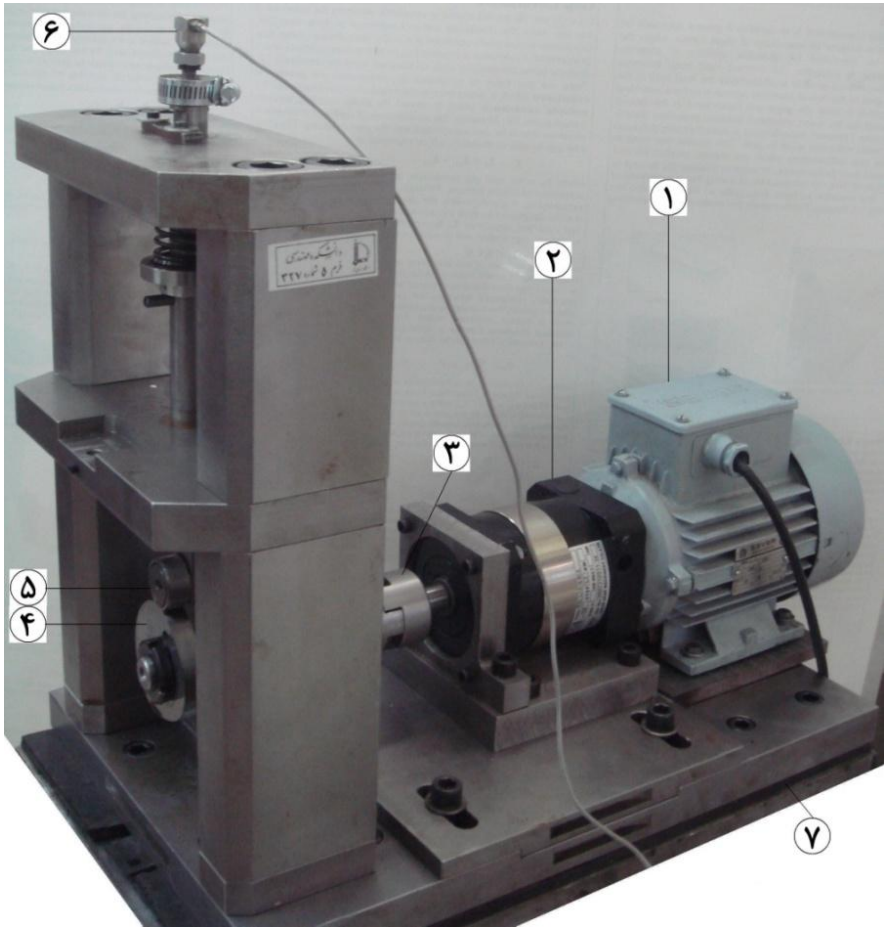
فصل ۸ طراحی بادامک ها



۱-موتور الکتریکی ،

۲- گیربکس خورشیدی ،

۳- کوپلینگ ،

۴- بادامک ،

۵- پیرو ،

۶- شتاب سنج ،

۷- لاستیک

بادامکها برای حرکات و مشخصات محدودتری نسبت مکانیزمهای میله ای استفاده می شوند.

در حقیقت هر نوع حرکت مورد نظر با پروفیل بادامک قابل تولید است.

معایب بادامکها عبارتند از:

هزینه ساخت

مقاومت سایشی کم

قابلیتهای کم در سرعتهای زیاد

از نقطه نظر هندسی طراحی بادامک معمولا در دو مرحله انجام می شود.

۱- سنتز برنامه حرکت (motion program) دنبال کننده

۲- ایجاد پروفیل بادامک

در اکثر اوقات برنامه حرکت برای قسمت هایی از سیکل حرکت داده شده و سایر قسمت های باقیمانده پروفیل باید برای کارآئی دینامیکی بهینه طراحی شوند.

در مرحله دوم ، پروفیل بادامک از طریق معکوس سینماتیکی (kinematic inversion) انجام می گردد. بادامک ثابت در نظر گرفته شده و موقعیت های مورد نظر دنبال کننده نسبت به بادامک رسم می شود.

در نهایت ، یک منحنی در نقاط بدست آمده مماس بر دنبال کننده رسم می شود.

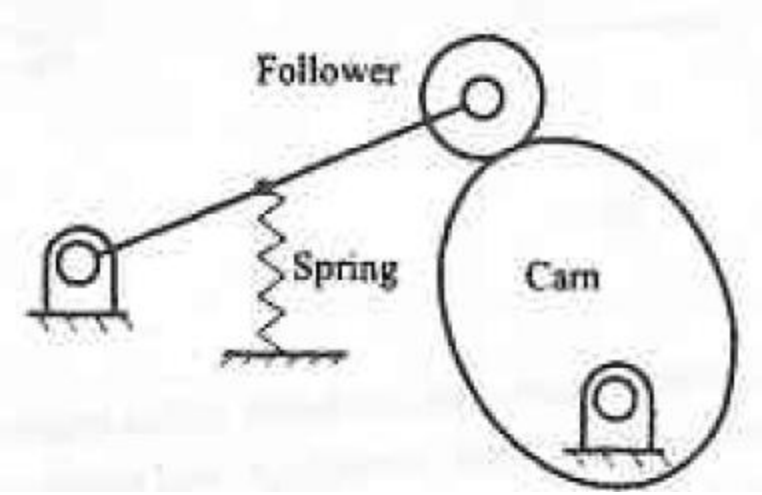
سیستمهای بادامک-پیرو

یک سیستم بادامک-پیرو از سه جزء اصلی تشکیل شده است:

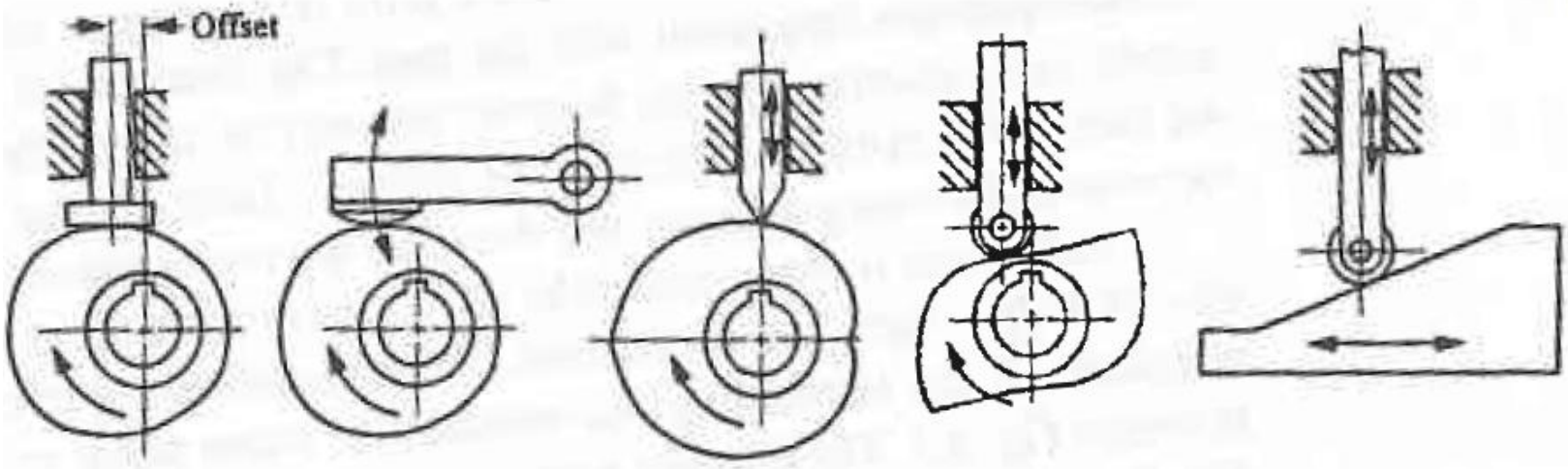
۱- بادامک

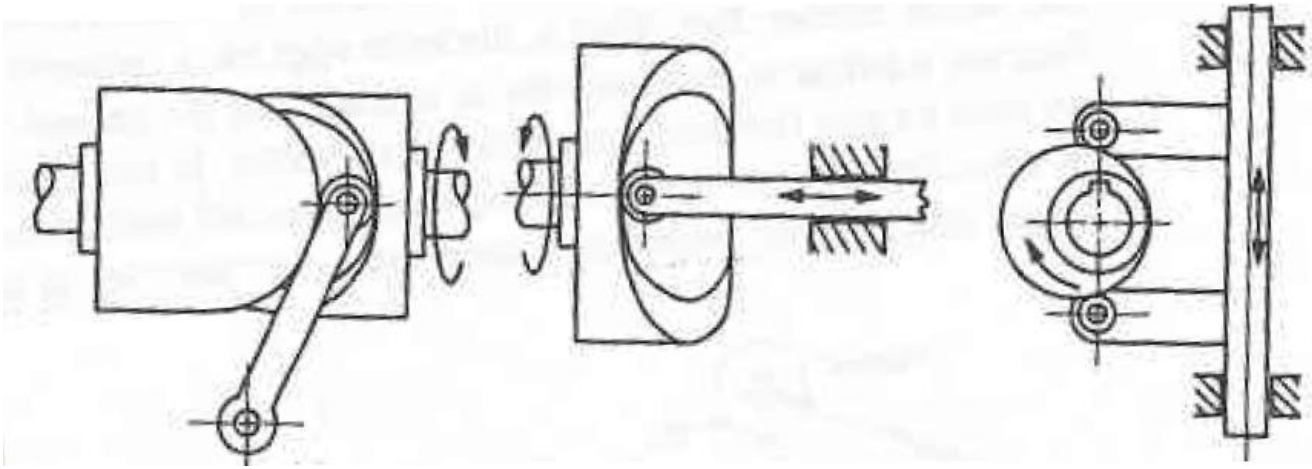
۲- دنبال کننده

۳- فنر یا مکانیزم ایجاد تماس



انواع مکانیزمهای بادامکی





سنتز برنامه حرکت (Synthesis of Motion Program)

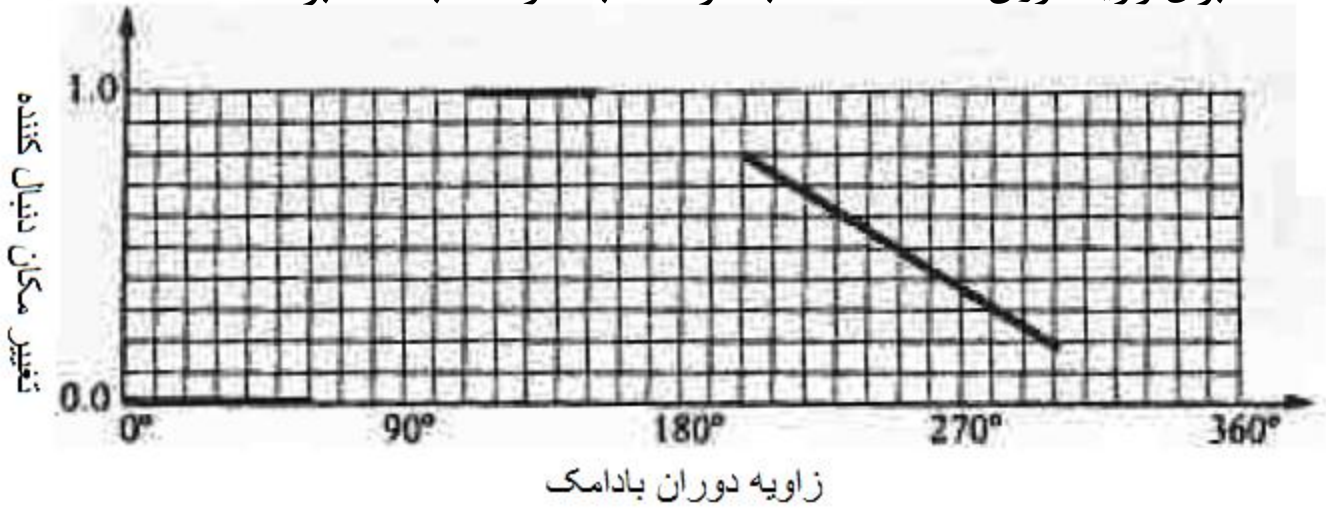
در واقع قسمتهایی از سیکل حرکت که معین نشده اند بصورت بهینه محاسبه می شوند.

در نظر بگیرید که

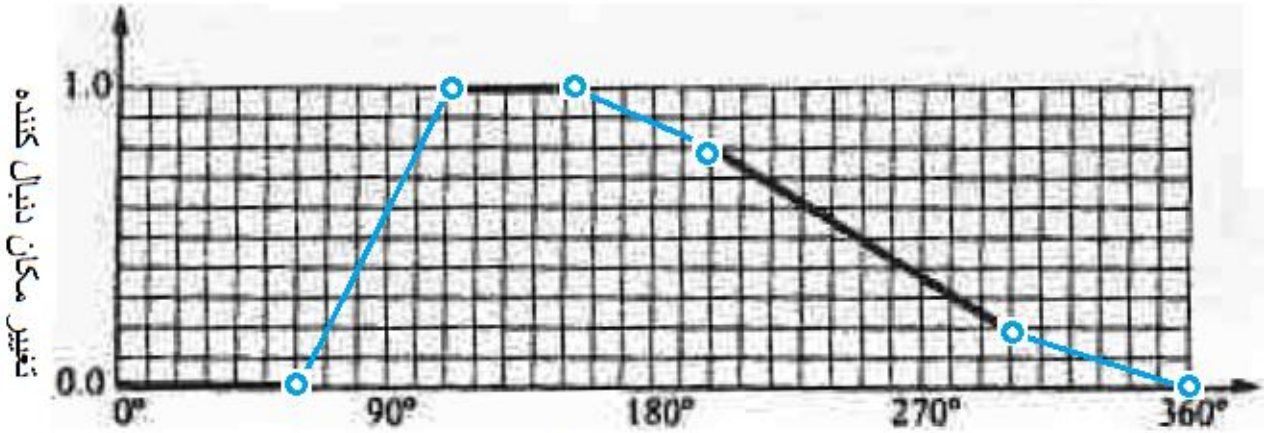
۱- دنبال کننده برای زاویه دوران ۶۰° در صفر ثابت بماند Dwell

۲- دنبال کننده برای زاویه دوران $۱۱۰-۱۵۰^{\circ}$ در یک ثابت بماند Dwell

۳- دنبال کننده برای زاویه دوران $۲۰۰-۳۰۰^{\circ}$ با سرعت ثابت از ۰.۸ به ۰.۲ برسد.

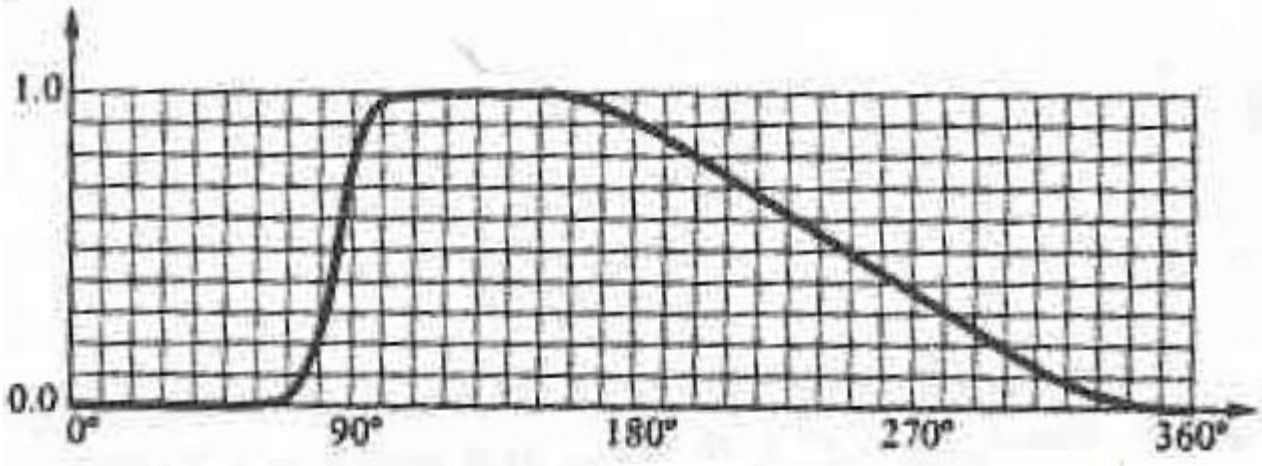


در صورتی که انتهای تغییر مکان مورد نظر با خطوط مستقیم متصل شوند ، در نقاط اتصال سرعت ناپیوسته و شتاب بنهایت خواهد بود که در نتیجه اتصال قطع شده یا مشکل تنشهای تماسی زیاد پیش خواهد آمد.



