

به نام خدا

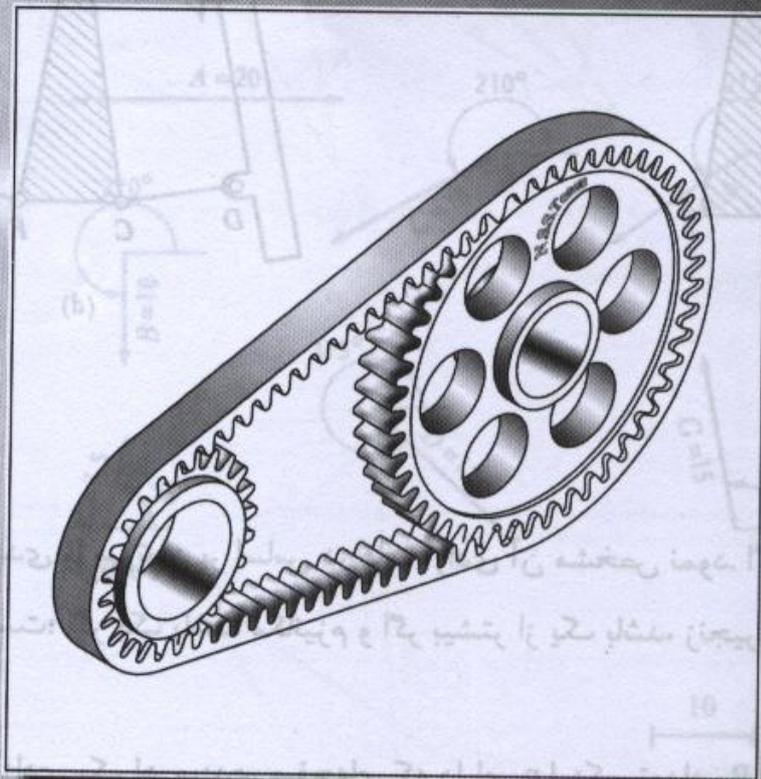
تذکر:

لین کتاب الکترونیک صرفاً برای معرفی کتاب تشریح مسائل سینماتیک و دینامیک ماشینها (ارتین) ارائه شده و هرگونه سوءاستفاده از آن بر عهده ی مانی باشد.

اگر شما قصد استفاده از لین کتاب را دارید، برای حمایت از مؤلفان آن حتماً آنرا خریداری کنید.

فصل اول

مفاهیم اساسی



(1-1) نوع هر یک از اهرم‌بندیها را در شکل P1-1 تعیین کنید که آیا یک مکانیزم، یک زنجیره سینماتیکی غیر مقید و یا یک سازه است؟
 (توجه: مستطیل کوچک در نقطه C از شکل a نشانگر آن است که BC و CD دو لینک مجزا که در C به هم پین شده باشند، نیستند و عضو BD یک لینک پیوسته است.)

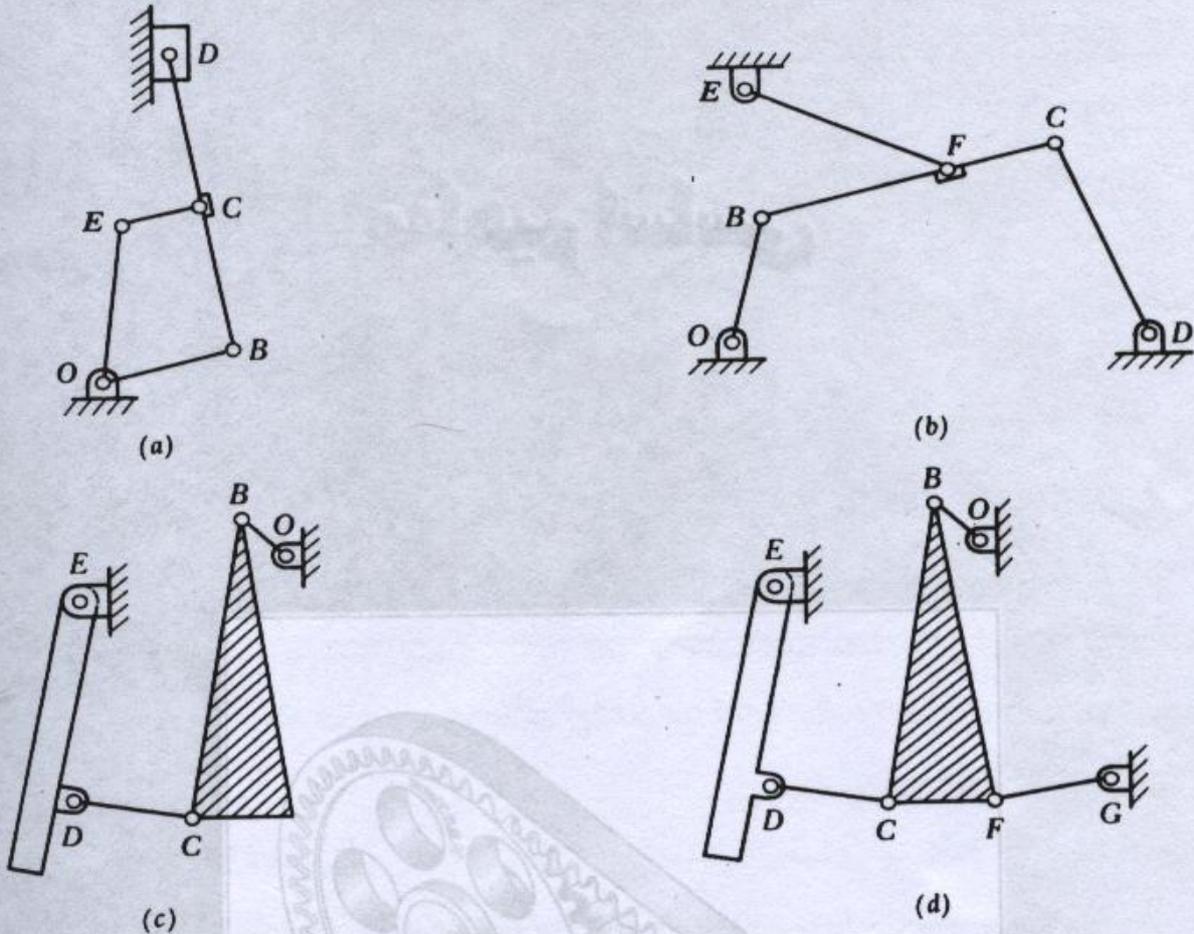


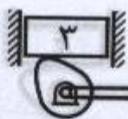
Figure P1-1

حل:

نوع یک اهرم‌بندی را می‌توان بر اساس درجات آزادی آن مشخص نمود. اگر درجه آزادی صفر باشد، اهرم‌بندی یک سازه است؛ اگر یک باشد، مکانیزم و اگر بیشتر از یک باشد، زنجیره سینماتیکی غیر مقید است.

تعداد درجات آزادی یک اهرم‌بندی صفحه‌ای که دارای n لینک، تعداد P_1 مفصل یک درجه آزادی و تعداد P_2 مفصل دو درجه آزادی می‌باشد، بر اساس معیار کوتزباخ به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$DOF = 3(n - 1) - 2P_1 - P_2$$



برای اهرم‌بندی‌های مسئله داریم:

(الف) $DOF = 3(6-1) - 2(7) - (0) = 1$ مکانیزم

(ب) $DOF = 3(5-1) - 2(6) - (0) = 0$ سازه

(ج) زنجیره سینماتیکی غیر مقید $DOF = 3(5-1) - 2(5) - (0) = 2$

(د) $DOF = 3(6-1) - 2(7) - (0) = 1$ مکانیزم

۲-۱) بردارهای شکل P1-2 را در نظر بگیرید. با استفاده از مقیاس (واحد 1 cm = 10) زیر را رسم کنید.

(الف) $\vec{H} = \vec{A} + \vec{B}$

(ب) $\vec{I} = \vec{A} - \vec{B}$

(ج) $\vec{J} = \vec{A} - \vec{C} + \vec{B} - \vec{E}$

(د) $\vec{K} = \vec{G} - \vec{F} + \vec{D} - \vec{C} + \vec{B}$

(ه) $\vec{L} = -\vec{D} + \vec{E} - \vec{F} - \vec{G}$

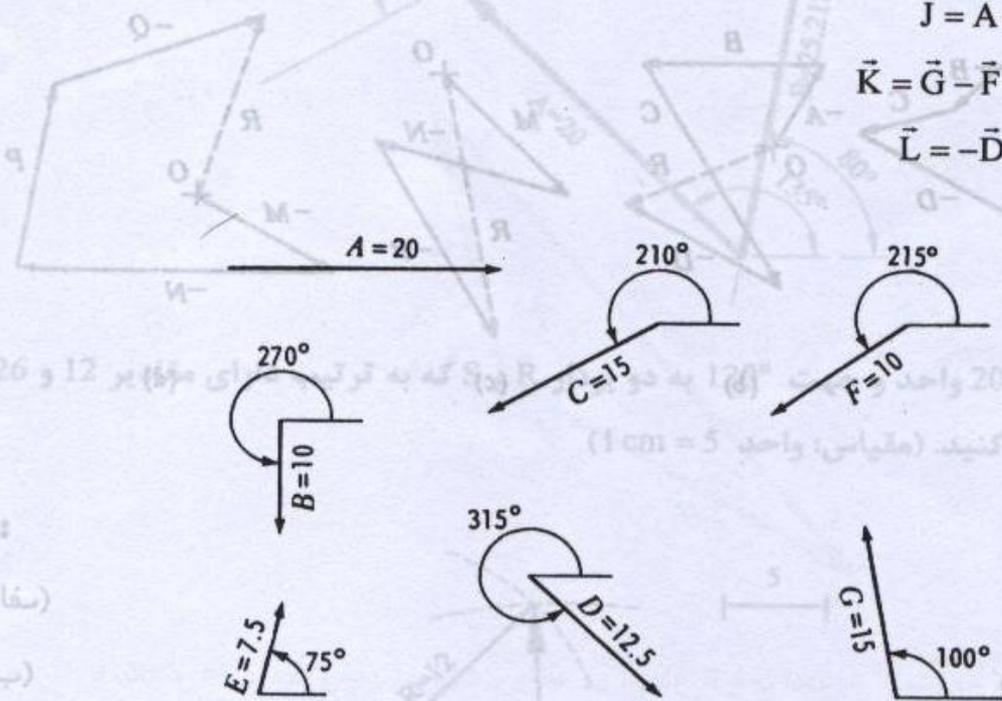
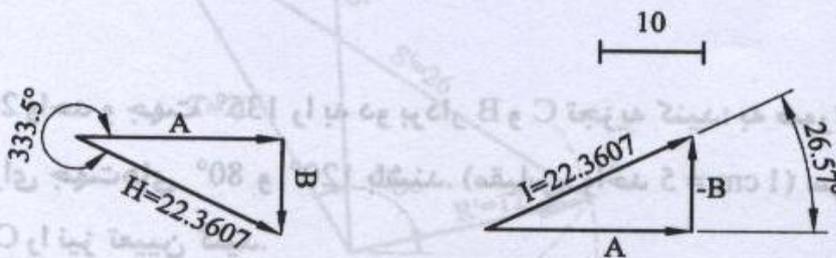
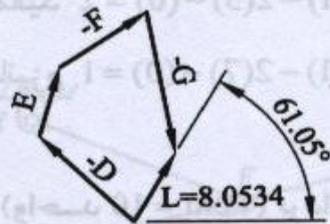
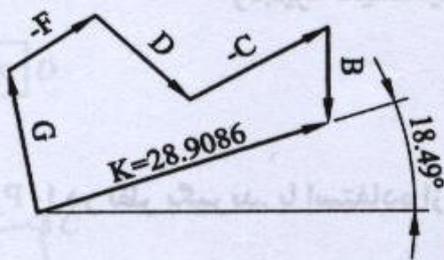
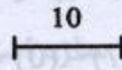
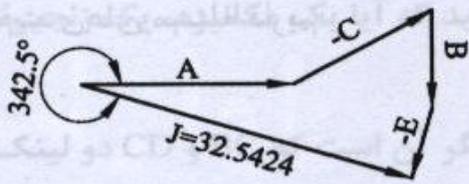
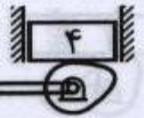


Figure P1-2

حل:





۳-۱) برای هر یک از چندضلعی‌های برداری شکل P1-3، معادله برداری را که بردار برآیند R را بدست می‌دهد، مشخص کنید.

