گزارش کار آزمایشگاه دینامیک و ارتعاشات

گروه

تهیه کننده:

حسین احمدوند

اعضای گروه:

سبحان حرفت

فرشاد صفری

استاد:

آقای مهندس مجیری

کد درس:

شماره ی کلاس:

تاریخ تحویل: / /

دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب(دانشکده فنی و مهندسی)

فهرست مطالب

الف)آزمایش گیربکس مرکب

هدف آزمایش.. ۴
مقدمه.. ۴
تئوری آزمای.. ۱۵
شرح دستگاه.. ۲۰
نحوه انجام آزمایش.. ۲۲
داده های آزمایش.. ۲۴
جدول اعداد خوانده شده.. ۲۵
پردازش داده ها.. ۲۹
نتایج محاسبات.. ۳۲

ب)آزمایش بالانس استاتیکی و دینامیکی

هدف آزمایش.. ۴۴
مقدمه.. ۴۴
تعریف ها.. ۴۶
تئوری آزمایش.. ۴۷
شرح دستگاه.. ۵۱
نحوه انجام آزمایش.. ۵۲
داده های آزمایش.. ۵۳
پردازش داده ها.. ۵۴
نتایج محاسبات.. ۵۷

نام آزمایش:

آزمایش

گیربکس مرکب

هدف آزمایش:

در این آزمایش دو هدف را دنبال می کنیم:

۱) بدست آوردن **راندمان** (η) گیربکس مرکب.

۲) بدست آوردن **ممان اینرسی جرمی معادل** (Ieq) گیربکس مرکب.

مقدمه:

تقریبا در تمام ابزار آلات مکانیکی از وسیله ای به نام چرخدنده استفاده میشود.

اگر بخواهیم دلیلی برای این امر بیاوریم ، شاید بهترین دلیل این باشد که در همه این ابزارها یک موتور کوچک وجود دارد که با سرعت بالا می چرخد .این موتور می تواند توان مورد نیاز ما را تأمین کند، اما گشتاور آن به اندازه کافی زیاد نیست .به عنوان مثال ، یک اتومبیل ، زمانی که یک مسیر سربالایی را طی میکند نیاز به یک گشتاور بالا و دور پایین دارد.این در حالی است که همان اتومبیل هنگامی که یک مسیر سرپایینی را طی میکند ، نیازمند گشتاور پایین و دور بالایی است.که این تبدیل گشتاور و دور ، توسط گیربکس که خود متشکل از چندین چرخدنده ی بزرگ و کوچک است صورت میپذیرد.البته این نمونه ای از یک کارایی چرخدنده بود که در ادامه به چند کاربرد اساسی چرخدنده ها اشاره خواهد شد.

کاربردهای چرخدنده:

۱) تغییر جهت چرخش

۲)تغییر جهت حرکت

۳)انتقال حرکت دورانی از یک محور به محور دیگر

۴)همزمان سازی حرکت دو محور

۵)افزایش و یا کاهش سرعت چرخش

برای انتخاب یک چرخدنده به چند نکته ی اساسی باید توجه داشت:

اولین نکته نسبت چرخ دنده‌ها است. نسبت چرخ دنده‌ها قدرت و سرعت خروجی را تعیین می‌کند. نکته‌ی دوم شکل دنده هایی است که روی چرخ دنده قرار گرفته اند.

مفهوم نسبت دو چرخدنده:

نسبت دو چرخدنده در واقع همان نسبت محیط های دو چرخدنده یا به نحوی نسبت قطر دو چرخ دنده است.

شکل دنده ها:

۱) چرخ دنده های ساده:

این چرخدنده ها دنده های مستقیم دارند و محور دو چرخ نیز موازی با یکدیگر قرار گرفته است. در تعداد زیادی از وسایل ، از این چرخ دنده‌ها استفاده می‌شود. مثلاً ساعت های کوکی ، ساعت های اتوماتیک ، ماشین لباسشویی ، پنکه و ... ، اما در اتومبیل به کار نمی آیند ، چون سر و صدای زیادی دارند. هر بار که دندانه‌ی یک چرخ ، به دندانه‌ی چرخ روبرو می‌رسد ، صدای کوچکی در اثر برخورد ایجاد می‌شود.

برای کاهش سر و صدا و افزایش عمر چرخ دنده‌ها در بیش‌تر اتومبیل‌ها از چرخ دنده های مارپیچ استفاده می‌کنند.

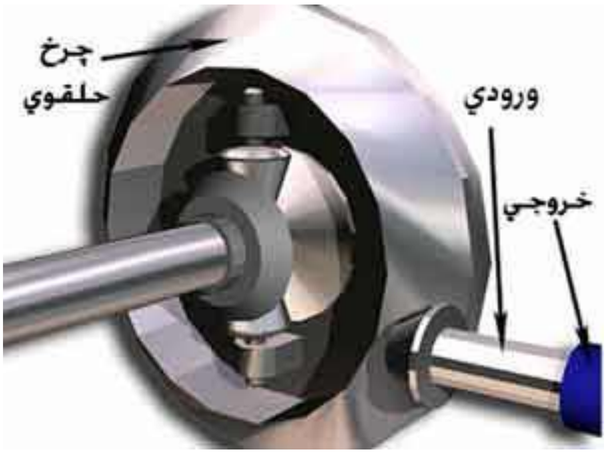
۲) چرخ دنده های مارپیچ:

دندانه‌ی این چرخ دنده‌ها اریب است. وقتی یکی از آن‌ها می‌چرخد ، ابتدا نوک دندانه‌ها با هم تماس پیدا می‌کنند ، سپس به تدریج دو دندانه کاملاً در هم جفت می‌شوند. این درگیری تدریجی ، عاملی برای کم کردن سر و صدا و همچنین نرم تر شدن حرکت چرخ دنده ها است. در ماشین تعداد زیادی چرخ دنده مارپیچ وجود دارد. به خاطر مایل بودن دندانه ها ، هنگام درگیری ، نیروی زیادی به آن‌ها وارد می‌شود. به همین علت در وسایلی که از چرخ دنده های مارپیچی استفاده می‌کنند ، بلبرینگ هایی تعبیه شده است تا این فشار را تحمل کند. اگر زاویه دندانه‌ها را به دقت تنظیم کنیم ، می‌توان دو چرخ دنده را به دو محور عمود بر هم وصل کرد تا جهت چرخش 90 درجه تغییر کند.

۳) چرخ دنده های مخروطی:

این چرخ دنده‌ها بهترین وسیله‌ی تغییر جهت هستند. معمولاً از آن‌ها برای تغییر جهت 90 درجه استفاده می‌شود ، ولی می‌توان طراحی را طوری انجام داد که در زاویه های دیگر نیز کار کنند**.** دندانه های آن‌ها ممکن است مستقیم یا پیچ دار باشد. اما اگر دندانه‌ها صاف باشد ، همان مشکل چرخ دنده های ساده را دارند. در دندانه های پیچ دار این مشکل برطرف شده است ، ولی در هر دوی آنها باید محور چرخ دنده‌ها در یک صفحه قرار داشته باشد**.**

گاهی می‌خواهیم محور چرخ‌ها در یک صفحه نباشند. در چنین شرایطی از چرخ دنده هایی مانند شکل زیر استفاده می‌کنیم.



دیفرانسیل بسیاری از اتومبیل‌ها ، دارای این نوع چرخ دنده‌ها است. این نوع طراحی باعث می شود محور چرخ دنده‌ی بیرونی ، پایین تر از محور چرخ دنده‌ی حلقوی قرار داده شود. شکل بالا محور بیرونی ورودی را نشان می‌دهد که در تماس با چرخ حلقوی قرار گرفته است. از آنجایی که محور محرک (Drive Shaft) ماشین به چرخ بیرونی متصل می‌شود ، پایین آمدن چرخ بیرونی امکان پایین آوردن محور محرک را هم ایجاد می‌کند ، پس می‌توان محور را پایین‌تر آورد و در عوض فضای بیش‌تری را به سرنشینان اتومبیل اختصاص داد.

۴) چرخ دنده های حلزونی:

این چرخ دنده‌ها زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند که بخواهیم تغییر زیادی در سرعت و یا قدرت ایجاد کنیم. معمولاً نسبت شعاع دو چرخ دنده 20:1 است و گاهی حتی به 300:1 و بیشتر نیز می‌رسد.

این چرخ دنده‌ها ، خاصیت جالب دیگری نیز دارند که در هیچ چرخ دنده دیگری وجود ندارد. چرخ بالایی (حلزون) می‌تواند به راحتی ، چرخ دیگر (چرخ دنده حلزونی) را حرکت دهد ، ولی چرخ پایینی نمی تواند حلزون رابچرخاند. زاویه دنده های روی حلزون آنقدر کوچک است که وقتی چرخ پایینی بخواهد آن را بچرخاند ، اصطکاک به حدی زیاد می‌شود که از حرکت حلزون جلوگیری می‌کند. این ویژگی به ما امکان استفاده از این چرخ دنده‌ها را در جاهایی که به یک قفل خودکار نیاز داریم می‌دهد. فرض کنید از این چرخ دنده در یک بالابر استفاده کرده ایم ؛ وقتی موتور بالابر از کار بیفتد ، چرخ دنده‌ها قفل می‌شوند و اجازه پایین آمدن بار را نمی دهد. معمولاً در دیفرانسیل کامیون‌ها و خودروهای سنگین از این چرخ دنده‌ها استفاده می‌شود.

۵) چرخ دنده شانه ای:

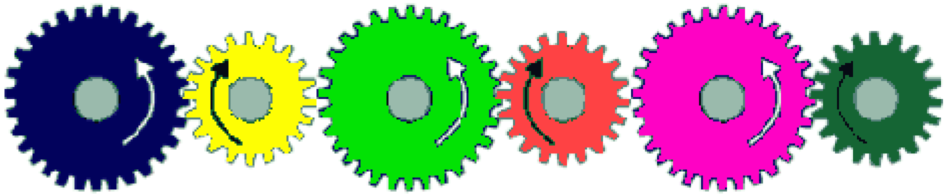
این چرخ دنده‌ها برای تبدیل حرکت دورانی به حرکت خطی استفاده می‌شوند. یک مثال خوب برای این چرخ دنده‌ها ، فرمان اتومبیل است. فرمان ، چرخ دنده ای را می‌چرخاند که با چرخ شانه ای در تماس است. وقتی شما فرمان را می‌چرخانید ، با توجه به جهت چرخش فرمان ، شانه به سمت چپ و یا راست حرکت می‌کند و باعث حرکت چرخ‌ها می‌شود. در برخی از ترازوها نیز برای چرخاندن عقربه از سیستم مشابهی استفاده می‌شود.

