فصل ۱۰

تحلیل نیروهای استاتیکی و دینامیکی مکانیزمها

تعادل استاتیکی

معادله اول نیوتن برای هر عضو سازه ،گشتاور حول نقطه دلخواه

$$\sum F = 0$$

$$\sum M_O = 0$$

the equations of *static equilibrium*

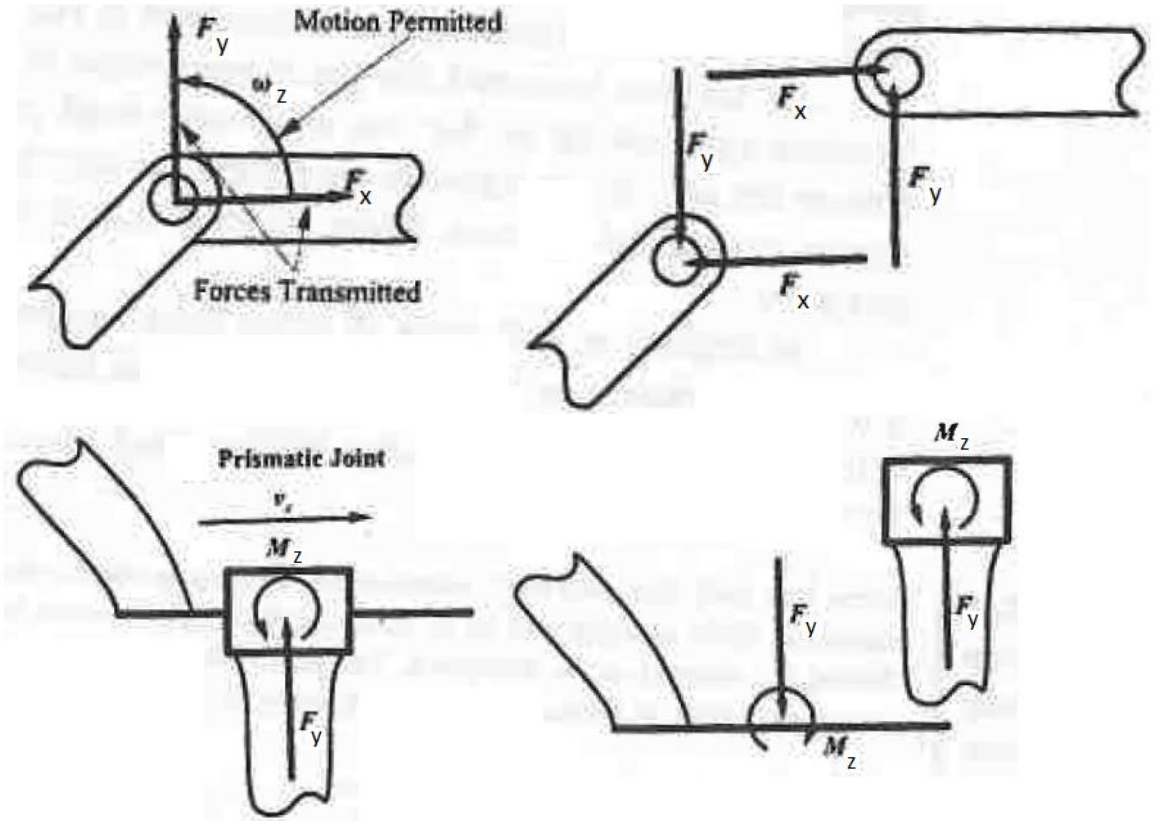
اولین گام در حل ، رسم دیاگرام جسم آزاد free body diagram

تمام بار گذاری خارجی و نیروی و گشتاورهای عکس العملی داخلی در نظر گرفته شود.

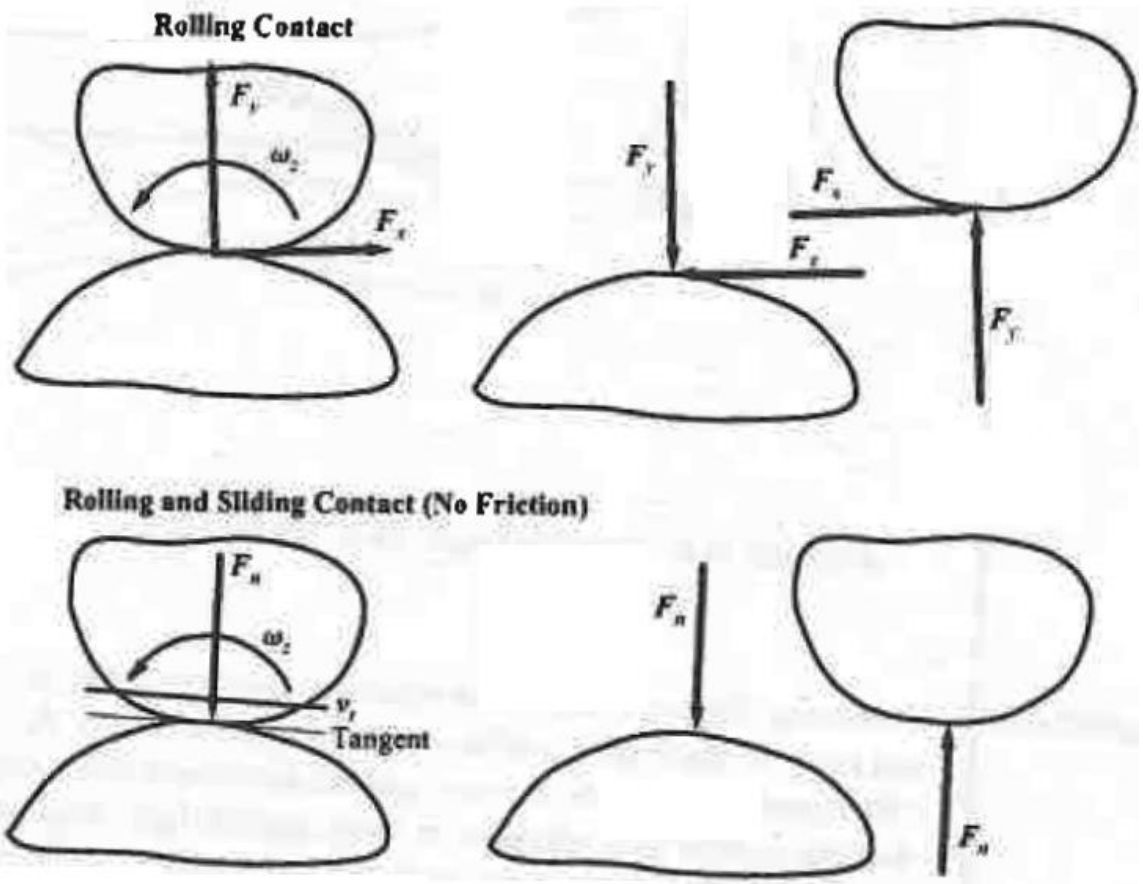
نیروهای عمل و عکس العمل در انواع اتصالات