مشکل شتاب بینهایت از طریق مطابقت تغییرات موقعیت، سرعت و شتاب در نقاط اتصال رفع میگردد. در واقع هر قسمت اتصال از سه ناحیه شتاب مثبت ، سرعت ثابت و شتاب منفی تشکیل شده است.

روابط شتاب ثابت



$$v = v_0 + at$$

$$y = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

در صورتی که بادامک
با سرعت ثابت دورا کند

$$t = \frac{(\theta - \theta_0)}{\omega}$$

$$v = v_0 + a\frac{(\theta - \theta_0)}{\omega}$$

$$y = s_0 + v_0 \frac{(\theta - \theta_0)}{\omega} + a\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\omega^2}$$

تحلیل انواع مختلف توابع تغییر مکان دنبال کننده

توابع متعددی برای اتصال قسمتهای دیاگرام تغییر مکان استفاده می شوند. شکل نهائی بادامک در نهایت به پروفیل تغییر مکان بستگی خواهد داشت. انواع حرکات عبارتند از:

۱- حرکت یکنواخت

۲- حرکت سهموی

۳- حرکت هامونیکی ساده

۴- حرکت سیکلوئیدی

۵- حرکت چند جمله ای

چهار نوع اول را می توان بصورت ترسیمی یا تحلیلی ایجاد نمود ، در حالیکه نوع پنجم فقط از روش تحلیل ایجاد می شود.

در روش حل ترسیمی یا تحلیلی فرض این است که سرعت زاویه ای بادامک ثابت است:

$$y = y(\theta)$$
$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

θ و y می توانند خطی و یا زاویه ای باشند

با استفاده از روابط فوق می توان حرکت را به صورت تابعی از زمان نمایش داد.

$$\dot{y} = \frac{dy(\theta)}{dt} = \frac{dy}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = y'\omega$$

$$\ddot{y} = \frac{d^2 y(\theta)}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2 y}{d\theta^2}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{dy}{d\theta}\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2 y}{d\theta^2}\omega^2 + \frac{dy}{d\theta}\alpha$$

ω is constant, $\alpha = 0$

$$\ddot{y} = y''\omega^2$$

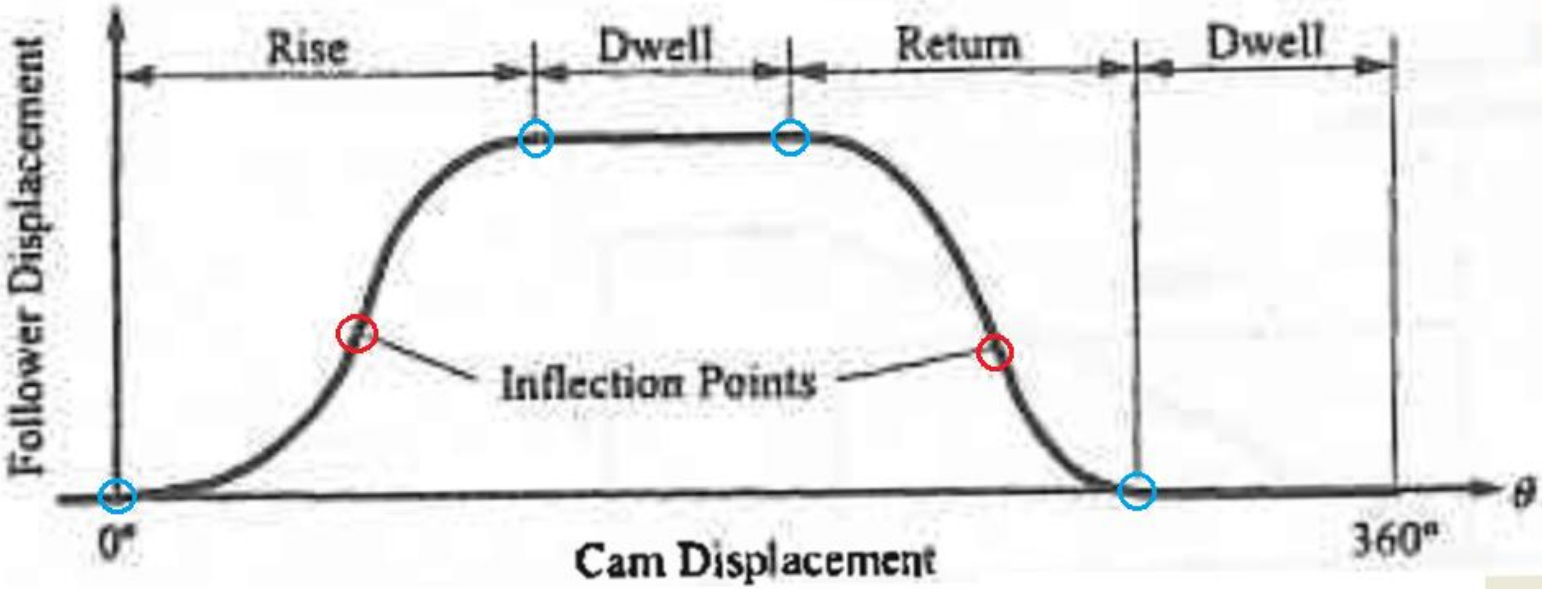
بنابر این در حالتیکه سرعت بادامک ثابت است داریم:

$\dot{y}$ is a simple constant times y'

$\ddot{y}$ is also a constant times y''

منحنی حرکت دنبال کننده به سه قسمت تقسیم می شود:

خواص نقاط مشخص شده را بررسی نمایید



حرکت یکنواخت Uniform Motion

شکل عمومی منحنی

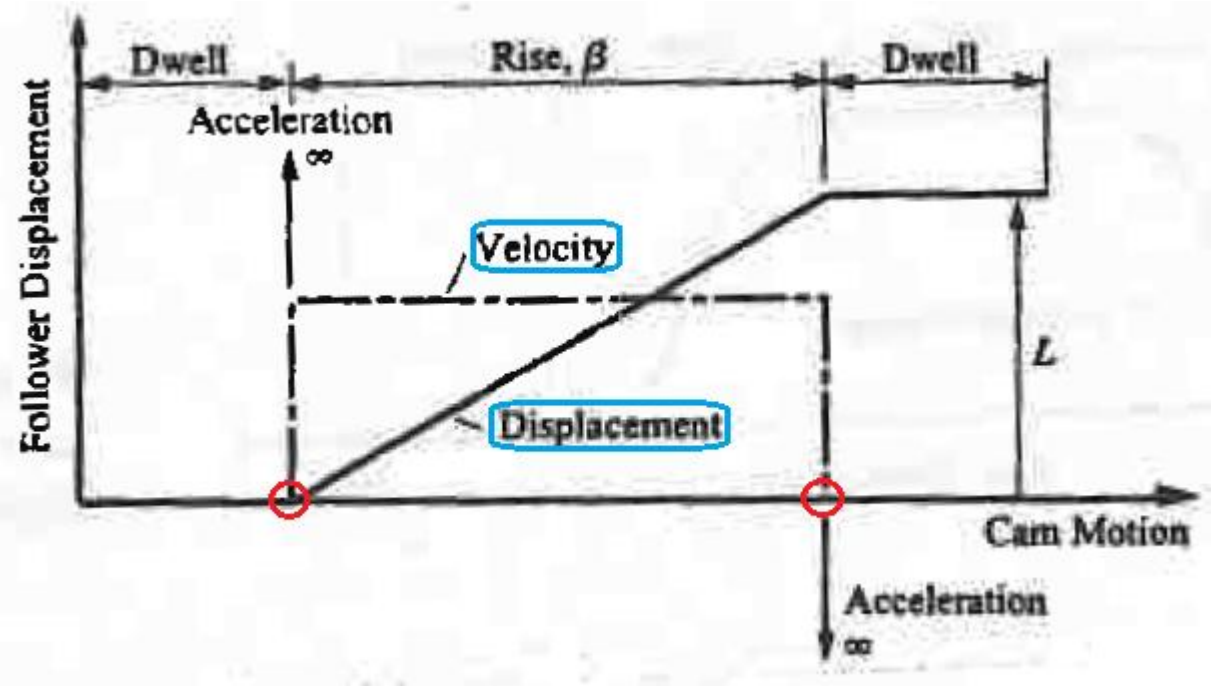
$y = C\theta$

حرکت یکنواخت

$$y = \frac{L}{\beta}\theta$$

$$\dot{y} = \frac{L}{\beta}\omega$$

$$\ddot{y} = 0$$



حرکت سهموی Parabolic Motion

توجه نمایید که در هر انتقال از دو سهمی باید استفاده شود

$$y = C_0 + C_1\theta + C_2\theta^2$$
$$y' = C_1 + 2C_2\theta$$
$$y'' = 2C_2$$

اگر در شروع حرکت $\theta=0$ و $y=y'=0$ باشد ، داریم

$$C_0 = C_1 = 0$$

اگر فرض شود در نقطه میانی

$$\theta = \beta/2, y = L/2$$

$$C_2 = 2L/\beta^2$$

در قسمت اول Rise

تغییرمکان و مشتق اول و دوم آن نسبت به θ

$$y = 2L\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2$$

$$y' = 4\frac{L}{\beta^2}\theta$$

$$y'' = 4\frac{L}{\beta^2}$$

سرعت و شتاب

$$\dot{y} = 4\frac{L\omega}{\beta^2}\theta$$

$$\ddot{y} = 4\frac{L\omega^2}{\beta^2}$$

در قسمت دوم Rise

$\theta = \beta/2, y = L/2,$

$\theta = \beta, y = L,$ and $y' = 0$

$$\frac{L}{2} = C_0 + C_1\frac{\beta}{2} + C_2\left(\frac{\beta}{2}\right)^2$$

$$L = C_0 + C_1\beta + C_2\beta^2$$

$$0 = C_1 + 2C_2\beta$$

linear set of equations

$$C_0 = -L$$

$$C_1 = \frac{4L}{\beta}$$

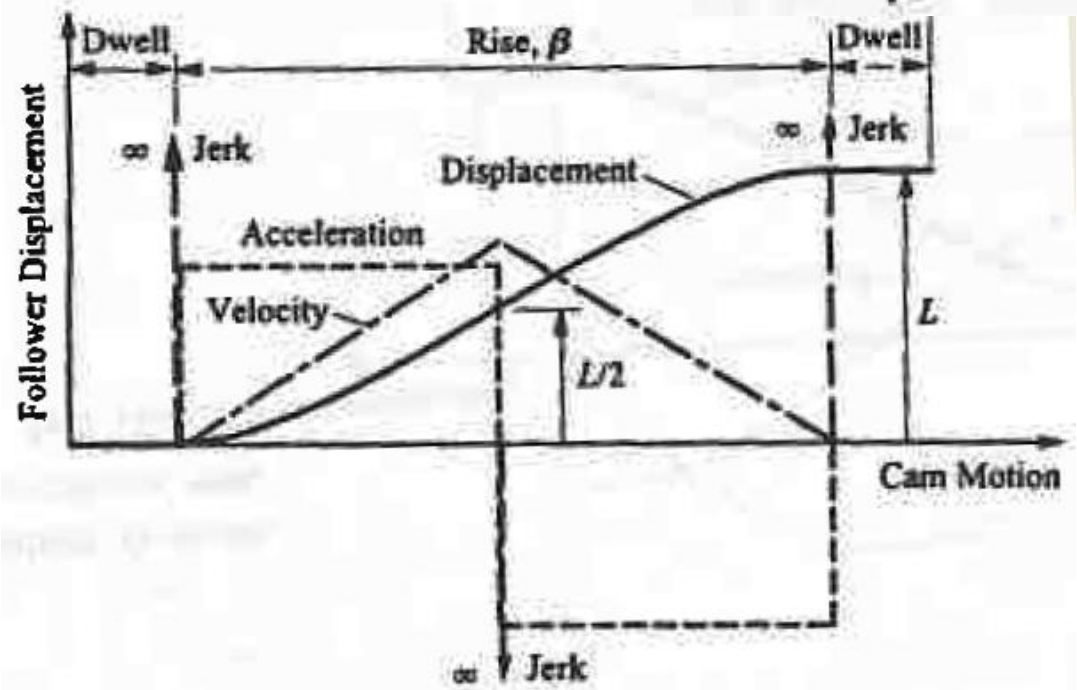
$$C_2 = -\frac{2L}{\beta^2}$$

$$y = L\left[1 - 2\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^2\right]$$

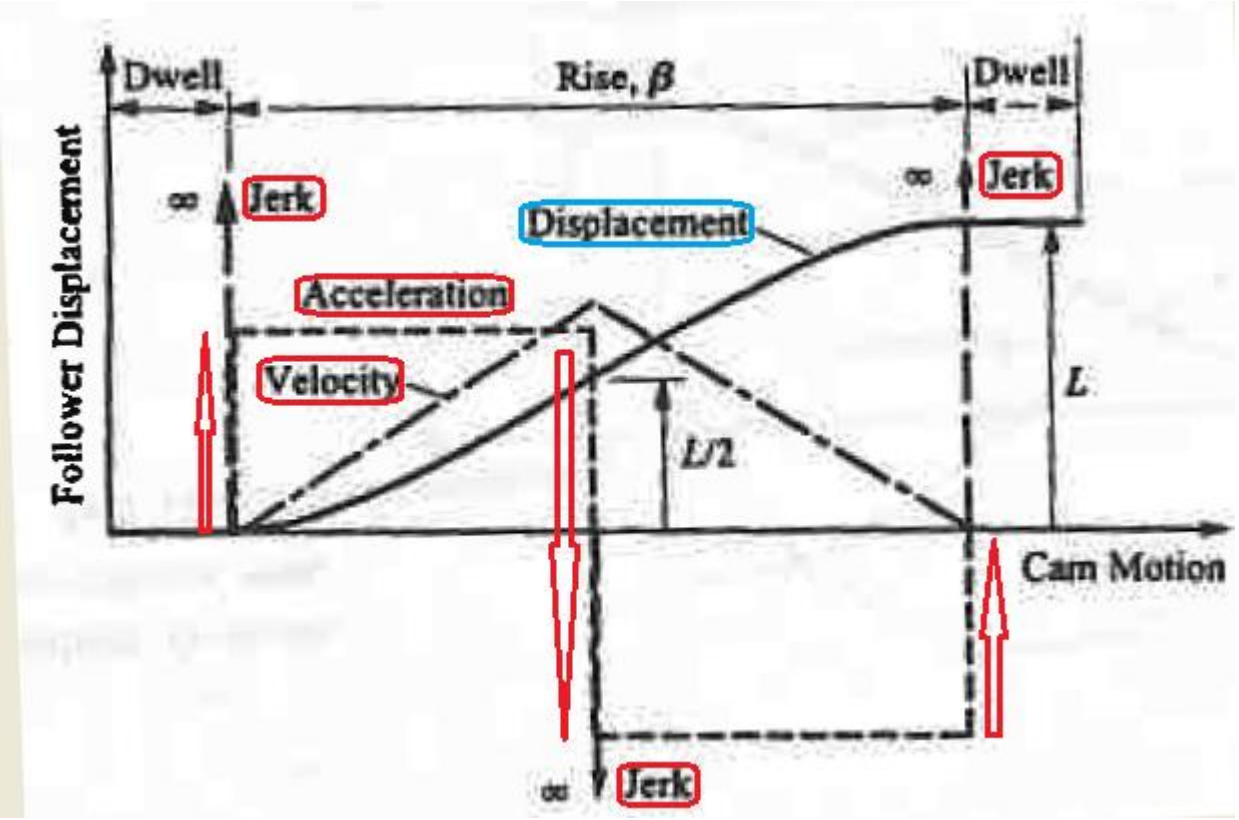
در نهایت

$$y = L\left[1 - 2\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^2\right] \qquad y' = \frac{4L}{\beta}\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right) \qquad \dot{y} = \frac{4L\omega}{\beta}\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)$$

$$y'' = -\frac{4L}{\beta^2} \qquad \ddot{y} = -\frac{4L\omega^2}{\beta^2}$$



اگرچه در نقاط اتصال شتاب مقادیر محدودی دارد اما مشتق سوم نسبت به زمان یا اصطلاحا Jerk بینهایت است که نشاندهنده ضربه به سیستم است.