یک رشته چرخ دنده، ترکیبی از دو یا چند چرخ دنده درگیر جهت انتقال حرکت از شفتی به شفت دیگر است .جعبه دنده شامل تعدادی چرخ دنده است که به طریقی یا با هم درگیر شده اند و یا توسط محوری با یکدیگر کوپل شده اند.

جعبه دنده ها به طور کلی به دو دسته خورشیدی و معمولی تقسیم می شوند .چرخ دنده های معمولی نیز به دو دسته معمولی ساده و معمولی مرکب تقسیم می شوند.

چرخ دنده های معمولی آن هایی هستند که محورهایشان نسبت به بدنه ثابت بوده و حرکتی ندارند که همانطور که بیان شد این چرخ دنده ها به دو دسته ساده و مرکب تقسیم می شوند.

یک رشته چرخ دنده ساده، رشته ای است که هر شفت آن دارای یک چرخ دنده میباشد .در شکل زیر یک چرخ دنده ساده نمایش داده شده است .در این حالت نسبت سرعت زاویه ای هر جفت چرخ دنده درگیر برابر نسبت عکس تعداد دندانه های آن ها می باشد.

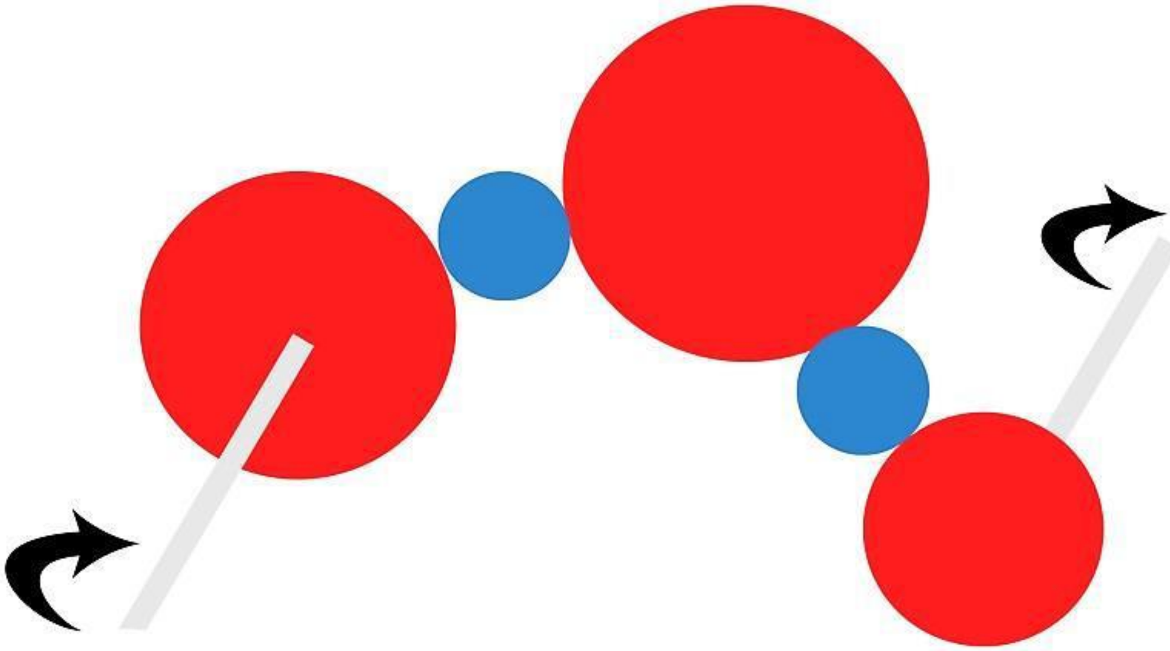


در صورتیکه جهت گردش اولین و آخرین دنده یکسان بود، علامت مثبت و در صورتیکه غیر یکسان بود، علامت منفی خواهد شد .علامت مثبت نشان دهنده گردش در خلاف جهت عقربه های ساعت (پادساعتگرد)و علامت منفی نشان دهنده حرکت و گردش در جهت عقربه های ساعت(ساعتگرد) می باشد.

نسبت سرعت در یک رشته چرخ دنده ساده فقط بستگی به تعداد دنده های چرخ دنده های آخر و اول دارد.

چرخ دنده های میانی به چرخ دنده های هرزگرد(پینیون ها)معروف هستند .همچنین دوایر تقسیم بر روی یکدیگر غلت می خورند؛ بنابراین سرعت خطی آن ها یکسان می باشد و از این رو واضح است که نسبت سرعت فقط بستگی به تعداد دندانه های آخرین و اولین چرخ خواهد داشت.

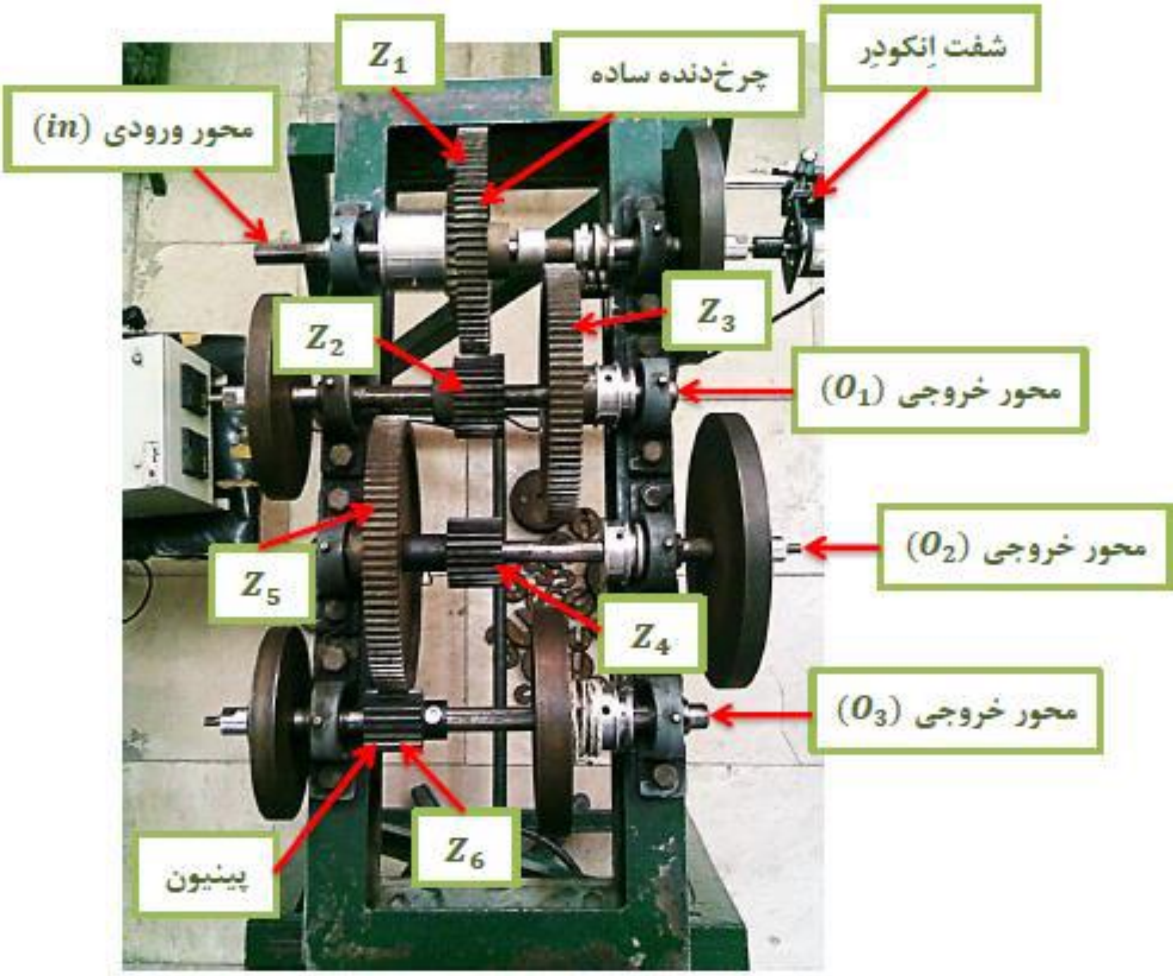
برای مثال در شکل زیر چرخ دنده هایی که با رنگ آبی نشان داده شده است، چرخ دنده های هرزگرد می باشند .در این شکل جهت حرکت شفت ورودی(شفت سمت چپ)و شفت خروجی (شفت سمت راست)مشخص شده است.



تئوری آزمایش:

چرخ دنده مرکب به چرخ دنده هایی گفته می شود که دارای محور مشترک بوده و به یکدیگر متصل می باشند .در صورتی که محورهای اولین و آخرین چرخ دنده در یک امتداد باشد مجموعه چرخ دنده را چرخ دنده معکوس یا برگردان می گویند.

گیربکس مرکب مورد استفاده در این آزمایش شامل ۴ محور متنافر است که دنده هایی از Z۱ تا Z۶در آن به کار رفته است و همانطوری که در شکل مشاهده می شود در محور in و محور خروجی O۳ فقط یک دنده و در دو محور O۱ و O۲ هر کدام دو دنده به کار رفته است.



در مرحله اول ارتباط بین Z۳ و Z۴ را قطع می کنیم؛ که به یک گیربکس با دو محور تبدیل می شود(که فقط دو دنده روی آن سوار است، دنده ورودی Z۱ و دنده خروجی Z۲). باری را به محور ورودی (Ti) وارد می کنیم و بار معادل آن را از محور خروجی (To) به دست می آوریم .این کار را با بارگذاری های متفاوت انجام می دهیم تا با استفاده از Ti و To ها نموداری رسم کنیم . با منحنی که از برازش خطی نمودار به دست آمده و با داشتن نسبت انتقال که نسبت چرخ دنده ها است، راندمان را به دست می آوریم.

در مرحله دوم محور ورودی in و محور خروجی O۲ می باشد .تفاوت این مرحله با مرحله اول در نسبت انتقال است.

