط و مناسب پیدا کرد.

مثال -



با $2\text{-} \left(I = \frac{1}{2} m R^2\right)$

خطای قابل قبول:

$1\text{-} \left(I = m R^2\right)$

* جرم کلی ($\frac{9}{10}$ جرم) روی حلقه خارجی است پس بهتر است بنویسیم:

$$\left(0.9\, I = m R^2\right)$$

مثال - دستگاه پرس :
(کتاب)

دور الکتروموتور $= 900\ rpm$

تعداد سوراخ در دقیقه $= 30$

زمان یک سوراخکاری $= 2\ sec$

زمان مفید یک سوراخکاری $= \frac{1}{3}\ sec \leftarrow (\frac{1}{6} \times 2)$

ضخامت ورق $= 13\ mm$

قطر سوراخ $= 20\ mm$

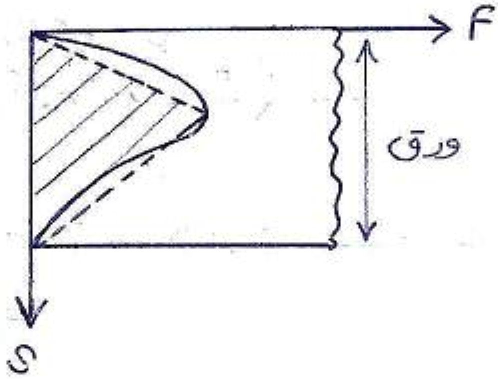
$\tau_u = 310 \times 10^6\ Pa$

* باید دور 900 توسط خارج از مرکز و جعبه دنده به 30 دور در دقیقه برای حرکت انتقالی لنگ برسد که از یکی از چرخ دنده‌ها بعنوان چرخ طیار استفاده می شود.

$$\omega_{ave} = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot 150}{60} = \frac{10\pi}{2} = 5\pi$$

(نیروی لازم برای سوراخ کردن) $F = (\pi d \cdot t)\, \tau_u$

$$\rightarrow \quad F = \pi (20 \times 10^{-3})(13 \times 10^{-3})(310 \times 10^6) = 253000\ N$$

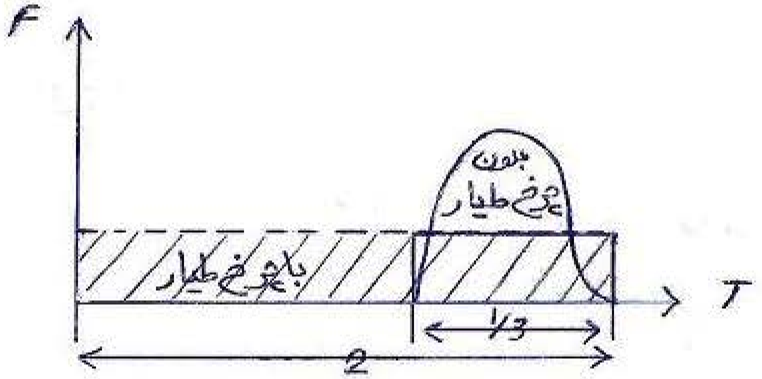


* منحنی نیرو را با یک مثلث تقریب می زنیم تا مساحت منحنی (E) را بیابیم.

$$E = \frac{1}{2}(253000)(13 \times 10^{-3}) = 1640 \text{ jul}$$

* این انرژی لازم برای یک سوراخکاری است که در زمان مفید $\frac{1}{3}$ ثانیه مصرف می شود. اگر چرخ طیار نباشد:

توان الکتروموتور $P = \frac{E}{T} = \frac{1640}{1/3} = 4920 \simeq 5 \text{ KW}$



** $P = \frac{1640}{2} = 820 \simeq 1 \text{ KW}$ (با چرخ طیار)

** $E = \frac{1640}{2} \times (2 - \frac{1}{3}) = 1366.66$

(انرژی ذخیره شده در چرخ طیار)

** $I = \frac{1366.66}{0.1\,(5R)^2} \Longrightarrow$ (C را 0.1 گرفته ایم)

** $I = 55.38 \text{ kgm}^2$

* اگر بخواهیم با V حل کنیم یکجا باید ضرب در شعاع ژیراسیون چرخ طیار کنیم :

$$* \quad R = \sqrt{\frac{I}{M}} = 450 \ mm$$

* شعاع چرخ طیار 900mm است که باید تصحیح شود.

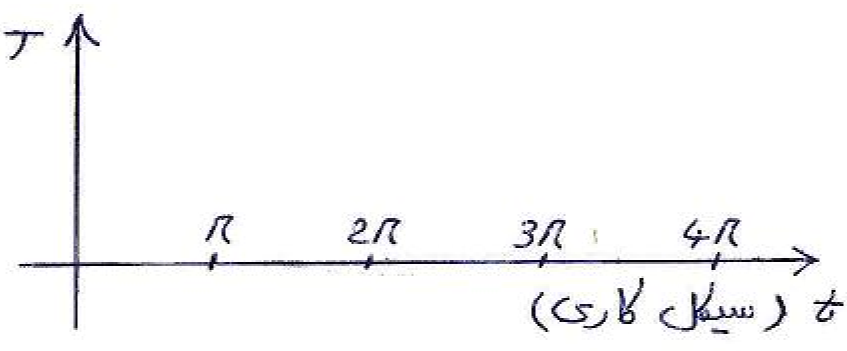
$$* \quad M = \frac{I}{R^2} = \frac{49.842}{(0.45)^2} = 246.13$$

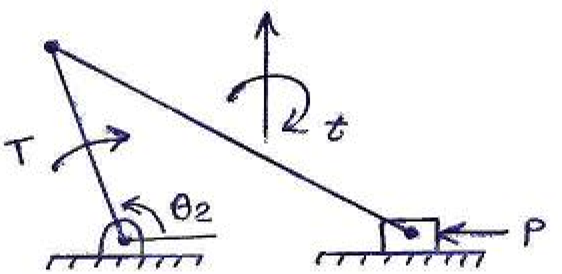
چون چرخ طیار را رینگی گرفته لذا :

$$I = 0.9 \times 55.38 = 49.842$$

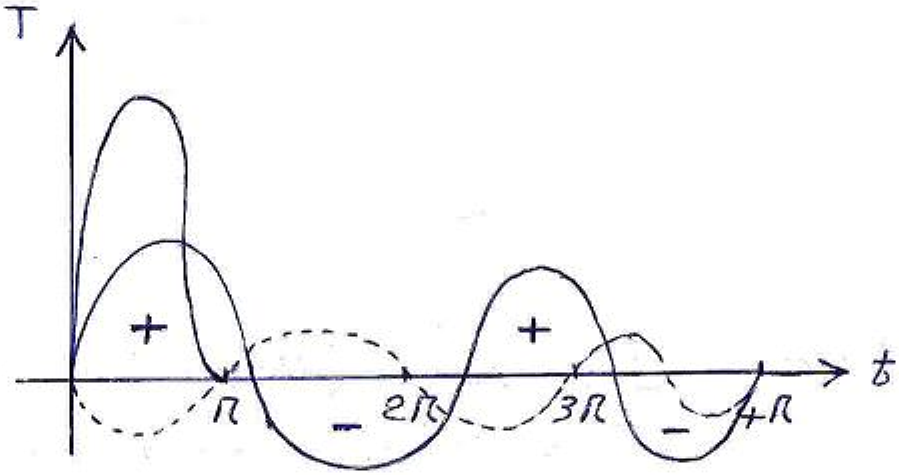
چرخ طیار در موتورهای احتراق داخلی

* اول باید نمودار Torque موتور را در سیکل کاری آن پیدا - کنیم .