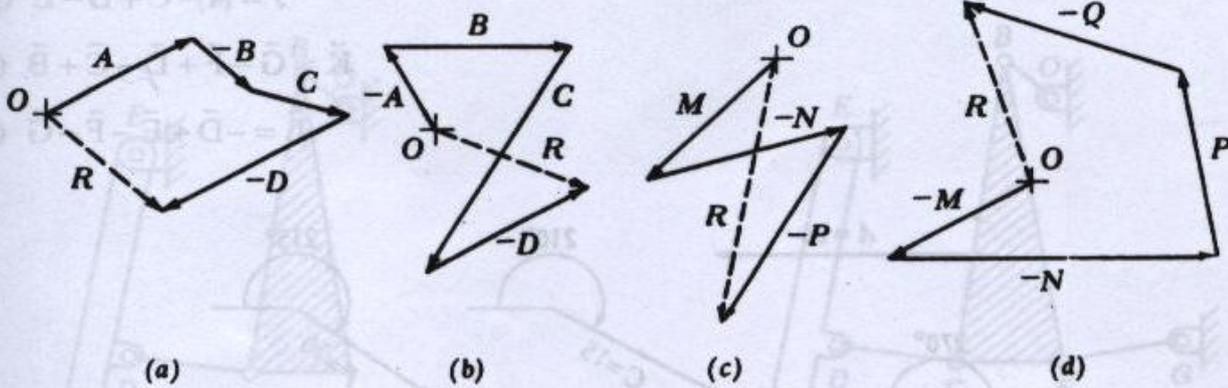


Figure P1-3

حل:

$$\vec{R} = \vec{A} - \vec{B} + \vec{C} - \vec{D}$$

(الف)

$$\vec{R} = -\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} - \vec{D}$$

(ب)

$$\vec{R} = \vec{M} - \vec{N} - \vec{P}$$

(ج)

$$\vec{R} = -\vec{M} - \vec{N} + \vec{P} - \vec{Q}$$

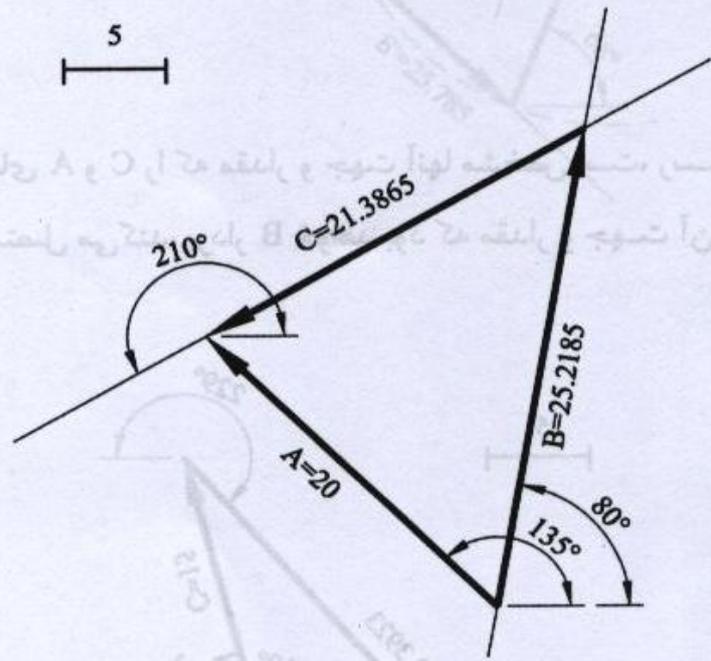
(د)

۴-۱) بردار A با مقدار 20 واحد و جهت 135° را به دو بردار B و C تجزیه کنید؛ به صورتی که بردارهای B و C به ترتیب دارای جهت‌های 80° و 120° باشند. (مقیاس: واحد $1 \text{ cm} = 5$) سپس مقدار هر یک از بردارهای B و C را نیز تعیین کنید.



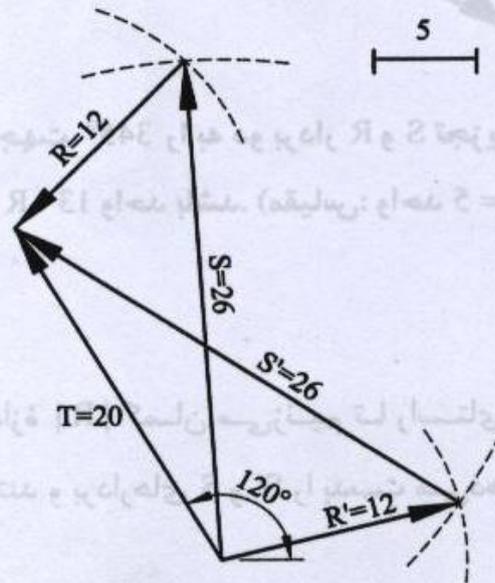
حل:

بردار A را که مقدار و جهت آن معلوم است، رسم می‌کنیم. از ابتدای آن خطی که نشان‌دهنده راستای بردار B است، با زاویه مربوط به آن رسم می‌کنیم. سپس از انتهای A خط نشان‌دهنده راستای بردار C با زاویه مربوطه را رسم می‌کنیم تا خط قبلی را قطع کند. دو ضلع بدست آمده، بردارهای B و C را تشکیل می‌دهند که با اندازه‌گیری مقادیر آنها تعیین می‌شود.



۵-۱) بردار T با مقدار 20 واحد و جهت 120° به دو بردار R و S که به ترتیب دارای مقادیر 12 و 26 واحد هستند، تجزیه کنید. (مقیاس: واحد $1\text{ cm} = 5$)

حل:

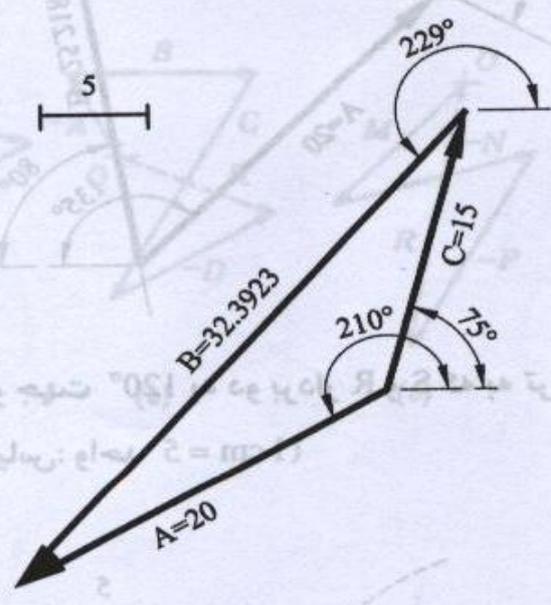


از ابتدا و انتهای بردار T دو کمان به شعاعهای معلوم $|R|$ و $|S|$ می‌زنیم. نقاط تقاطع کمانها را به ابتدا و انتهای T وصل می‌کنیم. (واضح است که مسئله دو جواب دارد.)

۶-۱) بردار A با مقدار 20 واحد و جهت 210° را به دو بردار B و C تجزیه کنید؛ به طوری که بردار C دارای مقدار 15 و جهت 75° باشد. (مقیاس: واحد $1\text{ cm} = 5$) اندازه و جهت بردار B را تعیین نمایید.

حل:

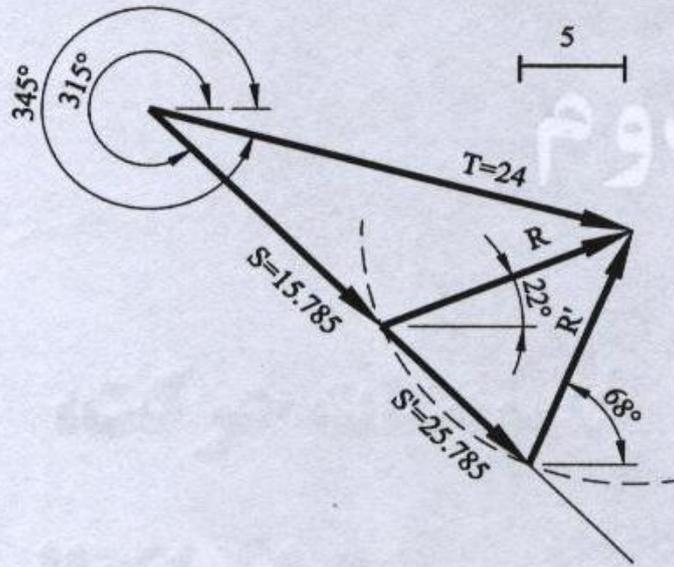
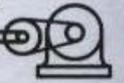
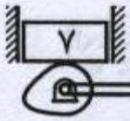
از یک نقطه بردارهای A و C را که مقدار و جهت آنها مشخص است، رسم می‌کنیم. برداری که انتهای C را به انتهای A متصل می‌کند، بردار B خواهد بود که مقدار و جهت آن روی شکل اندازه‌گیری شده است.



۷-۱) بردار T با مقدار 24 واحد و جهت 345° را به دو بردار R و S تجزیه کنید؛ به نحوی که بردار S دارای جهت 315° و مقدار بردار R، 13 واحد باشد. (مقیاس: واحد $1\text{ cm} = 5$) روی شکل مقدار بردار S را نشان دهید.

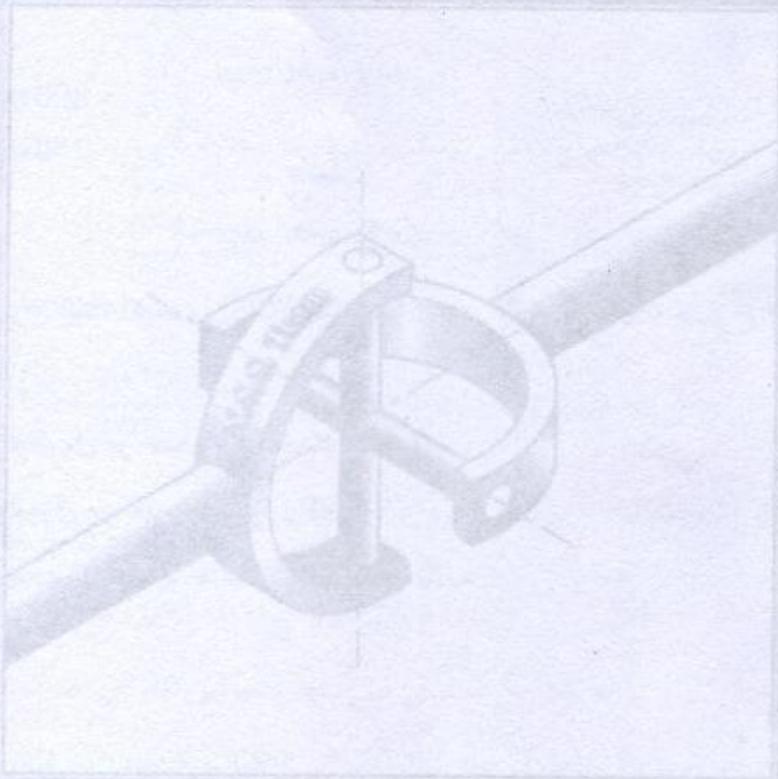
حل:

از انتهای بردار T به اندازه $|R|$ کمان می‌زنیم تا راستای بردار S را قطع کند. دو نقطه تقاطع بدست آمده قابل قبول هستند و بردارهای S و S' را بدست می‌دهند که روی شکل اندازه‌گیری شده‌اند. بردارهای B و C را نیز همین‌گونه کنید.



فصل دوم

معماری اکتیوال حرکت



۲-۱) یک استوانه فولادی با قطر 150 mm در دستگاه تراش، تراشکاری می‌شود. اگر سرعت برش 30 متر بر دقیقه باشد، سرعت دوران را بر حسب دور بر دقیقه بدست آورید.

حل:

$$d = 150 \text{ mm} \quad V = 30 \text{ m/min}$$

$$R = \frac{d}{2} = 75 \text{ mm}$$

$$V = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{V}{R}$$

$$\omega = \frac{30 \text{ m/min}}{75 \times 10^{-3} \text{ m}} = 400 \text{ rad/min}$$

$$\omega = 400 \text{ rad/min} \times \frac{\text{rev}}{2\pi \text{ rad}} \Rightarrow \omega = 63.662 \text{ rpm}$$

۲-۲) دو نقطه B و C روی یک خط شعاعی بر روی یک دیسک دوار قرار دارند. فاصله آنها از هم 50 میلی‌متر، $V_B = 200 \text{ m/min}$ و $V_C = 250 \text{ m/min}$ می‌باشد. شعاع دوران هر یک از نقاط را بیابید.

