نام آزمایش : ارتعاشات آزاد سیستم جرم و فنر

هدف : بررسی نحوه ارتعاشات سیستم جرم و فنر و بدست آوردن پریود نوسانات .

تئوری آزمایش :

فنر کشسانی را در نظر بگیرید با نیروی f کشیده شده است این فنر کشسان نامیده می‌شود زیرا از قانون هدک تبعیت می‌کند . نیروی f به طور خطی با جابجایی x تغییر می‌کند . ثابت تناسب فنر ثابت فنر یا ضریب فنر k ، شیب منحنی نیرو ، شیب مکان است . واحد ضریب فنر نیرو بر واحد جابجایی است . بنابر این نیروی فنر عبارتست از $f = Kx$.

اگر جرم m به انتهای پائینی فنر متصل شود و به فنر و جرم آزاد داده شود که موقعیت تعادل پایینی بیابند ،فنر به اندازه فاصله $\Delta = {}^{mg}/_{K}$ به طور استاتیکی از موقعیت آزادش جابجا می‌شود و نیروی فنر مساوی وزن جرم آویخته شده خواهد بود .

$$\Delta_i = \frac{mg}{h}$$

$$\Delta_0 = 0 \qquad \Delta_1 = \frac{mg}{h} \qquad \Delta_2 = \frac{mg}{h} + x$$

$$f_1 = mg \qquad f_2 = mg + Kx \qquad K = \frac{f_1}{\Delta_1} = \frac{f_2}{\Delta_2} = \frac{f_3}{\Delta_3}$$

تغییر طول m

اگر جرم از این موقعیت تعادل جدید جابجا شود حول موقعیت تعادل نوسان خواهد کرد با استفاده از قانون دوم حرکت نیوتن معادله حرکت برای هر جابجایی x عبارتست از :

$\Sigma F = m\ddot{x}$

که می‌تواند به صورت یک معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم برحسب تنها مختصه x بیان شود

می‌توان دید که جابجایی x نسبت به موقعیت تعادل سنجیده شده است . یعنی تعادل استاتیکی در x=0 رخ می‌دهد و نیروی فنر حذف می‌شود اگر نیروی فنر سیستم را به حالت تعادل برگرداند حذف می‌شود .

$$mg - (mg + kg) = m\ddot{x}$$
$$m\ddot{x} + kx = 0$$

برای این مسئله نسبتاً ساده فهمیدن این که پاسخ هارمونیک خواهد بود دشوار نیست . این مطلب را می‌توان با جایگزینی یک تابع نمایی یا مثلثاتی اثبات کرد برای یافتن حال معدله همگن به روش سعی و خطا فرض می‌کنیم که :

$$x = ce^{rt}$$
$$\dot{x} = rc^{rt}$$
$$\ddot{x} = r^2ce^{rt}$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

جایگزینی نشان می‌دهد که پاسخ بدست آمده از روش سعی و خطا یک انتگرال برای معادله دیفرانسیل است در صورتی که در معادله مشخصه صدق می‌کند .

$$r^2 + \frac{k}{m} = 0$$

کمیت $\sqrt{\frac{k}{m}}$ برابر فرکانس حرکت هارمونیک بر حسب رادیان بر ثانیه است و عموماً فرکانس طبیعی دایره‌ای ω_n نامیده می‌شود .

معادله مشخصه 2 ریشه دارد .

$$r_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{k}{m}} = \pm\sqrt{-\omega_n^2}$$

این ریشه‌ها مقادیر مشخصه یا مقادیر ویژه نامیده شده‌اند

$$x_1 = c_1 e^{i\omega nt}$$
$$x_2 = c_2 e^{-i\omega nt}$$
$$x = c_1 e^{i\omega nt} + c_2 e^{-i\omega nt}$$

مشروط به این که x_1 و x_2 مستقل خطی باشند . انتگرال عمومی را می‌توان به شکل هیبربولیک نوشت .

$$x = (C_1 + C_2) \cos hi\omega_n t + (C_1 - C_2) \sin h\, i\omega_n t$$
$$x = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t$$

که در آن A و B ثابتهای دلخواه هستند که به شرایط ابتدایی حرکت وابسته هستند . معادله فوق تابعی هارمونیک از نرمال می‌باشد و حرکت حول موقعیت تعادل متقارن خواهد بود . هر بار که جرم از این موقعیت گذر می‌کند سرعت حداکثر و شتاب صفر خواهد شد ولی در حدود نهایی تغییر مکانها سرعت و صفر و شتاب حداکثر خواهد بود . این ساده‌ترین شکل ارتعاشات است و حرکات هارمونیک ساده نامیده می‌شود .

مطابق تعریف برای دوره تناوب داریم :

$$T = \frac{2\pi}{\omega n} \qquad \rightarrow \qquad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$
$$f_n = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

شرح دستگاه :

مطابق شکل دستگاه تشکیل شده از یک فنر مارپیچ B که از بالا توسط دستگیره H به قاب A وصل شده و در پایین به میله C وصل می‌شود حرکت میله C بعلت وجود راهنمایی D فقط دارای یک درجه آزادی است . بر روی میله C دو صفحه مسدود E و F تعبیه شده که از صفحه F بر افزودن وزنه به دستگاه و از صفحه E برای اندازه‌گیری افزایش طول استفاده می‌شود .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وسایل مورد نیاز :

1- دستگاه اصلی

2- دو عدد فنر

3- خط کش و کولیس

4- تعدادی وزنه 20گرمی

روش انجام آزمایش :

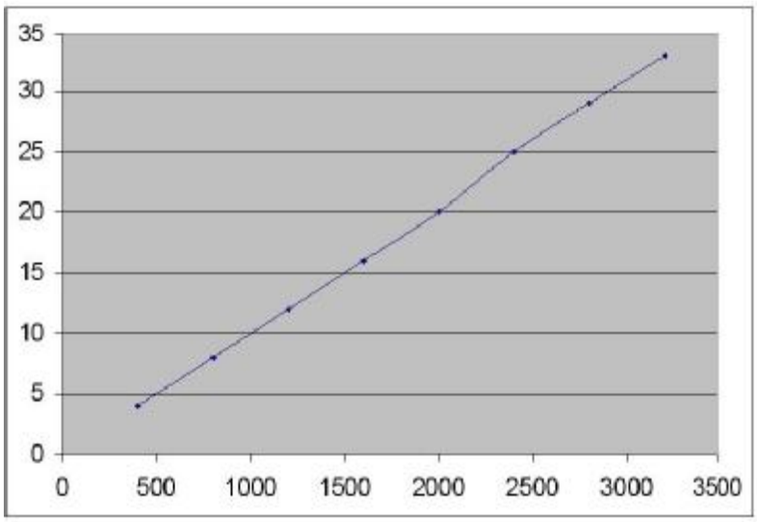
پس از آنکه سیستم را تراز نمودیم یکی از فنرها را به قاب متصل کرده و میله C را به آن می‌آوریزیم و با افزودن وزنه‌های مختلف و به فنر تغییر طول آنرا اندازه گرفته و ثبت می‌کنیم . مقدار این وزنه از 400gr شروع با و افزایش هر بار 400gr تا 3200gr ادامه خواهد داشت .

طی این مدت در هر بار مقدار 8 ثبت می‌شود با اندازه‌گیری زمان مثلاًبیت رفتن و برگشت می‌توانید پریود تجربی نوسانات را بدست آوریم . اگر زمان بیت نوسان برابر t_s باشد زمان یک یا همان پریود تجربی نوسان برابر $\frac{t}{20}$ خواهد بود پس از محاسبه پریود یک نوسان از راه تجربی می‌توانید همین پریود را از نظر تئوری نیز بدست آورید .

وزنه gr	تغییر طول δ(mm)	زمان 20 نوسان (s)	T	T^2	$K_{N/m}$	$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T=2\pi\sqrt{\frac{\delta}{g}}$	درصد خطا ٪
400	4	5/75	0/287	0/082	981	0/126	0/126	124٪
800	8	6/25	0/312	0/0976	981	0/18	0/18	73٪
1200	12	6/8	0/34	0/1156	981	0/22	0/22	54٪
1600	16	7/30	0/365	0/133	981	0/25	0/25	44٪
2000	20	7/7	0/385	0/148	981	0/283	0/283	36٪
2400	25	8/16	0/408	0/166	947/76	0/317	0/317	28٪
2800	29	8/5	0/428	0/183	947/17	0/342	0/342	25٪
3200	33	8/97	0/448	0/201	951/27	0/364	0/364	23٪

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

منحنی تغییرات طول بر حسب وزن :



مقدار K از نمودار 943/78 نیوتن بر متر بدست آمده است .

علل وجود خطا :

1- عدم اندازه‌گیری دقیق زمان 20 نوسان توسط کرنومتر .

2- وجود اصطکاک بین میله راهنمای دستگاه و تکیه‌گاه یا جسم D

بهتر است به کمک روغن محل را کمی روغنکاری کرده و میله C کاملاً صاف و ماشینکاری شده باشد .

3- وجود مقاومت هوا

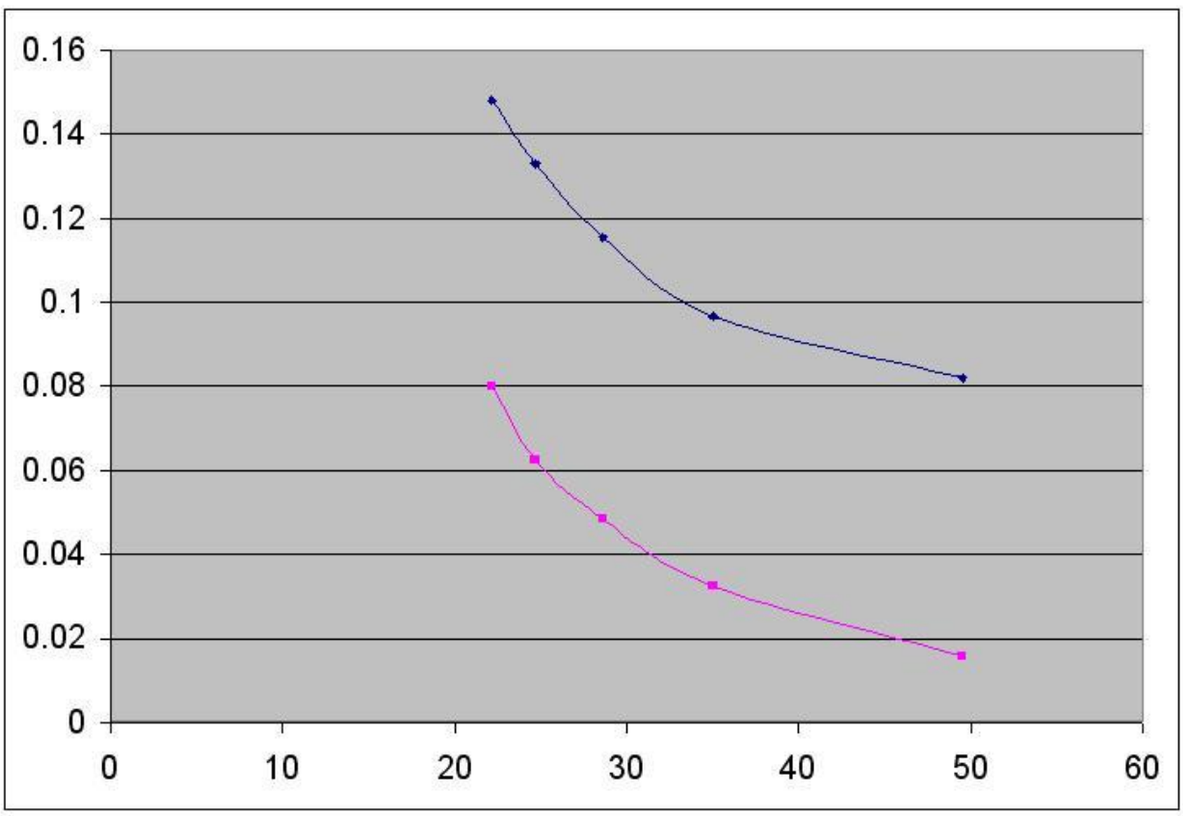
4- به علت وجود لقی در تکیه‌گاه D و میله C جرم از راستای افقی نیز کمی نوسان می‌کند

تغییرات T^2 بر حسب w. :

w	49.52	35.01	28.6	24.76	22.14	19.8	18.4
T^2 عملی	0.082	0.0976	0.1156	0.133	0.148	0.166	0.183
T^2 تئوری	0.0158	0.0324	0.0484	0.0625	0.08	0.1	0.1169

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

منحنی تغییرات T^2 بر حسب w :



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

نام آزمایش : پاندول ساده simple pendulum

هدف :

بررسی حرکت پاندول ساده چوبی و فولادی در صفحه و بدست آوردن پریود نوسانات از طریق آزمایش و عمل تئوری و محاسبه درصد خطا و بررسی راههای ممکن برای کمتر شدن خطا .

تئوری آزمایش :

یکی از نمونه‌های ارتعاشات پیچشی آونگ ساده کلاسیک است . جرم کوچک یا گلوله‌ای به جرم کم به طور قائم توسط سیمی سبک از یک مفصل آویخته می‌شود هنگامی که گلوله از موقعیت قائم جابجا شود طول موقعیت قائم با یک حرکت دوره‌ای منظم نوسان می‌کند اگر حرکت تنها به یک صفحه محدود باشد .

مشخصه‌ای که مبین حرکت می‌باشد جابجایی زاویه‌ای از وضعیت قائم یا همان θ است که در آن صفحه سنجیده می‌شود .