Return

قسمت اول

$y = L$ to 0 angular displacement β

$y = L$ and $y' = 0$ at $\theta = 0$ and $y = L/2$ at $\theta = \beta/2$

$C_0 = L$, $C_1 = 0$, and $C_2 = \frac{-2L}{\beta^2}$

$$y = L\left[1 - 2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right]$$

Return

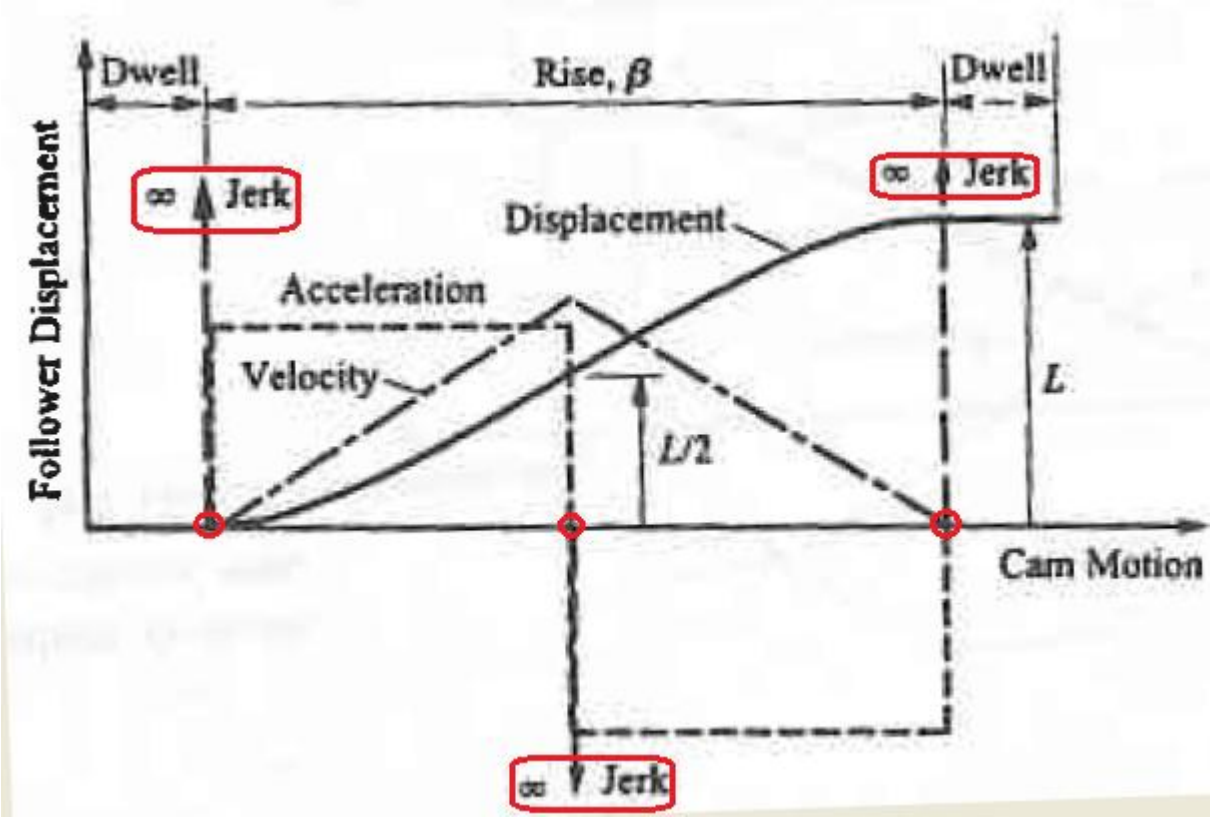
قسمت دوم

$$\theta = \beta/2,\ y = L/2,$$

$$\theta = \beta,\ y = 0,\ \text{and}\ y' = 0$$

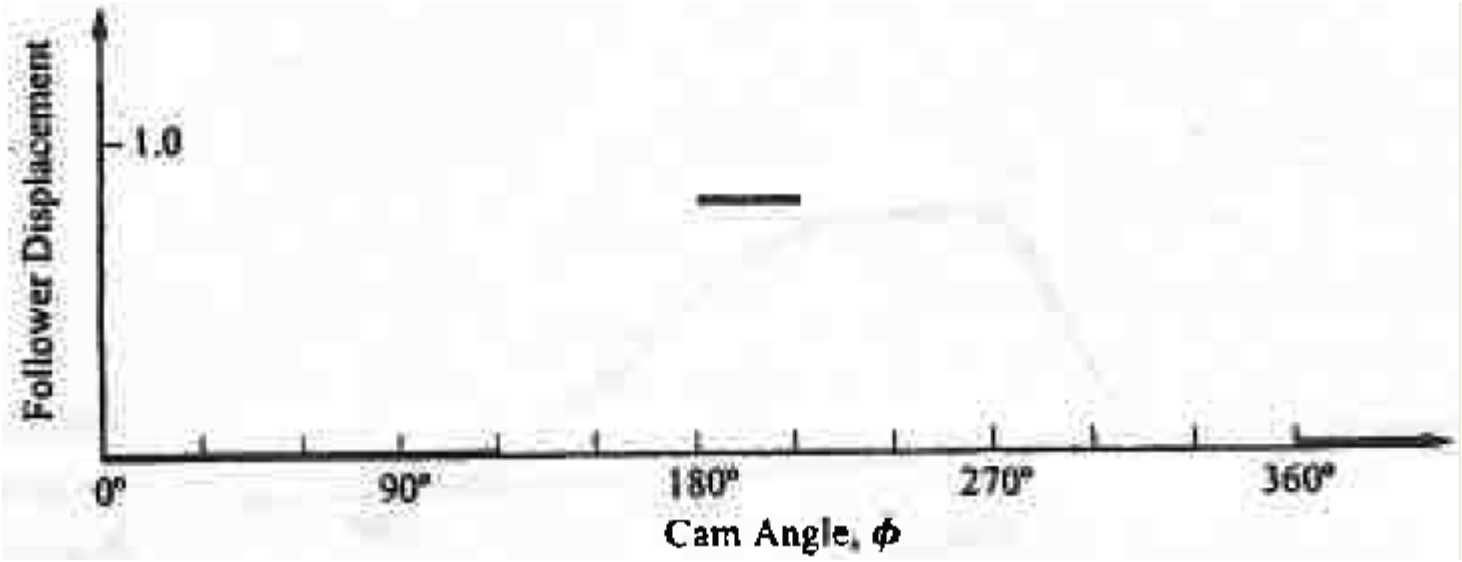
$$y = 2L\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^2$$

در نقاط اتصال Jerk بینهایت است



مثال: طراحی بادامک برای حرکت "Parabolic"

dwell at zero lift for the first 120°
dwell at 0.8 in lift for cam angles from 180° to 210°
cam rotates with constant angular velocity
10° plotting intervals



Rise

در زاویه 120° to 180° ده است

در قسمت اول Rise از ۱۲۰ الی ۱۵۰ داریم:

$\beta = 180-120=60°$

$L=0.8$

$$\theta = (\phi - 120°)$$

$$y = 2L\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 = 1.6\left(\frac{\phi - 120°}{60°}\right)^2$$

در قسمت دوم Rise از ۱۵۰ الی ۱۸۰ داریم:

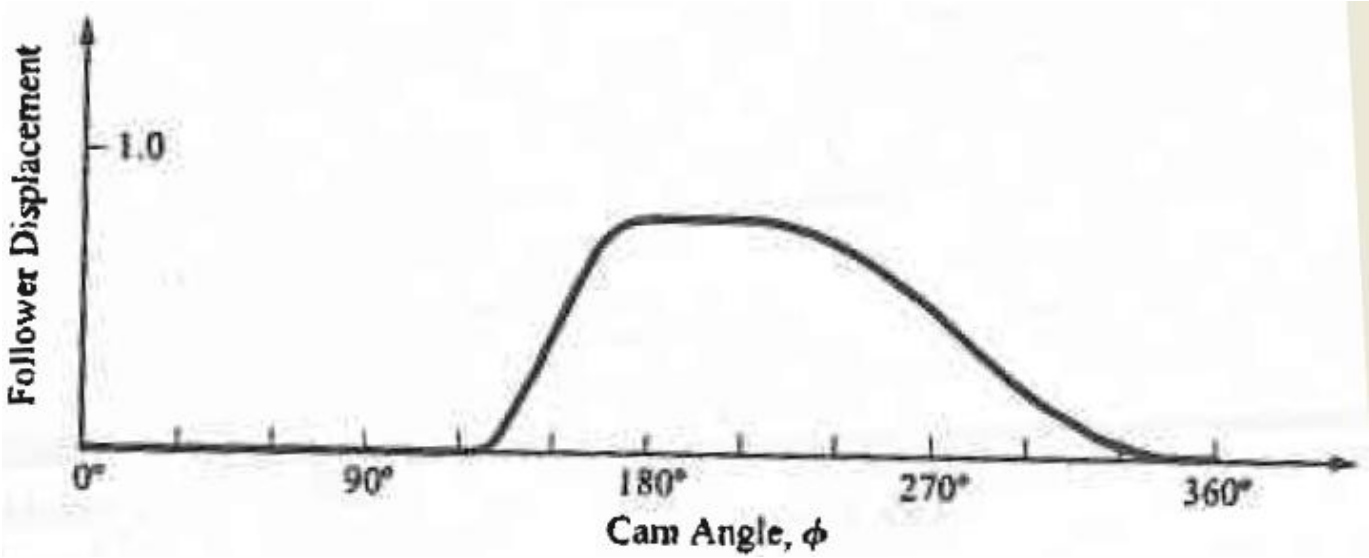
$$\theta = (\phi - 120^\circ)$$

$$y = L\left[1 - 2\left(1 - \frac{\theta}{\beta}\right)^2\right] = 0.8\left[1 - 2\left(1 - \frac{(\phi - 120^\circ)}{60^\circ}\right)^2\right]$$

ب

θ	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°
y	0.0000	0.0444	0.1778	0.4000	0.6222	0.7556	0.8000

θ	210°	220°	230°	240°	250°	260°	270°	280°
y	0.8000	0.7929	0.7716	0.7360	0.6862	0.6222	0.5440	0.4516
θ	290°	300°	310°	320°	330°	340°	350°	360°
y	0.3484	0.2560	0.1778	0.1138	0.0640	0.0284	0.0071	0.0000



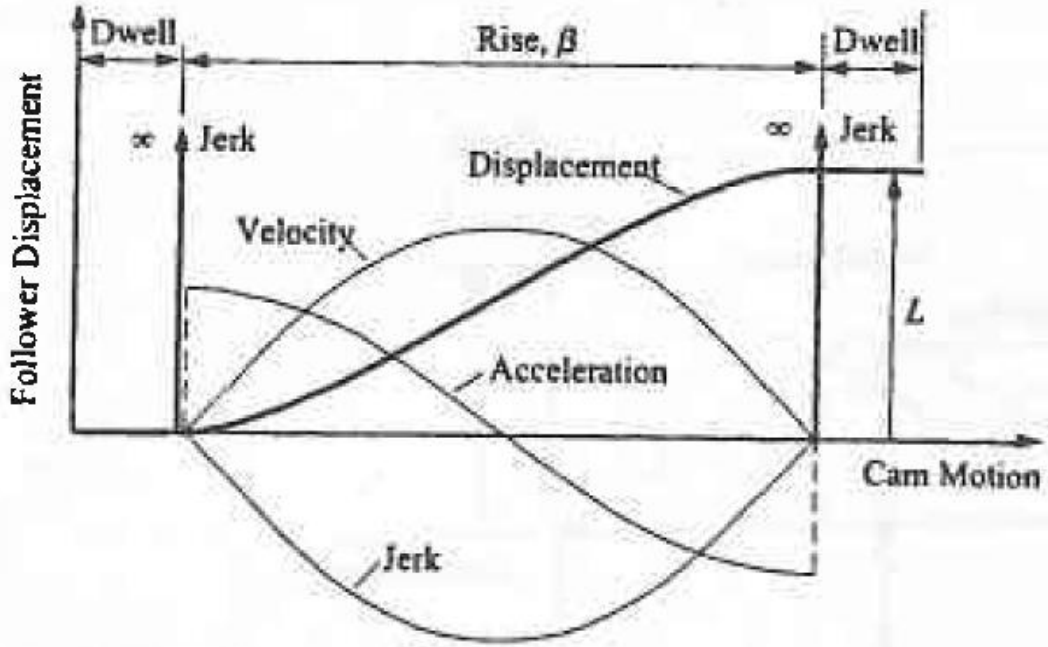
برنامه حرکت هامونیکی در دامنه زمان

حرکت هامونیکی ساده را می توان توسط یک بادامک دایره ای خارج از مرکز و یک دنبال کننده شعاعی بدست آورد.

معادلات حرکت هارمونیکی دارای شکل اصلی زیر است:

$$y = C_0 + C_1 \cos C_2\theta = C_0\left(1 + \frac{C_1}{C_0}\cos C_2\theta\right)$$

دیاگرام تغییرمکان ، سرعت ، شتاب و جرک در شکل زیر نشان داده شده



حرکت هارمونیکی ، منحنی سرعت سینوسی و شتاب کسینوسی ایجاد می کند.

در نقطه اتصال ناپیوستگی وجود ندارد

با یک ضابطه برای زاویه ۰ الی β تعریف می شود

برنامه حرکت هامونیکی

a rise starting from $\theta = 0$ and ending at $\theta = \beta$ and $y = L$

$$y = \frac{L}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$y' = \frac{\pi L}{2\beta}\sin\frac{\pi\theta}{\beta}, \quad \dot{y} = \frac{\pi L\omega}{2\beta}\sin\frac{\pi\theta}{\beta}$$

$$y'' = \frac{L}{2}\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^2\cos\frac{\pi\theta}{\beta}, \quad \ddot{y} = \frac{L}{2}\left(\frac{\pi\omega}{\beta}\right)^2\cos\frac{\pi\theta}{\beta}$$

$$y''' = -\frac{L}{2}\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^3\sin\frac{\pi\theta}{\beta}, \quad \dddot{y} = -\frac{L}{2}\left(\frac{\pi\omega}{\beta}\right)^3\sin\frac{\pi\theta}{\beta}$$

return from $\theta = 0, y = L$ to $\theta = \beta, y = 0$

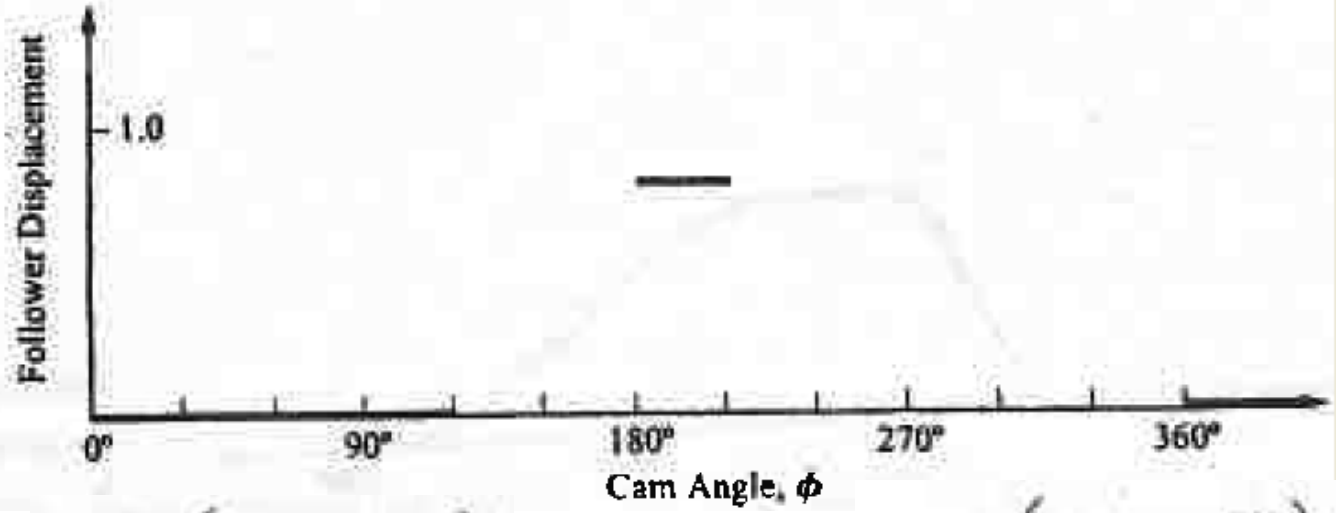
$$y = \frac{L}{2}\left(1 + \cos\frac{\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$y' = -\frac{\pi L}{2\beta}\sin\frac{\pi\theta}{\beta}, \quad \dot{y} = -\frac{\pi L\omega}{2\beta}\sin\frac{\pi\theta}{\beta}$$

$$y'' = -\frac{L}{2}\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^2\cos\frac{\pi\theta}{\beta}, \quad \ddot{y} = -\frac{L}{2}\left(\frac{\pi\omega}{\beta}\right)^2\cos\frac{\pi\theta}{\beta}$$

$$y''' = \frac{L}{2}\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^3\sin\frac{\pi\theta}{\beta}, \quad \dddot{y} = \frac{L}{2}\left(\frac{\pi\omega}{\beta}\right)^3\sin\frac{\pi\theta}{\beta}$$

مثال قبل را برای برنامه حرکت هامونیکی حل نمایید.



$$y = \frac{L}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$= 0.4\left(1 - \cos\frac{\pi(\phi - 120^\circ)}{60^\circ}\right)$$

$$y = \frac{L}{2}\left(1 + \cos\frac{\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$= 0.4\left(1 + \cos\frac{\pi(\phi - 210^\circ)}{150^\circ}\right)$$

حل در نرم افزار matlab

برنامه حرکت سیکلوئیدی در دامنه زمان

- حرکت هائیکه تا کنون بررسی شده اند در نقاط شروع و خاتمه دارای شتاب غیر صفر می باشند.
- در این نقاط جرک بینهایت دارند
- در نتیجه محدود به سرعتهای کم می باشند.
- حرکت سیکلوئیدی در نقاط شروع و خاتمه شتاب صفر ایجاد می کند به عبارت دیگر اتصال سیکلوئیدی یک منحنی شتاب سینوسی ایجاد می کند.
- حرکت سیکلوئیدی را می توان توسط غلتاندن یک دایره به شعاع ($L/2\pi$) روی محور عمودی بدست آورد.