* باید مقدار P را در حالات مختلف θ_2 بیابیم.



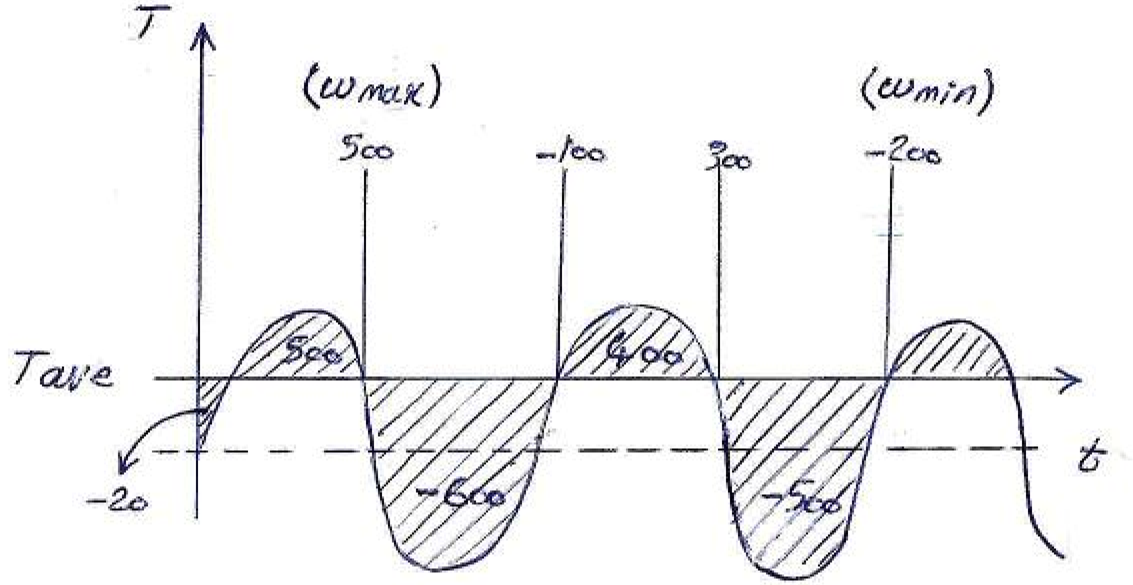
(چهار زمانه)

* $T_{ave} = \frac{\sum A}{4\pi}$ (A مساحت زیر منحنی است با رعایت علامت)

$$\left.\begin{array}{l} 1\,mm = 0.04\pi \quad Rad \\ 1\,mm = 200 \quad N.m \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$(1mm)^2 = (0.04)(200) = 8 \quad N.m$$

* پس اگر مساحت را مثلاً $100\ (mm^2)$ دادند می شود 800 N.m .
باید به مقیاسها توجه کرد.



* بالاترین عدد را (ω_{max}) و کمترین را (ω_{min}) می یابیم . باید مساحتها حتماً و حتماً نسبت به T_{ave} محاسبه شود و از این جا به بعد با خط صفر کاری نداریم . E چرخ طیار تفاضل انرژی ω_{max} و ω_{min} است :

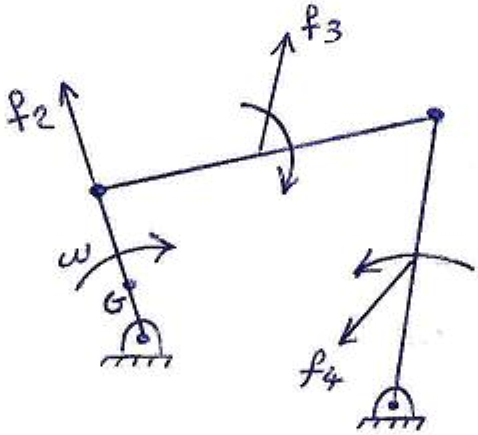
$$E = 500 - (-200) = 700$$

* یا به عبارتی جمع جبری انرژی ها در فاصله Max و Min که قدر مطلق را نهایتاً در نظر می گیریم :

پس داریم : $\left(I = \dfrac{E}{c \cdot \omega_{ave}^2} \right)$

توجه - سیکل کاری دوزمانه 2π است .

بالانسینگ



$$\boxed{F_s = \sum f_i}$$

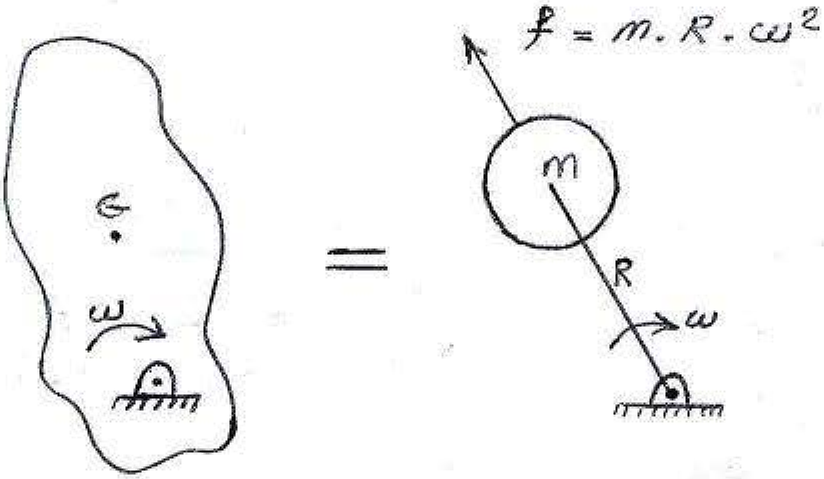
F_s نیروی لرزشی است که موجب
نابالانسی سیستم می شود (لرزش دستگاه)

$$\begin{cases} F_s \cdot h_s = \sum f_i \cdot h_i \\ h_s = \dfrac{\sum f_i h_i}{F_s} \end{cases}$$

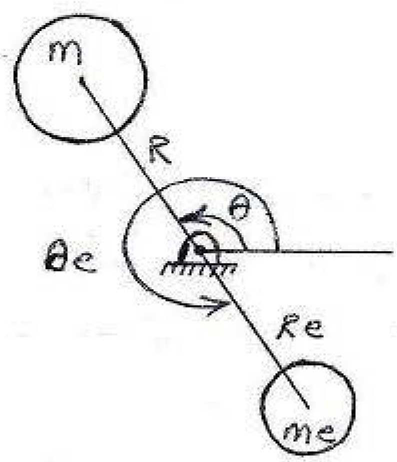
(محل اثر F_s)

* در بالانسینگ سعی می کنیم F_s را از بین ببریم و یا بحداقل -
کاهش دهیم. برای این کار یک جرم اضافی وارد سیستم می کنیم.
این جرم باید در جای مناسب اضافه شود.