اتصال

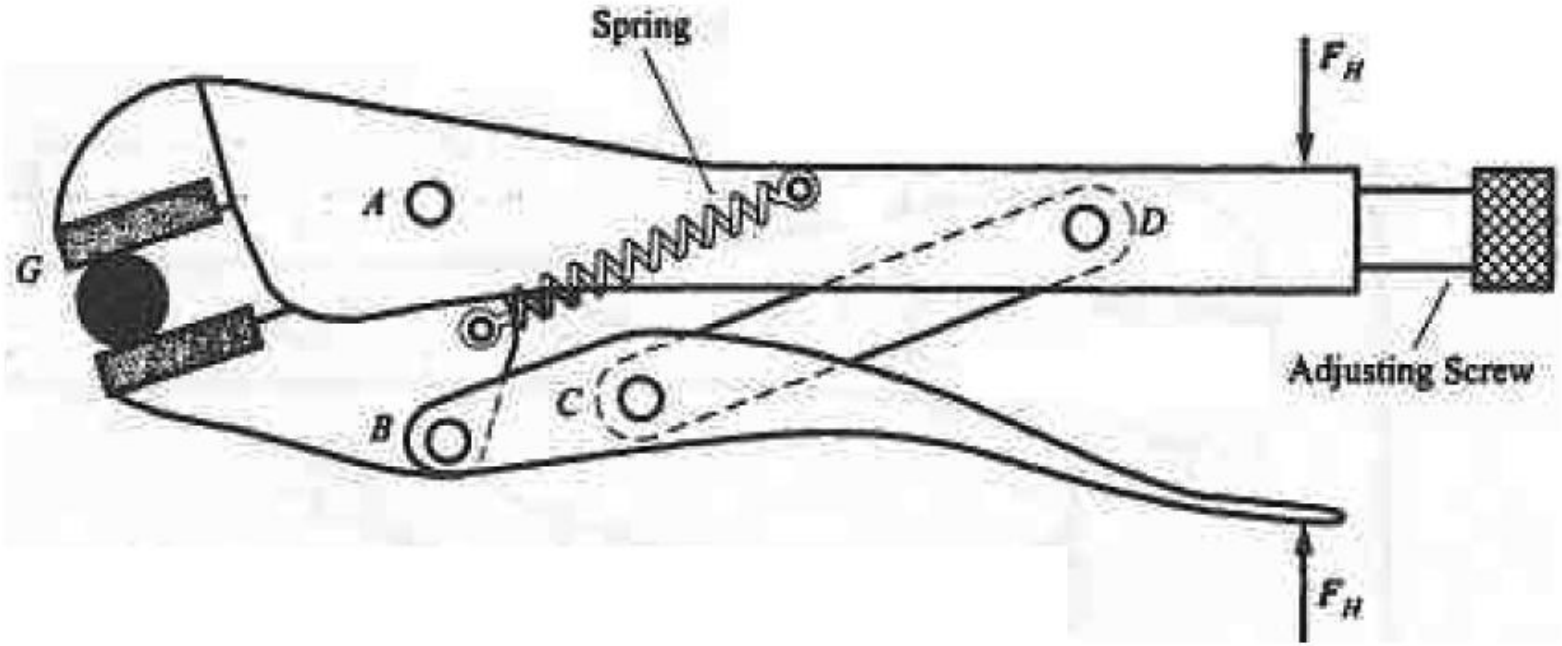
دیاگرام جسم آزاد



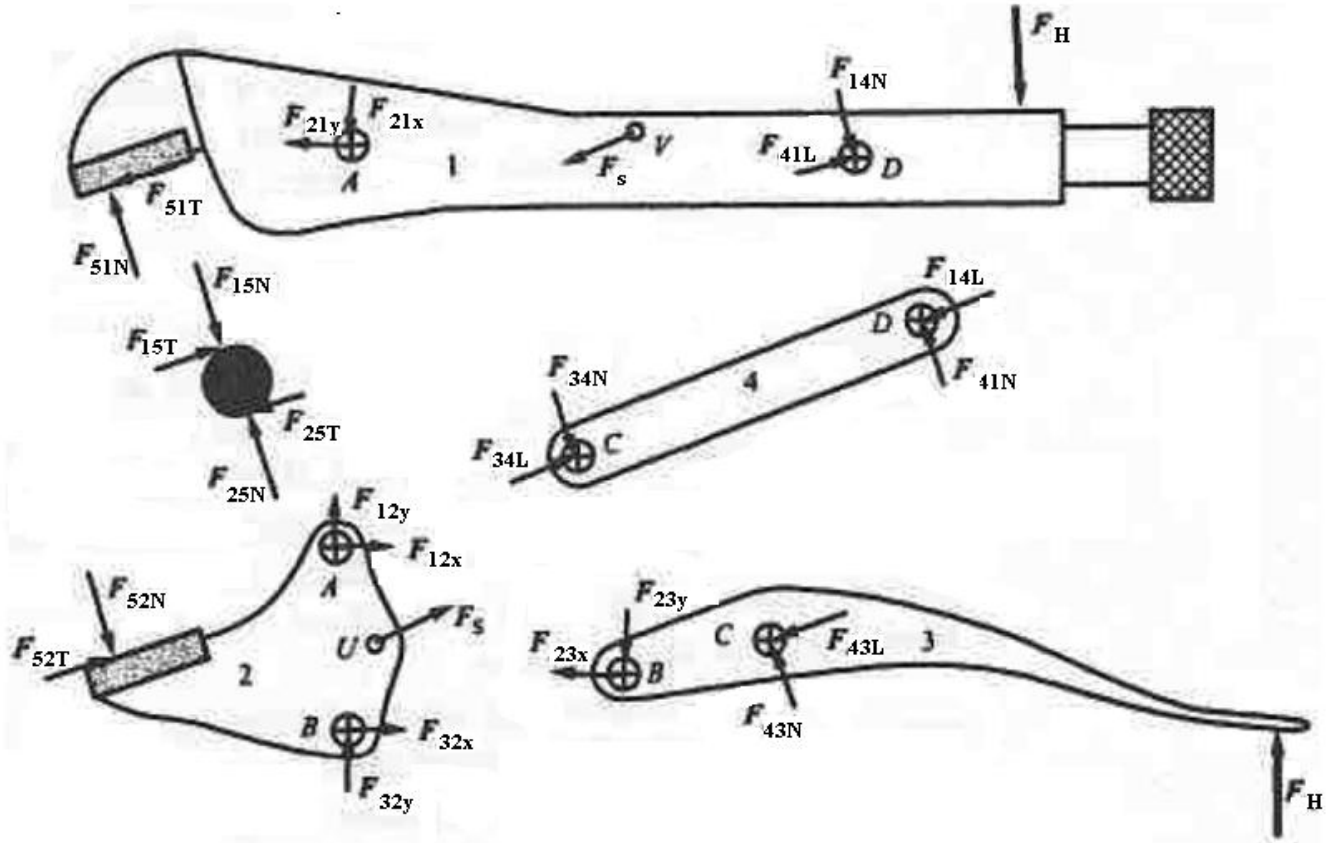
نیروهای عمل و عکس العمل در انواع اتصالات



دیاگرام جسم آزاد کلیه اعضاء مکانیزم زیر را در موقعیت نشان داده شده رسم نمایید. هدفِ تحلیل ، بدست آوردن ارتباط بین نیروی اعمالی F_H و نیروی گیرش قطعه کار F_G می باشد. از نیروی وزن صرف نظر نمایید.