در مرحله سوم محور ورودیin و محور خروجی O۳ می باشد .در این حالت چون محورهای متنافر زیاد می شوند، نسبت انتقال افزایش می یابد و نسبت گشتاور ورودی به خروجی بسیار افزایش پیدا می کند که روی دستگاه کاملاً مشخص است.

بنابراین در ۳ حالت راندمان گیربکس مرکب را به دست می آوریم.

همانطور که بیان شد نسبت دور بین دو چرخ دنده با قطر و نیز تعداد دندانه های آن نسبت عکس و با سرعت زاویه ای نسبت مستقیم دارد .بنابراین برای تعیین و تعریف نسبت انتقال خواهیم داشت:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2} \qquad (1)$$

{n→دور بین دو چرخ دنده;ω→سرعت زاویه ای;d→ قطر چرخ دنده;Z→ تعداد دندانه ها}

راندمان η از معادله ی زیر محاسبه میشود:

$$\eta = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان نورودی}} = \frac{P_o}{P_i} \qquad (2)$$

از طرفی گشتاور در گیربکس ها از رابطه زیر به دست می آید؛ که در این رابطه P همان توان مجموعه،T گشتاور و ω سرعت زاویه ای می باشد.

$$P = T \times \omega \qquad (3)$$

با قرار دادن معادله ی (۳) در معادله ی (۲):

$$\eta = \frac{(T \times \omega)_o}{(T \times \omega)_i} = \frac{T_o}{T_i} \times \frac{\omega_o}{\omega_i} \qquad (4)$$

از آنجایی که نسبت سرعت زاویه ای خروجی به ورودی همواره نسبت ثابتی است، میتوان به جای کسر دوم از in در فرمول بالا استفاده نمود .لذا رابطه راندمان را می توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\eta = \frac{T_o}{T_i} \times n \qquad (5)$$

نسبت انتقال مرحله اول:

$$n_1 = ({}^{Z_1}/_{Z_2})$$

نسبت انتقال مرحله دوم:

$$n_2 = ({}^{Z_1}/_{Z_2}) \times ({}^{Z_3}/_{Z_4})$$

نسبت انتقال مرحله سوم:

$$n_2 = \left({}^{Z_1}/_{Z_2}\right) \times \left({}^{Z_3}/_{Z_4}\right) \times ({}^{Z_5}/_{Z_6})$$

برای به دست آوردن ممان اینرسی جرمی معادل فرض می کنیم گیربکس مرکب مجموعه ای است که یک محور ورودی و یک محور خروجی دارد .گشتاورهایی را روی محور ورودی وارد می کنیم و اجازه می دهیم که این سیستم شتاب بگیرد .با اندازه گیری شتاب زاویه ای محور، ممان اینرسی جرمی گیربکس مرکب را میتوانیم محاسبه کنیم؛ که طبیعتاً برای به دست آوردن شتاب زاویه ای گیربکس از وسیله ای به نام **شفت اِنکودِر** استفاده می کنیم (به کمک یک کانتِر زمانی (تایمر زمانی)که زمان را اندازه می گیرد). لذا گشتاوری را وارد می کنیم و اجازه می دهیم که سیستم حرکت کند و شتاب بگیرد و در یک بازه زمانی خاص، میزان دوران شفت گیربکس را اندازه گیری می کنیم.

حال این مقدار را در رابطه حرکت فیزیکی قرار داده و به راحتی از آن شتاب زاویه ای را به دست می آوریم.

$$\theta(rad) = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad\qquad (\omega_0 = 0)$$

در نتیجه:

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

(که در آن θ، میزان دوران شفت گیریبکس. α شتاب زاویه ای. و **t** زمان است.)

حال آنکه برای به دست آوردن θ از رابطه ی زیر استفاده میکنیم.

$$\theta = \text{(عدد شفت اِنکودِر(بر حسب دهم درجه} \times \frac{2\pi}{3600}$$

با داشتن **t** و θ ، شتاب زاویه ای (α) به دست می آید .با داشتن گشتاوری که باعث شتاب زاویه ای شده و شتاب زاویه ای، نموداری رسم می کنیم که شیب این نمودار **ممان اینرسی جرمی معادل** را به ما خواهد داد.

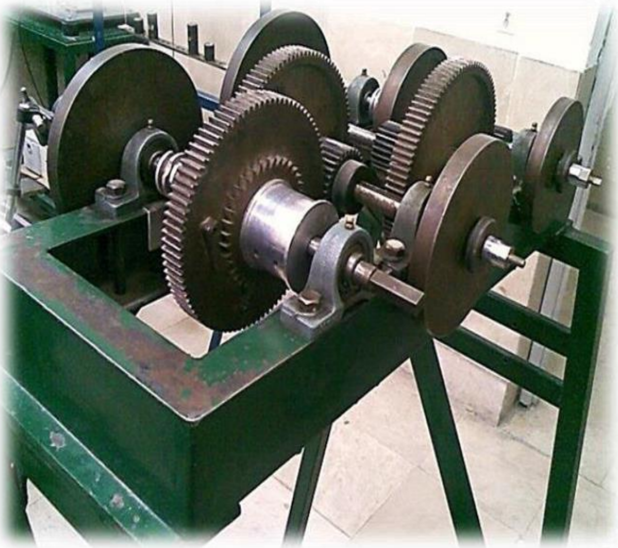
شرح دستگاه:

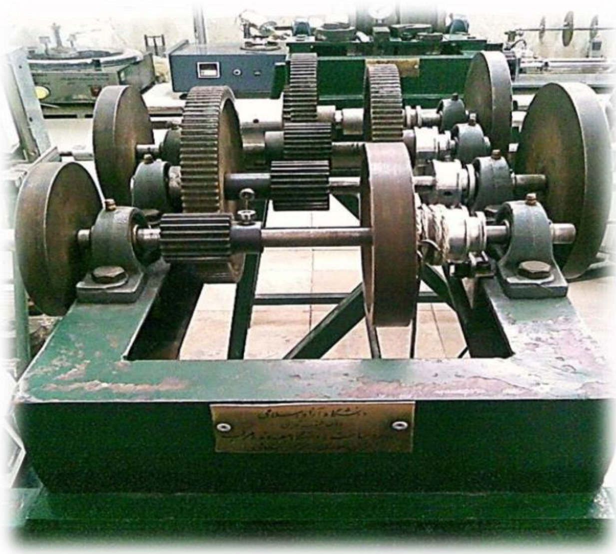
مجموعه مورد آزمایش متشکل از یک دستگاه چرخ دنده مرکب است که می تواند دو نسبت سرعت مختلف بین ورودی و خروجی تولید کند.

گیربکس مرکب از ۴ شفت موازی تشکیل شده است که روی هر شفت یک پولی و تعدادی چرخ دنده می باشد .یک محور ورودی (in) و سه محور دیگر خروجی (O_1وO_2وO_3) می باشند . سه چرخ دنده ی هرزگرد(پینیون ها) (Z_2وZ_4وZ_6) به ترتیب روی محورهای اول تا سوم قرار گرفته است و سه چرخ دنده ی ساده (Z_1وZ_3وZ_5) نیز روی محورهای دوم تا چهارم تعبیه شده است .می توان با قطع اتصال Z_3وZ_5 و همچنین وصل بودن همه ی دنده ها به هم سه مرحله آزمایش با بارگذاری های مختلف برای به دست آوردن راندمان انجام داد .ریسمان هایی که یک سر آن ها به قلاب ها متصل اند، برای وارد کردن کوپل به محور ورودی و خروجی به صورت عکس حرکت یکدیگر بسته شده اند.

از دستگاهی به نام شفت اِنکودِر که زمان را نیز اندازه می گیرد، برای سنجش شتاب زاویه ای استفاده می کنیم.

نماهایی از دستگاه مورد آزمایش:





نحوه انجام آزمایش:

برای به دست آوردن **راندمان** (η) آزمایش را در سه مرحله انجام می دهیم که این سه مرحله هر کدام به ما سه مقدار راندمان خواهند داد.

مرحله ی اول:

ابتدا از پولی ورودی(in) جرمهای ۱ , ۱.۵ , ۲ , ۲.۵ , ۳ و ۳.۵ کیلوگرم را به ترتیب آویزان کرده و با ضرب این جرم ها در شعاع پولی, گشتاور ورودی یا همان T_{in} را محاسبه می کنیم.حال باید سیستم به تعادل استاتیکی برسد.در این حالت باید آنقدر بر روی قلاب آویزان شده از پولی خروجی (O_1)وزنه اضافه کنیم تا تعادل حاصل گردد .اما نکته در این است که ما می بایست حداقل وزنه ها را محاسبه نماییم .از این رو هرگاه سیستم به تعادل رسید به مقدار جزیی از روی وزنه ها کم می کنیم تا بررسی نماییم آیا سیستم حرکت خواهد نمود یا خیر .با بدست آمدن جرم نهایی برای تعادل استاتیکی مجموعه، میزان آن وزنه را در شعاع پولی خروجی ضرب می کنیم تا گشتاور خروجی یا همان To بدست آید .حال با توجه به مقدار گشتاور خروجی و ورودی می توان نمودار تغییرات آن ها را رسم نمود.

مرحله دوم:

محور ورودی (in) و محور خروجی (O_2) می باشد (۳ محور گیربکس با هم درگیر هستند). در این مرحله در پولی ورودی (in) جرم های ۳ و ۴ و ۵ و ۶.۵ و ۷.۵ کیلوگرم را قرار داده و مانند مرحله اول آزمایش را انجام می دهیم.

مرحله سوم:

محور ورودی (in) و محور خروجی (O_3) می باشد (۴ محور گیربکس با هم درگیر هستند). در این مرحله در پولی ورودی (in) جرم های ۹ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۷ کیلوگرم را قرار داده و مانند مراحل قبلی آزمایش را انجام می دهیم.

در پایان با استفاده از فرمول راندمان که در قسمت تئوری بدست آمد میزان راندمان این مجموعه را بدست می آوریم.

حال نوبت به محاسبه **ممان اینرسی جرمی معادل**(Ieq) است:

برای به دست آوردن **ممان اینرسی جرمی معادل** (Ieq) گیربکس مرکب، از دستگاه شفت اِنکودِر استفاده می کنیم .بدین صورت که جرم هایی را از ۲ کیلوگرم تا ۶ کیلوگرم(در ۵ حالت) در پولی ورودی (in) قرار می دهیم و برای هر حالت پس از صفر کردن دستگاه(عدد اِنکودِر) مجموعه جرم آویزان به محور ورودی را رها می کنیم تا توسط دستگاه زمان و عدد شفت اِنکودِر به ما داده شود .با استفاده از روابط مطرح شده در قسمت تئوری، شتاب زاویه ای و گشتاوری که باعث شتاب زاویه ای شده را محاسبه می کنیم .سپس منحنی T_{in} بر حسب α_i را رسم می نماییم که شیب این منحنی ممان اینرسی جرمی معادل گیربکس مرکب را به ما می دهد.