اگر حرکت را تنها به یک صفحه محدود کنیم ، صفحه تعمیم یافته‌ای که حرکت را توصیف می‌کند جابجای زاویه‌ای از وضعیت قائم θ است که در آن صفحه سنجیده می‌شود . طول سیم قیدی است که گلوله آونگ را به حرکت بر روی یک مسیر دایره‌ای دور مفصل محدود می‌کند . با استفاده از روش انرژی .

$$E = T + V$$

یا $\frac{dT}{dt} + \frac{dv}{dt} = 0$

$$T = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}(me^2)(\dot{\theta}^2) \rightarrow \quad \frac{dT}{dt} = me^2 \dot{\theta}\ddot{\theta}$$

$$V = mgh = mge\,(1-\cos\theta) \quad \rightarrow \quad \frac{dT}{dt} = mgL\dot{\theta}\sin\theta$$

$$\sin\theta = \ddot{\theta} \quad \Rightarrow \quad m L^2 \dot{\theta}\ddot{\theta} + mgL\dot{\theta}\ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

$$\left[T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \right]$$

وسایل مورد نیاز :

1- پاندول ساده فنری و چوبی

2- کرنومتر

3- متر فلزی

4- سیم یا نخ برای آویزان کردن پاندول

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

روش انجام آزمایش :

پاندول را حداکثر ده درجه از حالت تعادل خارج نموده ، سپس آنرا رها می‌کنیم تا نوسان کند ، **در این** حالت زمان 10 نوسان کامل آنرا اندازه می‌گیریم تا بتوانیم پریود تجربی نوسانات را بدست آوریم . نتایج آزمایش درجه اول ثبت شده‌اند این آزمایش یکبار برای پاندول چوبی و یکبار برای پاندول فلزی انجام می‌شود . در هر بار بعد ازانجام یک مرحله گره نخ را عوض کرده تا طول سیم یا نخ کمتر شود و دوباره آزمایش را انجام می‌دهیم و نتایج را در جدول ثبت می‌کنیم . پریود نوسانات را با تقسیم زمان 10 نوسان بر 10 بدست می‌آوریم و در جدول ثتب می‌کنیم .

برای بدست آوردن مقدار L باید شعاع کرده چوبی و فولادی را اندازه گرفته و همچنین طول (H) پیچ را نیز اندازه گرفته و به مقدار طول مچ اضافه کنیم .

همواره باید سعی کنیم که پاندول را طوری به نوسان در آوریم که حتی‌المقدور گلوله در یک صفحه نوسان کند و انحراف آن حداکثر 10 درجه باشد و در راه اندازه‌ی و یا قطع کرنومتر دقت بعمل آوریم .

L (mm)	زمان 10 نوسان (s)	T عملي	T^2	T تئوري	درصد خطا %
788/5	17/5	1/75	3/0625	1/78	1/68%
679/5	16/42	1/642	2/689	1/653	0/6%
576/5	15/9	1/59	2/528	1/523	4/3%
71/5	13/75	1/375	1/89	1/377	0/14%
361/5	12/6	1/26	1/587	1/206	4/4%
248/5	9/97	0/997	0/994	1	0/3%
142/5	7/66	0/766	0/587	0/757	1/18%

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

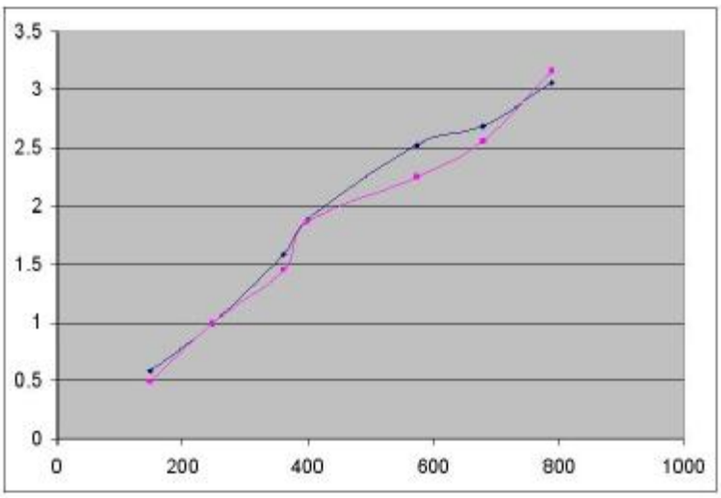
درصد خطا = | مقدار تئوری ـ مقدار عملی | ÷ مقدار تئوری × 100

جدول مربوط به آونگ چوبی :

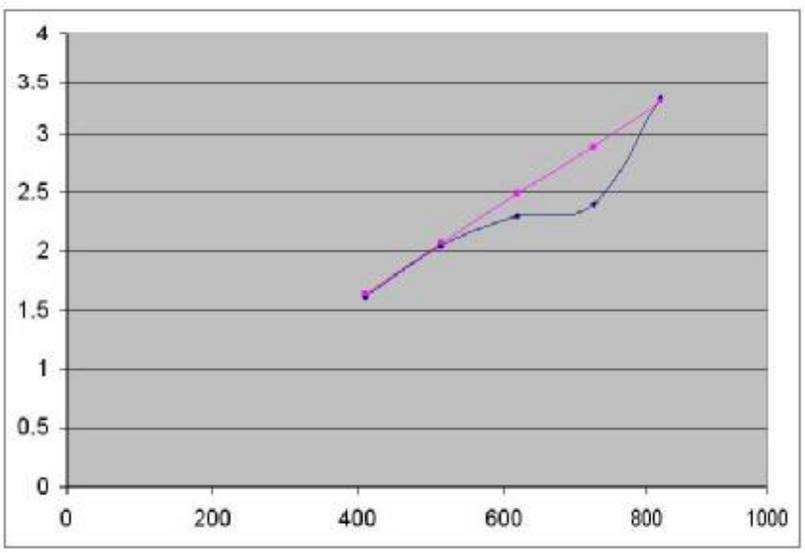
L (mm)	زمان 10 نوسان (s)	T عملي	T^2	T تئوري	درصد خطا %
823	18/3	1/83	3/348	1/82	0/55%
723/2	17/2	1/72	2/258	1/7059	0/82%
618/2	15/91	1/591	2/528	1/58	0/69%
513/2	14/3	1/43	2/045	1/437	0/48%
409/2	12/7	1/27	1/613	1/28	0/78%
313/2	11/22	1/122	1/488	1/122	0
211/2	9/1	0/92	0/828	0/92	1/8%

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

منحنی تغییرات T^2 بر حسب L برای آونگ فلزی :



منحنی تغییرات T^2 بر حسب L برای آونگ چوبی :



می‌توان معادله فوق را به صورت زیر بررسی کرد $y = ax$ که $y \equiv T^2$ و $x \equiv L$ و $a \equiv \frac{4\pi^2}{g}$ می‌باشد

از نمودار :

$$\text{tg}\,\alpha = 4.027$$

$$\Rightarrow \quad \frac{4\pi^2}{g} = 4.027 \quad \Rightarrow \quad g = 9.803$$

$$\text{درصد خطا} = \frac{9.81 - 9.803}{9.81} \times 100 = 0.066\%$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

دلایل وجود خطا :

1- نوسان نکردن گلوله در صفحه

2- مقاومت هوا

3- در تئوری از جرم نخ یا سیم صرفنجر شده ولی در عمل ،جرم نخ موثر است .

4- خطای اندازه‌گیرثی در بکار بردن کرنومتر .

5- وجود اصطکاک بین قلاب نخ و پیچ نگه‌دارنده

برای کمیه کردن میزان خط بهتر است دستگاه آزمایش کاملاً تراز باشد و همچنین در هنگام نوسان سعی شود که گلوله را در صفحه دوران دار نخ یا سیم متصل به گلوله‌ها باید حتی‌المقدور سبک اختیار شود . محل اتصال نخب با دستگاه بهتر است روغن کاری شود تا از وجود اصطکاک جلوگیری شود .

.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

نام آزمایش :پاندول مرکب

هدف :

بررسی ارتعاشی پاندول مرکب و مثبت و محاسبه دوره تناوب از راه عملی و مقایسه آن با مقدار تئوری و همچنین محاسبه شتاب گرانش زمین (g) و K شعاع گراسیون میله و مقایسه آن با مقدار تئوری و محاسبه درصد خطاها .

وسایل مورد نیاز :

1- میله برنجی

2- کرنومتر

3- متر فلزی

4- کولیس

تئوری آزمایش :

اگر یک میله فلزی از نقطه‌ای غیر از مرکز جرمش آویخته شود مانند یک آونگ نوسان خواهد کرد .

$$\Sigma M_0 = I_0 \cdot \alpha \Rightarrow -mgh \sin\theta = I\ddot{\theta}$$

که در آن m جرم میله ، h فاصله مرکز ثقل از نقطه تعلیق و $\ddot{\theta}$ شتاب زاویه‌ای میله است . البته در این مسئله هم θ را کوچک در نظر می‌گیریم . $\sin\theta \approx \theta$

با حل معادله فوق خواهیم داشت :

$$\ddot{\theta} + \frac{mgh}{I}\theta = 0$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgh}{I}} \qquad \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$$

اگر IG مماس اینرسی حول مرکز ثقل و K شعاع گراسیون حول مرکز ثقل باشد .

$$I_G = \frac{1}{2}me^2 = mk^2 \qquad \text{و} \qquad I_0 = IG + mh^2$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{k^2 + h^2}{gh}}$$

$$T^2h = \frac{4\pi^2}{g}(h^2 + k^2)$$

و مقدار k می‌شود :

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

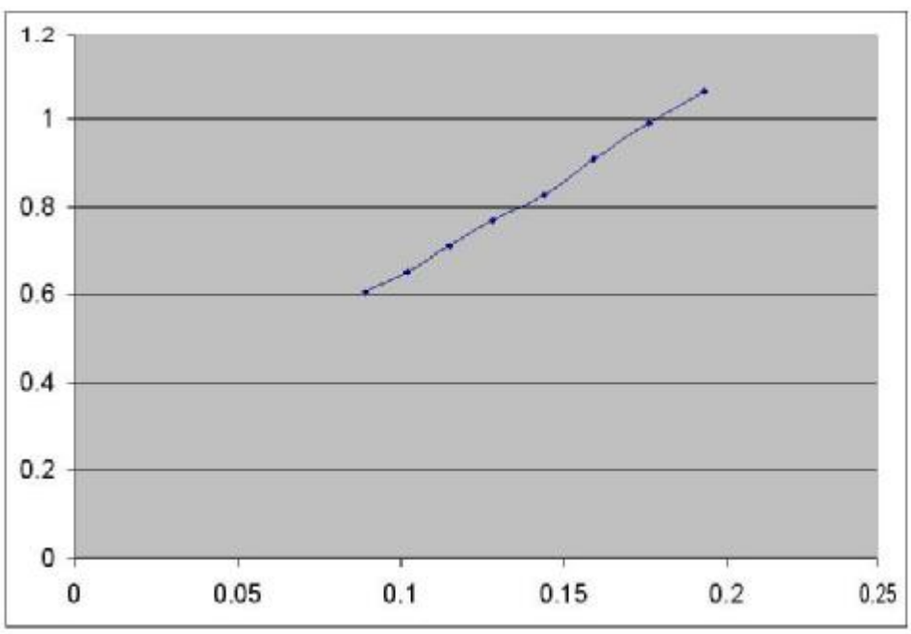
$$k = \sqrt{\frac{1}{12}L^2}$$

روش انجام آزمایش :

میله آزمایش را از محل در نظر گرفته شده آویزان کرده و زمان 10 نوسان را اندازه گرفته و در جدول ثبت می‌کنیم . با کم کردن مقدار h هر بار به میزان یکسان آزمایش را 8 مرحله تکرار می‌کنیم طول میله آزمایش که از جنس برنج می‌باشد 900mm و قطر آن 10mm می‌باشد . قطر مکعب مستطیلی که برای نگهداری میله نیز استفاده می‌شود 21/8 میلیمتر است .

طول L_1	زمان 10نوسان (s)	T	T^2	h متر(m)	h^2 (m^2)	T^2h	K عملي	درصد خطا k
889/1	15/56	1/556	2/421	0/439	0/193	1/063	0/222	14%
869/1	15/38	1/538	2/365	0/419	0/176	0/991	0/225	9/8%
849/1	15/1	1/51	2/28	0/399	0/159	0/909	0/219	10/6%
829/1	14/79	1/479	2/187	0/379	0/144	0/829	0/214	10/4%
809/1	14/65	1/465	2/146	0/359	0/128	0/77	0/215	7/7%
789/1	14/5	4/45	2/102	0/339	0/1149	0/712	0/217	26/4%
769/1	14/3	1/430	2/045	0/319	0/1018	0/652	0/216	2/26%
749/1	14/25	1/425	2/03	0/299	0/089	0/607	0/221	2/3%

منحنی T^2h بر حسب h^2 :



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بدست آوردن مقدار g به صورت عملی و آزمایشگاهی با استفاده از نمودار :

$Y = ax + b \quad \rightarrow \quad tg\,\alpha = \frac{4\pi^2}{g} = 4.39$

$4.39 = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow \quad g = 8.993\ (\frac{m}{s^2})$

عملي $k = \sqrt{\frac{T^2 hg}{4\pi^2} - h^2}$ تئوري $K = \sqrt{\frac{1}{12}L^2}$

درصد خطا مقدار g $= \frac{9.81 - 8.993}{9.81} \times 100 = 8.3\ \%$

محاسبه مقدار K تئوری و عملی :

تئوري $K_1 = \sqrt{\frac{L^2}{12}} = \sqrt{\frac{(0.889)^2}{12}} = 0.256$

عملي $K_1 = \sqrt{\frac{T^2 hg}{4\pi^2} - h^2} = \sqrt{\frac{1.063 \times 8.993}{4\pi^2} - 0.1927} = 0.222$

تئوري $K_2 = 0.288(0.869) = 0.25$

عملي $K_2 = \sqrt{\frac{0.991 \times 8.993}{4\pi^2} - 0.175} = 0.225$

درصد خطا $= \frac{0.25 - 0.225}{0.25} \times 100 = 9.8\%$

تئوري $K_2 = 0.288(0.869) = 0.25$

عملي $K_2 = \sqrt{\frac{0.991 \times 8.993}{4\pi^2} - 0.175} = 0.225$

درصد خطا $= \frac{0.25 - 0.225}{0.25} \times 100 = 9.8\%$

تئوري $K_3 = 0.288(0.849) = 0.245$

عملي $K_3 = \sqrt{\frac{0.909 \times 8.993}{4\pi^2} - 0.159} = 0.219$

درصد خطا $= \frac{0.245 - 0.219}{0.245} \times 100 = 10.6\%$

تئوري $K_4 = 0.288(0.829) = 0.239$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

عملي $K_4 = \sqrt{\frac{0.829\times 8.993}{4\pi^2} - 0.143} = 0.214$

درصد خطا $= \frac{0.239 - 0.214}{0.239}\times 100 = 10.4\%$

تئوري $K_5 = 0.288(0.809) = 0.233$

عملي $K_5 = \sqrt{\frac{0.77\times 8.993}{4\pi^2} - 0.1289} = 0.215$

درصد خطا $= \frac{0.233 - 0.215}{0.233}\times 100 = 7.7\%$

تئوري $K_6 = 0.288(0.789) = 0.227$

عملي $K_6 = \sqrt{\frac{0.712\times 8.993}{4\pi^2} - 0.1149} = 0.217$

درصد خطا $= \frac{0.227 - 0.217}{0.227}\times 100 = 26.4\%$

تئوري $K_7 = 0.288(0.769) = 0.221$

عملي $K_7 = \sqrt{\frac{0.652\times 8.993}{4\pi^2} - 0.1018} = 0.216$

درصد خطا $= \frac{0.221 - 0.216}{0.221}\times 100 = 2.2\%$

تئوري $K_8 = 0.288(0.749) = 0.216$

عملي $K_8 = \sqrt{\frac{0.607\times 8.993}{4\pi^2} - 0.089} = 0.2$

درصد خطا $= \frac{0.216 - 0.221}{0.216}\times 100 = 2.3\%$

محاسبه مقدار دومی برای h :

$hl = k^2 + h^2$

$h^2 - hl + k^2 = 0$

$h^2 - 0.558h + 0.067 = 0$

$\Delta = (0.558)^2 - 4(0.067) = 0.0433$

$h_1 , h_2 = \frac{0.558 \pm 0.208}{2} = 0.383 \quad , \quad 0.175$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

کاربردها :

در مورد کابرد آونگ مرکب اتومبیل مثال خوبی است با در نظر گرفتن حرکت در صفحه نیم‌رخ 10 اتومبیل یک آونگ مرکب است . اگر چرخهای جلو به مانعی برخورد کند سرنشینان عکس‌العملی را حس خواهند کرد مگر آنکه مرکز ضربه در اکسل عقب یا نزدیک آن باشد . عکس مطلب برای برخورد چرخهای عقب به یک مانع صادق است . یک عکس العمل حس خواهد شد مگر آنکه مرکز ضربه در اکسل جلو یا نزدیک آن باشد .