بالانس جرمهای گردشی :



از نظر استاتیکی نابالانس است چون مرکز جرم در مرکز دوران قرار ندارد لذا باید جرمی را در فاصله مناسب Re به سیستم اضافه کنیم. از نظر دینامیکی هم نابالانس است چون f داریم.



$$m g R C\theta + me \cdot g\, Re \cos\theta e = 0$$

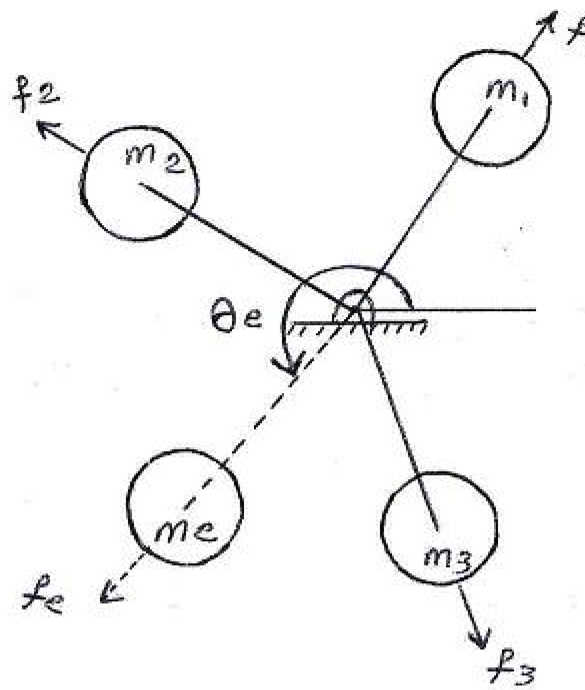
شرط بالانس استاتیکی $\quad m.R = me . Re \quad (1)$

شرط بالانس دینامیکی : $m R \cancel{\omega}^2 = m_e R_e \cancel{\omega}^2$

$$m R = m_e R_e \quad ②$$

* دو مجهول داریم که یکی را فرض کرده و دیگری را می یابیم (تا حدامکان R_e را بزرگ فرض می کنیم تا m_e کوچک بدست آید).

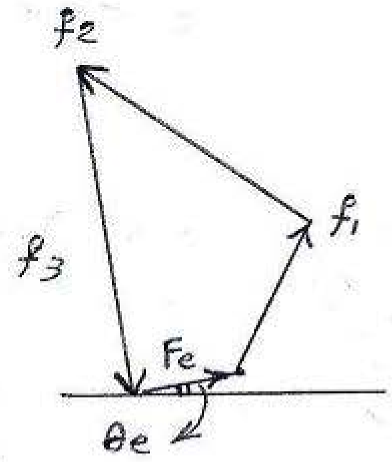
مثال - چند جرم در یک صفحه.



استاتیکی $\sum m_i g R_i \cos\theta_i + m_e g R_e \cos\theta_e = 0$

دینامیکی $\sum m_i R_i \cancel{\omega}^2 = m_e R_e \cancel{\omega}^2$

* برای حل رابطه دینامیکی به روش ترسیمی $f_i = mR_i$ ها را با هم جمع می کنیم تا f_e و θ_e حاصل شود.



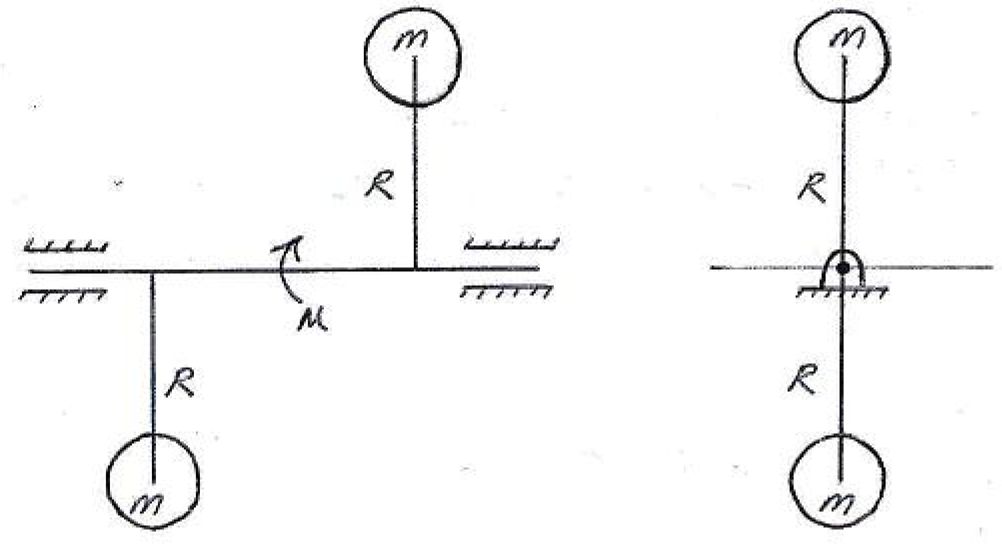
* اگر سیستم از نظر دینامیکی بالانس باشد از نظر استاتیکی هم بالانس است اما عکس آن همیشه صادق نیست.

راه تحلیلی :

$$\begin{cases} \sum m_i R_i \cos\theta_i + m_e R_e \cos\theta_e = 0 \\ \sum m_i R_i \sin\theta_i + m_e R_e \sin\theta_e = 0 \end{cases}$$

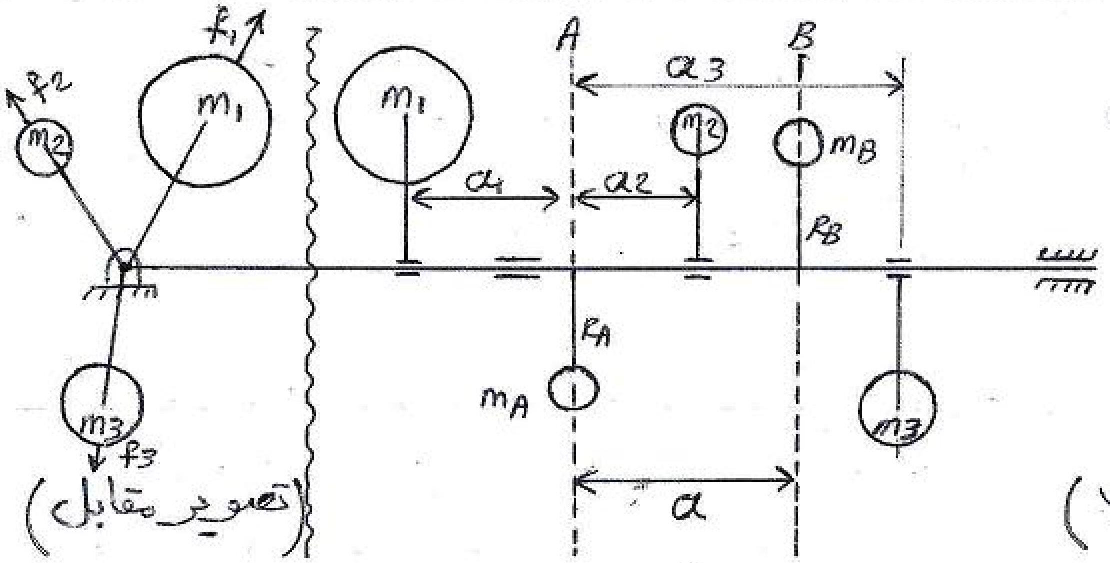
$$\tan\theta_e = \frac{-\sum m_i R_i \sin\theta_i}{-\sum m_i R_i \cos\theta_i}$$