معادلات Rise

$$y = L\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi}\sin\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$y' = \frac{L}{\beta}\left(1 - \cos\frac{2\pi\theta}{\beta}\right), \quad \dot{y} = \frac{L\omega}{\beta}\left(1 - \cos\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

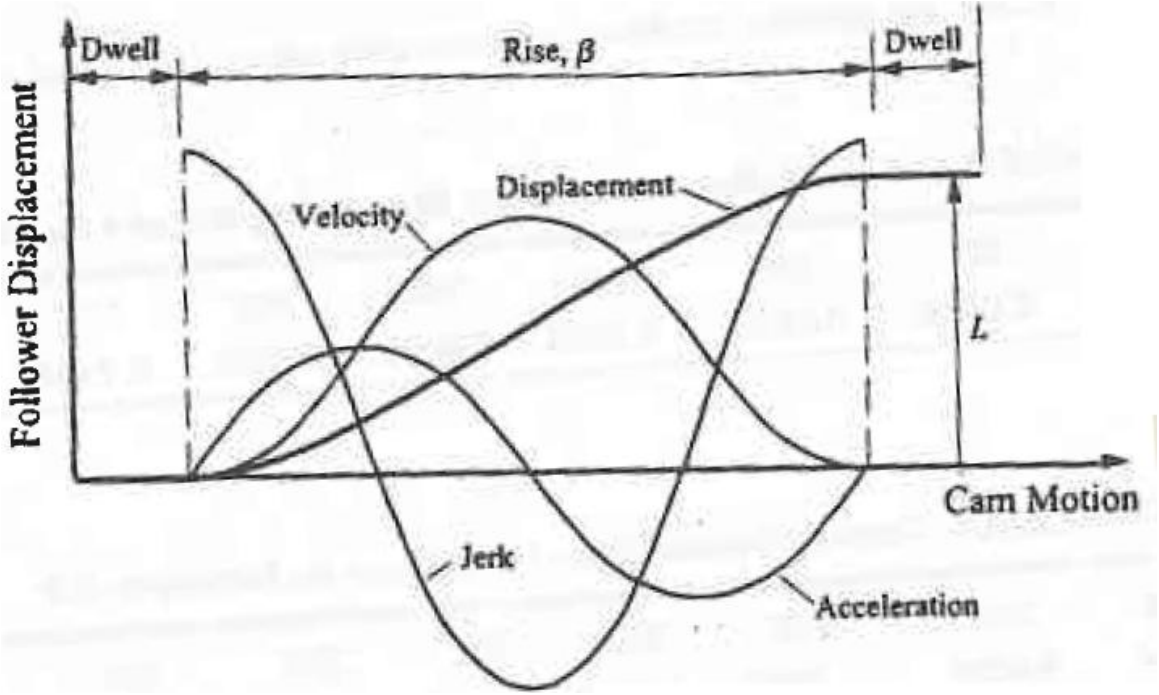
$$y'' = \frac{2L\pi}{\beta^2}\sin\frac{2\pi\theta}{\beta}, \quad \ddot{y} = 2L\pi\left(\frac{\omega}{\beta}\right)^2\sin\frac{2\pi\theta}{\beta}$$

$$y''' = \frac{4L\pi^2}{\beta^3}\cos\frac{2\pi\theta}{\beta}, \quad \dddot{y} = 4L\pi^2\left(\frac{\omega}{\beta}\right)^3\cos\frac{2\pi\theta}{\beta}$$

equations are valid for values of θ from zero to β

معادلات حرکت Return متقارن است بنابراین

return is given by $\bar{y} = L - y$. Therefore, $\bar{y}' = -y'$, $\bar{y}'' = -y''$, and $\bar{y}''' = -y'''$



برنامه حرکت توسط چندجمله ایها

- برای ماشینهای سریع (high speed) متداول است از پروفیل های چند جمله ای استفاده گردد.

- با افزایش درجه چند جمله ای می توان قیودیکه طراح در مد نظر دارد را اعمال کرد.

- در صورتیکه شرایط در دو انتهای Dwell یکسان باشد ، از چند جمله ایهای فرد استفاده می شود.

چند جمله ای درجه ۳ :

دارای تغییرات درجه ۲ سرعت ، تغییرات خطی شتاب و جرک بینهایت در نقاط شروع و خاتمه ناحیه انتقال است.

چند جمله ای درجه ۵ :

- شتاب و جرک محدود ایجاد می کند
- اما تغییرات جرک در نقاط شروع و خاتمه ناحیه انتقال بینهایت است.
- اگر از چند جمله ای درجه ۵ استفاده شود اثرات دینامیکی ناشی از خطاهای ساخت اهمیت بیشتری پیدا می کند.

تابع تغییرمکان به صورت زیر تعریف می شود:

$$y = f(\theta) = \sum_{i=0}^{n} A_i \theta^i$$

θ is the cam angle

A's must be determined from the conditions to be matched.

برای تعیین ضرایب فوق n+1 شرط لازم است.

وقتی n بزرگ باشد و زاویه بر حسب درجه بیان شده باشد ، جملات اختلاف زیادی خواهند داشت. خطاهای عددی رسیدن به جواب دقیق را مشکل می سازد.

$$y = f(\theta) = \sum_{i=0}^{n} C_i \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^i$$

constants are always numbers between 0 and 1

شرایط مورد نظر معمولا سرعت و شتاب دنبال کننده می باشند:

$$\dot{y} = \dot{f}(\theta) = \frac{1}{\beta}\frac{d\theta}{dt}\sum_{i=1}^{n} iC_i\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{(i-1)}$$

$$\ddot{y} = \ddot{f}(\theta) = \frac{1}{\beta}\frac{d^2\theta}{dt^2}\sum_{i=1}^{n} iC_i\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{(i-1)} + \frac{1}{\beta^2}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\sum_{i=2}^{n} i(i-1)C_i\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{(i-2)}$$

constant-velocity cam

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$$

$$y = f(\theta) = \sum_{i=1}^{n} C_i\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{i}$$

$$\dot{y} = \dot{f}(\theta) = \frac{\omega}{\beta}\sum_{i=1}^{n} iC_i\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{(i-1)}$$

$$\ddot{y} = \ddot{f}(\theta) = \left(\frac{\omega}{\beta}\right)^2\sum_{i=2}^{n} i(i-1)C_i\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{(i-2)}$$

$$\dddot{y} = \dddot{f}(\theta) = \left(\frac{\omega}{\beta}\right)^3\sum_{i=3}^{n} i(i-1)(i-2)C_i\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{(i-3)}$$

در نظر بگیرید که در نقاط شروع و خاتمه ناحیه انتقال باید مکان ، سرعت و شتاب یکسان باشد ، که شش شرط می باشد:

$$\theta = 0 \Rightarrow y = \dot{y} = \ddot{y} = 0$$

$$\theta = \beta \Rightarrow y = L$$
$$\dot{y} = \ddot{y} = 0$$

معادلات برای شش ثابت باید حل شود

$$y = C_0 + C_1\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + C_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + C_3\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + C_4\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + C_5\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5$$

$$\dot{y} = \frac{\omega}{\beta}\left[C_1 + 2C_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 3C_3\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 4C_4\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 5C_5\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4\right]$$

$$\ddot{y} = \left(\frac{\omega}{\beta}\right)^2\left[2C_2 + 6C_3\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 12C_4\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 20C_5\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3\right]$$

بر طبق شرایط در شروع و انتهای Rise داریم:

$$0 = C_0 \qquad L = C_0 + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5$$

$$0 = \frac{\omega}{\beta} C_1 \qquad 0 = \frac{\omega}{\beta}\left[C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 + 5C_5\right]$$

$$0 = \left(\frac{\omega}{\beta}\right)^2 2C_2 \qquad 0 = \left(\frac{\omega}{\beta}\right)^2 \left[2C_2 + 6C_3 + 12C_4 + 20C_5\right]$$

$$C_0 = C_1 = C_2 = 0$$

$$C_3 = 10L, \quad C_4 = -15L, \quad C_5 = 6L$$

$$y = 10L\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 - 15L\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + 6L\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5$$

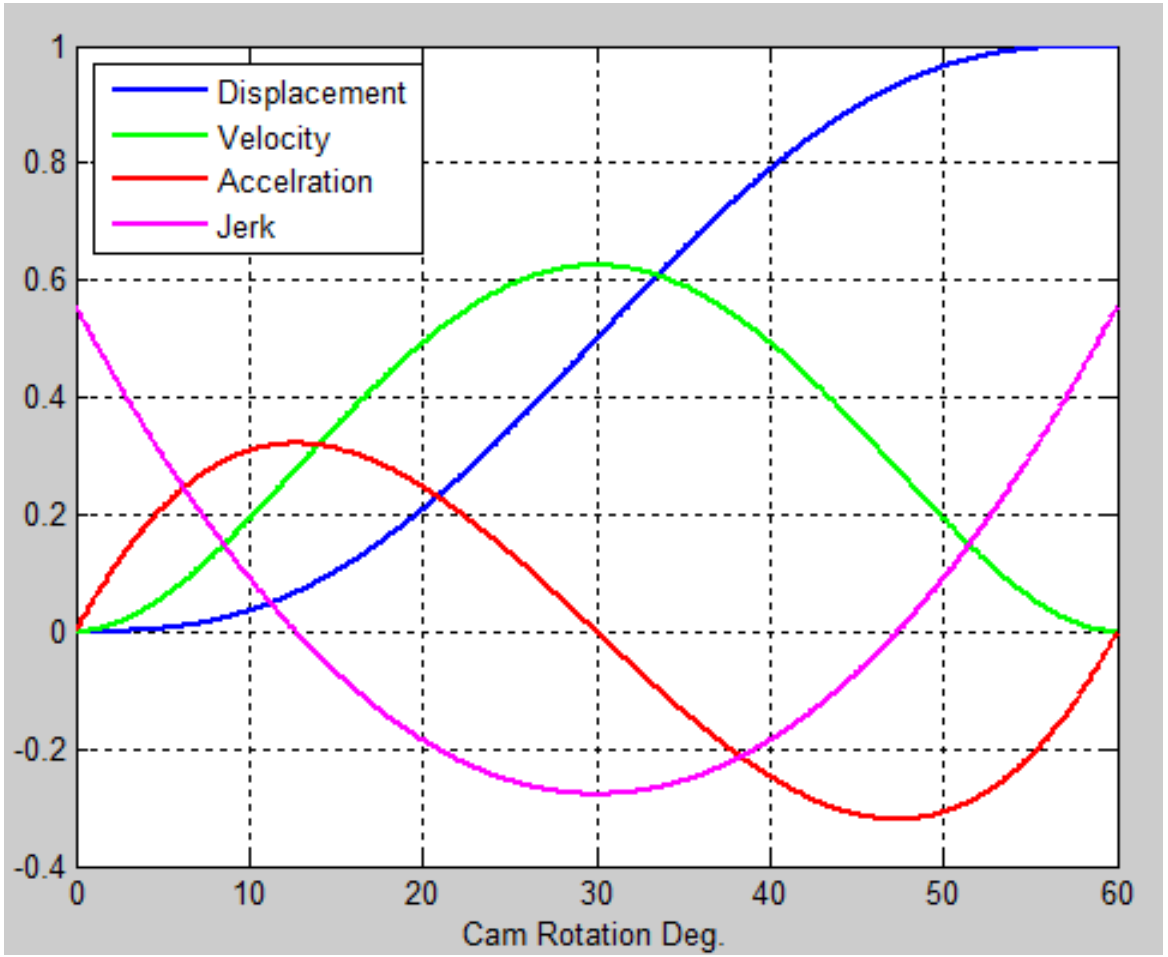
3-4-5 polynomial transition

مشتق گیری

$$y' = \frac{30L}{\beta}\left[\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 - 2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4\right], \quad \dot{y} = \frac{30\omega L}{\beta}\left[\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 - 2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4\right]$$

$$y'' = \frac{60L}{\beta^2}\left[\left(\frac{\theta}{\beta}\right) - 3\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3\right], \quad \ddot{y} = 60L\left(\frac{\omega}{\beta}\right)^2\left[\left(\frac{\theta}{\beta}\right) - 3\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3\right]$$

$$y''' = \frac{60L}{\beta^3}\left[1 - 6\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 6\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right], \quad \dddot{y} = 60L\left(\frac{\omega}{\beta}\right)^3\left[1 - 6\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 6\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right]$$



حرکت چندجمله ای ۵-۴-۳

برنامه Matlab برای ایجاد حرکت 3-4-5 polynomial

```
clear
teta=sym('teta');
y= '10*L*(teta/beta)^3 –
15*L*(teta/beta)^4 +
6*L*(teta/beta)^5';
yd=diff(y);
ydd=diff(yd);
yddd=diff(ydd);
L=1; % Rise cm
beta = 60; % Rise Angle deg
 ii=1;
for teta=0:0.1:beta
    tteta(ii)=teta;
    yy(ii)=eval(y);
    yyd(ii)=eval(yd);
    yydd(ii)=eval(ydd);
    yyddd(ii)=eval(yddd);
    ii=ii+1;
end
plot(tteta,yy,'LineWidth',2)
hold on
plot(tteta,20*yyd,'g','LineWidth',2)
plot(tteta,200*yydd,'r','LineWidth',2)
plot(tteta,2000*yyddd,'m','LineWidth',2)
grid
legend('Displacement','Velocity','Accelrati
on','Jerk',...
    'Location','NorthWest')
Xlabel('Cam Rotation Deg.')
```

تعیین پروفیل بادامک

پس از تعیین حرکت دنبال کننده بصورت تابعی از حرکت بادامک ، پروفیل بادامک بصورت ترسیمی یا تحلیلی بدست می آید.

پروفیل بادامکهای دقیق و سرعت بالا باید از روش تحلیلی محاسبه شده و با استفاده از ماشینهای CNC تولید شوند.

بادامک ثابت در نظر گرفته شده و مرجع(قاب) به همراه دنبال کننده بسبت به بادامک در جهت عکس حرکت می نمایند.