به عنوان یک نتیجه در طراحی خوب اتومبیل مرکز ضربه به حول یک اکسل و مرکز نوسان حول اکسل دیگر قرار می‌گیرد . نمونه دیگر از کاربرد آونگ مرکب در موتور هواپیما می‌باشد .

عوامل ایجاد خطا :

- همگن نبودن میله برنجی
2- وجود مقاومت هوا
3- خطای مربوط به اندازه‌گیری زمان نوسان به کمک کرنومتر
4- وجود اصطکاک بین تکیه‌گاه و نگه دارنده میله برنجی
5- تراز نبودن دستگاه

محاسبه طول پاندول ساده معدله پاندول مرکز از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ برای $L_1 = 0.4\ m$:

پاندول ساده $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

پاندول مرکب $T = 2\pi\sqrt{\frac{k^2 + h2}{gh}}$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{\frac{k^2 + h2}{gh}} \Rightarrow L = \frac{k^2 + h^2}{h}$$

از طرفي $h = L_1 + \frac{L}{2} - L = 0.4 + \frac{0.45}{2} - 0.45 = 0.175\ (m)$

$$k = \sqrt{\frac{(0.9)^2}{12}} = 0.259$$

$$L = \frac{(0.259)^2 + (0.175)^2}{0.175} = 0.558(m)$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

عنوان آزمایش : چرخدنده ساده

هدف :

آشنایی با دستگاه جعبه دنده معمولی محاسبه شتاب چرخدنده‌ها و بازده سیستم.

شرح دستگاه :

چرخ R همان چرخ جعبه‌ای است و یک گیره به چرخ متصل است همراه با یک فنر برگی T که در دندانه‌های چرخ R قرار گرفته است . (A) و (B) و (C) و (D) در یاتاقانهای متصل خود روی قاب فولادی چهار پایه نصب شده‌اند . ارتفاع وزنه‌ها وقتی از هر کدام از این محورها آویزان می‌شوند حدود چهل اینچ (100 cm(تا سطح زمین می‌باشند .

محورهای (B) و (C) و (D) هر یک بطور مستقل توسط پولی‌های (F) و حلقه‌های (E) از حرکت در امتداد محور آنها جلوگیری شده و ثابت می‌شوند .

محور A در یک انتها مربع شکل ماشین کاری شده تا بتوان توسط اهرم دستی آنرا گردانید . این محور دارای پولی (Q) و حلقه نگهدارنده (G) می‌باشد . شش عدد چرخ بادامکی وجود دارد که سه‌تای آن روی محور (A) و بقیه هر کدام روی یک محور سوار شده‌اند . هر یک از این بادامکها یک میکروسوئیچ را که به واحد ثبات الکتریکی متصل است بکار می‌اندازد .

تئوری آزمایش :

اگر چرخدنده‌های محوری (A) و (B) و (C) درگیر باشند و چنانچه نسبت سرعت بین A و B (G_1) و نسبت سرعت بین B و C(G_2) باشد می‌توان نوشت :

$$\frac{w_B}{w_A} = G_1 \qquad \frac{w_C}{w_B} = G_2$$

و فرض می‌کنیم که ممان اینرسی (C) و (A) و (B) به ترتیب I_A و I_B و I_C باشد . T_A گشتاوری که قادر است به چرخ (A) شتاب زاویه‌ای αA را بدهد . در این صورت چون شافت (G_1B) برابر سرعت (A) می‌چرخد در نتیجه می‌توان رابطه زیر را نوشت.

$\alpha_B = G_1\alpha_A \qquad \alpha_C = G_2\alpha_B = G_1G_2\alpha_A$

به این ترتیب گشتاور لازم جهت شتاب دادن به (C) و (B) به صورت زیر در می‌آید .

$T_B = I_B\alpha_B = I_BG_1\alpha_A \quad I_C = I_C\alpha_C = I_CG_1G_2\alpha_A$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

برای داشتن گشتاور T_B روی چرخ (B) و T_C روی چرخ (C) باید گشتاور (A) برابر $G_1G_2T_C$ و G_1T_B باشد به علاوه گشتاور T_A برای اینکه به خود چرخ (A) به تنهایی α_A را بدهد باید برابر $T_A = I_A\alpha_A$ باشد .
بنابراین مجموع کل گشتاورهای روی چرخ (A) به عبارت زیر می‌باشد .

$$T = T_A + G_1T_B + G_1G_2T_C = I_A\alpha_A + G_1T_B\alpha_A + (G_1G_2)I_C\alpha_A$$
$$T = \alpha_A [I_A + G_1I_B + (G_1G_2)I_C] \quad , \quad T = \alpha_AI_C$$

که I_C همان اینرسی جرمی معادل سیستم نسبت به چرخ (A) است . حال اگر راندمان بین چرخهای (A) و (B) و AB و بین (B) و (C) BC باشد گشتاور کل روی A خواهد بود :

$$T = \left[I_A\alpha_A + \frac{G_1I_B\alpha_A}{\eta_{AB}} + \frac{(G_1G_2)I_C\alpha_A}{\eta_{AB}\eta_{BC}} \right]$$

روش انجام آزمایش :

ابتدا راندمان سیستم جعبه را بدست می‌آوریم :

فرض کنید (A) و (B) با هم درگیر باشند گشتاوری به چرخ فلک (Q) وارد می‌کنیم . به این منظور باید وزنه مورد نظر را از ریسمان نایلونی که انتهای دیگر آن به پیچ روی چرخ گیر داده شده و چند دور گردانیده‌ایم آویزان کنیم . این گشتاور توسط وارد نمودن گشتاوری به پولی روی محور (B) قابل تعادل می‌باشد بطوریکه سیستم بخواهد شروع به حرکت نماید به این ترتیب می‌توان راندمان کلی سیستم را در حالت سینماتیکی بدست آورد این روش را می‌توان در حالتهای مختلف و نسبت دنده‌های وسیعی به کار برد .
اینرسی هر یک از شافتها و متعلقات آنرا می‌توان به روش معمولی از طریق سقوط وزنه به دست آورد و با داشتن همان اینرسی هر یک از شافتها می‌توان همان اینرسی معادل کل سیستم را هم از طریق محاسبه و هم از روش دستگاه ثبت شتاب زاویه‌ای به دست آورد و با هم مقایسه نمود .
تعدادی گشتاور متفاوت با شافت محرک وارد می‌سازیم و هر بار همان اینرسی را بدست آورده مقدار آنرا تعیین می‌کنیم .

جدول مشخصات

شافت	A	B	C	D
تعداد دندانه‌هاي چرخ اصلي شافت	90	96	100	--
تعداد دندانه پيستون شافت	--	30	24	20
قطر ديسك	71.2	50.8	50.8	50.8

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$\eta = \frac{(T.w)_{\text{متحرک}}}{(T.w)_{\text{محرک}}} \times 100$$

$$\eta = \frac{T_{\text{متحرک}}}{T_{\text{محرک}}} \times \frac{Z_{\text{محرک}}}{Z_{\text{متحرک}}} \times 100$$

بدست می‌آوریم :

w_Aمحرك kg	5/23	7/23	9/23	/23 11	/23 13	/23 15
متحرك W_B	2/53	3/45	4/48	5/33	6/73	7/73
%η	% 103	% 102	/8% 103	% 101	% 108	% 108

w_Aمحرك kg	5/23	7/23	9/23	/23 11	/23 13	/23 15
متحرك W_B	0/73	1/03	1/28	1/48	1/88	2/13
%η	% 119	% 121	118%	/83 112	% 121	% 119

w_Aمحرك kg	/23 15	/23 16	17/23	/23 18	/23 19	/23 20
متحرك W_B	0/58	0/6	0/63	0/66	0/68	0/69
%η	% 163	% 158	156%	% 154	% 151	146

عوامل خطا :

از علت‌های ایجاد خطا می‌توان به اصطکاک بین یاتاقانهای محورها نام برد که این امر مقدار وزنه‌های محور متحرک را افزایش می‌دهد . همچنین خوردگی و خرابی بلبرینگها باعث می‌شود در محلی محورگیرکند و نتوان آزمایش را خوب انجام داد .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

نام آزمایش : چرخ دنده خورشیدیPlanetary Gear

هدف :

آشنا شدن با دستگاه چرخ‌دنده خورشیدی و بدست آوردن شتاب و راندمان دستگاه

تئوری :

اولین قدم بدون توجه به اینکه سری خورشیدی چقدر پیچیده باشد این است که سری را قفل کرده و سیستم حاصل را یک دور در جهت عقربه‌های ساعت بگردانیم . سپس با ثابت نگه داشتن بازو و گرداندن چرخ‌دنده‌ای که می‌بایست در دستگاه ساکن باشد یک دور در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌توان مقدار دورهایی را که تعبیه چرخ دنده‌ها می‌گردند تعیین کرد ممکن است این چرخ دنده‌های باقی مانده سری ساده یا سری مرکب باشند اگر تعداد دورهای هر چرخ‌دنده را در دو حالت با هم جمع کنیم با اعداد حاصل می‌توان هر نسبت سرعت خواسته شده را تعیین کرد .

کوپلها حد سری چرخ دنده‌های خورشیدی :

معمولاً سه کوپل به یک چرخ‌دنده خورشیدی اعمال می‌شود کوپل ورودی . T_1 در جهت گردش محور ورودی و کوپل عکس العمل خروجی T_o و کوپل محفظه T_2 اگر قسمتهای سری با سرعتهای یکنواخت حرکت کند هیچ شتاب زاویه‌ای وجود نخواهد داشت پس :

$$T_1 + T_o + T_2 = 0$$

یعنی مجموع جبری این سه کوپل صفر است .

اگر بازده دستگاه 100٪ باشد یعنی هیچگونه تلفات داخلی بر اثر اصطکاک و غیره وجود نداشته باشد خواهیم داشت :

$$T_1w_1 + T_0w_0 + T_2w_2 = 0 \qquad (1)$$

که حدا آنw_1 و w_0 و w_2 سرعتهای زاویه‌ای می‌باشند .

معمولاً حفظه ثابت بوده و رابطه فوق به صورت زیر در می‌آید:

$$T_1w_1 + T_0w_0 = 0 \qquad (2)$$

اگر حالت معمولی را در یک چرخدنده خورشیدی در نظر بگیریم و R نسبت کل چرخدنده‌ها باشد و فرض کنیم $W_1 = RW_0$ بوده و محفظه ثابت باشد از رابطه (2) داریم :

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$T_1 R w_0 + T_0 w_0 = 0 \rightarrow T_0 = -RT_1 \quad \text{یا} \quad T_1 = -\frac{T_0}{R}$$

اگر 2 یعنی محفظه طوری باشد که می‌بایست نگه داشته شود . در آن صورت .

$$T_1 - RT_1 + T_2 = 0 \rightarrow T_2 = T_1 (R - 1) \rightarrow T_2 = T_0 (\frac{1}{R} - 1)$$

اگر فرض کنید R ثابت بوده و نسبت انتقال بین محور ورودی و خروجی R باشد در آن صورت :

$$T_0 = -RT_1 \quad \text{یا} \quad T_1 = -\frac{T_0}{R}$$

همین طور کوپل 2 خواهد بود :

$$T_1 - RT_1 + T_2 = 0$$

$$-\frac{T_0}{R} + T_0 + T_2 = 0 \quad \rightarrow \quad T_2 = T_1 (R - 1)$$

راندمان سیستم عبارت است از :

$$\text{راندمان} = \frac{(T.w)\ \text{out put}}{(T.w)\ \text{imput}} \times 100$$

شرح دستگاه :

دستگاه مرکب از یک واحد چرخنده خورشیدی مرکب است که می‌تواند دو نسبت سرعت مختلف بین محورهای ورودی و خروجی تولید کند .

سیستم چرخنده روی محور سوار شده است که بوسیله Self Aligning Bearing نگه داشته می‌شود و دستگاه کلاً روی پایه‌ای استاندارد از فولاد سبک که می‌تواند روی زمین بایستد قرار داده شده طوریکه برای وزنه‌هایی که می‌خواهیم به قسمتهای فرار آویزان کنیم از زمین ماکزیمم به اندازه ً40 فاصله است .

این دستگاه طراحی برای محاسبه راندمان چرخ دندهٔا و همینطور اندازه‌گیری گشتاور عکس‌العمل بدست می‌دهد با افزودن یک استوانه برای ضبط همراه با مقیاس میکروسوئیچ شتاب اعضاء دورا را هم می‌توان محاسبه کرد .

واحد چرخ دنده خورشیدی دو سرعته که شکل شماتیک آن در صفحات بعد آمده است اساساً از دو سری چرخدنده خورشیدی مشابه که هر کدام دارای سه چرخ‌دنده ستاره می‌باشند تشکیل شده است .

محور اصلی S که در بلبرینگهای S.A قرار کرفته سیستم چرخ دنده را نگاه می‌دارد یک انتهای این محور به صورت مکعب مستطیل تراشیده شده است تا بتوان یک دستگیره برای پیچاندن روی آن جا داد .