مثال -



* سیستم از نظر استاتیکی بالانس است امّا این دو یک کوپل را تشکیل می دهند که باعث اعمال نیرو بر یاتاقان می شود - پس از نظر دینامیکی نابالانس است. پس باید برآیند گشتاورها را هم صفر در نظر بگیریم.

مثال - جرمها در یک صفحه نیستند.



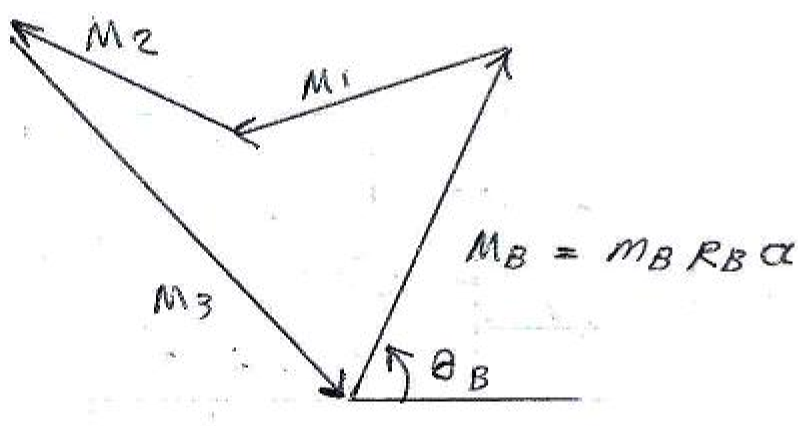
(تصویر چپ)

چون عامل نابالانسی هم نیرو و هم گشتاور است پس باید حتماً دو جرم در دو صفحه اضافه شود. این شکل شماتیک است و این جرمها مثلاً چرخ دنده هایی هستند که مرکز جرمشان بر محور دوران قرار ندارد.

* اوّل جرمی را در صفحه A یا B اضافه می کنیم برای بالانس گشتاور ها. مثلاً در B جرمی می افزاییم بطوری که بر آیند گشتاور ها نسبت به صفحه A صفر باشد.

$$\sum m_i R_i a_i + m_B R_B \alpha = 0$$

* این رابطه به روش تحلیلی قابل حل است. امّا گشتاور $\pm$ دارد، اگر α منفی بود در خلاف جهت ℓ گشتاور را رسم می کنیم و بالعکس. جهت + یا منفی نسبت به A دلخواه است:

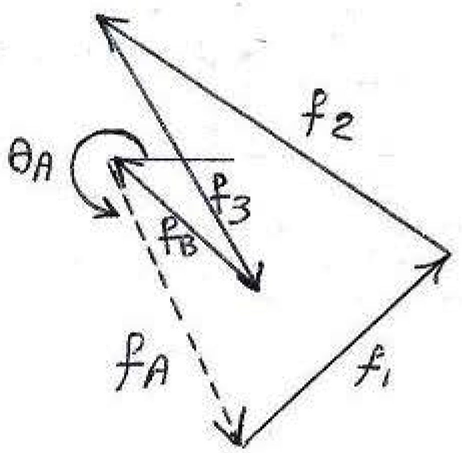


* اگر عکس العمل یاتاقانها را بخواهیم حول یک یاتاقان بر آیند گشتاور نیروها ($F = mR\omega$) را در نظر می گیریم و نیروی وارد بر یاتاقان دیگر را می یابیم.

(امّا) برای بالانس نیروها، جرمی در صفحه A می افزاییم:

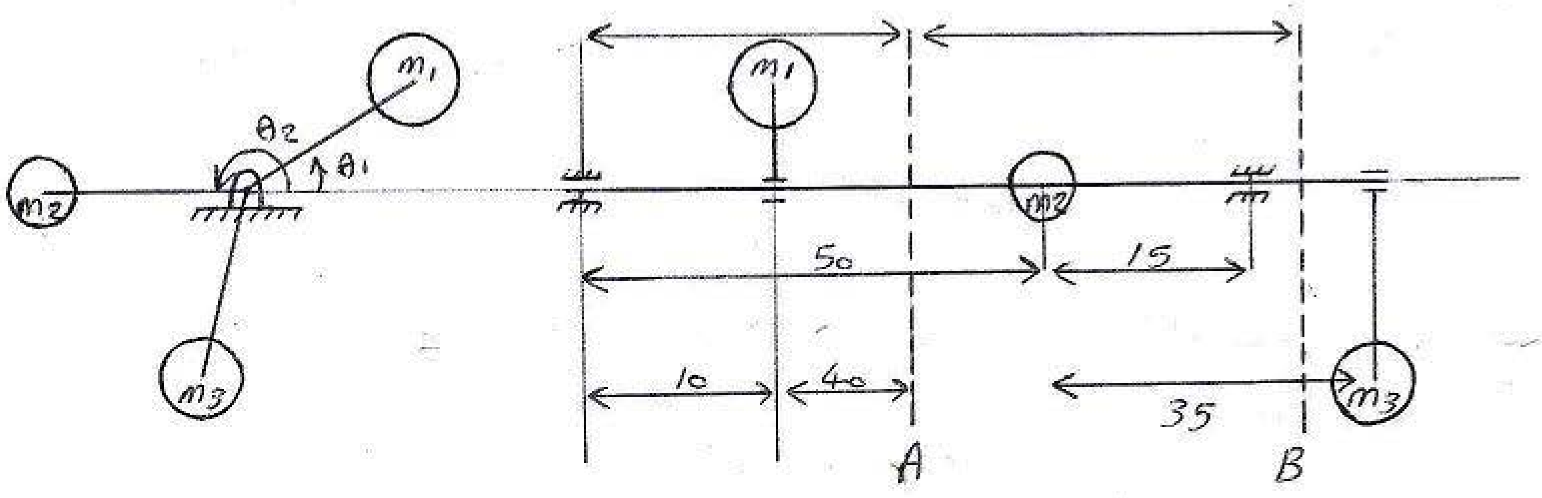
$$\sum m_i R_i + m_B R_B + m_A R_A = 0$$

* ترسیمی :



* در اصطلاح حالتی که جرمها در یک صفحه باشند بالانس را استاتیکی گویند و در حالتی که جرمها در یک صفحه نباشد بالانس را دینامیکی گویند.