حل:

$$\begin{aligned} V_B = 200 \text{ m/min} & \quad \begin{cases} V_B = r_B \omega = 200 \text{ m/min} \\ V_C = r_C \omega = 250 \text{ m/min} \end{cases} & \quad \begin{cases} r_C - r_B = 50 \text{ mm} \\ \frac{r_B}{r_C} = 0.8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_B = 200 \text{ mm} \\ r_C = 250 \text{ mm} \end{cases} \end{aligned}$$

۲-۳) قطر خارجی چرخ یک اتومبیل 700 میلی‌متر است. اگر سرعت چرخ 700 دور در دقیقه باشد، مطلوبست:

الف) سرعت اتومبیل بر حسب کیلومتر بر ساعت

ب) سرعت اتومبیل بر حسب متر بر ثانیه

ج) سرعت زاویه‌ای چرخ بر حسب رادیان بر ثانیه

حل:

$$d = 700 \text{ mm}$$

$$\omega = 700 \text{ rev/min} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}} = 4398.23 \text{ rad/min}$$

$$V = R\omega = (350 \times 10^{-3} \text{ m})(4398.23) = 1539.4 \text{ m/min}$$

$$V = 1539.4 \text{ (m/min)} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \Rightarrow V = 92.36 \text{ km/h}$$

الف)



$$V = 92.36(\text{km/h}) \times \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \Rightarrow V = 25.66\text{m/s} \quad (\text{ب})$$

$$\omega = 4398.23(\text{rad/min}) \times \frac{1\text{min}}{60\text{s}} \Rightarrow \omega = 73.3\text{rad/s} \quad (\text{ج})$$

۴-۲) موتور یک اتومبیل دارای سیلندر با قطر 100 میلیمتر و طول کورس پیستون برابر با 90 میلیمتر می باشد. اتومبیل با سرعت 90 کیلومتر در ساعت حرکت می کند و قطر خارجی چرخها برابر 700 میلیمتر می باشد. اگر تعداد دور موتور 4 برابر تعداد دور چرخها باشد، مطلوبست:

الف) دور چرخها بر حسب دور بر دقیقه (rpm)

ب) دور موتور بر حسب دور بر دقیقه (rpm)

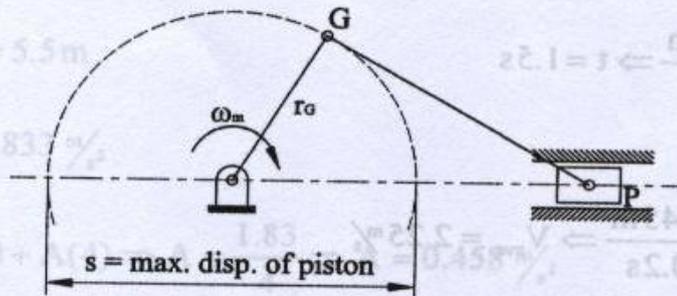
ج) سرعت گژن پین بر حسب متر بر دقیقه

د) سرعت زاویه ای لنگ بر حسب رادیان بر دقیقه

ه) سرعت متوسط پیستون بر حسب متر بر دقیقه

و) مسافتی که پیستون طی می کند، اگر اتومبیل 1.5 کیلومتر بیاید.

حل:



$$d_c = 100\text{mm} \quad s = 90\text{mm} \quad d_w = 700\text{mm} \quad V = 90\text{km/h}$$

$$\omega_w = \frac{V}{\frac{d_w}{2}} = \frac{90\text{km/h}}{350\text{mm}} = \frac{90 \left(\frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} \right)}{350 \times 10^{-3}\text{m}} = 71.429\text{rad/s} = 71.429 \left(\frac{60}{2\pi} \right) \text{rev/min} \quad (\text{الف})$$

$$\omega_w = 682.09\text{rpm} \quad \text{سرعت چرخ}$$

$$\omega_M = 4\omega_w \Rightarrow \omega_M = 4 \times 682.093 \Rightarrow \omega_M = 2728.37\text{rpm} \quad (\text{ب})$$

ج) گژن پین، انتهای میل لنگ را به شاتون متصل می کند. بنابراین دارای حرکت دایره ای با سرعت

زاویه ای موتور می باشد. شعاع چرخش آن (طول میل لنگ) برابر با نصف کورس پیستون می باشد.

$$r_G = \frac{s}{2} = 45\text{mm}$$

$$V_G = r_G \omega_G \Rightarrow V_G = 771.4\text{m/min}$$

(د) $\omega_M = 2728.37 \text{ rev/min} \times 2\pi \text{ rad/rev} \Rightarrow \omega_M = 17142.9 \text{ rad/min}$

(ه) $T = \frac{2\pi}{\omega_M} = 0.022 \text{ s}$ (زمان یک دور موتور (طی شدن دو برابر کورس)

$V_{ave} = \frac{2s}{T} \Rightarrow V_{ave} = 491.1 \text{ m/min}$

(و) $t = \frac{1.5 \text{ km}}{V} \Rightarrow t = 60 \text{ s}$ (زمان طی 1.5 km) $\Delta x = V_{ave} t \Rightarrow \Delta x = 491.1 \text{ m}$

۵-۲) جسمی با سرعت ثابت 0.3 m/s مسافت 450 میلیمتر را طی می کند.

الف) زمان لازم این حرکت چند ثانیه است؟

ب) اگر این جسم همان مسافت 450 میلیمتر را در مدت 0.2 ثانیه با سرعت متغیر طی می نمود،

سرعت متوسط آن را بر حسب متر بر ثانیه بیابید.

حل:

$s = 450 \text{ mm}, V = 0.3 \text{ m/s}$

$s = Vt \Rightarrow t = \frac{s}{V} = \frac{450 \text{ mm}}{0.3 \text{ m/s}} \Rightarrow t = 1.5 \text{ s}$

الف)

$s = 450 \text{ mm}, t = 0.2 \text{ s}$

ب)

$s = V_{ave} t \Rightarrow V_{ave} = \frac{s}{t} = \frac{0.45 \text{ m}}{0.2 \text{ s}} \Rightarrow V_{ave} = 2.25 \text{ m/s}$

۶-۲) اتومبیلی در یک حرکت شتاب دار سرعت خود را از 30 کیلومتر در ساعت به 90 کیلومتر در ساعت

می رساند. اتومبیل در این حرکت که 5 ثانیه به طول می انجامد، 90 متر جابجا می شود.

الف) اگر این حرکت با شتاب ثابت باشد، مقدار شتاب را بر حسب متر بر مجذور ثانیه بیابید.

ب) اگر حرکت با شتاب ثابت نباشد، مقدار شتاب متوسط بر حسب متر بر مجذور ثانیه چقدر

است؟

حل:

$s = 90 \text{ m}, t = 5 \text{ s}, V_0 = 30 \text{ km/h}, V = 90 \text{ km/h}$

$V_0 = 30 \text{ km/h} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 8.33 \text{ m/s}$

$V = 90 \text{ km/h} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$

$$A = \frac{V - V_0}{t} = \frac{25 - 8.33}{5} \Rightarrow A = 3.333 \text{ m/s}^2$$

(ب) می‌دانیم که متوسط شتاب در بازه (t_1, t_2) عبارت است از $A_{ave} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} A(t) dt}{t_2 - t_1}$ از طرفی:

$$dV = A dt \Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} dV = \int_{t_1}^{t_2} A(t) dt \Rightarrow V_2 - V_1 = A_{ave}(t_2 - t_1)$$

$$\Rightarrow A_{ave} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{V - V_0}{t} = 3.333 \text{ m/s}^2$$

۷-۲) ذره‌ای از حال سکون با شتاب ثابت به راه می‌افتد و پس از 4 ثانیه به سرعتی می‌رسد که می‌تواند با این مقدار سرعت ثابت، مسافت 5.5 متر را در مدت 3 ثانیه بپیماید. مقدار شتاب را در 4 ثانیه اول و سرعت را در انتهای آن (پایان 4 ثانیه) بیابید.

حل:

$$V_0 = 0, \quad A = cte, \quad t = 4s$$

$$V = cte, \quad t = 3s, \quad s = 5.5m$$

$$V = \frac{s}{t} = \frac{5.5m}{3s} \Rightarrow V = 1.833 \text{ m/s}$$

$$V = V_0 + At \Rightarrow 1.83 = 0 + A(4) \Rightarrow A = \frac{1.83}{4} \Rightarrow A = 0.458 \text{ m/s}^2$$

۸-۲) موتور از حال سکون، شتاب می‌گیرد و در مدت 5 ثانیه به سرعت 2000 دور در دقیقه می‌رسد. با فرض ثابت بودن شتاب زاویه‌ای،

الف) مقدار شتاب زاویه‌ای میل‌لنگ را بر حسب رادیان بر مجذور ثانیه بیابید.

ب) میل‌لنگ تا رسیدن به سرعت مذکور چند دور چرخیده است؟

حل:

$$t = 5s, \quad \omega_0 = 0, \quad \omega = 2000 \text{ rev/min}, \quad \alpha = cte$$

$$\omega = 2000 \text{ rev/min} \times \frac{1 \text{ min}}{60s} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = 209.44 \text{ rad/s}$$

الف)

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{209.44 \text{ rad/s}}{5s} \Rightarrow \alpha = 41.888 \text{ rad/s}^2$$

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0$$

$$\theta = \frac{1}{2}(41.89)25 = 523.62$$

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{523.62}{2\pi} \Rightarrow n = 83.33 \text{ rev}$$

۹-۲) سرعت یک دیسک با قطر 250 میلیمتر در یک حرکت شتاب ثابت در طی 20 ثانیه از 1000 دور در دقیقه به 2000 دور در دقیقه می‌رسد.

الف) مقدار شتاب زاویه‌ای را بر حسب رادیان بر مجذور ثانیه بیابید.

ب) در مدت 20 ثانیه، دیسک چند دور چرخیده است؟

حل:

$$d = 250 \text{ mm}, \quad \alpha = \text{cte}, \quad t = 20 \text{ s}$$

$$\omega_0 = 1000 \text{ rev/min}, \quad \omega = 2000 \text{ rev/min}$$

$$\omega_0 = 1000 \times \frac{2\pi}{60} = 104.72 \text{ rad/s}$$

$$\omega = 2000 \times \frac{2\pi}{60} = 209.44 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{209.44 - 104.72}{20} \Rightarrow \alpha = 5.236 \text{ rad/s}^2$$

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0$$

$$\theta = \frac{1}{2} \times 5.236 \times (20)^2 + 104.72(20) = 3141.6 \text{ rad}$$

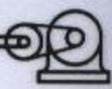
$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{3141.6}{2\pi} \Rightarrow n = 500 \text{ دور}$$

۱۰-۲) در مسئله ۲-۸ اگر طول کورس پیستون برابر 100 سانتیمتر (دو برابر طول لنگ) باشد، مطلوب

است:

الف) مؤلفه مماسی شتاب انتهای لنگ بر حسب متر بر مجذور ثانیه (هنگامی که سرعت در حال

افزایش است).



ب) مؤلفه عمودی شتاب بر حسب متر بر مجذور ثانیه، هنگامی که سرعت به 2000 دور در دقیقه رسیده است.

حل:

$$s = 100 \text{ cm}, \quad r = \frac{s}{2} = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$$

از مسئله ۸-۲ داریم $\alpha = 41.888 \text{ rad/s}^2$

$$A^t = r\alpha = 0.5 \times 41.888 \Rightarrow A^t = 20.944 \text{ m/s}^2 \quad \text{الف)}$$

$$\omega = 2000 \text{ rev/min} = 209.44 \text{ rad/s} \quad \text{ب)}$$

$$A^n = r\omega^2 = 0.5 \times (209.44)^2 \Rightarrow A^n = 21932.454 \text{ m/s}^2$$

۱۱-۲) روتور یک موتور توربوجت با سرعت 12000 دور در دقیقه می چرخد. سرعت را بر حسب متر بر ثانیه و شتاب را بر حسب متر بر مجذور ثانیه برای نقطه‌ای که روی محیط روتور کمپرسور با قطر 900 میلیمتر واقع است، بدست آورید.

حل:

$$d = 900 \text{ mm}, \quad \omega = 12000 \text{ rpm}$$

$$\omega = 12000 \times \frac{2\pi}{60} = 1257 \text{ rad/s}$$

$$r = \frac{d}{2} = 450 \text{ mm} = 0.45 \text{ m}$$

$$V = r\omega = 0.45 \text{ m} \times (1257 \text{ rad/s}) \Rightarrow V = 565.487 \text{ m/s}$$

$$A = \sqrt{(A^t)^2 + (A^n)^2}, \quad A^t = 0 \Rightarrow A = A^n$$

$$A^n = \frac{V^2}{r} = \frac{(565.487)^2}{0.45} \Rightarrow A^n = 710611.5 \text{ m/s}^2$$

۱۲-۲) برای مکانیزم یوغ اسکاچ (Scotch-Yoke) در شکل P2-12 اگر $R = 200 \text{ mm}$ و $\theta = 60^\circ$ و سرعت لنگ 200 دور در دقیقه باشد، سرعت لغزنده را بر حسب متر بر ثانیه و شتاب آن را بر حسب متر بر مجذور ثانیه بیابید.