داده های آزمایش:

جرم قلاب کوچک: ۳۲.۶ gr

جرم قلاب بزرگ: ۳۱۸ gr

قطر محور ورودی: ۷۰ mm

قطر هر سه محور خروجی (O_3وO_2وO_1): ۵۰ mm

تعدادددندانه ها:

$$Z_1 = 90$$
$$Z_2 = 30$$
$$Z_3 = 96$$
$$Z_4 = 24$$
$$Z_5 = 100$$
$$Z_6 = 20$$

جدول اعداد خوانده شده:

1) راندمان:

الف)مرحله ی اول: محور ورودی (in) و محور خروج(O_1)

شماره آزمایش	M_i (kg)	M_o (kg)
	1+0.318	0.35+0.032
	1.5+0.318	0.6+0.032
	2+0.318	0.85+0.032
	2.5+0.318	1.05+0.032
	3+0.318	1.35+0.032

ب) مرحله ی دوم: محور ورودی (in) و محور خروج(O_2)

شماره آزمایش	$\mathbf{M_i}$ (kg)	$\mathbf{M_o}$ (kg)
	3+0.318	0.15+0.032
	4+0.318	0.25+0.032
	5+0.318	0.4+0.032
	6.5+0.318	0.45+0.032
	7.5+0.318	0.6+0.032

ج) مرحله ی سوم: محور ورودی (in) و محور خروج(O_3)

شماره آزمایش	$\mathbf{M_i}$ (kg)	$\mathbf{M_o}$ (kg)
	9+0.318	0.05+0.032
	11+0.318	0.1+0.032
	13+0.318	0.15+0.032
	15+0.318	0.2+0.032
	17+0.318	0.25+0.032

2) ممان اینرسی جرم معادل:

شماره آزمایش	$\mathbf{M_i}$ (kg)	عدد شفت اِنکودِر	$t_{(sec)}$
1	2+0.318		4.96
2	3+0.318		3.96
3	4+0.318	11000	3.53
4	5+0.318		3.21
5	6+0.318		2.87

پردازش داده ها(نمونه محاسبات)

محاسبه راندمان

الف)نمونه محاسبات برای مرحله اول(محور ورودی (in) و محور خروجی(O_1))

$$T_{i_1} = M_{i_1} \times g \times r \qquad (M_{i_1} = 1 + 0.318)$$

$$(g = 9.8 \quad ; \quad r = 0.035 \ (m) \quad ; \quad (r = \text{شعاع پولی ورودی}))$$

$$\rightarrow \quad T_{i_1} = 1.318 \times 9.8 \times 0.035 = 0.452 \quad (N.m)$$

$$T_{o_1} = M_{o_1} \times g \times r \qquad (M_{o_1} = 0.35 + 0.318)$$

$$(g = 9.8 \quad ; \quad r = 0.025 \ (m) \quad ; \quad (r = \text{شعاع پولی خروجی}))$$

$$T_{o_1} = 0.382 \times 9.8 \times 0.035 = 0.09 \quad (N.m)$$

محاسبه نسبت انتقال:

$$n_1 = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{90}{30} = 3$$

$$\eta_1 = \frac{T_o}{T_i} \times n_1$$

که برای محاسبه ی راندمان ابتدا باید نموداری از T_o بر حسب T_i کشیده و معادله ی حاصله از نمودار را که معادله ای از T_o بر حسب T_i است را جایگذین T_o در معادله ی بالا کرده و همچنین $T_{i_{ave}}$ را به جای T_i قرار داده و راندمان محاسبه میشود.
نکته ی قابل توجه این است که راندمان برای هر مرحله فقط یک بار قابل محاسبه است.
و به همین ترتیب برای هر پنج وزنه ی آویزان شده در هر سه مرحله این محاسبات صورت گرفته و مقادیر T_i و T_o را به دست میآوریم.

محاسبه ممان اینرسی جرمی:

$$T_{i_1} = M_{i_1} \times g \times r \qquad (M_{i_1} = 2 + 0.318)$$

$(g = 9.8 \quad ; \quad r = 0.035 \ (m) \quad ; \quad \big(r =$ شعاع پولی ورودی $\big))$

$$\rightarrow \quad T_{i_1} = 2.318 \times 9.8 \times 0.035 = 0.795 \quad (N.m)$$

$\theta =$ (بر حسب دهم درجه) عدد شفت اِنکودِر $\times \dfrac{2\pi}{3600}$

$$\theta = 11000 \times \frac{2\pi}{3600} = 19.199 \quad (rad)$$

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 \rightarrow \alpha = \frac{2\theta}{t^2}$$

$$\alpha_1 = \frac{2 \times 19.199}{4.96^2} \quad \rightarrow \quad \alpha_1 = 1.56 \quad (\frac{\text{rad}}{sec^2})$$

و به همین ترتیب برای چهار وزنه ی دیگر نیز T_i و α را محاسبه میکنیم.

نتایج محاسبات:

1)راندمان:

الف) مرحله ی اول:

محور ورودی(in) و محور خروجی(O_1)			
$T_{i_{ave}}$ (N.m)	T_o (N.m)	T_i (N.m)	شماره آزمایش
0.7952	0.094	0.452	
	0.155	0.624	
	0.216	0.795	
	0.265	0.967	
	0.339	1.138	

ب) مرحله ی دوم:

محور ورودی(و محور خروجی(O_2)			
شماره آزمایش	T_i $(N.m)$	T_o $(N.m)$	$T_{i_{ave}}$ $(N.m)$
	1.138	0.045	1.8928
	1.481	0.069	
	1.824	0.106	
	2.339	0.118	
	2.682	0.155	

ج) مرحله ی سوم:

محور ورودی(و محور خروجی($\mathbf{O_3}$)			
شماره آزمایش	$\mathrm{T_i}$ $(\mathrm{N.m})$	$\mathrm{T_o}$ $(\mathrm{N.m})$	$\mathrm{T}_{\mathrm{i}_{ave}}$ $(\mathrm{N.m})$
	3.196	0.02	
	3.882	0.0323	
	4.568	0.0446	4.568
	5.254	0.057	
	5.94	0.069	

۲) ممان اینرسی معادل:

شماره آزمایش	$\mathbf{T_i}$ $(\mathbf{N.m})$	$\boldsymbol{\theta_i}$ $(\mathbf{rad})$	α_i $\left(\mathbf{rad}/_{\boldsymbol{sec^2}}\right)$	$\alpha_{i_{ave}}$ $\left(\mathbf{rad}/_{\boldsymbol{sec^2}}\right)$
1	0.795	19.199	1.56	3.096
2	1.138		2.45	
3	1.48		3.08	
4	1.823		3.73	
5	2.167		4.66	

منحنی ها و محاسبه ی راندمانها:

الف)نمودار $T_i - T_o$ برای مرحله اول(محور ورودی (in) و محور خروجی (O_1))

با توجه به نمودار گشتاور خروجی بر حسب گشتاور ورودی برای مرحله اول و معادله به دست آمده از برازش خطی نمودار، خواهیم داشت:

$$\rightarrow \mathbf{T_o = 0.06\, T_i + 0.0338}$$

در نتیجه برای به دست آوردن راندمان از رابطه ی زیر استفاده میکنیم:

$$\eta_1 = \frac{T_o}{T_i} \times n_1$$

$$\eta_1 = \frac{0.06\, T_i + 0.0338}{T_i} \times n_1$$

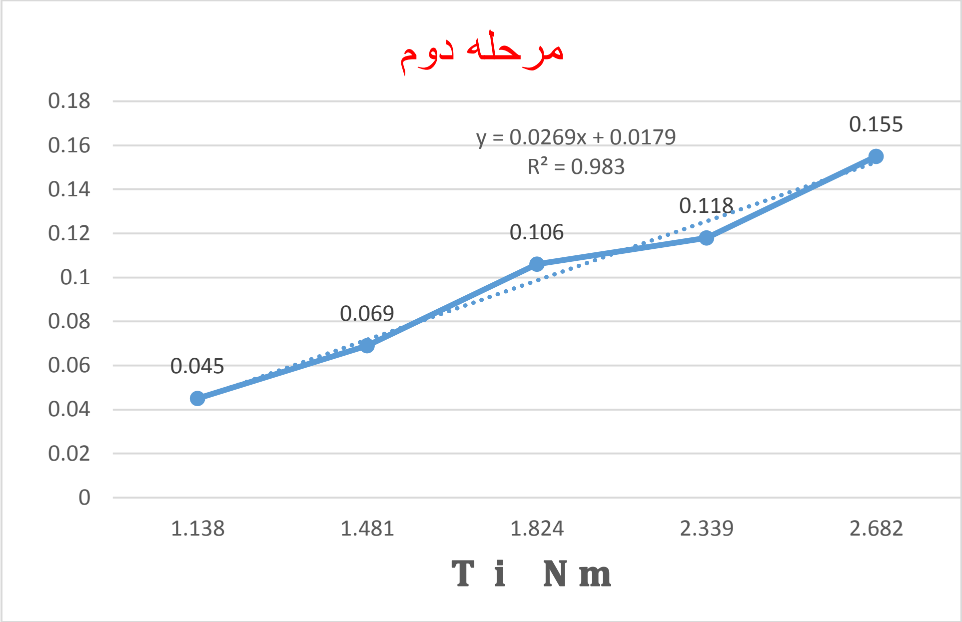
$$\rightarrow \eta_1 = (0.06 + \frac{0.0338}{T_i}) \times n_1$$

به جای T_i در رابطه بالا، مقدار T_i میانگین به دست آمده از ۵ مرحله بارگذاری را قرار می دهیم؛ بنابراین داریم:

$$\rightarrow \eta_1 = (0.06 + \frac{0.0338}{1.8928}) \times 3$$

$$\rightarrow \eta_{\mathbf{1}} = \mathbf{30.75}\ \%$$

ب) نمودار $T_i - T_o$ برای مرحله دوم (محور ورودی (in) و محور خروجی (O_2))