استوار بار گذاری A که به محور اصلی قفل شده است با دیسک اینرسی B و استوانهٔ بارگذاری C درگیر است اولین محفظه CASING مرکب است از چرخنده داخلی D استوانه بارگذاری E و دیسک اینرسی F که هر سه به هم مربوطند استوانه بارگذاری E به وسیله بلبرینگهایی روی محور اصلی قرار گرفته است .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

محفظه دوم مرکب است از چرخدنده داخلی G دیسک اینرسی H و استوانه بارگذاری E و به طریق مشابه به اولین محفظه وصل شده است چرخ دنده‌های خورشیدی L و K به محور اصلی قفل بوده و چرخنده‌های داخلی را (هر کدام را داخل سه سری چرخ دنده‌های ستاره N.M می‌گردانند چرخ دنده‌های ستاره حول بلبرینگهایی که روی

محورهای O و P سورا شده‌اند می‌گرددند استوانه بارگذاری Q که روی بلبرینگ سوار شده با دیسک اینرسی P مربوط هستند . هر چهار دیس اینرسی به وسیله پیچهایی محکم شده‌اند و به آسانی می‌توان آنها را برداشت . میخهای ریز روی محیط استوانه‌های A ، C ، E ، J و Q برای این است که بتوان ریسمان را حول آنها پیچید .
و در نتیجه به دستگاه کوپل وارد کرد . هر کدام از دو چرخ دنده داخلی D یا G را می‌توان با به کار بستن واحد بارگذاری Loadcell قفل کرد و همان نگاه دارنده (گشتاور عکس‌العمل) چرخ دنده دخلی را برای یک سیستم بارگذاری داده شده اندازه گرفت . شتاب اعضاء اگر لازم باشد می‌توان با به کار بردن دستگاه ثبت شتاب استاندارد به دست آورد .

واحد بار گذاری The Loadcell :

واحد بارگذاری مرکب است از تیرک سر گیردار F که لبه تیز ورودی به انتهای آزاد آن وصل نشده یک وسیله اندازه گیری تغییر Dial Gauge که تا 0/01 mm را اندازه می؛یرد و روی محفظه H سوار شده تاثیر مکان (تغیر شکل خنثی) تیر یک سردرگیر را وقتی که بار به انتهای آزاد آن وصل می‌شود اندازه بگیرید .

روش کالیبره کردن واحد بارگذاری :

قبل از شروع آزمایش واحد بارگذاری باید کالیبره شود که طریقه کالیبره کردن آن به شرح ذیر است . بارهای تا حد 8 کیلوگرم و تغییرات یک کیلوگرم برای این منظور کافی است به این ترتیب که توسط ریسمان وزنه‌هایی به چرهای D یا G متصل کرده و میزان گشتاور فاصله و انحراف درجه ساعت را در جدولی مانند زیر جمع‌آوری می‌کنیم .

گشتاور D	گشتاور G	انحراف درجه ساعت	بار بر حسب N
N.M	N.M		

سپس دیاگرام سپس دیاگرام گشتاور بر حسب انحراف درجه ساعت رسم کرده که حد نتیجه یک ثابت تطابق (Calibration consteait) برای واحد بارگذاری تعیین می‌شود .

$$tg\ \alpha = \frac{\text{گشتاور T}}{\text{درجه انحراف D}}$$

لازم به توضیح است که نتایج استفاده از چرخ D یا G یکسان است و همچنین باید وزن حلقه‌های نگهدارنده وزنه که 230 gr می‌باشد و وزنه‌ها جمع شود . حال وقتی بخواهیم استوانه را قفل کرده و بدین وسیله کوپل عکس‌العمل را اندازه بگیریم واحد بارگذاری را به وسیله پیچ به صفحه صاف ماشین کاری شده روی سطح بالایی بدنه اصلی می‌بندیم .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مشخصات چرخنده :

چرخ	A	C	F E D	J G H	Q
قطر(in)	5	7	9	9	7

تعداد دنده‌های چرخ دنده‌های داخلی 72 و خورشید و ستاره‌ها 24 می‌باشد .

چرخ C و خورشید K و خورشید L و محور مرکزی S با هم صلب و یکپارچه‌اند چرخ D و G (چرخدنده داخلی G و D) ،چرخ خروجی Q نسبت به محور مرکزی حرکت مستقل دارند .

بازوی 1 یکپارچه با پوسته چرخ دنده داخلی G بازوی 2 یکپارچه با چرخ خروجی Q جدول انتخاب محل کلید سلکتور

پیچ انتخاب	1	2	3	4
چرخ	Q	J	D	C

نسبت محور بادامکه n = 6

روش انجام آزمایش :

قبل از انجام آزمایش واحد بارگذاری باید کاملاً کالیبره شود که قبلاً طریقه کالیبره کردن آن گفته شده در نتیجه یک ثابت تطابق برای واحد بارگذاری تعیین می‌شود بارهای تا حدود 8 کیلوگرم و تغییرات یک کیلوگرم برای این منظور کافی هستند .

با استفاده از شکل نسبت کلی چرخدنده را برای دو حالت که حالت اول چرخدنده D ثابت است و حالت دوم چرخدنده G به دست آورید .

$$\frac{w\,input}{w\,out\;put} = \frac{w_k}{w_Q}$$

آزمایش اول :

چرخ دنده D ثابت ، در این آزمایش چردنده D را به وسیله واحد بارگذاری کالیبره شده قفل کنید . سپس استوانه بارگذاری ورودی C را با یک کوپل معلوم بارگذاری کرده و اینرا با کوپل مقاومی که روی محور خروجی (استوانه بارگذاری خروجی) اعمال می‌شود میزان کنید . بطوریکه سیستم بخواهد شروع به حرکت کند . وزنه لازم دیگر واحد بارگذاری را یادداشت کنید با استفاده از کوپل‌های متعادل کننده و نسبت کلی چرخ دنده و فرمولهای قسمت تئوری راندمان کلی سیستم را و کوپل محفظه را با استفاده از کوپلها به دست آورید . آزمایش را برای 10 بار گذاری تکرار کنید .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

چرخنده D ثابت :

جدول 1

اعضاء مجموعه	بازو 1	D	M	K
مجموعه قفل و بازو يك دور مثبت مي‌چرخد	+1	+1	+1	+1
يك دور منفي مي‌چرخدDبازو ثابت و چرخدنده	0	-1	$-{}^{72}/_{24}$	${}^{24}/_{24}\times{}^{72}/_{24}$
تعداد دورهاي بدست آمده	+1	0	-2	+4

با توجه به جدول فوق $\frac{w_k}{w_{arm1}} = 4$

دوران از طريق arm1 و چرخدنده خورشيدی L منتقل می‌شود در نتيجه :

چرخدنده G ثابت :

جدول 2

اعضاء مجموعه	بازو 2	N	L	G
مجموعه قفل و بازو يك دور مثبت مي‌چرخد	+1	+1	+1	+1
يك دور منفي مي‌چرخدGبازو ثابت و چرخدنده	0	$-{}^{72}/_{24}$	${}^{24}/_{24}\times{}^{72}/_{24}$	-1
تعداد دورهاي بدست آمده	+1	0	-2	+4

با توجه به جدول فوق $\frac{w_{arm2}}{w_L} = 4^{-1}$

چرخدنده L ثابت :

جدول 3

اعضاء مجموعه	بازو 2	N	L	G
مجموعه قفل و بازو يك دور مثبت مي‌چرخد	+1	+1	+1	+1
يك دور منفي مي‌چرخدGبازو ثابت و چرخدنده	0	${}^{24}/_{24}$	-1	${}^{24}/_{24}\times{}^{72}/_{24}$
تعداد دورهاي بدست آمده	+1	+2	0	$+{}^{4}/_{3}$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

با توجه به جدول فوق $\frac{w_{arm2}}{w_G}=\frac{3}{4}$

از آنجائیکه ($w_{Q=}w_{arm2}$) داریم .

$$\frac{w_Q}{w_k}=\frac{w_Q}{w_L}+\frac{w_Q}{w_G}\times\frac{w_{arm1}}{w_k}=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$$

در حالتی که چرخ D قفل باشد

$$\frac{w\ input}{w\ out\ put}=\frac{w_k}{w_Q}=\frac{16}{7}$$

در حالت قفل بودن چرخ G با توجه به جدول G

$$\frac{w\ input}{w\ out\ put}=\frac{w_k}{w_Q}=\frac{w_L}{w_Q}=4$$

با مقادیر آزمایشگاهی کاملاً مطابقت داشته و درصد خطا صفر است .

آزمایش دوم :

چرخدنده G ثابت :

چرخدنده G را بوسیله واحد بارگذاری کالیبره شده قفل می‌کنیم طبق روش ذکر شده در آزمایش اول راندمان کلی سیستم را برای 10 بار گذاری تکرار کنید.

چرخدنده D ثابت جریان آزمایش پس از قفل کردن چردنده D استوانه بارگذاری Q را با یک کوپل معلوم بارگذاری کرده و شتاب آنرا با استفاده از واحد ثبت شتاب بدست آورید .

سپس مقدار کوپل را اضافه کرده و شتاب نظیر را بدست آورید .

- مقادیر کالیبراسیون و رسم منحنی و محاسبه tg α

- آزمایش اول :

محفظه D قفل ، بارگذاری روی محفظه D ـ آزمایش دوم :محفظه G قفل بارگذاری روی محفظه

قفلD	
بارkg	تغییرات سرعت mm0/01
1	4/5
2	9
3	13
4	17
5	21
6	24/5
7	28/5
8	32

قفلG	
بارkg	تغییرات سرعت mm0/01
1	4
2	9
3	13
4	17/5
5	21
6	25
7	29
8	33

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

DD = dG = 9 in = 0.228 m

RD = rG = 0.114 (m)

محفظه -D : ثابت $tg\ \alpha = 29285.7\ ^{N.m}/_{m}$

محفظه -G : ثابت $tg\ \alpha = 28013.8\ ^{N.m}/_{m}$

بار ورودي C	گشتاور ورودي c	بار خروجي Q	گشتاور خروجي $Q_{N.m}$	%η	تغییرات ساعت	گشتاور ساعت	%η
2	1/945	5/9	5/34	120%	13	3/8	85%
2/5	2/38	7/1	6/4	117%	16	4/68	86%
3	2/817	8/5	7/61	118%	18	5/27	82%
3/5	3/253	9/3	8/31	111%	19	5/56	0/74%
4	3/69	10/3	9/18	108%	21	6/15	73%

وزن قلاب در نظر گرفته شده است .

$$\eta = \frac{T.w\text{خروجی}}{T.w\text{ورودی}}$$

بار ورودي C	گشتاور ورودي c	بار خروجي Q	گشتاور خروجي $Q_{N.m}$	%η	تغییرات ساعت	گشتاور ساعت	%η
2	1/945	10/5	9/15	117%	27	7/5	97%
2/5	2/38	12/7	11/07	116%	33	9/24	97%
3	2/817	14/7	12/82	113%	38	10/6	94%
3/5	3/253	16/6	14/47	111%	41	11/48	88%
4	3/69	18/8	16/4	111%	48	13/4	91%

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

عنوان آزمایش : ارتعاشات آزاد پیچشی

هدف :

بدست آوردن پریود نوسانات ، همان اینرسی و ضریب ارتجاعی پیچشی

تئوری آزمایش :

هنگامی که یک محور گشتاور را انتقال می‌دهد ، تحت تاثیر پیچشی و در نتیجه انحرافهای پیچشی قرار می‌گیرد. اگر گشتاور اعمالی نسبت به زمان متغیر باشد در این صورت محور نوسان کرده و تحت پیچش قرار خواهد گرفت اگر فرکانس تغییرات گشتاور انتقالی برابر با فرکانس طبیعی ارتعاشات پیچشی محور باشد در این صورت پدیده تشدید یا رزنانس روی خواهد داد در نتیجه آن دامنه ارتعاشات پیچشی محور آنقدر زیاد شده که موجب صدمه دیدن آن خواهد شد . ارتعاش پیچشی ممکن است به صورت منفرد یا همزمان با ارتعاش عرض محور رخ دهد .

ساده‌ترین نوع ارتعاشات پیچشی حالتی است که در آن یک دیسک با ممان اینرسی I حول محور x با پیچش محوری که در انتها ثابت است حول همین محور نوسان کند .

اگر دیسک اندازه θ از حالت تعادل خارج شود تحت تاثیر گشتاور وارده توسط میله ارتعاش خواهد کرد . با استفاده از معادله $T = I\alpha$ داریم .

$$\Sigma M = I\alpha = I\ddot{\theta}$$

$$-K_t\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

که در آن k_t ثابت پیچشی فنر برای محور می‌باشد علامت منفی بدان جهت است که مطابق شکل T در جهت خلاف θ می‌باشد . از معادله فوق می‌توان به نتیجه ذیل رسید .

$$I\ddot{\theta} + k_t\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{k_t}{I}\theta = 0 \qquad k_t = \frac{jG}{L}$$

$$w_n = \sqrt{\frac{k_t}{I}} \qquad j = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k_t}}$$

که در آن w_n فرکانس طبیعی ارتعاشات پیچشی برحسب $f_n = \frac{rad}{s}$ فرکانس طبیعی بر حسب سیکل بر ثانیه . d قطر محور بر حسب Gm جدول ارتجاعی --- شفت . L طول شفت ، I ممان جرمی دیسک حول محور طولی x و مقدار آن $\frac{mr^2}{2}$ است .

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

شرح دستگاه :

سیستم پیچشی تشکیل شده از یک چرخ طیار سنگین که اینرسی سیستم را تامین می‌کند و توسط بلبرینگی به قاب متصل شده است . یکی میل گرد که از یک طرف به دیسک متصل شده و از طرف دیگر توسط گیره به صورت صلب به قاب وصل است گیرده در امتداد شاخه پائینی می‌تواند حرکت کند و بدینوسیله طول میله قابل تغییر است .

برای افزایش اینرسی چرخ طیار به آن دو عدد وزنه کوچک افزوده شده است . که البته محاسبه اینرسی روش حاص خود را داراست که در بخش بعدی توضیح داده می‌شود .

نحوه انجام آزمایش :

پس از تعیین ممان اینرسی چرخ‌ها آزمایش را شروع می‌کنیم .

پس از اینکه چرخ طیار روی دستگاه قرار گرفت بازاء طولهای مختلف در میله گرد پریود نوسانات که در اثر انحراف زاویه‌ای کوچکی پدید می‌آیند را اندازه‌گیری می‌کنیم این کار را برای دو دیسک بزرگ و کوچک انجام می‌دهیم .