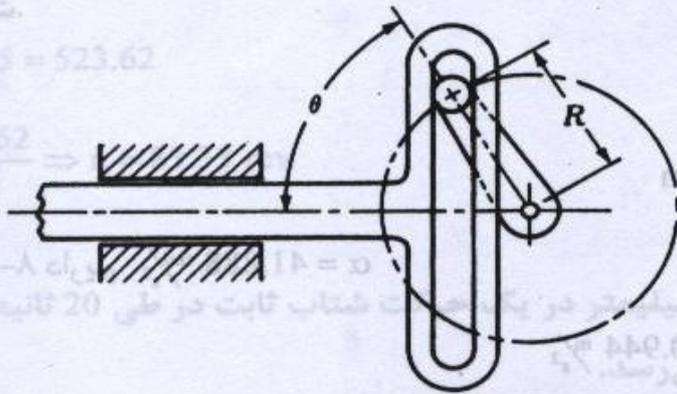


Figure P2-12

حل:

$R = 200 \text{ mm}, \theta = 60^\circ, \omega = 200 \text{ rpm}$

$\omega = 200 \times \frac{2\pi}{60} = \frac{20\pi}{3} \text{ rad/s}$

$V = -R\omega \sin \theta \Rightarrow \omega = -0.2 \times \frac{20\pi}{3} \times \sin \frac{\pi}{3}$

$V = -3.628 \text{ m/s}$

$A = -R\omega^2 \cos \theta$

$A = -0.2 \left(\frac{20\pi}{3}\right)^2 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow A = -43.865 \text{ m/s}^2$

۲-۱۳) اگر طول کورس لغزنده در مکانیزم شکل P2-12، 350 میلیمتر و زمان طی یک کورس 0.125 ثانیه باشد، مطلوب است:

الف) تعداد دور لنگ در هر دقیقه

ب) ماکزیمم سرعت لغزنده بر حسب متر بر ثانیه

ج) ماکزیمم شتاب لغزنده بر حسب متر بر مجذور ثانیه

حل:

$s = 350 \text{ mm}, t = 0.125 \text{ s}$

زمان یک دور $T = 2t = 0.25 \text{ s}$ شعاع لنگ $r = \frac{s}{2} = 0.175 \text{ m}$

(الف) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.25s} \times 1 \text{ rev} / 2\pi \text{ rad} \times 60s / 1 \text{ min} \Rightarrow \omega = 240 \text{ rpm}$

(ب) $V_{\max} = r\omega = 0.175 \times 240 \left(\frac{2\pi}{60}\right) \Rightarrow V_{\max} = 4.398 \text{ m/s}$

(ج) $A_{\max} = r\omega^2 = 0.175 \times (240 \times \frac{2\pi}{60})^2 \Rightarrow A_{\max} = 110.54 \text{ m/s}^2$

۱۴-۲) دستگاه‌های اندازه‌گیری ارتعاشات نشان می‌دهد جسمی دارای حرکت نوسانی با سرعت 420 دور در دقیقه و ماکزیمم شتاب 750 میلیمتر بر مجذور ثانیه می‌باشد. مطلوب است:

(الف) دامنه نوسان

(ب) ماکزیمم سرعت

حل:

$\omega = 420 \times \frac{2\pi}{60} = 43.982 \text{ rad/s}$

$A = 750 \text{ mm/s}^2 = 0.75 \text{ m/s}^2$

(الف) $A_{\max} = R\omega^2 \Rightarrow R = \frac{A_{\max}}{\omega^2} \Rightarrow R = \frac{0.75}{(43.982)^2} \Rightarrow R = 0.388 \text{ mm}$

(ب) $V = -R\omega \sin \omega t$

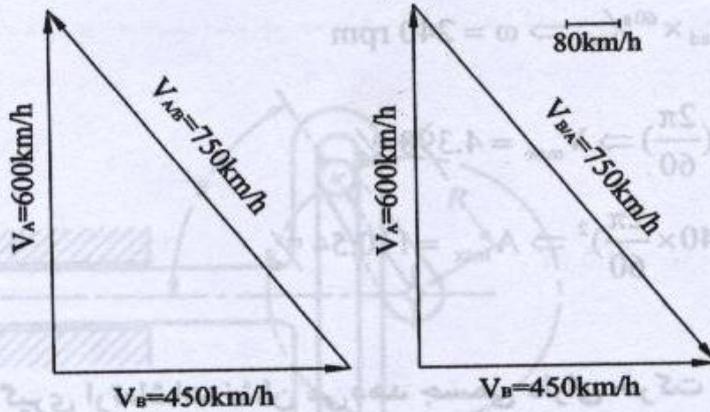
$V_{\max} = -R\omega \Rightarrow V_{\max} = -0.0171 \text{ m/s}$

۱۵-۲) هواپیمای A مستقیماً به طرف شمال با سرعت 600 کیلومتر در ساعت و همزمان هواپیمای B مستقیماً به طرف شرق با سرعت 450 کیلومتر در ساعت پرواز می‌کند. سرعت A نسبت به B و سرعت B نسبت به A را بدست آورید.

برای هر حالت رابطه برداری را بنویسید و بردارها را با مقیاس $1 \text{ mm} = 8 \text{ km/h}$ رسم کنید. جهت شمال را به طرف بالای کاغذ در نظر بگیرید و همه بردارها را نامگذاری کنید. سپس جوابهایتان را به صورت ترسیمی تعیین کنید.

حل:

$\vec{V}_{B/A} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$, $\vec{V}_{A/B} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$



۱۶-۲) هواپیمایی مستقیماً به طرف شرق از شهر M به شهر N که با هم 600 کیلومتر فاصله دارند، پرواز می‌کند. سرعت هواپیما نسبت به هوا 300 کیلومتر در ساعت می‌باشد. باد با سرعت 90 کیلومتر در ساعت به طرف جنوب می‌وزد. تعیین کنید هواپیما باید به کدام جهت هدایت شود (منحرف باشد) و این سفر چند ساعت به طول می‌انجامد؟

رابطه برداری اصلی را بنویسید و برای هواپیما از اندیس P و برای باد از اندیس A استفاده کنید. بردارها را با مقیاس $1 \text{ mm} = 45 \text{ km/h}$ رسم کنید و جوابها را تعیین کنید.

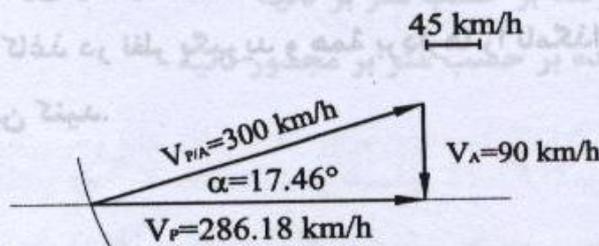
حل:

$$\vec{V}_{P/A} = 300 \text{ km/h} \quad \vec{V}_A = 90 \text{ km/h} \quad \text{به سمت جنوب} \quad \vec{V}_P \text{ به سمت شرق} \quad s = 600 \text{ km}$$

$$\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{V}_{P/A} \quad \text{بر اساس رابطه سرعت نسبی داریم:}$$

مقدار و جهت \vec{V}_A مشخص است. بنابراین می‌توان آن را رسم نمود. جهت بردار V_P نیز مشخص است (افقی به سمت شرق). بنابراین امتداد آن را از انتهای بردار V_A رسم می‌کنیم.

اندازه بردار $V_{P/A}$ معلوم است. بنابراین به اندازه آن کمانی به مرکز ابتدای \vec{V}_A رسم می‌کنیم تا راستای \vec{V}_P را قطع کند. بنابراین مثلث سرعت مطابق شکل رسم می‌شود. مقدار سرعت مطلق هواپیما و زاویه انحراف آن مشخص می‌شود:



$$t = \frac{s}{V_P} = \frac{600 \text{ km}}{286.18 \text{ km/h}} \Rightarrow t = 2.097 \text{ h}$$

زمان حرکت هواپیما:

۱۷-۲) ماشین شکل P2-17 با سرعت 30 mi/h به سمت راست حرکت می کند. چرخهای 2 و 4 به ترتیب دارای قطرهای 36 و 24 اینچ می باشند. برای کشیدن شکل از مقیاس $1 \text{ in} = 20 \text{ in}$ استفاده کنید. سرعتهای V_{O_2} ، V_B ، V_{B/O_2} ، V_C و $V_{B/C}$ را بر حسب فوت بر ثانیه پیدا کنید. بردارها را با مقیاس $1 \text{ in} = 30 \text{ ft/s}$ رسم کنید. همچنین ω_2 ، ω_4 و $\omega_{2/4}$ را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

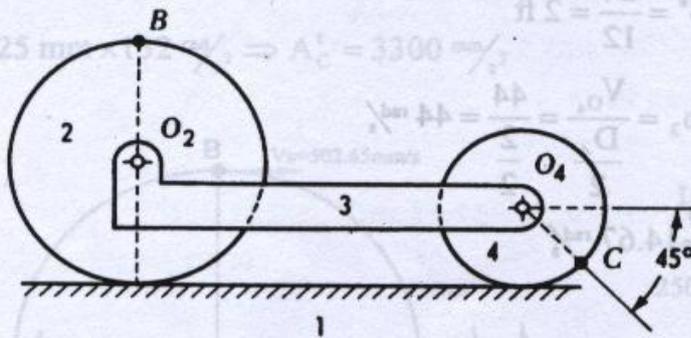


Figure P2-17

حل:

$$V_{O_2} = V_{O_4} = 30 \text{ mi/h} = 30 (1.61) \text{ km/h} = 30 (1.61) \frac{1000(3.28) \text{ ft}}{3600 \text{ s}} = 44 \text{ ft/s}$$

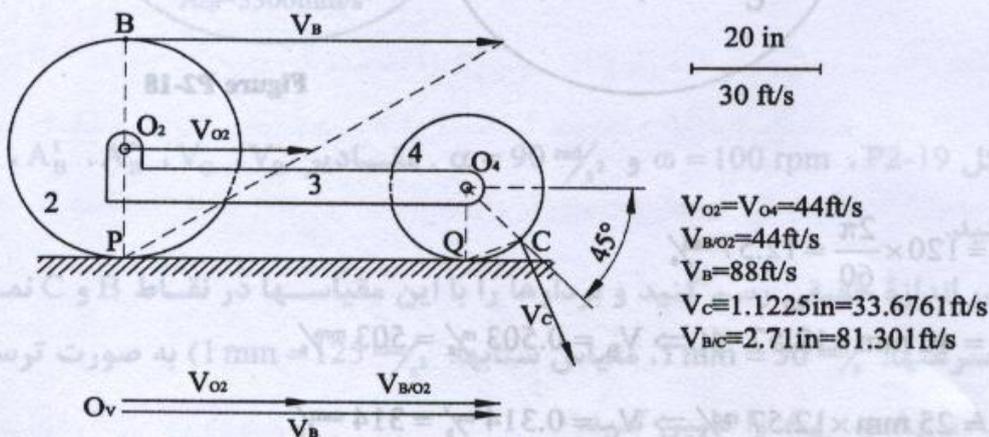
$$V_B = 2V_{O_2} = 2(44) = 88 \text{ ft/s}$$

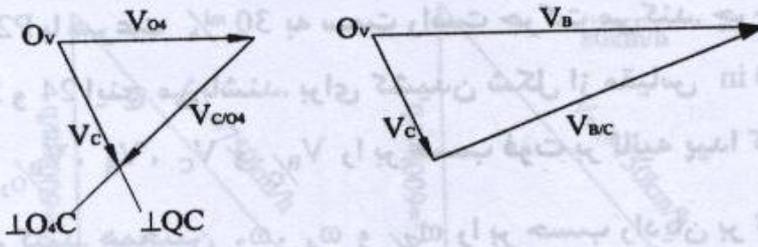
$$\vec{V}_B = \vec{V}_{O_2} + \vec{V}_{B/O_2}$$

$$\vec{V}_C = \vec{V}_{O_4} + \vec{V}_{C/O_4}$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_C + \vec{V}_{B/C}$$

مثلتهای مربوط به سرعتهای نسبی در شکل رسم شده و مقادیر بردارها نشان داده شده اند.





$$D_2 = 36'' = \frac{36}{12} = 3 \text{ ft}, \quad D_4 = 24'' = \frac{24}{12} = 2 \text{ ft}$$

$$\omega_2 = \frac{V_{O_2}}{D_2} = \frac{44}{3} = 29.33 \text{ rad/s}, \quad \omega_3 = \frac{V_{O_4}}{D_4} = \frac{44}{2} = 44 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{2/4} = \omega_2 - \omega_4 = 29.33 - 44 = -14.67 \text{ rad/s}$$

۱۸-۲) دیسک شکل P2-18 دارای $\omega = 120 \text{ rpm}$ و $\alpha = 132 \text{ rad/s}^2$ است. با فرض $OB = 40 \text{ mm}$ و

$OC = 25 \text{ mm}$ ، مقادیر $V_C, V_B, A_C^t, A_C^n, A_B^t, A_B^n$ را بدست آورید.

دیسک را در اندازه حقیقی رسم کنید و بردارها را با این مقیاسها در نقاط B و C نمایش دهید.

(مقیاس سرعتها: $1 \text{ mm} = 30 \text{ mm/s}$ و مقیاس شتابها: $1 \text{ mm} = 250 \text{ mm/s}^2$) به صورت ترسیمی مقادیر

$A_C, A_B, V_C/B$ و A_C/B را تعیین کنید.