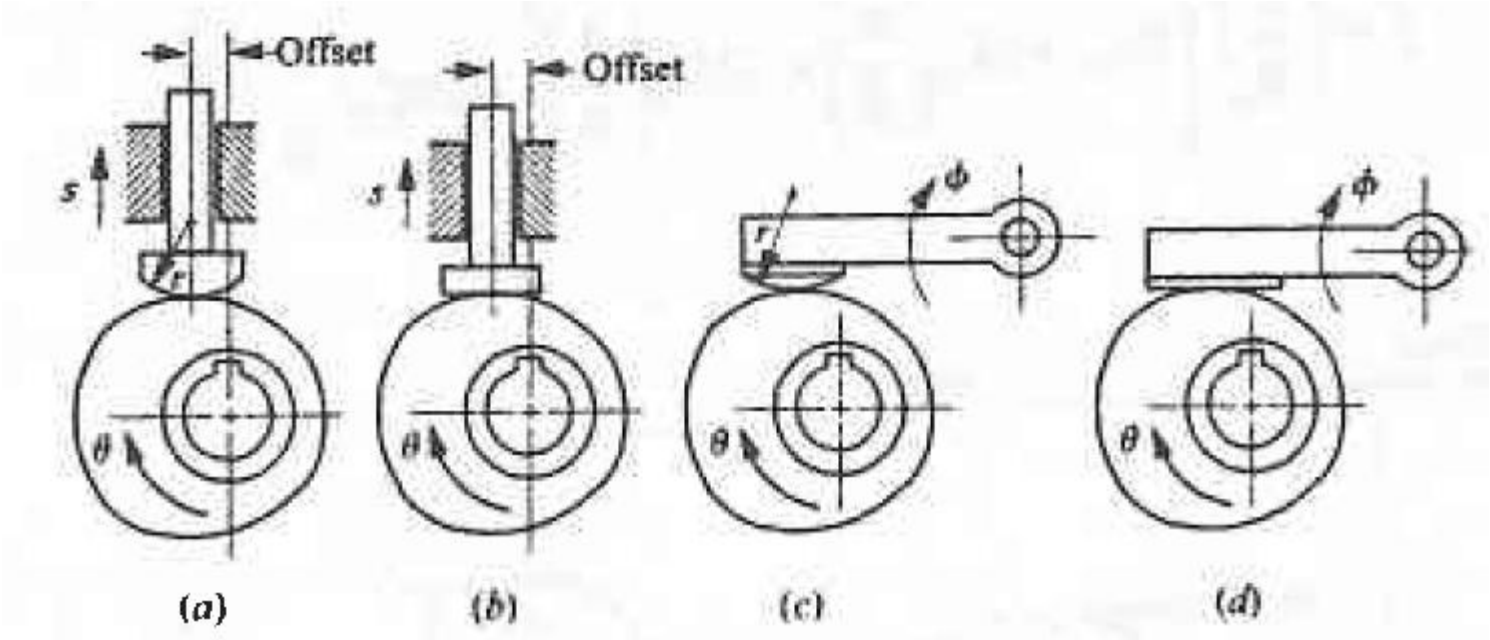
اگر بحث محدود به بادامکهای مسطح دورانی باشد ، چهار نوع دنبال کننده وجود دارد:

a) دنبال کننده انتقالی با سطح استوانه ای

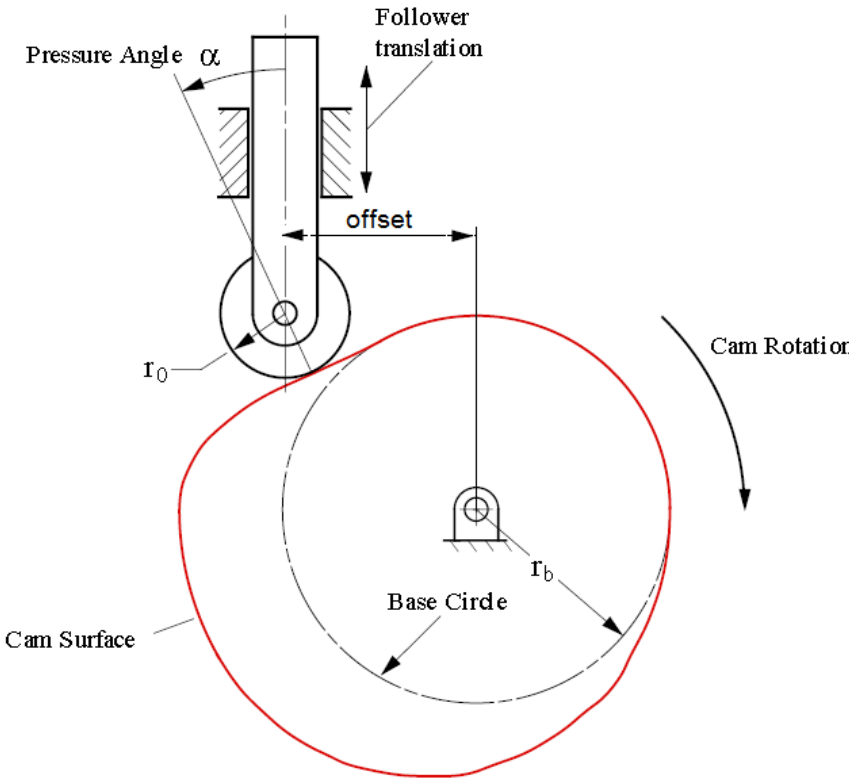
b) دنبال کننده انتقالی با سطح تخت

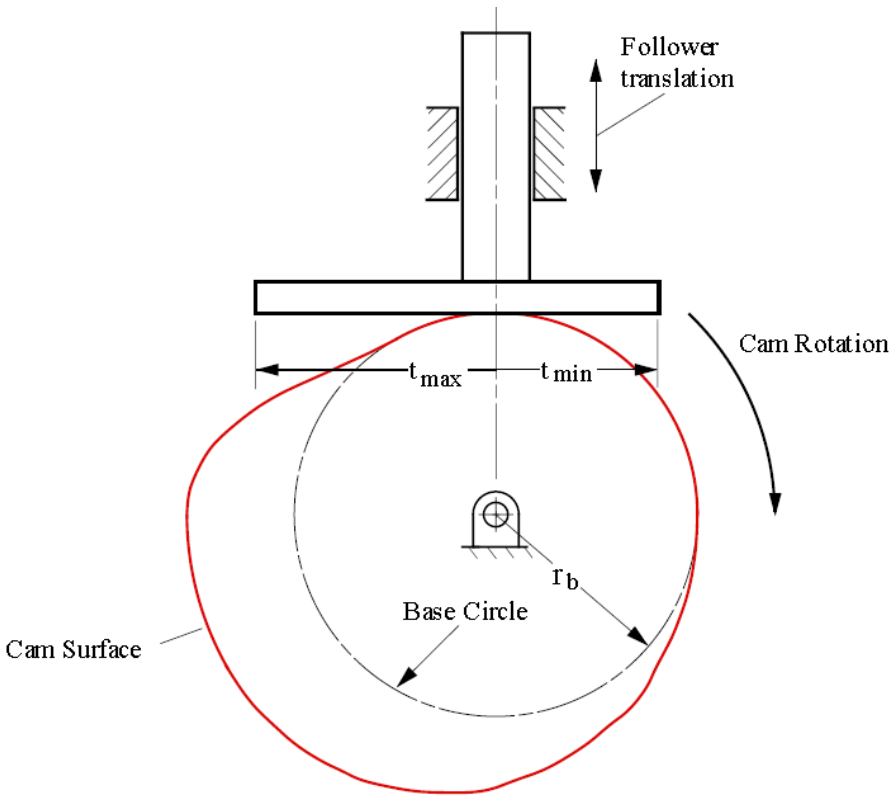
c) دنبال کننده دورانی با سطح استوانه ای

d) دنبال کننده دورانی با تخت



تعیین پروفیل بادامک برای دنبال کننده غلتشی و مسطح





تعریف چند پارامتر:

○ زاویه فشار

زاویه بین جهت حرکت (سرعت) دنبال کننده و راستای خط انتقال حرکت

برای دنبال کننده های انتقالی زاویه فشار کمتر از ۳۰° انتخاب می گردد تا از بارهای جانبی زیاد در اتصال لغزشی جلوگیری شود.

اگر دنبال کننده حول یک مفصل R نوسان می کند ، زاویه فشار تا ۳۵° قابل قبول است.

دایره مبنا (base circle)

دایره مبنا کوچکترین دایره ای که مماس بر بادامک رسم گردد.

دایره اولیه (prime circle)

کوچکترین دایره ای که مماس بر مکان هندسی مرکز دنبال کننده رسم شود.

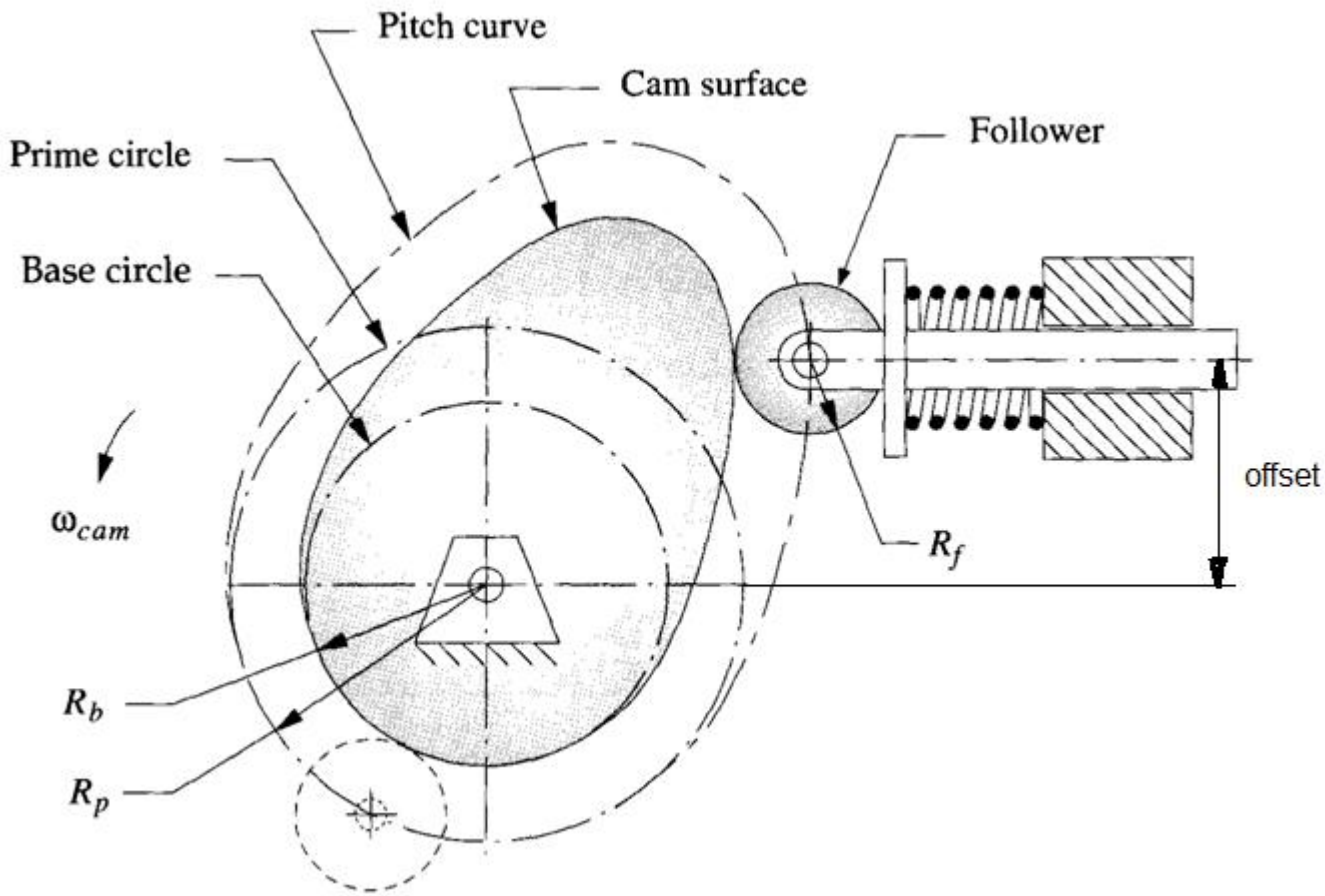
منحنی گام (pitch curve)

مکان هندسی مرکز دنبال کننده که در یک سیکل حرکت طی می شود.

خروج از مرکز eccentricity یا offset

فاصله عمودی بین راستای حرکت دنبال کننده و مرکز دوران بادامک

تعاریف فوق را در شکل بررسی کنید.



انتخاب اندازه بادامک

دو عامل اصلی که روی اندازه بادامک موثرند:

a) زاویه فشار pressure angle

b) شعاع انحناء radius of curvature

این دو نیز بستگی به شعاع دایره مبنا در دنبال کننده مسطح و شعاع دایره اولیه در دنبال کننده استوانه ای دارند.

حرکت دنبال کننده بصورت هارمونیک و شرایط

Offset=0

dwell at zero lift for the first 120° of the motion cycle and

dwell at 0.8 lift for cam angles from 180° to 210°

قطر غلتک ۱ inch و بادامک در جهت ساعتگرد دوران می کند.

نتایج محاسبات حرکت دنبال کننده نسبت به زاویه دوران بادامک در جدول زیر آورده شده است.

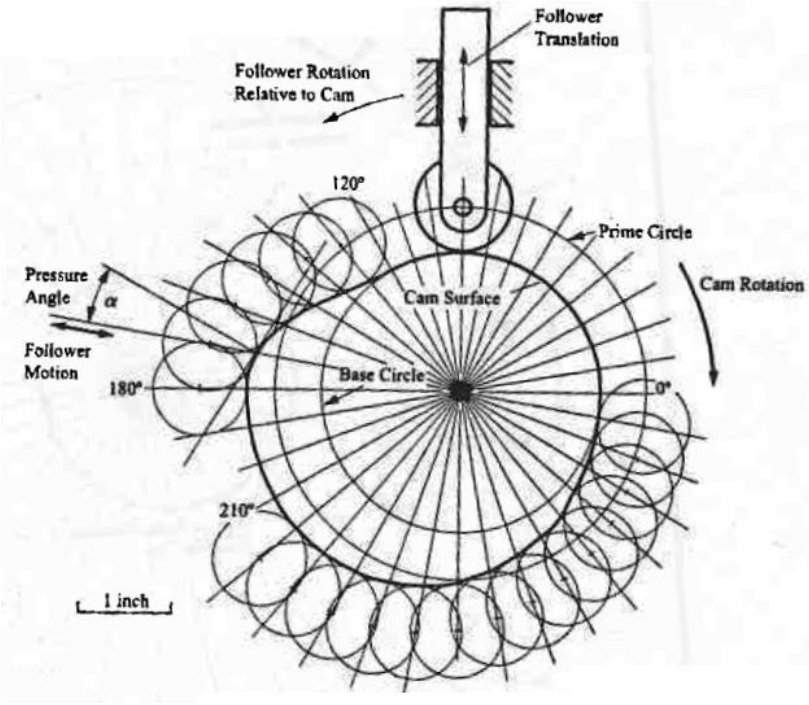
θ	0, 360°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
y	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
θ	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°
y	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0536	0.2000	0.4000	0.6000	0.7464
θ	180°	190°	200°	210°	220°	230°	240°	250°	260°
y	0.8000	0.8000	0.8000	0.8000	0.7913	0.7654	0.7236	0.6677	0.6000
θ	270°	280°	290°	300°	310°	320°	330°	340°	350°
y	0.5236	0.4418	0.3582	0.2764	0.2000	0.1323	0.0764	0.0346	0.0087

آلگوریتم حل:

۱- ابتدا خطوط شعاعی با نمو 10° در جهت خلاف عقربه های ساعت رسم می شود.

۲- سپس دایره مبنا و دایره اولیه رسم می شوند.

شعاع دایره مبنا انتخابی است(۱.۵ inch) و شعاع دایره اولیه از رابطه زیر بدست می آید.



$$radius\ of\ \ prime\ circle = r_b + r_o$$
$$= 1.5 + 0.5 = 2\ inch$$

- موقعیتهای متوالی مرکز دنبال کننده بصورت شعاعی به سمت خارج دایره مبنا خواهد بود.