سپس وزنه‌های کوچک را که برای بیشتر شدن ممان اینرسی بکار رفته‌اند را برای دو دیسک کوچک و بزرگ قرار داده و مراحل قبل را تکرار می‌کنیم و نتایج مربوطه را ثتب می‌کنیم .

نکته : تعداد دوری که نخ به دور دیسک پیچیده شده از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$n = \frac{L}{\pi D}$$

روش تعیین ممان اینرسی :

قبل از شروع آزمایش اصلی اید ممان اینرسی چرخها را بدست آورد . برای این کار چرخ طیار را در قسمت خارجی قاب قرار می‌دهیم . نخی با طول مشخص را در اختیار داریم یک سر نخ را به زائده روی چرخدنده بسته و به سر دیگر نخ وزنه 300 gr را می‌آویزیم .

طول نخ را در این حالت چنان میزان کنیم که هنگامی که وزنه را رها می‌کنیم و در زمان رسیدن وزنه به زمین نخ از زائده روی چرخ جدا شود .

هنگامی که وزنه را رها کردیم ، ارتفاعی را که وزنه از آن رها شده دقیقاً اندازه‌گیری کرده و ثبت می‌نمائیم (9h البته مقادیر دیگری نیز اندازگیری می‌شوند که عبارتند از : n_1 تعداد دوران دیسک از لحظه رها شدن وزنه تا برخورد آن به زمین ، t_2 زمان طی شده از لحظه برخورد وزنه به زمین تا توقف کامل دیسک . اکنون با توجه به رابطه انرژی ، ممان اینرسی چرخ را بدست می‌آوریم

$$mgh = \frac{1}{2} Iw^2 \left(L + \frac{h_1}{n_2}\right) + \frac{1}{2} mv^2$$

که در آن m جرم وزنه V سرعت وزنه در لحظه برخورد به زمین $= \frac{2n}{t1} V$.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

W سرعت زاویه‌ای ماکزیمم چرخ طیار $= \frac{V}{r} w$

$N_1 = \frac{1.43}{\pi(0.25)} = 1.82$	n_2 : 19.5	t_1 : 5.43	t_2 : 63.14	t = 50mm :دیسك بزرگ چدني m = 18.5 kg D = 250 mm
$N_1 = \frac{1.43}{\pi(0.15)} = 3.03$	n_2 : 7.75	t_1 : 5.41	t_2 : 14.03	t = 50mm :دیسك بزرگ چدني m = 8.8 kg D = 150 mm

دیسک‌های جانبی کوچک : جنس چدن

m = 1.5 kg d = 70 mm t = 50 mm

دیسک‌های جانبی بزرگ : جنس چدن

m = 2.8 kg d = 100 mm t = 50 mm

محاسبه ممان اینرسی دیسک بزرگ :

$$V = \frac{2h}{t_1} = \frac{2\times1.43}{5.43} = 0.5267$$

$$W = \frac{V}{r} = 4.21$$

$$mgh = \frac{1}{2} Iw^2 (L + \frac{n_1}{n_2}) + \frac{1}{2} mv^2$$

$$0.15 \times 9.8 \times 1.43 = \frac{1}{2} I(4.21)^2 (1 + \frac{1.82}{19.5}) + \frac{0.15}{2} (0.5267)^2$$

$$I = 0.214$$

$I = \frac{1}{2} mr^2 = \frac{1}{2} 18.5(125\times10^{-3})^2 = 0.144$ تئوري

$\text{درصد خطا} = \frac{0.144 - 0.214}{0.144} \times 100 = 49\%$

ممان اینرسی دیسک کوچک :

$$V = \frac{2h}{t_1} = \frac{2\times1.43}{5.41} = 0.528$$

$$W = 7.0486$$

$$0.15\times9.8 \times 1.43 = \frac{1}{2} I(7.0486)^2 (1+\frac{3.03}{7.75}) + \frac{0.15}{2} (0.528)^2$$

$$\Rightarrow \%602$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تئوري $I = \frac{1}{2} 8.8\ (75\times10^{-3})^2 = 0.0247\ m^2kg$

درصد خطا $= \frac{0.0247 - 0.06}{0.0247} \times 100 = 143\%$

محاسبه ممان اینرسی با دیسک جانبی کوچک $(m = 1.5\ kg)$

دیسک کوچک با وزنه جانبی کوچک

$$I = \frac{1}{2} 8.8\ (75\times10^{-3})^2 + 1.5\ (0.21)^2 \times 2 = 0.157$$

ديسك بزرگ با وزنه جانبي كوچك

$$I = \frac{1}{2} 18.5\ (0.125)^2 + 1.5\ (0.21)^2 \times 2 = 0.2763$$

محاسبه ممان اينرسي با ديسك جانبي بزرگ$(m = 2.8)$

$$I = \frac{1}{2} 8.8\ (0.075)^2 + 2.8\ (0.21)^2 \times 2 = 0.272$$

$$I = \frac{1}{2} 18.5\ (0.125)^2 + 2.8\ (0.21)^2 \times 2 = 0.391$$

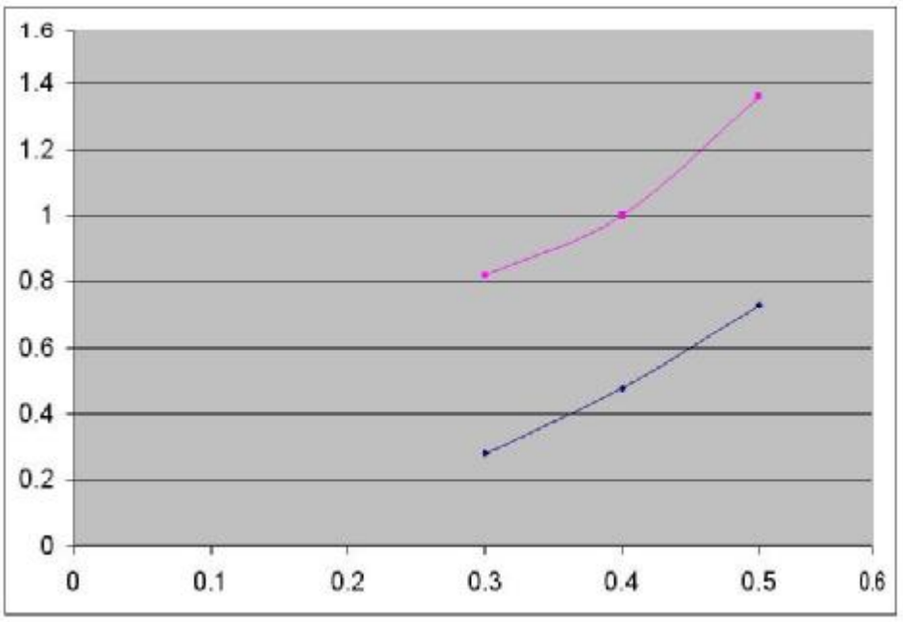
تکمیل جداول :

آزمایش شماره یک : دیسک بزرگ ST37

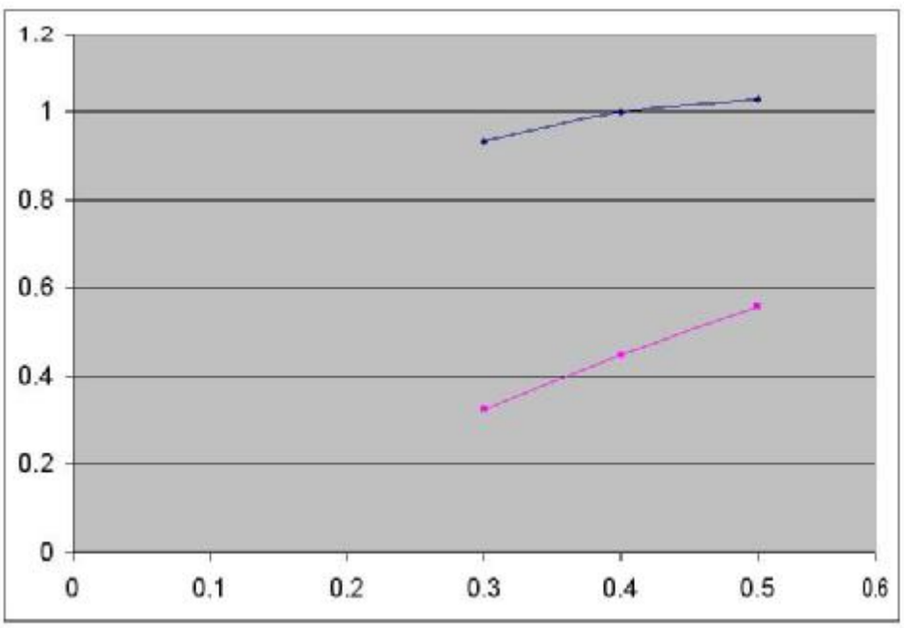
d(m)	$J=\frac{\pi d^4}{32}$	L(m)	$K_t = \frac{GJ}{L}$	n	$t_{(s)}$	تئوري $T=2\pi\sqrt{\frac{I}{k_t}}$	عملي $T=\frac{t}{n}$	خطا
0/004	$2/51\times10^{-11}m^4$	0/3	6/92	6	5/8	0/906	0/966	6/6%
0/004	$2/51\times10^{-11}m^4$	0/4	5/19	6	5/66	0/046	0/943	9/8%
0/004	$2/51\times10^{-11}m^4$	0/5	4/15	6	6/4	1/17	1/06	9/4%
0/005	$6/1359\times10^{-11}m^4$	0/3	16/9	6	3/18	0/57	0/53	7%
0/005	$6/1359\times10^{-11}m^4$	0/4	12/68	6	4/15	0/6696	0/6916	3/2%
0/005	$6/1359\times10^{-11}m^4$	0/5	10/14	6	5/12	0/748	0/853	14%

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

منحنی T^2 بر حسب L برای d=0.004(m) :



منحنی T^2 بر حسب L برای d=0.005(m) :

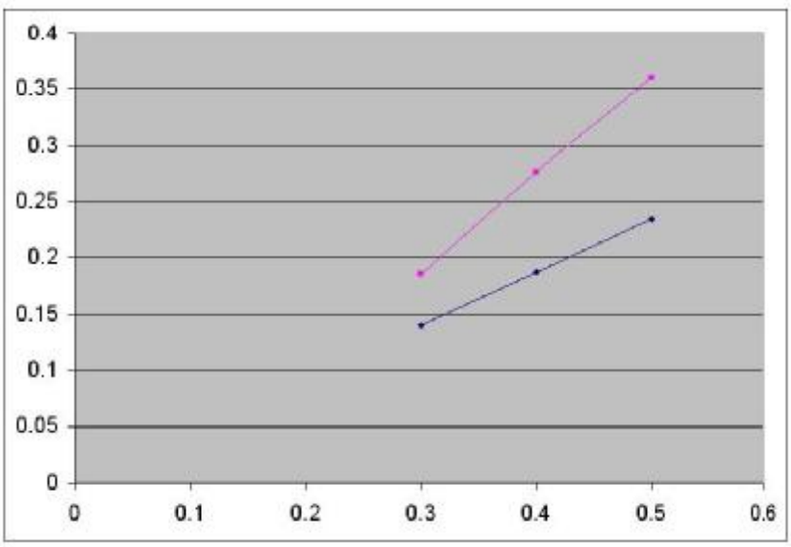


PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

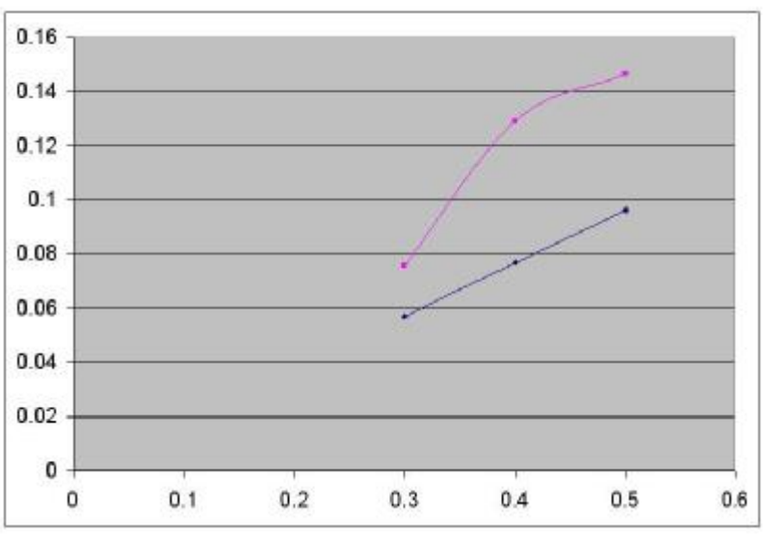
آزمایش شماره دو : دیسک کوچک بدون وزنه‌های جانبی I = 0.0247

d(m)	$J=\frac{\pi d^4}{32}$	L(m)	$K_t = \frac{GJ}{L}$	n	$t_{(s)}$	تئوري $T=2\pi\sqrt{\frac{I}{k_t}}$	عملي $T=\frac{t}{n}$	خطا
0/004	$m^4\ 10^{-11}\times 2/51$	0/3	6/92	6	2/6	0/375	0/43	/6% 14
0/004	$m^4\ 10^{-11}\times 2/51$	0/4	5/19	6	3/15	0/433	0/525	21%
0/004	$m^4\ 10^{-11}\times 2/51$	0/5	4/15	6	3/6	0/484	0/6	23%
0/005	$m^4\ 10^{-11}\times 6/1359$	0/3	16/9	6	1/65	0/24	0/275	/5% 14
0/005	$m^4\ 10^{-11}\times 6/1359$	0/4	12/68	6	2/16	0/277	0/36	30%
0/005	$m^4\ 10^{-11}\times 6/1359$	0/5	10/14	6	2/3	0/31	0/383	23%

منحنی تغییرات T^2 بر حسب L برای (d = 0.004 m)



منحنی تغییرات T^2 بر حسب L برای (d = 0.005 m) :