با توجه به نمودار گشتاور خروجی بر حسب گشتاور ورودی برای مرحله دوم و معادله به دست آمده از برازش خطی نمودار، خواهیم داشت:

$$\rightarrow \mathbf{T}_{\boldsymbol{o}} = \mathbf{0.0269\,T}_{\boldsymbol{i}} + \mathbf{0.0179}$$

در نتیجه برای به دست آوردن راندمان از رابطه ی زیر استفاده میکنیم:

$$\eta_2 = \frac{T_o}{T_i} \times n_2$$

$$\eta_2 = \frac{0.0269\,\mathrm{T}_i + 0.0179}{\mathrm{T}_i} \times n_2$$

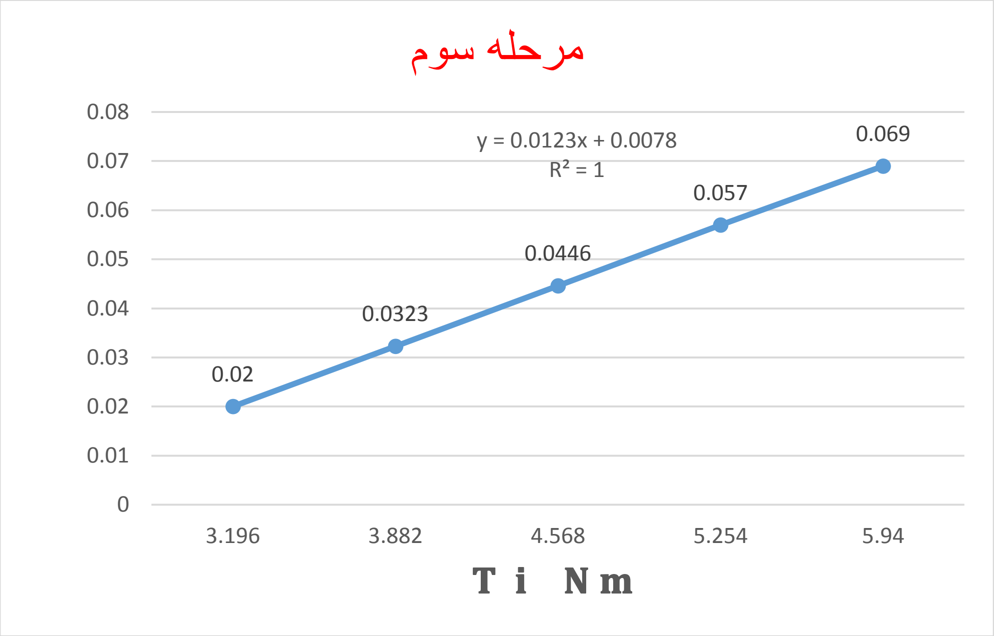
$$\rightarrow \eta_2 = (0.0269 + \frac{0.0179}{\mathrm{T}_i}) \times n_2$$

به جای T_i در رابطه بالا، مقدار T_i میانگین به دست آمده از ۵ مرحله بارگذاری را قرار می دهیم؛ بنابراین داریم:

$$\rightarrow \eta_2 = (0.0269 + \frac{0.0179}{0.7952}) \times 12$$

$$\rightarrow \eta_2 = \mathbf{43.63\ \%}$$

ج)نمودار $T_i - T_o$ برای مرحله سوم (محور ورودی (in) و محور خروجی (O_3))



با توجه به نمودار گشتاور خروجی بر حسب گشتاور ورودی برای مرحله سوم و معادله به دست آمده از برازش خطی نمودار، خواهیم داشت:

$$\rightarrow \mathbf{T}_{\boldsymbol{o}} = \mathbf{0.0123\ T}_{\boldsymbol{i}} + \mathbf{0.0078}$$

در نتیجه برای به دست آوردن راندمان از رابطه ی زیر استفاده میکنیم:

$$\eta_3 = \frac{T_o}{T_i} \times n_3$$

$$\eta_3 = \frac{\mathbf{0.0123\ T}_{\boldsymbol{i}} + \mathbf{0.0078}}{\mathbf{T}_{\boldsymbol{i}}} \times n_3$$

$$\rightarrow \eta_3 = (\mathbf{0.0123} + \frac{\mathbf{0.0078}}{\mathbf{T}_{\boldsymbol{i}}}) \times n_3$$

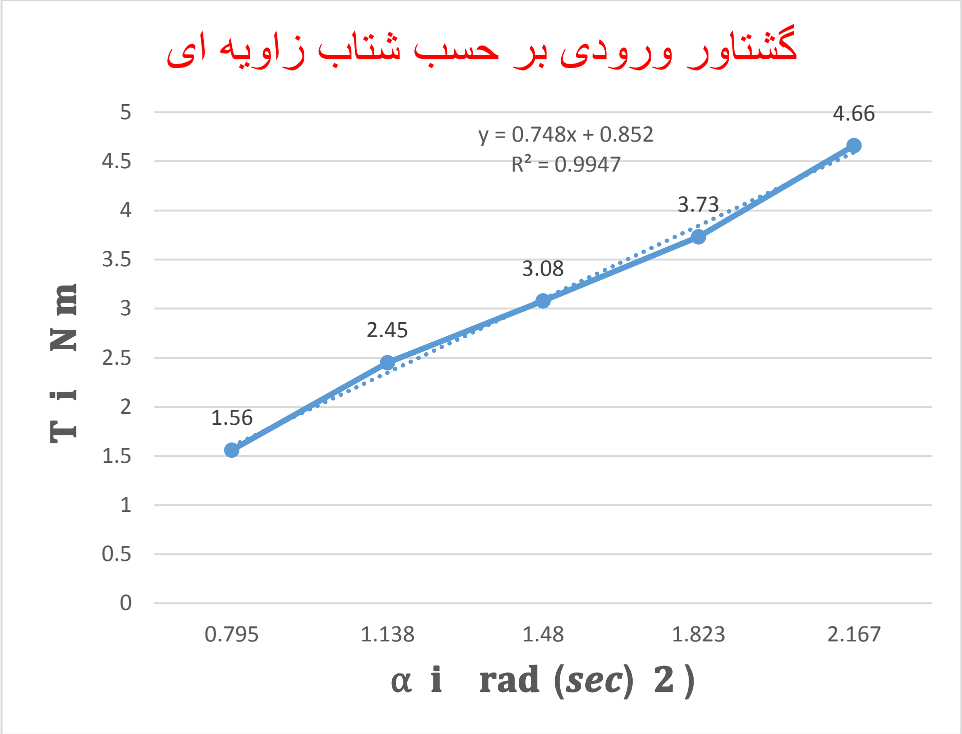
به جای $\mathbf{T}_{\boldsymbol{i}}$ در رابطه بالا، مقدار $\mathbf{T}_{\boldsymbol{i}}$ میانگین به دست آمده از ۵ مرحله بارگذاری را قرار می دهیم؛ بنابراین داریم:

$$\rightarrow \eta_3 = (0.0123 + \frac{0.0078}{4.568}) \times 60$$

$$\rightarrow \eta_{\mathbf{3}} = \mathbf{84.05}\ \%$$

منحنی و محاسبه ممان اینرسی معادل:

نمودار $T_i - \alpha_i$ (گشتاور ورودی بر حسب شتاب زاویه ای):



با توجه به نمودار گشتاور ورودی بر حسب شتاب زاویه ای و معادله به دست آمده از برازش خطی نمودار، خواهیم داشت:

$$\rightarrow \mathbf{T_i = 0.748\alpha_i + 0.852}$$

در نتیجه برای به دست آوردن ممان اینرسی جرمی از رابطه ی زیر استفاده میکنیم:

$$T_i = I_{eq} \times \alpha_i \quad \rightarrow \quad I_{eq} = \frac{T_i}{\alpha_i}$$

حال به جای T_i در رابطه ممان اینرسی جرمی معادل، T_i به دست آمده از برازش خطی نمودار فوق را جایگزین می کنیم:

$$I_{eq} = \frac{0.748\alpha_i + 0.852}{\alpha_i}$$

$$\rightarrow I_{eq} = 0.748 + \frac{0.852}{\alpha_i}$$

به جای α_i در رابطه بالا، مقدار α_i میانگین به دست آمده از ۵ مرحله بارگذاری را قرار می دهیم؛ بنابراین داریم:

$$\rightarrow I_{eq} = 0.748 + \frac{0.852}{3.096}$$

$$\rightarrow \mathbf{I_{eq} = 1.023}$$

نام آزمایش:

آزمایش بالانس

استاتیکی

و

دینامیکی

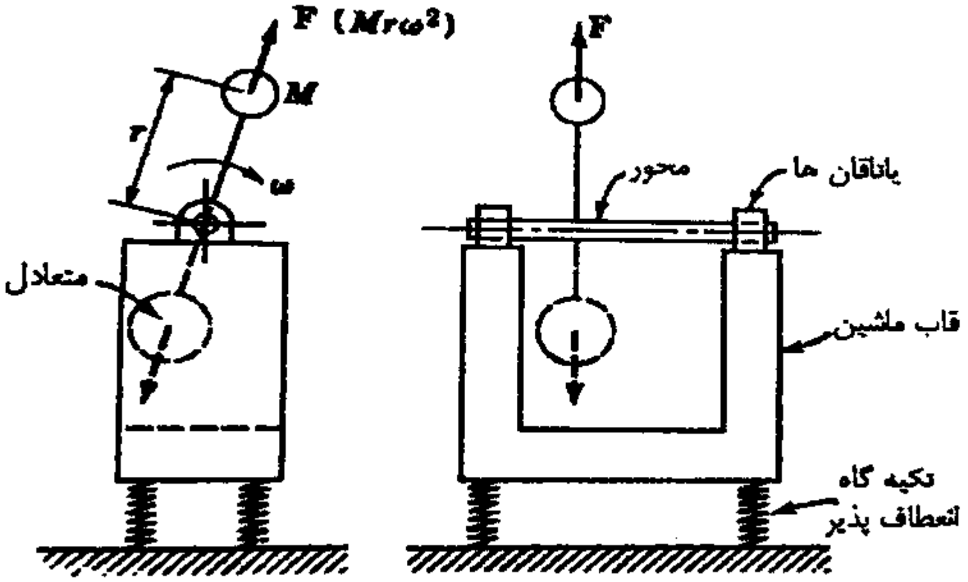
هدف آزمایش:

هدف از انجام این آزمایش بررسی تعادل دینامیکی اجسامی است که دارای حرکت دورانی هستند و همچنین ایجاد تعادل برای آنهایی که تعادل ندارند و پیدا کردن موقعیت اجرامی که قرار است اضافه شوند است.