مسئله -



$m_1 = 0.8\ Kg$ $\quad$ $m_2 = 1Kg$ $\quad$ $m_3 = 0.5\ Kg$

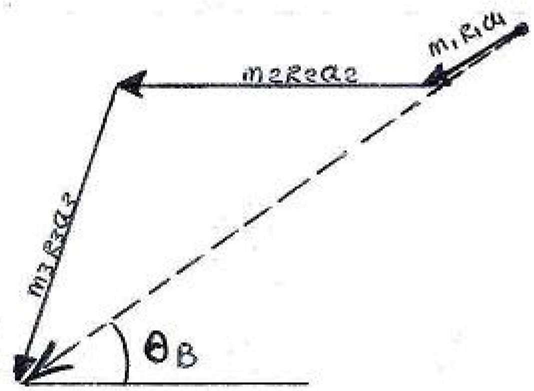
$R_1 = 40\ mm$ $\quad$ $R_2 = 30mm$ $\quad$ $R_3 = 60$

$\theta_1 = 30$ $\quad$ $\theta_2 = 180$ $\quad$ $\theta_3 = 240$

	m	R	θ	a	mR	mRa	sinθ	Cosθ	mRsinθ	mRCosθ	mRasinθ	mRaCosθ
1	0.8	40	30	-10	32	-320	0.5	0.866	16	27.71	-160	-277
2	1	30	180	30	30	900	0	-1	0	-30	0	-900
3	0.5	60	240	65	30	1950	-0.866	-0.5	-25.98	-15	-1688	-975

ترسیمی : (a بازوی گشتاور است) گشتاورها :

R_B را 100 می‌گیریم. چون a_1 منفی است (نسبت به A) پس $M_1 = m_1R_1a_1$ را در جهت منفی f_1 کشیدیم. ($M = mR\omega a$ است که ω در رابطه بالا نسبتاً حذف شده)

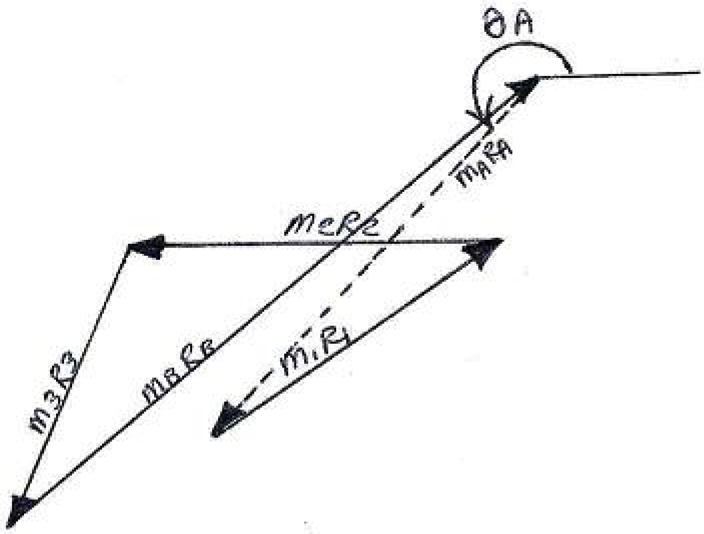


(با مقیاس)

$$\left.\begin{aligned}\theta_B &= 40.65\\ a &= 50\\ R &= 100\end{aligned}\right\}\qquad m_B = \frac{2700}{R_B\,a_B} = 0.56$$

$(m_B R_B = 56)$

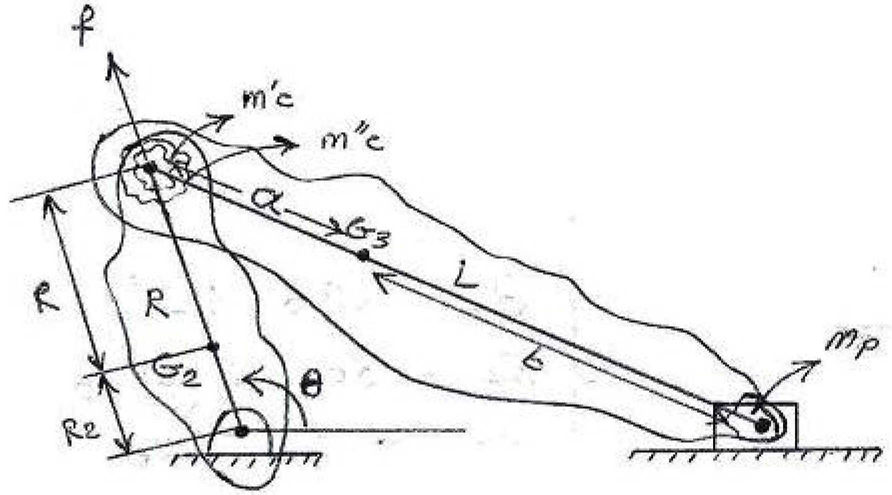
* برای بالانس نیروها (که جرم m_A را می افزاییم) از ستون mR برای ترسیم استفاده می کنیم. (یعنی $F = mR\omega^2$ که ω در رابطه بالانسینگ حذف شده).



$$\begin{cases} \theta_A = 226.45^\circ \\ R_A = 80 \quad \text{(فرض می کنیم)} \\ m_A = 0.457 \text{ kg} \end{cases}$$

* برای دقت زاویه‌ها را با نقاله نمی خوانیم بلکه از رابطه $\tan\alpha = \frac{y}{x}$ و گرفتن یک $Arc\tan$ از آن استفاده می کنیم.

بالانس موتورهای رفت و برگشتی



قرار داد : θ لنگ را نسبت به امتداد پیستون و در جهت ω می کشیم . m_2 جرم واقعی لنگ است .

سیستم معادل دینامیکی لنگ را می یابیم :

$$f = m_2 R_2 \omega_2^2$$

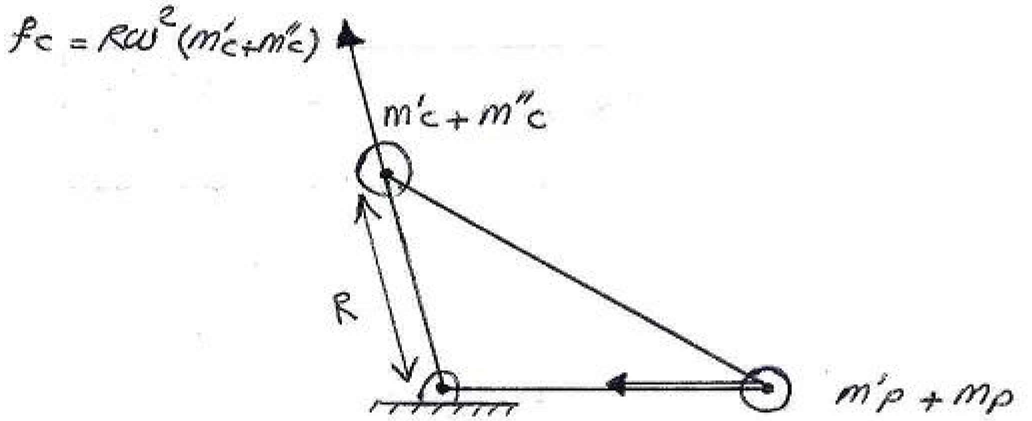
$$f = m'_c R \omega_2^2$$

$$m'_c = m_2 \frac{R_2}{R}$$

بجای شاتون هم یک سیستم دو جرمی m''_c و m'_p قرار می دهیم :

$$\begin{cases} m''_c + m'_p = M_3 \\ m''_c \times a = m'_p \times b \\ \cancel{m''_c \cdot a^2 + m'_p b^2 = I_3} \end{cases}$$

* چون دو مجهول بیشتر نداریم لذا بنا به تجربه معادله سوم را حذف می کنیم ، پس m''_c و m'_p هم بدست می آید.