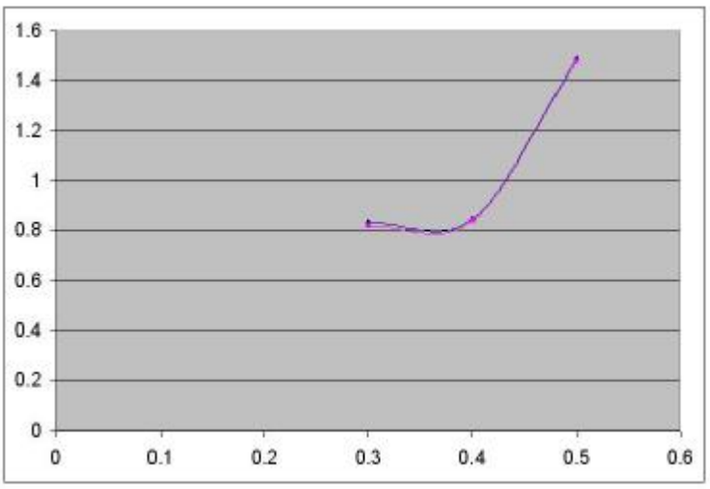


PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

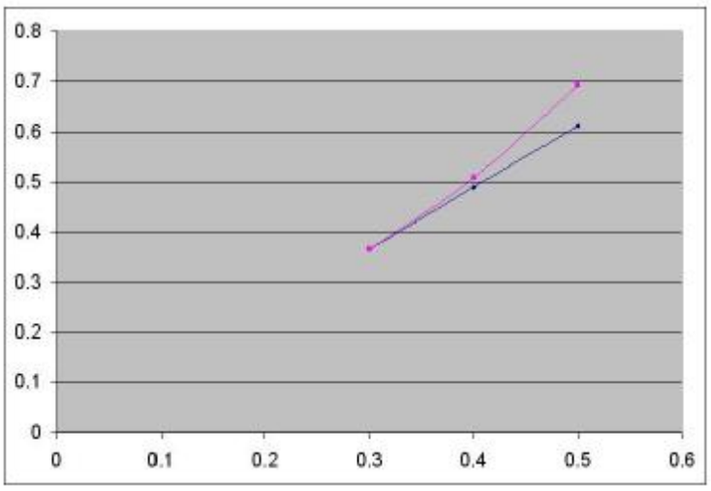
آزمایش شماره سه : دیسک کوچک با دیسک‌های جانبی کوچک I = 0.157

d(m)	$J=\frac{\pi d^4}{32}$	L(m)	$K_t = \frac{GJ}{L}$	n	$t_{(s)}$	تئوري $T=2\pi\sqrt{\frac{I}{k_t}}$	عملي $T=\frac{t}{n}$	خطا
0/004	$m^4\ 10^{-11}\times 2/51$	0/3	6/92	6	5/43	0/94	0/905	3/7%
0/004	$m^4\ 10^{-11}\times 2/51$	0/4	5/19	6	6/55	0/92	0/0916	0/036%
0/004	$m^4\ 10^{-11}\times 2/51$	0/5	4/15	6	7/3	1/22	1/216	0/32%
0/005	$m^4\ 10^{-11}\times 6/1359$	0/3	16/9	6	3/63	0/605	0/605	0
0/005	$m^4\ 10^{-11}\times 6/1359$	0/4	12/68	6	4/28	0/7	0/713	1/8%
0/005	$m^4\ 10^{-11}\times 6/1359$	0/5	10/14	6	5	0/782	0/833	6/5%

منحنی تغییرات T^2 بر حسب L برای (d = 0.004 m) :



منحنی تغییرات T^2 بر حسب L برای (d = 0.005 m) :

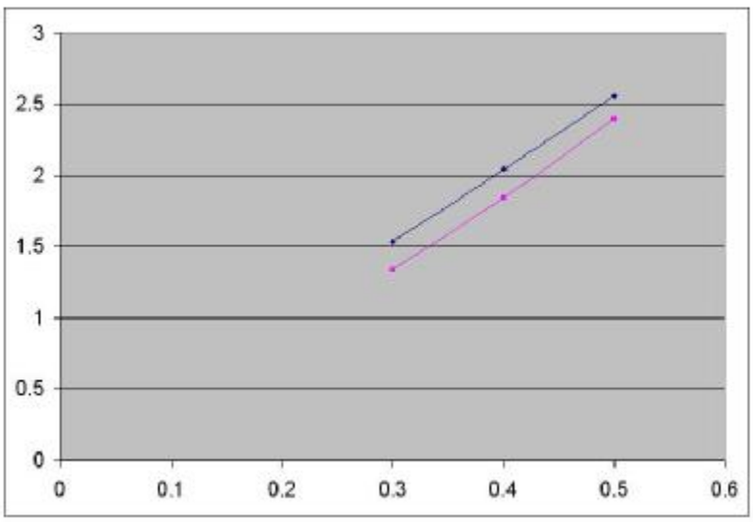


PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

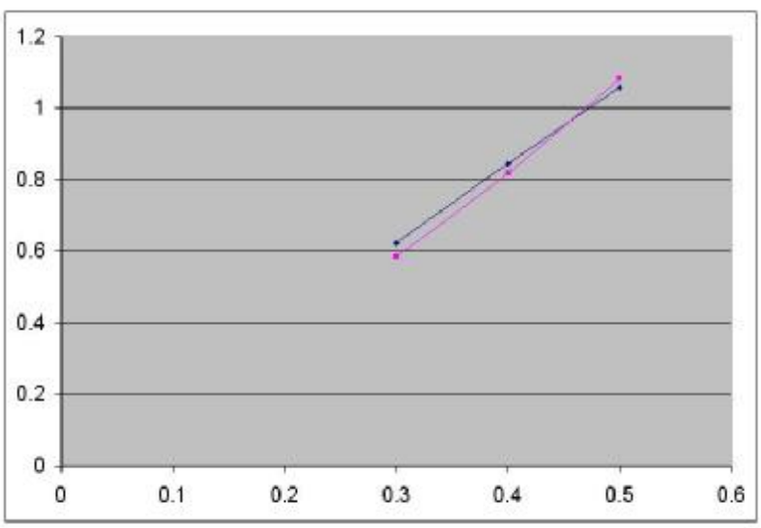
آزمایش شماره چهار : دیسک کوچک با دیسک‌های جانبی بزرگ $I = 0.272\ kgm^2$

d(m)	$J=\frac{\pi d^4}{32}$	L(m)	$K_t = \frac{GJ}{L}$	n	$t_{(s)}$	تئوري $T=2\pi\sqrt{\frac{I}{k_t}}$	عملي $T=\frac{t}{n}$	خطا
0/004	$m^4\ 10^{-11}\times 2/51$	0/3	6/92	6	7	1/24	1/16	6/4%
0/004	$m^4\ 10^{-11}\times 2/51$	0/4	5/19	6	8/15	1/43	1/358	5%
0/004	$m^4\ 10^{-11}\times 2/51$	0/5	4/15	6	9/31	1/6	1/55	3/1%
0/005	$m^4\ 10^{-11}\times 6/1359$	0/3	16/9	6	4/6	0/79	0/766	3/3%
0/005	$m^4\ 10^{-11}\times 6/1359$	0/4	12/68	6	5/43	0/92	0/905	1/6%
0/005	$m^4\ 10^{-11}\times 6/1359$	0/5	10/14	6	6/25	1/029	1/041	1/6%

منحنی تغییرات T^2 بر حسب L برای ($d = 0.004\ m$) :



منحنی تغییرات T^2 بر حسب L برای ($d = 0.005\ m$) :



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

از رسم منحنی T^2 بر حسب L نتیجه می‌گیریم که تغیرات T^2 بر حسب L کاملاً خطی است .

در سیستم انتقال قدرت مثلاً در میل گاردان اتومبیل در هنگامی که اتومبیل در ابتدای حرکت بوده و میل‌گاردان و چرخهای ثابت هستند اگر اتومبیل با شتاب زیاد حرکت کند گشتاور پیچشی زیادی به میل گاردان وارد شده و معمولاً میل گارادان از قسمت اتصال آن به دیفرانسیل می‌برد . بنابراین پیچ‌های متصل کننده به دیفرانسیل را طوری طراحی می‌کنند که مقاومت پیچشی آنها کمتر از قطورترین قسمت میل گاردان باشد تا دارژ پیچش زیاد میل‌گاردان نبریده بلکه پیچ‌ها ببرند .

آچارهای تورک فنر نمونه‌ای از کاربرد ارتعاشات پیچشی هستند که مقدار گشتاور اعمال شده به پیچ را اندازه‌گیری می‌کنند .

.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

نام آزمایش : گاورنر

هدف :

آشنایی و بررس فرمان دهنده‌های مکانیکی

مقدمه و تئوری :

در دستگاههایی نظیر ژنراتورهای برق اضافه‌بار در شبکه موجب افت شدید ولتاژ و افت سرعت دورانی ژنراتور و در نتیجه موجب افت فرکانس نیروی الکتریکی تولیدی تا اندازه‌ای می‌گردد و این افت فرکانس موجب اختلال در دستگاههای الکتریکی و الکترونیکی می‌شود رفع این نقص نیاز به یک سیستم کنترل و فرمان دهنده می‌باشد که این تغییرات را حس نموده و به سیستم قدرت فرمان متناسب جهت تطبیق قدرت ورودی با قدرت خروجی را بدهد گاورنرها فرمان دهنده‌های مکانیکی می‌باشند که می‌توانند بر حسب مورد نیاز از انواع مختلف آن استفاده کرد .

گاورنر ساده :

گاورنر نشان داده شده در شکل ساده‌ترین نوع گاورنر مکانیکی محسوب می‌بوشند .
جرم بازو اهرم و کشویی در مقابل جرم وزنه‌ها ناچیز فرض می‌شود .
هرگا محور دستگاه با سرعت ω دوران نماید می‌توان برای نمودار نیروی نشان داده شده نوشت .

$F.h = mgr.F = mrw^2$

$H = \frac{g}{w^2}$ یا $w^2 = {}^{g}/_{h}$

Porter Governor

تفاوت گاورنر Porter با ساده اینست که جرم کشویی کوچک و قابل صرفنظر نیست . شماتیک گاورنر در شکل نشان داده شده است . M جرم کشویی و m جرم وزنه است .
سئوال 1 رابطه زیر را ثابت کنید .

$$w^2 = \frac{g\,tg\theta}{h\,tg\theta + c}\left[1+\frac{M}{2m}\left(1+\frac{tg\varphi}{tg\theta}\right)\right]$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$\xrightarrow{+}$ $\Sigma Fx = 0 \quad \Rightarrow \quad -F + T_2 \sin\phi + T_1 \sin\theta = 0$

$+\uparrow \quad \Sigma Fy = 0 \quad \Rightarrow \quad -mg + T_1 \cos\theta + T_2 \cos\phi = 0$

$$\Sigma Fy = 0 \quad \Rightarrow T_2 = \frac{Mg}{2\cos\varphi}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -F + \frac{Mg}{2\cos\varphi}\sin\varphi + T_1 \sin\theta = 0 \\ -mg + T_1\cos\theta - \frac{Mg}{2\cos\varphi}\cos\varphi = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{Mg}{2\cos\theta} + \frac{mg}{\cos\theta}$$

$, F = m(r + c)w^2 \quad , \quad r = h\,tg\theta \quad \Rightarrow F = m(h\,tg\theta + c)\,w^2$

$$-m(h\,tg\theta + c)\,w^2 + \frac{Mg}{2}tg\,\phi + (\frac{Mg}{2}g\,tg\,\theta + mg\,tg\theta) = 0$$

$$w^2 = \frac{g\,tg\theta}{h\,tg\theta + c}\left[\frac{M}{2}\frac{tg\varphi}{tg\theta} + \frac{M}{2} + m\right]$$

$$w^2 = \frac{g\,tg\theta}{h\,tg\theta + c}\left[\frac{M}{2m}(1 + \frac{tg\varphi}{tg\theta}) + 1\right]$$

گاورنر Proell

تفاوت این نوع گاورنر با گاورنر Porter اینست که در این نوع وزنه‌ها بجای محل لولا بر روی امتداد اهرم واقع‌اند مطابق شکل .

سئوال 2 نشان دهید رابطه گاورنر Proell بصورت زیر است .

$$w^2 = \frac{g}{ry}\left[(x - r) + \frac{M}{2m}(x - b)\right]$$

با توجه به شکل و گشتاور گیری مدل نقطه O خواهیم داشت .

$+ \qquad \Sigma M_o = 0 \Rightarrow Fg - mg\,(x\text{-}r) - \frac{Mg}{2}(x\text{-}b) = 0$

$F = mrw^2$

$\Rightarrow mrw^2y = mg\,(x\text{-}r) + \frac{Mg}{2}(x\text{-}b)$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$w^2 = \frac{Mg}{mry}(x-r) + \frac{Mg}{2mry}(x-b)$$

$$w^2 = \frac{g}{2g}\left[(x-r)+\frac{M}{2m}(x-b)\right]$$

گاورنر Hartnell

در این نوع گاورنر گاورنر توسط یک نفر بارگذاری می‌شود نیروی فنر توسط مهره قابل تنظیم است .
با گشتاورگیری حول نقطه O خواهیم داشت :

$$+ \qquad \Sigma M_o = 0$$

$$-\frac{1}{2}(Mg+P)\, b\cos\theta + mg\, a\sin\theta + Fa\cos\theta = 0$$

$$-\frac{1}{2}(Mg+P)\, b\cos\theta + mg\, a\sin\theta + mrw^2 a\cos\theta = 0$$

$$w^2 = \frac{b\cos\theta}{2mra\cos\theta}(Mg+P) - \frac{mga}{mra}tg\theta$$

$$w^2 = \frac{b}{2a}\left(\frac{Mg+P}{mr}\right) - \frac{g}{r}tg\theta$$

$$w^2 = \frac{g}{r}\left[\left(\frac{b}{2a}\right)\left(\frac{Mg+P}{mg}\right) - tg\theta\right]$$

ممایت و عدم ممایت

گاورنری را حساس گوئیم هر گاه تغییرات کوچک سرعت محور منجر به تغییر مکان قابل توجه موقعیت کشویی گردد . در نتیجه یک گاورنر حساس در محدوده کوچکی از سرعت عمل خواهد نمود . گاورنر را همزمان گویند هر گاه دارای حساسیت نامحدود (فوق‌العاده) زیاد باشد. در نتیجه گاورنر دارای محدوده کاری صفر خواهد بود .
معمولاً برای سادگی بیشتر حساسیت را بدین ترتیب تعریف می‌کنند .
حساسیت = سرعت متوسط محور ÷ محدوده سرعت گاورنر

عدم حساسیت :

در یک وضعیت معین کشویی محدوده‌ای از سرعت وجود دارد که در طی آن کشویی حرکت نمی‌کند گاورنر در این محدوده غیر حساس می‌باشد .
ضریب عدم حساسیت عبارتست از :

$$CIS = \frac{\Delta\omega}{\omega}$$

W میانگین سرعتهای رفت و برگشت در موقعیت معین .