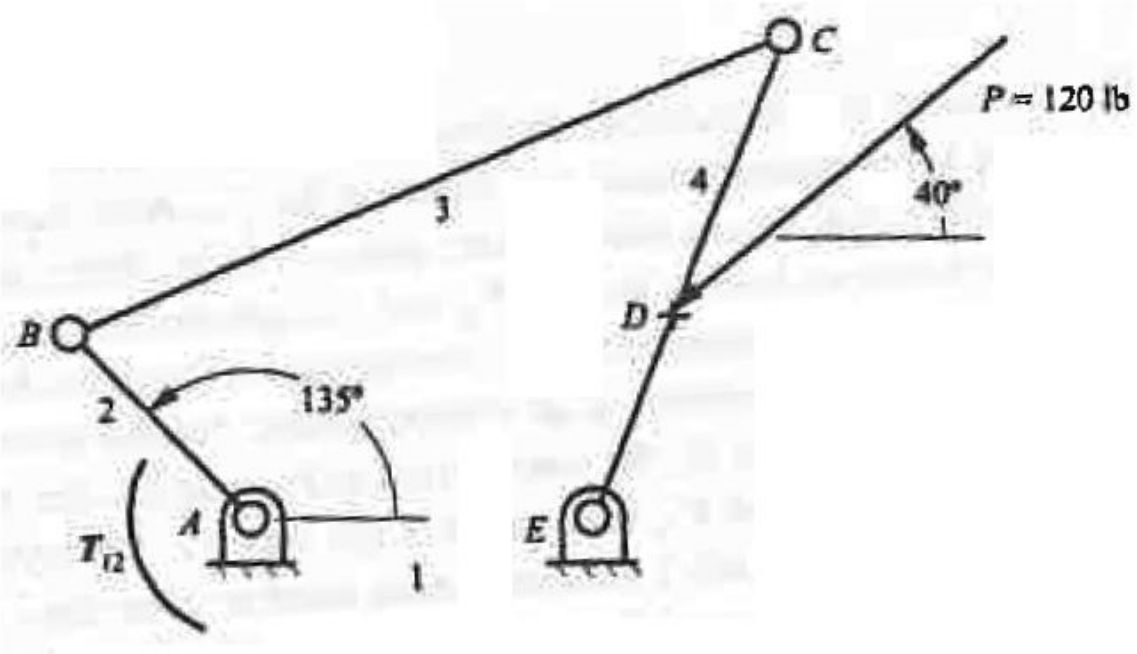
ادامه دهید


F H
F 14N
F 21y
F 21x
V
F 41L
D
A
1
F s
F 51T
F 51N
F 15N
F 14L
D
F 15T
F 34N
4
F 41N
F 25T
F 34L
C
F 25N
F 12y
F 12x
A
F 52N
F 23y
F s
F 52T
U
C
F 43L
3
F 23x
B
2
F 43N
B
F 32x
F 32y
F H

در مکانیزم زیر گشتاور T_{12} لازم برای غلبه بر نیروی $P = 120\ lb$ در جهت نشان داده شده را بدست آورید.

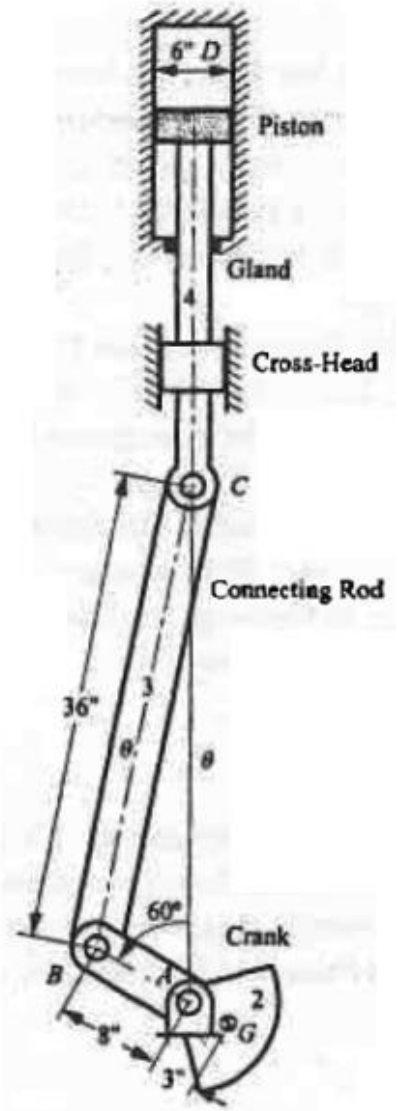
$AB = 6$ in, $EC = 12$ in, $AE = 8$ in

$BC = 18$ in, $ED = 5$ in



A ·pump used for pumping drilling mud in oil-well drilling has IWQ double-acting cylinders.

The linkage of the piston to the crankshaft for each cylinder is arranged as shown in Fig.



تحلیل نیروهای دینامیکی

عوامل اصلی شکست اجزاء ماشین عبارتند از: تغییر شکل یا شکست در اثر تنشهای بیش از حد ، ارتعاشات و تداخل در اثر خیز الاستیک بیش از حد.

جهت محاسبه تنشهای داخلی اجزاء و خیزهای الاستیک ابتدا باید ارتباط بین نیرو و حرکت تحلیل شوند.

قانون دوم نیوتن برای ذرات

Newton’*s second law*

$$F = ma$$

اجزاء ماشین معمولا جرم گسترده ای دارند و لازم است از قانون دوم نیوتن برای اجرام صلب استفاده شود.

$$\Sigma F = m a_G$$

$$\Sigma M_G = I_G \alpha$$

$$\Sigma M_P = I_P \alpha$$

Newton's second law are all that are needed to solve any dynamic force system by the Newtonian method.

Jean le Rond d' Alembert (1717-1783), a French mathematician, rearranged Newton's equations to create a **"quasi-static"** situation from a dynamic one.

D' Alembert's versions of equations Newton's second law:

$$\sum \mathbf{F} - m\mathbf{a} = 0$$

$$\sum \mathbf{T} - I\alpha = 0$$

اکثر مسائل دینامیکی به دو گروه تقسیم بندی می شوند:

۱- حرکت (motion) هر عضو سیستم معلوم است. لذا شتاب مرکز ثقل و شتاب زاویه ای هر غضو از مکانیزم معاوم بوده یا با استفاده از سینماتیک قابل محاسبه است. بنابر این سمت راست دستگاه معادلات فوق معین بوده و حل جبری آنها جواب مسئله (نیروها و گشتاورهای لازم) خواهد بود.

۲- حرکت (motion) هر عضو سیستم از قبل معلوم نیست و لازم است که شتابها در سمت راست معادلات فوق به عنوان مشتق دوم متغیرهای موقعیت تحلیل شوند. نیروها و گشتاورهای اعمال شده روی یک عضو که در سمت چپ معادلات حرکت وجود دارند در ارتباط با متغیرهای موقعیت بوده و دستگاه معدلات دیفرانسیل بر حسب متغیرهای موقعیت و زمان بیان می شود.

مسائلی که از طریق سینیتیک ذرات قابل حل می باشند.

در برخی از مسائل اینرسی دورانی وجود ندارد یا قابل صرف نظر کردن است

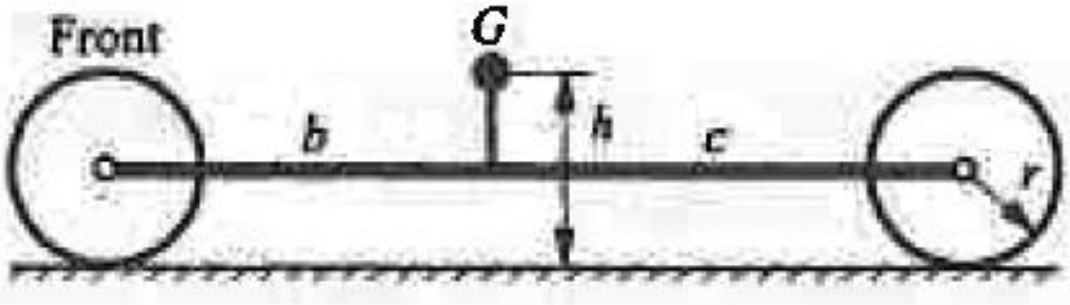
An automobile has a total weight of W = 4000 lb
distance between the front and rear axle centers b+c = 90 in,
and its center of mass is b=40in behind the front axle center.
the center of mass is h = 25in above the ground.
The wheel radius is r = 14.5 in, and on a good surface
the coefficient of friction between the tires and road is 0.8.

نسبت حداکثر شتاب اتومبیل به شتاب ثقل g را بدست آورید در صورتی که

۱- اتومبیل توسط چرخ عقب به حرکت در آید.