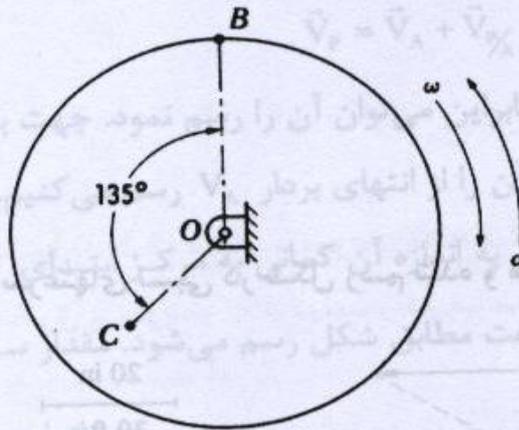


Figure P2-18

حل:

$$\omega = 120 \text{ rpm} = 120 \times \frac{2\pi}{60} = 12.57 \text{ rad/s}$$

$$V_B = \overline{OB} \times \omega = 40 \text{ mm} \times 12.57 \text{ rad/s} \Rightarrow V_B = 0.503 \text{ m/s} = 503 \text{ mm/s}$$

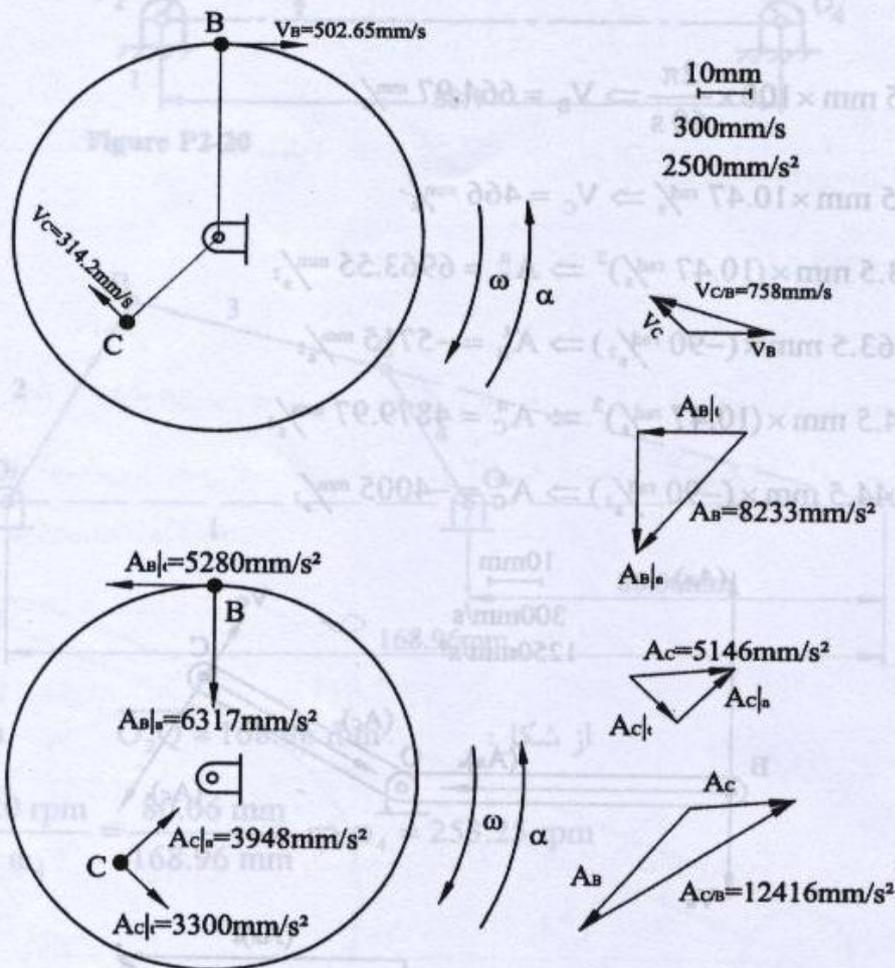
$$V_C = \overline{OC} \times \omega = 25 \text{ mm} \times 12.57 \text{ rad/s} \Rightarrow V_C = 0.314 \text{ m/s} = 314 \text{ mm/s}$$

$$A_B^n = \frac{V_B^2}{OB} = \frac{(503 \text{ mm/s})^2}{40 \text{ mm}} \Rightarrow A_B^n = 6317 \text{ mm/s}^2$$

$$A_B^t = \overline{OB} \times \alpha = 40 \text{ mm} \times 132 \text{ rad/s}^2 \Rightarrow A_B^t = 5280 \text{ mm/s}^2$$

$$A_C^n = \frac{V_C^2}{OC} = \frac{(314 \text{ mm/s})^2}{25 \text{ mm}} \Rightarrow A_C^n = 3948 \text{ mm/s}^2$$

$$A_C^t = \overline{OC} \times \alpha = 25 \text{ mm} \times 132 \text{ rad/s}^2 \Rightarrow A_C^t = 3300 \text{ mm/s}^2$$



۱۹-۲) در شکل P2-19، $\omega = 100 \text{ rpm}$ و $\alpha = 90 \text{ rad/s}^2$. مقادیر V_B ، V_C ، A_B^n ، A_B^t ، A_C^n و A_C^t را تعیین کنید.

عضو را در اندازه حقیقی رسم کنید و بردارها را با این مقیاسها در نقاط B و C نمایش دهید. (مقیاس سرعتها: $1 \text{ mm} = 30 \text{ mm/s}$ ، مقیاس شتابها: $1 \text{ mm} = 125 \text{ mm/s}^2$) به صورت ترسیمی مقادیر

A_B ، A_C ، $V_{B/C}$ و $A_{B/C}$ را تعیین کنید.

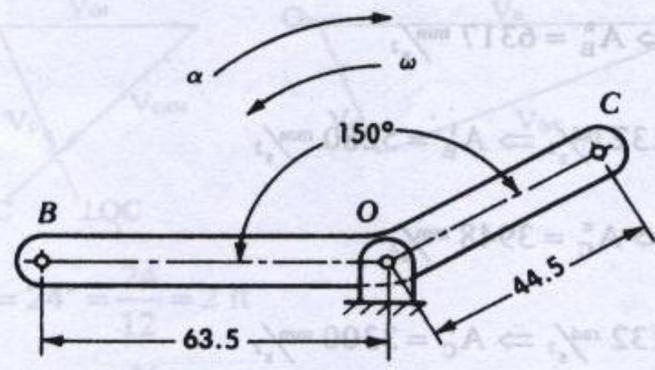


Figure P2-19

حل:

$$V_B = \overline{OB} \omega = 63.5 \text{ mm} \times 100 \times \frac{2\pi}{60 \text{ s}} \Rightarrow V_B = 664.97 \text{ mm/s}$$

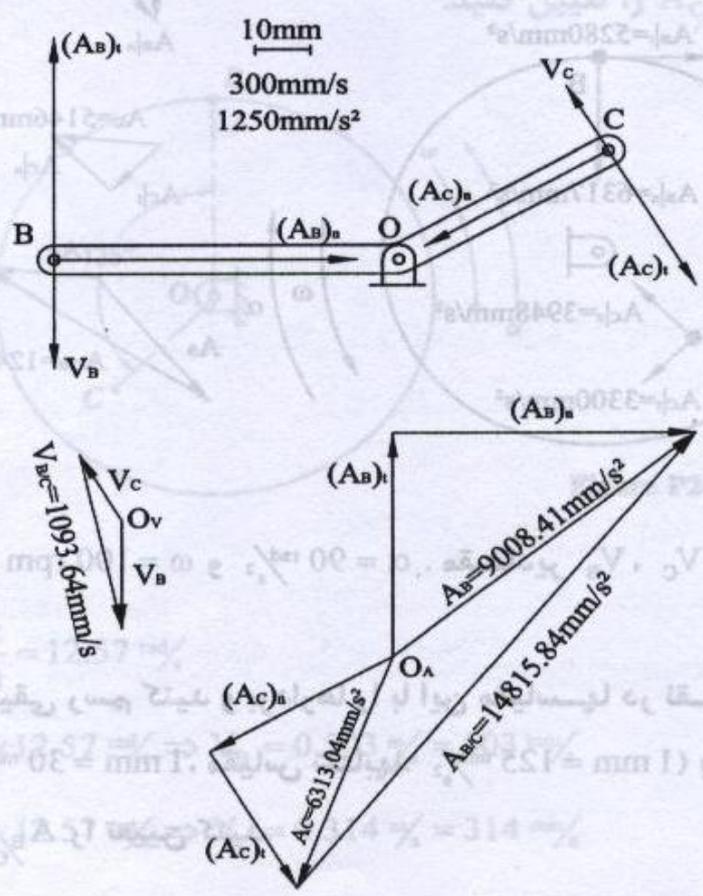
$$V_C = \overline{OC} \omega = 44.5 \text{ mm} \times 10.47 \text{ rad/s} \Rightarrow V_C = 466 \text{ mm/s}$$

$$A_B^n = \overline{OB} \omega^2 = 63.5 \text{ mm} \times (10.47 \text{ rad/s})^2 \Rightarrow A_B^n = 6963.55 \text{ mm/s}^2$$

$$A_B^t = \overline{OB}(-\alpha) = 63.5 \text{ mm} \times (-90 \text{ rad/s}^2) \Rightarrow A_B^t = -5715 \text{ mm/s}^2$$

$$A_C^n = \overline{OC} \omega^2 = 44.5 \text{ mm} \times (10.47 \text{ rad/s})^2 \Rightarrow A_C^n = 4879.97 \text{ mm/s}^2$$

$$A_C^t = \overline{OC}(-\alpha) = 44.5 \text{ mm} \times (-90 \text{ rad/s}^2) \Rightarrow A_C^t = -4005 \text{ mm/s}^2$$



۲-۲۰) در شکل P2-20، $\omega_2 = 120 \text{ rpm}$ و پادساعتگرد است. مقدار سرعت زاویه‌ای لینک 4 را بر حسب دور در دقیقه بدست آورید.

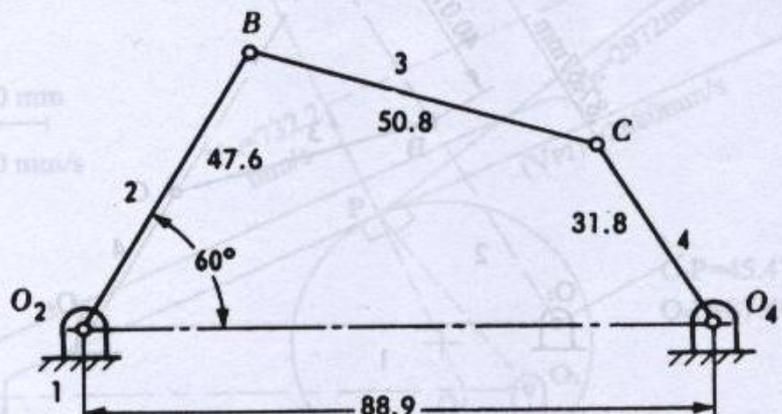
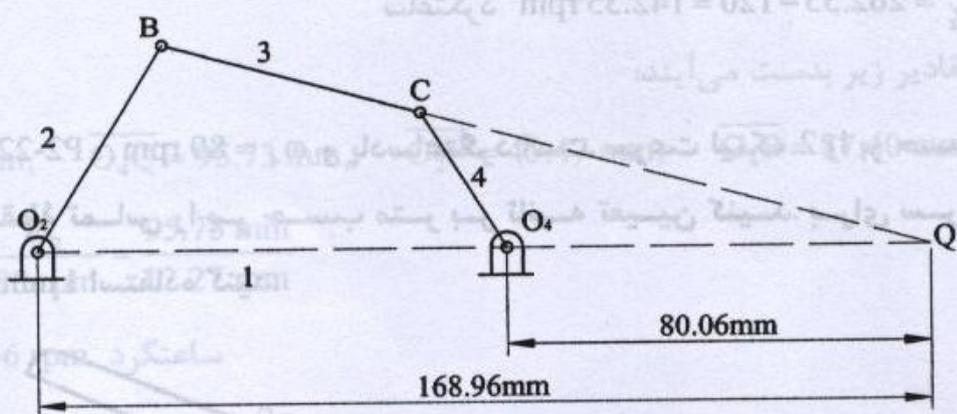


Figure P2-20

حل:



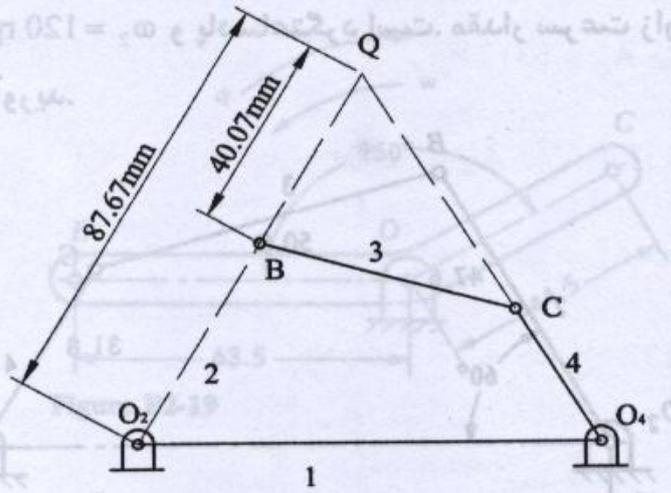
از شکل: $\overline{O_4Q} = 80.06 \text{ mm}$ $\overline{O_2Q} = 168.96 \text{ mm}$

$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{\overline{O_4Q}}{\overline{O_2Q}} \Rightarrow \frac{120 \text{ rpm}}{\omega_4} = \frac{80.06 \text{ mm}}{168.96 \text{ mm}} \Rightarrow \omega_4 = 253.25 \text{ rpm}$$

۲-۲۱) مثل مسئله ۲-۲۰، مقدار سرعت زاویه‌ای لینک 3 را بدست آورید.
 توجه: از برگردان مکانیزم استفاده ننمائید. لینک 2 را ثابت در نظر بگیرید و مقدار مناسب $\omega_{1/2}$ را تعیین کنید. $\omega_{3/2} = \omega_{3/2} - \omega_{1/2}$ را بدست آورید و سپس از رابطه $\omega_{3/1} = \omega_{3/2} - \omega_{1/2}$ استفاده کنید.
 ω_3 ساعتگرد یا پادساعتگرد است؟

حل:

از شکل: $\overline{O_2Q} = 87.67 \text{ mm}$ $\overline{BQ} = 40.07 \text{ mm}$



$$\frac{\omega_{\frac{3}{2}}}{\omega_{\frac{2}{1}}} = \frac{O_2Q}{BQ} \Rightarrow \frac{\omega_{\frac{3}{2}}}{120 \text{ rpm}} = \frac{87.67}{40.07} \Rightarrow \omega_{\frac{3}{2}} = 262.55 \text{ rpm ساعتگرد}$$

$$\omega_{\frac{4}{1}} = \omega_{\frac{3}{2}} - \omega_{\frac{2}{1}} = 262.55 - 120 = 142.55 \text{ rpm ساعتگرد}$$

۲-۲۲) در شکل P2-22، $\omega_4 = 80 \text{ rpm}$ و پادساعتگرد است. سرعت لینک 2 را بر حسب rpm و سرعت لغزش در نقطه تماس را بر حسب متر بر ثانیه تعیین کنید. برای سرعتها از مقیاس $1 \text{ mm} = 30 \text{ mm/s}$ استفاده کنید.