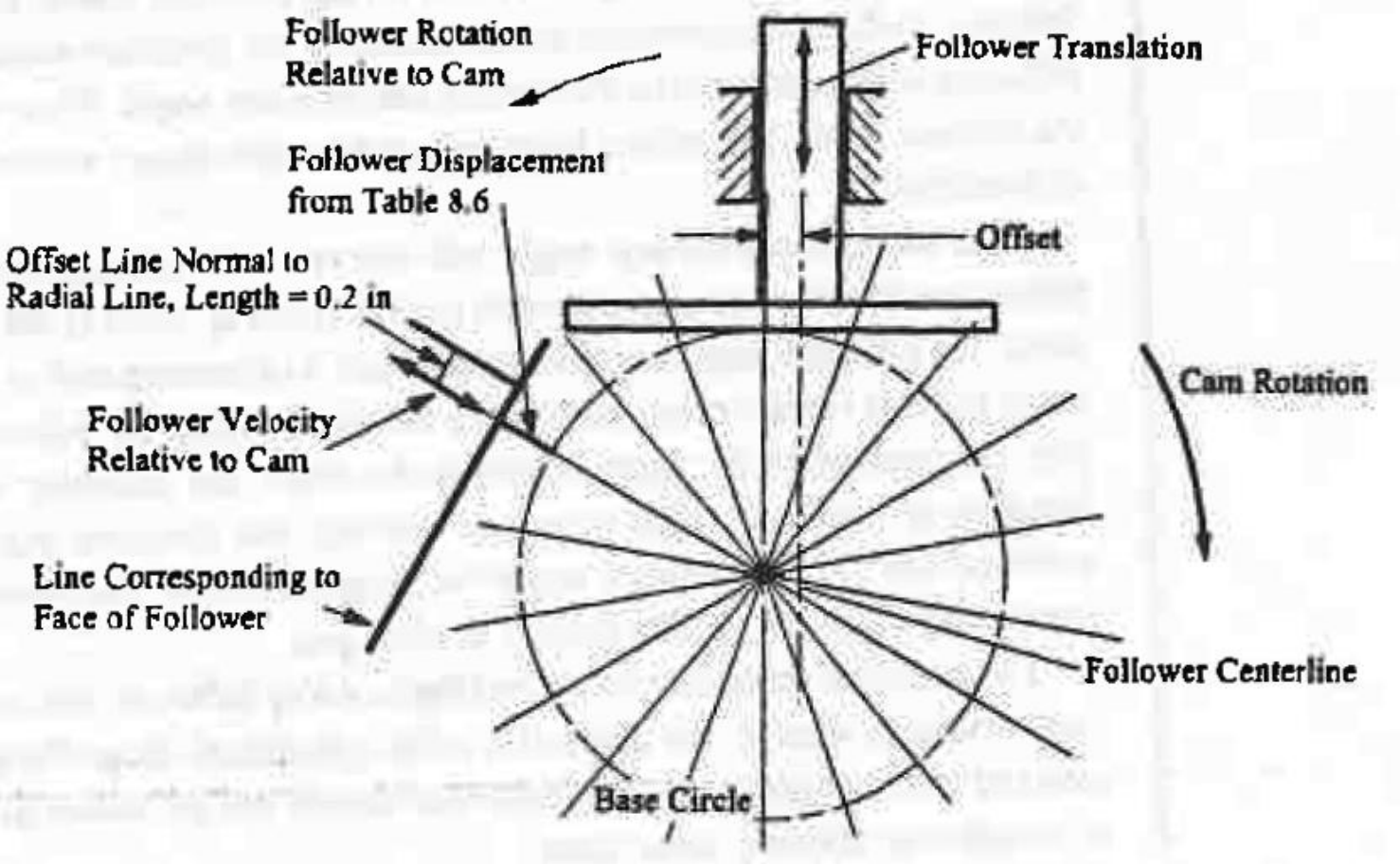
- در صورتیکه شعاع دایره مبنا کوچکتر از حد مجاز باشد موقعیتهایی پیش خواهد آمد که شعاع پروفیل بادامک کوچکتر از شعاع دنبال کننده شود که باید از آن اجتناب کرد.

- دایره های رسم شده به مرکز این نقاط و شعاع دنبال کننده رسم شده ، پوش یا منحنی مماس به این دایره ها پروفیل بادامک مورد نظر خواهد بود.

رسم پروفیل بادامک برای Radial Flat-faced Follower

- پروفیل تغییر مکان هارمونیکی و جدول تغییر مکان مطابق مثال قبلی می باشد.
- در این حالت دایره اولیه وجود ندارد ، اما روی انتخاب شعاع دایره مبنا باید دقت نمود
- خطوط شعاعی با نمو مورد نظر مطابق قبل رسم می شوند
- تغییر مکانها بر اساس اعداد داده شده در جدول در امتداد شعاعی در نظر گرفته شده
- خط عمود در این نقاط بر راستای شعاعی ، سطح بادامک را معین می سازد
- محور دنبال کننده offset راستای شعاعی به اندازه داده شده است.

مراحل فوق را در شکل زیر بررسی نمایید



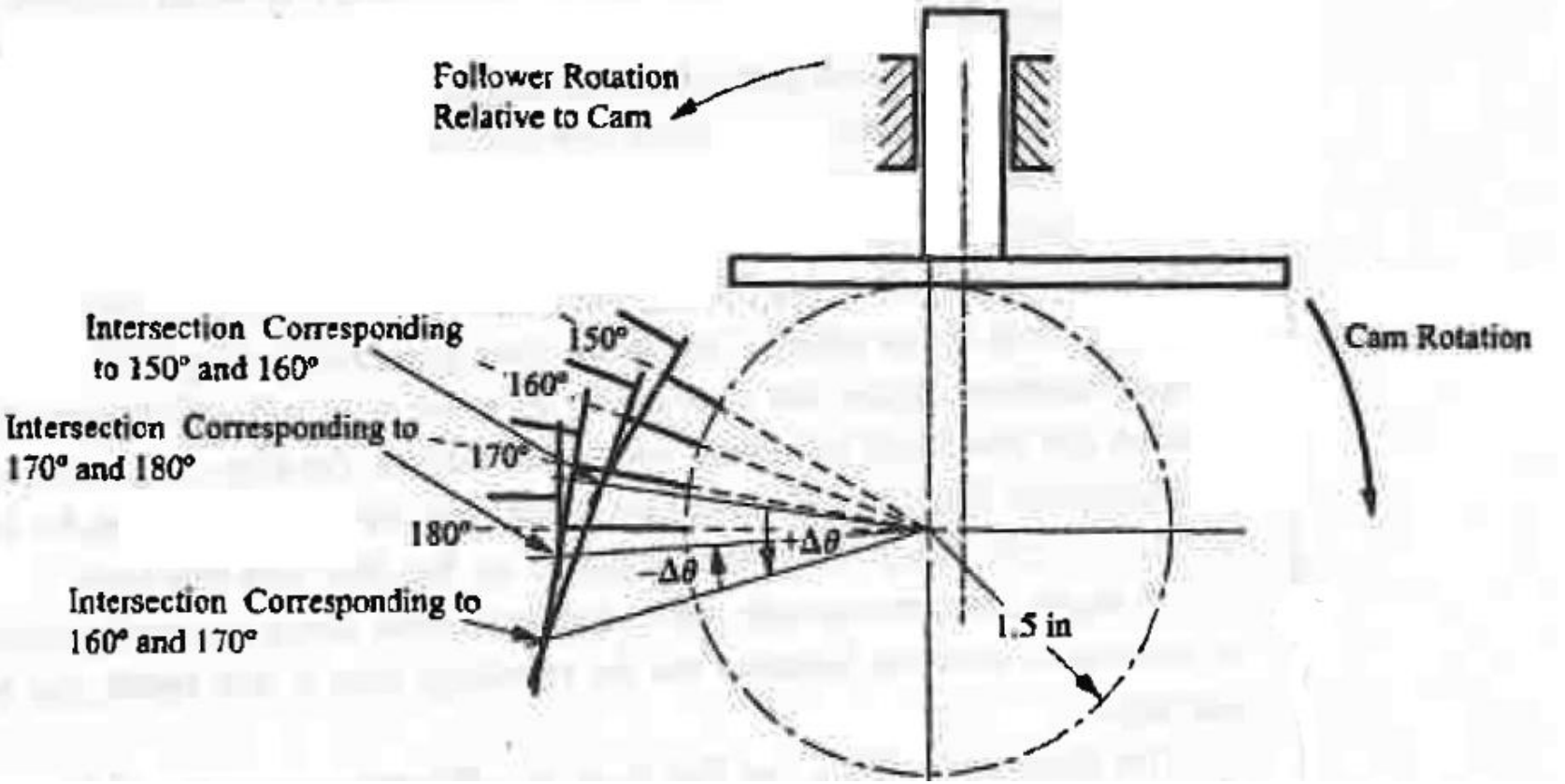
قید اصلی روی پروفیل بادامک برای دنبال کننده تخت این است که باید محدب باشد (Convex).

در غیر این صورت تماس در قسمتهایی از پروفیل بادامک قطع خواهد شد.

تحدب (Convexity) از روی جهت شعاع انحناء و یا از روی تغییر زاویه خط مماس قابل تشخیص است.

بادامک رسم شده در شکل قبل شرط تحدب را نقض می کند.

نقض شرط تحدب را بررسی نمایید



base circle is too small to generate an acceptable cam for a flat-faced follower

خطوط سطح دنبال کننده تخت رسم شده و نقطه تلاقی خطوط متوالی مشخص می شود.

جهت بدست آوردن سطح محدب باید نمو زاویه ای در نقاط تلاقی متوالی مثبت باشد.

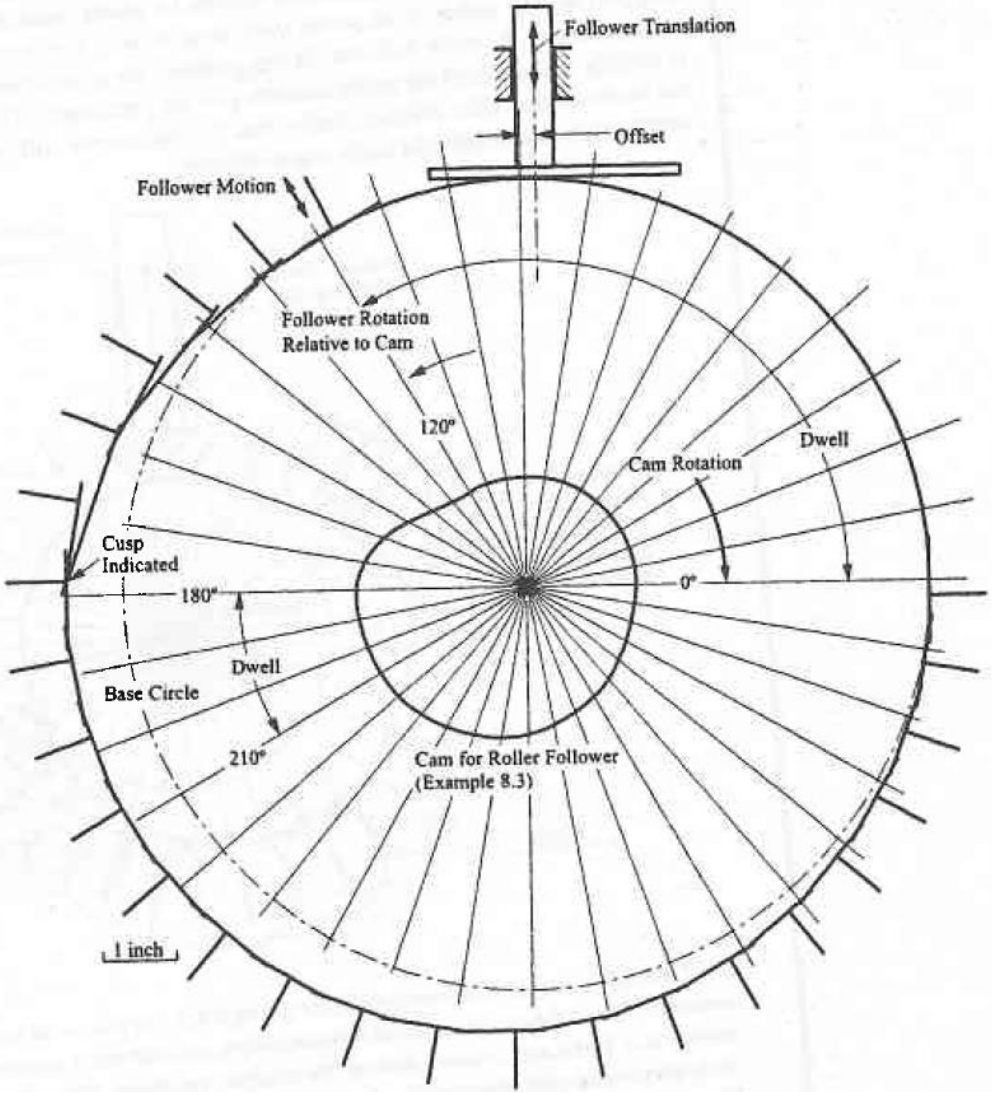
اگر نمو منفی باشد باید شعاع دایره مبنا بزرگتر انتخاب شود.

برای بررسی این مشکل موقعیتهاب متوالی 150, 160, 170, 180 را در نظر بگیرید.

ابتدا شعاع دایره مبنا 1.5 inch انتخاب شده است.

نمو زاویه ای در تقاطع 160, 170 مثبت و در 170, 180 منفی می باشد.

لذا شعاع دایره مبنا باید بزرگتر انتخاب شود.



نمو زاویه ای بین 170,180 گلوگاه است

اگر این نمو صفر در نظر گرفته شود شعاع

دایره مبنا حدودا 5.5 inch بدست می آید.

برای این دایره مبنا ، پروفیل بادامک یک

نقطه تیز cusp در نقطه تلاقی دو خط

170,180 درجه دارد.

در شکل پروفیلهای بادامک برای دنبال

کننده های غلتکی و تخت مقایسه شده اند.

ابعاد بادامک برای دنبال کننده تخت بزرگتر است ، نقطه cusp دارد و ابعاد سطح صاف دنبال کننده نیز باید بزرگتر باشد.

از طرف دیگر زاویه فشار در دنبال کننده مسطح همیشه صفر است.

اما نیروی جانبی روی یاتاقانها وجود دارد.

- اصطکاک
- گشتاور به علت offset

تعیین تحلیلی پروفیل بادامک

- در کاربردهای high speed دقت بالاتری برای پروفیل بادامک مورد نیاز است و باید از روشهای تحلیلی استفاده کرد.

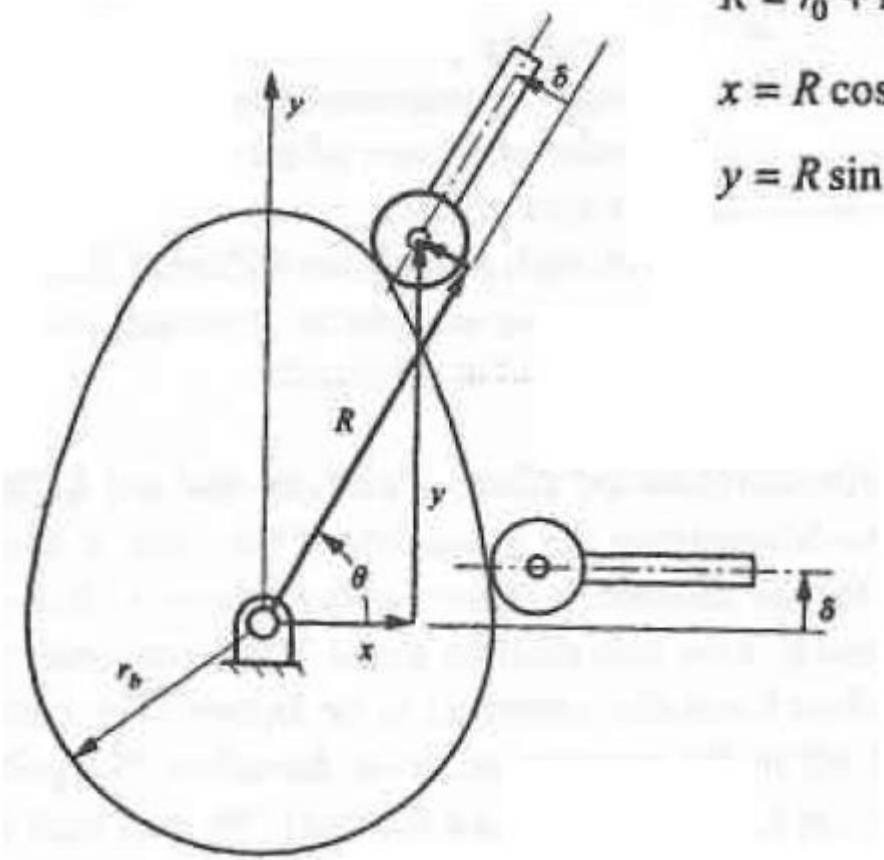
- یک دستگاه مختصات ثابت در روی بادامک و یک دستگاه متحرک در روی دنبال کننده در نظر گرفته می شود.

- برای بدست آوردن موقعیتهای دنبال کننده نسبت به بادامک کافی است که موقعیت دستگاه متحرک نسبت به ثابت محاسبه گردد.

پروفیل بادامک برای offset radial roller follower

- قبل از شروع حل فرض می شود که روابط حرکت دنبال کننده $y=f(\theta)$ ، شعاع دایره مبنا ؛ شعاع غلتک و مقدار offset داده شده اند.