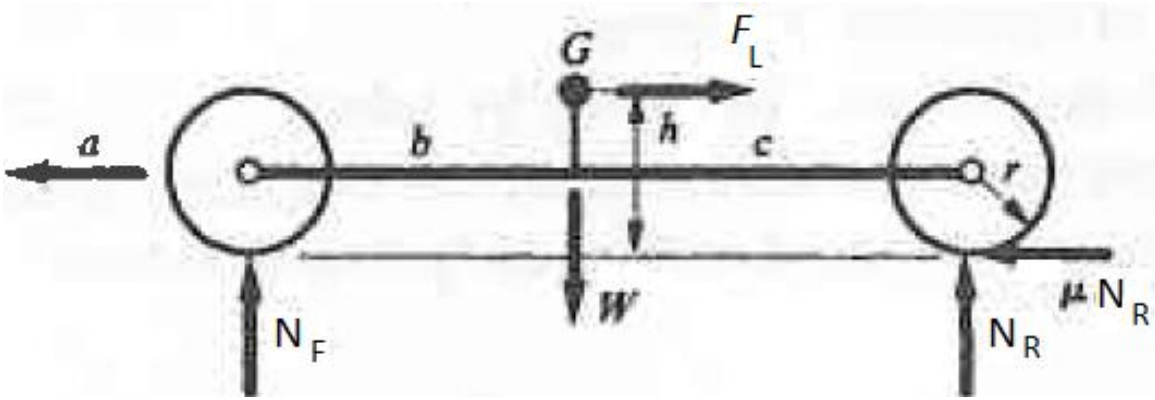
۲- اتومبیل توسط چرخ عقب به حرکت در آید.

همچنین حداکثر شتاب قابل دسترس در صورتی که نیروی ترمز بصورت بهینه بین چرخ جلو و عقب تقسیم شود را بدست آورید. درصد نیروی ترمز در روی چرخ جلو چه مقدار است.



با توجه به این که جرم سیستم به صورت متمرکز در مرکز ثقل در نظر گرفته می شود ، دیاگرام جسم آزاد به صورت زیر نشان داده می شود.

حل قسمت اول



$$F_I = \frac{Wa}{g}$$

Rear-wheel drive

$$F_L = \frac{Wa}{g}$$

$$\sum F_x = 0: \quad -F_l + \mu N_R = 0$$

$$\sum F_y = 0: \quad W = N_R + N_F$$

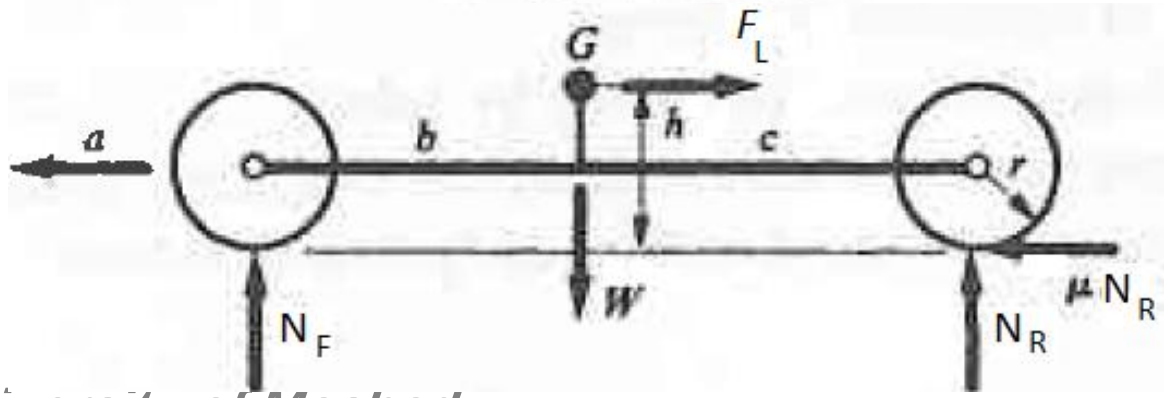
$$\sum M_G = 0 \quad cN_R = bN_F + h\mu N_R$$

$$N_R = \frac{Wa}{\mu g}$$

$$N_F = W\left(1 - \frac{a}{\mu g}\right)$$

$$\frac{a}{g}\left(\frac{b+c}{\mu} - h\right) = b$$

$$A = \frac{a}{g} = \frac{\mu b}{b + c - \mu h} \Rightarrow A = 0.457$$



Front-wheel Drive

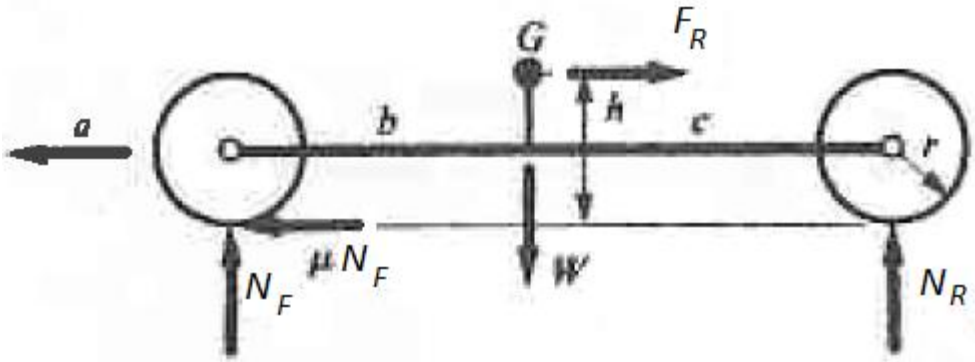
$$\sum F_x = 0: \quad -F_f + \mu N_F = 0$$

$$\sum F_y = 0: \quad W = N_R + N_F$$

$$\sum M_G = 0: \quad cN_R = bN_F + h\mu N_F$$

$$N_F = \frac{Wa}{\mu g} \qquad N_R = W\left(1 - \frac{a}{\mu g}\right)$$

$$\frac{a}{g}\left(\frac{b+c}{\mu} + h\right) = c$$



$$A = \frac{a}{g} = \frac{\mu c}{b + c + \mu h} = 0.364$$

دیاگرام جسم آزاد برای حالت ترمز

بطور بهینه دو چرخ در یک زمان به آستانه لغزش رسیده اند.

$$\sum F_x = 0: \quad -F_I - \mu\left(N_R + N_F\right) = 0$$

$$\sum F_y = 0: \quad W = N_R + N_F$$

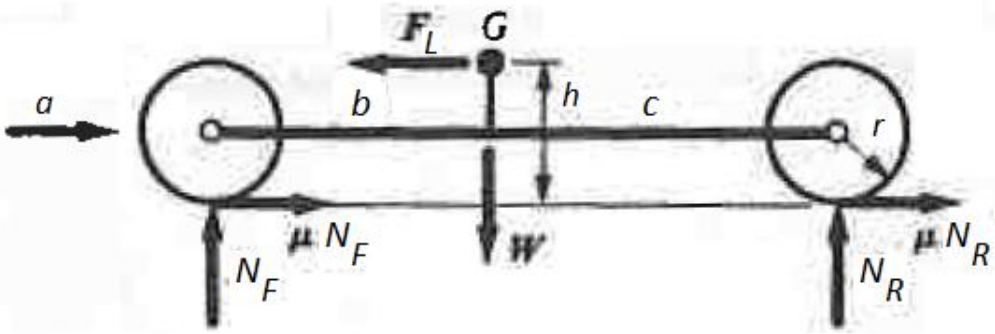
$$\sum M_G = 0: \quad cN_R + h\mu\left(N_R + N_F\right) = bN_F$$