مقدمه:

بالانسینگ یا موازنه، روشی برای حذف نیروها و گشتاورهای ناخواسته است .هدف نهایی از بالانس کردن و یا متوازن کردن وسیله ی گردان این است که پس از حذف نیروها و گشتاورهای ناخواسته روی محور، نیروهای مؤثر بر یاتاقان ها به طور کامل حذف شوند و یا تا حد امکان کاهش یابند . نیروهای وارد بر چارچوب دستگاه می توانند در طی یک چرخه تغییر کنند(نیروهای متناوب)؛ چنین نیروهایی می توانند موجب ارتعاش شوند که در بعضی مواقع ممکن است این ارتعاشات سبب تشدید(رزنانس)شده و بسیار خطرناک شوند .این ارتعاشات، قبل از اینکه یاتاقان ها فرسوده شوند باعث افزایش مؤلفه های تنش در یاتاقان ها و شکستن آن ها می شود .بنابراین شاید به ذهن برسد که ماشین ها را طوری طراحی کنند که هیچگاه به سرعت بحرانی نرسند ولی در طراحی ماشین این کار کفایت نمی کند و باید در قدم اول نیروها و گشتاورهای لختی مسبب ارتعاشات را حذف کنیم و یا به حداقل برسانیم.

به عنوان مثال در شکل زیر، جرم در حال گردش M بدون وزنه ی موازنه کننده، نیروی $F = MR\omega^2$ لرزاننده ای برابر با ایجاد می کند که به یاتاقان ها و تکیه گاه ها انتقال می یابد .به علت چرخش، نیروی لرزاننده دارای مشخصات ارتعاشات اجباری با فرکانس چرخشی ω می باشد .میزان نامطلوب بودن این ارتعاش اجباری بستگی به فرکانس ارتعاش اجباری و فرکانس طبیعی اعضای انعطاف پذیر نظیر محور یا یاتاقان دارد که نیرو از آن ها انتقال می یابد .اگر شرایط در نزدیکی تشدید باشد،(فرکانس نیروی محرک با فرکانس طبیعی ماشین برابر باشد)دامنه های ارتعاش می توانند آنقدر بزرگ شوند که باعث شکستن یاتاقان های محور و یا حتی خود محور شوند.



در مکانیزم موتور احتراق داخلی اگر این پدیده مورد توجه قرار نگیرد حتی اگر یاتاقان ها آسیب نبینند ارتعاشات سبب عدم آسایش سرنشینان اتومبیل می شود.

توازن کامل و یا متوازن کردن قسمتی از نیروهای اینرسی مجموعه به این ترتیب امکان پذیر است که جرم های دیگری به مجموعه اضافی شود که عمل معکوس در مقابل نیروهای اینرسی داشته باشند .همان طور که در شکل نیز نشان داده شده، می توان با قرار دادن وزنه ی موازنه کننده به گونه ای که نیروهای دینامیکی لختی(اینرسی)برآیند

جرم M و وزنه های موازنه کننده صفر شوند، نیروی لرزاننده را به حداقل رساند .این روش برای دو نوع مسئله کاربرد دارد:

۱) **جرم های گردان :** مانند چرخ اتومبیل و یا میل لنگ موتور.

۲) **جرم های رفت و برگشتی :** برای مثال مکانیزم رفت و آمدی.

تعریف ها:

بالانسینگ یا موازنه :روشی برای حذف نیروها و گشتاورهای ناخواسته است .که دارای دو نوع استاتیکی و دینامیکی است.

بالانس استاتیکی(توازن ایستایی): اگر جسم دارای مفصل دورانی در هر وضعیت زاویه ای ساکن بماند دارای توازن ایستایی است.

بالانس دینامیکی(توازن پویایی): اگر به جسم دارای مفصل دورانی و در هنگام دوران، نیرو یا گشتاور اینرسی اعمال نشود و یا در حداقل ممکن اعمال شود، آن جسم دارای توازن پویایی است.

جرم موازنه کننده : جرم بالانس یا جرم متعادل کننده که برای بالانسینگ یا موازنه به جسمی اضافه می شود و معمولاً نسبت به جرم جسم خیلی کم است.

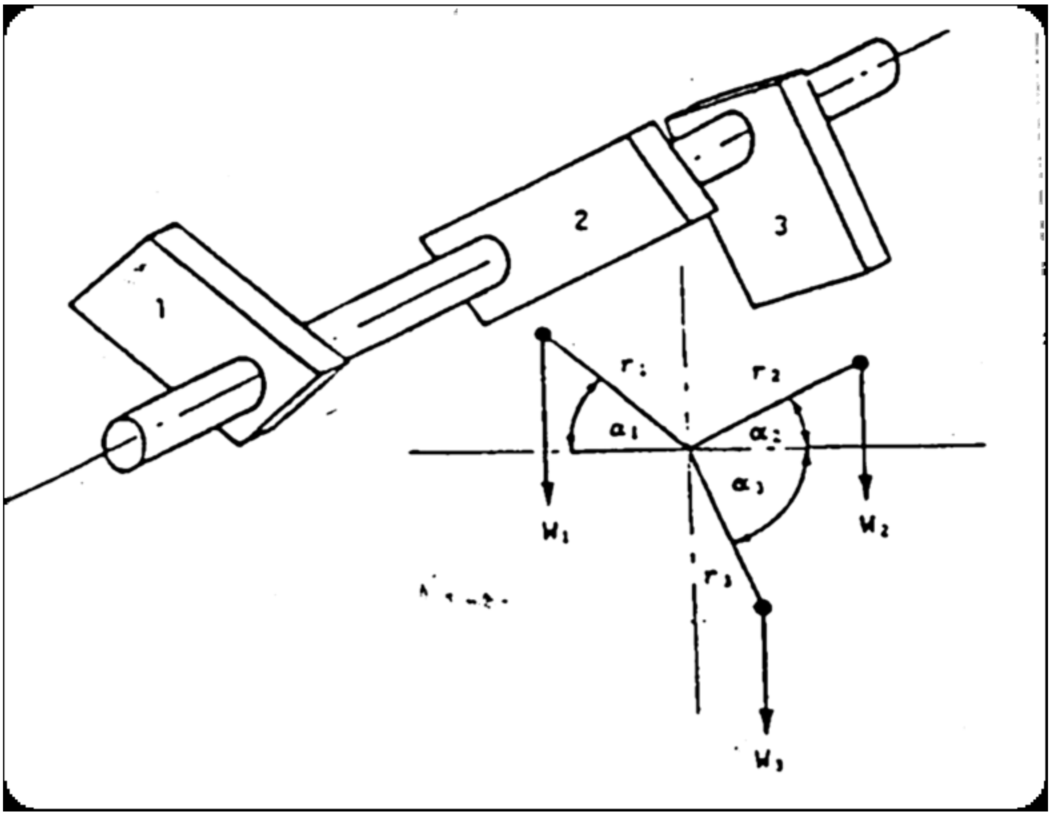
تئوری آزمایش:

یک محور با جرم هایی که بر روی آن سوار شده است، می تواند به صورت استاتیکی و یا دینامیکی بالانس باشد.
اگر یک محور به صورت استاتیکی بالانس باشد، در آن صورت می توانیم آن را در هر موقعیت زاویهای قرار دهیم، بدون آن که از آن موقعیت تغییر مکان دهد.
اگر یک محور به صورت دینامیکی بالانس باشد در آن صورت محور در هر سرعتی بدون ارتعاش قادر به چرخش خواهد بود.

محورهایی که با سرعت زیاد دوران میکنند چنانچه بالانس نباشند، تبدیل به یک منبع ارتعاشی خواهند شد .در سرعت های کم ممکن است بتوان از عدم بالانس بودن محور چشم پوشی نمود ولیکن در سرعت های بالا نیروهای نامیزانی به قدری بزرگ خواهند شد که ارتعاش حاصل از محور باعث استهلاک و حتی شکست آن خواهد گشت.
بدین سبب در اغلب موارد شفت های ماشین آلات می بایست بالانس گردند . به طور مثال، عدم بالانس بودن محور توربین ها و کمپرسورها در سرعت های بالا (۱۵۰۰۰ تا ۵۰۰۰۰ دور در دقیقه) حتی به مقدار جزیی باعث حادثه ای بزرگ خواهد شد.
عدم نامیزانی محور را می توان با کم کردن وزنه(سوراخ کردن دیسک های بالانس) و یا با ازدیاد وزنه در زاویه و محل مناسب جبران نمود و در نتیجه محور را بالانس کرد .در این آزمایش می خواهیم روابط بالانس محورها را بررسی کنیم.

الف)بالانس استاتیکی:

اگر بخواهیم چهار جرم را حول میله ای که می تواند آزادانه دوران کند بالانس استاتیکی کنیم، باید جرم ها را طوری با زاویه مشخص قرار دهیم که مجموع گشتاورهای حاصل از وزن آن ها حول محور مساوی صفر شود و در حالت تعادل قرار گیرد.



ابتدا یک سیستم x, y, z مختصات روی این مجموعه قرار می دهیم و محور z را در امتداد محور دوران می گیریم؛

بنابراین برای اینکه این مجموعه بالانس استاتیکی بشود بایستی $\sum M_z = 0$ باشد .در حالت کلی مرکز جرم این مجموعه دوار یک جایی در فضای x, y, z قرار گرفته است .در واقع هدف ما این است که(Central Gravity) روی (Central Rotation) منطبق شود.

$$\sum M_z = 0 \rightarrow \begin{cases} m_1 g e_1 \omega^2 cos\theta_1 + m_2 g e_2 \omega^2 cos\theta_2 + \cdots = 0 \\ m_1 g e_1 \omega^2 sin\theta_1 + m_2 g e_2 \omega^2 sin\theta_2 + \cdots = 0 \end{cases}$$

لذا از حاصل این فرآیند ما دستگاه معادله ای شکل گرفت که اگر مفروضات اولیه ی ما $m_i e_i$ ها باشد، مجهولات ما θ_i ها خواهند بود .این مجهولات غیر مستقل نیستند؛ پس در حقیقت ما یک دستگاه ۲ معادله ۴ مجهول (θ_i ها)غیر خطی داریم.