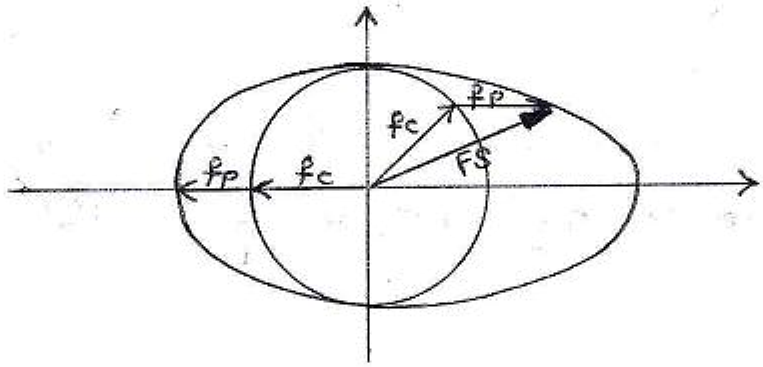


$$\begin{cases} f_p = (m'_p+m_p)a_p \\ a_p = -R\omega^2\left(\cos\theta + \frac{R}{L}\cos 2\theta\right)\end{cases}$$

** $$f_p = \underbrace{R\omega^2(m'_p+m_p)\cos\theta}_{\text{نیروی اینرسی اولیه}} + \underbrace{\frac{R^2\omega^2}{L}(m'_p+m_p)\cos 2\theta}_{\text{نیروی اینرسی ثانویه}}$$

($F_S = f_c + f_p$) ← نیروی لرزشی

* f_c تابع θ نیست امّا f_p تابعی از $\cos\theta$ و $\cos 2\theta$ است.

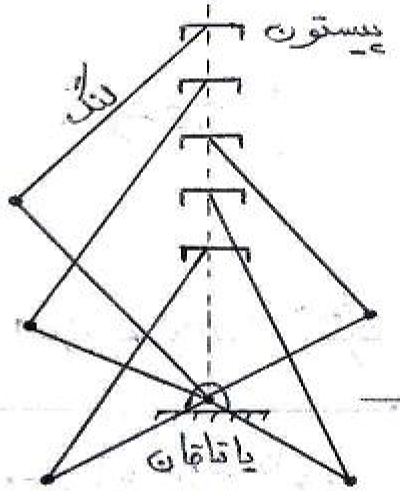


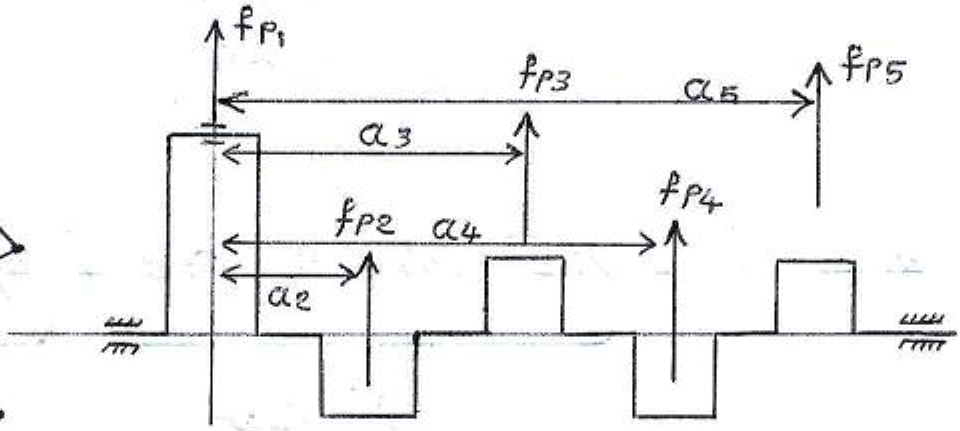
← « قطبی »

* تاکنون تنها عوامل نابالانسی را شناسائی کرده ایم و پس از این مرحله به نحوهٔ بالانس کردن خواهیم پرداخت.

نابالانسی در موتورهای چند سیلندر :

1 - موتورهای خطی :





* فرض می کنیم F_c نداریم و تنها f_P داریم.
قطعات مشابه هستند.
زوایا را نسبت به 1 می سنجیم : $\theta_2 = \theta_1 + \varphi_2$
(φ زاویه نسبت به لنگ 1 است) $\theta_3 = \theta_1 + \varphi_3$

* عوامل نابالانسی جمع f_P ها است که ممکن است صفر نباشد و همینطور گشتاورهای ناشی از این f_P ها.

$$f_{P_1} = R\omega^2 (m'_P + m_P)\left[\cos\theta_1 + \frac{R}{L}\cos 2\theta_1\right]$$

$$\vdots$$

$$f_{Pn} = R\omega^2 (m'_P + m_P)\left[\cos\theta_n + \frac{R}{L}\cos 2\theta_n\right]$$

$$F_S = \sum f_{Pi} \longrightarrow$$

$$F_S = R\omega^2 (m'_P + m_P)\left[\sum \cos\theta_i + \frac{R}{L}\sum \cos 2\theta_i\right]$$

$$F_S = R\omega^2 (m'_P + m_P)\left[\sum \cos(\theta_1 + \varphi_i) + \frac{R}{L}\sum \cos 2(\theta_1 + \varphi_i)\right]$$

$$F_S = R\omega^2 (m'_P + m_P)\Big[\cos\theta_1 \sum \cos\varphi_i - \sin\theta_1 \sum \sin\varphi_i + \frac{R}{L}\left(\cos 2\theta_1 \sum \cos 2\varphi_i - \sin 2\theta_1 \sum \sin 2\varphi_i\right)\Big]$$

* این رابطه نابالانسی نیروهاست . برای بالانس کردن باید $F_S = 0$ شود یعنی داخل کروشه صفر باشد و این مستلزم ۴ شرط زیر است :

$$\begin{cases} \sum \cos\varphi_i = 0 & \sum \cos 2\varphi_i = 0 \\ \sum \sin\varphi_i = 0 & \sum \sin 2\varphi_i = 0 \end{cases}$$

* پس باید شکل لنگها براساس این روابط طراحی شود .