$$\frac{Wa}{g} = \mu W$$

$$N_F\left(b + c\right) = \left(c + h\mu\right)W$$

$$N_F = W\,\frac{c + h\mu}{b + c}$$

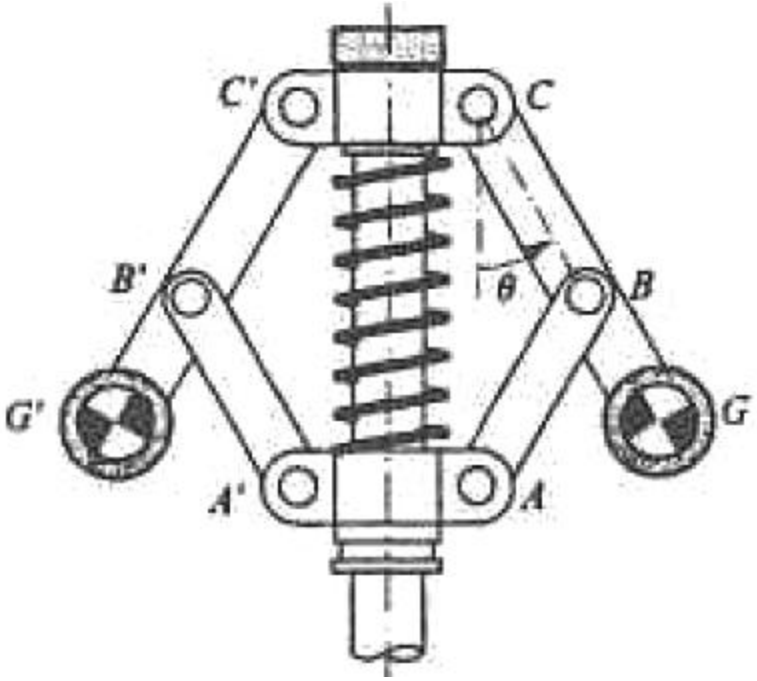
$$N_F = 0.778\,W \quad \text{and} \quad N_R = 0.222\,W$$



بنابراین ۷۷.۸% نیروی ترمز را چرخهای جلو تامین می کند

حداکثر کاهش شتاب در حالت بهینه از حداکثر شتاب افزاینده سرعت بیشتر است

گاورنر جهت تنظیم سرعت استفاده می شود. نیروی گریز از مرکز روی وزنه ها موجب فشرده شدن فنر و امکان کنترل سرعت را فراهم می کند.



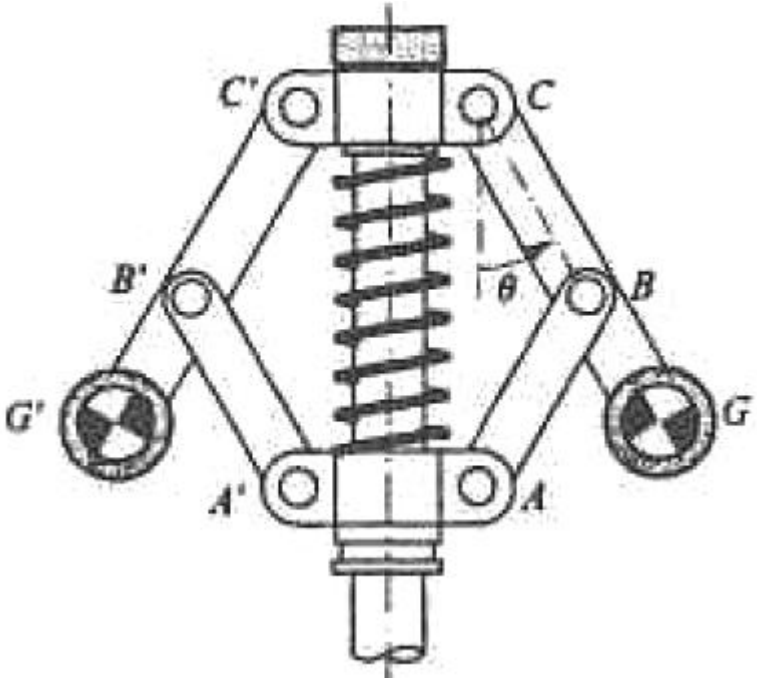
A fly-ball governor

The valve is fully closed when the angle θ is 75°. Compute the speed at which the valve is dosed if the effective centers of mass of the arms are in the locations G and *G' and other inertia can be neglected. The weight* of each arm is 0.25 lb. The adjusting nut is set So that the spring is at its natural or free length when θ=8°. The stiffness of the spring is 20 lb/in. The lengths of the links are given.

AB = *BC =A 'B' = B'C' = 1.5* in.

CG=C'G' = 2.438 in, and CC = 1.25 in.

G and G' are center of mass

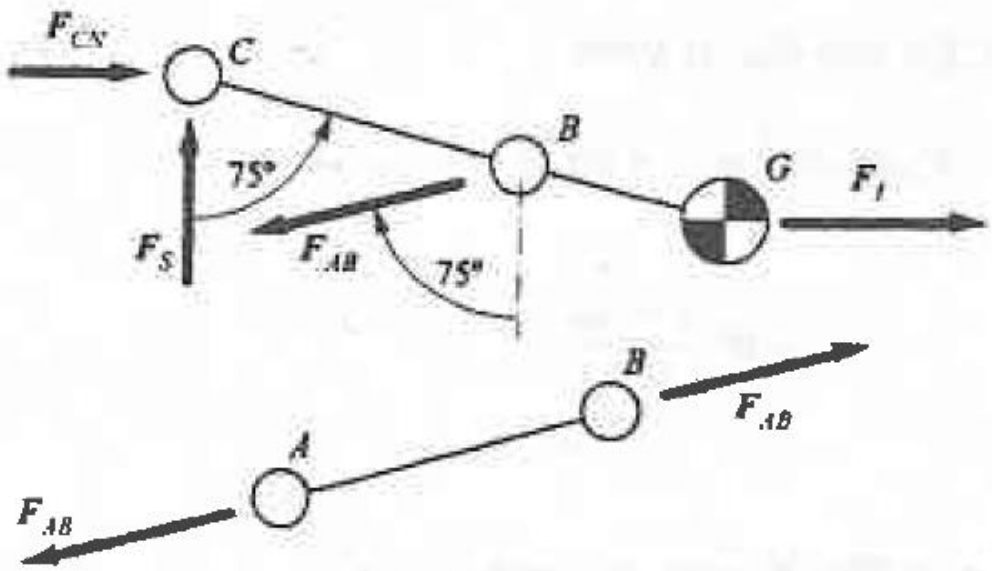


حل

$$r = 2.438 \sin 75^\circ + 0.625 = 2.979 \text{ in}$$

$$a_G = r\omega^2 = (2.979/12)\omega^2 = 0.248\,\omega^2$$

$$F_I = ma_G(0.25/32.2) \times 0.248\omega^2 = 0.00193\omega^2$$



$$\sum F_x = 0: \quad F_{CN} + F_I - F_{AB} \sin 75^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0: \quad F_S - F_{AB} \cos 75^\circ = 0$$

$$\sum M_C = 0:$$

$$AC = 2 \times 1.5 \cos 75^\circ = 0.776 \text{ in}$$

$$AC = 2 \times 1.5 \cos 5^\circ = 2.989 \text{ in}$$

$$x = 2.989 - 0.776 = 2.212 \text{ in}$$

$$2F_S = 20 \times 2.212 = 44.24 \text{ lb}$$

$$F_S = 22.12 \text{ lb}$$

$$F_{AB} = F_S / \cos 75^\circ = 22.12 / \cos 75^\circ = 85.47 \text{ lb}$$

$$F_I = \frac{1.5 \sin 30^\circ}{2.438 \sin 15^\circ} F_{AB} = \frac{1.5 \sin 30^\circ}{2.438 \sin 15^\circ} 85.47 = 101.58 \text{ lb}$$