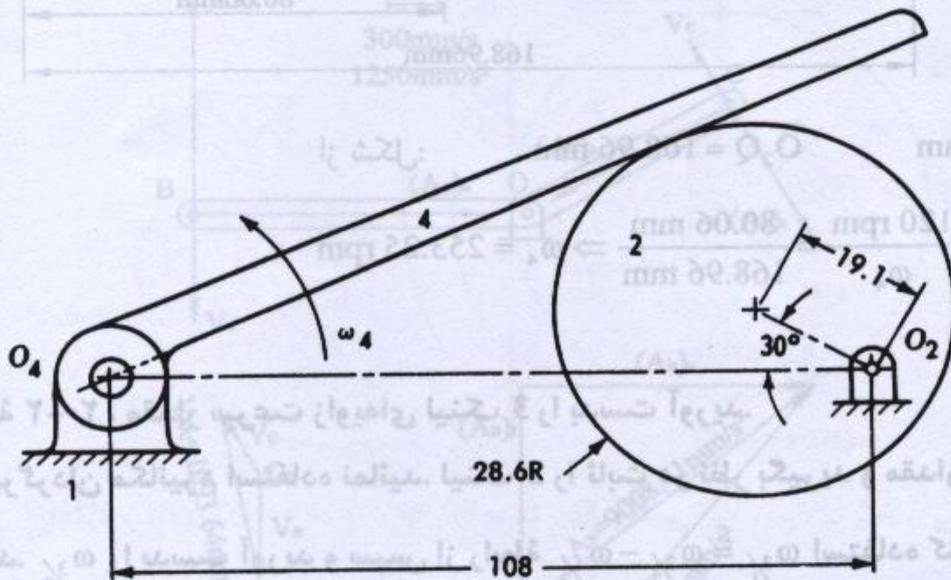
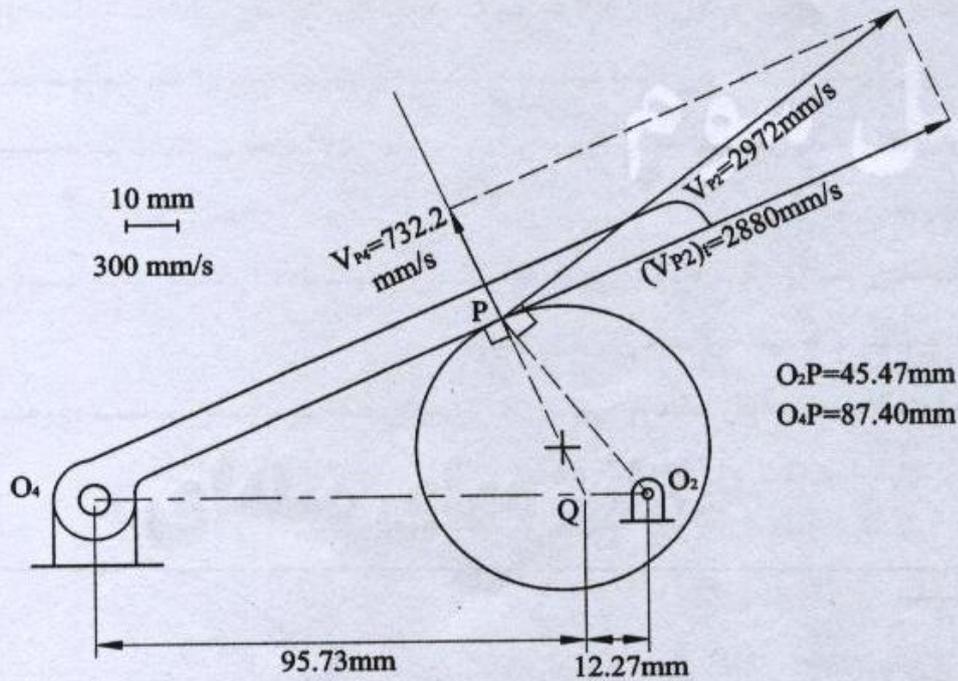


Figure P2-22

حل:

ابتدا محل تقاطع عمود مشترک لینکهای 2 و 4 و خط مرکزین آنها را بدست می آوریم. (نقطه Q)



از شکل مقادیر زیر بدست می آیند:

$$\overline{O_2Q} = 12.27 \text{ mm}, \quad \overline{O_4Q} = 95.73 \text{ mm}, \quad \overline{O_2P} = 45.47 \text{ mm}, \quad \overline{O_4P} = 87.40 \text{ mm}$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{\overline{O_4Q}}{\overline{O_2Q}} \Rightarrow \frac{\omega_2}{80 \text{ rpm}} = \frac{95.73 \text{ mm}}{12.27 \text{ mm}}$$

$$\Rightarrow \omega_2 = 624.156 \text{ rpm} \text{ ساعتگرد}$$

$$V_{P_4} = \overline{O_4P} \cdot \omega_4 = 87.4 \text{ mm} \times 80 \times \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 732.2 \text{ mm/s}$$

$$V_{P_2}^n = V_{P_4}^n = V_{P_4} = 732.2 \text{ mm/s}$$

با استفاده از روش ترسیمی و با داشتن مقدار و جهت V_{P_4} و جهت V_{P_2} ، مقدار V_{P_2} و مؤلفه مماسی آن محاسبه می شود.

$$V_{P_2} = 2972 \text{ mm/s}, \quad V_{P_2}^t = 2880 \text{ mm/s}$$

$$V_S = V_{P_2}^t - V_{P_4}^t = 2880 - 0 = 2880 \text{ mm/s} \text{ سرعت لغزش}$$

پنجشنبه ۱ - سپتامبر ۱۹۷۱

فصل سوم

مکانیزمهای میله‌ای

۱-۳) برای مکانیزم لنگ - نوسانگر شکل P3-1، مکان نقطه D را به ازای هر 30° چرخش لنگ 2 مشخص کنید و از این نقاط یک منحنی صاف عبور دهید.

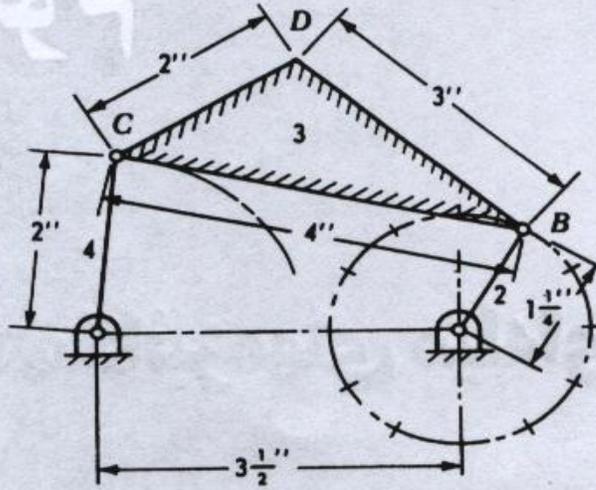
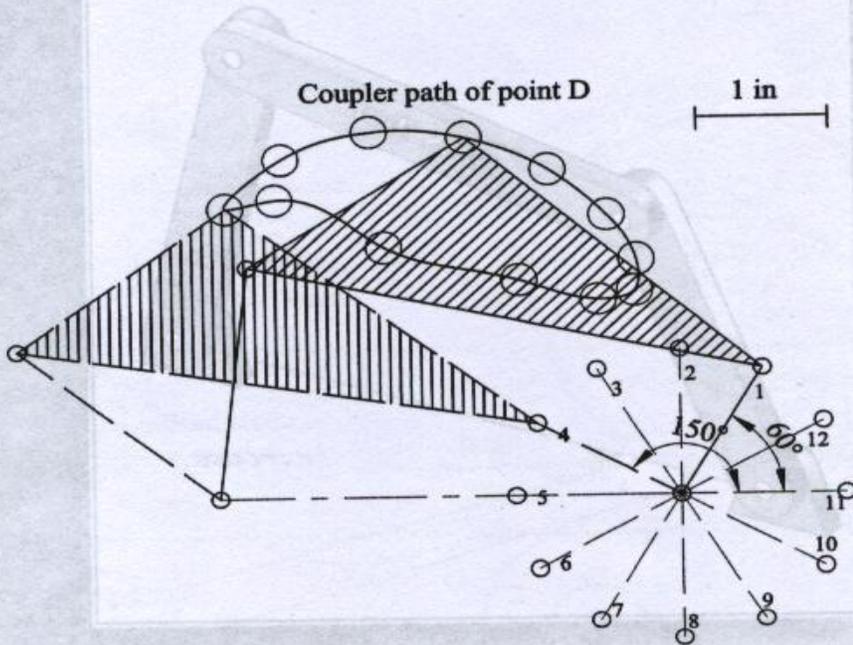


Figure P3-1

حل:

مکانیزم چهارمیله‌ای زیر به ازای دو مقدار $\theta_2 = 60^\circ$ و $\theta_2 = 150^\circ$ رسم شده است. وضعیت مکانیزم به ازای دوازده نقطه و مکان نقطه D بر روی لینک 3 در هر وضعیت بدست آمده که منحنی مسیر نشان داده شده را ایجاد می‌کند. (برای جلوگیری از پیچیده شدن، شکل مکانیزم در سایر وضعیتها ترسیم نشده است.)



۲-۳) در شکل P3-2 لنگ 2 مداوماً می‌چرخد و لینک 4 نوسان می‌کند. حداکثر و حداقل مقدار طول

کوپلر (لینک 3) را که می‌توان مورد استفاده قرار داد (تا مکانیزم لنگ - نوسانگر باقی بماند) بر حسب میلیمتر بدست آورید.

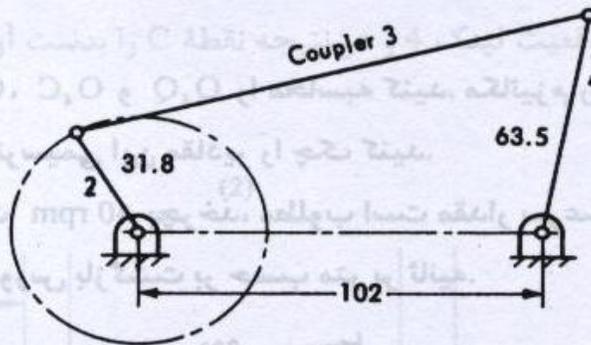


Figure P3-2

حل:

مطابق شکل مقادیر زیر معلومند:

$$O_2O_4 = 102 \text{ mm}, \quad O_2B = 31.8 \text{ mm}, \quad O_4C = 63.5 \text{ mm}$$

برای تعیین طول لینک BC به طوری که حرکت مورد نظر تأمین شود (مکانیزم لنگ و آونگ باشد)،

شرایط لازم را برقرار می‌کنیم:

$$O_2B + BC + O_4C > O_2O_4 \Rightarrow BC > O_2O_4 - O_2B - O_4C$$

$$O_2B + O_2O_4 + O_4C > BC \Rightarrow BC < O_2B + O_2O_4 + O_4C$$

$$O_2B + BC - O_4C < O_2O_4 \Rightarrow BC < O_2O_4 - O_2B + O_4C$$

$$BC - O_2B + O_4C > O_2O_4 \Rightarrow BC > O_2O_4 + O_2B - O_4C$$

پس از جایگذاری در چهار رابطه فوق، داریم:

$$BC > 6.7 \text{ mm}, \quad BC < 197.3 \text{ mm}, \quad BC < 133.7 \text{ mm}, \quad BC > 70.3 \text{ mm}$$

چون چهار رابطه بدست آمده باید همزمان برقرار باشند، پس مقدار مجاز BC از اشتراک آنها بدست

می‌آید. در نتیجه:

$$70.3 \text{ mm} < BC < 133.7 \text{ mm}$$

برای حل این مسئله، همچنین می‌توان از معیار گراشف (که در کتابهای دیگر آمده است) نیز

استفاده نمود که همان جواب فوق را بدست می‌دهد.