* برای یافتن رابطه گشتاورها نسبت به یکی از لنگها (مثلاً 1) معادله تعادل گشتاور را نوشته و صفر قرار می دهیم :

$$M = Rw^2(m'p + Mp)\left[\cos\theta_1 \sum a_i \cos\varphi_i - \sin\theta_1 \sum a_i \sin\varphi_i + \frac{R}{L}\left(\cos 2\theta_1 \sum a_i \cos 2\varphi_i - \sin 2\theta_1 \sum a_i \sin 2\varphi_i\right)\right]$$

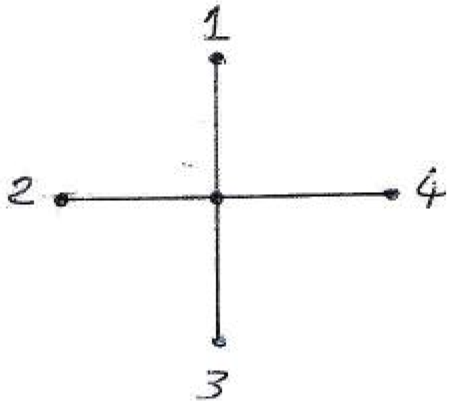
$$\xrightarrow{M=0} \begin{cases} \sum a_i \cos\varphi_i = 0 & \sum a_i \cos 2\varphi_i = 0 \\ \sum a_i \sin\varphi_i = 0 & \sum a_i \sin 2\varphi_i = 0 \end{cases}$$

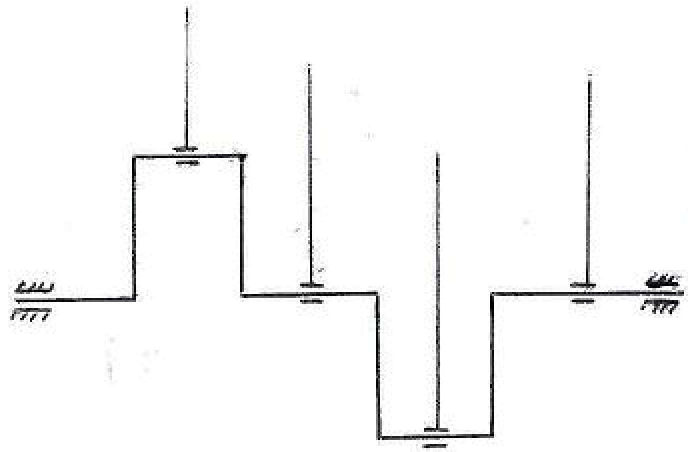
$\cos\varphi$ و $\sin\varphi$ مربوط به نیرو یا گشتاور اولیه است و $\cos 2\varphi$ و $\sin 2\varphi$ مربوط به نیرو یا گشتاور ثانویه است. برای نابالانسی باید (۸) شرط فوق را بررسی کنیم.

$\boxed{\text{نظم احتراق}}$: می تواند در نابالانسی و کیفیت موتور تأثیر داشته باشد. بهترین حالت این است که در سیکل کاری موتور سیلندرها به فواصل مساوی بزنند.

* برای ۶ سیلندر ٤ زمانه : $\frac{4\pi}{6} = \frac{720}{6} = 120$

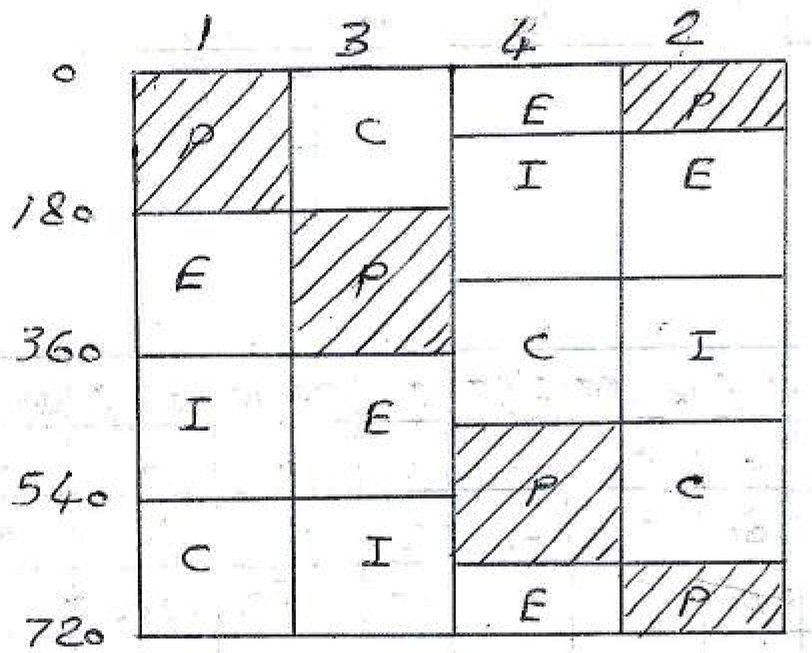
مثال-





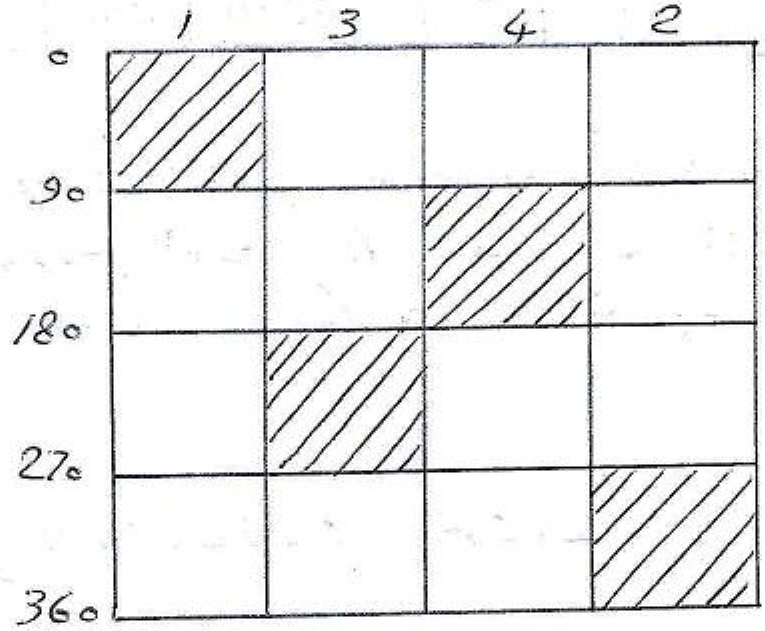
چهار زمانه

(نامطلوب)