$$\omega^2 = F_I / 0.00193 = 101.58 / 0.00193$$

$$\omega = 2191 \text{ rpm}$$

speed at which the governor will close the valve

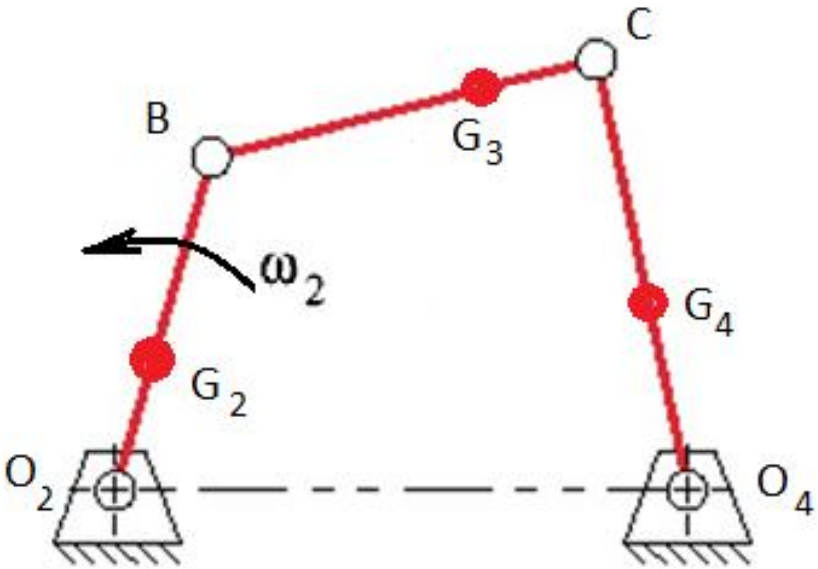
تحلیل نیروئی مکانیزمها – روش ترسیمی

ورودی سرعت زاویه ای $\omega 2$ که ثابت می باشد.

جرمها و موقعیت مراکز ثقل داده شده اند.

گشتاور لازم روی پین ۲ که حرکت مورد نظر

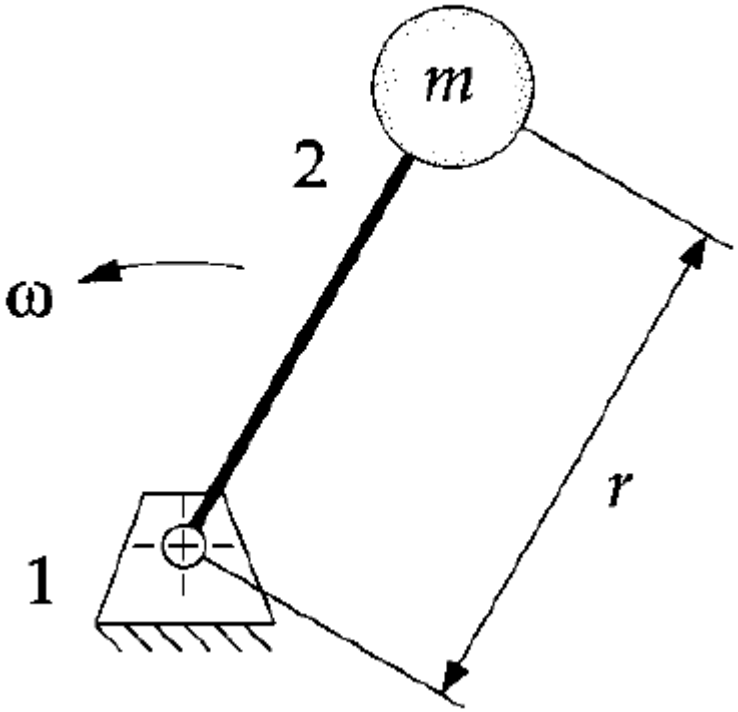
را ایجاد می کنند ، بدست آورید.



تحلیل نیروئی مکانیزمها – روش معادلات

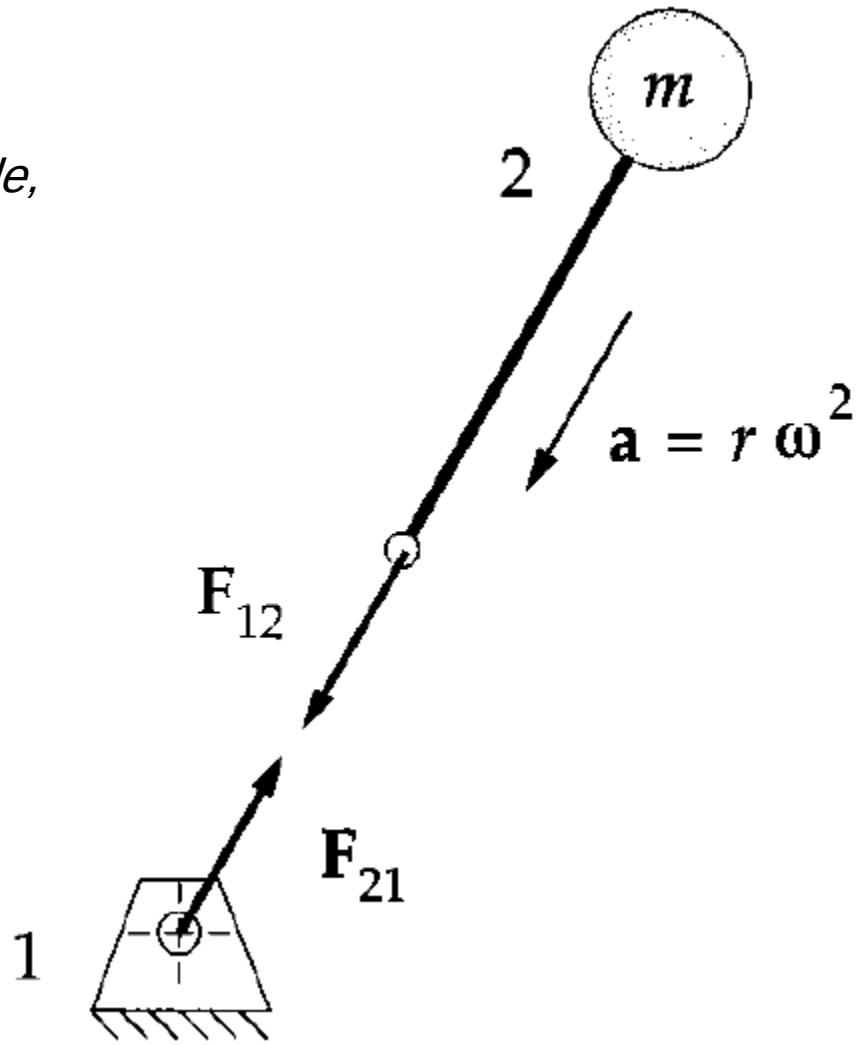
بازو با دوران خالص

a mass, being rotated at the end of link at a constant angular velocity ω and constant radius r.