- ابتدا مکانهای متوالی مرکز غلتک تعیین شده سپس منحنی پوش (envelope) بدست می آید.



$$R = r_0 + r_b + f(\theta)$$

$$x = R\cos\theta - \delta\sin\theta = \left[r_0 + r_b + f(\theta)\right]\cos\theta - \delta\sin\theta$$

$$y = R\sin\theta + \delta\cos\theta = \left[r_0 + r_b + f(\theta)\right]\sin\theta - \delta\cos\theta$$

اگر شعاع غلتک صفر باشد و یا اگر از فرز انگشتی به اندازه قطر غلتک استفاده شود ، مختصات x, y فوق قابل استفاده خواهد بود.

در غیر این صورت ، منحنی مورد نظر پوش یک سری دایره خواهد بود.

- تئوری پوش خیلی پیچیده است و بهتر است که از روشهای عددی استفاده شود.
- در روش عددی اگر نمو زاویه ای به اندازه کافی کوچک باشد ، دقت قابل قبولی بدست خواهد آمد.
- برخی از روشهای عددی عبارتند از:

1. intersections of roller circles
2. average tangent location formed by successive tangent lines
3. intersections of successive tangent lines, and
4. tangent points formed by a circle tangent to three successive positions of the roller .

شعاع انحناء بادامک به چند دلیل مهم است:

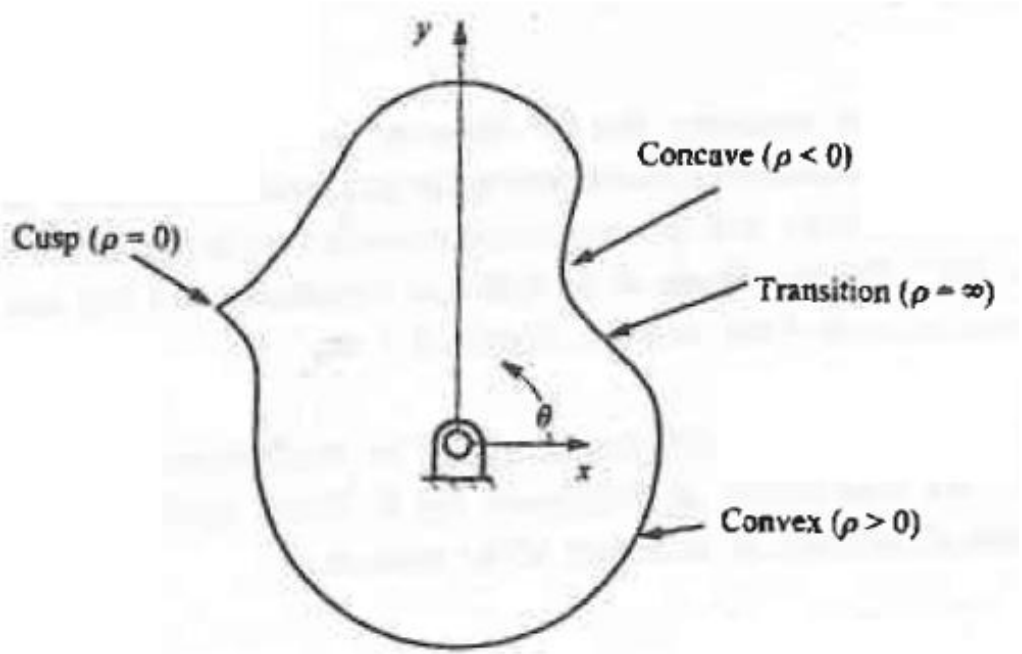
- اگر در ناحیه ای بادامک مقعر باشد ، شعاع انحناء حداقل قطرابزار را مشخص می کند.
- اگر در ناحیه ای بادامک مقعر باشد ، شعاع انحناء حداقل قطررولر دنبال کننده را مشخص می کند.
-
- تنشهای تماسی تابعی از شعاع انحناء بادامک می باشند.

اگر رابطه پارامتری برای $x(\theta)$ و $y(\theta)$ و جود داشته باشد ، می توان شعاع انحناء ρ را از رابطه زیر محاسبه نمود

$$\rho = \frac{\sqrt{\left[\left(dx/d\theta\right)^2 + \left(dy/d\theta\right)^2\right]^3}}{\left(dx/d\theta\right)\left(d^2y/d\theta^2\right) - \left(dy/d\theta\right)\left(d^2x/d\theta^2\right)}$$

توجه نمایید که شعاع انحناء دارای اندازه و جهت است. وقتی پروفیل محدب باشد شعاع انحناء مثبت و در صورتی که پروفیا مقعر باشد شعاع انحناء منفی است.

- شعاع می تواند صفر باشد ، که نشاندهنده نقطه cusp می باشد.
- انتقال بین نواحی محدب و مقعر باعث ایجاد شعاع انحناء بینهایت یا نقطه عطف می شود.
- تعابیر هندسی مقادیر مختلف ρ در شکل نشان داده شده است.



تعیین مرکز انحناء پروفیل بادامک در نقطع دلخواه

- برای زاویه θ داده شده مرکز انحناء پروفیل بادامک همان مرکز انحناء منحنی گام می باشد که با مراکز متوالی رولر دنبال کننده تعیین می شود.
- مرکز انحناء منحنی گام با برازش دایره ای به سه نقطه متوالی مرکز رولر بدست می آید.

$$p_{i-1} = (x_{i-1}, y_{i-1})$$
$$p_i = (x_i, y_i)$$
$$p_{i+1} = (x_{i+1}, y_{i+1})$$

- *موقعیت تقریبی مرکز انحناء*

$$p_c = (x_c, y_c)$$

دستگاه معادلات خطی برای بدست آوردن موقعیت p_C

$$\begin{bmatrix} 2(x_{i+1}-x_i) & 2(y_{i+1}-y_i) \\ 2(x_{i-1}-x_i) & 2(y_{i-1}-y_i) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_c \\ y_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (x_{i+1}^2-x_i^2)+(y_{i+1}^2-y_i^2) \\ (x_{i-1}^2-x_i^2)+(y_{i-1}^2-y_i^2) \end{Bmatrix}$$

مقدار شعاع انحناء

$$\rho = \left|r_{p_i/p_c}\right| = \sqrt{(x_i-x_c)^2+(y_i-y_c)^2}$$

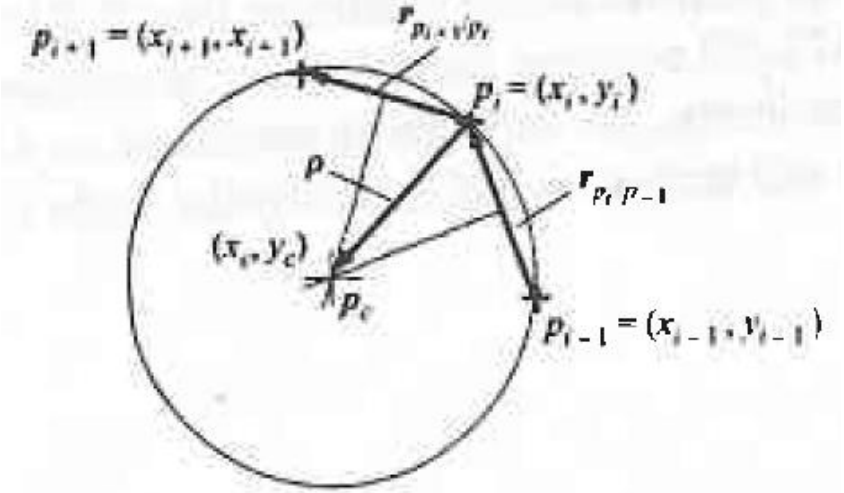
جهت یا علامت شعاع انحناء

$$r_{p_i/p_{i-1}} \times r_{p_{i+1}/p_i} = \left[(x_i-x_{i-1})(y_{i+1}-y_i)-(x_{i+1}-x_i)(y_i-y_{i-1})\right]k$$

علامت شعاع انحناء با استفاده از ضرب خارجی بدست می آید:

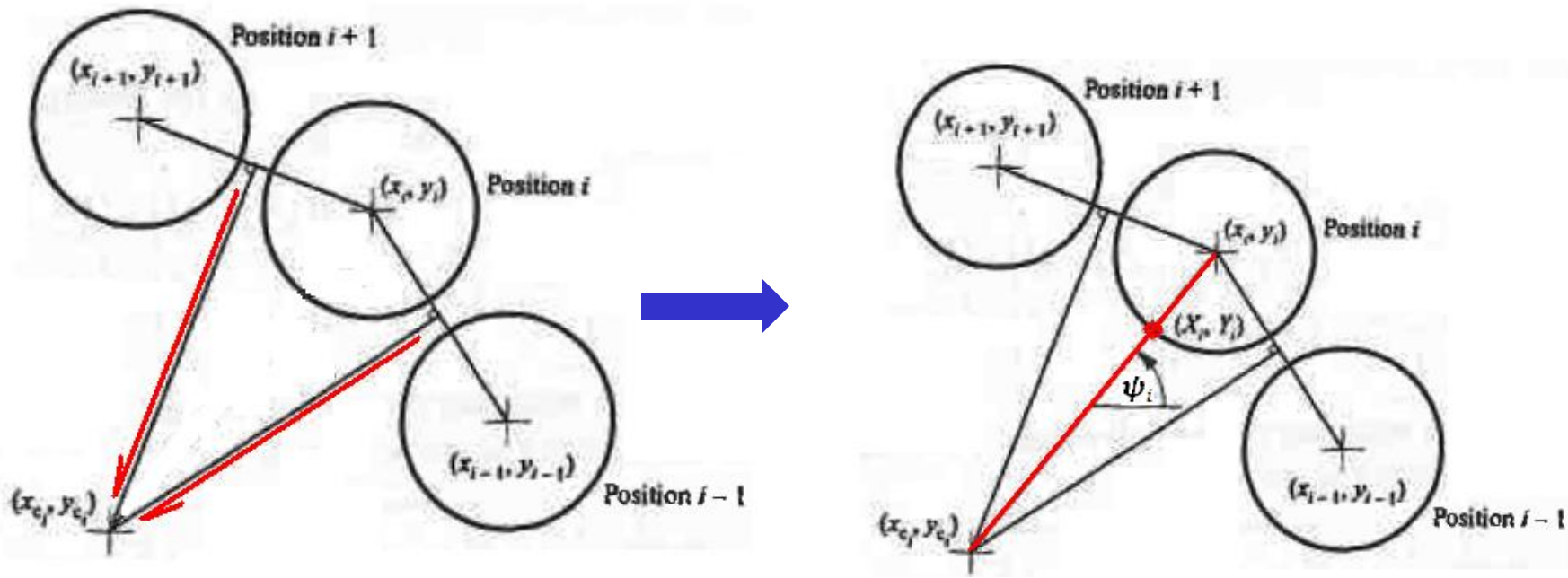
- اگر حاصلضرب در راستای مثبت **k** باشد ، علامت مثبت و پروفیل محدب است.
- اگر حاصلضرب در راستای منفی **k** باشد ، علامت منفی و پروفیل مقعر است.
- اگر دترمینان ضرایب صفر باشد ، مرکز انحناء در بینهایت و شعاع انحناء بینهایت و پروفیل نقطه عطف دارد.
- اگر $p_i = (x_i, y_i) = p_c = (x_c, y_c)$، شعاع انحناء صفر و نقطه تیز وجود دارد.

$$\mathbf{r}_{p_i/p_{i-1}} \times \mathbf{r}_{p_{i+1}/p_i} = \left[(x_i - x_{i-1})(y_{i+1} - y_i) - (x_{i+1} - x_i)(y_i - y_{i-1})\right]\mathbf{k}$$



تقریب پروفیل با استفاده ار مرکز انحناء

- سه نقطه متوالی مراکز غلتک رسم می شود.
- مرکز انحناء برخورد خطوط عمود بر پاره خطهای متوالی در نقطه میانی می باشند.
- نقطه روی پروفیل بادامک در روی خط گذرنده از مرکز انحنا و مرکز رولر قرار دارد.
- (X_i, Y_i) محل برخورد این خط با دایره غلتک است.



شیب خط گذرنده از مرکز انحناء و مرکز غلتک دوم

$$\psi_i = \tan^{-1}\left(\frac{y_i - y_c}{x_i - x_c}\right)$$

مختصات نقطه روی بادامک برای وقتی که پروفیل محدب است:

$$X_i = x_i - r_0 \cos\psi_i$$
$$Y_i = y_i - r_0 \sin\psi_i$$

مختصات نقطه روی بادامک برای وقتی که پروفیل مقعر است:

$$X_i = x_i + r_0 \cos\psi_i$$
$$Y_i = y_i + r_0 \sin\psi_i$$

محاسبه زاویه فشار

زاویه بین عمود بر پروفیل بادامک و راستای حرکت دنبال کننده

- روش اول: $\phi_i = \psi_i - \theta$

- روش دوم: مختصات مرکز انحناء نسبت به دستگاه ثابت محاسبه شود. در صورتی که فرض شود دنبال کننده افقی حرکت می کند ، شیب خط متصل کننده مرکز انحناء و مرکز غلتک زاویه فشار را معین می سازد.

خلاصه روابط محاسبات

Radius of curvature

$$\begin{Bmatrix} x_c \\ y_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(X_{i+1}-X_i) & 2(Y_{i+1}-Y_i) \\ 2(X_{i-1}-X_i) & 2(Y_{i-1}-Y_i) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} (X_{i+1}^2-X_i^2)+(Y_{i+1}^2-Y_i^2) \\ (X_{i-1}^2-X_i^2)+(Y_{i-1}^2-Y_i^2) \end{Bmatrix}$$

$$\rho = \frac{\left[(X_i-X_{i-1})(Y_{i+1}-Y_i)-(X_{i+1}-X_i)(Y_i-Y_{i-1})\right]}{\left|(X_i-X_{i-1})(Y_{i+1}-Y_i)-(X_{i+1}-X_i)(Y_i-Y_{i-1})\right|}\sqrt{(X_i-x_c)^2+(Y_i-y_c)^2}$$

Cam coordinates

$$x_i = \left[r_0 + r_b + f(\theta_i)\right]\cos\theta_i - \delta\sin\theta_i$$

$$y_i = \left[r_0 + r_b + f(\theta_i)\right]\sin\theta_i + \delta\cos\theta_i$$

$$\psi_i = \tan^{-1}\left(\frac{y_i - y_c}{x_i - x_c}\right) \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots, n)$$

$$X_i = x_i - r_0\cos\psi_i \qquad Y_i = y_i - r_0\sin\psi_i \quad \text{(convex)}$$

$$X_i = x_i + r_0\cos\psi_i \qquad Y_i = y_i + r_0\sin\psi_i \quad \text{(concave)}$$

Pressure angle

$$\phi_i = \psi_i - \theta$$

مثال: پروفیل بادامک با مشخصات زیر را تعیین نمایید ،

the follower starts from a dwell 0 to 90° and rotate CW.

The rise occurs with cycloidal motion for rotation from 90° to 180°. The follower then dwells for 60° of cam rotation, and

the return by harmonic motion for the cam rotation from 240° to 360°.

Rise is 2 cm, and the follower radius is 1 cm.

he base circle radius is 4 cm and the offset is 0.5 cm.