برای حل این دستگاه، دو تا از مجهولاتمان را باید فرض کنیم .دستگاه ما از حاصل گشتاورگیری نیروها به دست آمده، از این رو این دستگاه شکل پارامتری یک معادله برداری می باشد.

$$\sum_{i=1}^{4} \overline{m_\iota e_\iota} = 0 \rightarrow \overline{m_1 e_1} + \overline{m_2 e_2} + \cdots = 0$$

بنابراین از خاصیت معادله برداری همگن استفاده می کنیم و مسئله را خیلی ساده به روش ترسیمی حل می کنیم .یک معادله برداری همگن شکل یک n ضلعی بسته را تشکیل می دهد.

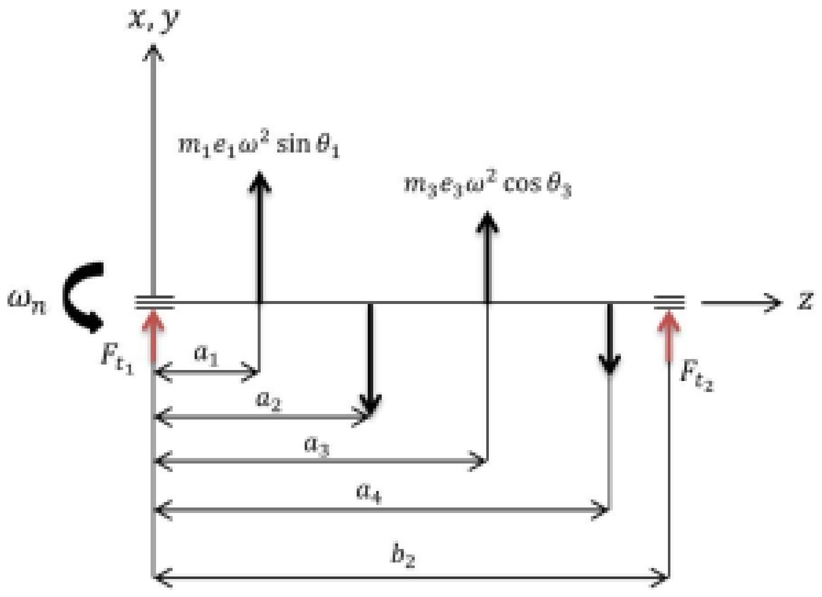
با توجه به اینکه مقدار بردارهای $\overline{m_1 e_1}, \overline{m_2 e_2}, \ldots$ از فرض اولیه ی داریم، و همچنین برای حل دستگاه مقادیر θ_1 و θ_2 را نیز فرض کردیم؛ می توانیم با استفاده از این داده ها، مقدار زوایای θ_3 و θ_4 را با کمک نرم افزارهایی از جمله :Solidworks،Autocad و ... بدست آوریم.

با داشتن θ_1 تا θ_4 مجموعه را سوار می کنیم به نحوی که C.G رویC.R منطبق شده و این مجموعه بالانس استاتیکی می شود؛ یعنی هیچ گشتاوری حول محور دوران تولید نمی کند.

ب)بالانس دینامیکی:

مجموعه مورد نظر را با سرعت ω_n دوران می دهیم؛ هر کدام از این جرم ها یک نیروی دینامیکی تولید می کنند .حال اگر این نیروهای دینامیکی همدیگر را خنثی نکنند، در دو صفحه دیگر گشتاورهایی ایجاد می شود که حاصلش نیروهای روی تکیه گاه ها می شود: F_{t_2}, F_{t_1}. این نیروی نابالانسی به جرم، اینرسی و دوران وزنه بستگی دارد .هر چقدر که این مجموعه ی دوار کوچک باشد، اثر این نابالانسی کمتر است.

یک صفحه ی مرجع در نظر می گیریم.



$$\sum M_y = 0 \quad ; \quad \sum M_x = 0$$

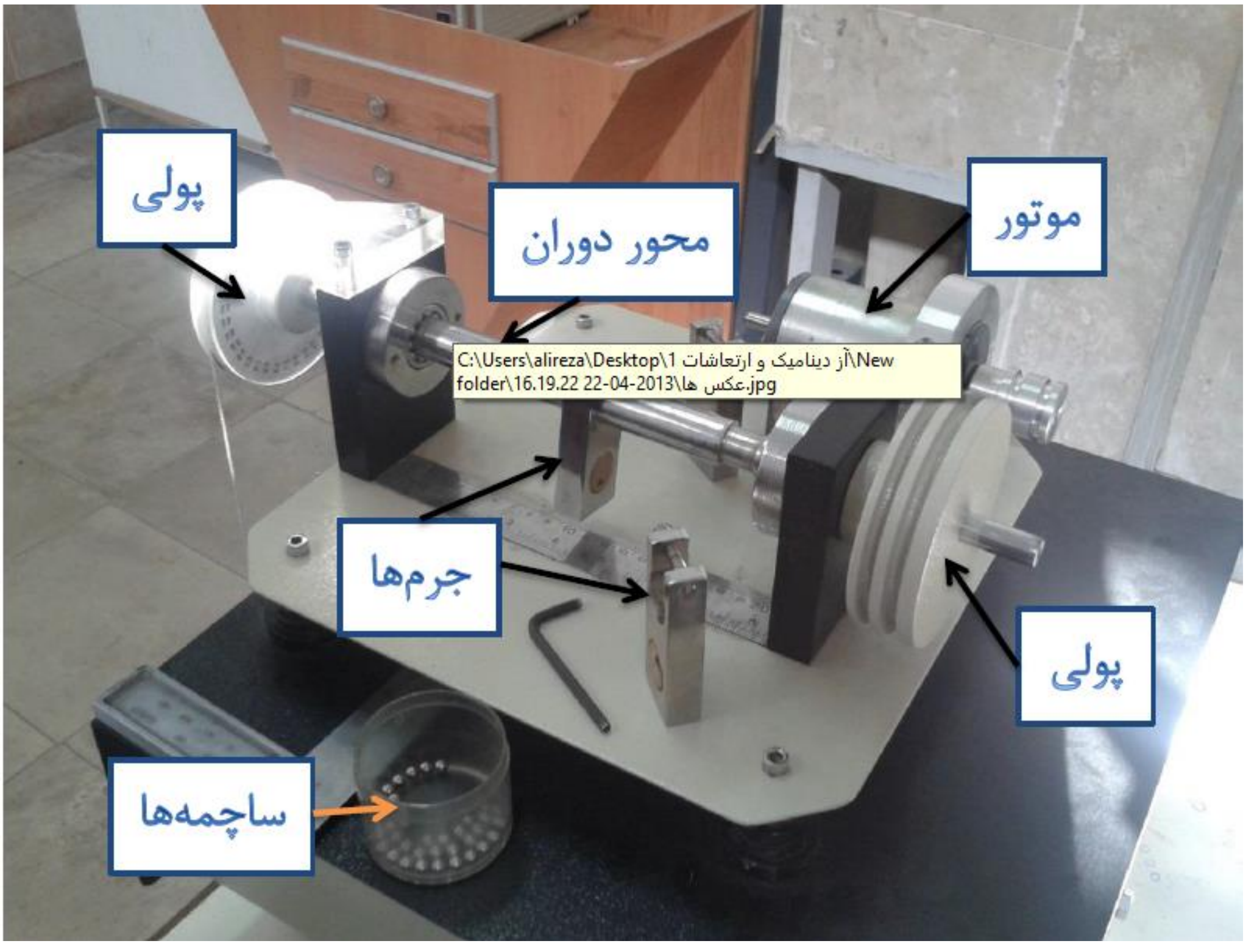
دستگاه معادلات دینامیکی برای حالت $\rightarrow$

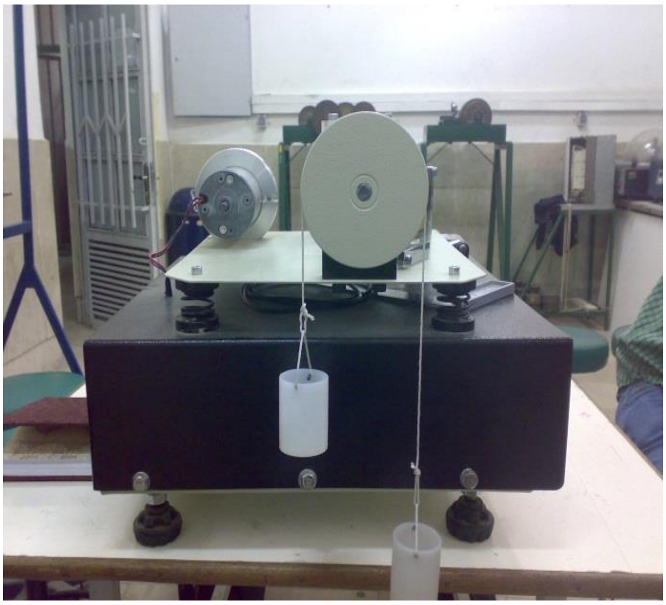
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{4} m_i e_i a_i \omega^2 cos\theta_i = 0 & (\text{در صفحه ی } xz) \\ \sum_{i=1}^{4} m_i e_i a_i \omega^2 sin\theta_i = 0 & (\text{در صفحه ی } yz) \end{cases}$$

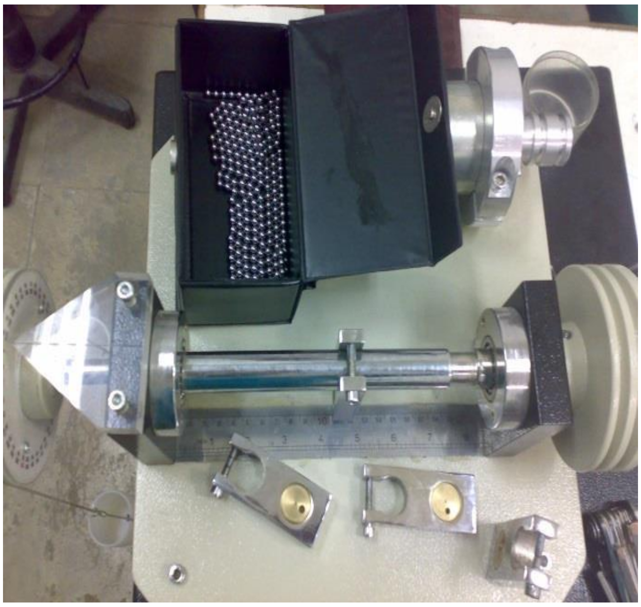
مفروضات اولیه ی ما برای حل این دستگاه، m_ie_i ها و θ_i می باشند و مجهولات ما a_iها هستند.
این دستگاه به لحاظ ریاضی یک ویژگی دارد و آن این است که a_i ها مستقل هستند .بنابراین یک دستگاه خطی دو معادله چهار مجهول داریم که با فرض کردن a_1 و a_2، این دستگاه ساده حل خواهد شد و a_3 و a_4 به دست می آیند.