"pure" free-body diagrams of both members in this system,
the ground link (1) the rotating link (2).
The only real force acting on link 2 is *F12.*
angular acceleration α is zero in this example,
the acceleration acting on the
link is only the *$r\omega^2$ component,*
which is a ***centripetal acceleration,***
i.e., directed toward *the center.*

$$F_{12} = mr\omega^2$$

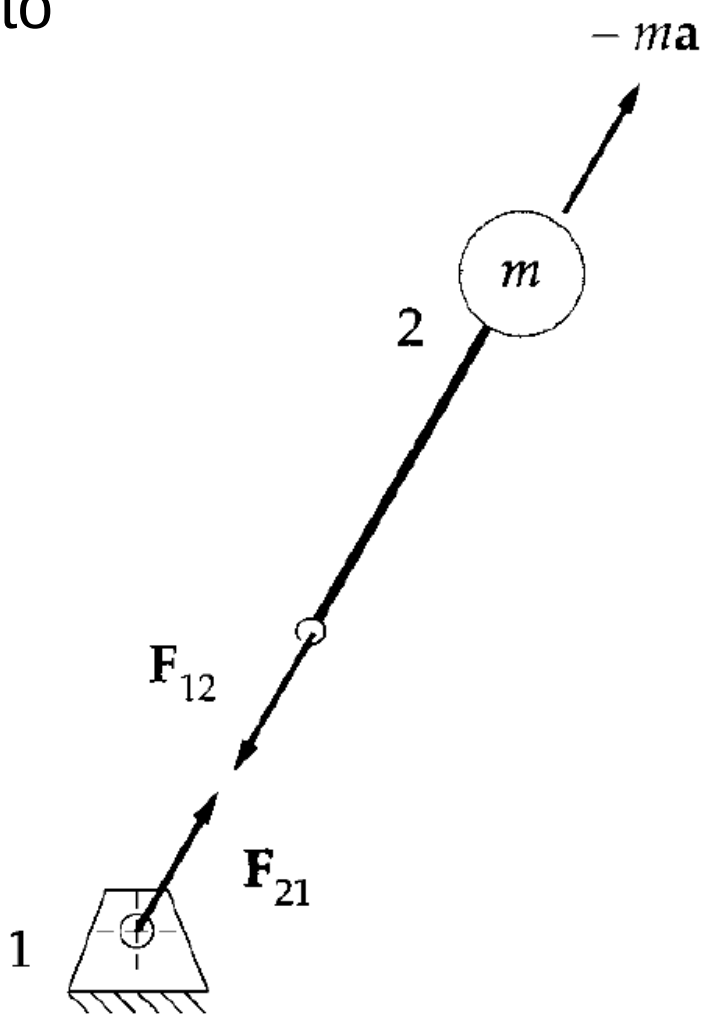


free-body diagrams done according to the principle of d' Alembert

a negative ***ma*** inertia force applied to the mass on link 2

$$F_{12} - mr\omega^2 = 0$$

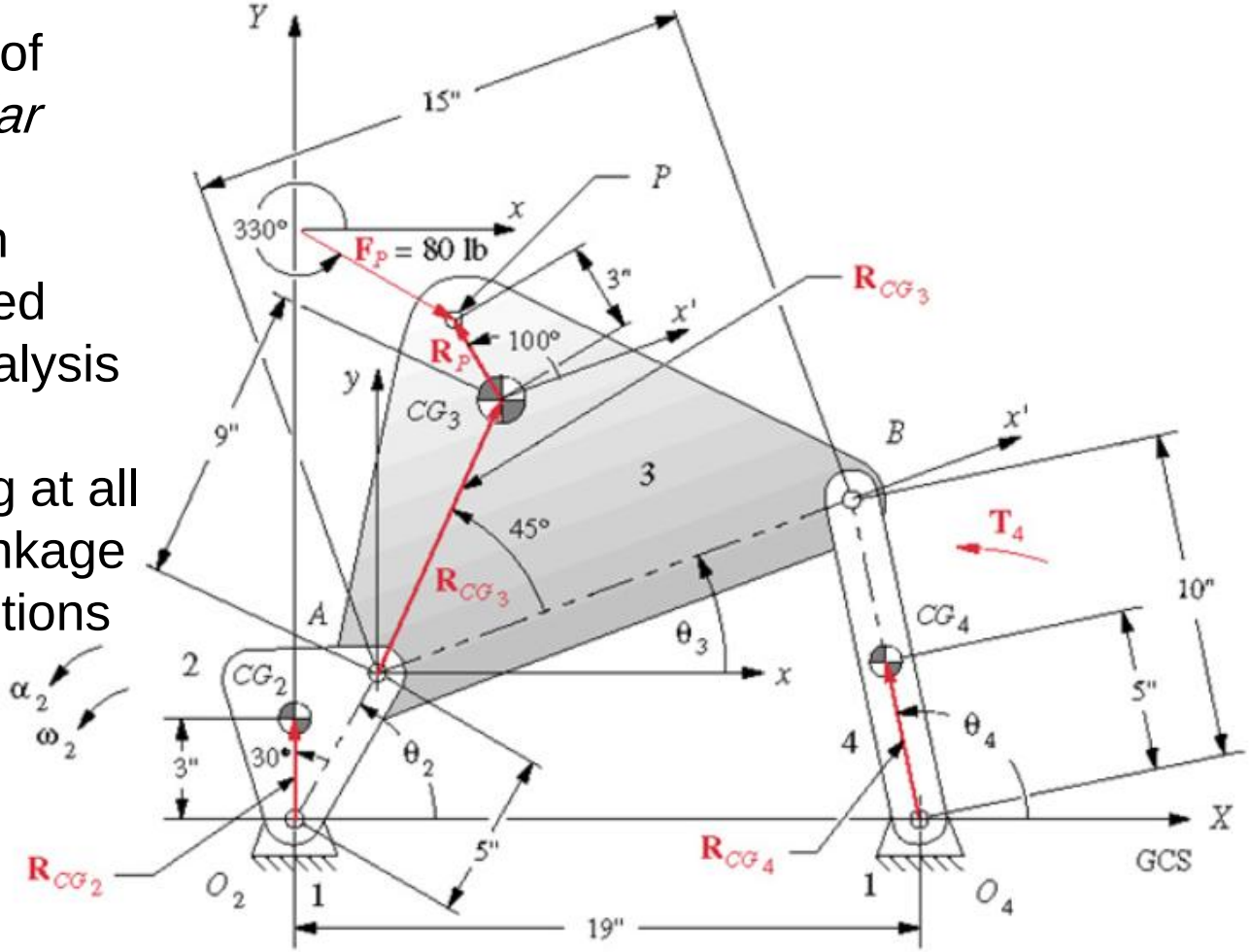
$$F_{12} = mr\omega^2$$



FORCE ANALYSIS OF A FOURBAR LINKAGE

linear accelerations of *CGs, and link angular accelerations* and velocities have been previously determined from a kinematic analysis

find the forces acting at all the pin joint of the linkage for one or more positions



Linkage has three moving links

three equations for any link or rigid body in motion

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum T = I_G\alpha$$

expect to have **nine equations in nine unknowns** for this problem

An external force $\mathbf{F}_p$ *is shown acting on link 3 at point P. Also an external torque* T_4 is shown acting on link 4.

To solve for the pin forces it is necessary that these applied external forces and torques be defined for all positions of interest

The linkage kinematic parameters are defined with respect to **a global *XY system* (GCS)** whose origin is at the driver pivot 0_2 and whose X axis goes through link 4's fixed pivot O_4.

The CG of each link is initially defined within each link with respect to a local moving and rotating axis system (LRCS) embedded in the link because the CG is an unchanging physical property of the link.