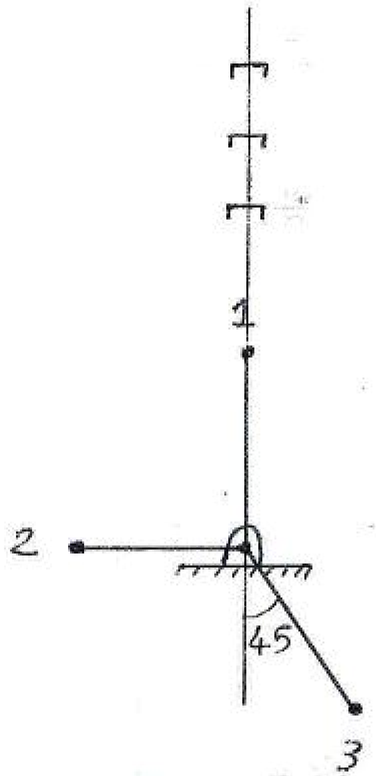


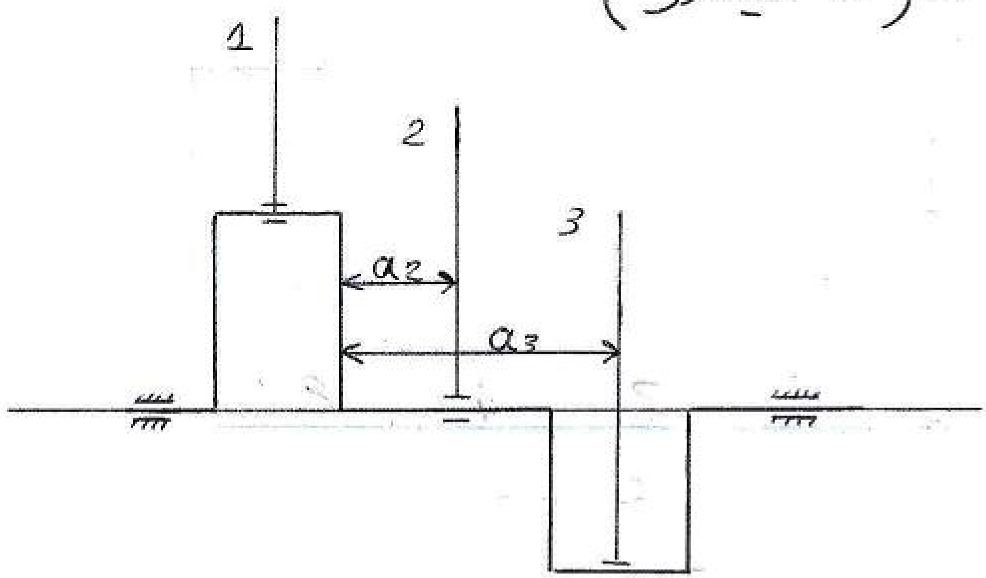
دو زمانه

(مطلوب است)



مسئله - (۳ سیلندر)





سیلندر	φ (deg)	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	2φ	$\sin 2\varphi$	$\cos 2\varphi$	a	$a\sin\varphi$	$a\cos\varphi$	$a\sin 2\varphi$	$a\cos 2\varphi$
1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
2	90	1	0	180	0	-1	a	a	0	0	$-a$
3	225	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	450	1	0	$2a$	$-\sqrt{2}a$	$\sqrt{2}a$	$2a$	0
Σ		$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$1+\frac{\sqrt{2}}{2}$		1	0		$a(1-\sqrt{2})$	$\sqrt{2}a$	$2a$	$-a$

* θ زاویه لنگ است نسبت به حرکت سیلندر که چون سیستم ما عمودی است θ_1 صفر است امّا اگر سیلندر رها در حالت افقی قرار بگیرند $\theta_1 = 90^\circ$ می شود.

* $F_{s1} = R\omega^2 (m'_p + m_p)\left[\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cos\theta_1 - \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sin\theta_1\right]$ اولیه

* $F_{s2} = \frac{-R^2\omega^2}{L}(m'_p + m_p)\left[\sin 2\theta_1\right]$ ثانویه

$$M_1 = R\omega^2 (m'p + mp)\left[\sqrt{2}\,a\cos\theta_1 - (1-\sqrt{2})\,a\sin\theta_1\right]$$

اوّلیه $$M_1 = aR\omega^2 (m'p + mp)\left[\sqrt{2}\cos\theta_1 - (1-\sqrt{2})\sin\theta_1\right]$$

ثانویه $$M_2 = \frac{-aR^2\omega^2}{L}(m'p + mp)\left[\cos 2\theta_1 + 2a\sin 2\theta_1\right]$$

* اگر گفتند در کدام θ_1 ، این عبارات Max است نسبت به θ_1 از آنها مشتق گرفته و مساوی صفر قرار می دهیم .

---

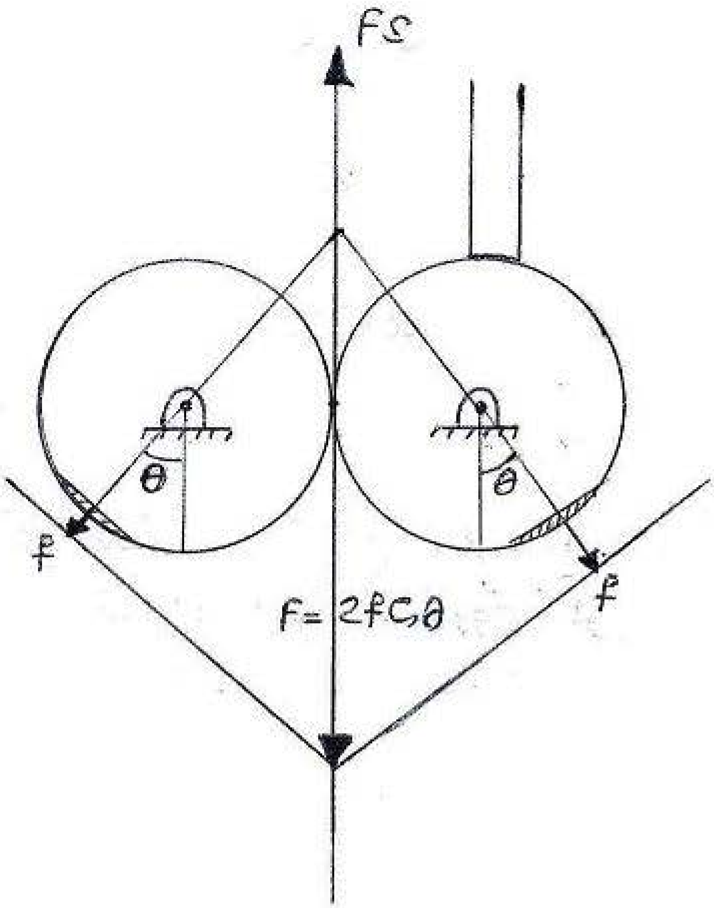
* اگر نیروها نابالانس بود اگر آنها را بالانس کنیم روش این است که نیرویی مساوی و در جهت مخالف وارد کنیم . اگر ما گشتاورها را بالانس کنیم روش این است که یک کوپل مخالف وارد می کنیم . اگر ما نیرو را بالانس کنیم گشتاورهم بالانس می شود .

---

* محل اثر نیروها ی $\left(h_1 = \frac{M_1}{F_{S1}}\right)$ $\left(h_2 = \frac{M_2}{F_{S2}}\right)$
F_{S1} و F_{S2} (از روابط فوق بهره می گیریم) .

---

* حال ما F_Sها و راستای آنها و محل اثرشان را داریم پس می توانیم عمل بالانس را انجام دهیم .



* شکل 9-20
برای بالانس
نیروها بکار می رود.

پایان

۷۲/۶/۱۳