۳-۳) یک مکانیزم صفحه تراش مانند شکل P3-3 طراحی کنید که دارای نسبت زمانی 1:1.75 و کورس

کاری 65 میلیمتر باشد. ضمناً مسیر DQ مربوط به نقطه D باید وسط بالاترین و پایین ترین مکان نقطه C ناشی از حرکت آن روی کمانش به شعاع O_4C واقع شود. مقادیر طولهای ثابت روی شکل داده شده‌اند.

مقادیر لازم برای O_2B ، O_4C و O_4Q را محاسبه کنید. مکانیزم را با مقیاس $1 \text{ mm} = 10 \text{ mm}$ رسم کنید و به طریقه ترسیمی این مقادیر را چک کنید. اگر لنگ با سرعت ثابت 40 rpm بچرخد، مطلوب است مقدار سرعت متوسط لغزنده 6 هم در کورس کاری و هم در کورس بازگشت بر حسب متر بر ثانیه.

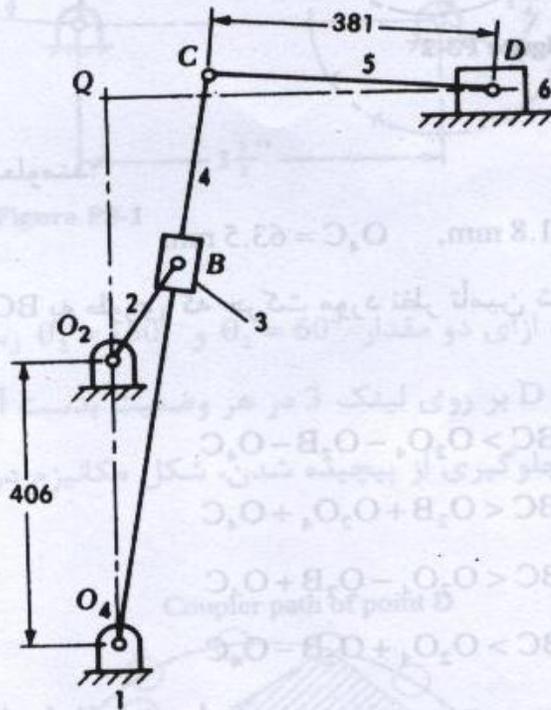


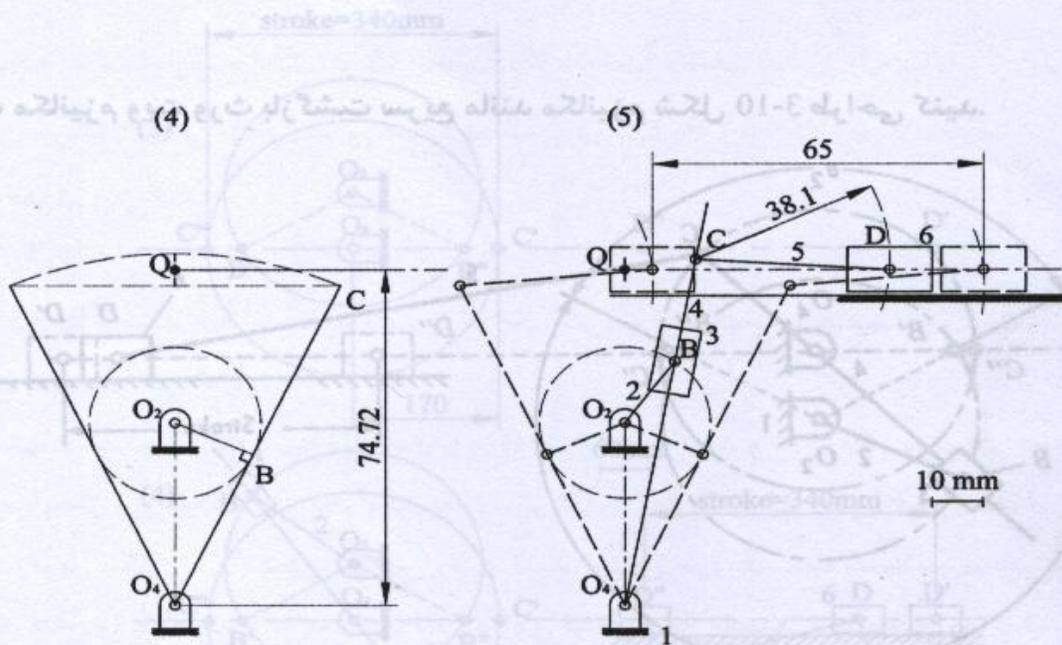
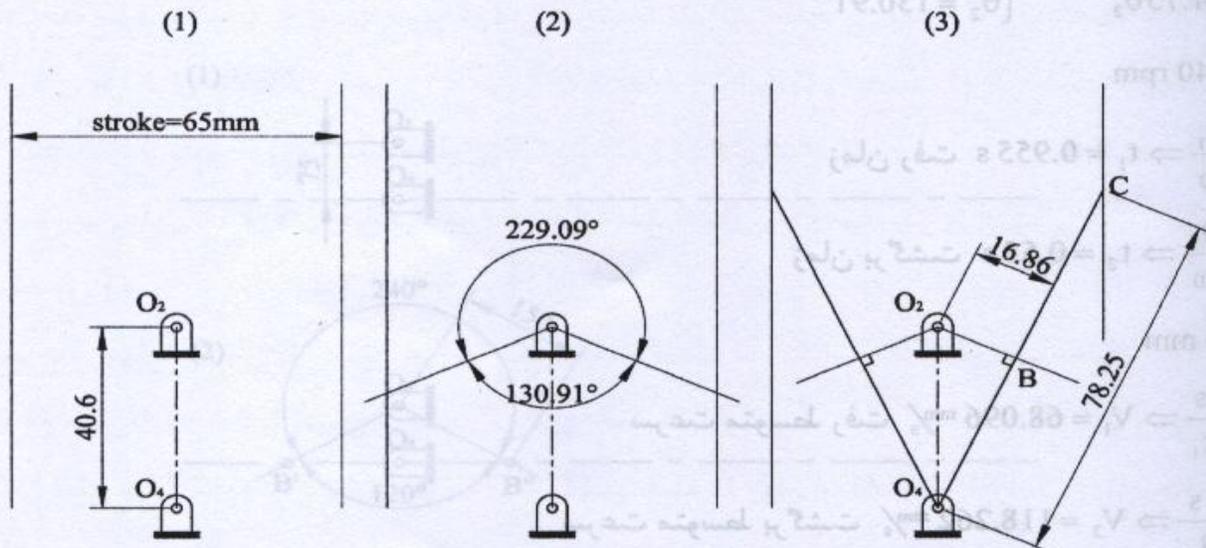
Figure P3-3

حل:

مرحله اول: در ابتدا فاصله تکیه‌گاهها (O_2O_4) معلوم است و می‌توان نقاط مربوط به آنها را رسم کرد. چون ماکزیمم فاصله افقی طی شده توسط نقطه C برابر با مقدار کورس لغزنده است، دو خط که دربرگیرنده دو نقطه انتهایی C می‌باشند را به فاصله 65 mm (طول کورس) از یکدیگر در دو طرف خط O_2O_4 رسم می‌کنیم. (شکل 1)

مرحله دوم: با داشتن نسبت زمانی 1.75:1 زاویه‌ها θ_1 و θ_2 با اندازه‌های 130.91° و 229.09° قابل محاسبه هستند. به ازای این زوایا دو نیم‌خط از نقطه O_2 رسم می‌کنیم. این دو نیم‌خط

مشخص کننده موقعیت لینک 2 در نقاط انتهایی می‌باشند. (شکل 2) مرحله سوم: از آنجا که در موقعیت‌های انتهایی، لینک 2 بر لینک 4 عمود است، می‌توان با رسم عمود بر نیم‌خطهای موجود، موقعیت لینک 4 و در نتیجه نقطه C را بدست آورد. اکنون طول لینک‌های 2 و 4 بدست آمده است. (شکل 3)



مرحله چهارم: برای تعیین نقطه Q که خط جابجایی لغزنده را مشخص می‌کند، کماتی به مرکز O_4 و شعاع O_4C رسم می‌کنیم. نقطه Q طبق خواسته مسئله در وسط بالاترین نقطه کمان و مکان قائم نقطه انتهایی C قرار می‌گیرد. (شکل 4)

مرحله پنجم: اکنون با داشتن طول لینک 5 و خط عبور لغزنده (خط افقی که از Q می‌گذرد) می‌توان کل مکانیزم را رسم نمود. موقعیت مکانیزم در حالت‌های انتهایی و یک حالت دلخواه در شکل ترسیم شده است. (شکل 5)

$$\begin{cases} \theta_1 + \theta_2 = 360^\circ \\ \theta_1 = 1.75\theta_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = 229.09^\circ \\ \theta_2 = 130.91^\circ \end{cases}$$

$$\omega_2 = 40 \text{ rpm}$$

$$t_1 = \frac{\theta_1}{\omega} \Rightarrow t_1 = 0.955 \text{ s} \text{ زمان رفت}$$

$$t_2 = \frac{\theta_2}{\omega} \Rightarrow t_2 = 0.55 \text{ s} \text{ زمان برگشت}$$

$$s = 65 \text{ mm}$$

$$V_1 = \frac{s}{t_1} \Rightarrow V_1 = 68.096 \text{ mm/s} \text{ سرعت متوسط رفت}$$

$$V_2 = \frac{s}{t_2} \Rightarrow V_2 = 118.262 \text{ mm/s} \text{ سرعت متوسط برگشت}$$

۳-۴) یک مکانیزم ویت ورت بازگشت سریع مانند مکانیزم شکل 10-3 طراحی کنید.