شرح دستگاه

دستگاه بالانس استاتیکی و دینامیکی از یک محور بالانس شده تشکیل شده است .حرکت محور از طریق پولی و تسمه متصل به یک موتور ۱۲ ولتی تامین می گردد .دستگاه روی چهار پایه فنری برای جذب و نمایش ارتعاشات سیستم هنگام عدم توازن سوار شده است .چهار بلوک مستطیل شکل با دیسک هایی با سوراخ های خارج از مرکز برای تأمین شرایط مختلف نابالانسی به کار می روند .وضعیت استقرار بلوک ها توسط دو مقیاس خطی و زاویه ای قابل اندازه گیری است.







نحوه انجام آزمایش:

در این آزمایش ما ۴ جرم داریم که شماره های هر کدام روی بدنه ی این ها حک شده است .برای به دست آوردن $m_i e_i$ ها به این ترتیب عمل می کنیم که ابتدا جرم شماره ی (۱) را روی محور دوران دستگاه قرار داده و پیچ آن را محکم می بندیم تا نسبت به محور حرکتی نداشته باشد . طبیعی است که این جرم در پایین ترین سطح انرژی قرار دارد .در مرحله ی بعدی دو ظرف هم وزن را که توسط یک نخ به هم متصل اند، روی پولی دستگاه قرار می دهیم.

سپس در یکی از این ظرف ها جرم هایی را اضافه می کنیم که این جرم ها به صورت ساچمه است . اضافه کردن ساچمه ها را تا زمانی که جرم m_i به اندازه ی ۹۰ درجه بچرخد، ادامه می دهیم .پس از رسیدن به این حالت، رابطه ی تعادلی زیر را خواهیم داشت:

$$m_i g e_i = N_i \rho R \rightarrow \ m_i e_i = \frac{N_i \rho R}{g}$$

{R→ شعاع پولی ; ρ → جرم حجمی ساچمه ها ; N_i → تعداد ساچمه ها }

با توجه به همگن بودن معادلات و نیز ثابت بودن (ρ, R, g) ، داریم:

$$m_i e_i = N_i$$

لذا برای هر کدام از جرم ها، مقدار $m_1 e_1$ (که برابر تعداد ساچمه ها می باشد)را به دست می آوریم.

حال برای بالانسینگ استاتیکی، مقادیر θ_1 و θ_2 را فرض کرده و θ_3 و θ_4 را به روش ترسیمی(با کمک نرم افزارهای مهندسی)به دست می آوریم.

سپس برای بالانسینگ دینامیکی، مقادیر a_1 و a_2 را در فاصله ی $0\ mm$ تا $160\ mm$ فرض می کنیم به طوریکه حداقل فاصله ی قرارگیری جرم های (۱) و (۲) , $15\ mm$ باشد .با داشتن θ_i ها و قرار دادن a_1 و a_2 در دستگاه معادلات دینامیکی، a_3 و a_4 نیز به دست خواهند آمد .در این صورت چهار جرم در این مجموعه، هم بالانس استاتیکی خواهند شد و هم بالانس دینامیکی.

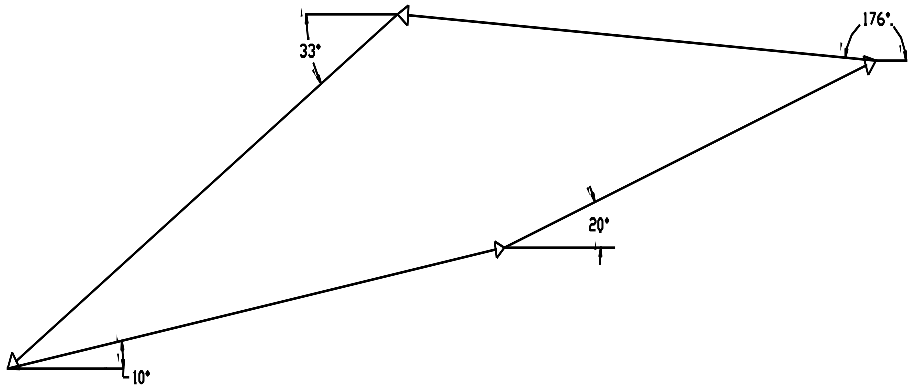
داده های آزمایش:

$$m_1 e_1 = N_1 = 120$$
$$m_1 e_1 = N_2 = 92$$
$$m_1 e_1 = N_3 = 114$$
$$m_1 e_1 = N_4 = 111$$

محاسبات و پردازش داده ها:

1) **بالانسینگ استاتیکی**(به روش ترسیمی و با استفاده از نرم افزار Autocad):

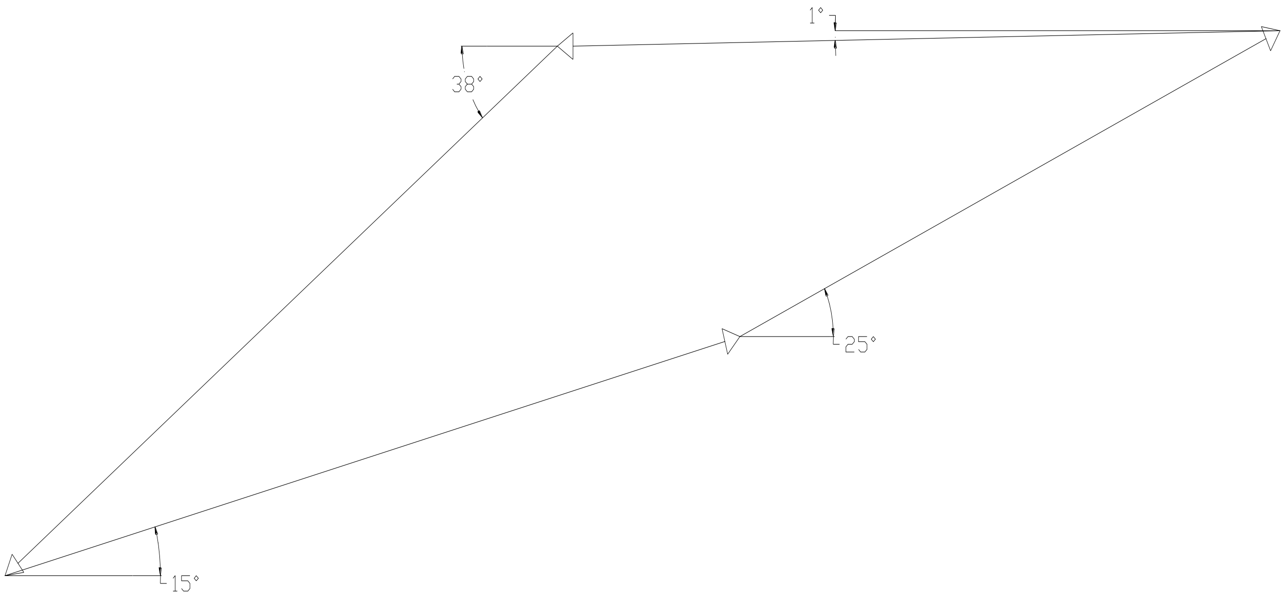
الف) با فرض $\theta_1 = 10^o$ و $\theta_2 = 20^o$:



در نتیجه:

$$\theta_3 = 176^o \text{ و } \theta_4 = 213^o$$

ب) و بافرض $\theta_1 = 15^o$ و $\theta_2 = 25^o$:



در نتیجه:

$$\theta_3 = 181^o \text{ و } \theta_4 = 218^o$$

بنابر این:

برای آزمایش اول:

$$\theta_4 = 213^o \text{ و } \theta_3 = 176^o \text{ و } \theta_2 = 20^o \text{ و } \theta_1 = 10^o$$

و برای آزمایش دوم:

$$\theta_4 = 218^o \text{ و } \theta_3 = 181^o \text{ و } \theta_2 = 25^o \text{ و } \theta_1 = 15^o$$

2) بالانسینگ دینامیکی:

الف) با فرض $a_1 = 0\ mm$ و $a_2 = 160\ mm$:

$$\sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0 \rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^{4} m_i e_i a_i \omega^2 cos\theta_i = 0 \\ \sum_{i=1}^{4} m_i e_i a_i \omega^2 sin\theta_i = 0 \end{cases}$$

با جایگذاری مقادیر و حذف ω^2 از طرفین معادلات، و حل معادله خواهیم داشت:

$$a_3 = 50\ mm$$

و

$$a_4 = 91\ mm$$

ب) و با فرض $a_1 = 5\ mm$ و $a_2 = 155\ mm$:

$$\sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0 \rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^{4} m_i e_i a_i \omega^2 cos\theta_i = 0 \\ \sum_{i=1}^{4} m_i e_i a_i \omega^2 sin\theta_i = 0 \end{cases}$$

با جایگذاری مقادیر و حذف ω^2 از طرفین معادلات، و حل معادله خواهیم داشت:

$$a_3 = 51\,mm$$

و

$$a_4 = 91\,mm$$

نتایج:

الف)

$\boldsymbol{m_i e_i = N_i}$	$\boldsymbol{\theta_i}$	$\boldsymbol{a_i}$ (mm)
$1 = 120$	$\theta_1 = 10$	$a_1 = 0$
$2 = 94$	$\theta_2 = 20$	$a_2 = 160$
$3 = 114$	$\theta_3 = 176$	$a_3 = 50$
$4 = 111$	$\theta_4 = 213$	$a_4 = 91$

ب)

$\boldsymbol{m_i e_i = N_i}$	$\boldsymbol{\theta_i}$	$\boldsymbol{a_i}$ (mm)
$1 = 120$	$\theta_1 = 15$	$a_1 = 5$
$2 = 94$	$\theta_2 = 25$	$a_2 = 155$
$3 = 114$	$\theta_3 = 181$	$a_3 = 51$
$4 = 111$	$\theta_4 = 218$	$a_4 = 91$