پایداری :

هرگاه در یک گاورنر به میزان ناچیز افزایش سرعت منجر به حرکت وزنه‌ها به شعاع حداکثر ممکن گردد گاورنر را برای حساسیت بینهایت زیاد است به این گاورنر پایدار می‌گویند ولی هر گاه متناسب با ازدیاد سرعت شعاع قرارگیری وزنه‌ها افزایش یابد گاورنر پایدار می‌باشد . بعلاوه با توجه به فرمولهای $F = mrw^2$ و یا $F/r = mw^2$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مقدار نسبت F/r تنها در صورتی افزایش می‌یابد که نرخ افزایش F از نرخ افزایش F بیشتر باشد . بعبارت ریاضی شرط پایداری بقرار زیر است .

$$\frac{dF}{dr} \rangle \frac{F}{r}$$

لذا جهت مقایسه گاورنرها می‌توان از ترم $(\frac{df}{dr} - \frac{f}{r}) / \frac{F}{r}$ استفاده نموده که اگر این ترم مثبت باشد گاورنر پایدار است و هرچه بزرگتر باشد پایداری گاورنر بیشتر است .

در گاورنر Hartnell رابطه نیروی F با شعاع r قدری متفاوت است . ارتباط F و r را در این مورد می‌توان بصورت یک تابع خطی بیان کرد .

$F = cr + d$

روش انجام آزمایش :

قبل از انجام آزمایش دقت کنید دور دستگاه تقریباً 100 دور بر دقیقه باشد برای اینکار لازم است قبل از نصب گاورنر به روی پایه دستگاه را روشن نموده و او را تنظیم کنید .

برای انجام آزمایش مراحل زیر را انجام دهید .

1- گاورنر Proell را بر روی پایه سوار نموده و پیچهای مربوط را محکم می‌کنیم .

2- قابل محافظ را روی دستگاه قرار دهید . کلید تاکومتر را در وضعیت روشن قرار دهید .

3- کلید موتور را در وضعیت روشن قرار دهید و با پیچاندن ولوم سرعت را تنظیم نمائید.

4- نتایج را در جدول ثبت کنید .

گاورنر Porter را بر روی پایه سوار نموده و آزمایش را تکرار کنید .

برای آزمایش گاورنر Hartnell ابتدا فنر را انتخاب نموده $k = 1.7 \frac{N}{mm}$ و در وضعیت بدون فشردگی ورودی گاورنر نصب کنید و مراحل آزمایش را مانند قبل انجام دهید .

محاسبات تئوری گاورنر Porter :

$$\sin\theta = \frac{R-15}{84} \qquad \sin\theta = \frac{R-25}{63}$$

$$\cos\theta = \frac{h}{84} \qquad \cos\theta = \frac{L-h}{63}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad (\frac{R-15}{84})^2 + (\frac{h}{84})^2 = 1$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad (\frac{R-25}{63})^2 + (\frac{L-h}{63})^2 = 1$$

$$R^2 - 30R + 225 + h^2 = 7056$$

$$R^2 - 50R + 625 + L^2 - 2hL + h^2 = 3969$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$h^2 = 6831 - R^2 + 30R$

$R^2 = 50R - 3344 + L^2 - 2L(\sqrt{6831 - R^2 + 30R}) + 6831 - R^2 + 30R$

$R^2(400 + 4L^2) - R(139480 + 160L^2) + (L^4 - 20350L^2 + 12159169) = 0$

$\text{Sin}\,\theta = \frac{48-15}{84} \Rightarrow \theta = 23.04°$

$\text{Sin}\,\phi = \frac{48-25}{63} \Rightarrow \phi = 21.29°$

m = 300 gr M = 330 gr C = 15 mm

porter

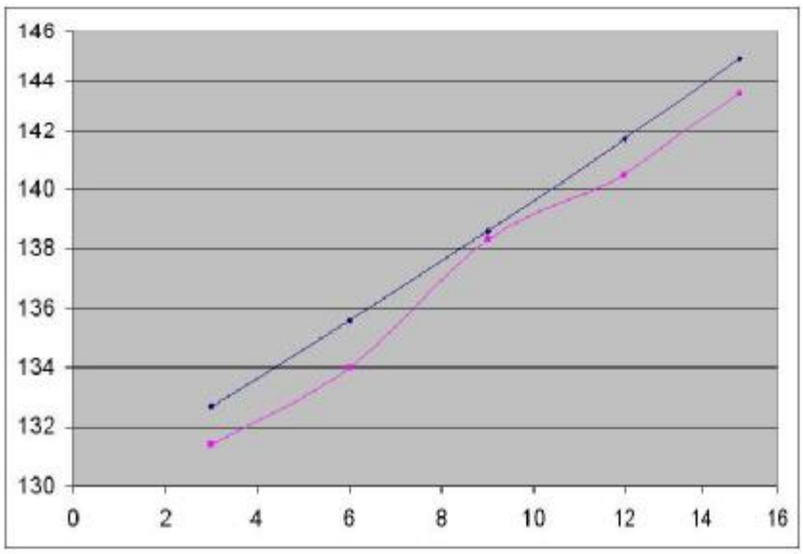
موقعیتmm	3	6	9	12	15	18	21
L	133	130	127	124	121	117	115
R	51/3	54/3	57/9	59/47	61/72	63/8	65/74
H	75/75	74/23	72/7	71/26	69/81	68/37	66/94
θ°	25/61	27/91	30/01	31/97	33/79	35/52	37/16
ϕ°	24/67	27/7	30/54	33/36	35/65	38/02	40/28
ω_{rpm}	131/72	135/18	138/3	141/23	144/03	146/74	149/4

porter

موقعیتmm	3	6	9	12	15	18	21
ωرفت RPM	132/7	135/6	138/6	141/7	144/9	147/4	150/2
ω برگشت RPM	131/4	134	138/3	140/5	143/5	146/9	148/9
خطا حالت رفت	0/74%	0/3%	0/2%	0/33%	0/6%	0/44%	0/5%
خطا حالت برگشت	0/24%	0/87%	0	0/5%	0/36%	0/1%	0/33%

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

منحنی سرعت رفت و برگشت بر حسب موقیت کشویی



جدول مقادیر آزمایشگاهی و محاسبه درصد خطا

محاسبه مقادیر تئوری گاونر Proell:

$$\sin\theta = \frac{r_0 - 15}{84} \qquad \sin\theta = \frac{r_0 - 25}{64}$$

$$\cos\theta = \frac{h}{85} \qquad \cos\theta = \frac{L - h}{64}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{r_0 - 15}{84}\right)^2 + \left(\frac{h}{85}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{r_0 - 25}{64}\right)^2 + \left(\frac{L - h}{64}\right)^2 = 1$$

$$r_0^2 - 30\, r_0 + 225 + h^2 = 7225$$

$$r_0^2 - 50\, r_0 + 625 + L^2 - 2hL + h^2 = 4096$$

$$-20\, r_0 + 3529 + L^2 = 2L\left(\sqrt{7000 - r_0^{\,2} + 30 r_0}\right)$$

$$r_0^2\,(400 + 4L^2) - r_0\,(141160 + 160\, L^2) + L^4 - 20942\, L^2 + 12453841 = 0$$

$L = 136$ mm , $L_1 = 64$ mm , $L_2 = 85$ mm

$R = 56$, $r_0 = 51.5$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

براي حالت اول $\text{Sin}\ \theta = \frac{r_0 - 15}{84} = \frac{51.5 - 15}{85} \Rightarrow \theta = 25.4°$

$\text{Sin}\ \phi = \frac{51.5 - 25}{64} \Rightarrow \phi = 24.48°/$

از طرفي داريم $x = L\ tg\ \theta + 15$, $h = \frac{r_0 - 15}{tg\ \theta}$

porter

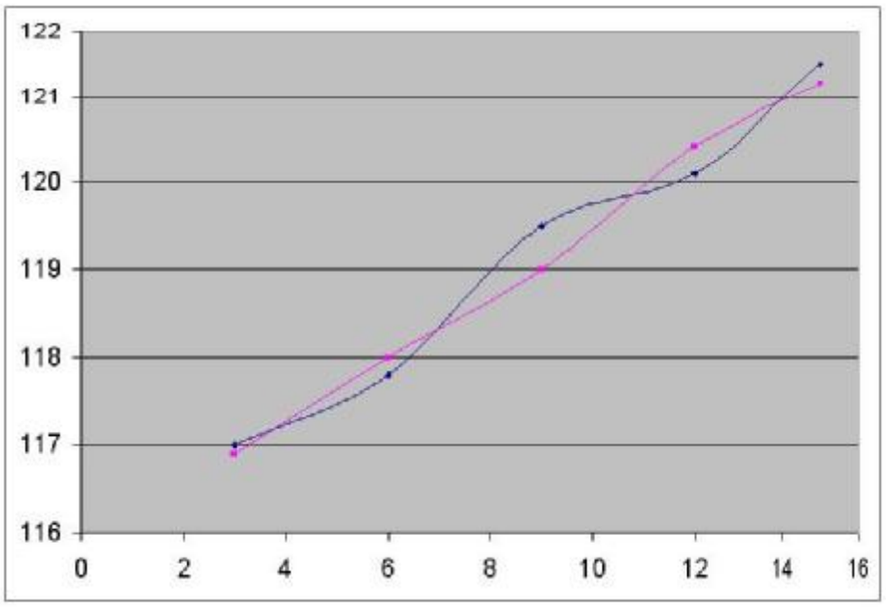
موقعيتmm	3	6	9	12	15	18	21
L	133	127	127	124	121	118	115
r_0	54/56	59/76	59/76	62/03	64/13	66/09	67/91
r	59/04	64/24	64/24	66/51	68/61	70/57	72/39
θ	27/74	31/77	31/77	33/59	35/31	36/94	38/49
h	75/22	72/27	72/27	70/81	69/36	67/94	66/54
x	84/42	93/02	93/02	96/69	100/09	102/97	105/65
y	81/78	78/73	78/73	77/19	75/64	74/06	72/46
ω	117/38	122/51	122/51	124/73	126/88	128/64	130/43

porterجدول مقادير عملی و درصد خطای

موقعيتmm	3	6	9	12	15	18	21
ωرفت RPM	117	117/8	119/5	120/1	121/5	123/5	124/5
ω برگشت	116/9	118	119	120/4	121/2	122/6	123/5
خطا حالت رفت	0/32%	1/9%	2/4%	3/7%	4/2	3/9%	4/5%
خطا حالت برگشت	0/4%	1/7%	2/8%	3/4%	4/4%	4/6%	5/3%

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

منحنی سرعت رفت و برگشت بر حسب موقیت کشویی



محاسبات گاورنر hartnell :

$\sin\theta = \frac{y}{b}$, $\sin\theta = \frac{x}{a}$

$\Rightarrow \quad x = \frac{ay}{b}$

$a = 48.5$ حالت اول

$b = 33 \rightarrow \quad x = \frac{48.5y}{33}$

$a = 70$ mm حالت دوم

$b = 33 \rightarrow \quad x = \frac{70y}{33}$

$r = r_0 + x$, $P = K\,\Delta_x$

حالت 1 :

جرم فنر = 46 gr $g = 9.806 \ m/s^2$

$M = 495$ gr $k = 1.7$ N/mm

$\alpha = 48.5$ mm $\delta x = 0$

$x = \frac{48.5y}{33}$ $\sin\theta = \frac{y}{33}$ $m = 300$ gr

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$w^2 = \frac{g}{r}\left[\left(\frac{Mg+P}{mg}\right)\left(\frac{b}{2a}\right) - tg\theta\right]$$

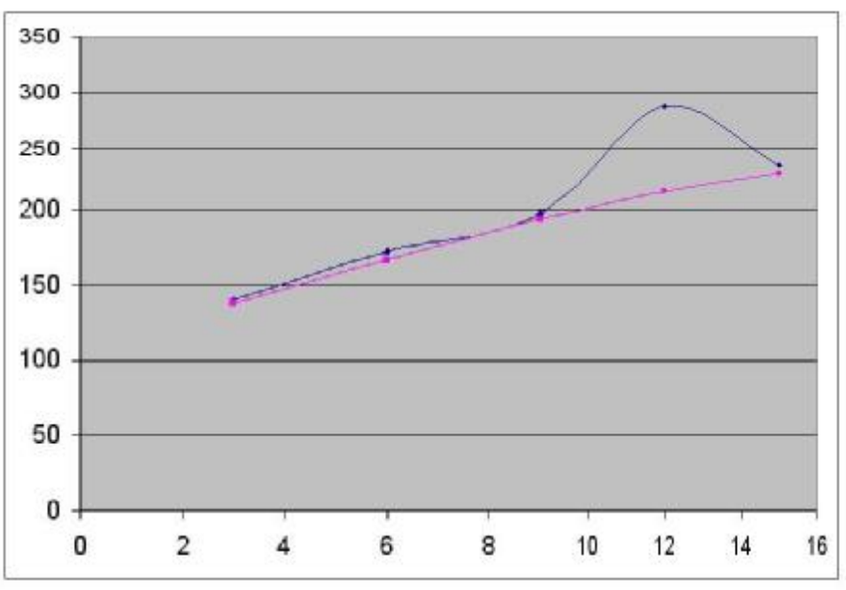
حالت الف : $\delta = 0$ $a = 48.5$ mm

مقادیر تئوری :

موقعیت mm	0	3	6	9	12	15	18
y_{mm}	5	8	11	14	17	20	23
x_{mm}	7/35	11/76	16/16	20/57	24/98	29/39	33/8
r_{mm}	60/35	64/76	69/16	73/57	77/98	82/39	86/8
$\theta°$	8/71	14/03	19/47	25/1	31/01	37/3	44/18
P	8/5	13/6	18/7	23/8	28/9	34	39/1
ω_{rpm}	163/56	161/3	175/06	185/96	194/6	201/24	205/8

موقعیت mm	0	3	6	9	12	15	18
ωرفت RPM	140/1	172/4	197/6	288/1	236/1	249/2	268/6
ω برگشت	138	166/8	193/8	213/1	228/9	243/4	251/9
خطا حالت رفت	2/4%	6/8%	12/8%	17%	21%	23%	30%
خطا حالت برگشت	3/8%	3/4%	10%	14/5%	17/6%	21%	22%

منحنی سرعت رفت و برگشت بر حسب موقعیت کشویی



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

حالت 2 :

a = 48.5 mm **اختیاری** δx = 10 mm

m = 300 gr M = 495 gr

$$w^2 = \frac{g}{r}\left[\left(\frac{Mg+P}{mg}\right)\left(\frac{b}{2a}\right) - tg\theta\right]$$

$P = 1.7 \times 10^{+3} \times 10 \times 10^{-3} = 17$ N **نیروی فشردگی اولیه**

مقادیر تئوری :