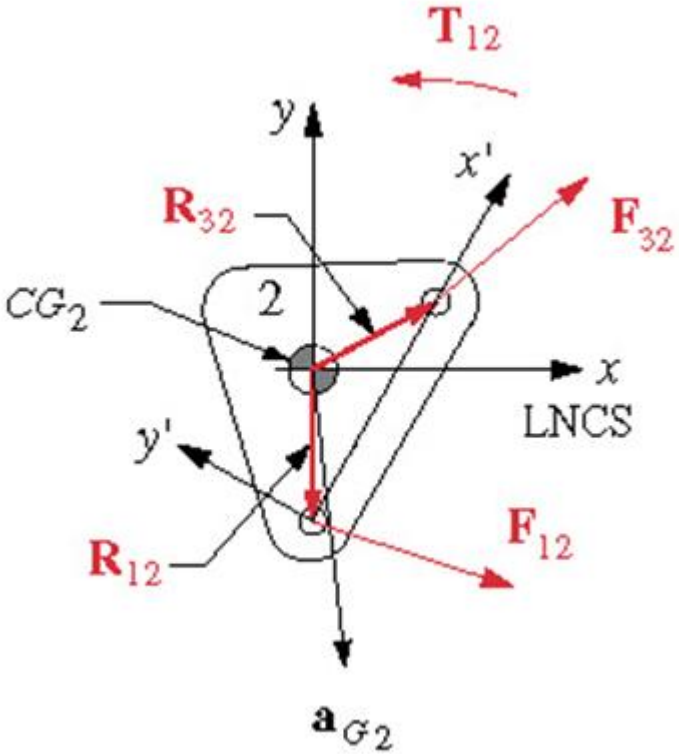
We need to define each link's dynamic parameters and force locations with respect to a local, moving, but nonrotating axis system (LNCS) *x,y located at its CG as shown* on each free-body diagram

link 2

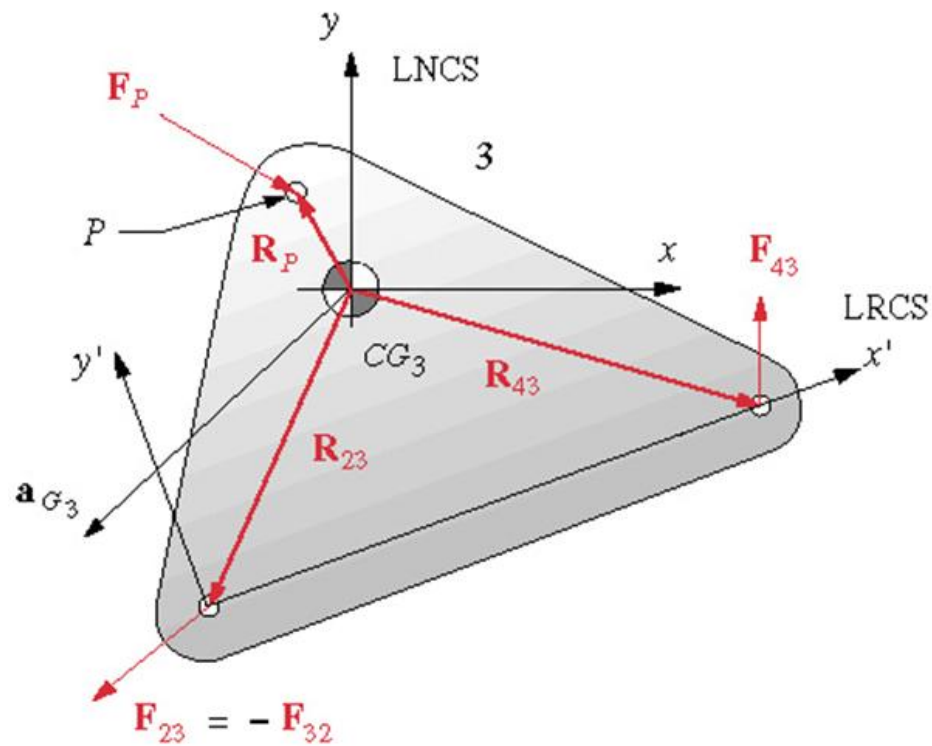
$$F_{12_x} + F_{32_x} = m_2 a_{G_{2_x}}$$

$$F_{12_y} + F_{32_y} = m_2 a_{G_{2_y}}$$

$$T_{12} + \left(R_{12_x} F_{12_y} - R_{12_y} F_{12_x}\right) + \left(R_{32_x} F_{32_y} - R_{32_y} F_{32_x}\right) = I_{G_2} \alpha_2$$



link 3



$$F_{43_x} - F_{32_x} + F_{P_x} = m_3 a_{G_{3x}}$$

$$F_{43_y} - F_{32_y} + F_{P_y} = m_3 a_{G_{3y}}$$

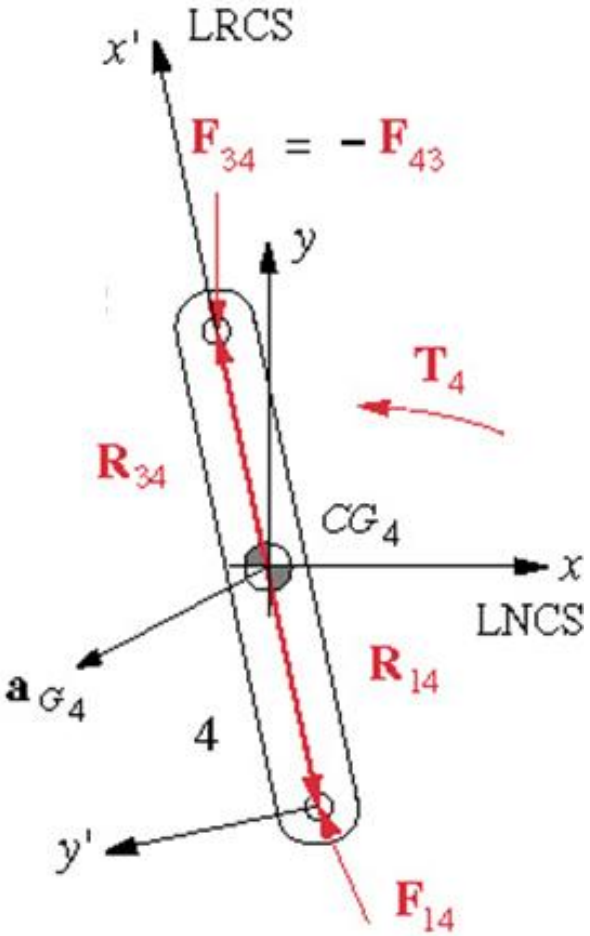
$$\left(R_{43_x} F_{43_y} - R_{43_y} F_{43_x}\right) - \left(R_{23_x} F_{32_y} - R_{23_y} F_{32_x}\right) + \left(R_{P_x} F_{P_y} - R_{P_y} F_{P_x}\right) = I_{G_3} \alpha_3$$

Link 4

$$F_{14_x} - F_{43_x} = m_4 a_{G_{4x}}$$

$$F_{14_y} - F_{43_y} = m_4 a_{G_{4y}}$$

$$\left(R_{14_x} F_{14_y} - R_{14_y} F_{14_x}\right) - \left(R_{34_x} F_{43_y} - R_{34_y} F_{43_x}\right) + T_4 = I_{G_4} \alpha_4$$



There are nine unknowns present in these nine equations,

F_{12x}, F_{12y}, F_{32x}, F_{32y}, F_{43x}, F_{43y}, F_{14x}, F_{14y}, and T_{12}

so we can solve them simultaneously.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_{12_y} & R_{12_x} & -R_{32_y} & R_{32_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{23_y} & -R_{23_x} & -R_{43_y} & R_{43_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{34_y} & -R_{34_x} & -R_{14_y} & R_{14_x} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{12_x} \\ F_{12_y} \\ F_{32_x} \\ F_{32_y} \\ F_{43_x} \\ F_{43_y} \\ F_{14_x} \\ F_{14_y} \\ T_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 a_{G_{2_x}} \\ m_2 a_{G_{2_y}} \\ I_{G_2}\alpha_2 \\ m_3 a_{G_{3_x}} - F_{P_x} \\ m_3 a_{G_{3_y}} - F_{P_y} \\ I_{G_3}\alpha_3 - R_{P_x}F_{P_y} + R_{P_y}F_{P_x} \\ m_4 a_{G_{4_x}} \\ m_4 a_{G_{4_y}} \\ I_{G_4}\alpha_4 - T_4 \end{bmatrix}$$

به جزوه برداشته شده در کلاس مراجعه شود