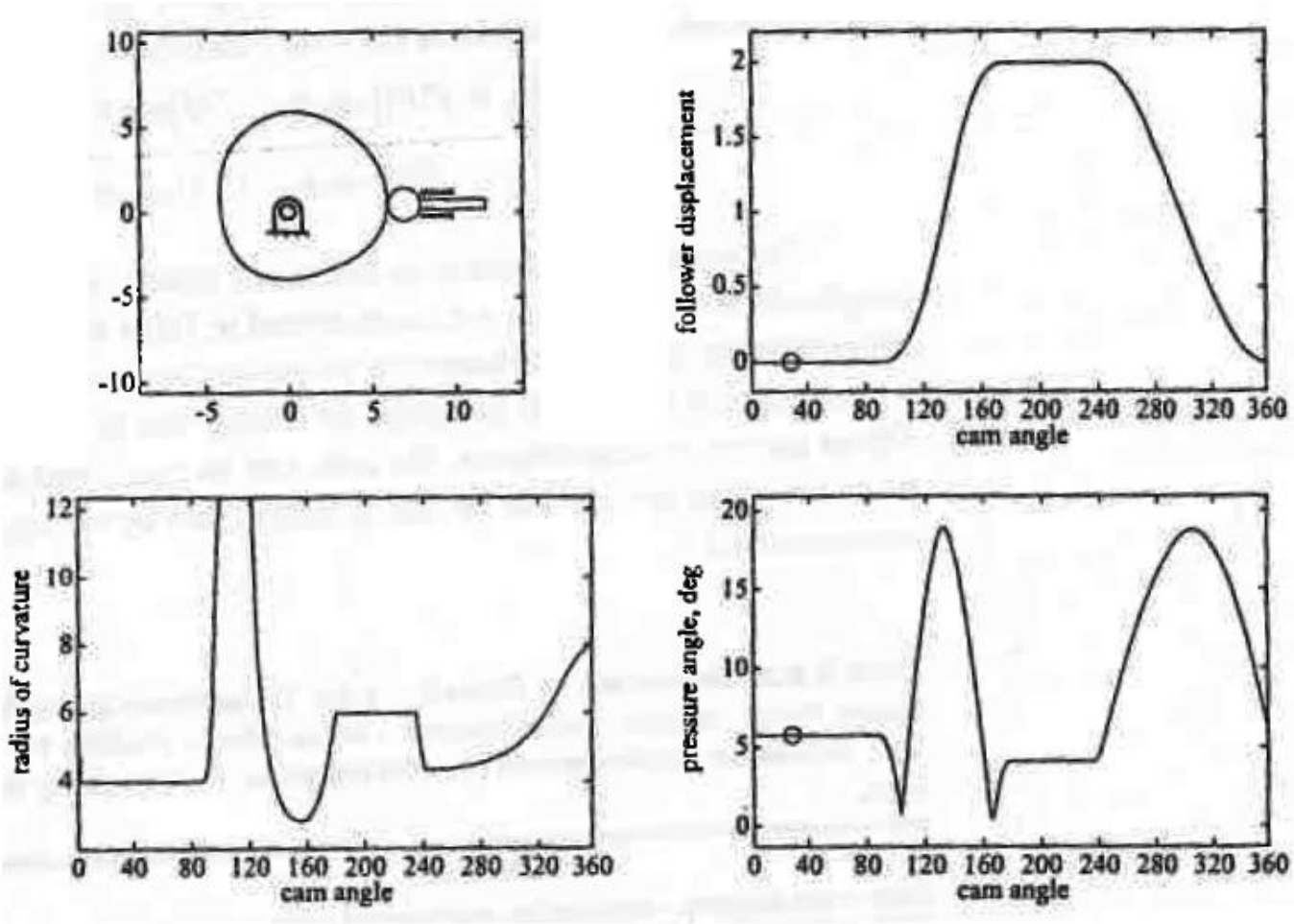
$$0 \le \theta \le \pi/2: \qquad y = 0$$

$$\pi/2 \le \theta \le \pi: \qquad f(\theta) = \frac{2L}{\pi}\left(\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{4}\sin 4\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$\pi \le \theta \le 4\pi/3: \qquad f(\theta) = 2, \quad f'(\theta) = f''(\theta) = 0$$

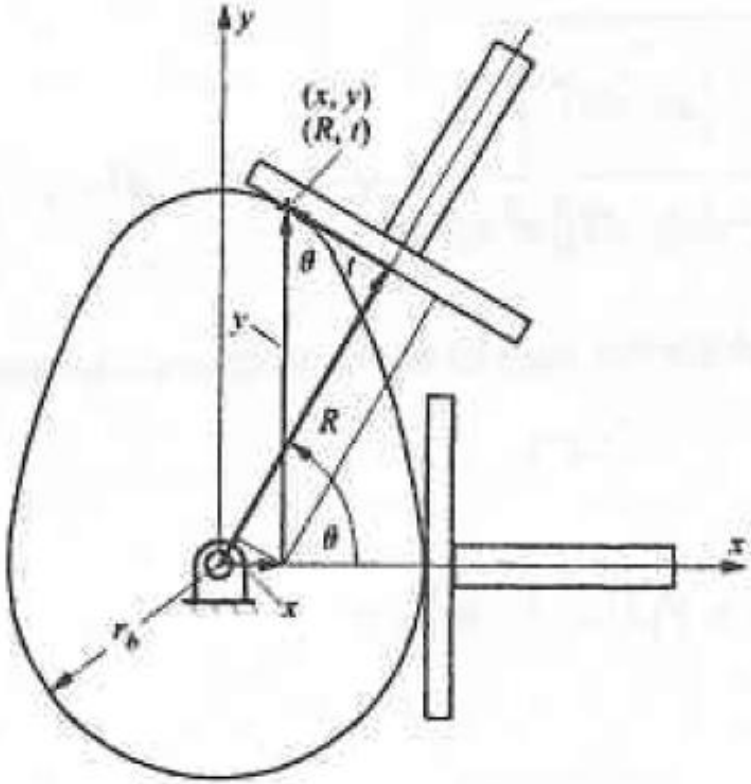
$$4\pi/3 \le \theta \le 2\pi: \qquad f(\theta) = \frac{L}{2}\left(1 + \cos\frac{3}{2}\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)\right)$$

حل توسط نرم افزار Matlab



تعیین تحلیلی پروفیل بادامک برای دنبال کننده تخت شعاعی

تغییر مکان شعاعی دنبال کننده



$$R = r_b + f(\theta)$$

$$R = y\sin\theta + x\cos\theta$$

$$t = y\cos\theta - x\sin\theta = \frac{dR}{d\theta} = f'(\theta)$$

$$x = R\cos\theta - t\sin\theta$$

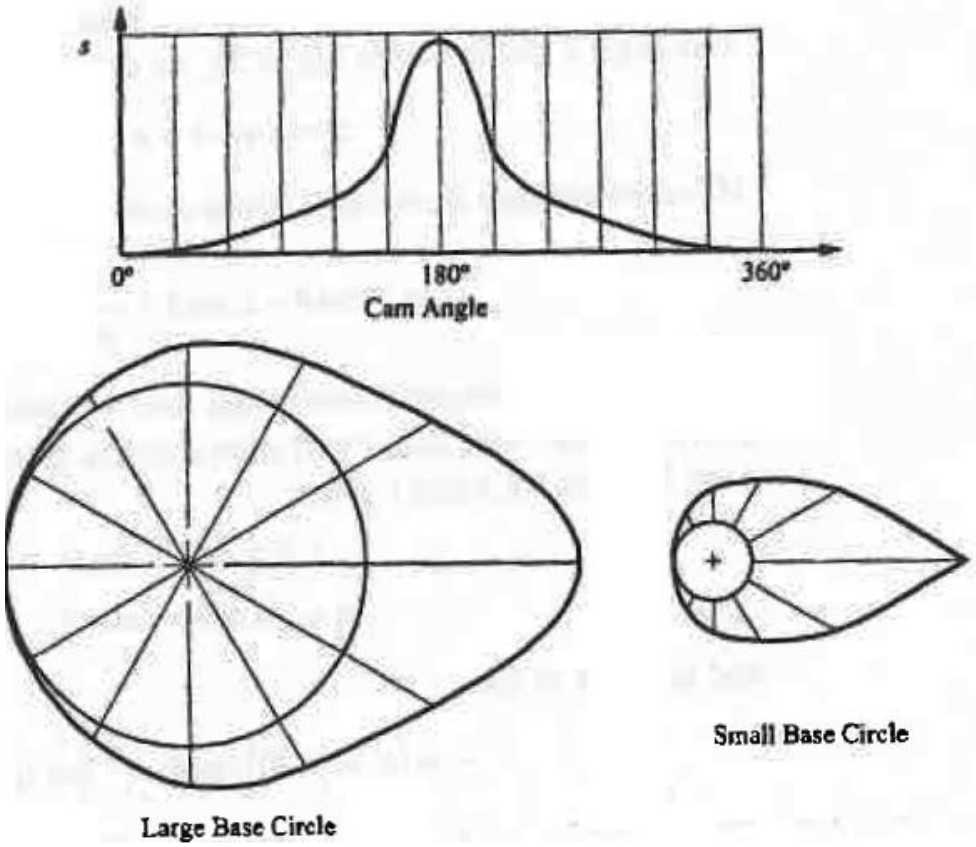
$$y = R\sin\theta + t\cos\theta$$

$$x = \left[r_b + f(\theta)\right]\cos\theta - f'(\theta)\sin\theta$$

$$y = \left[r_b + f(\theta)\right]\sin\theta + f'(\theta)\cos\theta$$

حداقل شعاع دایره مبنا برای دنبال کننده تخت ، شعاعی که از cusp جلوگیری نماید.

برای برنامه حرکت داده شده با کاهش شعاع دایره مبنا ، شیب پروفیل بادامک تندتر می شود. و نهایتا به نقطه تیز منتهی می شود



محاسبه حداقل شعاع دایره مبنا

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = f'(\theta)\cos\theta - \left[r_b + f(\theta)\right]\sin\theta - f''(\theta)\sin\theta - f'(\theta)\cos\theta = -\left[r_b + f(\theta) + f''(\theta)\right]\sin\theta$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \theta^2} = -\left[f'(\theta) + f'''(\theta)\right]\sin\theta - \left[r_b + f'(\theta) + f'''(\theta)\right]\cos\theta$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta} = f'(\theta)\sin\theta + \left[r_b + f(\theta)\right]\cos\theta + f''(\theta)\cos\theta - f'(\theta)\sin\theta = \left[r_b + f(\theta) + f''(\theta)\right]\cos\theta$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \theta^2} = \left[f'(\theta) + f'''(\theta)\right]\cos\theta - \left[r_b + f(\theta) + f''(\theta)\right]\sin\theta$$

$$\rho = \frac{\sqrt{\left[\left(dx/d\theta\right)^2 + \left(dy/d\theta\right)^2\right]^3}}{\left(dx/d\theta\right)\left(d^2y/d\theta^2\right) - \left(dy/d\theta\right)\left(d^2x/d\theta^2\right)} = \left[r_b + f(\theta) + f''(\theta)\right]$$

شرط محدب بودن و عدم وجود cusp

$$\rho \geq 0$$

$$\left[r_b + f(\theta) + f''(\theta)\right] \geq 0 \quad \Rightarrow \quad r_b \geq -f(\theta) - f''(\theta)$$

Cam coordinates—clockwise rotation of cam

$$x_i = \left[r_b + f(\theta_i)\right]\cos\theta_i - f'(\theta_i)\sin\theta_i$$

$$y_i = \left[r_b + f(\theta_i)\right]\sin\theta + f'(\theta_i)\cos\theta_i$$

Cam coordinates—counterclockwise rotation of cam

$$x = \left[r_b + f(\theta)\right]\cos\theta + f'(\theta)\sin\theta$$

$$y = \left[r_b + f(\theta)\right]\sin\theta - f'(\theta)\cos\theta$$

Minimum face length

$$t_{\max,\min} = f'(\theta_i)\Big|_{\max,\min}$$

Radius of curvature

$$\rho = \left[r_b + f(\theta) + f''(\theta)\right]$$

- مثال:

– براساس برنامه حرکت مثال قبل ، پروفیل بادامک را برای دنبال کننده تخت شعاعی محاسبه نمایید. حداقل شعاع دایره مبنا را بدست آورید.

$$0 \le \theta \le \pi/2:\ f(\theta) = f'(\theta) = f''(\theta) = 0$$

$$\pi/2 \le \theta \le \pi:\ f(\theta) = \frac{2L}{\pi}\left(\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{4}\sin 4\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right),\quad f'(\theta) = \frac{2L}{\pi}\left(1 - \cos 4\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right),$$

$$f''(\theta) = \frac{8L}{\pi}\left(\sin 4\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$\pi \le \theta \le 4\pi/3:\ f(\theta) = 2,\quad f'(\theta) = f''(\theta) = 0$$

$$4\pi/3 \le \theta \le 2\pi:\ f(\theta) = \frac{L}{2}\left(1 + \cos\frac{3}{2}\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)\right),\quad f'(\theta) = -\frac{3L}{4}\sin\frac{3}{2}\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right),$$

$$f''(\theta) = -\frac{9L}{8}\cos\frac{3}{2}\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$$

θ	$f(\theta)$ (cm)	$f'(\theta)$ (cm)	$f''(\theta)$ (cm)	r_{bmin} (cm)	t (cm)
0°	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
			—dwell—		
90°	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
100°	0.018	0.298	3.274	−3.291	0.298
110°	0.131	1.052	5.016	−5.147	1.052
120°	0.391	1.910	4.411	−4.802	1.910
130°	0.780	2.470	1.742	−2.522	2.470
140°	1.220	2.470	−1.742	0.522	2.470
150°	1.609	1.910	−4.411	2.802	1.910
160°	1.869	1.052	−5.016	3.147	1.052
170°	1.982	0.298	−3.274	1.291	0.298
180°	2.000	0.000	0.000	−2.000	0.000
			—dwell—		
240°	2.000	−0.000	−2.250	0.250	−0.000
250°	1.966	−0.388	−2.173	0.207	−0.388
260°	1.866	−0.750	−1.949	0.083	−0.750
270°	1.707	−1.061	−1.591	−0.116	−1.061
280°	1.500	−1.299	−1.125	−0.375	−1.299
290°	1.259	−1.449	−0.582	−0.676	−1.449
300°	1.000	−1.500	0.000	−1.000	−1.500
310°	0.741	−1.449	0.582	−1.324	−1.449
320°	0.500	−1.299	1.125	−1.625	−1.299
330°	0.293	−1.061	1.591	−1.884	−1.061
340°	0.134	−0.750	1.949	−2.083	−0.750
350°	0.034	−0.388	2.173	−2.207	−0.388

براساس محاسبات انجام شده

حداقل شعاع دایره مبنا

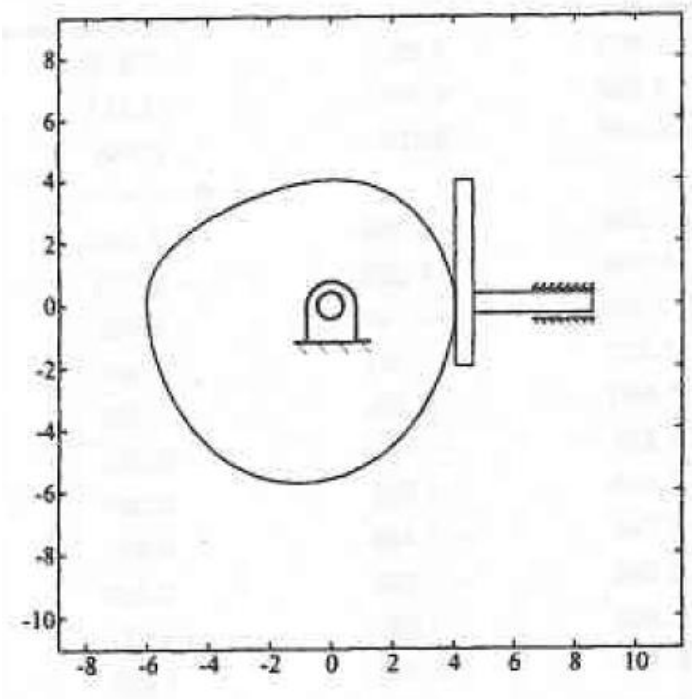
$r_b = 3.147$ cm

وحداقل t 2.47cm بالای

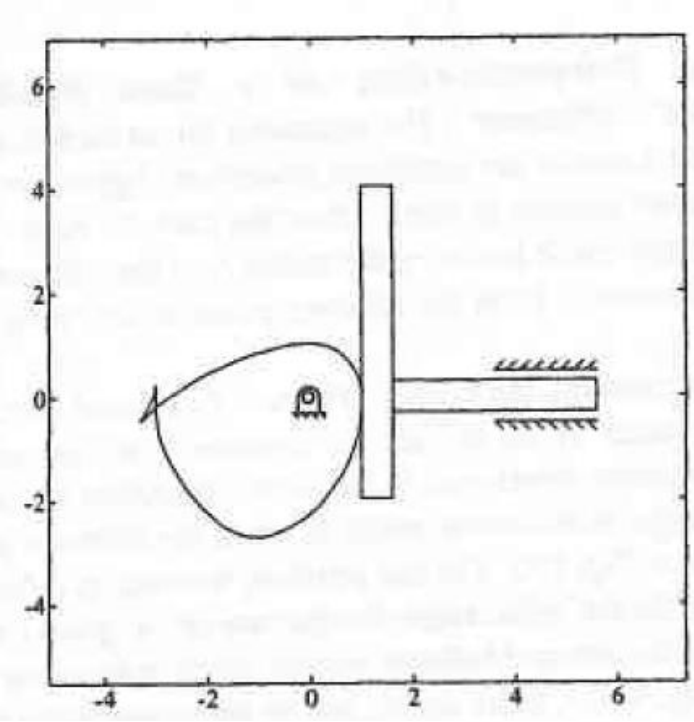
خط مرکز و 1.5cm پایین

خط مرکز باید باشد تا تماس

در روی سطح تخت واقع شود.



cam with a base circle radius 3.2 cm, and the follower face will be 2.6 cm above centerline and 1.6 cm below it



cam with a base circle radius ۱ cm

پایان فصل ۸