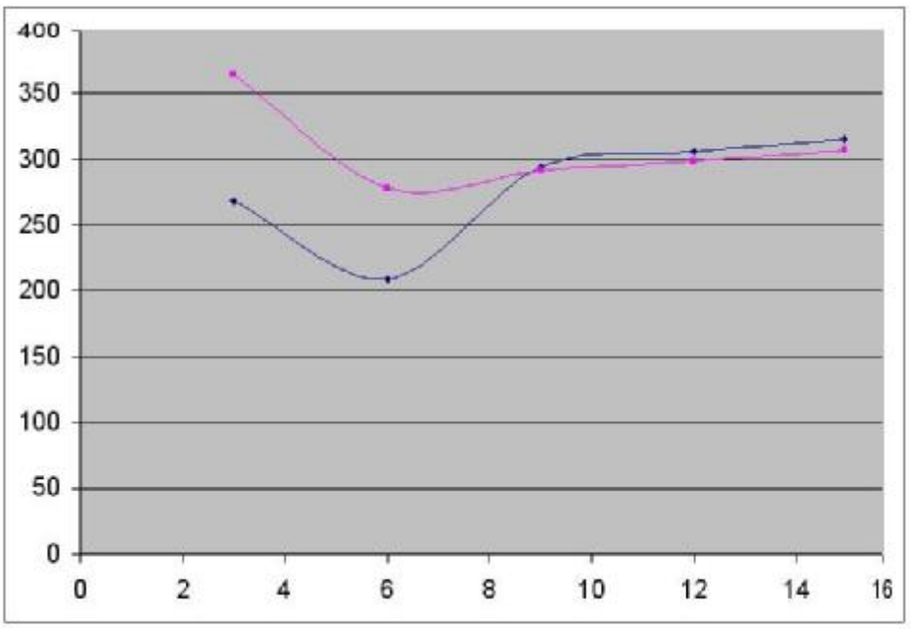
موقعیتmm	0	3	6	9	12	15	18
y_{mm}	5	8	11	14	17	20	23
x_{mm}	7/35	11/76	16/16	20/57	24/98	29/39	33/8
r_{mm}	60/35	64/76	69/16	73/57	77/98	82/39	86/8
$\theta°$	8/71	14/03	19/47	25/1	31/01	37/3	44/18
P	25/5	30/6	35/7	40/8	45/9	51	56/1
ω_{rpm}	223	230/57	236/7	241/8	245/78	248/6	205/8

مقادیر آزمایشگاهی :

موقعیتmm	0	3	6	9	12	15	18
ωرفت RPM	268/2	208/9	293/8	305/5	315/3	326/5	335/5
ω برگشت	364/7	278/2	291/2	298/4	306/5	311/3	316
خطا حالت رفت	%	21%	24%	26%	28%	31%	34%
خطا حالت برگشت	%	20%	23%	23%	24%	25%	26%

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

منحنی سرعت رفت و برگشت بر حسب موقیت کشویی



حالت 3 :

$a = 48.5$ mm **اختیاری** $\delta x = 27$ mm $m = 300$ gr

$$w^2 = \frac{g}{r}\left[\left(\frac{Mg+P}{mg}\right)\left(\frac{b}{2a}\right) - tg\theta\right]$$

نیروی فشردگی اولیه $P = 1.7 \times 27 = 45.9$ N

مقادیر تئوری :

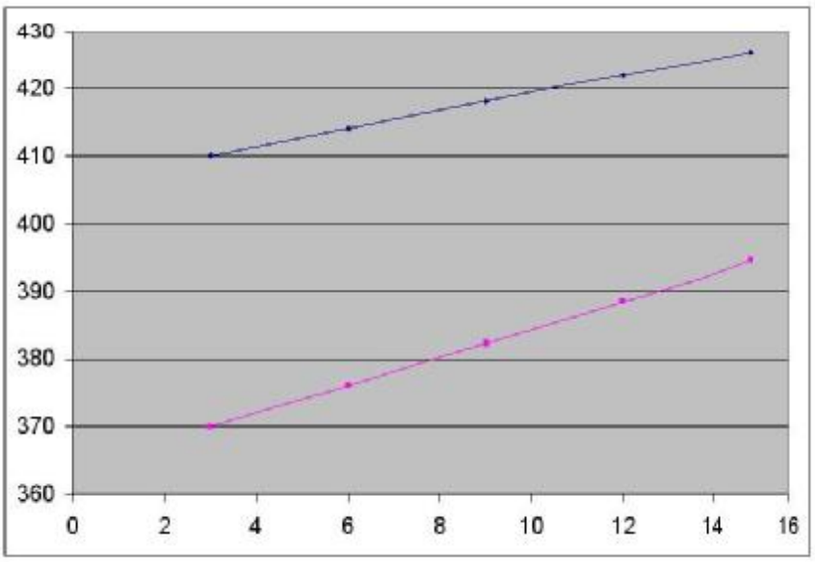
موقعیت mm	0	3	6	9	12	15	18
y_{mm}	5	8	11	14	17	20	23
x_{mm}	7/35	11/76	16/16	20/57	24/98	29/39	33/8
r_{mm}	60/35	64/76	69/16	73/57	77/98	82/39	86/8
$\theta°$	8/71	14/03	19/47	25/1	31/01	37/3	44/18
P	54/4	59/5	64/6	69/7	74/8	79/9	85
ω_{rpm}	315/06	315/14	315/8	314/8	314/23	313/22	311/5

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مقادیر آزمایشگاهی :

موقعیتmm	0	3	6	9	12	15	18
ωرفت RPM	410/1	414/1	418/2	422/3	426/3	430/4	434/5
ω برگشت	370	376/1	382/3	388/5	394/6	400/8	407
خطا حالت رفت	30%	31%	32%	34%	35%	37%	39%
خطا حالت برگشت	17%	19%	21%	23%	25%	27%	30%

منحنی سرعت رفت و برگشت بر حسب موقیت کشویی



حالت 4 :

a = 70 mm اختياري $\delta x = 0$

m = 300 gr K = 1.7 N/mm

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

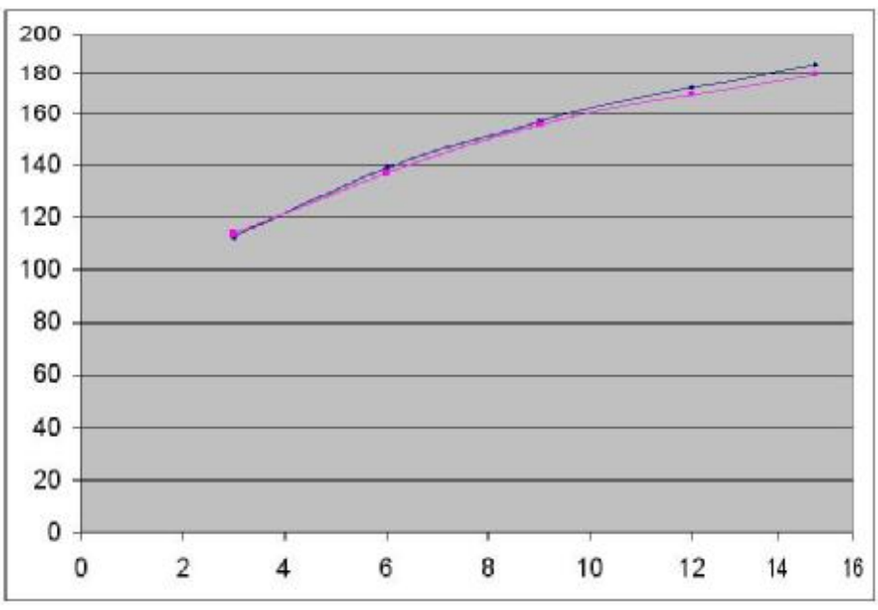
مقادیر تئوری

موقعیتmm	0	3	6	9	12	15	18
y_{mm}	5	8	11	14	17	20	23
x_{mm}	7/35	11/76	16/16	20/57	24/98	29/39	33/8
r_{mm}	60/35	64/76	69/16	73/57	77/98	82/39	86/8
$\theta°$	8/71	14/03	19/47	25/1	31/01	37/3	44/18
P	8/5	13/6	18/7	23/8	28/9	34	39/1
ω_{rpm}	139/8	155/18	166/64	175/4	182/09	187	190/04

مقادیر آزمایشگاهی و درصد خطا :

موقعیتmm	0	3	6	9	12	15	18
ωرفت RPM	112/7	138/8	156/6	173/1	184/5	193/1	200
ω برگشت	113/8	137	155/3	169/4	179/6	189/7	195/6
خطا حالت رفت	19%	10%	6/3%	1/1%	1/3%	3/2%	5/2%
خطا حالت برگشت	18%	11%	6/8%	3/4%	1/3%	1%	2/6%

منحنی سرعت رفت و برگشت بر حسب موقیت کشویی



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

حالت 5 :

a = 70 mm اختیاری δx = 8 mm

$$w^2 = \frac{g}{r}\left[\left(\frac{Mg+P}{mg}\right)\left(\frac{b}{2a}\right) - tg\theta\right]$$

مقادیر تئوری :

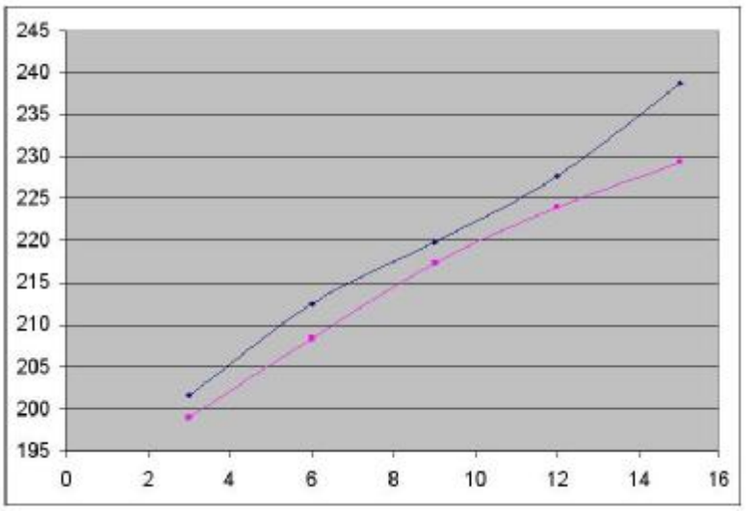
موقعیت mm	0	3	6	9	12	15	18
y_{mm}	5	8	11	14	17	20	23
x_{mm}	10/61	16/97	23/32	29/7	3606	42/42	48/79
r_{mm}	63/61	69/97	76/33	82/7	89/06	95/42	101/79
$\theta°$	8/71	14/03	19/47	25/1	31/01	37/3	44/18
P	22/1	27/2	32/3	37/4	42/5	47/6	52/7
ω_{rpm}	168	172	175/3	177/6	179	179/6	178/8

مقادیر آزمایشگاهی و درصد خطا :

موقعیت mm	0	3	6	9	12	15	18
ω رفت RPM	201/6	212/5	219/8	227/1	238/7	245	248/6
ω برگشت	199	208/4	217/3	224	229/3	233/5	234/4
خطا حالت رفت	20%	23%	25%	28%	32%	36%	38%
خطا حالت برگشت	18%	20%	24%	26%	27%	29%	30%

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

منحنی سرعت رفت و برگشت بر حسب موقیت کشویی



حالت 6 :

a = 70 mm **اختیاری** $\delta x = 16.5$ mm m = 300 gr

اولیه $P = k\delta x = 1.7 \times 16.5 \Rightarrow P = 28.05$

مقادیر تئوری :

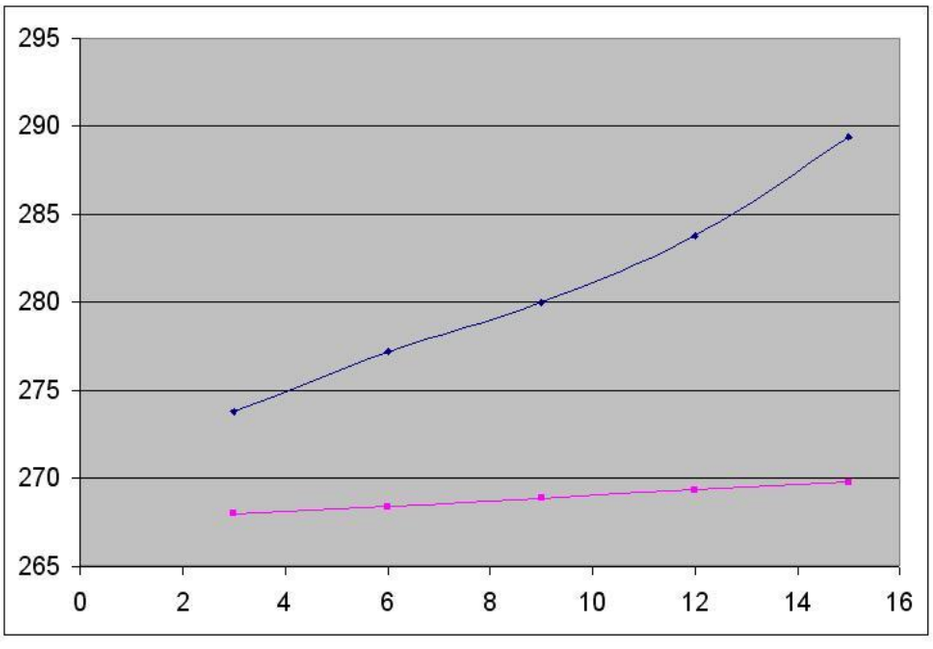
موقعیتmm	0	3	6	9	12	15	18
y_{mm}	5	8	11	14	17	20	23
x_{mm}	10/61	16/97	23/32	29/7	3606	42/42	48/79
r_{mm}	63/61	69/97	76/33	82/7	89/06	95/42	101/79
$\theta°$	8/71	14/03	19/47	25/1	31/01	37/3	44/18
P	255/25	256	256/45	256/6	256/37	255/67	206
ω_{rpm}	36/55	41/65	46/75	51/85	56/95	62/05	67/15

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مقادیر آزمایشگاهی و درصد خطا :

موقعیتmm	0	3	6	9	12	15	18
ωرفت RPM	273/8	277/2	279/7	283/8	289/4	290/9	293
ω برگشت	268	268/4	268/9	269/35	269/8	270/25	270/7
خطا حالت رفت	7%	8%	9%	10%	12/7%	13/4%	42%
خطا حالت برگشت	5%	4/6%	4/6%	4/8%	5%	5/8%	31%

منحنی سرعت رفت و برگشت بر حسب موقیت کشویی



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com