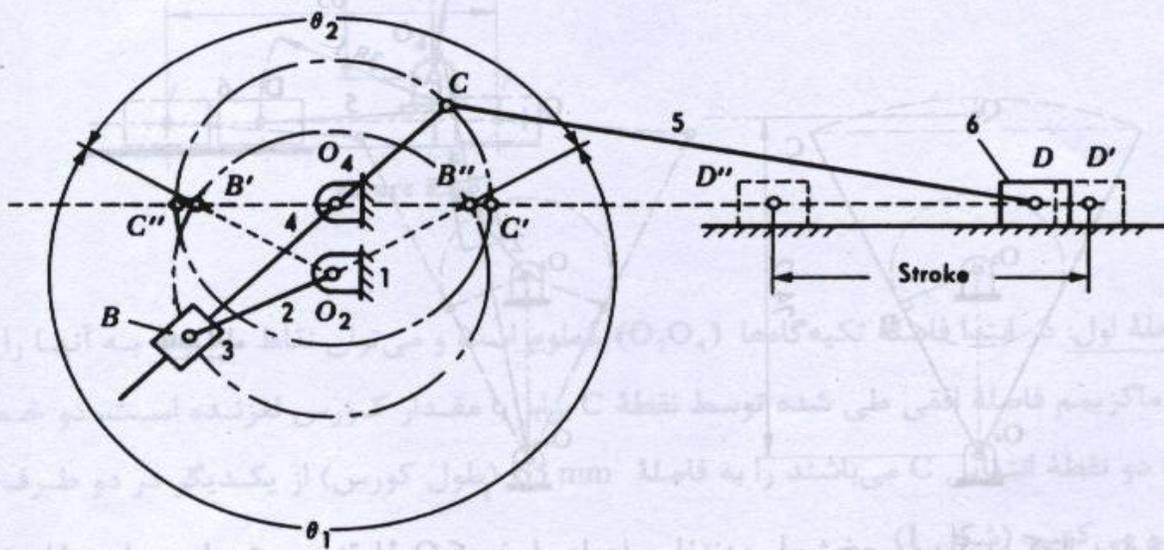


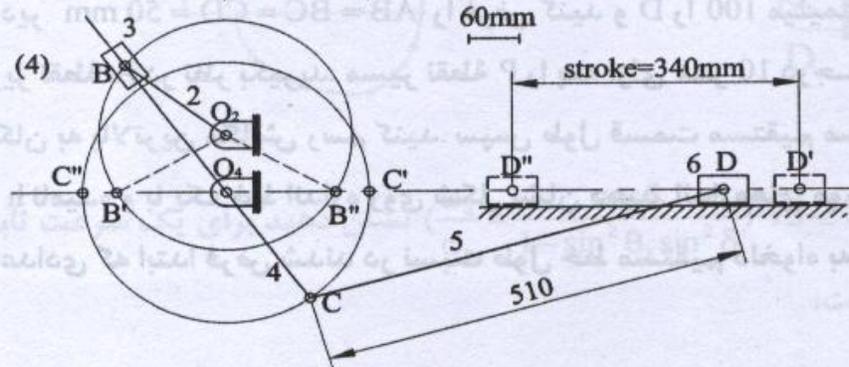
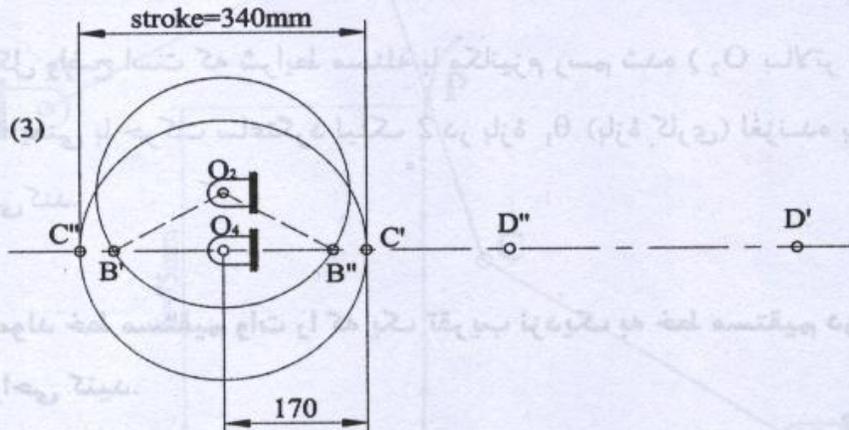
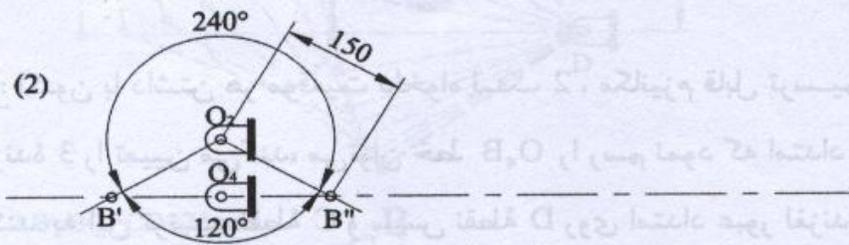
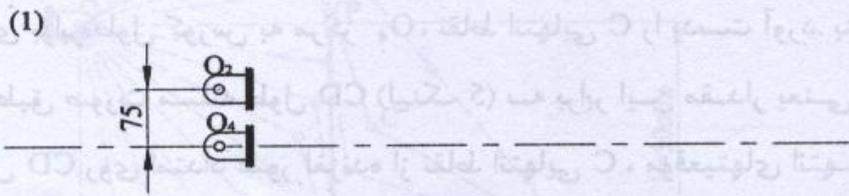
Figure 3-10

لنگ محرک باید به صورت ساعتگرد و با سرعت ثابت و نسبت زمانی 2:1 بچرخد. کورس کند (رفت) لغزنده 6 باید به طرف چپ باشد، $O_2O_4 = 75 \text{ mm}$ و طول کورس 340 میلیمتر می‌باشد.



ضمناً طول CD را سه برابر طول O_4C در نظر بگیرید. نکته: بر حسب نیاز ممکن است بین O_2 بالا یا پایین بین O_4 واقع شود. مکانیزم را در حالتی که لغزنده 6 در انتهای سمت راست قرار دارد، با مقیاس $1\text{ mm} = 6\text{ mm}$ رسم کنید و مقادیر لازم طولهای O_2B ، O_4C و CD را محاسبه کنید.

حل:



مرحله اول: تکیه‌گاههای O_2 و O_4 را با فاصله قائم 75 mm نسبت به هم رسم می‌کنیم. (شکل 1)

مرحله دوم: خط افقی که از نقطه O_4 رسم می‌شود، امتداد عبور لغزنده را مشخص می‌کند. با داشتن نسبت زمانی 2:1 زاویه θ_1 برابر با 240° و θ_2 برابر با 120° محاسبه می‌شود. با رسم دو نیم‌خط از نقطه O_2 به ازای این دو زاویه و تقاطع آنها با امتداد عبور لغزنده نقاط انتهایی B بدست می‌آیند و به این ترتیب، طول لینک شماره 2 مشخص می‌شود: $O_2B = 150 \text{ mm}$ (شکل 2)

مرحله سوم: با توجه به اینکه طول کورس لغزنده با حداکثر جابجایی نقطه C برابر است، می‌توان با رسم دایره‌ای با قطری برابر طول کورس به مرکز O_4 ، نقاط انتهایی C را بدست آورد. بنابراین طول O_4C برابر با 170 mm و طبق صورت مسئله طول CD (لینک 5) سه برابر این مقدار یعنی 510 mm خواهد بود. با جداکردن طول CD روی امتداد عبور لغزنده از نقاط انتهایی C، موقعیتهای انتهایی لغزنده بدست می‌آید. (شکل 3)

مرحله چهارم: اکنون با داشتن هر موقعیت دلخواه لینک 2، مکانیزم قابل ترسیم است. با داشتن نقطه B که مکان لغزنده 3 را تعیین می‌کند، می‌توان خط O_4B را رسم نمود که امتداد آن دایره مربوط به نقطه C را قطع می‌کند. به این ترتیب، نقطه C و سپس نقطه D روی امتداد عبور لغزنده مشخص می‌شوند. (شکل 4)

با توجه به شکل واضح است که شرایط مسئله با مکانیزم رسم شده (O_2 بالاتر از O_4 قرار گرفته است) تأمین می‌شود؛ یعنی با حرکت ساعتگرد لینک 2 در بازه θ_1 (بازه کاری) لغزنده با حرکت کند به سمت چپ حرکت می‌کند.

۳-۵) یک مکانیزم مولد خط مستقیم وات را که یک تقریب نزدیک به خط مستقیم در فاصله 75 میلیمتر ارائه کند، طراحی کنید.

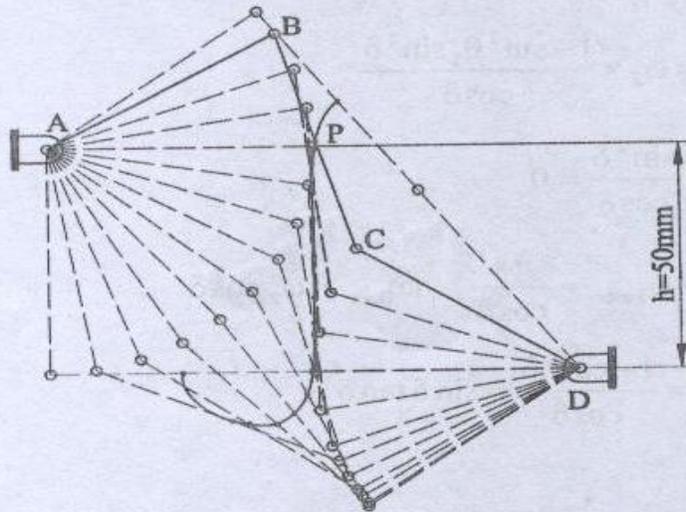
پیشنهاد: مقادیر $AB = BC = CD = 50 \text{ mm}$ را فرض کنید و D را 100 میلیمتر به سمت راست و 50 میلیمتر زیر نقطه A در نظر بگیرید. مسیر نقطه P را به ازای هر 10 درجه حرکت لنگ از پایین‌ترین مکان به بالاترین مکانش رسم کنید. سپس طول قسمت مستقیم مسیر را اندازه‌گیری کنید و آن را h نامیده و با یک خط اندازه روی شکل نشان دهید. اندازه‌های مورد نیاز برابر خواهند بود با ضرب اعدادی که ابتدا فرض شدند در نسبت طول خط مستقیم دلخواه به h.

حل:

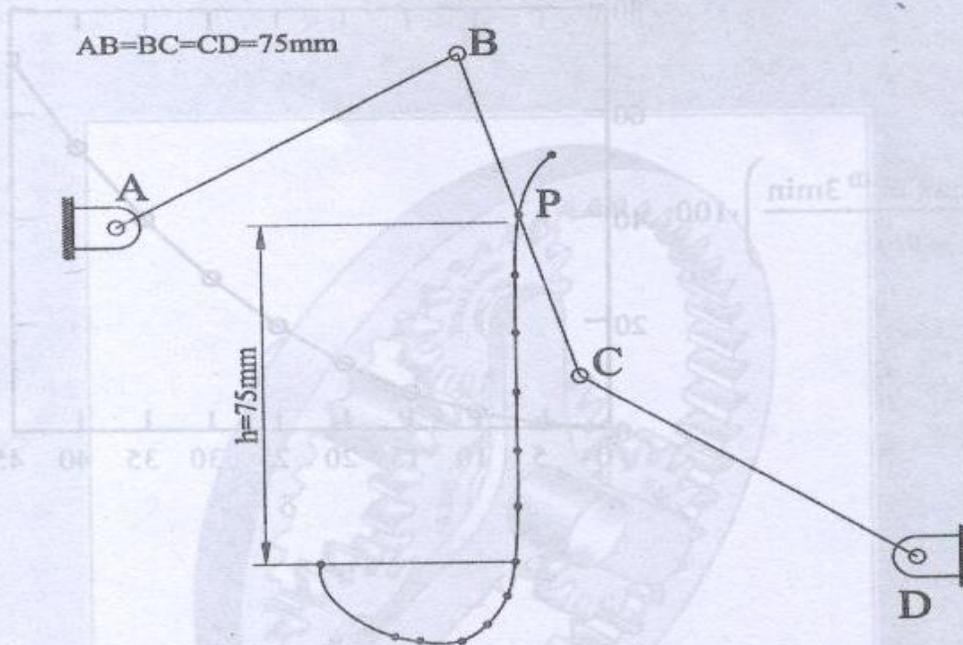
منحنی مسیر نقطه P به ازای موقعیتهای متعدد مکانیزم طبق روش گفته شده رسم شده است.

طول قسمت مستقیم منحنی حدوداً 50 mm می‌باشد. بنابراین ابعاد مکانیزم باید 1.5 برابر شود، که مکانیزم اصلی و منحنی مربوطه نیز در شکل سمت راست ترسیم شده‌اند.

AB=BC=CD=50mm



AB=BC=CD=75mm



۳-۶) به کمک رابطه ۲-۳، نشان دهید برای یک سرعت ثابت از شفت ۲ رابطه $\left(\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\cos \delta}{1 - \sin^2 \theta_3 \sin^2 \delta} \right)$

زیر برقرار است:

$$\frac{\omega_{3 \max} - \omega_{3 \min}}{\omega_2} = \sin \delta \tan \delta$$

سپس به ازای مقادیر $\delta = 0, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ$ ، منحنی $\frac{\omega_{3max} - \omega_{3min}}{\omega_2}$ را نسبت به δ

رسم کنید.

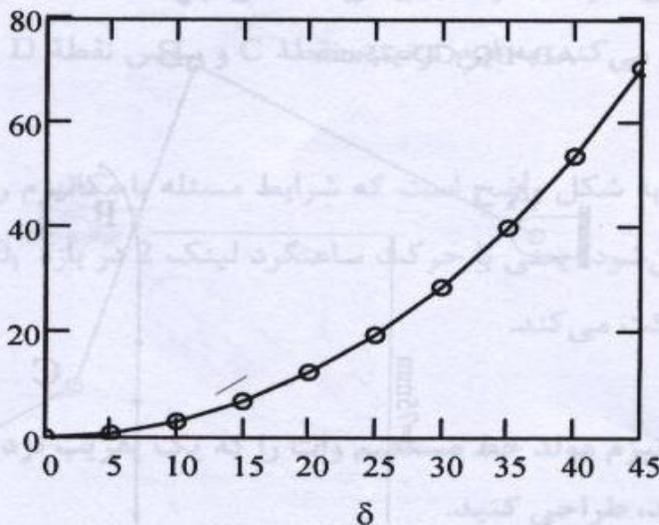
حل:

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\cos \delta}{1 - \sin^2 \theta_3 \sin^2 \delta} \Rightarrow \omega_3 = \omega_2 \times \frac{1 - \sin^2 \theta_3 \sin^2 \delta}{\cos \delta}$$

$$\frac{d\omega_3}{d\theta_3} = 0 \Rightarrow -2\omega_2 \sin \theta_3 \cos \theta_3 \frac{\sin^2 \delta}{\cos \delta} = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta_3 = 0 \Rightarrow \theta = 0, \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_{3max} = \frac{\omega_2}{\cos \delta}, \quad \omega_{3min} = \omega_2 \cos \delta$$

$$\frac{\omega_{3max} - \omega_{3min}}{\omega_2} = \frac{1}{\cos \delta} - \cos \delta = \frac{1 - \cos^2 \delta}{\cos \delta} = \sin \delta \tan \delta$$



$$\left(\frac{\omega_{3max} - \omega_{3min}}{\omega_2} \right) \cdot 100$$

حل: