

# جزوه ترمو دینامیک ۲

مدرس: کلباسی

دانشگاه آزاد اسلامی

## منبع

ترمودینامیک با نگرش مهندسی تالیف یونس سنجل - میخائیل بولز

## فصول:

- (۱) فصل هشتم : سیکل‌های قدرت گازی
- (۲) فص نهم : سیکل‌های قدرت بخاری
- (۳) فصل دهم : سیکل‌های تبرید
- (۴) فصل یازدهم : روابط بین خواص ترمودینامیک
- (۵) فصل دوازدهم : مخلوط گازها
- (۶) فصل سیزدهم : مخلوط هوا-بخار و تهویه مطبوع
- (۷) فصل چهاردهم : واکنش‌های شیمیایی
- (۸) فصل شانزدهم : جریان تراکم پذیر

## ارزشیابی

میان ترم : ۵ نمره (فصل هشتم ، نهم و دهم)

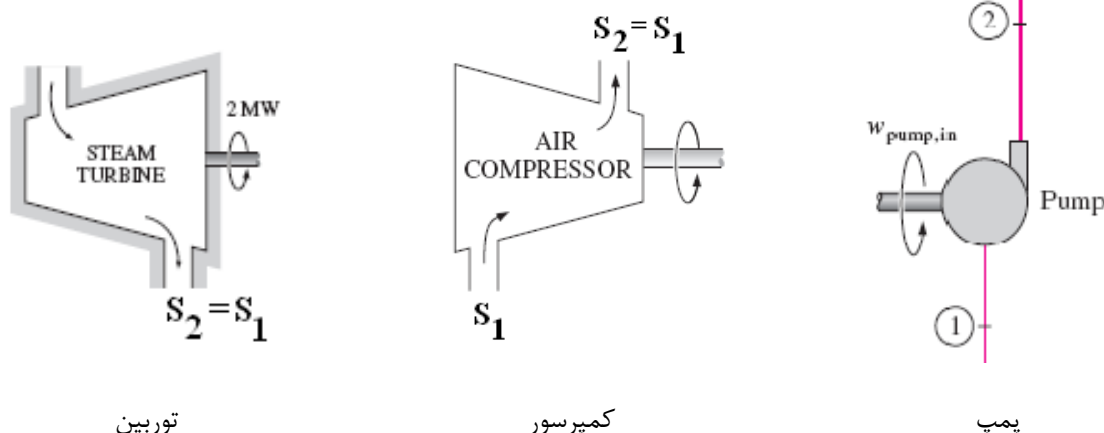
پایان ترم : ۱۴ نمره (فصل یازدهم ، دوازده ، سیزدهم ، چهاردهم ، شانزدهم)

تکالیف : ۲ نمره



### فرایند ایزونتروپیک

فرایندی که در آن انتروپی ثابت می‌ماند. فرایند برگشت پذیر آدیاباتیکی یک فرایند ایزونتروپیک خواهد بود. فرایند کمپرسورها، توربین‌ها و پمپ‌ها از این نوعند.



توربین

کمپرسور

پمپ

### روابط موجود برای کمپرسور، توربین و پمپ

❖ کمپرسور

کار و توان مورد نیاز کمپرسور را می‌توان مطابق با قانون اول ترمودینامیک از رابطه زیر بدست می‌آید

$$w_c = (h_2 - h_1) \left[ \frac{kJ}{kg} \right]$$

$$W_c = \dot{m}(h_2 - h_1) [kW]$$

اگر کمپرسور ایده‌آل باشد (فرایند داخل آن ایزونتروپیک باشد) و با ثابت در نظر گرفتن گرماهای ویژه برای گاز درون کمپرسور می‌توان بین شرایط ورودی و خروجی کمپرسور رابطه زیر را نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}}$$

❖ توربین

کار خروجی توربین از رابطه زیر بدست می‌آید

$$w_T = (h_1 - h_2)$$

اگر توربین ایده‌آل باشد و با ثابت در نظر گرفتن گرماهای ویژه برای گاز درون توربین می‌توان نوشت

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}}$$

اگر کمپرسور و توربین ایده‌آل نباشند با تعریف بازده خواهیم داشت

$$\eta_{\text{کمپرسور}} = \frac{\text{کار ایده ال}}{\text{کار واقعی}} = \frac{w_s}{w_a}$$

$$\eta_{\text{توربین}} = \frac{\text{کار واقعی}}{\text{کار ایده ال}} = \frac{w_a}{w_s}$$



## ❖ پمپ

کار مورد نیاز پمپ از رابطه زیر بدست می آید

$$W_{Pump} = \frac{v_{ورودی} \times (P_{خروجی} - P_{ورودی})}{\eta_p}$$

خروجی پمپ از رابط زیر بدست می آید.

$$h_2 = h_1 + \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_p}$$

اگر فرایند کمپرسور ایزونتروپیک باشد ولی گرمای ویژه متغیر باشد

$$T_1 = \text{معلوم} \xrightarrow{A.17} P_{r1} = \checkmark, h_1 = \checkmark$$

$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} P_{r1} \xrightarrow{A.17} T_2 = \checkmark, h_2 = \checkmark \Rightarrow w = h_2 - h_1$$

اگر فرایند کمپرسور ایزونتروپیک باشد و گرمای ویژه ثابت باشد

$$T_1 = \text{معلوم} \Rightarrow T_2 = \left[ \frac{P_2}{P_1} \right]^{\frac{k}{k-1}} T_1 \Rightarrow w = C_p(T_2 - T_1)$$

اگر کمپرسور ایده آل نباشد و بازده آن برابر  $\eta$  باشد

- ۱- ابتدا کمپرسور ایده آل را بدست می آوریم یعنی  $w_s$  و  $T_{2s}$  را از حل کمپرسور ایده آل خواهیم داشت
- ۲- سپس با کمک فرمول بازده می توان کار واقعی و دمای خروجی از کمپرسور را بدست آورد

اگر فرایند توربین گازی ایزونتروپیک باشد ولی گرمای ویژه متغیر باشد

$$T_1 = \text{معلوم} \xrightarrow{A.17} P_{r1} = \checkmark, h_1 = \checkmark$$

اگر فرایند توربین گازی ایزونتروپیک باشد و گرمای ویژه ثابت باشد

- ۱- ابتدا توربین ایده آل را بدست می آوریم یعنی  $w_s$  و  $T_{2s}$  را از حل توربین ایده آل خواهیم داشت
- ۲- سپس با کمک فرمول بازده می توان کار واقعی و دمای خروجی از توربین را بدست آورد

$$[T_2]_{\text{ایده‌ل}} = T_{2s} = \checkmark \Rightarrow [T_2]_{\text{واقعی}} = T_{2a} = ?$$

$$[h_2]_{\text{ایده‌ل}} = h_{2s} = \checkmark \Rightarrow [h_2]_{\text{واقعی}} = h_{2a} = ?$$



$$\eta = \frac{h_{2a} - h_1}{h_{2s} - h_1} \Rightarrow h_{2a} = \eta \times (h_{2s} - h_1) + h_1 \stackrel{A.17}{\Rightarrow} T_{2a} = \checkmark$$

اگر فرایند توربین بخاری ایزونتروپیک باشد

$$\left[ \begin{array}{l} T_1 = \text{معلوم} \\ P_1 = \text{معلوم} \end{array} \right] \xrightarrow{\text{جداول آب}} h_1 = \checkmark, s_1 = \checkmark$$

$$\left[ \begin{array}{l} P_2 = \text{معلوم} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right] \xrightarrow{\text{جداول آب}} h_2 = \checkmark, T_2 = \checkmark$$

اگر توربین گازی ایده‌آل نباشد و بازده آن برابر  $\eta$  باشد  
ابتدا باید ایده‌آل آن را حل کرد

$$\left[ \begin{array}{l} T_1 = \text{معلوم} \\ P_1 = \text{معلوم} \end{array} \right] \xrightarrow{\text{جداول آب}} h_1 = \checkmark, s_1 = \checkmark$$

$$\left[ \begin{array}{l} P_2 = \text{معلوم} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right] \xrightarrow{\text{جداول آب}} h_{2s} = \checkmark, T_{2s} = \checkmark$$

و سپس خواهیم داشت

$$\begin{array}{c} \text{از طرفی} \\ \left[ \begin{array}{l} P_2 = \text{معلوم} \\ h_{2a} = \text{معلوم} \end{array} \right] \xrightarrow{\text{جداول آب}} T_{2a} = \checkmark \end{array}$$

### چندمثال

کمپرسوری با نسبت فشار ۶  $P_2 = 6P_1$  را در نظر بگیرید. اگر شرایط ورودی  $P_1 = 100 \text{ kPa}$  و  $T_1 = 27$  درجه سانتیگراد باشد

$$\text{مطلوبست: } k = 1.4, C_p = 1.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}} \left( \dot{m} = 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right)$$

### ثابت در نظر گرفتن گرمای ویژه

الف) تعیین شرایط خروجی در کمپرسور و قدرت مورد نیاز کمپرسور اگر کمپرسور ایده‌آل باشد؟



$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 100 \text{ kpa} \\ T_1 = 27^\circ \text{ C} \end{array} \right\} \rightarrow \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1 \times \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow$$

$$T_2 = 300 \times (6)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \xrightarrow{A.17} T_2 = 500.55$$

$$\dot{W} = m(h_2 - h_1) = mc_p(T_2 - T_1) = 0.5 \times 1.005 \times (500.55 - 300) \Rightarrow \dot{W} = 100.77 \text{ (kW)}$$

ثابت در نظر گرفتن گرمای ویژه

(ب) بازده کمپرسور ۸۰٪ باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 100 \text{ kpa} \\ T_1 = 27^\circ \text{ C} \end{array} \right\} \rightarrow T_{2s} = T_1 \times \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_{2s} = 500.55$$

$$\eta_c = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \Rightarrow 0.8 = \frac{500.55 - 300}{T_2 - 300} \Rightarrow T_2 = 550.68$$

$$\dot{W} = m(h_2 - h_1) \Rightarrow \dot{W} = mc_p(T_2 - T_1)$$

$$= 0.5 \times 1.005 \times (550.68 - 300) \Rightarrow \dot{W} = 126.1 \text{ kW}$$

اگر گرمای ویژه ثابت نباشند آنگاه باید مطابق زیر عمل نمود:

(ج) اگر کمپرسور ایده آل باشد

$$T = 27^\circ \text{ C} = 300 \text{ K} \xrightarrow{A-17} h_1 = 300.19, p_{r1} = 1.3860$$

$$p_{r2} = \frac{P_2}{P_1} p_{r1} = 6 \times 1.3860 = 8.316 \xrightarrow{A-17} T_2 = 498.61 \text{ K}, h = 501.35 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$w_c = h_2 - h_1 = 201.16 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

(د) اگر بازده کمپرسور ۸۰٪ باشد

$$T = 27^\circ \text{ C} = 300 \text{ K} \xrightarrow{A-17} h_1 = 300.19, p_{r1} = 1.3860$$

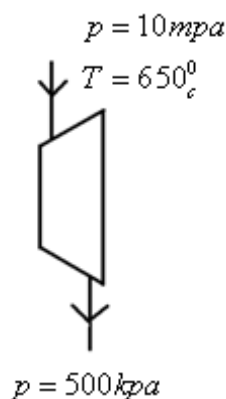
$$p_{r2} = \frac{P_2}{P_1} p_{r1} = 6 \times 1.3860 = 8.316 \xrightarrow{A-17} T_{2s} = 498.61 \text{ K}, h_{2s} = 501.35 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\eta = \frac{h_2 - h_1}{h_{2s} - h_1} = \frac{h_2 - 300.19}{501.35 - 300.19} \rightarrow h_2 = 551.64$$

$$w_c = h_2 - h_1 = 251.45 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

مطلوبست تعیین دمای خروجی و قدرت خروجی از توربین:

(الف) اگر توربین کاملاً ایده آل باشد ( $\dot{m} = 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ )



$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 10 \text{ mpa} \\ T_1 = 650^\circ \text{ C} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 3474 \\ s_1 = 7.038 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_2 = 500 \text{ kpa} \\ S_2 = S_1 = 7.038 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_2 = 81.3 \\ h_2 = 2448.5 \\ X = 0.91 \end{array} \right\}$$

$$\dot{W} = \dot{m}(h_1 - h_2) = 0.5 \times (3474 - 2448.5) = 512.75 \text{ kW}$$

(ب) بازده توربین ۸۵٪ باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 10 \text{ mpa} \\ T_1 = 650^\circ \text{ C} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 3474 \\ S_1 = 7.038 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{2s} = 50 \text{ kpa} \\ S_{2s} = S_1 = 7.038 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_{2s} = 81.3^\circ \text{ C} \\ h_{2s} = 2448.5 \\ X_{2s} = 0.91 \end{array} \right\}$$

$$\eta_r = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \Rightarrow 0.85 = \frac{3474 - h_2}{3474 - 2448.5} \Rightarrow h_2 = 2602.32$$

شرایط واقعی خروجی:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_2 = 50 \text{ kpa} \\ h_2 = 2602.32 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_2 = 81.3^\circ \text{ C} \\ X_2 = 0.98 \end{array} \right\} \rightarrow \dot{W} = \dot{m}(h_1 - h_2) =$$

$$= 0.5 \times (3474 - 2602.32) = 435.83 \text{ kW}$$



## مثال

پمپی را در نظر بگیرید. اگر فشار ورودی به پمپ  $100 \text{ kPa}$  و فشار خروجی از آن  $5 \text{ MPa}$  باشد مطلوبست تعیین قدرت مورد نیاز پمپ و آنتالپی خروجی پمپ در ۲ حالت:  
 الف) پمپ ایده آل باشد؟ ب) بازده پمپ ۸۰ درصد باشد؟  
 در تحلیل سیکل های ترمودینامیکی ورودی پمپ را مایع اشباع در نظر می گیرند. بنابر این شرایط ورودی آن بدین صورت به دست خواهد آمد.

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 100 \text{ kPa} \\ \text{Saturation Liquid} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 417.4 \\ v_1 = 0.0010 \end{array} \right\}$$

قدرت مورد نیاز پمپ از رابطه‌ی زیر به دست می آید.

$$w_p = v_1(P_2 - P_1) = 0.0010 \times (5000 - 100) = 4.9 \text{ kJ/kg}$$

آنتالپی خروجی از پمپ طبق رابطه‌ی زیر به دست می آید:

$$h_2 = h_1 + w_p \Rightarrow h_2 = 417.4 + 4.9 = 422.3$$

ب) بازده پمپ ۸۰ درصد باشد

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 100 \text{ kPa} \\ \text{saturation Liquid} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 417.4 \\ v_1 = 0.0010 \end{array} \right\}$$

$$W_p = \frac{v_1(p_2 - p_1)}{\eta} \Rightarrow W_p = \frac{0.0010(5000 - 100)}{0.8} = 6.125 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = h_1 + W_p \Rightarrow h_2 = 417.4 + 6.125 = 423.525 \text{ kJ/kg}$$

خلاصه‌ای از سیکل های ترمودینامیکی:

تولید قدرت و تبرید دو مورد از کاربردهای مهم ترمودینامیک هستند. هر دو توسط سیستم‌هایی که در سیکل ترمودینامیکی کار می کنند انجام می شود.

سیکل های ترمودینامیکی را می توان به دو دسته کلی تقسیم بندی کرد:

۱- سیکل های قدرت<sup>۱</sup>      ۲- سیکل های تبرید<sup>۲</sup>

وسایل یا دستگاه هایی را که برای تولید قدرت خالص خروجی به کار می روند موتور<sup>۳</sup> می گویند و سیکل های ترمودینامیکی که برای این منظور به کار می روند را سیکل های قدرت می نامند. به همین ترتیب وسایل و دستگاه هایی که برای تبرید به کار می روند را یخچال<sup>۴</sup>، تهویه مطبوع<sup>۵</sup> و یا پمپ گرما<sup>۶</sup> و سیکل های عملیات آن ها را سیکل های تبرید می گویند.

سیکل های ترمودینامیکی را بر حسب فاز سیال عامل (سیالی که در سیکل عمل می کند) می توان به صورت سیکل های گازی و سیکل های بخاری دسته بندی کرد. در سیکل های گازی، سیال عامل در سرتاسر سیکل در فاز گاز باقی می ماند ولی در سیکل بخاری در قسمتی از سیکل فاز بخار و در قسمت دیگر فاز مایع وجود دارد.

<sup>1</sup>Power Cycle

<sup>2</sup>Refrigeration Cycle

<sup>3</sup>Engine

<sup>4</sup>Refrigerator

<sup>5</sup>Air Conditioners

<sup>6</sup>Heat Pumps





یادآوری:

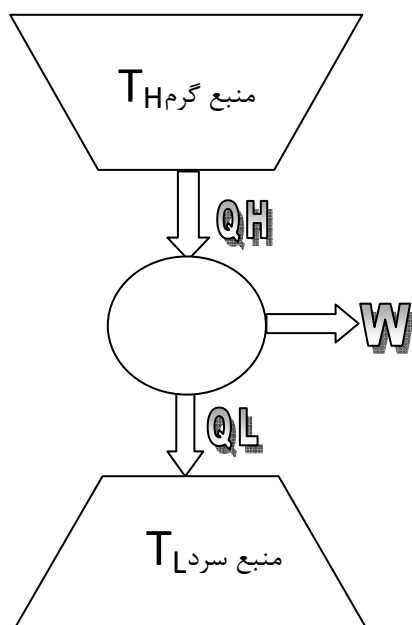
سیکل قدرت ماشین گرمایی

وظیفه موتور گرمایی = تولید کار  $W =$ ورودی مورد نیاز  $Q_H =$ 

قانون اول:

انرژی از بین نمی رود  $\leq =$  انرژی خروجی = انرژی ورودی

$$Q_H = W + Q_L \quad \text{OR} \quad Q_H - Q_L = W$$



$$\text{بازده} = \frac{\text{هدف مطلوب}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$$

قانون دوم: بازده ماشین گرمایی هیچ وقت ۱۰۰٪ نیست یعنی هیچ سیکل قدرتی قادر نیست تمام گرما را به کار تبدیل کند و باید حتما قسمتی از گرما به محیط پس داده شود. (البته وسایلی هستند که تمام کار را به گرما تبدیل می کنند، مثلا اتو تمام انرژی الکتریکی را به گرما تبدیل می کند)

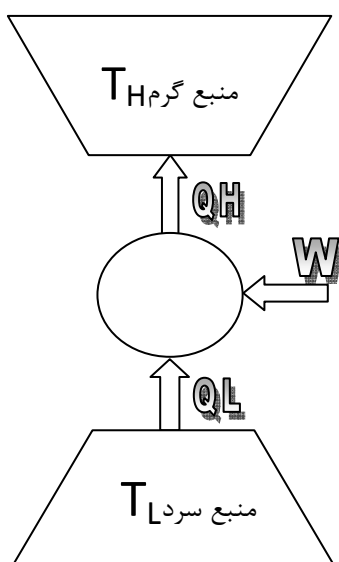
از میان تمام موتورهای گرمایی که قادر است گرما را به کار تبدیل کند، موتور گرمایی کارنو بیشترین بازده را دارد. یعنی موتور گرمایی کارنو بیشترین کار را تولید و لذا بیشترین بازده را دارد. سیکل کارنو دارای برگشت پذیری خارجی و برگشت پذیری داخلی است.

سیکل یخچال

وظیفه: خنک نگه داشتن محیط خنک  $Q_L$ ورودی مورد نیاز: قدرت الکتریکی  $W$ قانون اول  $Q_H = W + Q_L$ ضریب عملکرد<sup>۷</sup>

$$\text{ضریب عملکرد یخچال} = \frac{\text{هدف مطلوب}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{Q_L}{W}$$

مقدار ضریب عملکرد همواره از یک بیشتر است.



بهترین یخچال که قادر باشد بیشترین گرما را از محیط سرد بگیرد، یخچال کارنو است. یخچال کارنو دارای برگشت پذیری داخلی و خارجی است.

پمپ گرما:

وظیفه (هدف مطلوب): گرم نگه داشتن محیط گرم  $Q_H$ ورودی مورد نیاز: قدرت الکتریکی  $W$ قانون اول  $Q_H = W + Q_L$



$$\text{ضریب عملکرد پمپ} = \frac{\text{هدف مطلوب}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{Q_H}{W}$$

به طور خلاصه طبق جدول زیر می توان سیکل های مختلف را طبقه بندی کرد.

سیکل	بازده واقعی	حداکثر بازده سیکل (کارنو)
موتور	$\frac{W}{QH}$	$1 - \frac{T_L}{T_H}$
یخچال	$\frac{QL}{W}$	$\frac{T_L}{T_H - T_L}$
پمپ گرما	$\frac{QH}{W}$	$\frac{T_H}{T_H - T_L}$



# فصل هشتم

## سیکلهای قدرت گازی

مجلس شورای اسلامی  
دانشگاه آزاد اسلامی



در ترمودینامیک I مشاهده شد، ماشین‌های گرمایی که در سیکل برگشت‌پذیر کلی همانند سیکل کارنو کار می‌کنند، دارای بیشترین بازده گرمایی هستند. یعنی هیچ کس نمی‌تواند سیکلی موثرتر از سیکل کارنو ابداع کند. ولی در عمل به دلیل وجود محدودیت‌هایی نمیتوان از سیکل کارنو استفاده کرد.

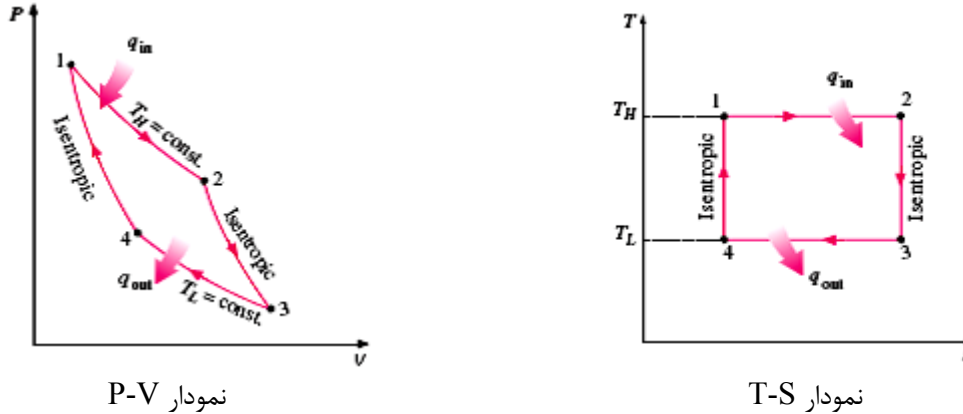
### ارزش سیکل کارنو در مهندسی

سیکل کارنو از چهار فرایند برگشت‌پذیر کلی تشکیل شده است: نمودارهای  $p-u$  و  $T-S$  سیکل کارنو در شکل ۸-۱ رسم شده‌اند. سیکل کارنو را در سیستم بسته وسیله‌ی (سیلندر-پیستونی) یا در سیستم با جریان پایا می‌توان اجرا کرد. سیکل کارنو کارآمدترین سیکلی است که بین گرماده با دمای  $T_H$  و گرماگیر با دمای  $T_L$  می‌توان اجرا کرد. ایجاد انتقال گرمای برگشت‌پذیر تک دما خیلی مشکل است، زیرا احتیاج به مبدل‌های گرمایی بسیار بزرگ دارد و زمان بسیار طولانی می‌برد (سیکل قدرت در یک موتور خودرو در کسری از ثانیه انجام می‌شود). بنابراین، عملاً نمی‌توان موتوری ساخت که در سیکل خیلی نزدیک به سیکل کارنو کار کند. ارزش واقعی سیکل کارنو این است که از آن به عنوان استاندارد برای مقایسه سیکل‌های واقعی یا ایده‌آلی می‌توان استفاده کرد. بازده گرمایی سیکل کارنو فقط تابعی از دماهای گرماده و گرماگیر است.

همانطور که در ترمودینامیک I مشاهده شد بازده سیکل کارنو به دمای منبع گرم ( $T_H$ ) و دمای منبع سرد ( $T_L$ ) وابسته است. به طوری که با افزایش دمای متوسطی که تحت آن به سیستم گرما داده می‌شود ( $T_H$ ) و یا با کاهش دمای متوسطی که تحت آن از سیستم گرما دفع می‌شود ( $T_L$ ) بازده افزایش می‌یابد. البته دماهای گرماگیر و گرماده که در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرند، محدودیت دارند.

بالاترین دما در سیکل توسط ماکزیمم دمایی که اجزای ماشین گرمایی از قبیل پیستون یا پره‌های توربین که قادر به تحمل آن هستند، محدود می‌شود.

پایین‌ترین دما توسط دمای محیط خنک‌کنی که در سیکل به کار می‌رود مانند استخر یا رودخانه یا هوای اتمسفر محدود می‌شود.



شکل ۸-۱ سیکل کارنو

مشکل بزرگ سیکل کارنو در وجود فرآیندهای ۱-۲ و ۳-۴ می‌باشد که در طی آن گرما در دمای ثابت به سیستم وارد و یا خارج می‌شود. ایجاد انتقال گرمای برگشت‌پذیر در حالیکه دما ثابت بماند مشکل است؛ زیرا احتیاج به مبدل‌های گرمایی بسیار بزرگ دارد و زمان بسیار طولانی هم برای تبادل حرارت نیاز می‌باشد.

### سیکل برایتون<sup>۱</sup>

همانطور که اشاره شد سیکل کارنو دارای بیشترین بازده است ولی بدلیل محدودیتهای عملی این سیکل امکان‌پذیر نیست. سیکل برایتون سیکل ایده‌آل موتورهای قدرت گازی است که در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرد.

سیکل برایتون ابتدا توسط جورج برایتون در سال ۱۸۷۰ برای استفاده در موتورهای نفت‌سوز رفت و برگشتی ابداع شد. امروزه از این سیکل در توربین‌های گازی استفاده می‌شود. توربین‌های گازی در سیکل باز کار می‌کنند (شکل ۸-۲). هوای تازه در شرایط محیط

<sup>1</sup>Brayton



به داخل کمپرسور مکیده می‌شود و در آنجا دما و فشار آن افزایش می‌یابد. هوا با فشار زیاد وارد محفظه احتراق می‌شود و در آنجا سوخت در فشار ثابت می‌سوزد. سپس گاز حاصل با دمای زیاد وارد توربین می‌شود، و در آنجا تا فشار اتمسفر منبسط می‌شود، و کار انجام می‌دهد. گازهای آگزوز (دود) از توربین بیرون رانده می‌شود (گردش نمی‌کند) و از این رو سیکل برایتون به عنوان سیکل باز دسته‌بندی می‌شود. سیکل باز توربینهای گازی را که در بالا تشریح شد با استفاده از فرض‌های استاندارد هوا به عنوان سیکل بسته می‌توان مدل سازی کرد. در اینجا فرایندهای تراکم و انبساط مانند قبل هستند، اما فرایند احتراق جای خود را به فرایند فشار ثابت جذب گرما از گرماده خارجی می‌دهد و فرایند فشار ثابت دفع گرما به هوای محیط جایگزین فرایند تخلیه دود می‌شود. سیکل ایده‌آلی که سیال عامل در این حلقه بسته طی می‌کند سیکل برایتون است، که از چهار فرایند برگشت پذیر داخلی زیر تشکیل شده است:

۱-۲ تراکم تک انتروپی (در کمپرسور)

۲-۳ جذب گرمادرفشار ثابت

۳-۴ انبساط تک انتروپی (در توربین)

۴-۱ دفع گرما در فشار ثابت

نمودارهای  $T-s$  و  $T-v$  سیکل ایده‌آلی برایتون در شکل ۸-۲ نشان داده شده‌اند. توجه کنید که تمام چهار فرایند سیکل برایتون در وسایل جریان پایا انجام می‌شوند. بنابراین آنها را به صورت فرایندهای جریان پایا باید تحلیل کرد.

با تغییرات ناچیز انرژیهای جنبشی و پتانسیل، موازنه‌ی انرژی برای فرایند جریان پایا را بر مبنای جرم واحد به صورت زیر می‌توان بیان کرد. بنابراین انتقال گرما به (یا از) سیال عامل عبارتند از: بنابراین بازده گرمایی سیکل ایده‌آلی برایتون با فرض‌های استاندارد

هوای سرد به صورت زیر است: فرایندهای ۱-۲ و ۳-۴ تک انتروپی هستند و  $P_1 = P_4$  و  $P_2 = P_3$

کمپرسور: فشار را افزایش می‌دهد و دما هم افزایش می‌یابد. انتروپی در این فرایند ثابت می‌ماند (فرایند ایزونتروپیک)

توربین: فشار را کاهش می‌دهد و دما هم کاهش می‌یابد. انتروپی در این فرایند ثابت می‌ماند (فرایند ایزونتروپیک)

در فرایندهای ۲-۳ (محفظه احتراق) در فشار ثابت گرمای ورودی به سیستم  $Q_H$  باعث افزایش دمای سیال عامل می‌شود.

در فرایند ۴-۱ (کنندانسور) در فشار ثابت گرمای دفع شده از سیستم  $Q_L$  باعث افزایش دمای سیال عامل می‌شود.

$$Q_L = \dot{m}C_p(T_4 - T_1) \quad \& \quad Q_H = \dot{m}C_p(T_3 - T_2) \quad \& \quad \dot{W}_C = \dot{m}C_p(T_2 - T_1) \quad \& \quad \dot{W}_T = \dot{m}C_p(T_3 - T_4)$$

$$\eta = 1 - \frac{\dot{Q}_L}{\dot{Q}_H} = 1 - \frac{\dot{m}C_p(T_4 - T_1)}{\dot{m}C_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \left( \frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}$$

از طرفی داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} \quad \& \quad \frac{T_3}{T_4} = \left( \frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{K-1}{K}} \quad K = \frac{C_p}{C_v}$$

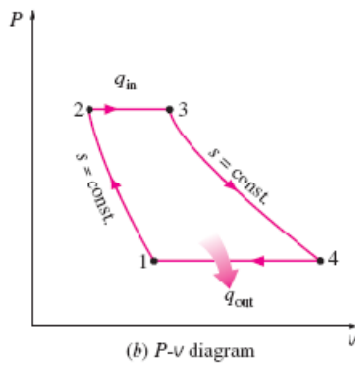
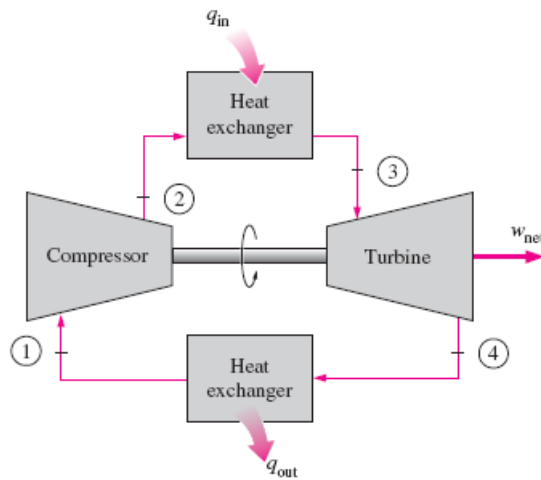
با توجه به اینکه  $P_2 = P_3$ ,  $P_1 = P_4$  لذا  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$  بنابراین بازده

$$\eta = 1 - \frac{T_1 \left( \frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

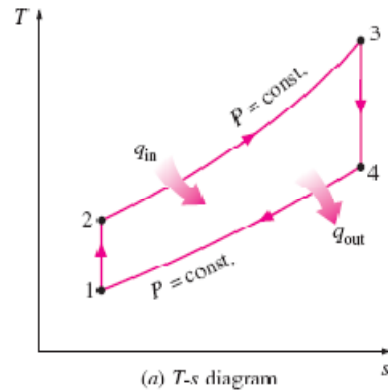
اگر نسبت فشار ایجاد شده در کمپرسور را  $r_p = \frac{P_2}{P_1}$  بنامیم آنگاه مطابق رابطه  $\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}}$  خواهیم داشت



$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - (r_p)^{\frac{1-K}{K}}$$



نمودار P-V



نمودار T-S

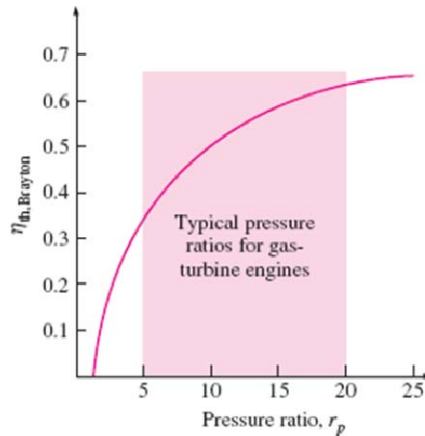
شکل ۸-۲ بلوک دیاگرام و نمودارهای P-V و T-S سیکل برایتون

همانطور که مشاهده شد بازده سیکل برایتون به نسبت فشار وابسته بود به طوری که با افزایش نسبت فشار، بازده افزایش می‌یابد.  
نکته:

اگر در سیکل کارنو به جای فرآیندهای 1-2 و 3-4 که در طی آن فرآیند ثابت می‌باشد، فرآیندهای فشار ثابت جایگزین کنیم، سیکل برایتون به دست می‌آید.

نکته:

سیکل برایتون از نظر داخلی برگشت پذیر بوده ولی از نظر خارجی برگشت پذیر نیست. لذا بازده آن از سیکل کارنو کمتر می‌باشد.



همان‌طور که اشاره شد با افزایش نسبت فشار، بازده افزایش می‌یابد. ولی با افزایش نسبت فشار، دمای خروجی از کمپرسور نیز افزایش می‌یابد و بدین ترتیب دمای نقطه ۳ (حداکثر دمای سیکل) یعنی ورودی توربین هم افزایش می‌یابد. با افزایش نسبت تراکم دمای حداکثر سیکل  $T_{max}$  افزایش می‌یابد. از نظر نقطه عمل دمای ورودی به توربین در محدوده خاصی قرار می‌گیرد (محدودیت  $T_{max}$ ) بنابراین به طور دلخواه نمی‌توان نسبت فشار را افزایش داد. برای هر توربین  $T_{MAX}$  ای وجود دارد که دمای ورودی توربین نباید بیشتر از این مقدار شود. برای هر  $T_{MAX}$  در سیکل نسبت فشار بهینه‌ای وجود دارد که در آن کار خالص خروجی  $W_{net}$  ماکزیمم بوده و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$r_p = \left[ \frac{T_{max}}{T_{min}} \right]^{\frac{K}{2(K-1)}}$$

در طرح‌های متداول نسبت فشار در توربین‌های گازی از حدود ۱۱ تا ۱۶ است. هوا در توربین‌های گازی دو عمل مهم انجام می‌دهد: اکسیژن لازم را برای محفظه سوخت فراهم می‌آورد و همچنین به عنوان خنک‌کن عمل می‌کند و دمای اجزا مختلف را در حدود مطمئن نگه می‌دارد. برای خنک‌کنندگی، هوای بیشتر از حد مورد نیاز برای تکمیل احتراق سوخت مکیده می‌شود. در توربین‌های گازی، نسبت جرمی هوا - سوخت برابر با ۵۰ یا بیشتر است. بنابراین در تحلیل سیکل اگر رفتار گازهای احتراق را مانند هوا بگیریم، خطای چندانی مرتکب نمی‌شویم. همچنین آهنگ جریان جرمی در توربین از آهنگ جریان جرمی در کمپرسور بیشتر است و اختلاف آنها با آهنگ جریان جرمی سوخت برابر است. از این رو فرض آهنگ جریان جرمی ثابت در تمام سیکل همان نتایج مربوط به توربین گازی با سیکل باز را می‌دهد. دو تا از موارد مهم کاربرد توربین‌های گازی عبارتند از: پیش‌راندن هواپیما و تولید قدرت در نیروگاهها. قدرت حاصل از توربین درست به همان اندازه‌ای است که برای به کار انداختن کمپرسور و ژنراتور کوچکی که وسایل کمکی را به کار می‌اندازد. دود خروجی با سرعت زیاد رانش لازم را برای پیش‌راندن هواپیما تامین می‌کند. از توربین‌های گازی به عنوان نیروگاههای قدرت ساکن برای تولید برق استفاده می‌شود. این توربینها به صورت واحدهای جداگانه‌ای هستند یا همراه با مولدهای قدرت بخاری در سمت دما بالا مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این نیروگاهها (نیروگاه‌های ترکیبی) دود حاصل از توربین‌های گازی به عنوان منبع گرما برای بخار آب عمل می‌کند. از توربین‌های گازی با سیکل بسته در نیروگاهها هسته‌ای نیز استفاده می‌شود. در این موارد علاوه بر هوا از گازهایی با مشخصه‌های مطلوبتر (مانند هلیوم) نیز میتوان استفاده کرد. بیشتر کشتیهای جهان غرب برای پیش‌رانی و تولید برق از توربین‌های گازی استفاده میکنند. توربین‌های گازی  $LM-2500$  جنرال الکتریک که در کشتیها به کار می‌روند فقط دارای بازده گرمایی ۳۷ درصد هستند. توربین‌های گازی جدید  $WR-21$  جنرال الکتریک مجهز به سرمایه‌ش میانی و بازبایی دارای بازده گرمایی ۴۳٪ هستند و  $6/21 MW$  ( $29040 hp$ ) قدرت دارند. بازبایی نیز دمای دود را از  $600^\circ C$  به  $350^\circ C$  کاهش داده است. هوا قبل از ورود به خنک‌کن میانی تا  $3 atm$  متراکم می‌شود. توربین گازی در مقایسه با توربین بخاری و سیستم‌های پیش‌ران دیزلی با اندازه و وزن یکسان قدرت بیشتری تولید می‌کند و دارای اطمینان پذیری بالاتر، عمر بیشتر و عملکرد ساده‌تری است. زمان راه‌اندازی موتور از ۴ ساعت که برای موتورهای مجهز به سیستم پیش‌ران بخاری است به کمتر از ۲ دقیقه برای توربین‌های گازی کاهش یافته است. بیشتر سیستم‌های پیش‌ران جدید دریایی از توربین‌های گازی همراه با موتورهای دیزل استفاده می‌کنند، زیرا مصرف سوخت توربین‌های گازی با سیکل ساده زیاد است. در سیستم‌های ترکیبی دیزل-توربین گازی، برای تولید قدرت با بازده کم و عملیات گشت‌زدن از دیزل و برای سرعت‌های زیاد از توربین گازی استفاده می‌شود. در



نیروگاه‌های مجهز به توربین گازی، نسبت کار کمپرسور به کار توربین به نام نسبت پس‌کار خیلی زیاد است. معمولاً بیشتر از نصف کار خروجی توربین برای کار انداختن کمپرسور مصرف می‌شود. اگر بازده‌های آدیاباتیک کمپرسور و توربین کم باشند وضع از این هم بدتر می‌شود. این کاملاً برخلاف نیروگاه‌های بخاری است که در آنها نسبت پس‌کار فقط چند درصد است. البته این جای تعجب ندارد زیرا در نیروگاه‌های بخاری به جای گاز، مایع متراکم می‌شود و کار در جریان برگشت پذیر پایا با حجم مخصوص سیال عامل متناسب است. نیروگاهی که نسبت پس‌کار بالایی دارد برای تامین قدرت اضافی کمپرسور احتیاج به توربین بزرگتری دارد. بنابراین برای قدرت خالص خروجی یکسان، توربین‌های نیروگاه‌های گازی بزرگتر از توربین‌های نیروگاه‌های بخاری هستند. انحراف سیکل‌های واقعی گازی از سیکل‌های ایده‌آلی سیکل گازی واقعی با سیکل ایده‌آلی برایتون در چند مورد تفاوت دارد. یکی این که مقداری افت فشار در فرایندهای جذب گرما و دفع گرما اجتناب‌ناپذیر است. مهمتر این که به علت برگشت‌ناپذیریها کار داده شده واقعی به کمپرسور بیشتر است و کار خروجی واقعی از توربین کمتر است. انحراف رفتار کمپرسور و توربین از رفتار ایده‌آلی تک‌انترویی را با استفاده از بازده توربین و کمپرسور مطابق آنچه که در مقدمه کتاب ارائه شده است، تحلیل کرد.

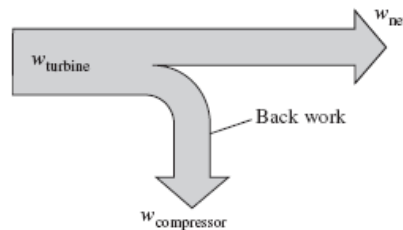
### نسبت پس‌کار

نسبت پس‌کار از رابطه روبه‌رو بدست می‌آید:

### کار کمپرسور

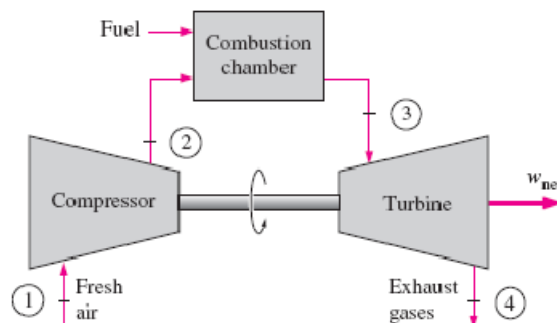
### کار توربین

معمولاً مقدار نسبت پس‌کار بیش از ۵۰٪ است، یعنی حداقل ۵۰ درصد کار مفید توربین صرف چرخش کمپرسور می‌شود. به همین دلیل بازده این سیکل‌های توربین گازی معمولاً پایین است.



### نکته:

در عمل در محفظه احتراق هوای متراکم با سوخت ترکیب شده و سپس محترق می‌شوند. بدلیل وجود احتراق گازهای خروجی از محفظه احتراق شامل دود می‌باشند. این گازهای داغ شامل دود وارد توربین شده و پس از انجام کار بر روی توربین از آن خارج و به محیط برگردانده می‌شود. لذا سیکل توربین‌های گازی باز می‌باشد.



سیکل باز برایتون

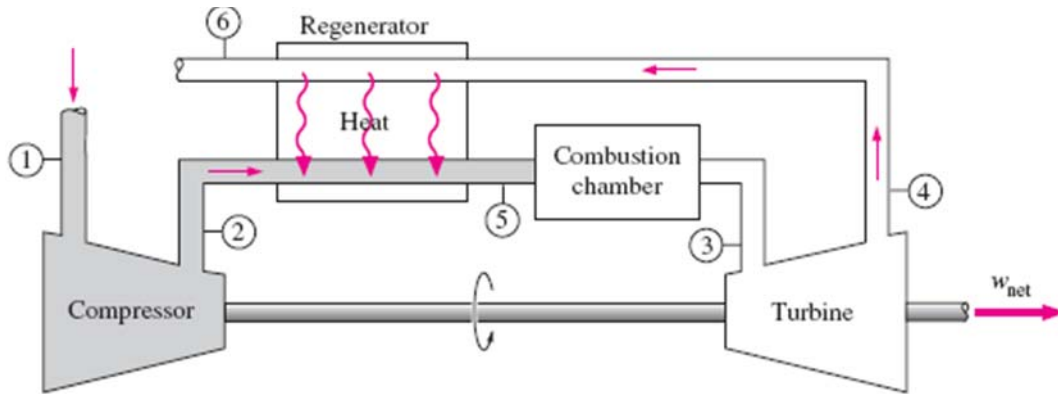




راههای افزایش بازده سیکل برایتون:

۱- سیکل برایتون همراه با بازیاب<sup>۲</sup>:

در عمل معمولاً دمای گازهای خروجی از توربین (نقطه ۴) زیاد می‌باشد. خروج این گازهای داغ به محیط باعث هدر رفتن انرژی زیادی به محیط خواهد شد. اگر بتوان از این گرما برای گرم کردن دمای گازهای ورودی به محفظه احتراق استفاده نمود بازده افزایش می‌یابد.



شکل ۸-۳: سیکل برایتون همراه با بازیاب

با استفاده از بازیاب می‌توان از گرمای گازهای داغ نقطه ۴ استفاده نمود. بهترین بازیاب، بازیابی است که تمام گرمای نقطه ۴ را به نقطه ۵ تحویل دهد. یعنی

$$T_5 = T_4$$

ولی در عمل برای انتقال گرما باید اختلاف دما بین سیال گرم و سیال سرد وجود داشته باشد لذا  $T_5 < T_4$  می‌باشد. با کمک بازیاب می‌توان  $T_5$  و  $T_4$  را به هم ارتباط داد.

$$\eta = \frac{h_5 - h_2}{h_4 - h_2} \approx \frac{T_5 - T_2}{T_4 - T_2}$$

با نصب بازیاب گرمای  $Q_H$  کاهش و لذا  $\frac{W_{net}}{Q_H}$  = بازده افزایش خواهد یافت. توجه شود که در اینحالت قدرت خروجی از سیکل  $W_{net}$  تغییری نخواهد کرد.

مثال:

نیروگاه ساکنی با سیکل برایتون را در نظر بگیرید. این سیکل دارای نسبت فشار ۸ می‌باشد. اگر دمای ورودی کمپرسور برابر ۳۰۰ کلوین و ورودی توربین ۱۳۰۰ کلوین باشد مطلوب است:

الف- دمای گاز در خروجی کمپرسور و توربین      ب- نسبت پس کار و بازده

ورودی کمپرسور ←

$$T_1 = 300K \rightarrow P_{r1} = 1.386, \quad h_1 = 300.19$$

خروجی کمپرسور ←

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}} \rightarrow 8 = \frac{P_{r2}}{1.386} \rightarrow P_{r2} = 11.09 \xrightarrow{\text{Table A.17}} \begin{cases} T_2 = 540K \\ h_2 = 544.35 \end{cases}$$

<sup>۲</sup>Regeneration



$$T_3 = 1300 K \rightarrow \begin{cases} P_{r_3} = 330.9 \\ h_3 = 1395.97 \end{cases} \leftarrow \text{ورودی توربین}$$

$$\leftarrow \text{خروجی توربین}$$

$$\frac{P_3}{P_4} = \frac{P_{r_3}}{P_{r_4}} \Rightarrow 8 = \frac{330.9}{P_{r_4}} \Rightarrow P_{r_4} = 41.36 \xrightarrow{A-17} \begin{cases} T_4 = 770 K \\ h_4 = 789.11 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$\frac{w_C}{w_T} = ?$$

$$w_C = h_2 - h_1 = 544.35 - 300.19 = 244.16$$

$$w_T = h_3 - h_4 = 1395.97 - 789.11 = 606.88$$

$$w_{net} = w_T - w_C = 362.7$$

$$q_H = h_3 - h_2 = 1395.97 - 544.35 = 851.62$$

$$\eta = \frac{w_{net}}{q_H} \Rightarrow \eta = \%42.6$$

$$\frac{w_C}{w_t} = \frac{244.16}{606.86} = 0.4 \quad \text{نسبت پس کار}$$

ب) اگر بازده کمپرسور ۸۰٪ و بازده توربین ۸۵٪ باشد، دمای خروجی کمپرسور و توربین و بازده را بیابید.

$$\eta_{\text{کمپرسور}} = \frac{w_{\text{ایده آل}}}{w_{\text{واقعی}}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \rightarrow 0.8 = \frac{544.35 - 300.19}{h_{2a} - 300.19} \rightarrow h_{2a} = 605.39 \xrightarrow{A.17} T_{2a} = 598 \text{ k}$$

در حالیکه دمای کمپرسور در حالت قبل ۵۴۰ کلوین بود.  $T_{2s} = 540 \text{ k}$

$$\eta_{\text{توربین}} = \frac{w_{\text{واقعی}}}{w_{\text{ایده آل}}} = \frac{h_3 - h_{4a}}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow 0.85 = \frac{1395.97 - h_{4a}}{1395.97 - 789.11} \rightarrow h_{4a} = 880.14 \xrightarrow{A.17} T_{4a} = 853 \text{ k}$$

در حالیکه دمای توربین در حالت قبل ۷۷۰ کلوین بود.  $T_{4s} = 770 \text{ k}$

حال مقدار کار واقعی توربین و کمپرسور را محاسبه می‌کنیم:

$$0.8 = \frac{244.16}{w_{\text{واقعی}}} \rightarrow w_{\text{واقعی کمپرسور}} = 305.2$$

$$0.85 = \frac{w_{\text{واقعی}}}{606.8} \rightarrow w_{\text{واقعی توربین}} = 515.83$$

نسبت پس کار و بازده به ترتیب عبارتند از

$$\frac{w_C}{w_T} = \frac{305.2}{515.83} = 0.6$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{w_{net}}{q_H} = \frac{515.83 - 305.2}{790.6} = \%26.6$$

ج) حال اگر دمای ورودی به کمپرسور ۳۰۰ کلوین و دمای ورودی به توربین ۱۳۰۰ کلوین و بازده کمپرسور ۸۰٪ و بازده توربین ۸۵٪ و بازده بازیاب ۸۰٪ باشد، مقدار بازده کل را حساب کنید.



$$T_1 = 300K \rightarrow P_{r1} = 1.386, h_1 = 300.19 \leftarrow \text{ورودی کمپرسور}$$

خروجی کمپرسور در حالت ایده‌آل  $\leftarrow$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}} \rightarrow 8 = \frac{P_{r2}}{1.386} \rightarrow P_{r2} = 11.09 \xrightarrow{\text{Table A.17}} \begin{cases} T_2 = 540K \\ h_2 = 544.35 \end{cases}$$

خروجی کمپرسور در حالت واقعی

$$\eta = \frac{w_{\text{آل ایده}}}{w_{\text{واقعی}}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \rightarrow 0.8 = \frac{544.35 - 300.19}{h_{2a} - 300.19} \rightarrow h_{2a} = 605.39 \rightarrow T_{2a} = 598k$$

$$T_3 = 1300K \rightarrow \begin{cases} P_{r3} = 330.9 \\ h_3 = 1395.97 \end{cases} \leftarrow \text{ورودی توربین}$$

خروجی توربین در حالت ایده‌آل  $\leftarrow$

$$\frac{P_3}{P_4} = \frac{P_{r3}}{P_{r4}} \Rightarrow 8 = \frac{330.9}{P_{r4}} \Rightarrow P_{r4} = 41.36 \xrightarrow{A-17} \begin{cases} T_4 = 770K \\ h_4 = 789.11 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

خروجی توربین در حالت واقعی

$$\eta = \frac{w_{\text{واقعی}}}{w_{\text{آل ایده}}} = \frac{h_3 - h_{4a}}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow 0.85 = \frac{1395.97 - h_{4a}}{1395.97 - 789.11} \rightarrow h_{4a} = 880.14 \rightarrow T_{4a} = 853k$$

حل برای بازیاب: با حل آن دمای ورودی به محفظه احتراق بدست می‌آید (شکل ۸-۳).

$$\eta = \frac{h_5 - h_2}{h_4 - h_2} \Rightarrow 0.8 = \frac{h_5 - 605.39}{880.14 - 605.39} \Rightarrow \begin{cases} h_5 = 825.19 \text{ kJ/kg} \\ T_5 \cong 805k \end{cases}$$

قبل دمای ورودی به محفظه احتراق 590 K بود ولی با نصب بازیاب دمای ورودی به محفظه احتراق 805 K می‌شود.

حال کار مورد نیاز کمپرسور، خروجی توربین و بازده را می‌یابیم.

$$w_C = h_2 - h_1 = 605.39 - 300.19 = 305.2$$

$$w_T = h_3 - h_4 = 1395.97 - 880.14 = 515.83$$

$$\Rightarrow w_{net} = w_T - w_C = 515.83 - 305.2 = 210.63$$

$$\frac{w_C}{w_T} = \frac{305.2}{515.83} = 0.591$$

$$q_H = h_3 - h_5 = 1395.97 - 825.19 \Rightarrow q_H = 570.78$$

$$\eta = \frac{w_{net}}{q_H} = \frac{210.63}{570.76} \Rightarrow \eta = \%36.9$$

سه حالت بررسی شده را در جدول زیر مقایسه می‌کنیم:

	ایده آل	واقعی	واقعی با بازیاب
بازده کمپرسور	٪۱۰۰	٪۸۰	٪۸۰
بازده توربین	٪۱۰۰	٪۸۵	٪۸۵
بازده بازیاب	-	-	٪۸۰
نسبت پس کار	٪۴۰	٪۶۰	٪۶۰
بازده کل	٪۴۲.۶	٪۲۶.۶	٪۳۶.۹



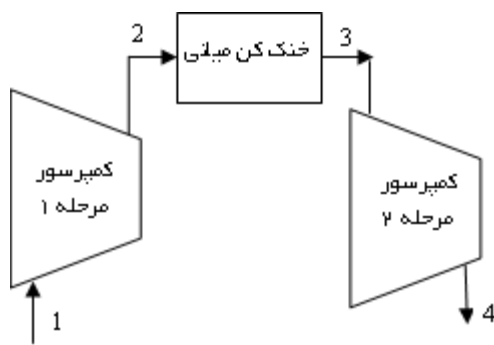
۲- سیکل برایتون با سرمایش میانی<sup>۳</sup> و بازگرمایش<sup>۴</sup>:

همانطور که اشاره شد در این سیکل‌ها کمپرسور بیش از ۵۰٪ کار خروجی توربین را مصرف می‌کند و به همین دلیل بازده این سیکل‌ها پایین می‌باشد. ولی با تکنیک‌هایی می‌توان کار مصرفی کمپرسور را کاهش و کار تولیدی توربین را افزایش داد.

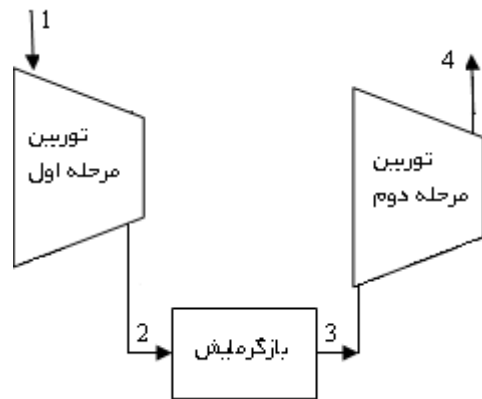
$$\frac{W_{net}}{Q_H} = \frac{W_T - W_C}{Q_H}$$

همانطور که می‌دانیم کار توربین و کار کمپرسور از رابطه  $\int \theta dp$  بدست می‌آید. طبق این رابطه، کار به حجم مخصوص وابسته است. بنابراین برای کاهش کار کمپرسور باید حجم مخصوص گاز را در طی فرآیند تراکم پایین نگه داشت. به این منظور معمولاً کمپرسورها به صورت دو یا سه مرحله‌ای ساخته می‌شوند، به طوری که بین هر مرحله گاز سرد خواهد شد.

برای افزایش کار توربین طبق رابطه  $\int \theta dp$  باید حجم مخصوص گاز طی فرآیند انبساط بالا نگه داشته شود. به این منظور توربین‌ها چند مرحله‌ای بوده و در بین مراحل سیال را گرم می‌کنند.



کمپرسور همراه با سرمایش میانی



توربین همراه با بازگرمایش

مطابق با روابط موجود در ترمودینامیک  $I$  بهترین فشاری که می‌توان سیال را برای سرمایش و یا گرمایش استخراج کرد از روابط زیر حاصل می‌شود:

$$P_2 = P_3 = \sqrt{P_1 P_4}$$

در این صورت کار کمپرسورهای مرحله اول و دوم کاهش و یا توربین‌های مرحله اول و دوم افزایش می‌یابد.

$$W_{\text{مرحله اول}} = W_{\text{مرحله دوم}}$$

وجود سرمایش میانی باعث کاهش کار کمپرسور می‌شود.  $W_C \downarrow$

وجود بازگرمایش باعث افزایش کار توربین می‌شود.  $W_T \uparrow$

در نتیجه قدرت خالص خروجی یعنی  $W_{net} = W_T - W_C \uparrow \uparrow$  افزایش می‌یابد.

$Q_H$  با به کارگیری سرمایش میانی و بازگرمایش، افزایش دو چندان خواهد داشت؛ زیرا وجود سرمایش میانی باعث کاهش دمای هوای خروجی از کمپرسور می‌شود و بنابراین باید سوخت بیشتری در محفظه احتراق سوزانده شود. علاوه بر این وجود بازگرمایش نیز باعث افزایش  $Q_H$  خواهد شد. در کل بازده با وجود بازگرمایش و سرمایش میانی کاهش خواهد یافت.

$$\eta = \frac{W_{net}}{Q_H} \downarrow$$

حال اگر بازیاب در این سیکل استفاده شود بازده افزایش می‌یابد. زیرا نصب بازیاب باعث  $Q_H \downarrow$  و وجود بازگرمایش و سرمایش میانی باعث  $W_{net} \uparrow$  و لذا بازده  $\eta \uparrow \uparrow$  افزایش می‌یابد.

$$\eta \uparrow \uparrow = \frac{W_{net} \uparrow}{Q_H \downarrow}$$

<sup>3</sup> Intercooling

<sup>4</sup> Reheating

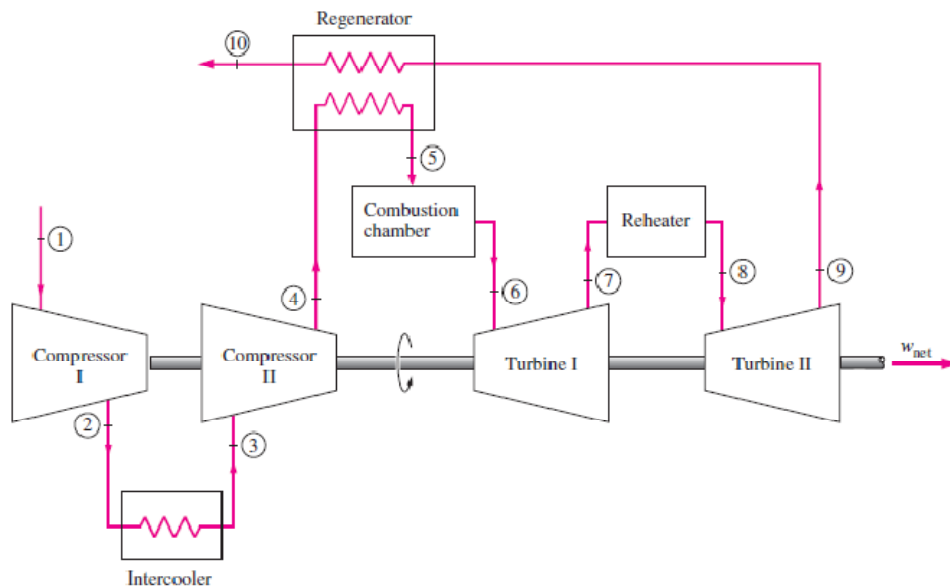


## مثال

## سیکل گازی با باز گرمایش و سرمایش میانی

سیکل گازی ایده آلی با دو مرحله تراکم و دو مرحله انبساط دارای نسبت فشار کلی ۸ است. هوا در دمای  $300\text{ K}$  وارد هریک از طبقات کمپرسور و با دمای  $1300\text{ K}$  وارد هریک از طبقات توربین می‌شود. نسبت پس کار و بازده گرمایی این سیکل گازی را بیابید. با این فرض که الف) هیچ بازیاب وجود ندارد. ب) از بازیاب ایده آل با کارایی ۱۰۰ درصد استفاده می‌شود.

حل: نمودار T-S سیکل گازی ایده‌آلی در شکل ۴-۸ نشان داده شده است. توجه می‌کنیم که سیکل دارای مرحله انبساط، دو مرحله تراکم و بازیابی است.



شکل ۴-۸ سیکل برایتون همراه با بازیاب، بازگرمایش و سرمایش میانی

نسبت فشار کلی سیکل برابر ۸ است یعنی

$$\frac{P_4}{P_1} = 8, \quad \frac{P_6}{P_9} = 8$$

تحلیل: برای تراکم و انبساط دو مرحله‌ای، وقتی هر دو طبقه کمپرسور و توربین دارای نسبت فشار یکسانند، کار داده شده به کمپرسور به حداقل و کار خروجی از توربین به حداکثر می‌رسد. از این رو،

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_4}{P_3} = \sqrt{8} = 2.83$$

$$\frac{P_6}{P_7} = \frac{P_8}{P_9} = \sqrt{8} = 2.83$$

هوا با دمای یکسان وارد هریک از طبقات کمپرسور می‌شود و هر طبقه دارای بازده آدیباتیک است (در این حالت ۱۰۰ درصد). بنابراین دما (و آنتالپی) هوا در خروجی هر مرحله تراکم یکسان است. همین بحث را برای توربین می‌توان مطرح کرد. از این رو:

$$T_1 = T_3 \quad \& \quad h_1 = h_3, \quad T_6 = T_8 \quad \& \quad h_6 = h_8$$

در خروجی‌ها:

$$T_2 = T_4 \quad \& \quad h_2 = h_4, \quad T_7 = T_9 \quad \& \quad h_7 = h_9$$

در این شرایط کار داده شده به هریک از طبقات کمپرسور یکسان است و کار خروجی از هر طبقه توربین نیز یکسان است



الف) با نبود بازیاب، نسبت پس کار و بازده گرمایی با استفاده از داده‌های جدول A-17 به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$T_1 = 300 \text{ K} \xrightarrow{A-17} h_1 = 300.19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, P_{r1} = 1.386$$

$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} P_{r1} \rightarrow P_{r2} = \sqrt{8}(1.386) = 3.92 \xrightarrow{A-17}$$

$$T_2 = 403.3 \text{ K}, h_2 = 404.31 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$T_6 = 1300 \text{ K} \xrightarrow{A-17} h_6 = 1395.97 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, P_{r6} = 330.9$$

$$P_{r7} = \frac{P_7}{P_6} P_{r6} \rightarrow P_{r7} = \frac{1}{\sqrt{8}}(330.9) = 117 \xrightarrow{A-17}$$

$$T_7 = 1006.4 \text{ K}, h_7 = 1053.33 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

بنابراین کار ورودی کمپرسور

$$w_{comp} = 2(h_2 - h_1) = 2(404.31 - 300.19) = 208.24 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

کار خروجی از توربین

$$w_{tur} = 2(h_6 - h_7) = 2(1395.97 - 1053.33) = 685.28 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

کار خالص خروجی از سیکل

$$w_{net} = w_{tur} - w_{comp} = 685.28 - 208.24 = 477.04 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

گرمای ورودی به سیکل: لازم به ذکر است چون بازیاب وجود ندارد پس عملاً نقطه ۴ همان نقطه ۵ خواهد بود.

$$q_{in} = (h_6 - h_4) + (h_8 - h_7) = (1395.97 - 404.31) + (1395.97 - 1053.33) = 1334.30 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

نسبت پس کار و بازده به ترتیب عبارتند از

$$r_{bw} = \frac{w_{comp}}{w_{tur}} = \frac{208.24}{685.28} = 0.304 \text{ or } 30.4\%$$

$$\eta = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{477.04}{1334.30} = 0.358 \text{ or } 35.8\%$$

مقایسه این نتایج با آنچه که در مثال قبل به دست آمد (تراکم و انبساط یک مرحله‌ای) نشان می‌دهد که تراکم چند مرحله‌ای با سرمایش میانی و انبساط چند مرحله‌ای با بازگرمایش باعث بهبود نسبت پس کار می‌شود (از ۴۰٪ به ۳۰٪/۴٪ کاهش می‌یابد) اما بازده گرمایی را آسیب می‌رساند (از ۴۲/۶ به ۳۵/۷ درصد کاهش می‌یابد). بنابراین سرمایش میانی و بازگرمایش در نیروگاه‌های گازی توصیه نمی‌شوند مگر اینکه همراه با بازیابی باشند.

ب) وارد کردن یک بازیاب ایده‌آل (بدون افت فشار، کارایی ۱۰۰ درصد) تأثیری بر کار کمپرسور و کار توربین ندارد. بنابراین کار خالص خروجی و نسبت پس کار در سیکل گازی بستگی به وجود بازیاب ندارد ولی بازیاب با پیش گرمایش هوای خروجی از



کمپرسور با استفاده از گازهای داغ خروجی از توربین، گرمای ورودی مورد نیاز را کاهش می‌دهد. در بازیاب ایده‌آلی، هوای فشرده قبل از ورود به محفظه احتراق تا دمای خروجی از توربین ( $T_9$ ) گرم می‌شود. از طرفی قبلاً گفته شد  $T_7=T_9$  از طرفی با نصب بازیاب ایده‌آل  $T_5=T_9$  بنابراین خواهیم داشت  $T_5=T_7=T_9$  با توجه به فرضهای استاندارد هوا،  $h_5=h_7=h_9$  برابر خواهد بود.

گرمای داده شده و بازده گرمایی در این حالت عبارتند از:

$$q = q_{\text{احتراقی}} + q_{\text{باز گرمایش}} = (h_6 - h_5) + (h_8 - h_7)$$

$$= (1395.97 - 1053.33) + (1395.97 - 1053.33) = 685.28 \frac{kJ}{kg}$$

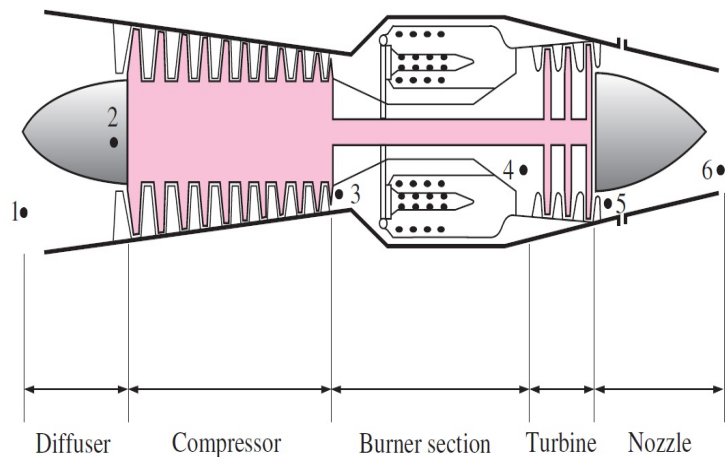
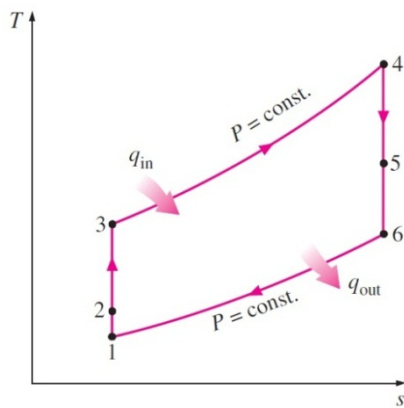
$$\eta = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{477.04}{685.28} = 0.696 \text{ or } 69.6\%$$

یعنی بازده گرمایی در نتیجه بازیابی، در مقایسه با حالت بدون بازیابی دو برابر می‌شود. تأثیر کلی تراکم و انبساط دو مرحله‌ای با سرمایه‌های میانی، بازگرمایش و بازیابی بر بازده گرمایی این است که آن را به ۶۳ درصد می‌رساند.

	ایده آل	ایده آل همراه با تراکم و انبساط چندمرحله‌ای	ایده آل همراه با تراکم و انبساط چندمرحله‌ای به همراه بازیاب
بازده بازیاب	-	-	٪۱۰۰
کار خالص	۳۶۲	۴۷۷	۴۷۷
گرمای ورودی	۸۵۲	۱۳۳۴	۶۸۵
نسبت پس کار	٪۴۰	٪۳۰.۴	٪۳۰.۴
بازده کل	٪۴۲.۶	٪۳۵.۷	٪۶۳

### سیکل‌های ایده‌آلی پیشرانی جتی<sup>۵</sup>

در موتور هواپیماها از توربین‌های گازی خیلی استفاده می‌شود زیرا سبک و فشرده‌اند و نسبت قدرت به وزن در آنها زیاد است. توربین‌های گازی هواپیماها دریک سیکل باز به نام سیکل پیشرانی جتی کار می‌کنند. سیکل پیشرانی ایده‌آلی جتی با سیکل ساده ایده‌آلی برایتون از این نظر تفاوت می‌کند که گازها در سیکل پیشرانی جتی تا فشار محیط در توربین منبسط نمی‌شوند بلکه تا فشاری منبسط می‌شوند که قدرت تولیدشده توسط توربین درست به همان اندازه ای است که برای کارانداختن کمپرسور و سایر وسایل کمکی از قبیل یک مولد کوچک و پمپ‌های هیدرولیکی مورد نیاز است. یعنی کار خالص خروجی از سیکل پیشرانی جتی صفر است. گازهایی که با فشار نسبتاً زیاد از توربین خارج می‌شوند در نازل شتاب می‌گیرند و رانش لازم برای پیشراندن هواپیما را تامین می‌کنند (شکل ۸-۵).



شکل ۸-۵ سیکل ایده آل موتور جت

همچنین توربینهای گازی هواپیما در نسبتهای فشار زیاد (معمولاً بین ۱۰ و ۲۵) کار می‌کنند و سیال ابتدا از پخش کن عبور می‌کند و در آنجا قبل از ورود به کمپرسور سرعتش کم می‌شود و فشارش افزایش می‌یابد. هواپیما با شتابگیری سیال در جهت مخالف حرکت هواپیما پیشرانده می‌شود. این کار یا توسط جرم بزرگی از سیال که شتاب کم دارد انجام می‌شود (موتور ملخ دار)<sup>۶</sup> یا توسط جرم کوچکی از سیال که شتاب زیادی دارد (موتور جت<sup>۷</sup> یا موتور توربوجت<sup>۸</sup>) یا توسط هر دو روش انجام می‌شود (موتور توربوپراپ<sup>۹</sup>). طرحواره موتور توربوجت و نمودار  $T-S$  سیکل ایده آلی توربوجت در شکل ۸-۴ نشان داده شده اند. با کاهش یافتن سرعت هوا در پخش کن فشار آن کمی افزایش می‌یابد. هوا در کمپرسور متراکم می‌شود و در محفظه احتراق با سوخت مخلوط می‌شود. مخلوط در محفظه احتراق با فشار ثابت می‌سوزد. گاز های احتراق با فشار و دمای زیاد تا اندازه ای در توربین منبسط می‌شوند و قدرت کافی برای کار انداختن کمپرسور و سایر وسایل کمکی را تولید می‌کنند. سرانجام گازها در نازل تا فشار محیط منبسط می‌شوند و با سرعت زیاد از هواپیما خارج می‌شوند. در حالت ایده آل کار توربین با کار کمپرسور برابر است. همچنین فرایندها در پخش کن، کمپرسور، توربین و نازل تک انتروپی فرض می‌شوند. ولی در تحلیل سیکل های واقعی، برگشت ناپذیری های مربوط به این وسایل را باید در نظر گرفت. برگشت ناپذیری ها باعث می‌شوند رانش موتور توربوجت کاهش یابد. رانش ایجاد شده در موتور توربوجت نیروی نامتوازنی است که توسط اختلاف بین تکانه‌ی هوایی که با سرعت کم وارد موتور می‌شود و تکانه دودی که با سرعت زیاد از موتور خارج می‌شود به وجود می‌آید و آن را از قانون دوم نیوتون می‌توان تعیین کرد. فشار در ورودی و فشار در خروجی موتور توربوجت برابرند (برابر با فشار محیط) از این رو رانش خالص موتور عبارت است از:

$$F = (\dot{m}V)_{exit} - (\dot{m}V)_{inlet} = \dot{m}(V_{exit} - V_{inlet})$$

که در آن  $V$  سرعت خروجی دود و  $V_{ورودی}$  سرعت ورودی هوا نسبت به هواپیما است. بنابراین برای هواپیمایی که در هوای ساکن حرکت می‌کند  $V_{ورودی}$  سرعت هواپیماست. در واقع آهنگهای جریان جرمی گازها در خروجی و ورودی موتور با هم متفاوتند و اختلاف آنها با آهنگ احتراق سوخت برابر است. اما نسبت هوا-سوخت در موتورها با پیشرانی جتی معمولاً خیلی زیاد و اختلاف فوق الذکر خیلی کوچک است. از این رو  $\dot{m}$  در معادله‌ی بالا را به عنوان آهنگ جریان جرمی هوا در موتور می‌گیرند. برای هواپیمایی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند از رانش برای غلبه بردارگ هوا استفاده می‌شود و نیروی خالص موثر بر بدنه هواپیما صفر است. هواپیماهای تجارتي با پرواز در ارتفاعات زیاد در مسافتهای طولانی در سوخت صرفه جویی می‌کنند. زیرا هوا در ارتفاعات بالا رقیق است و نیروی دراگ کمتری را بر هواپیما وارد می‌کند. قدرت تولیدی حاصل از رانش موتور را قدرت پیشران<sup>۱۰</sup>

<sup>6</sup> Propeller-driven engine

<sup>7</sup> Jet

<sup>8</sup> TurboJet

<sup>9</sup> Turboprop

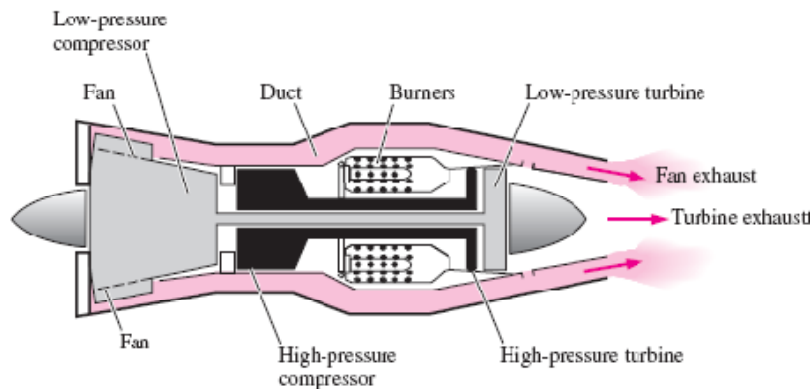
<sup>10</sup> Propulsive power



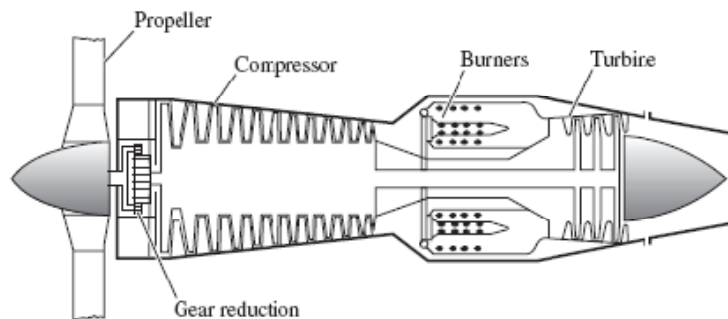


$\dot{W}_p$  می‌گویند که عبارت است از نیروی پیشرانی (رانش) ضرب در فاصله ای که این نیرو در زمان واحد بر هواپیما اثر می‌کند یعنی برابر است با رانش ضرب در سرعت هواپیما. کارخالص تولید شده توسط موتور توربوجت صفر است. از این رو نمی‌توانیم بازده موتور توربوجت را به صورت بازده توربینهای گازی ساکن تعریف کنیم. بلکه باید از تعریف کلی بازده استفاده کنیم. یعنی نسبت خروجی مطلوب به ورودی مورد نیاز. خروجی مطلوب در موتور توربوجت قدرت تولیدی  $\dot{W}_p$  برای پیشراندن هواپیماست و ورودی مورد نیاز انرژی گرمایی سوخت رهاشده در فرایند احتراق  $\dot{Q}_{in}$  است. نسبت این دو کمیت را بازده پیشرانی<sup>۱۱</sup> می‌گویند. بازده پیشرانی معیاری برای نحوه‌ی تبدیل انرژی رهاشده در فرایند احتراق به انرژی پیشرانی است. قسمت باقیمانده انرژی رهاشده به صورت انرژی جنبشی دود نسبت به نقطه ثابتی روی زمین و به صورت افزایشی انتالپی هوای خروجی از توربین ظاهر می‌شود.

$$\eta_p = \frac{\text{توان پیشرانی}}{\text{حرارت ورودی}} = \frac{\dot{W}_p}{\dot{Q}_{in}}$$



موتور توربوفن

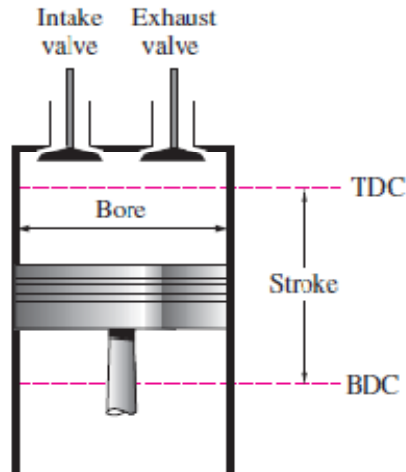


موتور توربوپراپ

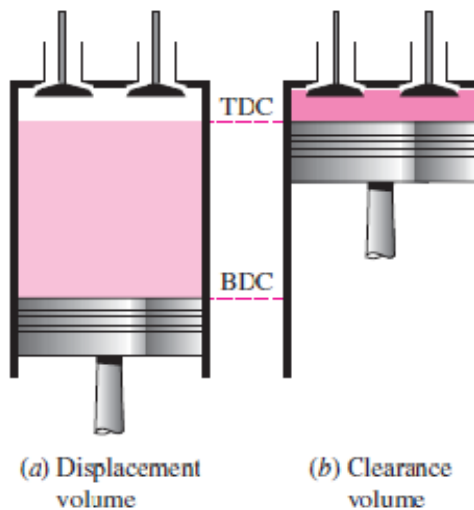
### سیکل موتورهای چهار زمانه

#### موتورهای رفت و برگشتی

موتور رفت و برگشتی، برخلاف سادگی اش (که اساساً یک وسیله سیلندر-پيستونی است) یکی از اختراعات نادری است که تنوع زیاد و گسترده کاربردی وسیعی دارد، و نیروی محرکه بسیاری از اتومبیل‌ها، کامیونها، هواپیماهای سبک، کشتی‌ها و مولدهای برق و بسیاری از وسایل دیگر. اجزا اصلی موتور رفت و برگشتی در شکل نشان داده شده‌است.



پیستون بین دو وضعیت ثابت به نام مرکز مرگ بالا<sup>۱۲</sup> - مکان پیستون متناظر با کمترین حجم در سیلندر - و مرکز مرگ پایین<sup>۱۳</sup> - مکان پیستون متناظر با کمترین حجم در سیلندر - رفت و برگشت می کند. فاصله بین  $TDC$  و  $BDC$  بیشترین فاصله ای است که پیستون در یک حرکت می پیماید، و به آن کورس موتور<sup>۱۴</sup> می گویند. هوا یا مخلوط هوا-سوخت از طریق سوپاپ سوخت به داخل سیلندر مکیده می شود و گازهای احتراق از طریق سوپاپ دود از سیلندر خارج می شوند. حجم مینیمم در سیلندر وقتی برقرار می شود که پیستون در  $TDC$  است و آن را حجم خلاصی<sup>۱۵</sup> می گویند.



حجم جابه جاشده توسط پیستون را وقتی پیستون بین  $TDC$  و  $BDC$  حرکت می کند، حجم جابه جایی<sup>۱۶</sup> می گویند. نسبت حجم ماکزیمم در سیلندر به حجم مینیمم (حجم خلاصی) را نسبت تراکم موتور<sup>۱۷</sup> می گویند.

$$r = \frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{v_{BDC}}{v_{TDC}}$$

توجه کنید که نسبت تراکم یک نسبت حجمی است و نباید آن را با نسبت فشار  $r_p = \frac{P_2}{P_1}$  اشتباه کرد.

واژه دیگری که در ارتباط با موتورهای رفت و برگشتی اغلب از آن استفاده می شود فشار میانگین موثر<sup>۱۸</sup> است.  $MEP$  یک فشار خیالی است که اگر در تمام کورس قدرت بر پیستون اثر کند کار خالص تولیدشده ی ناشی از آن برابر است با کاری که در یک سیکل واقعی ایجاد می شود. از فشار میانگین موثر به عنوان پارامتری برای مقایسه عملکرد موتورهای رفت و برگشتی با اندازه ی یکسان استفاده می شود. موتور با  $MEP$

<sup>12</sup> Top Dead Centet (TDC)

<sup>13</sup> Below Dead Center (BDC)

<sup>14</sup> Stroke

<sup>15</sup> Clearance Volume

<sup>16</sup> Displacement Volume

<sup>17</sup> Compression Ratio

<sup>18</sup> Mean Effective Pressure (MEP)

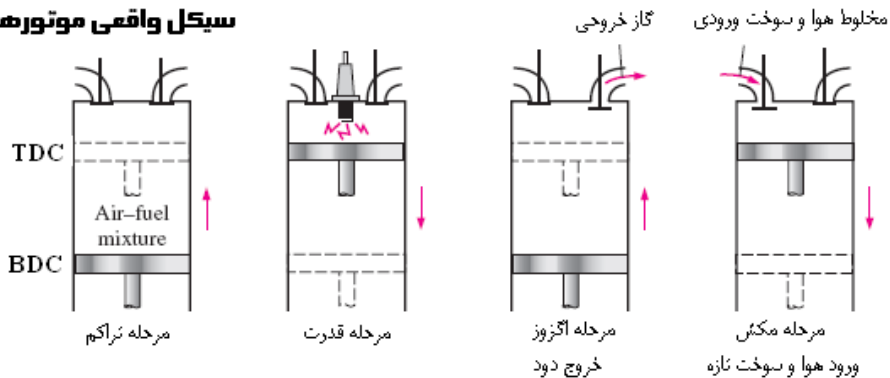


بالاتر کار خالص بیشتری را در هر سیکل می‌دهد. بنابراین بهتر کار می‌کند. موتورهای رفت و برگشتی بر حسب نحوه‌ی فرایند احتراق در سیلندر تحت عنوان موتورهای اشتعال-جرقه‌ای<sup>۱۹</sup> و موتورهای اشتعال-تراکمی<sup>۲۰</sup> دسته‌بندی می‌شوند. در موتورهای SI احتراق مخلوط هوا-سوخت توسط شمع جرقه‌زن<sup>۲۱</sup> شروع می‌شود. در موتورهای CI اشتعال مخلوط هوا-سوخت بر اثر تراکم مخلوط تا دمای بالاتر از دمای خود-اشتعال روی می‌دهد. در دو قسمت بعد درباره‌ی سیکل اتو و سیکل دیزل، که به ترتیب سیکل‌های ایده‌الی برای موتورهای رفت و برگشتی SI و CI هستند، بحث می‌کنیم

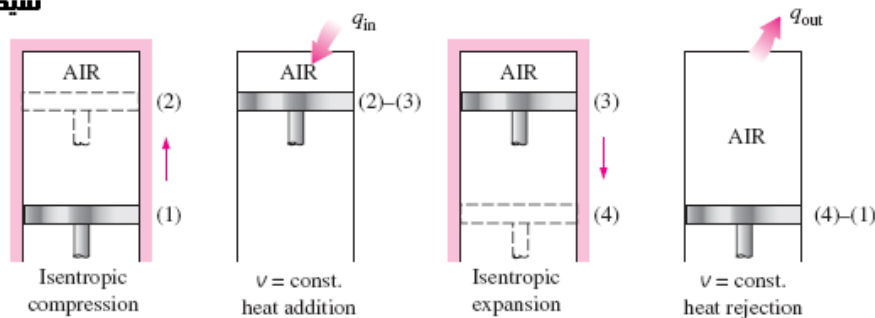
### سیکل اتو<sup>۲۲</sup> سیکل ایده‌الی برای موتورهای اشتعال-جرقه‌ای

سیکل اتو یک سیکل ایده‌الی برای موتورهای رفت و برگشتی اشتعال جرقه‌ای است و به نام نیکولاس الف. اتو نامیده می‌شود. اتو در سال ۱۸۷۶ در آلمان با استفاده از سیکلی که بودرشاس فرانسوی در سال ۱۸۶۲ پیشنهاد کرده بود، موتور چهار زمانه‌ای را با موفقیت ساخت. در بیشتر موتورهای اشتعال-جرقه‌ای، پیستون چهار کورس کامل در دو سیکل مکانیکی را در سیلندر انجام می‌دهد. میل لنگ در هر سیکل ترمودینامیکی دو دور کامل می‌زند. این موتورها را موتورهای احتراق داخلی چهارزمانه<sup>۲۳</sup> می‌گویند. طرحواره هر کورس و همچنین نمودار  $P-U$  برای هر موتور واقعی اشتعال-جرقه‌ای چهار زمانه در شکل ۶-۸ نشان داده شده است در ابتدا سوپاپ‌های سوخت<sup>۲۴</sup> و دود<sup>۲۵</sup> هر دو بسته‌اند و پیستون در پایین‌ترین مکان خود ( $BDC$ ) قرار دارد. در کورس تراکم<sup>۲۶</sup> پیستون به طرف بالا حرکت کرده و مخلوط هوا-سوخت را متراکم می‌کند. کمی قبل از این که پیستون به بالاترین مکان خود ( $TDC$ ) برسد، شمع جرقه می‌زند و مخلوط مشتعل می‌شود و فشار و دمای سیستم

#### سیکل واقعی موتورهای بنزینی



#### سیکل ایده‌آل اتو



شکل ۶-۸

افزایش می‌یابد. گاز با فشار زیاد پیستون را به طرف پایین می‌راند و پیستون نیز میل لنگ را می‌چرخاند و در کورس انبساط<sup>۲۷</sup> (کورس قدرت) کار مفید ایجاد می‌کند. در انتهای این کورس پیستون در پایین‌ترین مکان خود (تکمیل سیکل مکانیکی اول) قرار دارد و سیلندر پر از گازهای احتراق است. اکنون پیستون بار دیگر به طرف بالا حرکت می‌کند، دود را از طریق سوپاپ دود بیرون می‌راند، کورس تخلیه<sup>۲۸</sup>، و برای بار دوم به

<sup>19</sup> Spark-ignition (SI)

<sup>20</sup> Compression-ignition (CI)

<sup>21</sup> Spark Plug

<sup>22</sup> Otto Cycle

<sup>23</sup> Four Stroke

<sup>24</sup> Intake Valve

<sup>25</sup> Exhaust Valve

<sup>26</sup> Compression Stroke

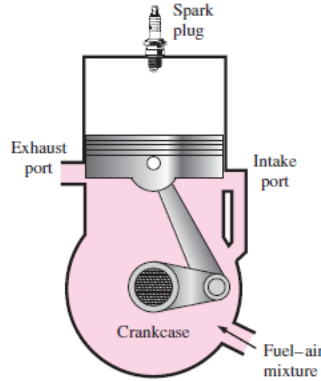
<sup>27</sup> Power Stroke

<sup>28</sup> Exhaust Stroke



طرف پایین حرکت می کند و مخلوط تازه هوا-سوخت را از طریق سوپاپ سوخت می مکد (کورس مکش<sup>۲۹</sup>) توجه کنید که فشار داخل سیلندر در کورس مکش کمی پایین تر از آن است.

در موتورهای دوزمانه<sup>۳۰</sup> تمام چهار عمل تشریح شده در بالا فقط در دو کورس انجام می شوند. کورس قدرت و کورس تراکم. در این موتورها محفظه لنگ آب بندی شده است و از حرکت رو به پایین پیستون برای تراکم مخلوط هوا-سوخت در محفظه لنگ استفاده می شود



همچنین به جای سوپاپ های سوخت و تخلیه دریچه هایی در پایین دیواره سیلندر قرار گرفته اند. در کورس قدرت پیستون ابتدا از جلوی دریچه دود کنار می رود و می گذارد که کمی دود خارج شود و سپس از جلوی دریچه سوخت کنار می رود و می گذارد مخلوط هوا-سوخت وارد شود و بیشتر دود باقیمانده به خارج از سیلندر رانده می شود. مخلوط هوا-سوخت با حرکت رو به بالای پیستون در کورس تراکم متراکم شده و سپس توسط شمع جرقه زن مشتعل می شود. بازده موتور دوزمانه معمولاً کمتر از بازده موتور چهارزمانه است و این ناشی از خروج غیرکامل دود و خروج کمی از مخلوط هوا-سوخت همراه با دود است. ولی این موتورها نسبتاً ساده و ارزان اند و نسبت قدرت به وزن و نسبت قدرت به حجم در آنها زیاد است و از این رو در کاربردهایی که اندازه کوچک و وزن کم می خواهیم مانند موتورسیکلتها، اره های زنجیری، و ماشینهای چمن زن مناسب اند. برای وزن و جابه جایی معینی موتور دوزمانه با طرح مناسب در مقایسه با نوع چهارزمانه قدرت خیلی بیشتری می تواند تولید کند زیرا موتورهای دوزمانه در هر چرخش موتور (نه به طور یک در میان) تولید قدرت می کنند.

با استفاده از فرض های استاندارد هوا تحلیل سیکل اتو بسیار ساده می شود. این سیکل

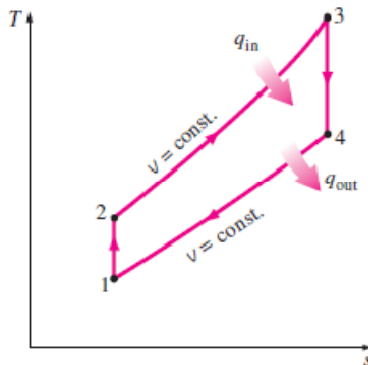
از چهار فرایند برگشت پذیر داخلی زیر تشکیل شده است.

۱-۲ تراکم تک انتروپی

۲-۳ جذب گرمادر حجم ثابت

۳-۴ انبساط تک انتروپی

۴-۱ دفع گرمادر حجم ثابت



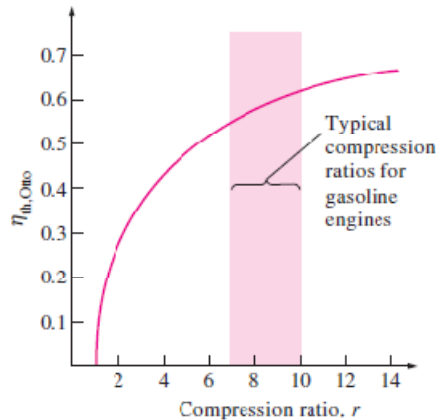
سیکل اتو در سیستم بسته انجام می شود و با صرف نظر از تغییرات انرژیهای جنبشی و پتانسیل قانون اول برای هر یک از فرایندها بر مبنای جرم واحد در دو فرایند انتقال گرما هیچ کاری انجام نمی شود زیرا هر دو در حجم ثابت روی میدهند. بازده گرمایی سیکل ایده الی اتو بستگی دارد به نسبت تراکم موتور و نسبت گرماهای ویژه سیال عامل.

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \quad r = \frac{v_1}{v_2}$$

با افزایش نسبت تراکم بازده افزایش می یابد. این موضوع برای موتورهای احتراق داخلی واقعی اشتعال جرقه ای نیز صحت دارد

<sup>29</sup> Intake Stroke

<sup>30</sup> Two-Stroke



برای یک نسبت تراکم معین بازده گرمایی موتور واقعی اشتعال جرقه‌ای کمتر از بازده گرمایی سیکل اتوی است و این ناشی از برگشت‌ناپذیریها مانند اصطکاک و سایر عواملی چون احتراق ناقص است. از شکل بالا می‌بینیم که منحنی بازده گرمایی در نسبت‌های تراکم پایین نسبتاً شیب دار است اما وقتی نسبت تراکم تقریباً به ۸ می‌رسد این منحنی صاف می‌شود. بنابراین افزایش بازده گرمایی بر حسب نسبت تراکم زیاد چندان مشخص نیست. همچنین در نسبت‌های تراکم زیاد دمای مخلوط هوا-سوخت در فرایند تراکم از دمای خود-اشتعال سوخت، دمایی که سوخت در آن بدون کمک شمع مشتعل می‌شود، بیشتر می‌شود و باعث می‌شود سوخت در نقطه یا نقاطی قبل از اینکه شعله به آن برسد مشتعل شود و به سرعت بسوزد و تمام گاز تقریباً به طور آبی مشتعل شود. این اشتعال زودرس سوخت به نام خود اشتعال ایجاد سرو صدایی می‌کند که به آن کوبش موتور<sup>۳۱</sup> می‌گویند. خوداشتعال در موتورهای اشتعال جرقه‌ای را نمی‌توان نادیده گرفت زیرا عملکرد را پایین می‌آورد و می‌تواند به موتور صدمه بزند. با جلوگیری از خوداشتعالی می‌توان حد بالایی را برای نسبت‌های تراکم در موتورهای احتراق داخلی اشتعال جرقه‌ای در نظر گرفت. افزایش بازده گرمایی موتورهای بنزینی با استفاده از نسبت‌های تراکم بالاتر تا حدود ۱۲ بدون مشکل خود اشتعال با استفاده از ترکیب‌های بنزینی با مشخصه‌های ضدکوبش مانند مخلوط بنزین با تترااتیل سرب امکان پذیر شده است.

تترااتیل سرب در دهه ۱۹۲۰ به بنزین اضافه شد. زیرا ارزانه‌ترین روش برای افزایش عدد اکتان<sup>۳۲</sup>، معیار عدم گرایش سوخت برای کوبش، است. البته بنزین سرب دار اثر بسیار نامطلوب جانبی دارد. فرآورده‌ها حاصل از احتراق این نوع بنزین برای سلامتی خطرناکند و محیط زیست را آلوده می‌کنند. در تلاشی برای مبارزه با آلودگی حکومت ایالات متحده سیاست سرب زدائی از بنزین را در اواسط دهه ۱۹۷۰ اتخاذ کرده است. در این رابطه تصفیه‌کنندگان روشهای پیش رفته‌ای برای بهبود مشخصه‌های ضدکوبش بنزین ابداع کرده‌اند.

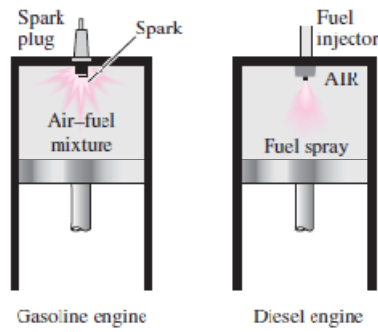
بیشتر اتومبیل‌هایی که از سال ۱۹۷۵ تا به حال طراحی شده‌اند از بنزین بدون سرب استفاده می‌کنند و نسبت‌های تراکم در آنها پایین است تا از کوبش موتور جلوگیری شود. بر اثر کاهش نسبت‌های تراکم بازده گرمایی موتورهای اتومبیل تا اندازه‌ای کاهش یافته است. اما به علت پیشرفت در زمینه‌های دیگر، کاهش وزن کلی اتومبیل طرح ائرودینامیکی و غیره، اتومبیل‌های امروزی اقتصاد سوخت بهتری دارند و برای مصرف هر گالن سوخت، مسافت بیشتری طی می‌کنند. این نمونه‌ای است از این که مهندسان چگونه بین پارامترهای مختلف سازش می‌دهند و بازده فقط یکی از پارامترهای طراحی است. بازده گرمایی موتورهای واقعی اشتعال جرقه‌ای بین ۲۵ تا ۳۰ درصد است.

### سیکل دیزل: سیکل ایده‌الی برای موتورهای اشتعال-تراکمی

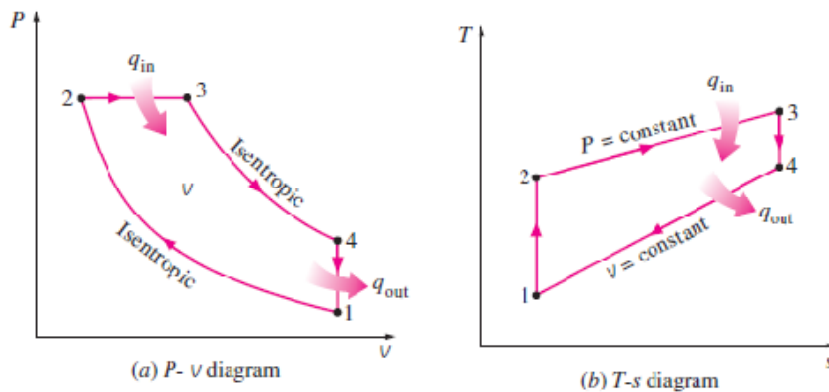
سیکل ایده‌الی برای موتورهای رفت و برگشتی CI سیکل دیزل است. موتور CI ابتدا توسط رودلف دیزل در دهه ۱۹۸۰ مطرح شد. خیلی شبیه موتور SI که در قسمت قبل تشریح شد و تفاوت اصلی آنها در نحوه‌ی آغاز احتراق است. در موتورهای اشتعال جرقه‌ای (که به آنها موتورهای بنزینی نیز می‌گویند) مخلوط هوا-سوخت تا دمایی که کمتر از دمای خوداشتعال سوخت است متراکم شده و فرایند احتراق با جرقه‌زنی شمع شروع می‌شود. در موتورهای CI (که به آنها موتورهای دیزل نیز می‌گویند) هوا تا دمایی که بالاتر از دمای خوداشتعال سوخت است متراکم شده و با تزریق سوخت به داخل این هوای داغ اشتعال آغاز می‌شود. بنابراین در موتورهای دیزل به جای شمع جرقه‌زن و کاربوراتور، از سوخت‌پاش استفاده می‌شود.

<sup>31</sup> Engine knock

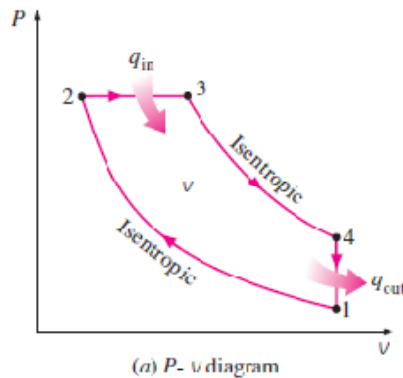
<sup>32</sup> octane



در موتورهای بنزینی مخلوط هوا-سوخت در کورس تراکم متراکم می‌شود و با توجه به مسئله خوداشتعال یا کوبش موتور، نسبتهای تراکم مقدار محدودی دارند. در موتورهای دیزل، در کورس تراکم فقط هوا متراکم می‌شود و مشکل خوداشتعال وجود ندارد. بنابراین موتورهای دیزل را برای نسبتهای تراکم خیلی بالاتر معمولاً بین ۱۲ و ۲۴ می‌توان طراحی کرد. موتورهای دیزل دارای این امتیاز نیز هستند که فاقد شرایط سخت مربوط به بنزین می‌باشند و از سوختهای با تصفیه کمتر و ارزانتر در آنها می‌توان استفاده کرد. فرایند سوخت‌پاشی در موتورهای دیزل با نزدیک شدن پیستون به  $TDC$  شروع می‌شود و تا قسمت اول کورس قدرت ادامه می‌یابد. بنابراین فرایند تراکم در این موتورها در مدت طولانیتری روی می‌دهد و در نتیجه فرایند تراکم در سیکل ایده‌الی دیزل به صورت فرایند جذب گرما در فشار ثابت تقریب زده می‌شود. در حقیقت این تنها فرایندی است که در طی آن سیکل‌های اتو و دیزل تفاوت دارد. سه فرایند دیگر در هر دو سیکل ایده‌الی یکسانند. یعنی، فرایند ۱-۲ تراکم تک‌انتروپی است ۳-۴ انبساط تک‌انتروپی است و ۴-۱ دفع گرما در حجم ثابت است.



باتوجه به این که سیکل دیزل در وسیله سیلندر- پیستونی که یک سیستم بسته است انجام می‌شود، مقدار گرمای داده شده به سیال عامل در فشار ثابت و گرمای دفع شده از آن را در حجم ثابت می‌توان بیان کرد. کمیت جدیدی به نام نسبت انقطاع<sup>۳۳</sup>  $r_c$  را که نسبت حجم سیلندر قبل از فرایند احتراق به حجم سیلندر پس از فرایند احتراق است، تعریف می‌کنیم.



با استفاده از این تعریف و رابطه های تک انتروپی گاز ایده ال برای فرایندهای ۱-۲ و ۳-۴ رابطه بازده گرمایی به شکل زیر می‌آید که در آن  $r$  نسبت تراکم است

<sup>33</sup> Cutoff Ratio



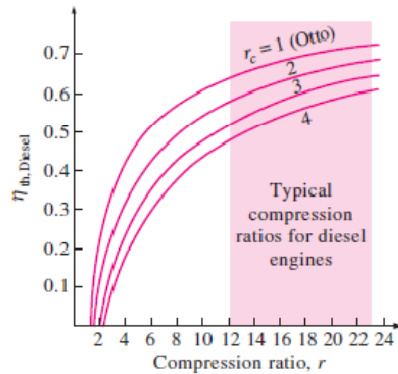
$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \left[ \frac{r_c^k - 1}{k(r_c - 1)} \right]$$

$$r_c = \frac{v_3}{v_2}$$

می‌توان دید که تحت فرض‌های استاندارد هوای سرد، بازده سیکل دیزل و بازده سیکل اتواز نظر کمیت داخل کروشه باهم تفاوت دارند. این کمیت همیشه بزرگتر از ۱ است. بنابراین وقتی سیکل‌های اتو و دیزل در نسبتهای تراکم یکسان کار می‌کنند، بازده اتو بیشتر می‌باشد

$$\eta_{\text{دیزل}} > \eta_{\text{اتو}}$$

همچنین با کاهش نسبت انقطاع، بازده سیکل دیزل افزایش می‌یابد.



در حالت‌های حدی  $r_c=1$  کمیت داخل کروشه برابر با واحد می‌شود و بازده سیکلهای اتو و دیزل یکسان می‌شوند. توجه کنید که موتورهای دیزل در نسبتهای تراکم خیلی بیشتر کار می‌کنند و از این رو معمولاً از موتورهای اشتعال جرقه‌ای (بنزینی) کارآمدترند. موتورهای دیزل سوخت را نیز کاملتر می‌سوزانند زیرا در مقایسه با موتورهای اشتعال جرقه‌ای، معمولاً با دور کمتری کار می‌کنند. بازده گرمایی موتورهای دیزل از ۳۵ تا ۴۰ درصد است. بازده بیشتر و هزینه‌های سوخت کمتر در موتورهای دیزل از عواملی است که در کاربردهای با قدرت نسبتاً زیاد مانند موتورهای لوکوموتیو، مولدهای قدرت اضطراری، کشتیهای بزرگ و کامیونهای سنگین، از موتورهای دیزل استفاده می‌شود.

## فصل نهم

# سیکل‌های قدرت بنفاری و ترکیبی

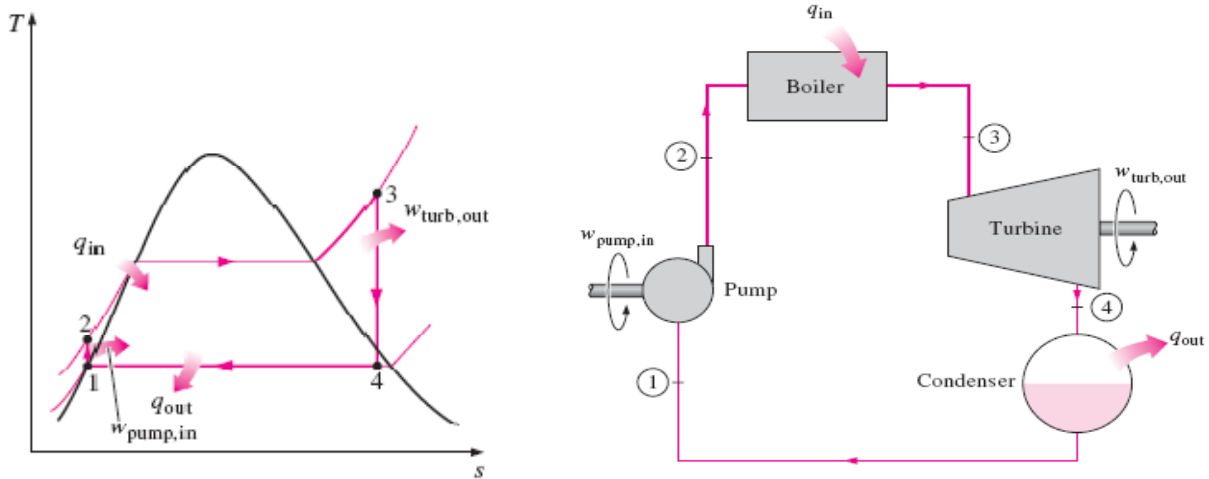
دانشگاه آزاد اسلامی





نوع دیگری از سیکل های قدرت سیکل های بخاری است. سیال عامل در بخشی از سیکل قدرت بخاری در حالت مایع و در بخشی از سیکل در حالت بخار قرار دارد. در سیکل های قدرت گازی سیال عامل در تمام سیکل در فاز گازی شکل باقی می ماند. سیکل ایده آل در این نوع از سیکل ها، سیکل رانکین می باشد. این سیکل در حالت پایه شامل چهار جزء می باشد

- ۱- پمپ<sup>۱</sup> که در آن فشار سیال افزایش می یابد. فرایند ثابت  $S =$
- ۲- بویلر<sup>۲</sup> که در آن دمای سیال افزایش می یابد. فرایند ثابت  $P =$
- ۳- توربین<sup>۳</sup> که در آن فشار سیال کاهش می یابد. در این فرایند دما هم کاهش می یابد. فرایند ثابت  $S =$
- ۴- کندانسور<sup>۴</sup> که در آن دمای سیال کاهش می یابد. فرایند ثابت  $P =$



شکل ۹-۱ سیکل رانکین و نمودار  $T-S$  مربوطه

بازده این سیکل از رابطه زیر بدست می آید.

$$\left. \begin{aligned} q_H &= h_3 - h_2 \\ q_L &= h_4 - h_1 \\ w_p &= h_2 - h_1 \\ w_T &= h_3 - h_4 \\ w_{net} &= w_T - w_p \end{aligned} \right\} \rightarrow \eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} \text{ or } \eta = \frac{w_{net}}{q_H}$$

### انحراف سیکل های قدرت بخاری واقعی از سیکل های ایده آلی

سیکل قدرت بخاری واقعی با سیکل ایده آل رانکین تفاوت دارد شکل (۹-۲) و این اختلاف ناشی از برگشت ناپذیری ها در اجزاء مختلف است. اصطکاک سیال و دفع ناخواسته گرما به اطراف دو منبع عمده برگشت ناپذیری هستند. اصطکاک سیال باعث افت فشار در بویلر، در کندانسور و در لوله کشی بین اجزاء مختلف است. در نتیجه بخار آب در فشار کمی پایین تر از بویلر خارج می شود. همچنین فشار در ورودی توربین کمی پایین تر از فشار در خروجی بویلر است و این ناشی از افت فشار در لوله ها است. افت فشار در کندانسور معمولاً خیلی کم است. برای جبران این افت های فشار، باید آب را تا فشاری که به اندازه کافی بالاتر از فشار مورد نیاز در سیکل های ایده آلی است پمپ کرد. در نتیجه به پمپ بزرگتر و کار ورودی بیشتری نیاز داریم.

<sup>1</sup> Pump  
<sup>2</sup> Boiler  
<sup>3</sup> Turbine  
<sup>4</sup> Condenser



منبع عمده دیگر برگشتناپذیری دفع گرما از بخار آب به اطراف است که ضمن جریان بخار آب در اجزاء مختلف روی می‌دهد و برای کار خالص خروجی یکسان، گرمای بیشتری باید در بویلر به بخار آب داده شود تا این اتلافات ناخواسته‌ی گرما جبران شود. بنابراین بازده سیکل کاهش می‌یابد.

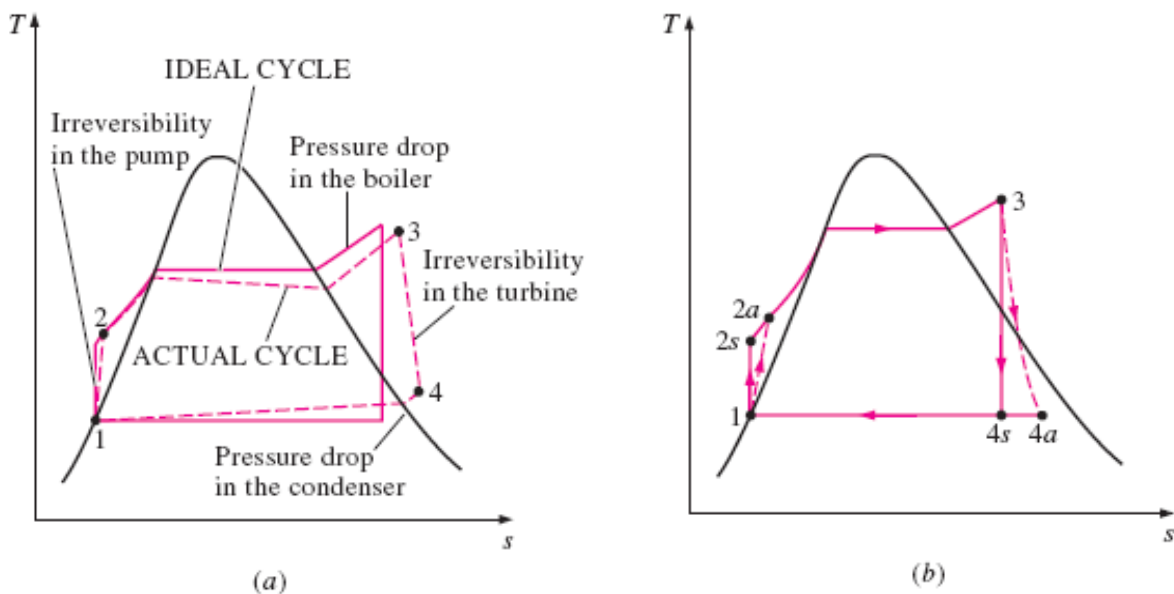
برگشتناپذیری‌هایی که در پمپ و توربین روی می‌دهند از اهمیت خاصی برخوردارند. به علت برگشتناپذیری‌ها، پمپ کار ورودی بیشتری می‌خواهد و توربین کار خروجی کمتری می‌دهد. در شرایط ایده‌آل، جریان در این وسایل به طور تک آن‌تروپی است. انحراف پمپها و توربین‌های واقعی از حالت تک آن‌تروپی را با استفاده از بازده‌های آدیباتیک، با تعریف زیر می‌توان با دقت در نظر گرفت.

$$\eta_P = \frac{W_s}{W_a} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$

$$\eta_T = \frac{W_a}{W_s} = \frac{h_4 - h_{4a}}{h_4 - h_{4s}}$$

که در آن حالت‌های  $2a$  و  $4a$  به ترتیب حالت‌های خروجی واقعی پمپ و توربین و  $2s$  و  $4s$  متناظر با حالت تک آن‌تروپی هستند. (شکل ۹-۲)

در تحلیل سیکل‌های قدرت بخاری واقعی عوامل دیگری را نیز باید در نظر گرفت. مثلاً، مایع در کندانسور معمولاً فرو سرد می‌شود تا از کاویتاسیون (تبخیر و چگالش سریع سیال در سمت فشار پایین پروانه، که می‌تواند به پروانه صدمه بزند) جلوگیری شود. در یاتاقان‌های قطعات متحرک، اتلافات اضافی بر اثر اصطکاک ایجاد می‌شود. بخار آبی که در طی سیکل به بیرون نشت می‌کند و هوایی که وارد کندانسور می‌شود دو تا از منابع دیگر اتلافاند. سرانجام قدرت مصرفی توسط وسایل کمکی از قبیل فن‌ها که هوای کوره را تأمین می‌کنند نیز باید در ارزیابی عملکرد نیروگاه‌های واقعی در نظر گرفته شوند.



شکل ۹-۲

## نکته

۱- برای جلوگیری از بروز پدیده کاویتاسیون نباید مایع همراه با بخار به پمپ وارد شود. ورودی پمپ در حالت ایده‌آل باید مایع اشباع باشد ولی در عمل مایع متراکم است.

۲- کار پمپ در حالت ایده‌آل را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$W_{pump} = v_{ورودی} \times (P_{خروجی} - P_{ورودی})$$



۳- اگر توربین و پمپ ایده آل نباشند می توان از روابط زیر استفاده کرد:

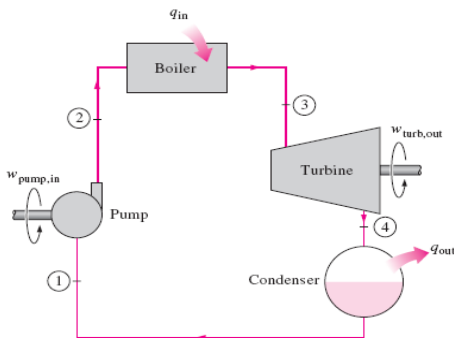
$$\text{TURBINE} \Rightarrow \eta_{\text{Turbine}} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow h_4 = h_3 - (h_3 - h_{4s}) \times \eta_{\text{Turbine}}$$

$$\text{PUMP} \Rightarrow h_2 = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_{\text{Pump}}} + h_1$$

تأثیر برگشت ناپذیری بر بازده گرمایی سیکل قدرت بخاری با مثال زیر توضیح داده شده است.

مثال = یک نیروگاه بخاری را در نظر بگیرید. بخار آب در شرایط  $T = 350^\circ\text{C}$  و  $P = 3 \text{ Mpa}$  وارد توربین می شود و در فشار 75 kPa چگالیده می شود. اگر بازده توربین ۸۷٪ و بازده پمپ ۸۵٪ باشد، بازده گرمایی سیکل و قدرت خالص خروجی را با شرط دبی

$$\dot{m} = 15 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$



حل

توربین

$$P_3 = 3 \text{ Mpa} , \quad T_3 = 350^\circ\text{C} \Rightarrow h_3 = 3115.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} , \quad S_3 = 6.7428 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$P_4 = 75 \text{ kPa} , \quad S_{4s} = S_3 = 6.7428 \Rightarrow X_{4s} = 0.886 , \quad h_{4s} = 2403.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\eta_{\text{Turbine}} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow h_4 = h_3 - (h_3 - h_{4s}) \times \eta_{\text{Turbine}} \rightarrow h_4 = 3115.3 - (3115.3 - 2403.2) \times 0.87 = 2495.773$$

در اینجا می توان دمای واقعی خروجی از توربین را بدست آورد:

$$h_4 = 2495.773 \quad \& \quad P_4 = 75 \text{ Kpa} \rightarrow T_4 = 91.8^\circ\text{C}$$

کار توربین برابر است با

$$w_T = h_3 - h_4 = 3115.3 - 2495.773 = 620 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

کندانسور

$$P_1 = 75 \text{ Kpa} \quad \& \quad v_1 = 0.001037 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \rightarrow h_1 = 348.39 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$q_L = h_4 - h_1 = 2495.773 - 348.39 = 2147.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

پمپ

$$h_2 = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_{\text{Pump}}} + h_1 = \frac{0.001037 \times (3000 - 75)}{0.85} = 351.96 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$w_p = h_2 - h_1 = 351.96 - 348.39 = 3.56 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$



$$q_H = h_3 - h_2 = 3115.3 - 351.96 = 2763.34 \frac{kJ}{kg}$$

$$\eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 1 - \frac{2147.3}{2763.34} = 0.223$$

$$\dot{W}_{net} = \dot{m} \times (w_T - w_c) = 15 \times (620 - 3.56) = 9.24 kW$$

اگر سیکل ایده آل بود داشتیم:

تفاوت در خروجی توربین و پمپ بوده و بنابراین خروجی این دو جزء باید دوباره حساب شوند.

$$h_2 = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_{pump}} + h_1 = 348.39 + \frac{0.001037 \times (3000 - 75)}{1} = 351.42 \frac{kJ}{kg}$$

$$q_H = h_3 - h_2 = 3115.3 - 351.42 = 2763.84 \frac{kJ}{kg}$$

$$q_L = h_4 - h_1 = 2403.2 - 348.39 = 2054.81 \frac{kJ}{kg}$$

$$\eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 1 - \frac{2054.81}{2763.84} = 0.2565$$

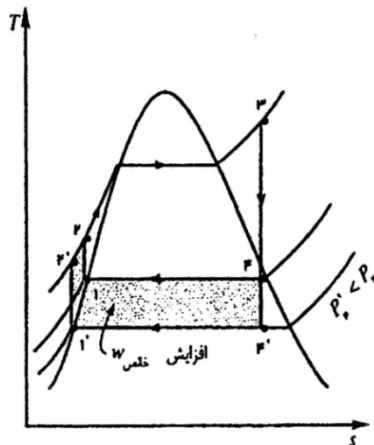
### راههای افزایش بازده سیکل رانکین

به طور کلی هر عاملی که باعث افزایش دمای متوسطی که در طی آن گرما داده می شود ( $T_H \uparrow$ ) و یا کاهش دمای متوسطی که در طی آن گرما دفع می شود ( $T_L \downarrow$ ) راندمان را افزایش می دهد. بدین منظور راههای زیر پیش نهاد شده است:

- ۱) کاهش فشار کندانسور (عیب: افزایش میزان رطوبت (قطرات آب) در خروجی توربین)
- ۲) افزایش فشار بویلر (عیب: افزایش میزان رطوبت در خروجی توربین)
- ۳) افزایش دمای حداکثر سیکل (مزیت: کاهش میزان رطوبت در خروجی توربین)

### ۱- کاهش دادن فشار کندانسور (کاهش دمای متوسط پایین)

بخار آب در کندانسور به صورت مخلوط اشباع است و دمای آن برابر با دمای اشباع متناظر با فشار در کندانسور است. بنابراین، کاهش فشار کارکرد کندانسور باعث می شود دمای بخار آب و دمایی که تحت آن گرما دفع می شود کاهش یابد. تأثیر کاهش فشار کندانسور بر بازده سیکل رانکین در نمودار  $T-S$  شکل (۳-۹) نشان داده شده است. برای مقایسه، حالت توربین را ثابت گرفته ایم. مساحت سایه خورده در این نمودار، افزایش کل خالص خروجی را بر اثر کاهش دادن فشار کندانسور از ( $P_4$ ) تا ( $P'_4$ ) نشان می دهد. گرمای ورودی مورد نیاز افزایش می یابد (مساحت زیر منحنی ۲-۲') اما این افزایش خیلی کم است. از این رو تأثیر کلی کاهش فشار کندانسور این است که بازده گرمایی سیکل افزایش می یابد.



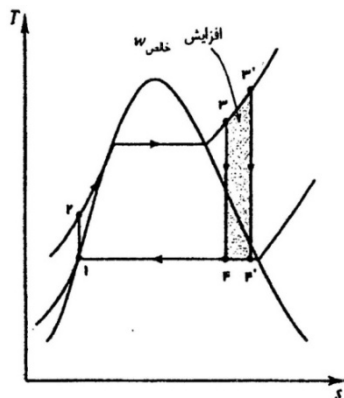
شکل ۳-۹

برای استفاده از بازده افزایش یافته در فشارهای کم، کندانسورهای نیروگاه های بخاری معمولاً خیلی کمتر از فشار اتمسفر کار می کند. این مشکل خاصی نیست زیرا سیکل های قدرت بخاری در حلقه بسته کار می کنند. ولی، یک حد پایینی برای فشار در کندانسور وجود دارد. این فشار نمی تواند از فشار اشباع متناظر با دمای محیط خنک کن کمتر باشد. مثلاً کندانسوری را در نظر بگیرید که توسط رودخانه  $15^{\circ}\text{C}$  نزدیک نیروگاه خنک می شود. اگر اختلاف دمای  $10^{\circ}\text{C}$  را برای انتقال گرمای مؤثر در نظر بگیریم، دمای بخار آب در کندانسور باید بیشتر از  $25^{\circ}\text{C}$  باشد، از این رو فشار در کندانسور باید بیشتر از  $3.2 \text{ kpa}$  (فشار اشباع با دمای  $25^{\circ}\text{C}$ ) باشد.

البته، کاهش دادن فشار کندانسور اثرات جانبی دارد. مثلاً امکان نشت هوا به داخل کندانسور را فراهم می آورد. مهم تر این که، محتوی رطوبت بخار آب را در طبقات نهایی توربین افزایش می دهد. (مطابق شکل ۳-۹ نقطه ۴' نسبت به نقطه ۴ کیفیت کمتری دارد لذا آب بیستری همراه با بخار در خروجی وجود دارد). وجود رطوبت زیاد در توربین خیلی نامطلوبست زیرا بازده توربین را کاهش داده و پره های توربین را فرسوده می کند.

## ۲- فوق گرمایش بخار آب تا دماهای زیاد (افزایش دمای متوسط بالا)

با فوق گرمایش بخار آب در دماهای زیاد می توان دمای متوسطی را که تحت آن به بخار آب گرما داده می شود افزایش داد بدون این که فشار در بویلر افزایش یابد. تأثیر فوق گرمایش بر عملکرد سیکل های قدرت بخاری در نمودار  $T-S$  شکل (۴-۹) نشان داده شده است. مساحت سایه خورده در این نمودار افزایش کار خالص و مساحت کل زیر منحنی ۳-۳' افزایش گرمای ورودی را نشان می دهد. از این رو بر اثر فوق گرمایش بخار آب، کار خالص و گرمای ورودی افزایش می یابند. تأثیر کلی این افزایش ها این است که بازده گرمایی افزایش می یابد، زیرا دمای متوسطی که تحت آن گرما داده می شود افزایش می یابد.



شکل ۴-۹ تأثیر فوق گرمایش بخار آب تا دماهای بالاتر بر سیکل ایده آلی رانکین

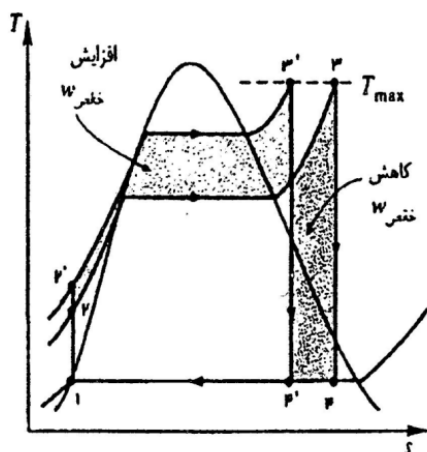


فوق گرمایش بخار آب تأثیر بسیار مطلوب دیگری نیز دارد. همانطور که از نمودار دیده می‌شود، این عمل باعث کاهش محتوی رطوبت بخار آب در خروجی توربین می‌شود (کیفیت در حالت ۴' از کیفیت در حالت ۴ بیشتر است). البته، با توجه به ملاحظات متالورژیکی، دمای فوق گرمایش بخار آب محدودیت دارد. در حال حاضر بالاترین دمای مجاز در ورودی توربین  $620^{\circ}\text{C}$  است. هر گونه افزایش این مقدار بستگی به بهبود مواد موجود یا بستگی به یافتن مواد جدیدی دارد که بتواند دماهای بالاترین را تحمل کنند. در این رابطه سرامیکها خیلی مورد توجه‌اند.

### ۳- افزایش فشار بویلر (افزایش دمای متوسط بالا)

راه دیگر برای افزایش دمای متوسط در فرآیند جذب گرما این است که فشار کارکرد بویلر افزایش یابد. این عمل باعث می‌شود دمای جوش افزایش یابد. در نتیجه دمای متوسطی که تحت آن به بخار آب گرما داده می‌شود افزایش می‌یابد و بازده سیکل زیاد می‌شود.

تأثیر افزایش فشار بویلر بر عملکرد سیکل های قدرت بخاری در نمودار شکل (۵-۹) نشان داده شده است. توجه کنید که برای دمای معین ورودی به توربین، سیکل به سمت چپ تغییر مکان می‌دهد و محتوی رطوبت بخار در آب خروجی توربین افزایش می‌یابد. البته همانطور که در قسمت بعد توضیح می‌دهیم، توسط بازگرمایش بخار آب می‌توان این اثر جانبی نامطلوب را از بین برد.

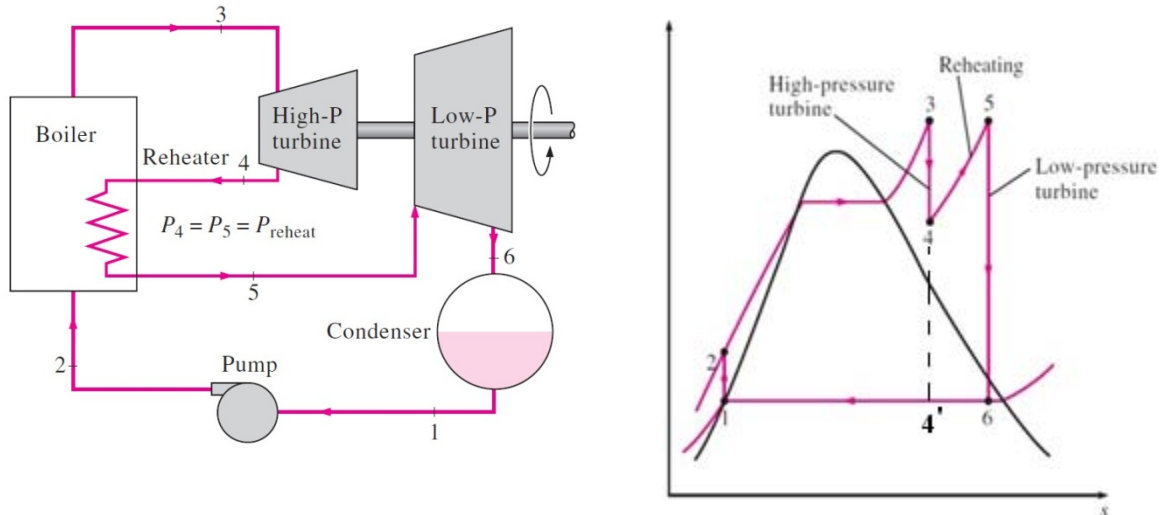


شکل ۵-۹ نمودار در حالت افزایش فشار بویلر

### راههای عملی برای افزایش بازده سیکل رانکین

#### الف - سیکل رانکین همراه بازگرمایش

برای کاهش میزان میزان رطوبت در خروجی توربین از این سیکل استفاده می‌شود. علاوه بر اینکه بازگرمایش باعث افزایش حجم مخصوص بخار شده و بالطبع توان خروجی توربین نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۹-۶ سیکل رانکین همراه با بازگرمایش

اگر در سیکل فوق از گرمکن استفاده نشود خروجی سیکل در نقطه  $4'$  خواهد بود. ولی اگر در سیکل از گرمکن استفاده شود آنگاه خروجی سیکل در نقطه  $6$  خواهد بود. نقطه  $6$  نسبت به نقطه  $4'$  کیفیت بیشتر و میزان قطرات آب کمتری دارد. بنابراین استفاده از بازگرمایش باعث کاهش قطرات آب در خروجی توربین می‌شود. ولی بازگرمایش باعث افزایش میزان گرمای لازم خواهد شد.

$$q_h = (h_3 - h_2) + (h_5 - h_4)$$

نهایتاً

$$\eta \downarrow = \frac{w_{net} \uparrow}{q_h \uparrow}$$

### ب) سیکل ایده‌آلی بازبازی رانکین

بررسی دقیق نمودار  $T-S$  سیکل رانکین که در شکل ۹-۱ رسم شده است، نشان می‌دهد که در فرآیند ۲-۳ گرما در دمای نسبتاً پایین به سیال عامل داده می‌شود (زیرا دمای خروجی از پمپ پایین و خروجی از بویلر بالاست و بنابراین گرمای زیادی باید توسط بویلر تامین شود) و در نتیجه دمای متوسطی که تحت آن گرما داده می‌شود (و از این رو بازده سیکل) کاهش می‌یابد. برای رفع این مشکل، به دنبال روشهایی می‌گردیم که به موجب آن دمای مایع خروجی از پمپ (به نام آب تغذیه) قبل از ورود به بویلر افزایش یابد. یکی از این روش‌ها این است که آب تغذیه را تا دمای بالایی به طور تک آن‌تروپی متراکم کنیم (مانند آنچه که در سیکل کارنو انجام می‌شود) ولی این عمل نیازمند فشارهای خیلی زیاد است و بنابراین عملی نیست. امکان دیگر این است که توسط یک مبدل گرمایی با جریان ناهمسو، که در توربین کار گذاشته می‌شود، گرما را از بخار آب در حال انبساط به آب تغذیه انتقال دهیم، یعنی از بازبازی استفاده کنیم. این راه حل نیز عملی نیست زیرا طراحی این مبدل مشکل است و ضمناً باعث افزایش محتوی رطوبت بخار آب در طبقات آخر توربین می‌شود.

در عمل بازبازی در نیروگاه‌های بخاری با استخراج بخار آب از نقاط مختلف توربین انجام می‌شود. این بخار آب، که با انبساط بیشتر در توربین می‌تواند کار بیشتری تولید کند، برای گرمایش آب تغذیه به کار می‌رود. وسیله‌ای را که آب تغذیه در آن توسط بازبازی گرم می‌شود بازباز<sup>۵</sup> یا گرمکن آب تغذیه<sup>۶</sup> می‌گویند.

بازبازی نه تنها بازده سیکل افزایش می‌دهد، بلکه روش مناسبی برای هواگیری آب تغذیه (خروج هوایی که به داخل کندانسور نشت می‌کند) و جلوگیری از خوردگی بویلر است.

<sup>۵</sup> Regenerator

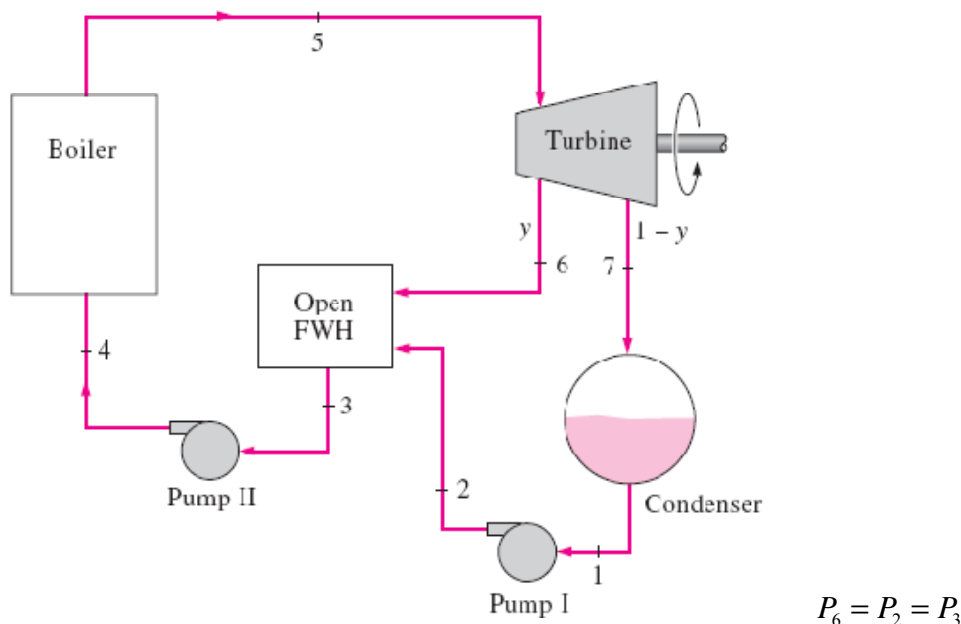
<sup>۶</sup> Feed water



گرمکن آب تغذیه اساساً یک مبدل گرمایی است که در آن گرما از بخار آب به آب تغذیه، از طریق اختلاط دو جریان سیال (گرمکن های باز آب تغذیه) یا بدون اختلاط آنها (گرمکن های بسته آب تغذیه)، منتقل می شود.

### گرمکن باز:

گرمکن باز (یا گرمکن با تماس مستقیم) اساساً یک محفظه اختلاط است، که در آن بخار آب استخراج شده از توربین با آب تغذیه موجود در پمپ مخلوط می شود. در حالت ایده آلی، مخلوط به صورت مایع اشباع در فشار گرمکن از آن خارج می شود. طرحواره نیروگاه بخاری با یک گرمکن باز (که به آن سیکل بازیابی تک مرحله ای نیز می گویند) در شکل (۷-۹) نشان داده شده اند. در سیکل ایده آلی بازیابی رانکین، بخار آب در فشار بویلر وارد توربین می شود (حالت ۵) و به طور تک آنترروپی تا یک فشار متوسط منبسط می شود (حالت ۶). قسمتی از بخار آب در این حالت استخراج شده، و به طرف گرمکن آب تغذیه هدایت می شود، و بقیه بخار آب به طور تک آنترروپی تا فشار کندانسور منبسط می شود (حالت ۷). این بخار آب به صورت مایع اشباع در فشار کندانسور از کندانسور خارج می شود (حالت ۱). سپس آب چگالیده که به آن آب تغذیه نیز می گویند وارد یک پمپ تک آنترروپی می شود، و در آنجا تا فشار گرمکن متراکم شده (حالت ۲) و به طرف گرمکن هدایت می شود و در آنجا با بخار آب استخراج شده از توربین مخلوط می شود. بخار آب استخراج شده به اندازه ای است که مخلوط به صورت مایع اشباع در فشار گرمکن از گرمکن خارج می شود (حالت ۳). یک پمپ ثانویه، فشار آب را تا فشار بویلر افزایش می دهد (حالت ۴). با گرمایش آب درون بویلر تا حالت ورودی توربین (حالت ۵) سیکل تکمیل می شود.



شکل ۷-۹: شماتیک گرمکن باز

در تحلیل نیروگاههای بخاری، بهتر است با کمیتهایی که برای جرم واحد بخار آبی که در بویلر جریان دارد کار کنیم. برای هر کیلو گرم بخار آب خروجی از بویلر  $y$  کیلوگرم در توربین تا اندازه ای منبسط شده، و در حالت ۶ استخراج می شود.  $(1-y)$  کیلوگرم باقیمانده تا فشار کندانسور به طور کامل منبسط می شود. بنابراین آهنگهای جریان جرمی در اجزاء مختلف با هم تفاوت دارند. مثلاً اگر آهنگ جریان جرمی در بویلر  $\dot{m}$  باشد در کندانسور  $\dot{m}(1-y)$  خواهد بود. این جنبه سیکل بازیابی رانکین را در تحلیل سیکل و در تفسیر مساحت ها در نمودار  $T-S$  باید در نظر گرفت. با توجه به شکل (۷-۹) بر هم کنش گرما و کار در سیکل بازیابی رانکین با یک گرمکن آب تغذیه را برای جرم واحد بخار آبی که در بویلر جریان دارد به صورت زیر می توان بیان کرد:





$$q_h = h_5 - h_4$$

$$q_l = (1 - y)(h_7 - h_1)$$

$$w_T = h_5 - yh_6 - (1 - y)h_7$$

$$w_p = w_{pump(1)} + w_{pump(2)}$$

$$\eta = \frac{w_{net}}{q_h} = \frac{w_t - w_p}{q_h}$$

که در آن

$$y = \frac{\dot{m}_6}{\dot{m}_5}$$

$$w_{1p} = (1 - y) \times v(p_2 - p_1)$$

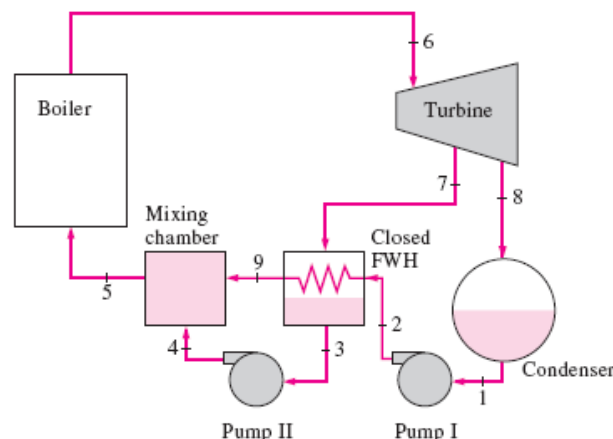
$$w_{2p} = v(p_4 - p_3)$$

بازده گرمایی سیکل رانکین بر اثر بازیابی افزایش می‌یابد، زیرا بازیابی، با افزایش دمای آب قبل از ورود به بویلر دمای متوسطی را که تحت آن گرما در بویلر به بخار آب داده می‌شود افزایش می‌دهد. با افزایش تعداد گرمکن‌های آب تغذیه، بازده سیکل بیشتر افزایش می‌یابد. بسیاری از نیروگاه‌های بزرگی که امروزه کار می‌کنند از هشت گرمکن استفاده می‌کنند. تعداد بهینه گرمکنها با ملاحظات اقتصادی تعیین می‌شود. استفاده از گرمکن اضافی قابل توجه نیست مگر این که صرفه‌جویی در هزینه‌های سوخت بر اثر استفاده از گرمکن بیشتر از هزینه خود گرمکن باشد.

#### گرمکن بسته:

نوع دیگر گرمکن آب تغذیه که اغلب در نیروگاه‌های بخاری به کار می‌رود گرمکن بسته آب تغذیه است، که در آن گرما از بخار آب استخراج شده به آب تغذیه داده می‌شود بدون اینکه اختلاطی روی دهد. در اینجا دو جریان ممکن استدر فشارهای متفاوت باشند، زیرا باهم مخلوط نمی‌شوند. طرحواره نیروگاه بخاری با یک گرمکن بسته آب تغذیه و نمودار  $T-S$  سیکل شکل (۸-۹) نشان داده شده‌اند. در گرمکن بسته ایده‌آلی، آب تغذیه تا دمای خروجی بخار آب استخراجی گرم شده، و به صورت مایع اشباع در فشار استخراج از گرمکن خارج می‌شود. در نیروگاه‌های واقعی، آب تغذیه در زیر دمای خروجی بخار آب استخراجی از گرمکن خارج می‌شود زیرا حداقل چند درجه اختلاف دما برای هرگونه انتقال گرما لازم است.

بخار آب چگالیده سپس به خط آب تغذیه پمپ می‌شود، یا به طرف گرمکن دیگری هدایت می‌شود، و یا از طریق وسیله‌ای به نام تله به طرف کندانسور هدایت می‌شود. تله می‌گذارد مایع وارد یک ناحیه کم فشار شود اما بخار آب را گیر می‌اندازد. آنتالپی بخار آب در این فرآیند فشار شکنی ثابت می‌ماند.



شکل ۸-۹: شماتیک گرمکن بسته



در حالت ایده آل در گرمکن بسته  $T_3 = T_9$  برقرار خواهد بود.

گرمکن های باز و بسته را می توان به صورت زیر باهم مقایسه کرد:

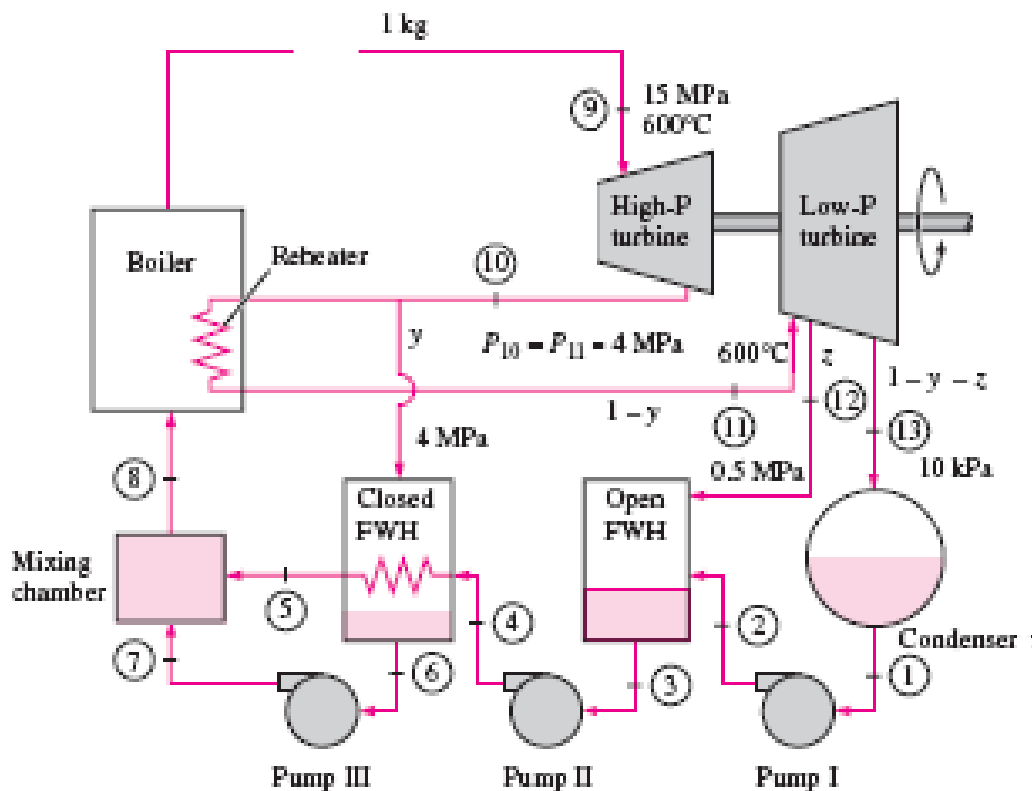
گرمکن های باز ساده و ارزان اند و مشخصه های انتقال گرمای خوبی دارند و آب تغذیه را به حالت اشباع می رسانند. اما برای هر گرمکن، یک پمپ لازم است تا آب تغذیه را پمپ کند. گرمکن های بسته آب تغذیه، به علت شبکه لوله کشی داخلی پیچیده تر و گراران ترند. انتقال گرما در گرمکن های بسته نیز کمتر است زیرا دو جریان با هم تماس مستقیم ندارند. ولی، برای هر گرمکن احتیاج به پمپ جداگانه ای نیست زیرا بخار آب استخراجی و آب تغذیه می توانند در فشارهای متفاوت باشند. بیشتر نیروگاه های بخاری از ترکیب گرمکن های باز و بسته استفاده می کنند.

همانطور که مشاهده می شود سیال عامل با دمای پایین  $T_5$  وارد بویلر شده و در آنجا گرم می شود و سپس با دمای نسبتاً بالایی  $T_6$  خارج می شود. اختلاف های دمای  $T_5$  و  $T_6$  باعث می شود متوسط این دو دما بیشتر از متوسط دمای  $T_2$  و  $T_3$  شکل ۹-۱ بوده و لذا بازده افزایش می یابد.

نکته: هدف گرمکن باز و بسته کاهش  $Q_H$  می باشد.

مثال:

با توجه به شکل سیکل زیر بازده را بدست آورید؟



گرمکن بسته در حالت ایده آل خود بوده و لذا  $T_5 = T_6$



$$9 \begin{cases} p_9 = 15 \text{ Mpa} \\ T_9 = 600^\circ \text{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_9 = 3582.3 \text{ kJ/kg} \\ s_9 = 6.6776 \end{cases}$$

$$10 \begin{cases} s_{10} = s_9 = 6.6776 \\ p_{10} = 4 \text{ Mpa} \end{cases} \Rightarrow \{h_{10} = 3154.3 \text{ kJ/kg}\}$$

$$11 \begin{cases} p_{11} = 4 \text{ Mpa} \\ T_{11} = 600^\circ \text{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_{11} = 3674.4 \text{ kJ/kg} \\ s_{11} = 7.3688 \end{cases}$$

$$12 \begin{cases} s_{12} = s_{11} = 7.3688 \\ p_{12} = 0.5 \text{ Mpa} \end{cases} \Rightarrow \{h_{12} = 3014.3 \text{ kJ/kg}\}$$

$$13 \begin{cases} s_{13} = s_{11} = 7.3688 \\ p_{13} = 10 \text{ Kpa} \end{cases} \Rightarrow \{h_{13} = 2335.8 \text{ kJ/kg}\}$$

$$1 \begin{cases} p_1 = 10 \text{ Kpa} \\ \text{saturation liquid} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_f = 0.001010 \\ h_1 = h_f = 191.83 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$2 \begin{cases} p_2 = 0.5 \text{ Mpa} \\ - \end{cases} \Rightarrow \{h_2 = h_1 + v_1(p_2 - p_1) \Rightarrow h_2 = 191.83 + 0.001010 + (500 - 10) = 192.32 \text{ kJ/kg}\}$$

$$3 \begin{cases} p_3 = 0.5 \text{ Mpa} \\ \text{saturation liquid} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_3 = 0.001093 \\ h_3 = 640.23 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

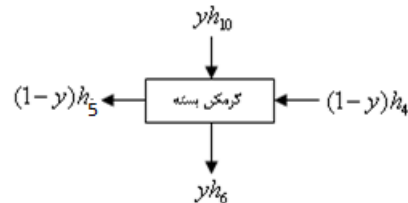
$$4 \begin{cases} p_4 = 15 \text{ Mpa} \\ - \end{cases} \Rightarrow \{h_4 = h_3 + v_3(p_4 - p_3) \Rightarrow h_4 = 640.23 + 0.001093(15000 - 500) \Rightarrow h_4 = 6560.08 \text{ kJ/kg}\}$$

$$6 \begin{cases} p_6 = 4 \text{ Mpa} \\ \text{saturation liquid} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.001252 \\ h_f = 1087.31 \text{ kJ/kg} \\ T_6 = 250^\circ \text{C} \end{cases}$$

$$7 \{p_7 = 15 \text{ Mpa} \Rightarrow \{h_7 = h_6 + v_6(p_7 - p_6) \Rightarrow h_7 = 1087.31 + 0.001252(15000 - 4000) \Rightarrow h_7 = 1101.08\}$$

$$5 \begin{cases} p_5 = 15 \text{ Mpa} \\ T_5 = 250^\circ \text{C} \end{cases} \Rightarrow \{h_5 = 1089.7 \text{ kJ/kg}\}$$

قانون اول برای گرمکن بسته

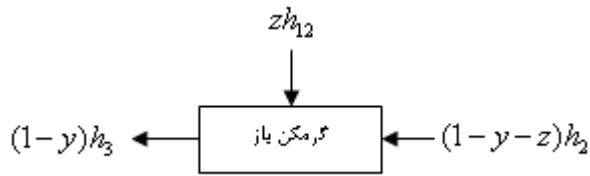


$$y h_{10} + (1-y) h_4 = y h_6 + (1-y) h_5$$

$$\Rightarrow y = 0.173$$

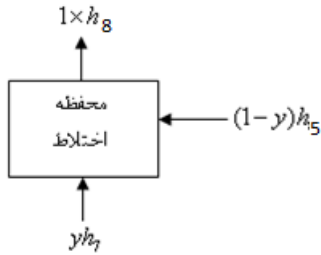


قانون اول برای گرمکن باز



$$zh_{12} + (1-y-z)h_2 = (1-y)h_3 \Rightarrow z = 0.131$$

قانون اول برای محفظه اختلاط



$$1 \times h_8 = yh_7 + (1-y)h_5 \Rightarrow h_5 = 1098.7 \text{ kJ/kg}$$

حال می توان گرمای ورودی مورد نیاز و گرمای خروجی را نیز بدست آورد.

$$Q_H = (h_9 - h_5) + (1-y)(h_{11} - h_{10})$$

$$Q_L = (1-y-z)(h_{13} - h_1)$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = \%49$$

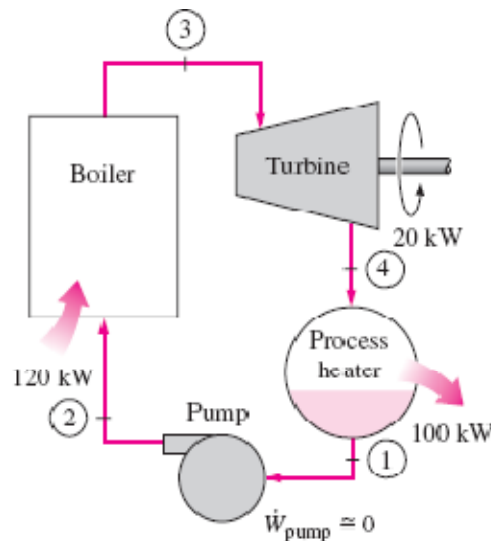
همزایی<sup>۷</sup>

در تمام سیکلهای که تا به حال بررسی شده‌اند، تنها هدف سیکل این بود که قسمتی از گرمای داده شده به سیال عامل تبدیل به کار شود، که با ارزش‌ترین شکل است. قسمت باقیمانده گرما به صورت گرمای بلااستفاده به رودخانه‌ها، دریاچه‌ها، اقیانوس‌ها، یا به اتمسفر داده می‌شود، زیرا کیفیت آن آنقدر پایین است که استفاده عملی ندارد. دفع مقدار زیادی گرما بهایی است که برای تولید کار می‌پردازیم، زیرا کار الکتریکی یا مکانیکی تنها شکل انرژی است که بسیاری از وسایل صنعتی (مانند فن) می‌توانند با آن کار کنند. صنایعی که از مقادیر بزرگ گرمای فرآیند استفاده می‌کنند مقدار زیادی انرژی الکتریکی مصرف می‌کنند. بنابراین احساس اقتصادی و مهندسی ایجاب می‌کند از قابلیت تبدیل به کار موجود برای تولید قدرت استفاده کنیم نه این که آن را هدر دهیم. نتیجه این طرز فکر، یک واحد صنعتی است که برق تولید می‌کند و ضمناً گرمای فرآیند مورد نیاز بعضی از فرآیندهای صنعتی را نیز تأمین می‌کند. این واحد صنعتی را نیروگاه همزایی می‌گویند. به طور کلی، همزایی یعنی تولید بیش از یک شکل انرژی مفید (مانند گرمای فرآیند و قدرت الکتریکی) از منبع انرژی یکسان.

در نیروگاه همزایی، از سیل بخاری (سیکل رانکین) یا سیکل گازی (سیکل برایتون) می‌توان استفاده کرد. طرحواره ایده‌آلی نیروگاه همزایی مجهز به توربین بخاری فاقد کندانسور است (شکل ۹-۹). بنابراین هیچ گرمایی از این نیروگاه به صورت گرمای بلااستفاده دفع نمی‌شود. به عبارت دیگر، تمام انرژی داده شده به بخار آب در بویلر صرف گرمای فرآیند یا قدرت الکتریکی می‌شود. از این رو بهتر است ضریب تاسیساتی<sup>۸</sup>  $\epsilon_u$  نیروگاه همزایی را، با تعریف زیر در نظر بگیریم:

$$\epsilon_u = \frac{\text{گرمای فرآیند} + \text{کار خالص خروجی}}{\text{کل گرما ورودی}} = \frac{W_{\text{net}} + Q_p}{Q_{\text{in}}} = 1 - \frac{Q_{\text{out}}}{Q_{\text{in}}}$$

که در آن  $Q_{\text{out}}$  گرمای دفع شده در کندانسور است. به عبارت دقیقتر،  $\dot{Q}_{\text{out}}$  شامل تمام گرماهای دفع شده ناخواسته از لوله کشی و سایر اجزاء نیز می‌باشد، اما مقدار آنها معمولاً ناچیز است.



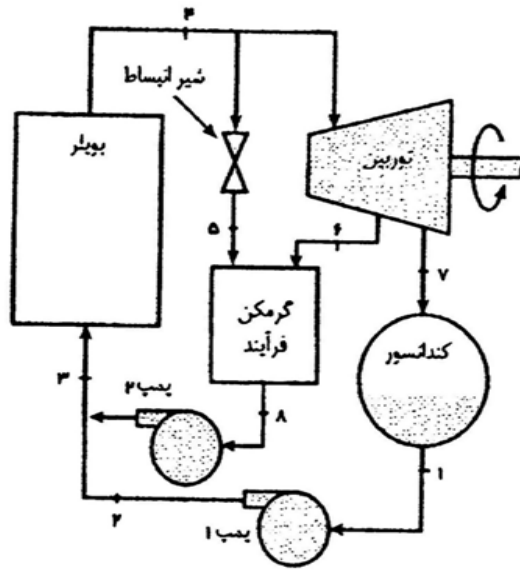
شکل ۹-۹ نیروگاه همزایی ایده‌آل

ضریب تاسیساتی نیروگاه همزایی نشان داده شده در بالا برابر ۱۰۰٪ بوده ولی در عمل ضریب تاسیساتی در رنج ۸۰٪ قرار می‌گیرد.

نیروگاه همزایی بخاری که در بالا توصیف شد در بالا عملی نیست زیرا آن را برای تغییرات قدرت و بارهای گرمای فرآیند نمی‌توان تنظیم کرد. طرحواره عملی‌تر (ولی پیچیده تر) برای نیروگاه همزایی در شکل (۹-۱۰) نشان داده شده است. در شرایط عادی، قسمتی از بخار آب در فشار متوسط از پیش تعیین شده  $p_6$  از توربین استخراج می‌شود. بقیه بخار آب تا فشار  $p_7$  کندانسور منبسط می‌شود و سپس در فشار ثابت خنک می‌شود. گرمایی که از کندانسور دفع می‌شود گرمای بلااستفاده سیکل است.

<sup>7</sup> Cogeneration

<sup>8</sup> Utilization Factor



واحد همزایی با بار قابل تنظیم

شکل ۹-۱۰ سیکل عملی همزایی

در مواقع تقاضای زیاد برای گرمای فرآیند، تمام بار به سوی واحدای گرمایش فرآیند هدایت می‌شود و هیچ قسمتی از آن وارد کندانسور نمی‌شود گرمای بلااستفاده در این حالت صفر است  $\dot{m}_7 = 0$ . اگر این مقدار کافی نباشد، مقداری از بخار آب که از بویلر خارج می‌شود توسط شیر انبساط یا شیر کاهنده فشار دستخوش فرآیند فشار شکنی می‌شود و فشار آن تا فشار استخراج از توربین پایین می‌آید و به سوی واحد گرمایش فرآیند هدایت می‌شود. ماکزیمم گرمایش فرآیند وقتی است که تمام بخار آب خروجی از بویلر از شیر کاهنده فشار عبور می‌کند  $\dot{m}_5 = \dot{m}_6$  هیچ قدرتی در این حالت تولید نمی‌شود. وقتی تقاضایی برای گرمای فرآیند وجود ندارد، تمام بخار آب از توربین و کندانسور می‌گذرد ( $\dot{m}_5 = \dot{m}_6 = 0$ ) و نیروگاه همزایی به صورت نیروگاه معمولی بخاری کار می‌کند. آهنگ های گرمای ورودی، گرمای دفع شده و تولید گرمای فرآیند و همچنین قدرت تولیدی در این نیروگاه همزایی را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}_3(h_4 - h_3)$$

$$\dot{Q}_{out} = \dot{m}_7(h_7 - h_1)$$

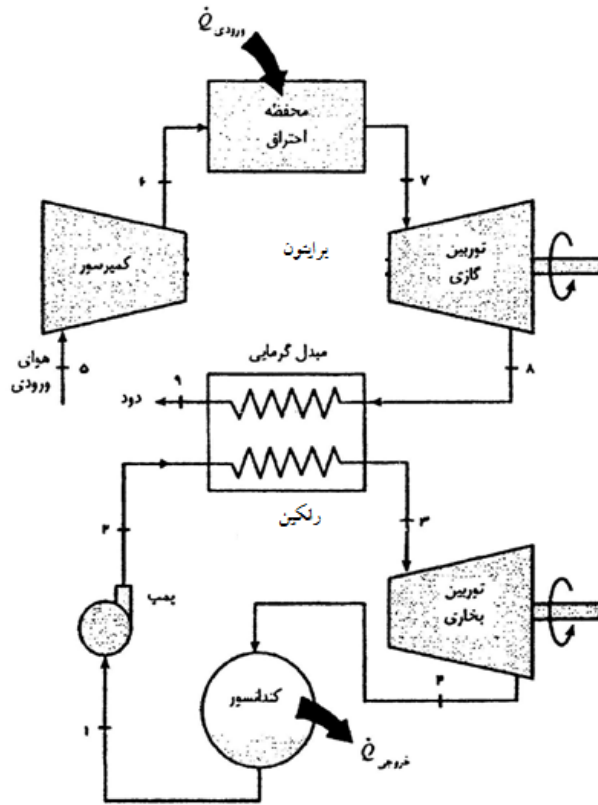
$$\dot{Q}_p = \dot{m}_5 h_5 + \dot{m}_6 h_6 - \dot{m}_8 h_8$$

$$W = (\dot{m}_4 - \dot{m}_5)(h_4 - h_6) + \dot{m}_7(h_6 - h_7)$$

### سیکل های قدرت گازی- بخاری (برایتون - رانکین)<sup>۹</sup>

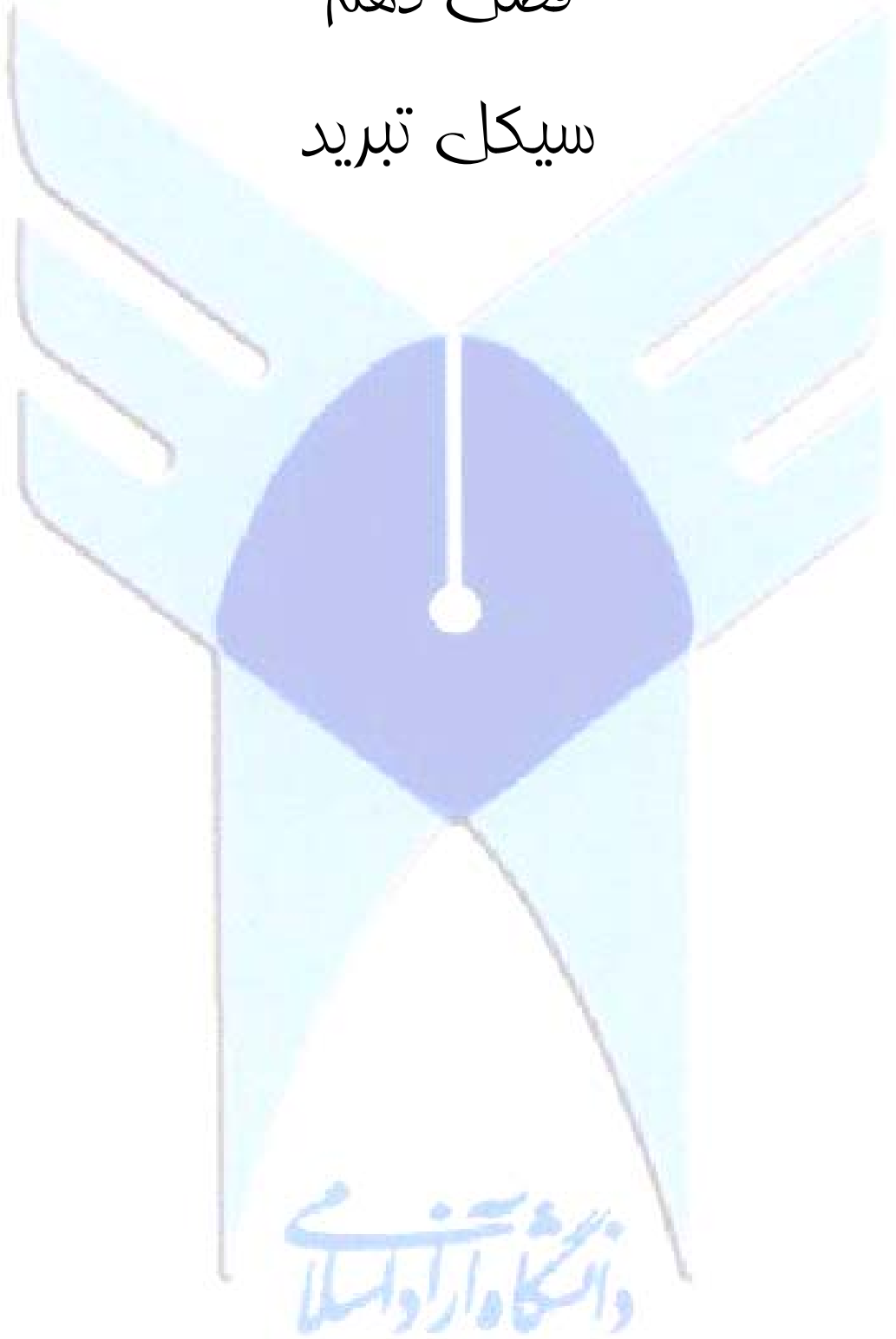
سیکل توربین گازی (برایتون) معمولاً در دمای بالایی کار می‌کنند. دمای ورودی گاز به توربین بخار برابر  $620^\circ C$  و این در حالی است که این عدد برای توربین های گازی برابر  $1425^\circ C$  می‌باشد. ولی خروجی توربین های گازی معمولاً نسبت به محیط بالا بوده و معمولاً در رنج بالای  $500^\circ C$  قرار می‌گیرد. در سیکل های ترکیبی از این خروجی با دمای بالا استفاده می‌کنند. معمولترین سیکل ترکیبی، سیکلی است که از ترکیب سیکل برایتون و سیکل رانکین تشکیل شده است. شکل ۱۰-۱۰ این سیکل را نمایش می‌دهد. در این سیکل خروجی توربین گازی با دمای بالا (سیکل بالایی) به عنوان منبع انرژی گرمایی برای سیکل بخار (سیکل پایینی) عمل می‌کند. امروزه از این سیکل ها در اقصی نقاط مختلف استفاده می‌شود.

<sup>9</sup> Combined Gas-Vapor Power Cycle



شکل ۱۰-۱۰ سیکل ترکیبی

فصل دهم  
سیکل تبرید







### یخچال ها و پمپ های گرما

می دانیم که گرما در جهت کاهش دما جریان می یابد، یعنی از ناحیه های دما بالا به طرف ناحیه های دما پائین. این فرآیند در طبیعت بدون احتیاج به هیچ وسیله ای روی می دهد. ولی، فرآیند معکوس آن نمی تواند خود به خود روی دهد. انتقال گرما از ناحیه دما پائین به ناحیه دما بالا نیازمند وسیله خاصی به نام یخچال است. یخچال ها وسایلی سیکلی اند، و سیال عاملی را که در سیکل های تبرید به کار می روند مبرد می گویند. در شکل ۱۰-۱۱ الف، طرحواره یخچال نشان داده شده است. در این شکل،  $Q_L$  مقداری گرما جذب شده از فضای سرد شده با دمای  $Q_L$  است،  $Q_H$  مقداری گرما دفع شده به فضای گرم با دمای  $T_H$  است و  $W_{out}$  کار خالص داده شده به یخچال است. همان طور که در یادآوری بحث شد،  $Q_H$ ،  $Q_L$  مقادیر گرما را نشان می دهند و از اینرو کمیت های مثبت اند. وسیله دیگری که گرما را از محیط دما پائین به محیط دما بالا انتقال می دهد پمپ گرماست. یخچال ها و پمپ های گرما اساسا وسایل یکسانی هستند، و فقط وظیفه آنها باهم تفاوت دارد. کار یخچال این است فضای تبرید شده را با جذب گرما از آن در دمای پائین نگه می دارد. دفع این گرما به محیط با دمای بالاتر فقط قسمتی از عملیات یخچال است، نه هدف آن. ولی کار پمپ گرما این است که فضای گرم شده را در دمای بالا نگه می دارد. این عمل جذب گرما از یک منبع دما پائین، مانند آب سرد یا هوای سرد بیرون در زمستان، و با انتقال آن به محیط گرم تر مانند یک خانه انجام می شود (شکل ۱۰-۱۱ ب). عملکرد یخچال ها و پمپ های گرما برحسب ضریب عملکرد ( $COP$ ) بیان می شود. این ضریب به صورت زیر تعریف می شود.

$$COP_{Ref} = \frac{Q_L}{W_{in}} \quad (1-10)$$

$$COP_{HP} = \frac{Q_H}{W_{in}} \quad (2-10)$$

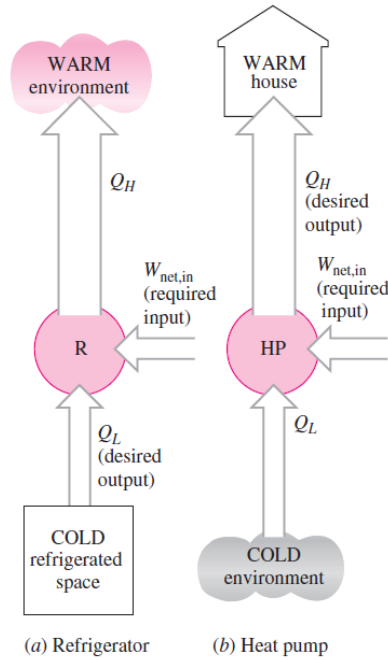
رابطه های بالا را، با قرار دادن،  $Q_H$ ،  $Q_L$  و  $W_{in}$ ، به ترتیب، به جای  $Q_H$ ،  $Q_L$  و  $W_{in}$  می توان به شکلی آهنگی نیز بیان کرد. توجه کنید که  $COP_{HR}$ ،  $COP_R$  می توانند بزرگتر از ۱ باشند.

مقایسه معادله های ۱-۱۰ و ۲-۱۰ نشان می دهد که برای مقادیر ثابت  $Q_H$ ،  $Q_L$

$$COP_{HP} = COP_R + 1 \quad (3-10)$$

این رابطه نشان می دهد که  $COP_{HR} > 1$  زیرا  $COP_R$  کمیت مثبتی است. یعنی پمپ گرما، در بدترین حالت، به صورت گرمکن مقاومتی کار می کند، و همان مقدار انرژی را که مصرف می کند به خانه می دهد. ولی در واقع قسمتی از  $Q_H$  از طریق لوله کشی و سایر وسایل به هوای بیرون دفع می شود، و وقتی هوای بیرون خیلی سرد است،  $COP_R$  ممکن است کمتر از واحد باشد. وقتی این حالت روی می دهد، سیستم به شیوه گرمایش سوختی (گاز طبیعی، پروپان، نفت، و غیره) یا به شیوه گرمکن مقاومتی کار می کند.

ظرفیت گرمایش سیستم تبرید یعنی، آهنگ جذب گرما از فضای تبرید شده اغلب برحسب تن تبرید<sup>۱</sup> بیان می شود. ظرفیت سیستم تبریدی که ۱ تن ( $2000 \text{ lbm}$ ) آب مایع  $0^\circ \text{C}$  ( $32^\circ \text{F}$ ) را در ۲۴ ساعت به یخ  $0^\circ \text{C}$  تبدیل می کند ۱ تن است. یک تن تبرید معادل با  $211 \frac{\text{kJ}}{\text{min}}$  یا  $200 \frac{\text{BTU}}{\text{min}}$  است. بار سرمایی یک ساختمان مسکونی به مساحت  $200 \text{ mm}^2$  در گستره ۳ تن ( $10 \text{ kw}$ ) است.



شکل ۱۰-۱ وظیفه یخچال این است که گرما ( $Q_L$ ) را از محیط سرد بگیرد  
وظیفه پمپ گرما این است که گرما ( $Q_H$ ) را از محیط گرم بدهد

### سیکل تبرید تراکمی ایده آل

جایگزینی توربین توسط یک وسیله فشارشکن، مانند شیرانبساط یا لوله موین، برای تبخیر کامل مبرد قبل از تراکم آن می توان بسیاری از مشکلات عملی مربوط به سیکل کارنوی معکوس را حل کند. سیکل حاصل را سیکل تبرید تراکمی ایده آل می گویند، و طرحواره آن در نمودار  $T-S$  شکل ۱۰-۲ نشان داده شده است. سیکل تبرید تراکمی متداول ترین سیکلی است که در یخچال ها، سیستم های تهویه مطبوع، و پمپ های گرما به کار می رود.

این سیکل از چهار فرآیند تشکیل شده است:

۱-۲ تراکم تک آنترروپی در کمپرسور

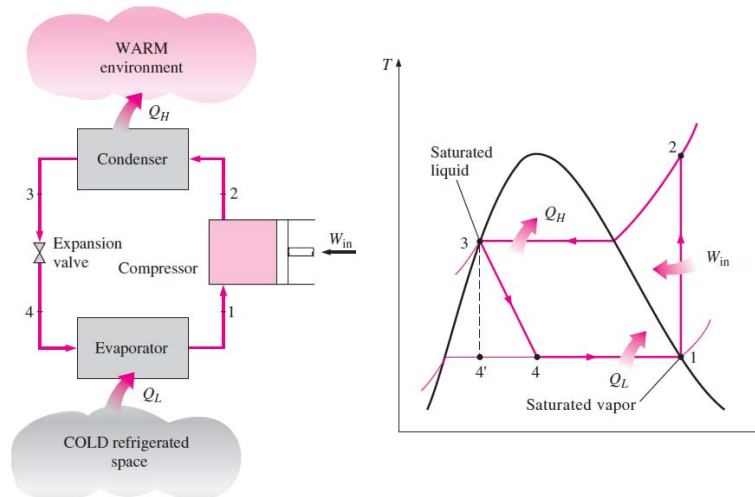
۲-۳ دفع گرما با فشار ثابت در کندانسور

۳-۴ فشار شکنی در وسیله انبساط

۴-۱ جذب گرما با فشار ثابت در اواپراتور

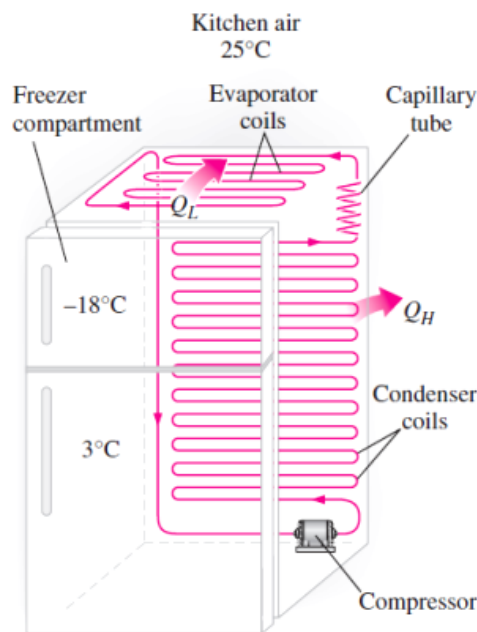
در سیکل تبرید تراکمی ایده آل، مبرد در حالت ۱ به صورت بخار اشباع وارد کمپرسور می شود و به طور تک آنترروپی تا فشار کندانسور متراکم می شود. در این تراکم تک آنترروپی، دمای مبرد خیلی بیشتر از دمای محیط اطراف می شود. مبرد سپس در حالت ۲ به صورت بخار فوق گرم وارد کندانسور می شود و بر اثر دفع گرما به اطراف، در حالت ۳ به صورت مایع اشباع از کندانسور خارج می شود. دمای مبرد در این حالت هنوز بیشتر از دمای اطراف است.

مبرد مایع اشباع در حالت ۳ با عبور از شیر انبساط یا لوله موین تا فشار اواپراتور دستخوش فشارشکنی می شود. دمای مبرد در این فرآیند به کمتر از دمای محیط سرد شده می رسد. مبرد در حالت ۴ به صورت مخلوط اشباع با کیفیت کم وارد اواپراتور می شود، و با جذب گرما از محیط تبرید شده کاملاً تبخیر می شود. مبرد به صورت بخار اشباع از اواپراتور خارج و دوباره وارد کمپرسور شده، و سیکل تکمیل می شود.



شکل ۱۰-۲ طرحواره و نمودار  $T$ - $S$  سیکل تبرید تراکمی ایده‌آلی

در یخچال‌های خانگی، محفظه فریزر که در آن گرما توسط مبرد جذب می‌شود به عنوان اواپراتور عمل می‌کند. کویل‌های پشت یخچال، که در آن گرما به هوای آشپزخانه دفع می‌شود، به عنوان کندانسور عمل می‌کنند (۱۰-۳)



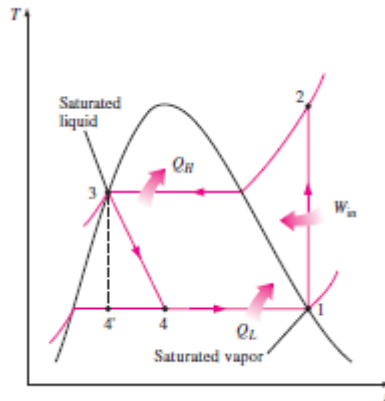
شکل ۱۰-۳ یخچال معمولی خانگی

میدانیم که مساحت زیر منحنی فرآیند در نمودار  $T$ - $S$  انتقال گرما را برای فرآیندهای برگشت پذیر داخلی نشان می‌دهد. مساحت زیر منحنی، فرآیند ۱-۴ گرما جذب شده توسط مبرد را در اواپراتور نشان می‌دهد، و مساحت زیر منحنی فرآیند ۲-۳ گرما دفع شده در کندانسور را نشان می‌دهد.

توجه کنید که برخلاف سیکل‌های ایده‌آلی که قبلاً بحث شدند، سیکل تبرید تراکمی ایده‌آل یک سیکل برگشت پذیر داخلی نیست زیرا شامل فرآیند برگشت‌ناپذیر فشارشکنی است. به همین دلیل، از این سیکل به عنوان مدل بهتری برای سیکل تبرید تراکمی واقعی استفاده می‌شود. اگر یک توربین تک‌آنتروپی جایگزین وسیله فشار شکن شود، مبرد در حالت ۴' به جای حالت ۴، وارد اواپراتور می‌شود. در نتیجه، ظرفیت تبرید افزایش می‌یابد (به اندازه مساحت زیر منحنی فرآیند ۴-۴' در شکل (۱۰-۳) و کار



خالص داده شده کاهش می یابد (به اندازه مقدار کار خروجی از توربین). البته، جایگزینی شیر انبساط توسط توربین عملی نیست زیرا بهره حاصل از آن نمی تواند افزایش هزینه و پیچیدگی های مربوط را توجیح کند.



تمام چهار جزء مربوط به سیکل تبرید تراکمی وسایل با جریان پایا هستند، و از این رو تمام چهار فرآیند تشکیل دهنده سیکل را به صورت فرآیندهای پایا می توان تحلیل کرد. تعیرات انرژی جنبشی و پتانسیل مبرد در مقایسه با جمله های کار و انتقال گرما معمولاً کوچک اند، و از آنها می توان صرف نظر کرد. بنابراین، معادله انرژی جریان پایا بر مبنای جرم واحد به شکل زیر است

$$(q_{in} - q_{out}) + (w_{in} - w_{out}) = h_e - h_i$$

کندانسور و اواپراتور فاقد برهم کنش کار هستند، و کمپرسور را می توان تقریباً آدیباتیک گرفت. بنابراین، ضریب عملکرد ( $COP$ ) یخچال ها و پمپ های گرما را که بر مبنای سیکل تبرید تراکمی کار می کنند می توان به صورت زیر بیان کرد

$$COP_R = \frac{q_L}{W_{in}} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} \quad (7-10)$$

$$COP_{HR} = \frac{q_H}{W_{in}} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} \quad (8-10)$$

که در آن، در حالت ایده آل،  $h_4 = h_f @ p_4$ ،  $h_1 = h_g @ p_1$

تبرید تراکمی به سال ۱۸۳۴ برمی گردد، یعنی، وقتی ژاکوب پرکینز انگلیسی اختراع خود را، که ماشین یخ ساز با سیکل بسته بود و از اتر یا سایر سیالات فرار به عنوان مبرد استفاده می کرد، به ثبت رساند. مدلی از این ماشین ساخته شد، اما به تولید انبوه نرسید در سال ۱۸۵۰، الکساندر توئینگ شروع به طراحی و ساخت ماشین های یخ ساز با سیکل تراکمی کرد که در آنها از اتیل اتر، که به عنوان مبرد تجاری در سیستم های تراکمی به کار می رود، استفاده می شد. در ابتدا، سیستم های تبرید تراکمی بزرگ بودند و عمدتاً برای یخ سازی، مشروب سازی، و سردخانه ها به کار می رفتند. آنها فاقد کنترل اتوماتیک بودند و توسط موتور بخاری کار می کردند در دهه ۱۹۸۰، انواعی که با موتورهای الکتریکی کوچکتر کار می کردند و مجهز به کنترل اتوماتیک بودند جایگزین وسایل قدیمی شدند، و سیستم های تبرید در قصابی ها و منازل مورد استفاده قرار گرفتند. تا سال ۱۹۳۰، ادامه تغییرات باعث شد سیستم های تبرید نسبتاً کارآمد، مطمئن، کوچک، و ارزان تولید شوند.

#### مثال

یخچال از مبرد  $R-134a$  به عنوان سیال عامل استفاده می کند و بر مبنای سیکل تراکمی ایده آل بین  $0/14$  و  $0/8$  مگا پاسکال کار می کند اگر آهنگ جریان جرمی مبرد  $0/05 \text{ Kg/s}$  باشد مطلوب است :

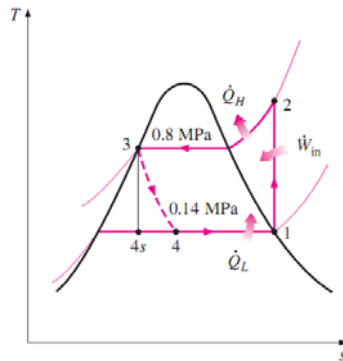
الف) آهنگ دفع گرما از فضای تبرید شده و قدرت داده شده به کمپرسور؟

ب) آهنگ دفع گرما به محیط؟

ج)  $cop$  یخچال؟



حل : نمودار  $T-S$  سیکل تبرید در شکل ۱۰-۲ نشان داده شده است. این سیکل تبرید تراکمی ایده آلی است که شامل اجزاء با جریان پایاست. بنابراین کمپرسور تک آنتروپی است و میرد به صورت مایع اشباع از کندانسور خارج شده، و به صورت بخار اشباع وارد کمپرسور می شود.



نمودار سیکل تبرید تراکمی ایده آلی برای مثال

تحلیل: از جدول های میرد ۱۳۴a،  $(A11-A13)$  آنتالپی میرد در چهار حالت عبارتند از :

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 0.14 \text{ Mpa} \\ \text{Saturation Vapor} \end{array} \right\} \rightarrow h_1 = h_{g@0.14 \text{ Mpa}} = 236.04 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\rightarrow S_1 = S_{g@0.14 \text{ Mpa}} = 0.9322 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.k}}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_2 = 0.8 \text{ Mpa} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right\} h_2 = 272.05 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P_3 = 0.8 \text{ Mpa} \rightarrow h_3 = h_{f@0.8 \text{ Mpa}} = 93.42 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_4 \cong h_3 \quad (\text{فرآیند فشار شکن}) \rightarrow h_4 = 93.42 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

(ب) آهنگ دفع گرما از فضای تبرید شده و قدرت داده شده به کمپرسور از تعریف های آنها تعیین می شود:

$$\dot{Q}_L = \dot{m}(h_1 - h_4) = \left(0.05 \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right) \left[ (236.04 - 93.42) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] = 7.13 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{in} = \dot{m}(h_2 - h_1) = \left(0.05 \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right) \left[ (272.05 - 236.04) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] = 1.80 \text{ kW}$$

(ب) آهنگ دفع گرما از میرد به محیط از رابطه زیر بدست می آید

$$\dot{Q}_H = \dot{m}(h_2 - h_3) = \left(0.05 \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right) \left[ (272.05 - 93.42) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] = 8.93 \text{ kW}$$

آن را از رابطه زیر نیز میتوان تعیین کرد

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_L + \dot{W}_{in} = 7.13 + 1.80 = 8.93 \text{ kW}$$

(ج) ضریب عملکرد یخچال، از تعریف آن،

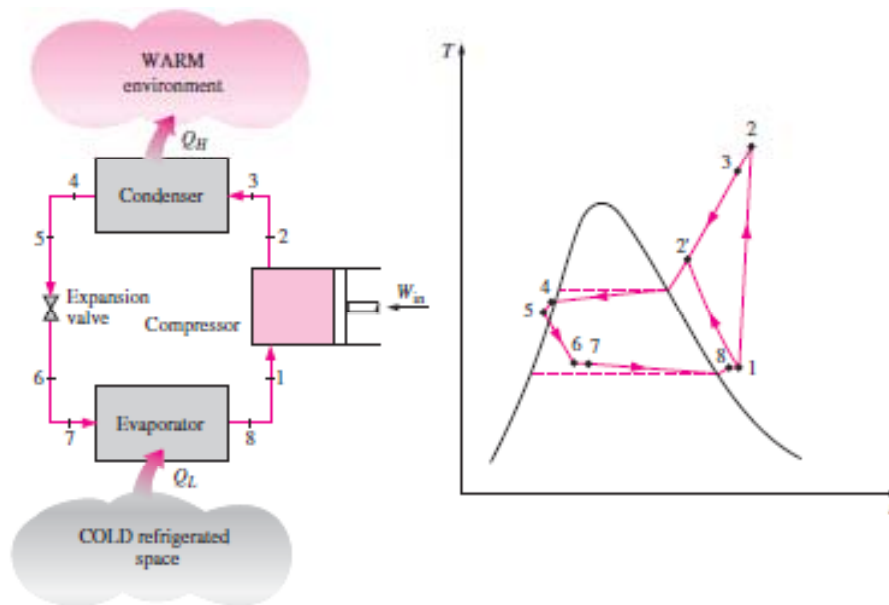


$$COP_R = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{in}} = \frac{7.13 \text{ kW}}{1.80 \text{ kW}} = 3.96$$

یعنی، این یخچال برای هر واحد انرژی الکتریکی مصرفی در حدود ۴ واحد انرژی را از فضای تبرید شده جذب می کند.

### سیکلهای تبرید تراکمی واقعی

سیکل تبرید تراکمی واقعی با سیکل ایده آلی چند تفاوت دارد، و این تفاوتها عمدتاً ناشی از برگشت ناپذیریهایی است که در اجزاء مختلف روی می دهند. دوتا از عوامل برگشت ناپذیری عبارتند از اصطکاک سیال (که باعث افت فشار می شود) و انتقال گرما به (یا از) اطراف. نمودار  $T-s$  سیکل تراکمی واقعی در شکل ۴-۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۴-۱۰

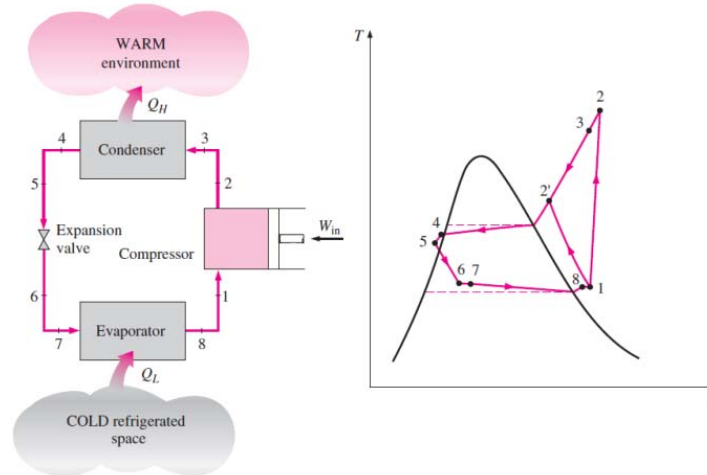
در سیکل ایده آلی، مبرد به صورت بخار اشباع از اواپراتور خارج، و وارد کمپرسور می شود. ولی در عمل، نمی توان حالت مبرد را دقیقاً کنترل کرد. بلکه بهتر است سیستمی طراحی شود که مبرد را در ورودی کمپرسور تا اندازه ای فوق گرم کند. مبرد قبلاً از ورود به کمپرسور کاملاً تبخیر می شود. همچنین، خط اتصال بین اواپراتور و کمپرسور معمولاً خیلی بلند است؛ از اینرو افت حاصل از اصطکاک سیال و انتقال گرما از اطراف به مبرد می تواند خیلی زیاد باشد. تاثیر فوق گرمایش، جذب گرما در خط اتصال، و افت های فشار در اواپراتور و خط اتصال این است که حجم مخصوص افزایش می یابد و از این رو قدرت مورد نیاز کمپرسور افزایش می یابد زیرا کار جریان پایا متناسب با حجم مخصوص است.

فرآیند تراکم در سیکل ایده آلی از نوع برگشت پذیر داخلی و آدیباتیک، (تک آنترپی) است. ولی، فرآیند تراکم واقعی شامل اثرات اصطکاک است، که آنترپی را افزایش می دهند و همچنین باعث افزایش انتقال گرما می شوند، و این افزایش برحسب اینکه در چه جهتی باشد، باعث افزایش یا کاهش آنترپی می شود. بنابراین، در فرآیند تراکم واقعی، آنترپی مبرد، برحسب این که کدام اثر غالب است، ممکن است افزایش یابد (فرآیند ۱-۲) یا کاهش یابد (فرآیند ۱-۲'). فرآیند تراکم  $(2'-1)$  حتی می تواند مطلوب تر از فرآیند تراکم تک آنترپی باشد زیرا حجم مخصوص مبرد، واز این رو کار ورودی مورد نیاز، در این حالت کوچکتر است. بنابراین، در صورتی که عملی و اقتصادی باشد، مبرد را باید در فرآیند تراکم خنک کرد.

در حالت ایده آلی، فرض می شود مبرد به صورت مایع اشباع در فشار خروجی کمپرسور از کندانسور خارج می شود. ولی در حالت های واقعی، مقداری افت فشار در کندانسور - کمپرسور - شیر انبساط وجود دارد. همچنین، نمی توان به سهولت فرآیند چگالش را با آن چنان دقتی انجام داد که مبرد در انتهای فرآیند به صورت مایع اشباع باشد، و فرستادن مبرد به شیر انبساط قبل از چگالش کامل آن کار مطلوبی نیست. بنابراین مبرد قبل از ورود به شیر انبساط کمی فرورسد می شود. ولی، هیچ وقت اهمیتی به



این موضوع نمی‌دهیم زیرا مبرد در این حالت با آنتالپی کمتری وارد اواپراتور می‌شود و می‌تواند گرمای بیشتری را از فضای تبرید شده جذب کند. شیر انبساط و اواپراتور معمولاً خیلی نزدیک به هم قرار می‌گیرند، و بنابراین افت فشار در خط اتصال کوچک است.



شکل ۱۰-۵ طرحواره و نمودار  $T-S$  سیکل تبرید تراکمی واقعی

### انتخاب مبرد مناسب

برای طراحی سیستم تبرید، مبردهای مختلفی را می‌توان انتخاب کرد، از قبیل کلروفلوروکربن ( $CFC$  ها)، آمونیاک، هیدروکربن ها (پروپان، اتان، اتیلن، و غیره)، دی‌اکسیدکربن، هوا (در تهویه مطبوع هواپیما)، و حتی آب (در کاربردهای بالای نقطه انجماد). انتخاب مناسب مبرد به شرایط موجود بستگی دارد از بین این مبردها،  $CFC$  هایی مانند  $R-11$ ،  $R-12$ ،  $R-22$ ،  $R-134a$ ،  $R-502$  متجاوز از ۹۰ درصد بازار را در ایالات متحده به خود اختصاص داده‌اند.

اتیل‌تر اولین مبرد تجاری بود که در سال ۱۸۵۰ در سیستم‌های تراکمی به عنوان مبرد به کار رفت، و پس از آن آمونیاک، دی‌اکسید کربن، متیل کلراید، دی‌اکسید گوگرد، بوتان، پروپان، ایزوبوتان، بنزین، و کلئورکربن‌ها مورد استفاده قرار گرفتند. آمونیاک یک مبرد صنعتی و تجاری است که خیلی مورد استقبال قرار گرفته است، ولی سمی است. مزایای آمونیاک بر سایر مبردها عبارتند از قیمت کم، ضرایب عملکرد بالاتر (و از این رو هزینه کمتر برای انرژی)، خواص ترمودینامیکی مطلوب‌تر و ضرایب انتقال گرمای بیشتر (در نتیجه، مبدل‌های گرمایی کوچکتر و ارزان‌تری مورد نیازند)، آشکارسازی بهتر در موقع نشت، و عدم تاثیر بر لایه اوزون. عیب عمده آمونیاک، سمی بودن آن است، که باعث می‌شود در مصارف خانگی به کار نرود. آمونیاک در وسایل تبرید خوراکی‌ها، مانند میوه‌جات تازه، سبزیجات، گوشت، ماهی، در تبرید نوشیدنی‌ها و فرآورده‌های لبنی مانند پنیر، در فریز کردن بستنی و سایر مواد غذایی، در تولید یخ، و در ایجاد سرما با دمای پایین در صنایع داروسازی و دیگر فرآیندها خیلی به کار می‌رود. شایان ذکر است که مبردهای اولیه‌ای که در مناطق تجاری و مسکونی به کار می‌رفتند از قبیل دی‌اکسید گوگرد، اتیل کلراید، و متیل کلراید خیلی سمی بودند. اعلام چند مورد نشتی و بیماری‌های شدید و مرگ و میر ناشی از آنها در دهه ۱۹۲۰ باعث شد مردم استفاده از این مبردها را تحریم یا محدود کنند، و در نتیجه به مبردهای مطمئن در مصارف خانگی احساس نیاز می‌شد. به دنبال درخواست شرکت سرماساز، آزمایشگاه تحقیقاتی جنرال موتور مبرد  $R-21$ ، اولین عضو گروه  $CFC$  را در سال ۱۹۲۸ در عرض سه روز تولید کرد. تیم تحقیقاتی از میان  $CFC$  های تولید شده،  $R-21$  را به عنوان مناسبترین مبرد برای استفاده‌های تجاری در نظر گرفت و نام تجاری "فرئون" را به گروه  $CFC$  داد. تولید تجاری  $R-11$  و  $R-12$  توسط یک شرکت وابسته به جنرال موتور، و همچنین توسط شرکت  $E. I. du pont de Nemours$  در سال ۱۹۳۱ شروع شد. تنوع و قیمت پایین  $CFC$  ها باعث شد که آنها را به عنوان مبرد انتخاب کنند. از  $CFC$  ها در اتروسل‌ها، عایق‌های فوم دار، و صنایع الکترونیک به عنوان حلال‌ها برای تمیز کردن تراشه‌های کامپیوتر استفاده می‌شود.

در چیلرهای آب با ظرفیت زیاد که در سیستم‌های تهویه مطبوع در ساختمان‌ها به کار می‌روند عمدتاً از  $R-11$  استفاده می‌شود. از  $R-12$  در یخچال‌ها و فیریزهای خانگی، و در سیستم تهویه اتومبیل استفاده می‌شود.  $R-22$  در سیستم تهویه مطبوع پنجره‌ای،



در پمپ‌های گرما، در سیستم‌های تهویه مطبوع ساختمان‌های تجاری، و در سیستم‌های بزرگ تبرید صنعتی به کار می‌رود، و رقیب مهمی برای آمونیاک است.  $R-502$  (ترکیبی از  $R-115$  و  $R-22$ ) مبردی است که در سیستم‌های تبرید تجاری، مانند سیستم‌هایی که در سوپرمارکت‌ها کار می‌کنند، عمدتاً از آن استفاده می‌شود و در سیستم‌هایی که با تراکم یک مرحله ای کار می‌کنند دماهای پایینی را در اواپراتورها به وجود می‌آورند.

بحران اوزن باعث شده است در صنایع تبرید و تهویه مطبوع تحولی به وجود آید و درباره مبردها تجدید نظر شود: در اواسط دهه ۱۹۷۰ متوجه شدند که  $CFC$ ها باعث تخریب لایه محافظ اوزون می‌شوند و نتیجه تشعشع ماوراءبنفش بیشتری وارد اتمسفر زمین می‌شود، و ضمناً از فرار تشعشع مادون قرمز از زمین جلوگیری می‌شود و بنابراین،  $CFC$ ها در اثر گلخانه‌ای، که باعث گرم کردن کره زمین می‌شود، سهم دارند. در نتیجه بر طبق پیمان‌های بین‌المللی استفاده از بعضی  $CFC$ ها ممنوع شده است.  $CFC$ های کاملاً هالوژنه (مانند  $R-11$ ،  $R-12$ ،  $R-115$ ) در تخریب لایه اوزن بیشترین سهم را دارند. سهم مبردهایی که کاملاً هالوژنه نیستند، از قبیل  $R-22$ ، در تخریب لایه اوزن تقریباً ۵ درصد سهم  $R-12$  است.  $CFC$ هایی تولید شده اند که لایه اوزن را تخریب نمی‌کنند و ضمناً در اثر گلخانه ای سهمی ندارند. اخیراً مبرد بدون کلر  $R-134$  جایگزین  $R-12$  شده است. دو پارامتر مهمی را که در انتخاب مبرد باید در نظر گرفت عبارتند از دماهای دو محیط (فضای تبرید شده و اطراف) که مبرد با آنها تبادل گرما دارد.

برای ایجاد انتقال گرما با آهنگ معقول بین مبرد و محیطی که مبرد با آن انتقال گرما دارد اختلاف دمای  $5^\circ C$  تا  $10^\circ C$  - باید وجود داشته باشد مثلاً اگر بخواهیم فضای تبرید شده در  $10^\circ C$  - بماند، دمای مبرد در ضمن جذب گرما در اواپراتور باید تقریباً  $20^\circ C$  - باشد. کمترین فشار در سیکل تبرید در اواپراتور روی می‌دهد، و این فشار باید بیشتر از فشار اتمسفر باشد تا از نشت هوا به داخل سیستم تبرید جلوگیری شود. بنابراین، در این حالت خاص، مبرد در  $20^\circ C$  - باید دارای فشار اشباع  $1 atm$  یا بالاتر باشد. آمونیاک و  $R-134a$  دو تا از این مواد هستند. دما (وازا این رو فشار) مبرد در کندانسور بستگی به محیطی دارد که گرما به آن دفع می‌شود. اگر مبرد توسط آب خنک‌کن، به جای هوا، در کندانسور خنک شود، دماهای پایین‌تری را در کندانسور (وازا این رو  $COP$ های بالاتر) را می‌توان به دست آورد. ولی استفاده از آب خنک‌کن توجه اقتصادی ندارد، مگر در سیستم‌های تبرید بزرگ صنعتی. دمای مبرد را در کندانسور نمی‌توان به کمتر از دمای محیط خنک‌کن (تقریباً  $20^\circ C$  برای یخچال خانگی) رساند، و اگر بخواهیم فرآیند دفع گرما تقریباً تک‌دما باشد، فشار اشباع مبرد در این دما باید خیلی از فشار بحرانی آن باشد. اگر هیچ مبردی نتواند به تنهایی شرایط دمایی را برقرار کند، از دو یا تعداد بیشتری سیکل تبرید با مبردهای مختلف که به طور سری قرار گرفته‌اند می‌توان استفاده کرد. این سیستم تبرید را سیستم زنجیره‌ای می‌گویند. سایر مشخصاتی که یک مبرد باید دارا باشد عبارتند از: غیر سمی، غیرخورنده، اشتعال ناپذیر، و به طور شیمیایی پایدار؛ داشتن آنتالپی تبخیر بالا (که آهنگ جریان جرمی را به حداقل می‌رساند) و البته قابل دسترسی با قیمت کم. در پمپ‌های گرما، دما (و فشار) مینیمم مبرد می‌تواند خیلی بیشتر باشد زیرا معمولاً از محیط‌هایی گرما می‌گیرند که خیلی بالاتر از دماهایی هستند که در سیستم‌های تبرید با آنها مواجه می‌شویم.

### پمپ‌های گرما

قیمت خرید و هزینه نصب پمپ‌های گرما معمولاً بیشتر از سایر سیستم‌های گرمایشی است، اما در طولانی مدت در بعضی مناطق صرفه‌جویی مالی را به همراه دارند زیرا هزینه گرمایش را پایین می‌آورند. مقبولیت پمپ‌های گرما، علی‌رغم هزینه‌های اولیه نسبتاً زیادشان، رو به افزایش است. در حدود یک سوم تمام خانه‌های تک خانوار که در سال ۱۹۸۴ در ایالات متحده ساخته شده‌اند با پمپ گرما گرم می‌شوند.

متداول‌ترین منبع انرژی برای پمپ‌های گرما هوای اتمسفر است (سیستم‌های هوا به هوا)، ولی از آب و خاک نیز استفاده می‌شود. مسئله اصلی در سیستم‌های هوایی برفک است، که وقتی دما در آب و هوای مربوط به کمتر از  $2^\circ C$  تا  $5^\circ C$  می‌رسد تشکیل می‌شود برفک روی کویل‌های اواپراتور خیلی نامطلوب است زیرا شدیداً مانع انتقال گرما می‌شود. البته، با معکوس کردن سیکل پمپ گرما (با راه اندازی آن به صورت سیستم تهویه مطبوع) می‌توان برفک زدایی کرد. تشکیل برفک باعث می‌شود بازده سیستم کاهش یابد.

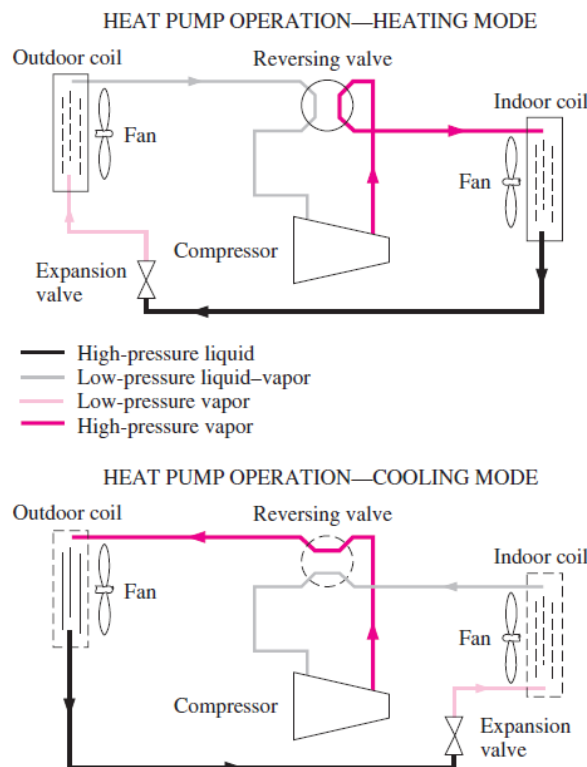




سیستم‌های آبی معمولاً از چاه آب با عمق‌های تا  $80m$  با دمای بین  $5$  تا  $18^{\circ}C$  استفاده می‌کنند، و مشکل برفک را ندارد. آنها عموماً دارای  $COP$  های بالاترند اما پیچیده‌ترند و نیازمند منابع بزرگ آب، مانند آب زیرزمینی هستند. سیستم‌های خاکی نیز تقریباً پیچیده‌اند زیرا احتیاج به لوله‌کشی طولانی در اعماقی دارند که دمای خاک در آنجا نسبتاً ثابت باشد.  $COP$  پمپ‌های گرما، برحسب نوع سیستم و دمای منبع، معمولاً از  $1/5$  تا  $4$  است. اخیراً، پمپ‌های گرمایی تولید شده‌اند که از موتورهای الکتریکی با سرعت متغیر کار می‌کنند و دو برابر قبل در انرژی صرفه جویی می‌کنند.

ظرفیت و بازده پمپ‌های گرما در دماهای پایین افت می‌کنند. بنابراین اغلب پمپ‌های گرمای هوایی احتیاج به سیستم گرمایشی کمکی مانند گرمکن‌های مقاومتی و کوره‌های نفتی یا گازی دارند. چون دمای آب و خاک خیلی افت و خیز ندارد، برای سیستم‌های آبی یا خاکی ممکن است احتیاجی به سیستم گرمایشی کمکی نباشد. اما پمپ گرما باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا ماکزیمم بار گرمایی را تامین کند.

پمپ‌های گرما و سیستم‌های تهویه مطبوع دارای اجزاء مکانیکی یکسان‌اند. بنابراین داشتن دو سیستم جداگانه برای تامین لازمه گرمایشی و سرمایشی ساختمان اقتصادی نیست. از یک سیستم تنها می‌توان در زمستان به عنوان سیستم تهویه مطبوع استفاده کرد. اینکار با افزودن یک شیرمعکوس به سیکل انجام می‌شود (شکل ۱۰-۶). بر اثر این تغییر کندانسور پمپ گرما (که در داخل قرار دارد) در تابستان به صورت اواپراتور سیستم تهویه مطبوع کار می‌کند. همچنین اواپراتور پمپ گرما (که در خارج قرار دارد) به عنوان کندانسور سیستم تهویه مطبوع کار می‌کند. چنین مشخصه‌ای باعث مقبولیت پمپ‌های گرما شده است. در متل‌ها از این نوع سیستم‌های دوتایی پنجره‌ای استفاده می‌شود. در مناطقی که در فصل گرما احتیاج به بار سرمایش زیاد و در فصل سرما احتیاج به بار نسبتاً کمی دارند، مانند بخش‌های جنوبی ایالات متحده، از پمپ‌های گرما خیلی استفاده می‌کنند. در این نواحی، پمپ گرما می‌تواند تمام نیازهای سرمایشی و گرمایشی ساختمان‌های مسکونی یا تجاری را تامین کند. در مناطقی که بار گرمایش زیاد، و بار سرمایش کم است، مانند بخش‌های شمالی ایالات متحده، پمپ‌های گرما کاربرد چندانی ندارند.

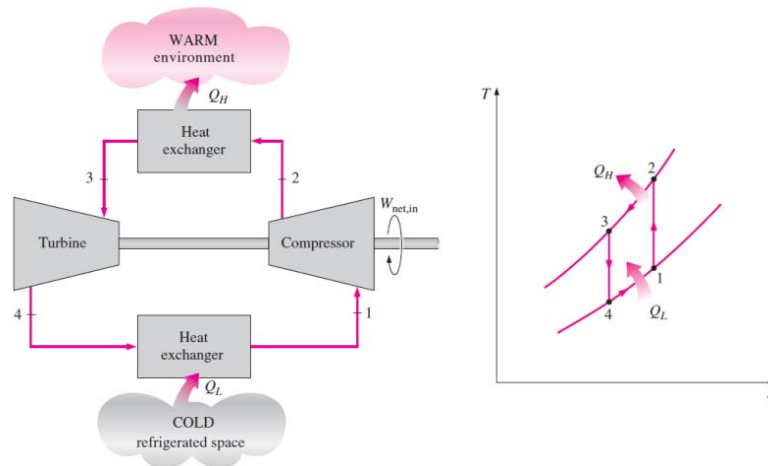


شکل ۱۰-۶ از پمپ گرما در زمستان برای گرمایش و در تابستان برای سرمایش استفاده می‌شود



### سیکل های تبرید تراکمی

سیکل کارنو (استانداردی برای مقایسه سیکل های قدرت) و سیکل کارنوی معکوس (استانداردی برای مقایسه سیکل های تبرید) همسانند، با این تفاوت که سیکل کارنوی معکوس در جهت معکوس کار می کند. این موضوع می رساند که سیکل قدرتی را که در فصل های قبل بررسی شدند فقط با معکوس کردن آنها می توان به عنوان سیکل های تبرید مورد استفاده قرار داد. در حقیقت، سیکل تبرید تراکمی اساساً سیکل رانکین تغییر یافته ای است که به طور معکوس کار می کند. در این قسمت درباره سیکل معکوس برایتون، که آن را سیکل تبرید گازی می گویند، بحث می کنیم. سیکل تبرید گازی نشان داده شده در شکل ۷-۱۰ را در نظر بگیرید. اطراف در دمای  $T_0$ ، فضای تبرید شده در دمای ثابت  $T_L$  است. گاز در فرآیند ۱-۲ متراکم می شود. سپس گاز پر فشار در حالت ۲ با دفع گرما به اطراف در فشار ثابت تا دمای  $T_0$  خنک می شود. سپس در یک توربین منبسط می شود و در طی آن دمای گاز تا  $T_4$  افت می کند. (آیا می توان با استفاده از شیر انبساط، به جای توربین، همین کار را انجام داد؟). سرانجام، گاز سرد از فضای تبرید شده گرما می گیرد و دمای آن به  $T_1$  می رسد.



شکل ۷-۱۰ سیکل تبرید گازی ساده

تمام فرآیندهایی که در بالا تشریح شدند برگشت پذیرند داخلی اند و سیکل انجام شده سیکل تبرید گازی ایده آل است. در نمودار  $T-S$  مساحت زیر منحنی فرآیند ۱-۲ گرمای جذب شده از فضای تبرید شده را نشان می دهد؛ مساحت بسته ۱-۲-۳-۴-۱ کار خالص ورودی را نشان می دهد. نسبت این مساحت ها  $COP$  سیکل است، و آن را به صورت زیر می توان بیان کرد.

$$COP_R = \frac{q_L}{W_{in}} = \frac{q_L}{W_{com.in} - W_{T.out}}$$

که در آن:

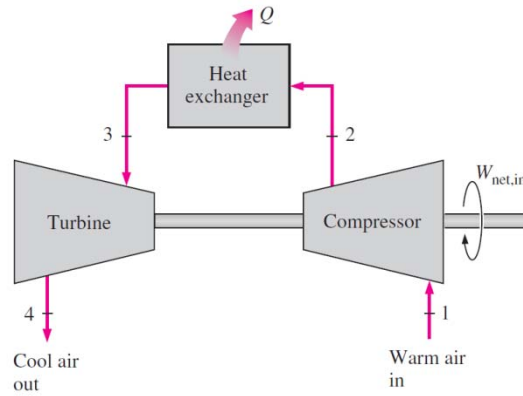
$$\begin{aligned} q_L &= h_1 - h_4 \\ W_{T.out} &= h_3 - h_4 \\ W_{com.in} &= h_2 - h_1 \end{aligned}$$

سیکل تبرید گازی از سیکل کارنوی معکوس منحرف می شود زیرا فرآیندهای انتقال گرما تکدما نیستند. در حقیقت، دمای گاز در فرآیندهای انتقال گرما خیلی تغییر می کند. بنابراین، سیکل های تبرید گازی در مقایسه با سیکل کارنوی معکوس دارای ضرایب عملکرد پایین تری هستند

سیکل های تبرید گازی، برخلاف ضرایب عملکرد نسبتاً پایینی که دارند، دارای دو مشخصه مطلوب اند: دارای اجزاء ساده سبک تری هستند که آنها را برای استفاده در سرمایه های هواپیما مناسب می سازند و با تجهیز به بازیابی، از آنها می توان در مایع سازی گازها و کاربردهای کربوژنیک استفاده کرد. در شکل ۸-۱۰، سیستم خنک کن هواپیما با سیکل باز نشان داده شده است. هوای اتمسفر توسط کمپرسور متراکم می شود، توسط هوای اطراف خنک می شود، و در یک توربین منبسط می شود. هوای سرد خروجی از توربین مستقیماً به داخل کابین هدایت می شود.



در شکل سیکل گازی با بازیابی نشان داده شده است. سرمایه‌ش با بازیابی توسط تجهیز سیکل به یک مبدل گرمایی، با جریان ناهمسو، انجام می‌شود. بدون بازیابی، کمترین دمای ورودی به توربین برابر با  $T_0$  (دمای اطراف یا دمای هر محیط خنک‌کن دیگر است). با بازیابی، گاز پر فشار قبل از انبساط در توربین تا دمای  $T_4$  خنک می‌شود. پایین آوردن دمای ورودی به توربین باعث می‌شود دمای خروجی از توربین (که مینیمم دما در سیکل است) کاهش یابد. با تکرار این فرآیند می‌توان دماهای بسیار پایین را ایجاد کرد.

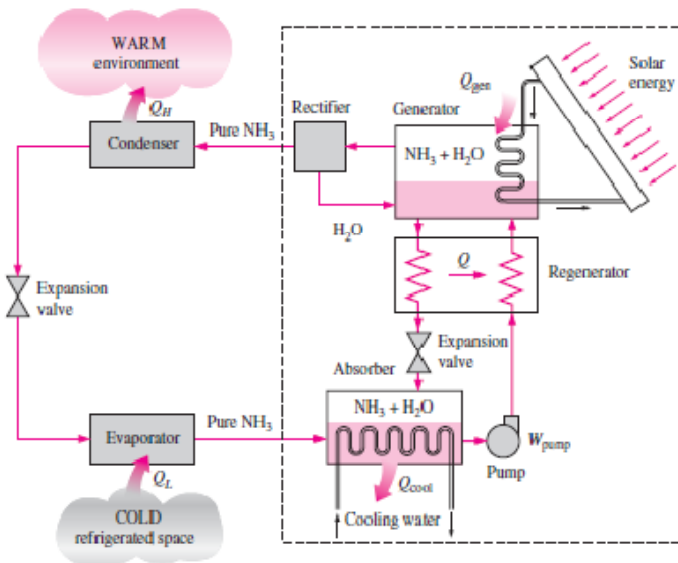


شکل ۱۰-۸ سیکل خنک کن هواپیما با سیکل باز

### سیستم‌های تبرید جذبی<sup>۲</sup>

وقتی منبع انرژی گرمایی ارزانی با دمای  $100^\circ C$  تا  $200^\circ C$  در دسترس است، تبرید جذبی شکل دیگری از تبرید است که از نظر اقتصادی قابل توجه است. انرژی ژئوترمال، انرژی خورشیدی، و گرمای دفع شده از نیروگاه‌های همزایی یا بخاری، و حتی گاز طبیعی وقتی با قیمت نسبتاً پایین در دسترس است از جمله منابع انرژی گرمایی ارزان‌اند.

سیستم‌های تبرید جذبی همان‌طور که از نام آنها بر می‌آید، با جذب مبرد توسط یک محیط انتقال سرو کار دارند. متداول‌ترین سیستم تبرید جذبی سیستم آمونیاک - آب است، که در آن آمونیاک  $NH_3$  به عنوان مبرد و آب  $H_2O$  به عنوان محیط انتقال عمل می‌کنند. سیستم‌های جذبی تبرید دیگری وجود دارند که با سیستم‌های آب-کلرولیتیم به عنوان محیط انتقال و با آب به عنوان مبرد کار می‌کنند. از دو سیستم آخری در مواد محدود، مانند سیستم‌های تهویه که دمای مینیمم در آنها بالای نقطه انجماد آب است استفاده می‌شود.



شکل ۱۰-۹ سیستم تبرید جذبی



برای درک اصول بنیادی تبرید جذبی، سیستم  $NH_3 - H_2O$  را که در شکل ۱۰-۹ نشان داده شده است بررسی می‌کنیم. ماشین آمونیاک - آب توسط فریناند کاری فرانسوی در سال ۱۸۵۹ اختراع شد. در عرض چند سال، ماشین‌هایی برمبنای این اصل در ایالات متحده ساخته شدند که عمدتاً در یخ‌سازی و نگهداری مواد غذایی به کار می‌رفتند. با توجه به شکل این سیستم خیلی شبیه سیستم تراکمی است، با این تفاوت که به جای کمپرسور از یک مکانیزم جذبی پیچیده شامل پمپ، مولد<sup>۳</sup>، بازیاب<sup>۴</sup>، شیر و یک سوکننده<sup>۵</sup> استفاده می‌شود پس از افزایش فشار  $NH_3$  توسط اجزاء نشان داده در محدوده خط چین (این اجزاء فقط برای همین منظوراند)  $NH_3$  در کندانسور با دفع گرما به اطراف خنک و چگالیده می‌شود تا فشار اوپراتور منبسط می‌شود و هنگام عبور از اوپراتور از فضای تبرید شده گرما می‌گیرد. بنابراین چیز تازه‌ای در اینجا نیست. مطلب مربوط می‌شود به آنچه که در محدوده خط چین روی می‌دهد.

بخار آمونیاک از اوپراتور خارج می‌شود و وارد جذب‌کننده (Absorber) می‌شود، و در آنجا در آب حل می‌شود و با آب واکنش می‌دهد و  $NH_3 - H_2O$  تشکیل می‌شود. این یک واکنش گرماساز است و در طی آن گرما آزاد می‌شود. مقدار آمونیاکی که می‌توان در آب حل کرد با دما به طور معکوس متناسب است. بنابراین باید جذب‌کننده را سرد کرد تا دمای آن در حد امکان پایین باشد و مقدار  $NH_3$  حل شده در آب به حداکثر برسد. محلول  $NH_3 - H_2O$ ، که سرشار از  $NH_3$  است سپس به مولد پمپ می‌شود. با انتقال گرما از یک منبع به محلول، قسمتی از آن تبخیر می‌شود. بخار که سرشار از  $NH_3$  است. از یکسوکننده عبور می‌کند و در آنجا آب آن گرفته شده و به مولد باز می‌گردد. بخار  $NH_3$  خالص پر فشار به حرکت خود تا انتهای سیکل ادامه می‌دهد. محلول داغ  $NH_3 + H_2O$ ، که  $NH_3$  کمی دارد سپس از بازیاب عبور می‌کند و در آنجا مقداری از گرمای خود را به محلول سرشار از  $NH_3$  که از پمپ خارج می‌شود می‌دهد و تا فشار جذب‌کننده منبسط می‌شود.

سیستم‌های تبرید جذبی، در مقایسه با سیستم‌های تراکمی یک مزیت عمده دارند: به جای بخار مایع متراکم می‌شود. کار جریان پایا با حجم مخصوص متناسب است و از اینرو کار مورد نیاز برای سیستم‌های تبرید جذبی خیلی کم است (۱ درصد گرمای داده شده به مولد) و در تحلیل سیکل اغلب از آن صرف نظر می‌شود. این سیستم‌ها بر مبنای انتقال گرما از یک منبع خارجی کار می‌کنند. بنابراین سیستم‌های تبرید جذبی را اغلب سیستم‌ها با محرک گرمایی می‌گویند.

سیستم‌های تبرید جذبی، در مقایسه با سیستم‌های تبرید تراکمی، خیلی گران‌تر و پیچیده‌ترند و جای بیشتری می‌گیرند؛ کارایی آنها کم است و از این رو برای دفع گرما بلااستفاده احتیاج به برج‌های خنک‌کن بزرگتری دارند و سرویس آنها نیز مشکل است بنابراین کمتر به کار می‌روند و فقط وقتی هزینه واحد انرژی گرمایی کم است و برنامه هم این است که این هزینه در مقایسه با واحد برق همچنان پایین نگه داشته شود از سیستم تبرید جذبی استفاده می‌شود.

$COP$  سیستم‌های تبرید جذبی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$COP_R = \frac{Q_L}{Q_{gen} + W_{P.in}} \cong \frac{Q_L}{Q_{gen}}$$

$COP$  سیستم‌های تبرید جذبی واقعی معمولاً کمتر از ۱ است.

سیستم‌های تهویه مطبوعی را که بر مبنای تبرید جذبی کار می‌کنند چیلرهای جذبی<sup>۶</sup> می‌گویند، و اگر منبع گرمایی بتواند گرما را در دمای بالا به مولد (Generator) بدهد و افت دمای کمی داشته باشد، این چیلرها به بهترین وجه کار می‌کنند. چیلرهای جذبی نوعاً در دمای ورودی  $116^\circ C$  ( $240^\circ F$ ) دارای عملکرد بهینه‌اند. این چیلرها در دماهای پایین‌تر کار می‌کنند اما با کاهش دمای منبع ظرفیت سرمایشی آنها سریعاً کاهش می‌یابد و برای هر  $6^\circ C$  ( $10^\circ F$ ) افت دمای منبع گرمادهنده تقریباً ۱۲/۵ درصد است.  $COP$  نامی چیلرهای جذبی یک طبقه در  $116^\circ C$  ( $240^\circ F$ ) برابر با ۰/۶۵ تا ۰/۷ است.

<sup>3</sup> Generator

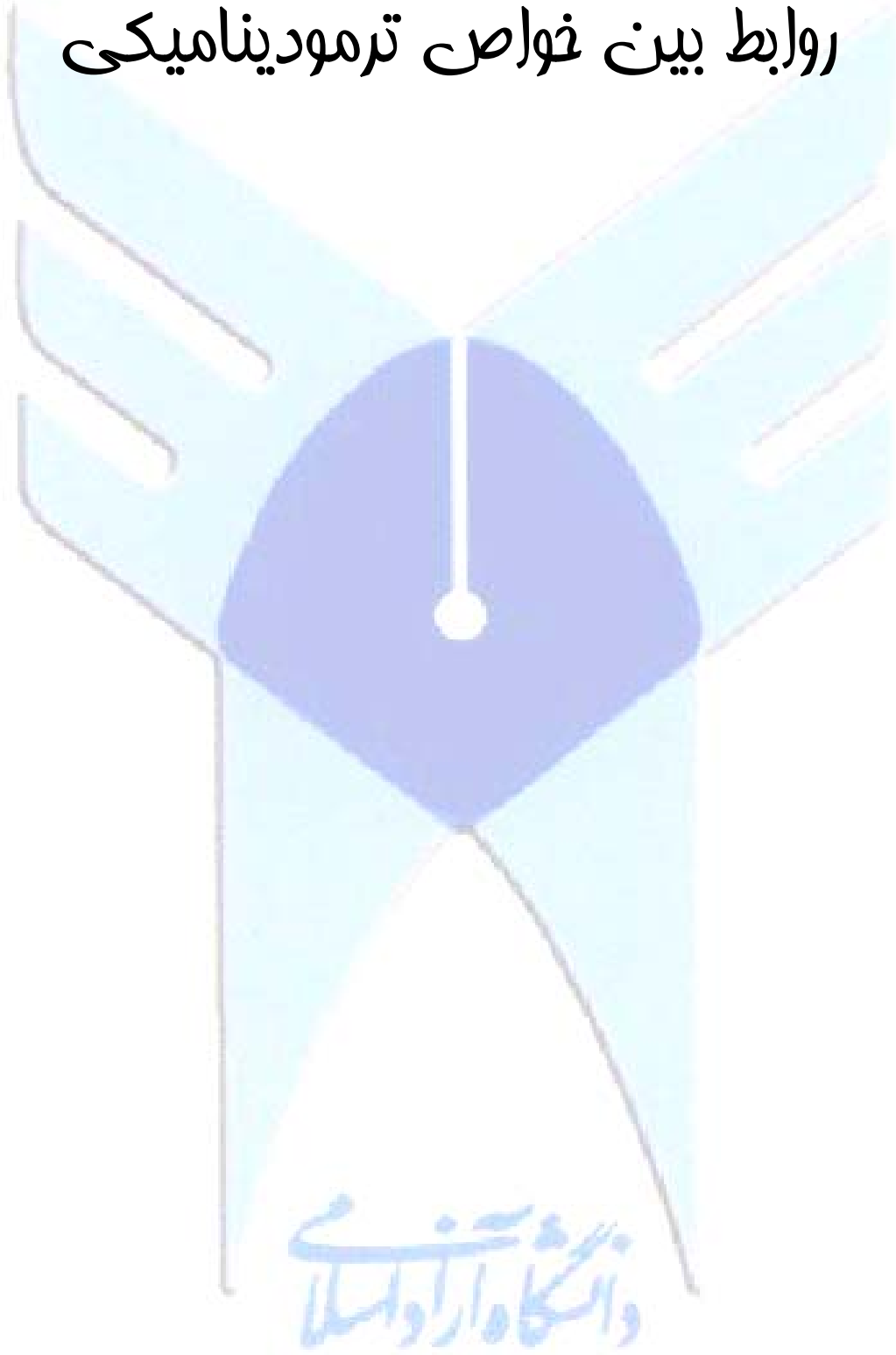
<sup>4</sup> Regenerator

<sup>5</sup> Rectifier

<sup>6</sup> Absorption Chillers

## فصل یازدهم

### روابط بین خواص ترمودینامیکی

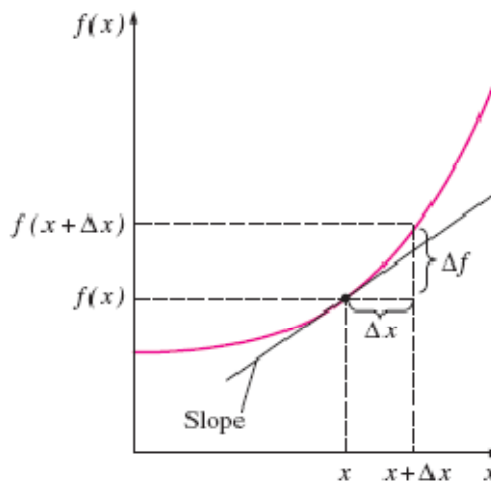




خواص ترمودینامیکی را در نظر بگیرید:

قابل اندازه‌گیری در آزمایشگاه	$P$	فشار
	$T$	دما
	$v$	حجم مخصوص
قابلیت اندازه‌گیری در آزمایشگاه را ندارند	$h$	انتالپی
	$u$	انرژی درونی
	$s$	انتروپی

با توجه به اینکه خواص  $h, u, s$  را نمی‌توان اندازه‌گیری کرد لذا باید روابطی ارائه کرد که به کمک آن خواص فوق قابل محاسبه باشد. در این فصل به این روابط اشاره می‌کنیم. تابع  $f = f(x)$  که تنها به متغیر  $x$  وابسته است را در نظر بگیرید. از شکل دیده می‌شود که این تابع ابتدا صاف است اما با افزایش شیب  $x$  نسبتاً تندی پیدا می‌کند. سراسیبهی منحنی معیاری برای وابستگی  $f$  به  $x$  است.



در اینجا با افزایش  $x$  میزان وابستگی  $f$  به  $x$  شدیدتر می‌شود. سراسیبهی منحنی در یک نقطه توسط شیب خط مماس بر منحنی در آن نقطه اندازه‌گیری می‌شود و معادل است با مشتق تابع در آن نقطه. بنابراین مشتق تابع  $f(x)$  نسبت به  $x$  آهنگ تغییر  $f$  را نسبت به  $x$  نشان می‌دهد

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

اکنون تابعی را در نظر بگیرید که به دو یا چند متغیر وابسته باشد مانند  $Z = Z(x, y)$  در اینجا مقدار  $Z$  به  $x$  و  $y$  بستگی دارد. یعنی با تغییر  $x$  یا  $y$  تابع  $Z$  تغییر می‌کند. گاهی اوقات می‌خواهیم وابستگی  $Z$  فقط به یک متغیر را بررسی کنیم. برای این کار یک متغیر را تغییر داده و بقیه را ثابت می‌گیریم و تغییر تابع را بررسی می‌کنیم. تغییرات  $Z = Z(x, y)$  را نسبت به  $x$  وقتی  $y$  ثابت است مشتق جزئی نسبت به  $x$  می‌گویند و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Z}{\Delta x}\right)_y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{Z(x + \Delta x, y) - Z(x, y)}{\Delta x}$$

و نسبت به تغییر متغیر  $y$



$$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_x = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Z}{\Delta y}\right)_x = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{Z(x, y + \Delta y) - Z(x, y)}{\Delta y}$$

حال اگر  $x$  و  $y$  هر دو را تغییر دهیم تابع  $Z$  به صورت زیر تغییر خواهد کرد.

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial x} dx + \frac{\partial Z}{\partial y} dy$$

دیفرانسیل  $d$  کلی یک تابع را نشان می‌دهد و تاثیر تمام متغیرها را نشان می‌دهد در حالی که  $\partial$  تغییرات دیفرانسیلی جزئی را بر اثر تغییر یک متغیر تنها نشان می‌دهد.

سؤال:

هوا در شرایط  $300 \text{ k}$  و  $0.86 \left(\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right)$  را در نظر بگیرید. حالت گاز بر اثر یک آشفستگی تبدیل به  $302 \text{ k}$  و  $0.87 \left(\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right)$  می‌شود با استفاده از معادله حالت گاز فشار را تخمین بزنید؟

$$dZ = \left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_x dy$$

معادله بالا برای تغییرات دیفرانسیلی متغیرها دقت دارد. اما اگر این تغییرات کوچک باشند می‌توان از آن با دقت معمول نیز استفاده کرد. تغییرات  $T, V$  را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$dt \cong \Delta T = (302 - 300)^\circ \text{K} = 2^\circ \text{K}$$

$$dv \cong \Delta v = (0.87 - 0.86) \left(\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right) = 0.01 \left(\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right)$$

گاز ایده‌آل از رابطه  $Pv = RT$  پیروی می‌کند در نتیجه:

$$P = \frac{RT}{v}$$

توجه کنید که  $R$  ثابت است و  $P = P(T, v)$  یعنی با تغییر  $T$  و  $v$  فشار تغییر می‌کند. تغییرات فشار را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T dv = \frac{R}{v} \cdot dT - \frac{RT}{v^2} dv$$

$$= \left[ 0.287 \left(\frac{\text{kpa} \cdot \text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{k}}\right) \right] \left[ \frac{2 \text{k}}{\left(0.865 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right)} - \frac{301 \text{k} \left(0.01 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right)}{\left(0.865 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right)^2} \right]$$

$$= 0.664 \text{ kpa} - 1.155 \text{ kpa} = -0.491 \text{ kpa}$$

بنابراین فشار بر اثر آشفستگی به اندازه  $0.491 \text{ kpa}$  کاهش می‌یابد. توجه داشته باشید اگر دما ثابت می‌ماند ( $dT=0$ ) افزایش

$0.001$  در حجم مخصوص باعث می‌شود فشار به اندازه  $1.55 \text{ kpa}$  کاهش یابد ولی اگر حجم مخصوص ثابت بماند  $2$

( $dv=0$ ) آنگاه افزایش  $2$  درجه ای در دما باعث می‌شود فشار به اندازه  $0.664 \text{ kpa}$  افزایش می‌یابد.



$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dT = (\partial P)_v = 0.664 \text{ Kpa}$	یعنی اگر در حجم ثابت دما به اندازه $2K$ تغییر کند فشار $-0.664$ $kPa$ تغییر می کند
$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T dv = (\partial p)_T = 1.55 \text{ Kpa}$	یعنی اگر در دمای ثابت حجم به اندازه $0.01 \left(\frac{m^3}{kg}\right)$ تغییر کند فشار $1.55 \text{ kPa}$ تغییر می کند
$dP = (\partial P)_v + (\partial P)_T = 0.664 - 1.55 = -0.491 \text{ Kpa}$	بواسطه تغییر در حجم و فشار به طور همزمان فشار $0.491 \text{ kPa}$ کاهش خواهد یافت

### یادآوری

می دانیم که بعضی خواص مانند دما، فشار، حجم و جرم را می توان مستقیماً اندازه گیری کرد. سایر خواص مانند چگالی و حجم مخصوص را می توان با چند رابطه ساده بدست آورد. اما خواصی مانند انرژی درونی و آنتالپی را به این سادگی نمی توان بدست آورد زیرا نمی توان آنها را مستقیماً اندازه گیری کرد یا نمی توان آنها را از طریق روابط ساده به خواص قابل اندازه گیری ارتباط داد. بنابراین باید روابط اصلی بین خواص ترمودینامیکی را بدست آورد و خواصی را که نمی توان اندازه گیری کرد بر حسب این روابط اندازه گیری کرد.

$$\text{If } Z = Z(x, y) \longrightarrow dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy \Rightarrow dz = M dx + N dy$$

که در آن:

$$M = \left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_y, \quad N = \left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_x$$

با محاسبه مشتق جزئی  $M$  نسبت به  $y$  و مشتق جزئی  $N$  نسبت به  $x$  داریم:

$$\left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_x = \frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y}, \quad \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_y = \frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y}$$

برای خواص، ترتیب دیفرانسیل گیری اهمیتی ندارد زیرا آنها توابع نقطه ای پیوسته اند و دارای دیفرانسیل دقیق اند. بنابراین دو رابطه بالا همسانند بنابراین

$$\left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_y$$

این رابطه برای مشتق های جزئی است و از آن در آنالیز برای واری این که  $dZ$  دقیق است یا نه استفاده می شود. در ترمودینامیک این رابطه اساس معادله های ماکسول که در قسمت بعد بررسی می شوند را تشکیل می دهد. سرانجام دو رابطه مهم برای مشتق های جزئی به دست می آوریم رابطه تقابل و رابطه سیکلی.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = 1 \rightarrow \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y = \frac{1}{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y}$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x = -\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \rightarrow \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$





رابطه اول را رابطه تقابل<sup>۱</sup> می‌گویند و نشان می‌دهد که مشتق جزئی که ترتیب آن معکوس شده است با معکوس آن مشتق برابر است. رابطه دوم را رابطه سیکلی<sup>۲</sup> می‌گویند و در ترمودینامیک اغلب از آن استفاده می‌شود.

### سؤال

با استفاده از رابطه حالت گازهای ایده‌آل مطلوب است:

الف) صحت رابطه‌ی سیکلی

ب) صحت رابطه تقابل را در فشار ثابت نشان دهید

حل: معادله حالت گاز ایده‌آل  $Pv=RT$  شامل سه متغیر  $T, P, v$  است. هر دو تا از اینها به عنوان متغیرهای مستقل و سومی را به عنوان متغیر وابسته می‌توان گرفت.

الف) با جایگزینی  $x, y, z$  در معادله سیکلی بترتیب با  $p, T, v$  رابطه سیکلی برای یک گاز ایده‌آل بصورت زیر می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v = -1$$

حال باید رابطه بالا را اثبات کنیم. با توجه معادله حالت  $Pv=RT$  داریم

که در آن:

$$P = P(v, T) = \frac{RT}{v} \rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T = -\frac{RT}{v^2}$$

$$v = v(P, T) = \frac{RT}{P} \rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P}$$

$$T = T(P, v) = \frac{Pv}{R} \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v = \frac{v}{R}$$

با جایگذاری:

$$\left(-\frac{RT}{v^2}\right) \cdot \left(\frac{R}{P}\right) \cdot \left(\frac{v}{R}\right) = -\frac{RT}{Pv} = -1$$

که مشاهده می‌شود رابطه اثبات شد.

ب) رابطه تقابل برای یک گاز ایده‌آل در فشار ثابت را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P}$$

باید این رابطه را اثبات کنیم. با دیفرانسیل گیری و با جایگذاری:

$$\frac{R}{P} = \frac{1}{\frac{R}{P}} \rightarrow \frac{R}{P} = \frac{R}{P}$$

حکم ثابت شد.

### روابط ماکسول

ابتدا یک رابطه از ریاضی را یادآوری می‌کنیم

<sup>1</sup> Reciprocity Relation

<sup>2</sup> Cyclic Relation



$$dz = M dx + N dy \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} \end{cases} \Rightarrow \left( \frac{\partial M}{\partial y} \right)_x = \left( \frac{\partial N}{\partial x} \right)_y \rightarrow M_y = N_x$$

$$du = T ds - P dv \Rightarrow \left( \frac{\partial T}{\partial v} \right)_s = - \left( \frac{\partial P}{\partial s} \right)_v$$

$$dh = T ds + v dp \Rightarrow \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_s = \left( \frac{\partial v}{\partial S} \right)_P$$

$$da = -S dT - P dv \Rightarrow - \left( \frac{\partial S}{\partial v} \right)_T = - \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v$$

$$dg = -S dT + v dp \Rightarrow - \left( \frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$$

بنابراین روابط ماکسول به صورت زیر خواهند بود

$$\left( \frac{\partial T}{\partial v} \right)_s = - \left( \frac{\partial P}{\partial s} \right)_v \qquad - \left( \frac{\partial S}{\partial v} \right)_T = - \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_s = \left( \frac{\partial v}{\partial S} \right)_P \qquad - \left( \frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$$

### معادله کلایپرون:

با استفاده از این معادله می‌توان تغییر آنتالپی منسوب به تغییر فاز را از روی  $P, T, \vartheta$  بدست آورد. سومین رابطه ماکسول را در نظر بگیرید:

$$- \left( \frac{\delta S}{\delta v} \right)_T = - \left( \frac{\delta P}{\delta T} \right)_v$$

چون فشار در فرایند تغییر فاز برابر با فشار اشباع بوده و فقط به دمای اشباع وابسته است:

$$P_{sat} = f(T_{sat})$$

لذا عبارت  $\left( \frac{\delta P}{\delta T} \right)_v$  نسبت به حجم مخصوص تغییر نخواهد کرد و برابر  $\frac{dP}{dT}$  خواهد بود:

$$\left( \frac{\delta S}{\delta v} \right)_T = \left( \frac{dP}{dT} \right)_{sat} \longrightarrow \int_f^g \delta S = \int_f^g \left( \frac{dP}{dT} \right)_{sat} dv \Rightarrow S_{fg} = \left( \frac{dP}{dT} \right)_{sat} \cdot v_{fg}$$

$$dh = T ds - v dp \Rightarrow \Delta h = T \Delta S \Rightarrow h_{fg} = T_{sat} \cdot S_{fg} \Rightarrow h_{fg} = T_{sat} \cdot \left( \frac{dP}{dT} \right)_{sat} \cdot v_{fg}$$

سؤال: با استفاده از معادله کلایپرون مقدار آنتالپی تبخیر مبرد  $R-134a$  را تخمین بزنید و آن را با مقدار داده شده در جدول مقایسه کنید؟

$$h_{fg} = T v_{fg} \left( \frac{dp}{dt} \right)_{sat}$$

که در آن از جدول الف-۱۱



$$v_{fg} = (v_g - v_f)_{@20^\circ c} = 0.0358 - 0.0008157 = 0.0350 \left( \frac{m^3}{kg} \right)$$

$$\left( \frac{dp}{dT} \right)_{sat.20^\circ c} \cong \left( \frac{\Delta p}{\Delta T} \right)_{sat.20^\circ c} = \frac{P_{sat@24^\circ c} - P_{sat@16^\circ c}}{24^\circ c - 16^\circ c} = \frac{645.66 - 504.16 \text{ kpa}}{8^\circ c} = 17.69 \left( \frac{kpa}{^\circ k} \right)$$

زیرا  $\Delta T^\circ c \equiv \Delta T^\circ k$  با جایگذاری:

$$h_{fg} = (293.15) \left( 0.0350 \frac{m^3}{kg} \right) \left( 17.69 \frac{kpa}{k} \right) \left( \frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kpa} \cdot m^3} \right)$$

مقدار جدولی  $h_{fg}$  در  $20^\circ c$  برابر با  $\left( \frac{kJ}{kg} \right)$  است. اختلاف کوچک بین این دو مقدار ناشی از تقریبی است که در تعیین شیب منحنی اشباع در  $20^\circ c$  به کار رفته است.

### رابطه‌های کلی برای $C_p, C_v, dh, du, ds$ :

اصل موضوع حالت می‌گوید حالت یک سیستم تراکم‌پذیر ساده توسط دو خاصیت شدتی مستقل به طور کامل مشخص می‌شود. بنابراین با مشخص بودن هر دو خاصیت شدتی مستقل حداقل به طور نظری باید بتوانیم تمام خواص دیگر سیستم را محاسبه کنیم که برای خواصی که مستقیماً قابل اندازه‌گیری نیستند مانند انرژی درونی، آنتالپی و آنتروپی نویدبخش است. اما محاسبه این خواص از روی خواص قابل اندازه‌گیری بستگی به این دارد که رابطه‌های ساده و دقیقی بین این دو گروه خواص داشته باشیم. در این قسمت رابطه‌های کلی را برای تغییرات انرژی درونی، آنتالپی، آنتروپی بر حسب فشار، حجم مخصوص، دما و گرماهای ویژه بدست می‌آوریم. همچنین بعضی رابطه‌های کلی را که شامل گرمای ویژه‌اند تعیین می‌کنیم. با این رابطه‌ها می‌توان تغییرات این خواص را تعیین کرد. مقدار خواص در حالت‌های داده شده را فقط پس از انتخاب یک حالت مرجع که کاملاً اختیاری است می‌توان تعیین کرد.

### روابطی برای محاسبه تغییرات $\Delta u, \Delta h, \Delta s$ گازها

با استفاده از روابط ماکسول و کمی ساده سازی می‌توان به معادلات زیر رسید

تغییرات انرژی درونی

$$du = C_v dT + \left[ T \cdot \left( \frac{\delta P}{\delta T} \right)_v - P \right] dv$$

تغییرات آنتالپی

$$dh = C_p dT + \left[ v - T \cdot \left( \frac{\delta v}{\delta T} \right)_p \right] dp$$

تغییرات آنتروپی بر حسب دما و حجم

$$ds = \frac{C_v}{T} dT + \left( \frac{\delta P}{\delta T} \right)_v dv$$

تغییرات آنتروپی بر حسب دما و فشار

$$ds = \frac{C_p}{T} dT - \left( \frac{\delta v}{\delta T} \right)_p dp$$

حال به عنوان مثال می‌توان روابط  $du, dh, ds$  را برای گاز ایده آل ساده کرد.



$$du = C_v dT + \left[ T \cdot \left( \frac{\delta P}{\delta T} \right)_v - P \right] dv$$

$$Pv = RT \quad \rightarrow \quad P = \frac{RT}{v} \quad \rightarrow \quad \left( \frac{\delta P}{\delta T} \right)_v = \frac{R}{T}$$

$$du = C_v dT + \left[ \frac{RT}{v} - P \right] dv \quad \rightarrow \quad du = C_v dT + \left[ \frac{pv}{v} - p \right] dv$$

$$du = C_v dT \quad \Rightarrow \quad u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT$$

$$dh = C_p dT + \left[ v - T \cdot \left( \frac{\delta v}{\delta T} \right)_p \right] dp$$

$$Pv = RT \quad \rightarrow \quad v = \frac{RT}{P} \quad \rightarrow \quad \left( \frac{\delta v}{\delta T} \right)_p = \frac{R}{P}$$

$$dh = C_p dT + \left[ v - \frac{RT}{P} \right] dp \quad \Rightarrow \quad h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT$$

همانطور که ملاحظه می‌شود انرژی درونی و آنتالپی برای گاز ایده‌آل فقط تابعی از دما می‌باشد به طوری که با تغییر دما (فشار بی‌تاثیر است) انرژی درونی و آنتالپی تغییر خواهد کرد.

$$ds = \left( \frac{C_p}{T} dT - \frac{\delta v}{\delta T} \right)_p dP, \quad Pv = RT \quad \rightarrow \quad v = \frac{RT}{P} \quad \rightarrow \quad \left( \frac{\delta v}{\delta T} \right)_p = \frac{R}{P}$$

$$\rightarrow \quad \int_{S_1}^{S_2} ds = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p}{T} dT - \int_{P_1}^{P_2} \frac{R}{P} dP$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p}{T} dT = \int_{T_1}^{T_0} \dots + \int_{T_0}^{T_2} \dots = -\dot{S}_1 + \dot{S}_2$$

$$\Rightarrow \quad S_2 - S_1 = \dot{S}_2 - \dot{S}_1 - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

همانطور که ملاحظه می‌شود آنتروپی گاز ایده‌آل برخلاف آنتالپی و انرژی درونی که فقط تابعی از دما هستند، تابعی از فشار نیز هست.

### $\Delta u, \Delta h, \Delta s$ گازهای حقیقی

بارها گفته‌ایم که گازها در فشار کم مانند گازهای ایده‌آل رفتار کرده و از رابطه  $Pv=RT$  پیروی می‌کنند. تعیین خواص گازهای ایده‌آل تقریباً ساده است زیرا خواص فقط به دما بستگی دارند. ولی گازها در فشارهای زیاد انحراف قابل توجهی از رفتار گاز ایده‌آل دارند و این انحراف را باید در نظر گرفت. آنتالپی گازهای حقیقی  $u, h, C_p, C_v$  به طور کلی به دما و همچنین به فشار بستگی دارد. از این رو تغییرات آنتالپی گازهای حقیقی در هر فرایند را از رابطه  $dh$  می‌توان به دست آورد.

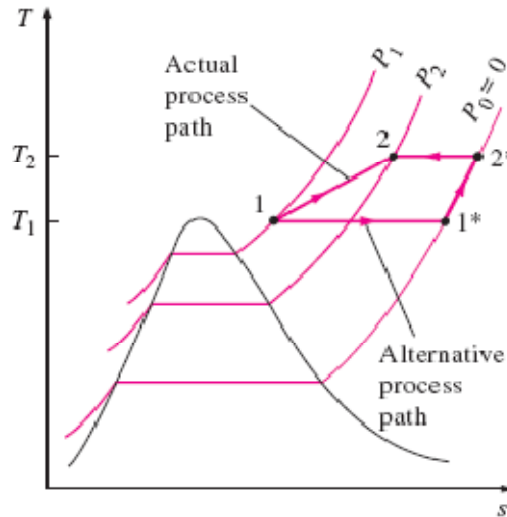
$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT + \int_{P_1}^{P_2} \left[ v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp$$

که در آن  $T_2, P_2, T_1, P_1$  به ترتیب فشار و دمای گاز در حالت‌های اولیه و نهایی‌اند.



محاسبات را اینگونه در نظر می‌گیرند

فرض کنید گاز از حالت ۱ واقعی به حالت ۲ واقعی برود. برای محاسبه  $h_2 - h_1$  واقعی فرایند ابتدا فرض می‌کنیم حالت ۱ و ۲ حالت‌هایی ایده‌آل هستند که در این صورت با علامت \* نشان می‌دهیم



$$[(1) \rightarrow (2)] = [(1) \rightarrow (1)^*] + [(1)^* \rightarrow (2)^*] + [(2)^* \rightarrow (2)]$$

$$h_2 - h_1 = (h_1^* - h_1) + (h_2^* - h_1^*) + (h_2 - h_2^*)$$

$$\underbrace{h_2 - h_1}_{\text{حالت واقعی}} = \underbrace{h_2^* - h_1^*}_{\text{حالت ایده آل}} + \underbrace{h_1 - h_1^*}_{\text{خطای ناشی از ایده آل گرفتن نقطه 1}} + \underbrace{h_2 - h_2^*}_{\text{خطای ناشی از ایده آل گرفتن نقطه 2}}$$

با کمی ساده سازی می‌توان این عبارت را به صورت زیر نوشت

$$\underbrace{h_2 - h_1}_{\text{حالت واقعی}} = \underbrace{h_2 - h_1}_{\text{حالت ایده آل}} - \underbrace{(\bar{R}T)(Z_{h2} - Z_{h1})}_{\text{خطای ناشی از ایده آل گرفتن گاز واقعی}}$$

به همین ترتیب می‌توان این عبارت را برای انرژی درونی و انتروپی نیز نوشت.

لازم به ذکر است که مقادیر مربوط به گاز ایده‌آل را از جداول A-17 تا A-24 می‌خوانیم و مقادیر  $Z_h$  از نمودار A-29 و مقادیر  $Z_s$  از نمودار A-30 و مقادیر  $Z$  از نمودار A-15 بدست می‌آید.



$$\left( \bar{h}_2 - \bar{h}_1 \right)_{real} = \left( \bar{h}_2 - \bar{h}_1 \right)_{ideal} - \bar{R} T \left( Z_{h_2} - Z_{h_1} \right) \quad * \quad \bar{R} = 8.314 \left( \text{KJ} / \text{mol} \cdot \text{k} \right)$$

$$\left( h_2 - h_1 \right)_{real} = \left( h_2 - h_1 \right)_{ideal} - R T \left( Z_{h_2} - Z_{h_1} \right) \quad * \quad R = \frac{\bar{R}}{M} \left( \text{KJ} / \text{mol} \cdot \text{k} \right)$$

$$\left( \bar{u}_2 - \bar{u}_1 \right)_{real} = \left( \bar{u}_2 - \bar{u}_1 \right)_{ideal} - \bar{R} \left( T_2 Z_2 - T_1 Z_1 \right)$$

$$\left( u_2 - u_1 \right)_{real} = \left( u_2 - u_1 \right)_{ideal} - R \left( T_2 Z_2 - T_1 Z_1 \right)$$

$$\left( \bar{S}_2 - \bar{S}_1 \right)_{real} = \left( \bar{S}_2 - \bar{S}_1 \right)_{ideal} - \bar{R} \left( Z_{S_2} - Z_{S_1} \right)$$

$$\left( S_2 - S_1 \right)_{real} = \left( S_2 - S_1 \right)_{ideal} - R \left( Z_{S_2} - Z_{S_1} \right)$$

سوال: تغییر آنتالپی  $1 \text{ mol}$  گاز اکسیژن که از تغییر حالت از شرایط  $220 \text{ K}$  و  $5 \text{ Mpa}$  تا  $300 \text{ K}$  و  $10 \text{ Mpa}$  مطلوب است:  
 الف) اگر رفتار گاز ایده‌آل باشد؟  
 ب) انحراف از گاز ایده‌آل را بیابید؟

$$\left( \bar{h}_2 - \bar{h}_1 \right)_{re} = \left( \bar{h}_2 - \bar{h}_1 \right) - \bar{R} \cdot T_{cr} \left( Z_{h_2} - Z_{h_1} \right)$$

$$T_1 = 220^\circ \text{K} \xrightarrow{\text{A.19}} \left( \bar{h}_1 \right)_{pr} = 64.4 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

$$T_2 = 300^\circ \text{K} \xrightarrow{\text{A.19}} \left( \bar{h}_2 \right)_{pr} = 87.36 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

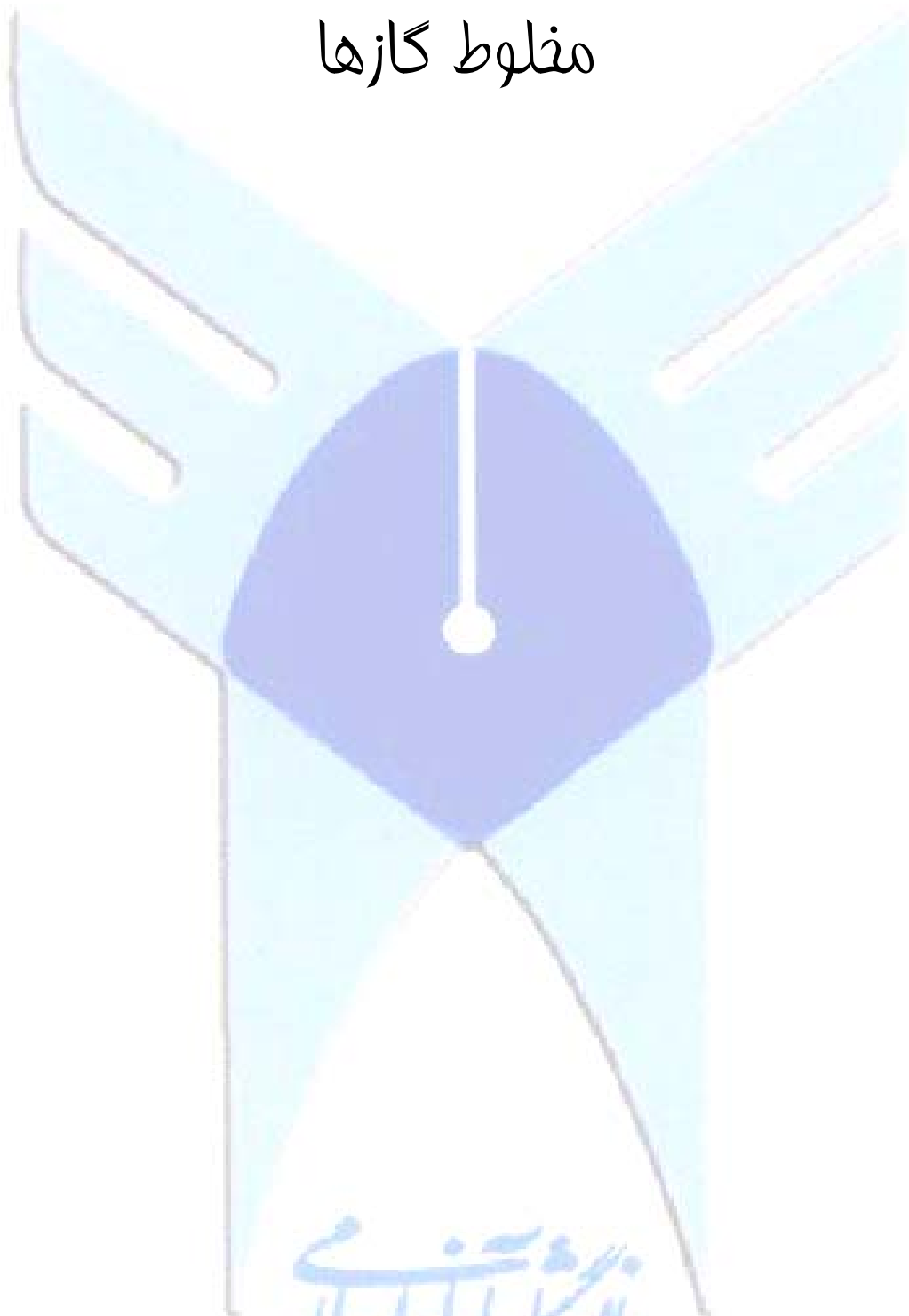
$$\text{O}_2 \xrightarrow{\text{A.1}} \begin{cases} T_{cr} = 154.8^\circ \text{K} \\ P_{cr} = 5.08 \text{ Mpa} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left( \frac{T}{T_{cr}} \right)_1 = \frac{220}{154.8} = 1.42 \\ \left( \frac{P}{P_{cr}} \right)_1 = \frac{5}{5.08} = 0.98 \end{cases} \xrightarrow{\text{A.29}} Z_{h_1} = 0.35$$

$$\rightarrow \begin{cases} \left( \frac{T}{T_{cr}} \right)_2 = \frac{300}{154.8} = 1.94 \\ \left( \frac{P}{P_{cr}} \right)_2 = \frac{10}{5.08} = 1.97 \end{cases} \xrightarrow{\text{A.29}} Z_{h_2} = 0.48$$

$$\Rightarrow \left( \bar{h}_2 - \bar{h}_1 \right)_{re} = (8736 - 64.4)_{pr} - 8.314 \times 154.8 (0.48 - 0.35) \Rightarrow \left( \bar{h}_2 - \bar{h}_1 \right)_{re} = 2396 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

## فصل دوازدهم

### مخلوط گازها



در این فصل مخلوط گازهایی را که واکنش نمی‌دهند مورد بررسی قرار می‌دهیم. بدیهی است که خواص مخلوط گازها به خواص تک‌تک گازهای تشکیل‌دهنده آن و همچنین به مقدار آن گاز در مخلوط بستگی دارد. برای تعیین خواص مخلوط باید ترکیب مخلوط، خواص آن و خواص اجزاء مشخص باشد.



دو راه برای توصیف ترکیب مخلوط وجود دارد:

(۱) تعیین مول‌های هر جزء که به آن آنالیز مولی می‌گویند

(۲) تعیین جرم هر جزء که به آن آنالیز جرمی می‌گویند

$$\begin{aligned} O_2 &: 3kg \\ N_2 &: 5kg \\ CH_4 &: 12kg \end{aligned}$$

$$\text{تعداد مول مخلوط} = \sum_{i=1}^k N_i$$

$$\text{جرم کل مخلوط} = \sum_{i=1}^k m_i$$

جرم مولی

به تعداد  $6.02 \times 10^{23}$  ذره از یک ماده یک مول گویند و جرم این یک مول را جرم مولی  $M$  گویند

$$\text{جرم مولی} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \rightarrow N = \frac{m}{M} \rightarrow M = \frac{m}{N}$$

کسر مولی و کسر جرمی

$$y_i = \frac{N_i}{N_m} = \frac{\text{مول جزء } i \text{ ام}}{\text{مول کل}}$$

$$mf_i = \frac{m_i}{m_m} = \frac{\text{جرم جزء } i \text{ ام}}{\text{جرم کل}}$$

واضح است که یک مخلوط از چند جزء تشکیل شده که هر کدام یک جرم مولی  $M_i$  مخصوص به خود دارند. حال با کمک رابطه زیر می‌توان جرم مولی مخلوط را بدست آورد.

$$M_m = \frac{\text{جرم کل}}{\text{مول کل}} = \frac{m_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i M_i$$

$$R_m = \frac{\bar{R}}{M_m}$$

$m_i$	جرم جزء $i$ ام
$m_t$	جرم کل مخلوط
$N_i$	مول جزء $i$ ام
$N_t$	مول کل مخلوط
$M_i$	جرم مولی جزء $i$ ام
$M_t$	جرم مولی کل مخلوط
$R_i$	ثابت مخصوص جزء $i$ ام
$R_t$	ثابت مخصوص کل مخلوط

مثال

کسر جرمی و مولی مخلوط گازهای نشان داده شده در شکل را بیابید؟ از جدول  $A.I$  مقادیر جرم مولی را می‌یابیم





$$M_{O_2} = 32 \rightarrow N_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{3}{32} \text{ (Kmol)}$$

$$M_{N_2} = 28 \rightarrow N_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{5}{28} \text{ (Kmol)}$$

$$M_{CH_4} = 16 \rightarrow N_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{M_{CH_4}} = \frac{12}{16} \text{ (Kmol)}$$

$$m_m = 3 + 5 + 12 = 20 \text{ (kg)} \quad * \quad N_m = \frac{3}{32} + \frac{5}{28} + \frac{12}{16} = 1.023 \text{ (Kmol)}$$

$$mf_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m_m} = \frac{3}{20} \quad * \quad mf_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{m_m} = \frac{5}{20} \quad * \quad mf_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{m_m} = \frac{12}{20}$$

$$y_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_m} = \frac{3/32}{1.023} \quad * \quad y_{N_2} = \frac{N_{N_2}}{N_m} = \frac{5/28}{1.023} \quad * \quad y_{CH_4} = \frac{N_{CH_4}}{N_m} = \frac{12/16}{1.023}$$

ملاحظه می‌شود که

$$mf_{O_2} + mf_{N_2} + mf_{CH_4} = 1 \quad * \quad y_{O_2} + y_{N_2} + y_{CH_4} = 1$$

رفتار مخلوط گاز ایده‌آل و حقیقی:

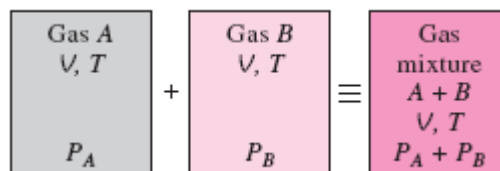
پیش‌بینی رفتار مخلوط گازها معمولاً بر دو مدل است:

(۱) قانون فشارهای جمع‌پذیر دالتون<sup>۱</sup>

(۲) قانون حجم‌های جمع‌پذیر آماگات<sup>۲</sup>

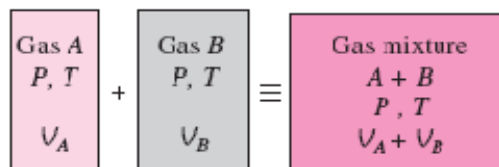
(۱) قانون فشارهای جمع‌پذیر دالتون

بر طبق این قانون فشار مخلوطی از گازها برابر است با مجموع فشارهای هر یک از اجزاء که به تنهایی در فشار و دمای مخلوط قرار گیرند.



(۲) قانون حجم‌های جمع‌پذیر آماگات<sup>۲</sup>

بر طبق این قانون حجم مخلوطی از گازها برابر است با مجموع حجم‌های هر یک از اجزاء که به تنهایی در فشار و دمای مخلوط قرار گیرند.



<sup>1</sup> Dalton

<sup>2</sup> Amagat



نکته: قوانین دالتون و آماگات برای مخلوط گازهای ایده‌آل دقیقا صحت دارد اما برای مخلوط گازهای حقیقی تقریبا برقرارند و این ناشی از نیروهای درون مولکولی است که برای گازهای حقیقی با چگالی زیاد می‌تواند قابل توجه باشد. در گازهای ایده‌آل این دو قانون همسانند و نتایج یکسان دارند.

### مخلوط گازهای ایده‌آل

با استفاده از رابطه گازهای ایده‌آل برای اجزاء و مخلوط آنها می‌توان  $P_i, V_i$  را به  $y_i$  ارتباط داد:

فشار جزئی = <i>Component Pressure</i>	$P_i$
حجم جزئی = <i>Component Volume</i>	$V_i$
کسر فشار = <i>Pressure Fraction</i>	$\frac{P_i}{P_m}$
کسر حجم = <i>Volume Fraction</i>	$\frac{V_i}{V_m}$

$$\frac{P_{i(T_m, V_m)}}{P_m} = \frac{N_i R_u T_m}{N_m R_u T_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \quad * \quad \frac{V_{i(T_m, P_m)}}{V_m} = \frac{P_m}{N_m R_u T_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i$$

$$\frac{P_i}{P_m} = \frac{V_i}{V_m} = y_i$$

و این بدان معناست که هر گاز به اندازه مولش فشار تولید می‌کند.

### مخلوط گازهای حقیقی

قانون فشارهای جمع‌پذیر دالتون و قانون حجم‌های جمع‌پذیر آماگات را اغلب با دقت معقول برای گازهای حقیقی می‌توان به کار برد. ولی در اینجا فشارهای جزئی یا حجم‌های جزئی را باید از رابطه‌های تعیین کرد که انحراف هر جزء را از رفتار گاز ایده‌آل در نظر می‌گیرند. برای این منظور یا از معادله‌های حالت دقیق‌تر (واندروالس‌بیتی، بریجمان، و ب، روبین و ...) به‌جای معادله حالت گازهای ایده‌آل استفاده می‌کنیم یا از ضریب تراکم‌پذیری که در آن  $P_m \cdot V_m = Z_m \cdot N_m \cdot R_m \cdot T_m$  باشد استفاده کنیم.

$Z_m$  از رابطه زیر بدست می‌آید

$$Z_m = \sum_{i=1}^k y_i \cdot Z_i$$

که در آن  $Z_i$  برای هر یک از اجزاء در  $T_m$  و  $V_m$  (قانون دالتون) یا در  $P_m$  و  $T_m$  (قانون آماگات) ارز یابی می‌شود. به نظر می‌رسد با استفاده از هر دو قانون به نتایج یکسانی می‌رسیم اما این طور نیست.

به‌طور کلی اگر برای ارزیابی  $Z_i$  ها در معادله بالا از قانون آماگات به جای قانون دالتون استفاده شود نتایج دقیق‌تری به‌دست می‌آید زیرا در قانون آماگات از فشار مخلوط استفاده می‌شود در نتیجه فشار مخلوط را برای داده‌شده کمتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. بنابراین قانون دالتون برای مخلوط‌های فشار پایین و قانون آماگات برای مخلوط‌های فشار بالا مناسب است. اما در مورد مخلوط



گازها این طور نیست. هنگام استفاده از ضرایب تراکم پذیری برای اجزاء مخلوط تاثیر مولکول های غیرمشابه بر یکدیگر در نظر گرفته می شود. در نتیجه مقدار خاصیت پیش بینی شده با این روش می تواند با مقدار آزمایشی آن خیلی متفاوت باشد. نکته: سه روش برای محاسبه  $Z$  وجود دارد:

**(۱) قانون دالتون:**

$$Z_m = \sum y_i \cdot Z_i \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \frac{T_m}{(T_{cr})_i} = \\ \frac{V_m}{(V_{cr})_i} = \end{cases} \Rightarrow Z_i =$$

**(۲) قانون آماگات:**

$$Z_m = \sum y_i \cdot Z_i \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \frac{T_m}{(T_{cr})_i} = \\ \frac{P_m}{(P_{cr})_i} = \end{cases} \Rightarrow Z_i =$$

**(۳) قانون کی<sup>۳</sup>:**

$$\begin{cases} (P_{cr})_m = \sum y_i \cdot (P_{cr})_i \\ (T_{cr})_m = \sum y_i \cdot (T_{cr})_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{T_m}{(T_{cr})_m} = \\ \frac{P_m}{(P_{cr})_m} = \end{cases} \Rightarrow Z_m =$$

با کمک این سه قانون  $Z_m$  بدست آمده و طبق رابطه  $P_m \cdot V_m = Z_m \cdot N_m \cdot R_m \cdot T_m$  می توان رابطه بین فشار، دما و حجم را برای یک مخلوط واقعی بدست آورد. قانون کی از قوانین دالتون و آماگات دقیق تر است زیرا رفتار مولکول های غیر یکسان در مخلوط گاز را در نظر می گیرد.

سؤال

تانک صلبی مطابق شکل زیر وجود دارد در شرایط  $300\text{ K}$  و  $15\text{ Mpa}$  است. مطلوب است محاسبه حجم مخلوط از طریق:

الف) معادله حالت گاز ایده آل      ب) قانون کی      ج) قانون آماگات

$N_2 : 2\text{ Kmol}$ $CO_2 : 6\text{ Kmol}$ $T = 300^\circ\text{ K}$ $P = 15\text{ Mpa}$
--

الف

$$P_m \cdot V_m = Z_m \cdot N_m \cdot \bar{R} \cdot T_m \quad \rightarrow \quad 15000 \times V_m = (6+2) \times 8.314 \times 300$$

$$\Rightarrow V_m = 1.332\text{ (m}^3\text{)}$$

ب-



$$P_m \cdot V_m = Z_m \cdot N_m \cdot \bar{R} \cdot T_m \rightarrow \begin{cases} (P_{cr})_m = \sum y_i \cdot p_{cr,i} = y_{N_2} \cdot \overbrace{P_{cr})_{N_2}}^{3.39} + y_{CO_2} \cdot \overbrace{P_{cr})_{CO_2}}^{7.39} = 6.39 \text{ Mpa} \\ (T_{cr})_m = \sum y_i \cdot T_{cr,i} = y_{N_2} \cdot \overbrace{T_{cr})_{N_2}}^{126.2} + y_{CO_2} \cdot \overbrace{T_{cr})_{CO_2}}^{304.2} = 259.7 \text{ K} \end{cases}$$

$$\frac{P_m}{(P_{cr})_m} = \frac{15}{6.39} = 2.34 \quad \& \quad \frac{T_m}{(T_{cr})_m} = \frac{300}{259.7} = 1.15 \quad \xrightarrow{\text{جدول}} \quad Z_m = 0.49$$

$$P_m \cdot V_m = Z_m \cdot N_m \cdot \bar{R} \cdot T_m \rightarrow 15000 \times V_m = 0.49 \times (6+2) \times 8.314 \times 300 \Rightarrow V_m = 0.652 \text{ (m}^3\text{)}$$

ج

$$z_{N_2} = \begin{cases} \frac{P_m}{(P_{cr})_{N_2}} = \frac{15}{3.39} = 2.34 \\ \frac{T_m}{(T_{cr})_{N_2}} = \frac{300}{126.2} = 2.37 \end{cases} \rightarrow z_{N_2} = 1.02, \quad z_{CO_2} = \begin{cases} \frac{P_m}{(P_{cr})_{CO_2}} = \frac{15}{7.39} = 2.02 \\ \frac{T_m}{(T_{cr})_{CO_2}} = \frac{300}{304.2} = 0.98 \end{cases} \rightarrow z_{CO_2} = 0.3$$

$$Z_m = \sum y_i \cdot z_i = y_{N_2} \cdot z_{N_2} + y_{CO_2} \cdot z_{CO_2} = \left(\frac{2}{8} \times 1.02\right) + \left(\frac{6}{8} \times 0.3\right) = 0.48$$

$$P_m \cdot V_m = Z_m \cdot N_m \cdot \bar{R} \cdot T_m \rightarrow 15000 \times V_m = 0.49 \times (6+2) \times 8.314 \times 300 \Rightarrow V_m = 0.638 \text{ (m}^3\text{)}$$

محاسبه خواص ترمودینامیکی مخلوط

با کمک روابط زیر می‌توان خواص مخلوط را بدست آورد

$$U_m = \sum_{i=1}^k U_i = \sum_{i=1}^k m_i u_i = \sum_{i=1}^k N_i u_i$$

$$H_m = \sum_{i=1}^k H_i = \sum_{i=1}^k m_i h_i = \sum_{i=1}^k N_i h_i$$

$$u_m = \frac{U_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k m f_i \cdot u_i \quad *$$

$$\bar{u}_m = \frac{U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot u_i$$

$$h_m = \frac{H_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k m f_i \cdot h_i \quad *$$

$$\bar{h}_m = \frac{H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot h_i$$

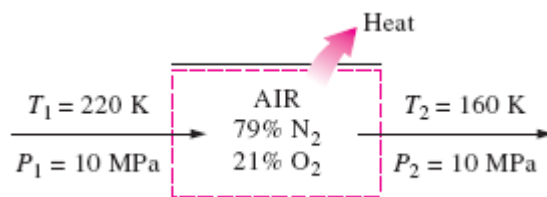
$$C_p)_m = \sum_{i=1}^k m f_i \cdot C_{p,i} \quad *$$

$$\bar{C}_p)_m = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{C}_{p,i}$$

$$\bar{C}_v)_m = \sum_{i=1}^k m f_i \cdot C_{v,i} \quad *$$

$$\bar{C}_v)_m = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{C}_{v,i}$$

سئوال: مقدار انتقال حرارت بر





قانون اول ترمودینامیک را برای حجم کنترل بالا می‌نویسیم

$$\dot{Q} + \sum \dot{m}_i h_i = \dot{W} + \sum \dot{m}_e h_e \xrightarrow{\dot{W}=0} \dot{Q} = \dot{m}(h_e - h_i)$$

بنابراین باید تغییرات انتالپی ورودی و خروجی را بیابیم

$$(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{real} = (\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{ideal} - \bar{R} \cdot T_{cr} (Z_{h_2} - Z_{h_1})$$

که در آن حالت اول و دوم به صورت  $\left( \begin{matrix} T_1 = 220 K \\ P_1 = 10 Mpa \end{matrix} \right)$  هستند  $\Rightarrow \left( \begin{matrix} T_2 = 160 K \\ P_2 = 10 Mpa \end{matrix} \right)$

$$(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{real} = (\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{ideal} - \bar{R} \cdot T_{cr} (Z_{h_2} - Z_{h_1})$$

$$\bar{h}_1 = \left( y_{N_2} \cdot \overbrace{\bar{h}_{N_2}}^{6391} + y_{O_2} \cdot \overbrace{\bar{h}_{O_2}}^{6404} \right) = 6394$$

$$\bar{h}_2 = \left( y_{N_2} \cdot \overbrace{\bar{h}_{N_2}}^{4648} + y_{O_2} \cdot \overbrace{\bar{h}_{O_2}}^{4657} \right) = 4650$$

$$P_{cr,m} = y_{N_2} \cdot P_{cr,N_2} + y_{O_2} \cdot P_{cr,O_2} = 3.74$$

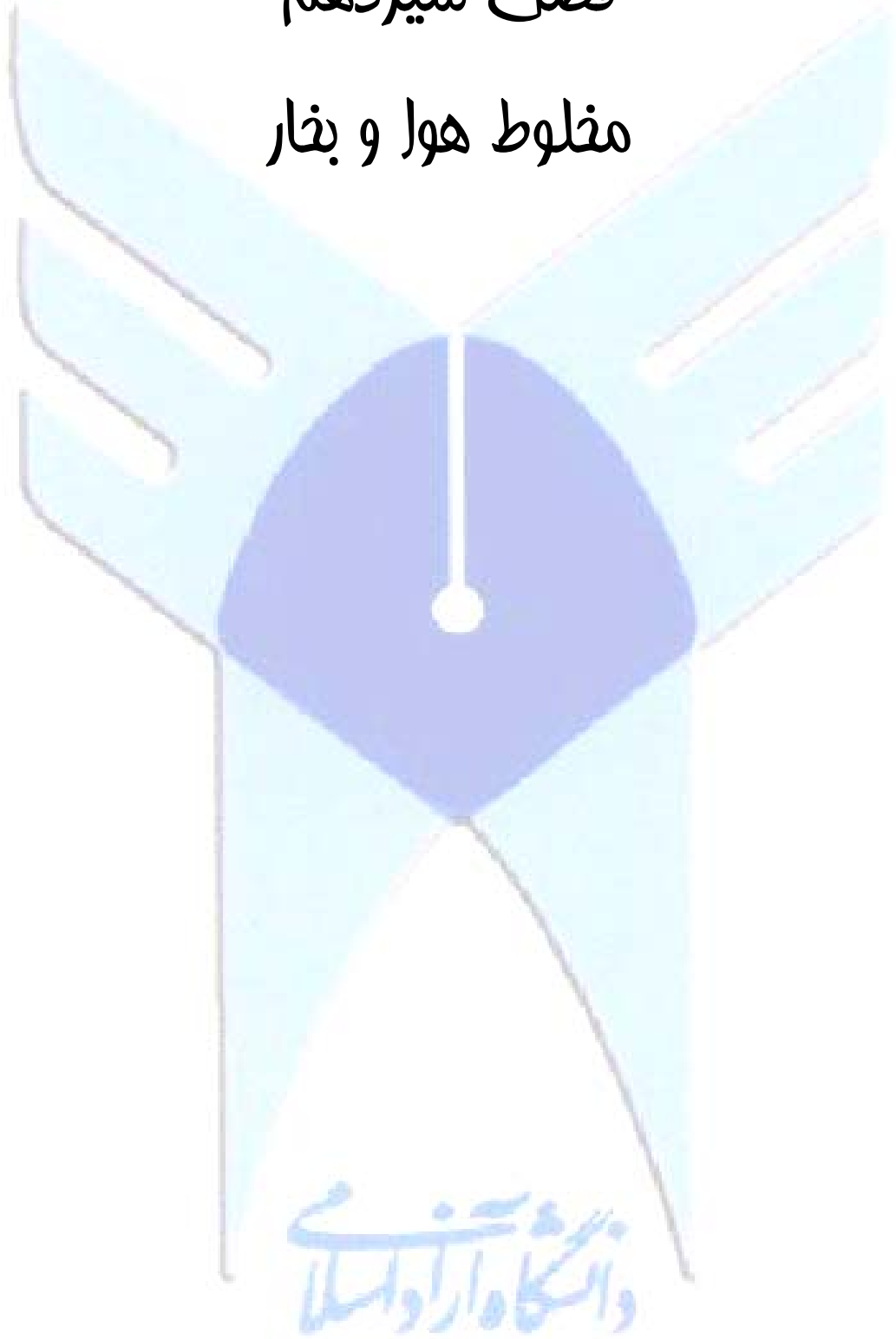
$$T_{cr,m} = y_{N_2} \cdot T_{cr,N_2} + y_{O_2} \cdot T_{cr,O_2} = 132.2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_m}{P_{cr,m}} = \frac{10}{3.74} = 2.67 \\ \frac{T_m}{T_{cr,m}} = \frac{220}{132.2} = 1.66 \end{array} \right. \xrightarrow{A-31} Z_{h_1} = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_m}{P_{cr,m}} = \frac{10}{3.74} = 2.67 \\ \frac{T_m}{T_{cr,m}} = \frac{16}{132.2} = 0.12 \end{array} \right. \xrightarrow{A-31} Z_{h_2} = 2.6$$

$$\rightarrow q = \bar{h}_2 - \bar{h}_1 = (6394 - 4650) - 8.314 \times 132.2(2.6 - 1) \Rightarrow q = 3503 \left( \frac{kJ}{Kmol} \right)$$

فصل سیزدهم  
منظوم هوا و بنار





هوا مخلوطی از گاز نیتروژن، اکسیژن و مقادیر کمی از سایر گازها است. هوای اتمسفر معمولاً حاوی مقداری بخار آب (رطوبت) نیز هست که آن را هوای اتمسفریک<sup>۱</sup> می‌گویند. در مقابل هوایی که فاقد بخار آب باشد را هوای خشک<sup>۲</sup> می‌نامند. مقدار بخار آب (رطوبت) در هوا مقدار ثابتی نیست به طوری که تبخیر آب از سطح اقیانوسها، دریاچه‌ها، ریزش باران و حتی تبخیر آب از سطح بدن انسان می‌تواند رطوبت هوا را تغییر دهد. با توجه به اینکه مخلوط هوای خشک و مرطوب در فرایندهای تهویه مطبوع دارای بیشترین کاربرد و با گستره دمایی بالا (از 10C- تا 50C و فشار در حد 100Kpa) این مخلوط به عنوان یک مخلوط ایده‌آل عمل خواهد کرد.

برای مخلوط هوا و بخار خواهیم داشت:

$$m_v + m_a = \text{جرم هوای خشک} + \text{جرم بخار آب} = \text{جرم کل مخلوط هوا و بخار}$$

$$p_v + p_a = \text{فشار هوای خشک} + \text{فشار بخار آب} = \text{فشار کل مخلوط هوا و بخار}$$

دو راه برای بررسی میزان بخار موجود در هوا وجود دارد:

۱- رطوبت مطلق

$$\omega = \text{رطوبت مطلق} = \frac{\text{جرم بخار آب}}{\text{جرم هوای خشک}} = \frac{m_v}{m_a} = \frac{p_v V / R_v T}{p_a v / R_a T} = \frac{p_v}{p_a} = \frac{R_a}{R_v} = 0.622 \frac{p_v}{p_a}$$

۲- رطوبت نسبی

$$\phi = \text{رطوبت نسبی} = \frac{\text{جرم بخار در دمای } T}{\text{ماکزیمم جرم بخاری که می‌تواند در دمای } T \text{ موجود باشد}} = \frac{m_v}{m_g} = \frac{p_v}{p_g}$$

در این رابطه  $P_g$  برابر فشار اشباع متناظر با دمای  $T$  مخلوط است که از جداول دوفازی آب بدست می‌آید. اگر به طور مثال هوای منطقه خاصی با دمای  $25^{\circ}\text{C}$  رطوبت نسبی 30% باشد بدان معناست که در حال حاضر فقط 30% از مقدار ماکزیمی که در هوا می‌تواند بخار وجود داشته باشد، بخار وجود دارد (به شرط اینکه دما  $25^{\circ}\text{C}$  باقی بماند). مطابق با رابطه بالا اگر رطوبت 30% باشد فشار بخار موجود در هوا به اندازه 30% فشار ماکزیمم بخاری است که در هوا می‌تواند وجود داشته باشد. مقدار ماکزیمم فشار از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$T_{\text{هوای}} = \sqrt[A.4]{P_{\text{sat}}}$$

طریقه محاسبه آنتالپی هوای مرطوب

با توجه به اینکه مخلوط هوا و بخار در آن را ایده‌آل فرض می‌کنیم لذا آنتالپی مخلوط به صورت زیر بدست می‌آید.

$$H = H_a + H_v = m_a h_a + m_v h_v = m_a \left( h_a + \frac{m_v}{m_a} h_v \right) = m_a (h_a + \omega h_v) \Rightarrow$$

$$h \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}_{\text{dry air}}} \right) = \frac{H}{m_a} = (h_a + \omega h_v)$$

$$h_a \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = 1.005 T (^{\circ}\text{C})$$

$$h_v \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = 2500 + 1.82 T (^{\circ}\text{C})$$

1kg هوای خشک را در نظر بگیرید، طبق تعریف هوای خشک فاقد بخار آب است و از این رو رطوبت مخصوص آن صفر است. اکنون مقداری بخار آب به آن اضافه می‌کنیم رطوبت مخصوص افزایش می‌یابد این افزایش بیشتر بخار (رطوبت) همچنان افزایش

<sup>1</sup> Atmospheric Air

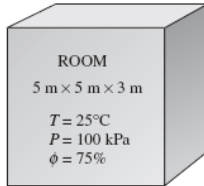
<sup>2</sup> Dry Air



می یابد تا جایی که هوا بیشتر نمی تواند رطوبت جذب کند در این حالت می گویند هوا از رطوبت اشباع شده (عامیانه: هوای شرجی) می گویند. از این مقطع به بعد هر مقدار بخاری که وارد هوا شود چگالیده (میعان) خواهد شد.

مقدار رطوبت هوای اشباع را می توان از رابطه  $\omega = 0.622 \frac{P_v}{P_a}$  بدست آورد. برای این منظور باید  $P_v = P_g = P_{sat}$  یعنی فشار اشباع آب در آن دما را جایگزین کرد.

سؤال: اتاقی به ابعاد  $5 \times 5 \times 3$  حاوی هوا در دمای  $25^\circ C$  و فشار  $100 \text{ kPa}$  و رطوبت نسبی  $75\%$  است. فشار هوای خشک، فشار بخار آب و آنتالپی کل را بیابید؟



$$\phi = \%75 = \frac{P_v}{P_g)_{T=25}} = (3.1698) \Rightarrow P_v = 2.38 \text{ kPa}$$

$$\xrightarrow{P=100 \text{ kPa}} P = P_v + P_a \Rightarrow P_a = 97.62 \text{ kPa}$$

$$\omega = \frac{0.622 \phi P_g}{p - \phi P_g} = \frac{0.622 \times 0.75 \times 3.169}{100 - 0.75 \times 3.169} = 0.0152$$

$$\frac{H}{m_a} = h_a + \omega h_v = 1.005T + 0.0152(2500 + 1.82T) = 63.8 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

$$p_a \cdot v = m_a \cdot R_a \cdot T \rightarrow 97.62(5 \times 5 \times 3) = m_a \times 0.287(25 + 273) \rightarrow m_a = 85.61$$

$$H = 63.8 \times 85.61 = 5461.918 \text{ kJ}$$

#### دمای نقطه شبنم

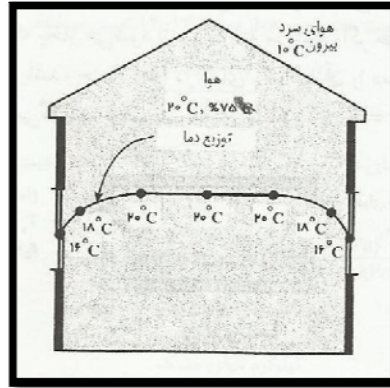
هوای مرطوبی را در نظر بگیرید. می دانیم که این هوا دارای مقداری بخار آب است. اگر در فشار ثابت این هوا را سرد کنیم چه اتفاقی می افتد؟ با سرد کردن هوا بخار آب داخل هوا نیز سرد خواهد شد. آیا بخار را می توان تا هر دمایی سرد کرد؟ واضح است که اگر دمای بخار تا دمای اشباع  $T_{sat}$  سرد شود شروع به میعان شدن می کند این پدیده برای هوا نیز اتفاق می افتد. بنابراین اگر در فشار ثابت هوا را تا جایی خنک کنیم که بخار آب به صورت مایع تغییر فاز دهد، دمایی حاصل می شود که به آن دمای نقطه شبنم<sup>۳</sup> گویند.

#### مه گرفتگی شیشه های خانه

در آب و هوای سرد بر روی سطوح داخلی شیشه ها چگالش رخ می دهد زیرا هوای نزدیک سطح شیشه دمای کمی دارد. هوای خانه ای با دمای  $20^\circ C$  و با رطوبت نسبی  $75\%$  درصد است. در چه دمای شیشه رطوبت موجود در هوا چگالش خود را روی سطوح داخلی شیشه شروع می کند؟

<sup>3</sup> Dew Point





حل: توزیع دما در خانه معمولاً یکنواخت نیست. وقتی دمای بیرون در زمستان افت می کند دمای داخل در نزدیک دیوارها و پنجره ها کمتر از دمای وسایل داخل خانه است حتی اگر فشار کل و فشار بخار در تمام خانه ثابت باشد. در نتیجه هوای نزدیک دیوارها و پنجره ها دستخوش فرایند سرمایش با ثابت می شود تا رطوبت موجود در هوا شروع به چگالش کند. این حالت وقتی روی می دهد که هوا به نقطه ی شبنم خود  $T_{dp}$  برسد. نقطه ی شبنم از معادله ی زیر پیدا می شود:

$$T_{dp} = T_{sat}$$

که در آن

$$P_v = \phi P_{g@20^\circ\text{C}} = (0.75) \times (2.339 \text{ kpa}) = 1.754 \text{ kpa}$$

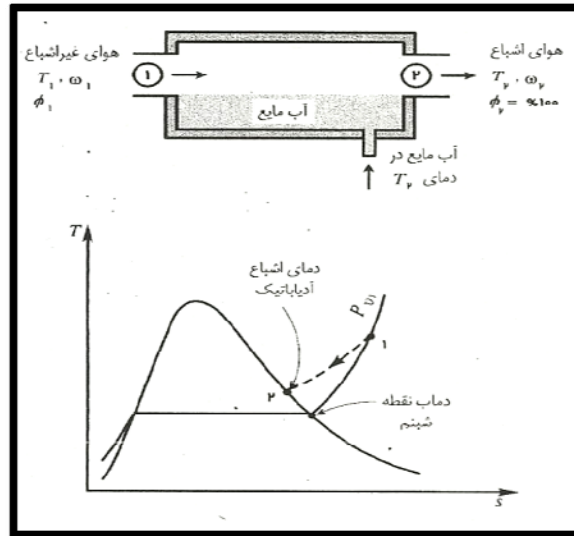
حال باید با مراجعه به جداول اشباع و با داشتن فشار دمای اشباع را بخوانیم

$$T_{dp} = T_{sat@1.754 \text{ kpa}} = 15.3^\circ\text{C}$$

بنابراین اگر بخواهیم از چگالش روی سطوح شیشه جلوگیری کنیم دمای سطح داخلی شیشه باید بیشتر از  $15.3^\circ\text{C}$  باشد.

### دمای اشباع آدیاباتیک و دمای حباب- خیس

راه دیگر برای تعیین رطوبت مطلق یا نسبی به فرآیند اشباع آدیاباتیک مربوط می شود، که در نمودار  $T-s$  به طور ترسیمی نشان داده شده است. این سیستم از کانال عایق بلندی که شامل استخر آب است تشکیل شده است. هوای غیراشباعی با رطوبت مخصوص  $\omega_1$  (مجهول) و دمای  $T_1$  در این کانال به طور پایا جریان دارد. با عبور هوا از روی آب مقداری آب تبخیر می شود و با جریان هوا مخلوط می شود. محتوی رطوبت هوا در این فرآیند افزایش می یابد و دمای هوا افت می کند زیرا قسمتی از گرمای نهان تبخیر آبی که بخار می شود از هوا گرفته می شود. اگر طول کانال به اندازه کافی باشد جریان هوا در دمای  $T_2$  که آن را دمای اشباع آدیاباتیک می گویند به صورت هوای اشباع ( $\phi = 100\%$ ) است.



موازنه جرم:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_{a3} \quad (\text{آهنگ جریان جرمی هوای خشک ثابت است})$$

(آهنگ جریان جرمی بخار در هوا به اندازه آهنگ تبخیر  $\dot{m}_f$  افزایش می یابد):

$$\dot{m}_{w1} + \dot{m}_f = \dot{m}_{w2} \Rightarrow \dot{m}_a \omega_1 + \dot{m}_f = \dot{m}_a \omega_2$$

از این رو:

$$\dot{m}_f = \dot{m}_a (\omega_2 - \omega_1)$$

$$\omega_1 = \frac{C_p (T_2 - T_1) + \omega_2 h_{fg2}}{h_{g1} - h_{g2}}$$

$$\omega_2 = \frac{0.622 P_{g2}}{p_2 - p_{g2}}$$

نتیجه گیری

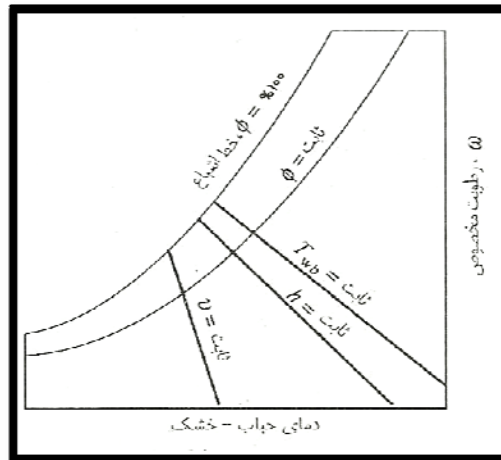
❖ هوای با دمای  $T$  و رطوبت نسبی  $\phi$  را در نظر بگیرید. اگر به هوا در فشار ثابت رطوبت اضافه کنیم دمای هوا کاهش خواهد یافت و رطوبت نسبی  $\phi$  افزایش می یابد تا نهایتاً به  $\phi = 100\%$  برسد. دمای هوا در این حالت دمای حباب خیس یا به عبارتی دمای اشباع آدیباتیک خواهد بود.

❖ لازم به ذکر است دمای نقطه شبنم به این صورت تعریف می شود:  
 هوای با دمای  $T$  و رطوبت نسبی  $\phi$  را در نظر بگیرید. اگر هوا را در فشار ثابت خنک کنیم رطوبت نسبی  $\phi$  افزایش می یابد تا نهایتاً به  $\phi = 100\%$  برسد. دمای هوا در این حالت دمای شبنم خواهد بود.



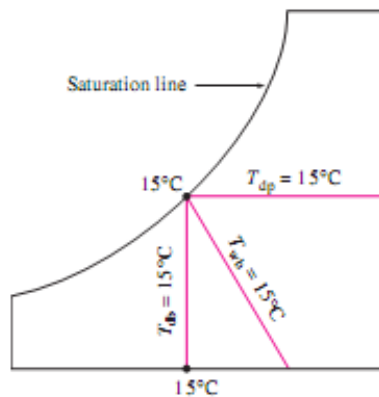
### نمودار رطوبت سنجی (سایکرومتریکی)

شکل کلی نمودار رطوبت سنجی در شکل زیر نشان داده شده است. دماهای حباب-خشک روی محور افقی و رطوبت مخصوص روی محور عمودی نشان داده شده است.



طرحواره نمودار رطوبت سنجی

برای هوای اشباع دماهای حباب-خشک، حباب-خیس و نقطه‌ی شبنم یکسانند. بنابراین برای تعیین دمای نقطه شبنم هوای اتمسفریک در هر نقطه‌ی نمودار کافی است یک خط افقی (خط  $\omega$  ثابت یا خط  $P_v$  ثابت) از نقطه رسم شود تا منحنی اشباع را قطع کند. مقدار دما در این نقطه دمای شبنم خواهد بود.



مثال) هوای اتاقی در شرایط  $1 \text{ atm}$  و  $35^\circ\text{C}$  و با رطوبت نسبی 40% است. با استفاده از نمودار رطوبت سنجی، مطلوب است

الف) رطوبت مخصوص

ب) آنتالپی (بر حسب  $\frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}$  هوا خشک)

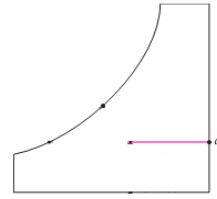
ج) دمای حباب-خیس

د) دمای نقطه شبنم

ه) حجم مخصوص هوا

حل: در یک فشار کلی معین حالت هوای اتمسفریک توسط دو خاصیت مستقل مانند دمای حباب-خشک و رطوبت نسبی به طور کامل مشخص می شود. سایر خواص را با خواندن مستقیم مقادیرشان در حالت داده شده می توان یافت.

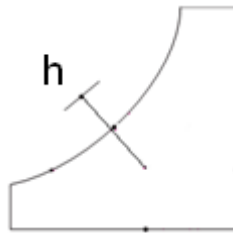
تحلیل) با ترسیم یک خط افقی از حالت داده شده به سمت راست تا اینکه محور  $\omega$  را قطع کند. شکل (13-16)، رطوبت مخصوص تعیین می شود. در نقطه تقاطع



$$\omega = 0.0142$$

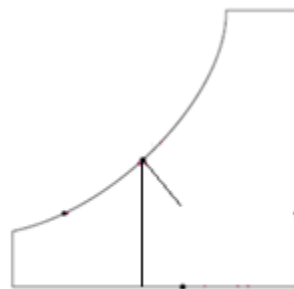
(ب) با ترسیم خطی به موازات خطوط  $h$  ثابت از حالت داده شده تا اینکه مقیاس آنتالپی را قطع کند، آنتالپی جرم واحد هوای

خشک تعیین می‌شود. در نقطه تقاطع،  $h = 71.5 \frac{kJ}{kg}$



(ج) با ترسیم خطی به موازات خطوط  $T_{wb}$  ثابت از حالت داده شده تا اینکه خط اشباع را قطع کند دمای حباب-خیس تعیین

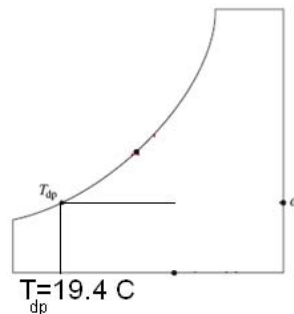
می‌شود. در نقطه تقاطع  $T_{wb} = 24^\circ C$



$$T_{wb} = 24^\circ C$$

(د) با ترسیم یک خط افقی از حالت داده شده به سمت چپ تا اینکه خط اشباع را قطع کند، دمای این نقطه دمای شبینم خواهد

بود. در نقطه تقاطع  $T_{dp} = 19.4^\circ C$

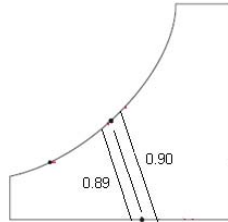


$$T_{dp} = 19.4^\circ C$$



ه) با توجه به فواصل بین حالت داده شده و خطوط  $v$  ثابت در دو طرف نقطه، حجم مخصوص برای جرم واحد هوای خشک تعیین

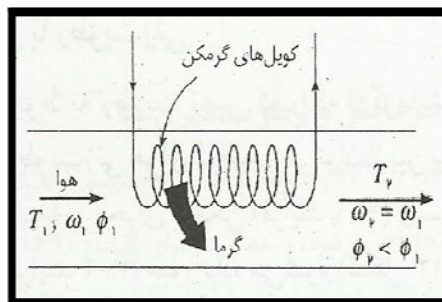
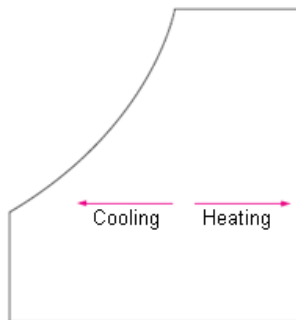
$$v = 0.893 \frac{m^3}{Kg}$$



### انواع فرایندهای تهویه مطبوع

۱- گرمایش و سرمایش ساده (ثابت  $\omega$ ):

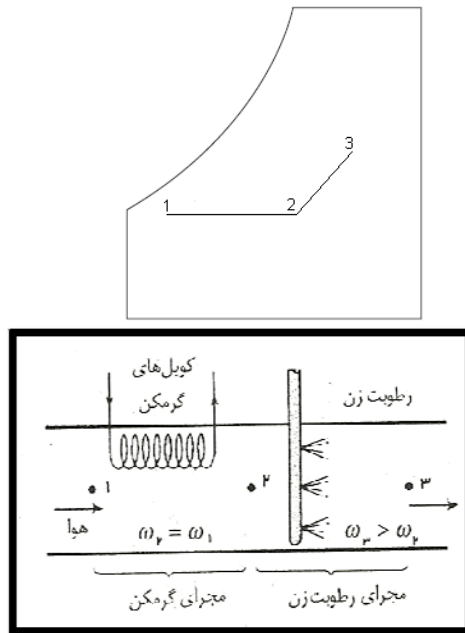
بسیاری از وسایل گرمایش ساختمان‌های مسکونی از بخاری، پمپ گرما یا گرمکن مقاومت الکتریکی تشکیل شده است. در این وسایل هوا با گردش در مجرای که از آن لوله های حامل گاز داغ یا المنت های الکتریکی می گذرد گرم می شود، مقدار رطوبت هوا در این فرآیند ثابت می ماند زیرا هیچ رطوبتی به هوا داده نمی شود یا از آن گرفته نمی شود. یعنی رطوبت مخصوص هوا در فرآیند گرمایش (یا سرمایش) فاقد رطوبت زنی یا رطوبت گیری ثابت می ماند (ثابت  $\omega$ )



در گرمایش ساده، رطوبت مخصوص ثابت می ماند، اما رطوبت نسبی کاهش می یابد.

۲- گرمایش با رطوبت زنی

مشکلات مربوط به رطوبت نسبی کم را که از گرمایش ساده ناشی میشوند با رطوبت زنی هوای گرم شده می توان از بین برد. برای انجام این کار هوا ابتدا در مجرای گرمکن (فرآیند 1-2) و سپس از مجرای رطوبت زن (فرآیند 2-3) عبور داده می شود.



### گرمایش با رطوبت‌زنی

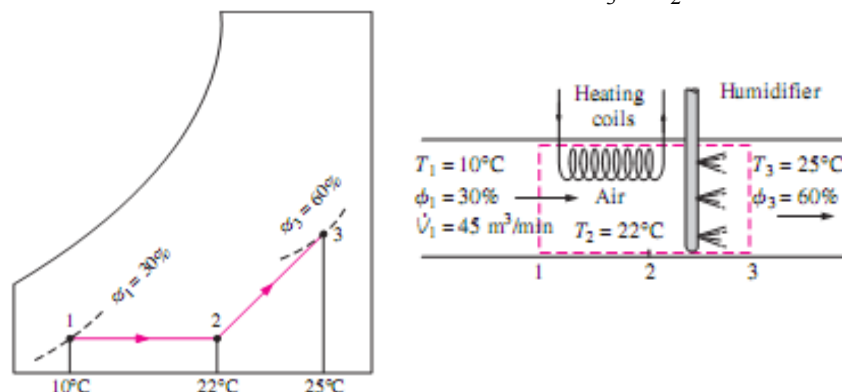
حالت 3 بستگی به نحوه‌ی رطوبت‌زنی دارد. اگر بخار آب در مجرای رطوبت‌زن وارد شود رطوبت باعث افزایش بیشتر دمای هوا می‌شود ( $T_3 > T_2$ ) ولی اگر رطوبت‌زنی با پاشیدن آب به داخل جریان هوا انجام شود، قسمتی از گرمای نهان تبخیر از هوا گرفته می‌شود و دمای جریان هوای گرم شده کاهش می‌یابد ( $T_3 < T_2$ ) در این حالت هوا در مجرای گرمکن باید تا دمای بالاتر گرم شود تا خنک شدن آن در فرآیند رطوبت‌زنی جبران شود.

### گرمایش و رطوبت‌زنی هوا

دستگاه تهویه مطبوعی هوا را با دمای  $10^\circ\text{C}$  و رطوبت نسبی 30% و با آهنگ  $45 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$  از بیرون می‌مکد و آن را تا  $25^\circ\text{C}$  و رطوبت نسبی 60% تهویه می‌کند. هوای بیرون ابتدا در مجرای گرمکن تا  $22^\circ\text{C}$  گرم می‌شود و سپس با تزریق بخار آب داغ در مجرای رطوبت‌زن به آن رطوبت زده می‌شود. به فرض اینکه تمام فرآیند در فشار  $100 \text{ kpa}$  روی می‌دهد مطلوبست:

(الف) آهنگ انتقال گرما در مجرای گرمکن  
(ب) آهنگ جریان جرمی بخار آب مورد نیاز در مجرای رطوبت‌زن

حل: مجرای گرمکن یا رطوبت‌زن را بر حسب مورد به عنوان سیستم در نظر می‌گیریم. طرحواره سیستم و نمودار رطوبت‌سنجی فرآیند در شکل نشان داده شده‌اند. می‌دانیم که مقدار بخار آب در هوا در مجرای گرمکن ثابت می‌ماند ( $\omega_1 = \omega_2$ ) اما در مجرای رطوبت‌زن افزایش می‌یابد. ( $\omega_3 > \omega_2$ )





کاربرد موازنه های جرم و انرژی در مجرای گرمکن نتایج زیر را می دهد.

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \quad \text{موازنه جرم برای هوای خشک}$$

$$\dot{m}_a \omega_1 = \dot{m}_a \omega_2 \rightarrow \omega_1 = \omega_2 \quad \text{موازنه جرم برای آب}$$

$$\dot{Q}_{inlet} + \dot{m}_a h_1 = \dot{m}_a h_2 \rightarrow \dot{Q}_{inlet} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) \quad \text{موازنه انرژی}$$

نمودار رطوبت-سنجی وسیله بسیار مناسبی برای تعیین خواص هوای مرطوب است. ولی فقط برای فشار خاصی به کار می رود. این فشار برای نمودار داده شده در پیوست برابر با  $1 \text{ atm}$  ( $101.325 \text{ kpa}$ ) است. در فشارهایی غیر از  $1 \text{ atm}$  از نمودارهای متناظر با آن فشار یا از رابطه هایی که قبلاً به دست آمدند باید استفاده کرد. در حالت اخیر، انتخاب واضح است:

$$v_1 = \frac{R_a T_1}{P_{a1}} = \frac{\left[0.287 \frac{\text{kpa.m}}{(\text{kg.K})}\right] (283 \text{ K}) 99.632 \text{ kpa}}{99.632 \text{ kpa}} = 0.815 \frac{\text{m}^3}{\text{kg هوا خشک}}$$

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{45 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}}{0.815 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}} = 55.2 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

$$\omega_1 = \frac{0.622 P_{v1}}{p_1 - p_{v1}} = \frac{0.622 \times (0.368 \text{ kpa})}{(100 - 0.368) \text{ kpa}} = 0.0023$$

$$h_1 = C_p T_1 + \omega_1 h_{g1} = \left[1.005 \frac{\text{kJ}}{(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})}\right] \times (10^\circ\text{C}) + (0.0023) \times \left(2519.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right) = 15.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg هوا خشک}}$$

$$h_2 = C_p T_2 + \omega_2 h_{g2} = \left[1.005 \frac{\text{kJ}}{(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})}\right] \times (22^\circ\text{C}) + (0.0023) \times \left(2541.7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right) = 28.0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg هوا خشک}}$$

زیرا  $(\omega_1 = \omega_2)$ . بنابراین آهنگ گرمای داده شده به هوا در مجرای گرمکن برابر است با

$$\dot{Q}_{وودی} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) = \left(55.2 \frac{\text{kg}}{\text{min}}\right) \times \left[(28 - 15.8) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right] = 673.4 \frac{\text{kJ}}{\text{min}}$$

(ب) موازنه جرم برای آب در مجرای رطوبت زن را به صورت زیر میتوان بیان کرد:

$$\dot{m}_{a2} \omega_2 + \dot{m}_w = \dot{m}_{a3} \omega_3 \Rightarrow \dot{m}_w = \dot{m}_a (\omega_3 - \omega_2)$$

که در آن:

$$\omega_2 = \frac{0.622 \phi_3 P_{g3}}{p_3 - \phi_3 p_{g3}} = \frac{0.622 (0.6) (3.169 \text{ kpa})}{[100 - (0.6) (3.169)] \text{ kpa}} = 0.01206$$

$$\dot{m}_w = \left(55.2 \frac{\text{kg}}{\text{min}}\right) \times (0.01206 - 0.0023) = 0.539 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

نکته: با کمک نمودار سایکرومتریک نیز می توان خواص را بدست آورد.

$$T_1 = 10^\circ\text{C}, \phi = 30\% \rightarrow h_1 = 15.8, w_1 = 0.0023, v_1 = 0.82$$

$$T_2 = 22^\circ\text{C}, w_2 = w_1 = 0.0023 \rightarrow h_2 = 28, \phi_2 = 14\%$$



$$T_3 = 25^\circ C, \phi_3 = 60\% \rightarrow h_3 = 56, w_3 = 0.01206$$

#### ۴- سرمایه‌ش تبخیری<sup>۴</sup>

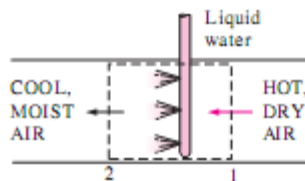
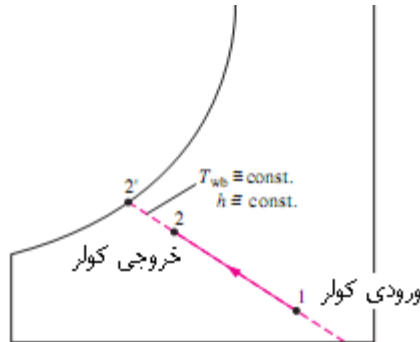
وسایل خنک‌کن معمولی بر مبنای سیکل تبرید کار می‌کنند (همانطور که در فصل ۱۰ اشاره شد مثل کولرگازی) و از آنها در هر نقطه‌ای از جهان می‌توان استفاده کرد. اما هزینه‌ی کارکرد آنها زیاد است. در مناطق بیابانی (گرم و خشک) با استفاده از کولرهای تبخیری که به آنها کولرهای باتلاقی نیز می‌گویند می‌توان از هزینه‌ی زیاد سرمایه‌ش جلوگیری کرد.

فرآیند سرمایه‌ش تبخیری با فرآیند اشباع آدیباتیک اساساً یکسان است زیرا انتقال گرما بین جریان هوا و اطراف معمولاً ناچیز است بنابراین، فرآیند سرمایه‌ش تبخیری در نمودار رطوبت‌سنجی از خط دمایی-حباب-خیس ثابت پیروی می‌کند. از آنجا که از خطوط دمایی-حباب-خیس ثابت تقریباً بر خطوط آنتالپی ثابت منطبق‌اند، آنتالپی جریان هوا را نیز می‌توان ثابت در نظر گرفت. یعنی، در فرآیند سرمایه‌ش تبخیری:

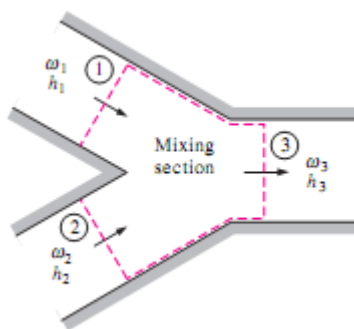
$$T_{wb} = cte \quad \text{ثابت}$$

$$h \cong \text{ثابت}$$

این تقریب دارای دقت منطقی است، و در محاسبات تهویه مطبوع از آن استفاده می‌شود.



مخلوط دو هوا







در حل بسیاری از فرایندهای تهویه مطبوع به مخلوط کردن دو هوا نیازمندیم. در عمل برای تهویه ساختمانهای بزرگ مقداری از هوای ساختمان را با هوای تازه مخلوط می کنند و دوباره وارد ساختمان می کنند. معادلات حاکم بر مخلوط کردن دو هوا به صورت زیر بدست می آید:

$\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} = \dot{m}_{a3}$	موازنه جرم برای هوای خشک
$\dot{m}_{v1} + \dot{m}_{v2} = \dot{m}_{v3}$	موازنه جرم برای بخار آب
$\dot{m}_{a1} h_1 + \dot{m}_{a2} h_2 = \dot{m}_{a3} h_3$	موازنه انرژی برای هوای ۱ و ۲ و ۳

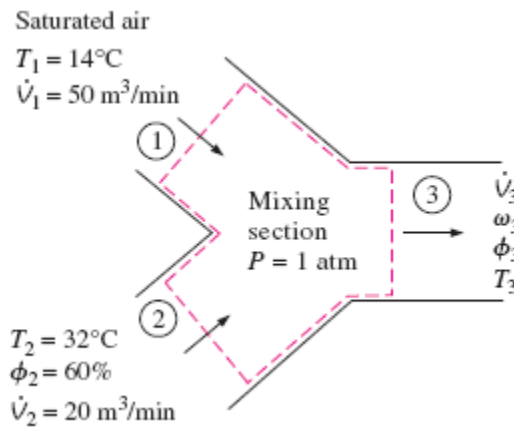
با حل سه معادله و سه مجهول  $\dot{m}_{a1}, \dot{m}_{a2}, \dot{m}_{a3}$  می توانیم به دست آوریم:

$$\frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a2}} = \frac{\omega_2 - \omega_3}{\omega_3 - \omega_1} = \frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1} \Rightarrow \dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} \frac{\omega_2 - \omega_3}{\omega_3 - \omega_1} = \dot{m}_{a2} \frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1}$$

پارامترهای  $h_3, \omega_3$  بدست می آید و با کمک این خواص بقیه پارامترها همچون دما رطوبت نسبی و ... از نمودار سایکرومتریک بدست می آید.

مثال:

مشخصات هوای مخلوط را بیابید



با کمک نمودار سایکرومتریک ابتدا خواص را می یابیم

$$T_1 = 14^\circ C, \phi = 100\%, \dot{V} = 50 \frac{m^3}{min} \rightarrow \begin{pmatrix} h_1 = 39.4 \\ w_1 = 0.010 \\ v_1 = 0.826 \end{pmatrix}$$

$$T_2 = 32^\circ C, \phi_2 = 60\%, \dot{V} = 20 \frac{m^3}{min} \rightarrow \begin{pmatrix} h_2 = 79 \\ w_2 = 0.0182 \\ v_2 = 0.889 \end{pmatrix}$$

$$\dot{m}_{a1} = \frac{50}{0.826} = 60.5 \frac{kg}{min}$$

$$\dot{m}_{a2} = \frac{20}{0.889} = 22.5 \frac{kg}{min}$$



$$\frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a2}} = \frac{\omega_2 - \omega_3}{\omega_3 - \omega_1} = \frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1} \quad \text{با توجه به عبارت}$$

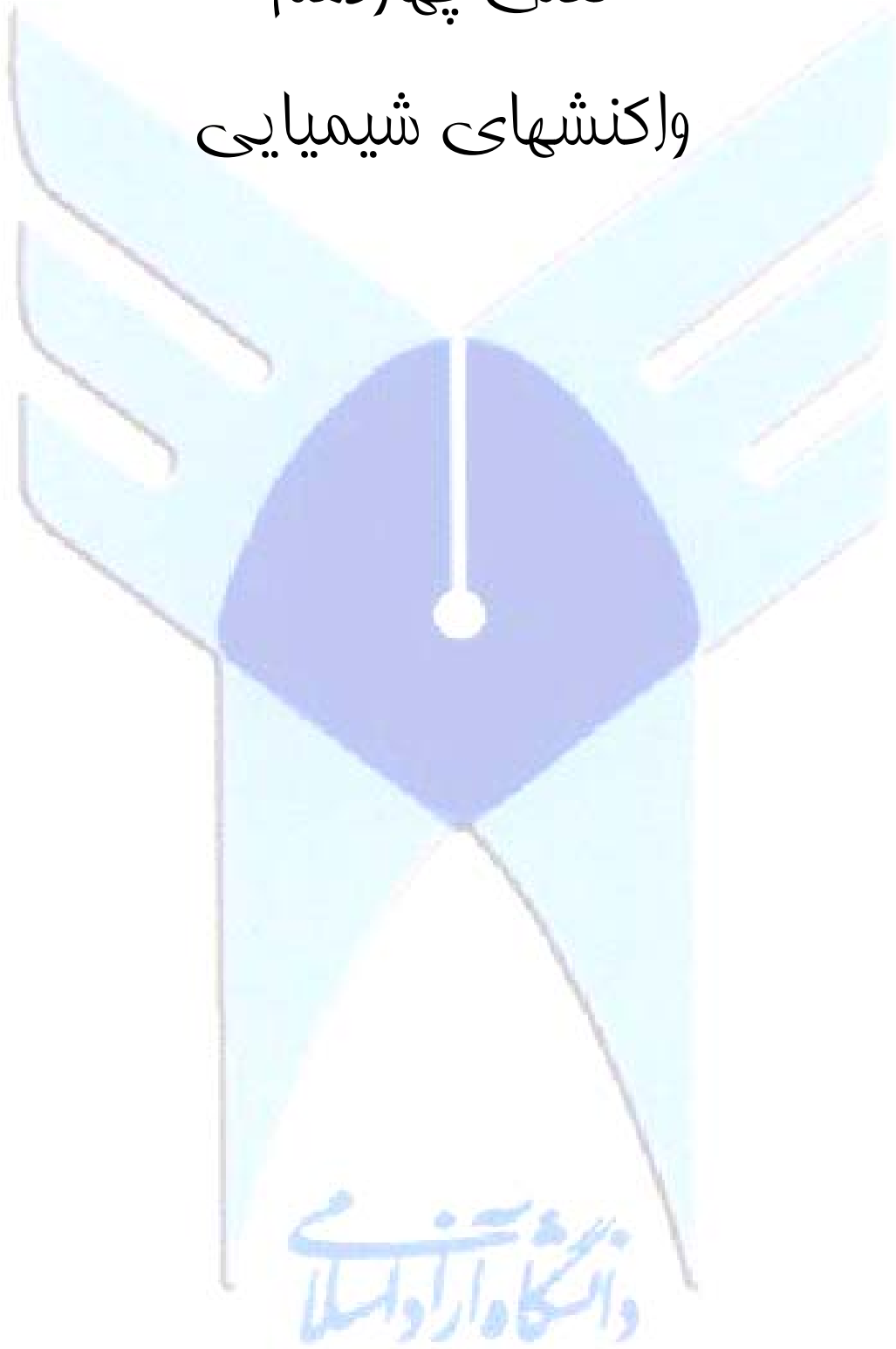
$$\frac{60.5}{22.5} = \frac{0.0182 - \omega_3}{\omega_3 - 0.010} \rightarrow \omega_3 = 0.0122$$

$$\frac{60.5}{22.5} = \frac{79 - h_3}{h_3 - 39.4} \rightarrow h_3 = 50.1$$

با توجه به داشتن  $h_3, \omega_3$  می توان بقیه خواص را بدست آورد.

$$h_3 = 50.1, \omega_3 = 0.0122 \rightarrow T_3 = 19^\circ C, \phi_3 = 90\%$$

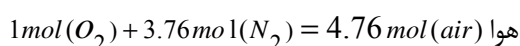
فصل چهاردهم  
واکنشهای شیمیایی





### سوختها و احتراق

هر ماده ای را که بتواند بسوزد و انرژی آزاد کند سوخت می گویند. بیشتر سوختهای شناخته شده عمدتاً از هیدروژن و کربن تشکیل میشوند و آنها را سوختهای هیدروکربنی<sup>۱</sup> می گویند و با فرمول کلی  $C_nH_m$  نشان داده می شوند. بر مبنای مولی یا حجمی هوای خشک از 20.9 درصد اکسیژن، 78.1 درصد نیتروژن، 0.9 درصد آرگون و مقادیر کمی دی اکسید کربن هلیوم نئون و هیدروژن تشکیل شده است. در تحلیل فرآیندهای احتراق، آرگون موجود در هوا به صورت نیتروژن بررسی می شود و گازهایی که مقدار آنها ناچیز است در نظر گرفته نمی شوند. از اینرو، هوای خشک را بر مبنای تعداد مولی می توان به صورت 21 درصد اکسیژن 79 درصد نیتروژن تقریب زد. بنابراین هر مول اکسیژنی که وارد محفظه ی احتراق می شود با  $\frac{0.79}{0.21} = 3.76$  مول نیتروژن همراه است. یعنی:

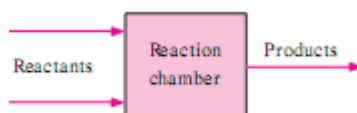


به عبارت دیگر از هر 4/76 مول هوا فقط 1 مول اکسیژن وجود دارد. یا به عبارتی برای اینکه 1 مول اکسیژن از هوای آزاد بگیریم باید 4/76 مول هوا باید مصرف کنیم.

در دماهای معمولی احتراق نیتروژن به صورت گاز خنثی عمل می کند و با سایر عناصر شیمیایی واکنش نمیدهد. اما وجود نیتروژن بر بازده فرآیند احتراق خیلی تاثیر می گذارد، زیرا نیتروژن معمولاً با مقدار زیاد و کم وارد محفظه احتراق می شود و با جذب قسمت بزرگی از انرژی شیمیایی آزاد شده در احتراق با دمای خیلی بیشتر خارج می شود.

هوایی که وارد محفظه احتراق می شود معمولاً شامل کمی بخار آب (رطوبت) است که باید آن را در نظر گرفت. در بیشتر فرآیندهای احتراق رطوبت هوا را نیز مانند نیتروژن می توان به صورت گاز خنثی در نظر گرفت. ولی در دماهای بالاتر مقداری بخار آب به  $H_2O$ ،  $H_2$ ،  $O_2$ ،  $H$ ،  $O$  و  $OH$  تجزیه می شود. وقتی گازهای احتراق تا زیر دمای نقطه شبنم بخار آب سرد می شوند مقداری از رطوبت چگالیده می شود. پیش بینی دمای نقطه شبنم حائز اهمیت است. زیرا قطره های آب اغلب با دی اکسید گوگردی  $SO_2$  که ممکن است در گازهای فرآیند موجود باشند ترکیب می شوند و اسید سولفوریک  $H_2SO_4$  را تشکیل می دهند که خیلی خورنده است.

در فرآیند احتراق اجزایی که قبل از واکنش وجود دارند واکنش دهنده<sup>۲</sup> و اجزایی که بعد از احتراق به وجود می آیند فرآورده می گویند<sup>۳</sup>.



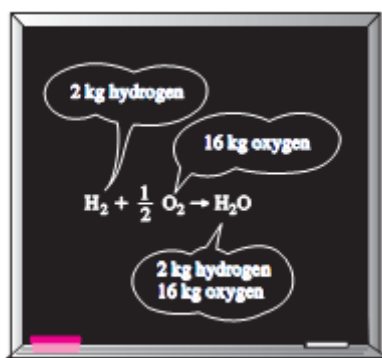
موازنه کردن

همانطور که از دوره های شیمی به خاطر دارید، معادله های شیمیایی بر مبنای اصل پایستاری جرم (یا موازنه جرم) موازنه می شوند. این اصل را به صورت زیر می توان بیان کرد: جرم کل هر عنصر در فرآیند هر شیمیایی پایستار است. یعنی، جرم کل هر عنصر در سمت راست معادله ی واکنش (فرآورده ها) با جرم کل عنصر واقع در سمت چپ (واکنش دهنده ها) برابر است حتی اگر عناصر موجود در واکنش دهنده ها و فرآورده ها دارای ترکیبات شیمیایی متفاوت باشند. همچنین، تعداد کل اتم های هر عنصر در هر فرآیند شیمیایی پایستار است زیرا تعداد کل اتم های یک عنصر برابر است با جرم کل عنصر تقسیم بر جرم اتمی آن.

<sup>1</sup> Hydrocarbon Fuels

<sup>2</sup> Reactant

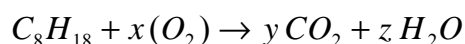
<sup>3</sup> Product



توجه شود در واکنش شکل بالا

با کمک مثال زیر موازنه کردن را یادآوری می‌کنیم.

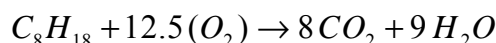
الف) ابتدا سوختن  $C_8H_{18}$  همراه با اکسیژن خالص را در نظر می‌گیریم. سوختهای هیدروکربنی فقط شامل کربن  $C$  و هیدروژن  $H$  بوده که هر دو می‌سوزند. در شرایط ایده‌آل کربن با اکسیژن هوا می‌سوزد و  $CO_2$  را تولید می‌کند. هیدروژن موجود در سوخت نیز با اکسیژن می‌سوزد و  $H_2O$  را تولید می‌کند. بنابراین محصولات فقط شامل  $CO_2$  و  $H_2O$  می‌باشد. برای موازنه کردن باید ابتدا  $C$  سپس  $H$  و در انتها  $O$  را موازنه کرد.



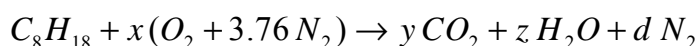
$$C : 8 = y \rightarrow y = 8$$

$$H : 18 = 2z \rightarrow z = 9$$

$$O : 2x = 2y + z \rightarrow x = 12.5 \rightarrow$$



ب) سوختن  $C_8H_{18}$  را با هوا در نظر می‌گیریم

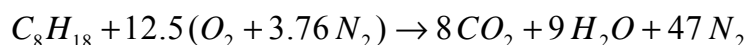


$$C : 8 = y \rightarrow y = 8$$

$$H : 18 = 2z \rightarrow z = 9$$

$$O : 2x = 2y + z \rightarrow x = 12.5$$

$$N : 3.76 \times 2 \times x = 2d \rightarrow d = 47$$



مطابق با عملیات بالا می‌توان گفت

اگر یک مول  $C_8H_{18}$  بسوزد به  $12.5$  مول اکسیژن خالص احتیاج است و یا به عبارت دیگر اگر یک مول  $C_8H_{18}$  بسوزد به  $12.5 \times 4.76 = 59.5$  مول هوا احتیاج است.

کمیتی که اغلب در تحلیل فرآیندهای احتراق برای بیان کمی مقادیر سوخت و هوا به کار می‌رود نسبت هوا-سوخت،  $AF$  است که معمولاً بر مبنای جرم بیان می‌شود و به عنوان نسبت جرم هوا به جرم سوخت در فرآیند احتراق تعریف می‌شود یعنی:

$$AF_{\text{مولی}} = \frac{\text{جرم هوا}}{\text{جرم سوخت}} \quad AF_{\text{جرمی}} = \frac{\text{جرم سوخت}}{\text{جرم سوخت}}$$

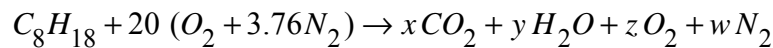


$$AF_{\text{جرمی}} = AF_{\text{مولی}} \times \frac{\text{جرم مولی هوا}}{\text{جرم مولی سوخت}} = AF_{\text{مولی}} \times \frac{M_{\text{هوا}}}{M_{\text{سوخت}}} = AF_{\text{مولی}} \times \frac{29}{M_{\text{سوخت}}}$$

### مثال

یک کیلو مول اکتان  $C_8H_{18}$  با هوایی که حاوی 20 کیلومول  $O_2$  است می‌سوزد. به فرض اینکه فرآورده‌ها فقط حاوی  $CO_2$ ،  $H_2O$ ،  $O_2$ ، و  $N_2$  است، تعداد مول هر گاز در فرآورده‌ها و نسبت هوا-سوخت را برای این فرآیند احتراق بیابید؟

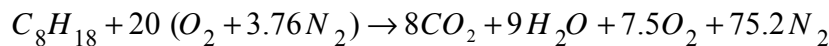
تحلیل: معادله‌ی شیمیایی را برای این فرآیند احتراق به صورت زیر می‌توان نوشت:



جمله‌های داخل پرانتز ترکیب هوای خشک را که حاوی یک کیلو مول  $O_2$  است، نشان می‌دهند و  $x$ ،  $y$ ،  $z$ ، تعداد مجهول مولهای گاز احتراق را نشان می‌دهند. این مجهولات با کاربرد موازنه جرم برای هر یک از عناصر به دست می‌آیند. -یعنی با توجه به این اصل که تعداد مول یا جرم کل هر عنصر در واکنش دهنده‌ها با تعداد مول یا جرم کل هر عنصر در فرآورده‌ها برابر است:

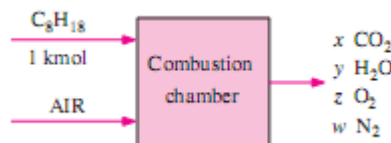
$$\begin{aligned} C : & \quad 8 = x \rightarrow x = 8 \\ H : & \quad 18 = 2y \rightarrow y = 9 \\ O : & \quad 40 = 2x + y + 2z \rightarrow z = 7.5 \\ N_2 : & \quad (20) \times (3.76) = w \rightarrow w = 75.2 \end{aligned}$$

با جایگذاری :



توجه کنید که ضریب 20 در موازنه بالا تعداد مولهای اکسیژن را نشان می‌دهد نه تعداد مول‌های هوا را. تعداد مول‌های هوا برابر  $20 \times 4.76 = 95.2$  است.

$$AF = \frac{m_{\text{air}}}{m_{\text{fuel}}} = \frac{(NM)_{\text{air}}}{(NM)_C + (NM)_{H_2}} = \frac{(20 \times 4.76)(29)}{(8)(12) + (9) + (2)} = 24.2 \frac{\text{kg air}}{\text{kg fuel}}$$



یعنی در این فرآیند احتراق، 24.2 kg هوا برای سوختن هر کیلوگرم سوخت  $C_8H_{18}$  مصرف می‌شود.

### فرایندهای احتراق نظری و واقعی

مطالعه احتراق سوخت با فرض کامل بودن آن اغلب نتایج آموزنده‌ای دارد. فرآیند احتراق کامل است هرگاه تمام کربن سوخت بسوزد و به  $CO_2$  تبدیل بشود و تمام هیدروژن بسوزد و به  $H_2O$  تبدیل بشود و تمام گوگرد (در صورت وجود) بسوزد و به  $SO_2$  تبدیل شود. اکسیژن ناکافی یکی از علل اصلی احتراق ناقص است اما تنها علت آن نمی‌باشد. حتی وقتی اکسیژن موجود در محفظه احتراق بیشتر از مقدار مورد نیاز احتراق کامل است احتراق ناقص روی می‌دهد. علت این موضوع را اختلاط ناقص در محفظه در زمان محدودی می‌دانند که سوخت و اکسیژن با هم تماس می‌گیرند. تجزیه‌ی مولکولها نیز یکی از علل احتراق ناقص است که در دماهای زیاد حائز اهمیت می‌شود.



پیوند اکسیژن با هیدروژن محکم‌تر از پیوند آن با کربن است. بنابراین حتی وقتی اکسیژن موجود کمتر از مقدار مورد نیاز احتراق کامل است هیدروژن سوخت به طور کامل می‌سوزد و  $H_2O$  می‌دهد. ولی قسمتی از کربن به صورت  $CO$  یا ذرات  $C$  در فرآورده‌ها ظاهر می‌شود.

حداقل مقدار هوای مورد نیاز برای احتراق کامل سوخت را هوای استوکیومتری<sup>۴</sup> یا هوای نظری<sup>۵</sup> می‌گویند. در فرآیندهای احتراق واقعی هوای مورد استفاده معمولاً بیشتر از مقدار استوکیومتری است تا شانس احتراق کامل افزایش یابد یا دمای محفظه احتراق کنترل شود. مقدار هوای افزون بر مقدار استوکیومتری را هوای مازاد می‌گویند. مقدار هوای مازاد معمولاً بر حسب هوای استوکیومتری به صورت درصد هوای مازاد یا درصد هوای نظری بیان می‌شود. مثلاً هوای مازاد 50 درصد معادل است با هوای نظری 150 درصد و هوای مازاد 200 درصد معادل است با هوای نظری 300 درصد. البته هوای استوکیومتری را به صورت هوای مازاد صفر درصد یا هوای نظری 100 درصد می‌توان بیان کرد.

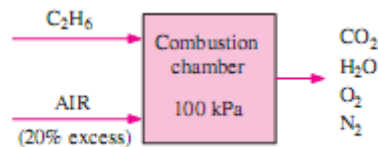
مثال

دمای نقطه شبنم گازهای احتراق

اتان ( $C_2H_6$ ) در فرآیند احتراق با هوای مازاد 20 درصد می‌سوزد. با فرض احتراق کامل و فشار کل  $100\text{kPa}$ ، مطلوبست:

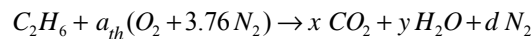
(الف) نسبت هوا-سوخت

(ب) دمای نقطه شبنم گازهای احتراق.



تحلیل:

در این حالت معادله احتراق استوکیومتری را به صورت زیر می‌توان نوشت

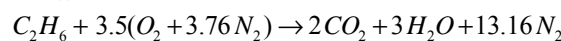


$$C: 2 = x \rightarrow x = 2$$

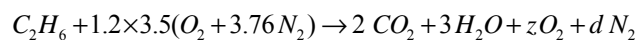
$$H: 6 = 2y \rightarrow y = 3$$

$$O: 2 \times a_{th} = 2x + y \rightarrow a_{th} = 3.5$$

$$N: a_{th} \times 3.76 \times 2 = d \times 2 \rightarrow d = 13.16 \rightarrow$$

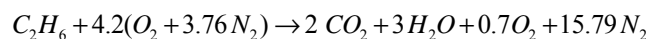


سپس با توجه به اینکه ۲۰٪ هوای اضافه مصرف می‌شود لذا باید معادله را دوباره موازنه کرد



$$O: 1.2 \times 3.5 \times 2 = 4 + 3 + 2z \rightarrow z = 0.7$$

$$N: 1.2 \times 3.5 \times 3.76 \times 2 = d \times 2 \rightarrow d = 15.79 \rightarrow$$



(الف) نسبت هوا-سوخت :

$$AF = \frac{m_{air}}{m_{fuel}} = \frac{(4.2 \times 4.76 \text{ kmol}) (29 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}})}{(2 \text{ kmol}) \times (12 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}) + (3 \text{ kmol}) + (2 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}})} = 19.3 \frac{\text{kg air}}{\text{kg fuel}}$$

<sup>4</sup> Stoichiometric

<sup>5</sup> Theoretical



یعنی در این فرآیند احتراق  $19.3 \text{ kg}$  هوا برای سوختن هر کیلوگرم سوخت مصرف می‌شود.

ب)

دمای نقطه شبنم گازهای احتراق دمایی است که در آن با خنک شدن گازهای احتراق بخار آب فرآورده‌ها شروع به چگالش می‌کند. از فصل قبل می‌دانیم که دمای نقطه شبنم مخلوط گاز-بخار عبارت است از دمای اشباع متناظر با فشار پاره‌ای بخار آب. بنابراین ابتدا باید فشار پاره‌ای  $P_v$  بخار آب گازهای احتراق را بیابیم. با فرض رفتار گاز ایده آل برای گازهای احتراق:

$$\frac{P_v}{P_{\text{product}}} = \frac{N_v}{N_{\text{product}}} \rightarrow P_v = \left( \frac{3 \text{ kmol}}{21.49 \text{ kmol}} \right) (100 \text{ kpa}) = 13.96 \text{ kpa}$$

از این رو باید با این فشار به جداول اشباع آب مراجعه و دمای اشباع را خواند.

$$T_{dp} = T_{\text{sat}@13.96 \text{ kpa}} = 52.3^\circ \text{C}$$

#### نکته

باید دانست که برقراری تماس نزدیک با اکسیژن برای شروع فرآیند احتراق کفایت نمی‌کند. (چه خوب! اگر غیر از این بود، تمام جهان هم اکنون در آتش می‌سوخت). برای شروع احتراق باید دمای سوخت بیشتر از دمای اشتعال آن شود. مینیمم دماهای اشتعال مواد مختلف در هوای اتمسفریک تقریباً عبارتند از:  $260^\circ \text{C}$  برای بنزین،  $400^\circ \text{C}$  برای کربن،  $580^\circ \text{C}$  برای هیدروژن،  $610^\circ \text{C}$  برای مونواکسید کربن،  $630^\circ \text{C}$  برای متان.

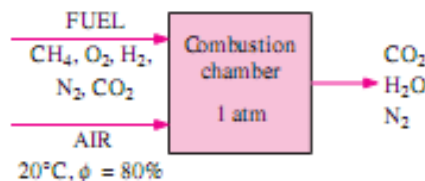
به علاوه نسبت‌های سوخت و هوا برای شروع احتراق باید در گستره‌ی مناسبی باشد مثلاً، گاز طبیعی با غلظت کم تر از 5 درصد یا بیشتر از 15 درصد با هوا مشتعل نمی‌شود.

مثال

#### احتراق سوخت گازی با هوای مرطوب

نوعی گاز طبیعی دارای آنالیز حجمی زیر است:

72 درصد  $\text{CH}_4$ ، 9 درصد  $\text{H}_2$ ، 14 درصد  $\text{N}_2$ ، 2 درصد  $\text{O}_2$ ، و 3 درصد  $\text{CO}_2$  گاز با مقدار استوکیومتری هوا، که در شرایط  $20^\circ \text{C}$ ،  $1 \text{ atm}$  و با رطوبت نسبی 80 درصد وارد محفظه احتراق می‌شود می‌سوزد. با فرض احتراق کامل و فشار کل  $1 \text{ atm}$  دمای نقطه شبنم گازهای احتراق را بیابید.



حل

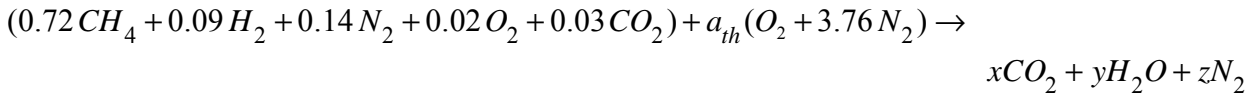
سوخت گازی با مقدار استوکیومتری هوای مرطوب می‌سوزد. می‌خواهیم نقطه‌ی شبنم گازهای احتراق را بیابیم. میدانیم که رطوبت هوا با هیچ چیز واکنش نمی‌دهد، بلکه فقط  $\text{H}_2\text{O}$  اضافی در گازهای احتراق را نشان می‌دهد. بنابراین برای سهولت معادله احتراق را با استفاده از هوای خشک موازنه می‌کنیم و سپس رطوبت را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم.

فرض (۱): سوخت به طور کامل می‌سوزد و تمام کربن سوخت به  $\text{CO}_2$ ، و تمام هیدروژن به  $\text{H}_2\text{O}$  تبدیل می‌شود. (۲) سوخت با استوکیومتری هوا می‌سوزد و از این رو اکسیژن آزاد در گازهای احتراق وجود ندارد. (۳) رفتار گازهای احتراق به طور ایده‌آلی است.

تحلیل

با در نظر گرفتن 1 کیلو مول سوخت (یعنی ضریب پشت سوخت را یک در نظر می‌گیریم)





ضرایب مجهول از معادله بالا را از موازنه جرم عناصر مختلف تعیین می‌کنیم

$$C \Rightarrow 0.72 + 0.03 = x \rightarrow x = 0.75$$

$$H \Rightarrow 0.72 \times 4 + 0.09 \times 2 = 2y \rightarrow y = 1.53$$

$$O_2 \Rightarrow 0.02 + 0.03 + a_{th} = x + \frac{y}{2} \rightarrow a_{th} = 1.465$$

$$N_2 \Rightarrow 0.14 + 3.76a_{th} = z \rightarrow z = 5.648$$

سپس، مقدار رطوبت همراه با  $4.76a_{th} = (4.76) \times (1.465) = 6.97 \text{ kmol}$  هوای خشک را تعیین می‌کنیم. با توجه به اینکه رطوبت نسبی هوا ۸۰٪ است لذا فشار پاره‌ای رطوبت موجود در هوا برابر است با

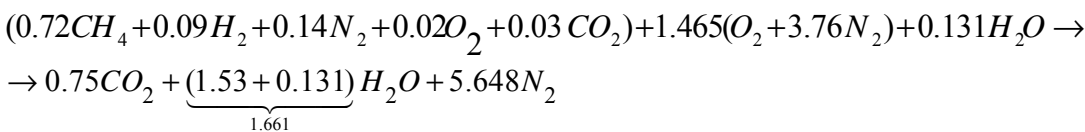
$$P_v = \phi_{air} P_{sat@20^\circ C} = (0.80)(2.339 \text{ kpa}) = 1.871 \text{ kpa}$$

حال باید تعداد مولهای بخار آب موجود در ۶.۹۷ کیلومول هوا را بدست آورد. با فرض رفتار گاز ایده‌آل تعداد مولهای رطوبت هوا، عبارت است از

$$\frac{N_v}{N_{total}} = \left( \frac{P_v}{P_{total}} \right) = \left( \frac{1.871 \text{ kpa}}{101.325 \text{ kpa}} \right) (6.97 + N_v) \rightarrow N_v = 0.131 \text{ kmol}$$

بنابراین همراه با ۶.۹۷ کیلومول هوای خشک باید ۰.۱۳۱ مول بخار همراه باشد.

با جایگذاری ضرایبی که قبلاً به دست آمده‌اند و با افزودن ۰.۱۳۱ کیلو مول  $H_2O$  به طرفین معادله، موازنه‌ی احتراق به صورت زیر است:



دمای نقطه‌ی شبنم گازهای احتراق دمایی است که در آن با خنک شدن گازهای احتراق بخار آب موجود در فرآورده‌ها شروع به چگالش می‌کند. مجدداً با فرض رفتار گاز ایده‌آل فشار پاره‌ای بخار آب موجود در گازهای احتراق برابر است با

$$\frac{P_v}{P_{product}} = \frac{N_v}{N_{product}} \rightarrow P_v = \left( \frac{1.661 \text{ kmol}}{8.059 \text{ kmol}} \right) (101.325 \text{ kpa}) = 20.88 \text{ kpa}$$

از این رو

$$T_{dp} = T_{sat@20.88 \text{ kpa}} = 60.9 \text{ kPa}$$

بحث: اگر فرآیند احتراق با هوای خشک (به جای هوای مرطوب) انجام بشود، گازهای احتراق رطوبت کمتری داشته و دمای نقطه شبنم در این حالت  $59.5^\circ C$  خواهد بود.

مثال

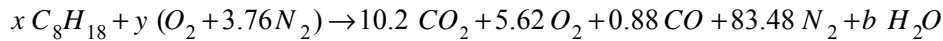
اکتان  $C_8H_{18}$  با هوای خشک می‌سوزد. آنالیز حجمی گازهای احتراق بر مبنای خشک به صورت زیر است:

$$CO_2 = \%10.2, \quad O_2 = \%5.62, \quad CO = \%0.88, \quad N_2 = \%83.48$$

مطلوبست (الف) AF (ب) درصد هوای تئوری و اضافه (ج) اگر محصولات تا  $25^\circ C$  خنک شوند چند مول آب تقطیر خواهد شد؟



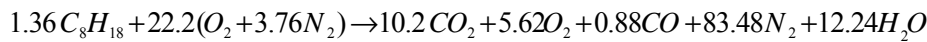
در این مثال آنالیز محصولات داده شده است. یعنی اگر مقداری از محصولات را برداریم سپس بخار آب آن را جدا کنیم تا خشک شود اگر باقیمانده ۱۰۰ کیلو مول باشد آنگاه محصولات  $CO_2 = 10.2$ ,  $O_2 = 5.62$ ,  $CO = 0.88$ ,  $N_2 = 83.48$  خواهند بود. از طرفی چون در صورت سؤال ذکر شده که آنالیز حجمی بر مبنای خشک بوده لذا به اندازه  $b$  مول هم همراه با محصولات  $H_2O$  وجود خواهد داشت. پس بنابراین کل مولهای محصولات  $100+b$  مول خواهد بود. جال موازنه می‌کنیم:



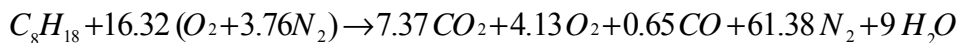
مجهولات پس از موازنه کردن معادله به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$x = 1.36, \quad y = 22.2, \quad b = 12.24$$

با جایگذاری ضرایب در معادله داریم:



دو طرف معادله را بر ضریب اکتان یعنی ۱.۳۶ تقسیم می‌کنیم



حال ضریب  $AF$  را می‌یابیم

(الف)

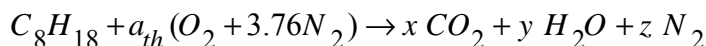
$$AF_{\text{مولی}} = \frac{\text{مول هوا}}{\text{مول سوخت}} = \frac{16.32 * 4.76}{1} = 77.68$$

$$AF_{\text{جرمی}} = AF_{\text{مولی}} \times \frac{\text{جرم مولی هوا}}{\text{جرم مولی سوخت}} = AF_{\text{مولی}} \times \frac{M_{\text{هوا}}}{M_{\text{سوخت}}} = 77.68 \times \frac{29}{8 * 12 + 18 * 1} = 19.76$$

این بدان معناست که برای هر مول سوخت ۷۷.۶۸ مول هوا و به ازای هر کیلوگرم سوخت ۱۹.۷۶ کیلوگرم هوا احتیاج است.

(ب)

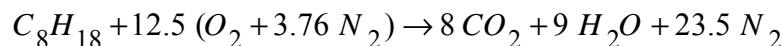
برای تعیین درصد هوای نظری مقدار هوای نظری را باید بدانیم. برای این منظور، از معادله احتراق استکیومتری استفاده می‌کنیم:



مجهولات پس از موازنه کردن معادله به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$a_{th} = 12.5, \quad x = 8, \quad y = 9, \quad z = 23.5$$

با جایگذاری ضرایب در معادله احتراق نظری سوخت داریم:



یعنی اگر احتراق ایده‌آلی می‌داشتیم فقط ۱۲.۵ مول هوا احتیاج بود ولی الان ۱۶.۳۲ مول هوا احتیاج است پس

$$\text{درصد هوای تئوری} = \frac{16.32}{12.5} = 130\%$$

$$30\% \text{ هوای اضافه شده} = 130\% \text{ هوای تئوری}$$

(ج)

فرض می‌شود  $N_w$  مقدار مول آب چگالیده شده باشد. مقدار مول بخار باقی مانده در محصولات برابر  $(9 - N_w)$  خواهد بود:

$$\frac{P_v}{P_{total}} = \frac{N_v}{N_{total}} \rightarrow \frac{3.169}{100} = \frac{(9 - N_w)}{7.37 + (9 - N_w) + 0.65 + 4.13 + 61.38} \rightarrow$$

$$\rightarrow N_w = 6.59 \text{ kmol}$$



### انتالپی

قبلا دیدیم که انرژی جریان سیال بواسطه فشار و دما از طریق انتالپی بدست می آید

$$H = \underbrace{U}_{\text{ناشی از دما}} + \underbrace{PV}_{\text{ناشی از فشار}}$$

ولی در این فصل انرژی دیگری نیز بواسطه ساختار شیمیایی مواد در آنها نهفته است مثلا  $H_2$  بواسطه اینکه ساختار خاصی دارد دارای انرژی شیمیایی خاصی است. بنابراین

انرژی بواسطه ساختار شیمیایی + انرژی بواسطه دما و فشار = انرژی ماده

انتالپی بواسطه ساختار شیمیایی + انتالپی بواسطه دما و فشار = انتالپی ماده

با کمی ساده سازی می توان این رابطه را به صورت زیر نوشت

$$h = \underbrace{\bar{h}_f^0}_{\text{ناشی از ساختار شیمیایی}} + \underbrace{(\bar{h} - \bar{h}^0)}_{\text{ناشی از تغییرات دما و فشار}}$$

میزان انتقال حرارت از سیستم باز را می توان با کمک قانون اول ترمودینامیک بدست آورد:

$$Q_{out} = \underbrace{\sum N_r (\bar{h}_f^0 + \bar{h} - \bar{h}^0)}_{\text{مجموع انتالپی محصولات}} - \underbrace{\sum N_p (\bar{h}_f^0 + \bar{h} - \bar{h}^0)}_{\text{مجموع انتالپی واکنش دهنده ها}}$$

گرمای ورودی یا خروجی

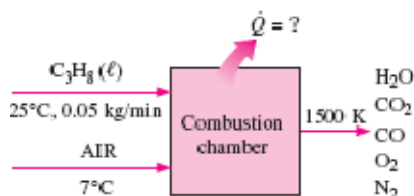
برای سیستم بسته این فرمول به صورت زیر در می آید:

$$Q_{out} = \sum N_r (\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h} - p\bar{v})_r - \sum N_p (\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h} - p\bar{v})_p$$

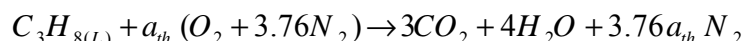
مثال:

تحلیل احتراق پایا از نظر قانون اول

پروپان مایع ( $C_3H_8$ ) با آهنگ  $0.05 \frac{kg}{min}$  با دمای  $25^\circ C$  وارد محفظه احتراق می شود و در آنجا با هوای مازاد  $50\%$  که در دمای  $7^\circ C$  وارد محفظه احتراق می شود، مخلوط می شود. آنالیز گازهای احتراق نشان می دهد که تمام هیدروژن موجود در سوخت می سوزد و به  $H_2O$  تبدیل می شود اما فقط  $90\%$  کربن می سوزد و به  $CO_2$  تبدیل می شود و  $10\%$  باقیمانده آن  $CO$  می دهد. اگر دمای خروجی گازهای احتراق  $1500 K$  باشد، مطلوبست: الف) آهنگ جریان جرمی هوا، ب) آهنگ انتقال گرما از محفظه احتراق.



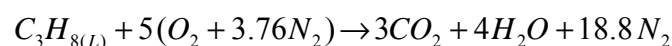
ابتدا موازنه  $C_3H_8$  با هوای تئوری را می نویسیم



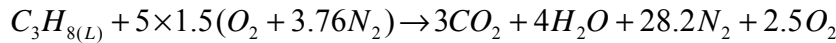
موازنه  $O_2$ :

$$a_{th} = 3 + 2 = 5$$

بنابراین واکنش استوکیومتری  $C_3H_8$  به صورت زیر خواهد بود.

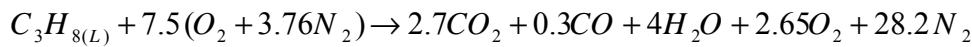


حال واکنش  $C_3H_8$  با  $50\%$  هوای مازاد



خواهد بود.

با توجه به اینکه 90% کربن می‌سوزد و به  $CO_2$  تبدیل می‌شود و 10% باقیمانده آن  $CO$  می‌دهد، داریم



الف) نسبت هوا-سوخت در این فرآیند و دبی هوای مورد نیاز برابر است با:

$$AF = \frac{mol_{air}}{mol_{fuel}} = \frac{(7.5 \times 4.76 kmol) (29 \frac{kg}{kmol})}{(3 kmol) \times (12 \frac{kg}{kmol}) + (4 kmol) \times (2 \frac{kg}{kmol})} = 25.53 \frac{kg_{air}}{kg_{fuel}}$$

$$\dot{m}_{air} = AF \times \dot{m}_{fuel} = (25.53 \frac{kg_{air}}{kg_{fuel}}) \times (0.05 \frac{kg_{fuel}}{min}) = 1.18 \frac{kg_{air}}{min}$$

ب) انتقال گرما در این فرآیند پایا را از موازنه انرژی پایا تعیین می‌کنیم

$$Q_{out} + \sum N_P (\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h})_P = \sum N_r (\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h})_r$$

یا

$$Q_{out} = \sum N_r (\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h})_r - \sum N_P (\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h})_P$$

Substance	$\bar{h}_f^\circ$ kJ/kmol	$\bar{h}_{298\text{ K}}$ kJ/kmol	$\bar{h}_{298\text{ K}}$ kJ/kmol	$\bar{h}_{1500\text{ K}}$ kJ/kmol
$C_3H_8(l)$	-118,910	—	—	—
$O_2$	0	8150	8682	49,292
$N_2$	0	8141	8669	47,073
$H_2O(g)$	-241,820	—	9904	57,999
$CO_2$	393,520	—	9364	71,078
$CO$	-110,530	—	8669	47,517

مقادیر انتالپی را از جداول تعیین می‌کنیم

جدول A.18 تا A.25
جدول A.18 تا A.25 در دمای $T=298^0C$ خوانده می‌شود
جدول A.26

با جایگذاری:

$$Q_{out} = (1 kmol C_3H_8) \left[ \left( -118910 + \bar{h}_{298} - \bar{h}_{298} \right) \frac{KJ}{Kmol C_3H_8} \right] +$$

$$(7.5 kmol O_2) \left[ \left( 0 + 8150 - 8682 \right) \frac{KJ}{Kmol O_2} \right] + (28.2 kmol N_2) \left[ \left( 0 + 8141 - 8669 \right) \frac{KJ}{Kmol N_2} \right] -$$

$$(2.7 kmol CO_2) \left[ \left( -393520 + 7.078 - 9364 \right) \frac{KJ}{Kmol CO_2} \right] - (0.3 kmol CO) \left[ \left( -110530 + 47517 - 8669 \right) \frac{KJ}{Kmol CO} \right] -$$

$$(0.3 kmol CO) \left[ \left( -110530 + 47517 - 8669 \right) \frac{KJ}{Kmol CO} \right] - (4 kmol H_2O) \left[ \left( 241820 + 57999 - 9904 \right) \frac{KJ}{Kmol H_2O} \right] -$$

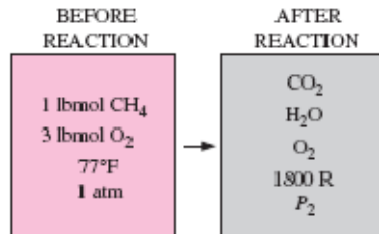
$$(2.65 kmol O_2) \left[ \left( 0 + 49292 - 8682 \right) \frac{KJ}{Kmol O_2} \right] - (28.2 kmol N_2) \left[ \left( 0 + 47073 - 8669 \right) \frac{KJ}{Kmol N_2} \right] = 363882 \frac{kJ}{kmol C_3H_8}$$



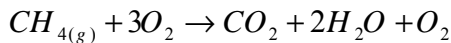
$$\dot{Q}_{out} = \dot{m} \times q_{out} = (0.05 \frac{kg}{min}) \times (8270 \frac{kJ}{kg}) = 413.5 \frac{kJ}{min} = 6.89 kw$$

تحلیل احتراق در بمب کالوریمتر از نظر قانون اول

تانکی با حجم ثابت حاوی 1 پاند مول گاز متان  $CH_4$  و 3 پاند مول  $O_2$  در شرایط  $77^\circ F$  و  $1 atm$  است. محتوی داخل تانک مشتعل می‌شود، و گاز متان به طور کامل می‌سوزد. اگر دمای نهایی  $1800 R$  باشد، مطلوبست:  
(الف) فشار نهایی در تانک (ب) انتقال گرما در این فرآیند.



موازنه ی فرآیند احتراق به صورت زیر است :



فشار نهایی در تانک را با نوشتن معادله گاز ایده‌آل بدست می‌آوریم:

$$P_{react} V = N_{react} R_U T_{react}$$

$$P_{pro} V = N_{pro} R_U T_{pro}$$

با تقسیم دو رابطه بر هم

$$P_{pro} = P_{react} \left( \frac{N_{pro}}{N_{react}} \right) \left( \frac{T_{pro}}{T_{react}} \right)$$

با جایگذاری:

$$P_{pro} = (1 atm) \left( \frac{4 lbmol}{4 lbmol} \right) \left( \frac{1800 R}{537 R} \right) = 3.35 atm$$

(ب) با توجه به قانون اول ترمودینامیک برای سیستم بسته  $Q - W = \Delta U$  و با توجه به اینکه  $u = h - Pv$  خواهیم داشت

$$\begin{aligned} -Q_{out} &= \sum N_p (\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h} - p\bar{v})_p - \sum N_r (\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h} - p\bar{v})_r \\ \rightarrow Q_{out} &= \sum N_r (\bar{h}_f - R_U T)_r - \sum N_p (\bar{h}_f + \bar{h}_{1800R} - \bar{h}_{537R} - R_U T)_p \end{aligned}$$

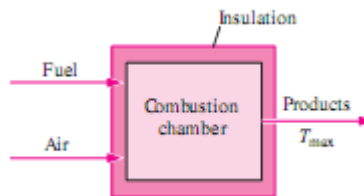
Substance	$\bar{h}_f^\circ$ Btu/lbmol	$\bar{h}_{537 R}$ Btu/lbmol	$\bar{h}_{1800 R}$ Btu/lbmol
$CH_4$	-32,210	—	—
$O_2$	0	3725.1	13,485.8
$CO_2$	-169,300	4027.5	18,391.5
$H_2O(g)$	-104,040	4258.0	15,433.0

$$\begin{aligned} Q_{out} &= (1 lbmol CH_4) \left[ (-32210 - 1.986 \times 537) \frac{Bru}{lbmol CH_4} \right] + (3 lbmol O_2) \left[ (0 - 1.986 \times 537) \frac{Bru}{lbmol O_2} \right] \\ &+ (3 lbmol O_2) \left[ (0 - 1.986 \times 537) \frac{Bru}{lbmol O_2} \right] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &-(1 \text{ lbmol } CO_2) \left[ \left( -169300 + 18391.5 - 4027.5 - 1.986 \times 1800 \right) \frac{Bru}{\text{lbmol } CO_2} \right] \\
 &-(2 \text{ lbmol } H_2O) \left[ \left( -104040 + 15433 - 4258 - 1.986 \times 1800 \right) \frac{Bru}{\text{lbmol } H_2O} \right] \\
 &-(1 \text{ lbmol } O_2) \left[ \left( 0 + 13485.8 - 3725.1 - 1.986 \times 1800 \right) \frac{Bru}{\text{lbmol } O_2} \right] = 308729 \frac{Bru}{\text{lbmol } CH_4}
 \end{aligned}$$

**دمای شعله آدیاباتیک** در غیاب برهم کنشهای کار و تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل، انرژی شیمیایی آزاد شده در فرآیند احتراق به صورت گرما به اطراف دفع می‌شود یا به طور داخلی مصرف می‌شود و دمای گازهای احتراق را بالا می‌برد. هرچه دفع گرما کمتر باشد، افزایش دما بیشتر است. در حالت حدی نبود دفع گرما به اطراف ( $Q = 0$ ) دمای گازهای احتراق به ماکزیمم می‌رسد و آن را دمای احتراق آدیاباتیک یا دمای شعله آدیاباتیک واکنش<sup>۶</sup> می‌گویند.



دمای شعله ی آدیاباتیک فرآیند احتراق با جایگذاری ( $Q = 0$ ) و ( $W = 0$ ) به دست می‌آید :

$$Q - W = H_{\text{Product}} \left( \frac{KJ}{Kg \text{ fuel}} \right) - H_{\text{React}} \left( \frac{KJ}{Kg \text{ fuel}} \right) \rightarrow H_{\text{Product}} = H_{\text{React}}$$

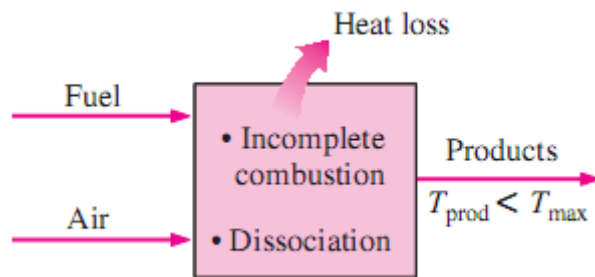
یا :

$$\sum N_p (\dot{h}_f + \bar{h} - \bar{h})_p = \sum N_r (\dot{h}_f + \bar{h} - \bar{h})_r$$

با معلوم بودن واکنش دهنده‌ها و حالت‌های آنها، آنتالپی واکنش دهنده‌ها را به سهولت می‌توان به دست آورد. ولی محاسبه‌ی آنتالپی فرآورده‌ها به این سادگی نیست زیرا دمای فرآورده‌ها را قبل از محاسبه نمی‌دانیم. بنابراین برای تعیین دمای شعله آدیاباتیک باید از روش تکراری استفاده کنیم مگر این که معادله‌هایی برای تغییرات آنتالپی محسوس گازهای احتراق داشته باشیم. برای گازهای احتراق دمایی را فرض می‌کنیم و  $H_{\text{Product}}$  را در این دما تعیین می‌کنیم. اگر مقدار محاسبه شده با  $H_{\text{React}}$  برابر نباشد محاسبه را با دمای دیگر تکرار می‌کنیم. سپس دمای شعله آدیاباتیک را از روی این دو نتیجه با درونیابی تعیین می‌کنیم. وقتی هوا به عنوان اکسیدکننده است، گازهای احتراق عمدتاً از  $N_2$  تشکیل می‌شوند و با در نظر گرفتن تمام گازهای احتراق به عنوان  $N_2$  تخمین اولیه خوبی برای دمای شعله آدیاباتیک به دست می‌آوریم.

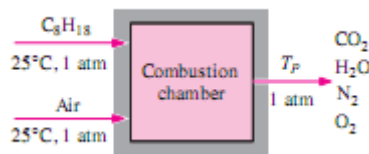
در محفظه‌های احتراق بیشترین دمایی که ماده را می‌توان در معرض آن قرار داد تحت تاثیر محدودیتهای متالورژیکی قرار دارد. بنابراین در طراحی محفظه‌های احتراق توربینهای گازی و نازلها دمای شعله آدیاباتیک پارامتر مهمی است. ماکزیمم دمایی که در این وسایل روی می‌دهد خیلی کمتر از دمای شعله آدیاباتیک است. ولی چون احتراق معمولاً ناقص است مقداری گرما دفع می‌شود و مقداری از گازهای احتراق در دماهای زیاد تجزیه می‌شود. ماکزیمم دما در محفظه احتراق را با تنظیم هوای مازاد که به عنوان خنک کن به کار می‌رود می‌توان کنترل کرد.

<sup>6</sup> Adiabatic Flame Temperature



دمای شعله آدیباتیک در احتراق پایا

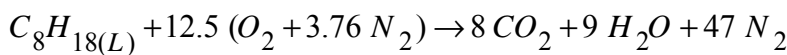
اکتان مایع  $C_8H_{18}$  در شرایط  $1\text{atm}$  و  $25^\circ\text{C}$  به طور پایا وارد محفظه ی احتراق توربین گازی می شود و با هوایی که در همان شرایط وارد محفظه احتراق می شود می سوزد. با صرف نظر از تغییرات انرژی های جنبشی و پتانسیل مطلوبست دمای شعله آدیباتیک برای (الف) احتراق کامل با هوای نظری 100% (ب) احتراق کامل با هوای نظری 400% (ج) احتراق ناقص (مقداری  $CO$  در فرآورده ها) با هوای نظری 90%.



حل) اکتان مایع به طور پایا میسوزد. می خواهیم دمای شعله ی آدیباتیک را در حالت های مختلف بیابیم.

فرض (۱) این یک فرآیند احتراق پایاست. (۲) محفظه ی احتراق آدیباتیک است. (۳) هیچ گونه برهم کنش کار وجود ندارد. (۴) هوا و گازهای احتراق رفتار ایده آلی دارند. (۵) تغییرات انرژی های جنبشی و پتانسیل ناچیزند.

تحلیل: (الف) موازنه ی گازهای احتراق با مقدار نظری هوا به صورت زیر است:



رابطه ی دمای شعله ی آدیباتیک ( $H_{Product} = H_{React}$ ) در این حالت به شکل زیر است:

$$\sum N_p (\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h})_p = \sum N_r \bar{h}_{f,r} = (N_r \bar{h}_f) C_8H_{18}$$

زیرا تمام واکنش دهنده ها در حالت مرجع استاندارد هستند و برای  $O_2$  و  $N_2$   $\bar{h}_f = 0$  مقادیر  $\bar{h}_f$  و  $\bar{h}$  اجزای مختلف در  $298K$  عبارتند از:

Substance	$\bar{h}_f^\circ$ kJ/kmol	$\bar{h}_{298K}$ kJ/kmol
$C_8H_{18}(l)$	-249,950	—
$O_2$	0	8682
$N_2$	0	8669
$H_2O(g)$	-241,820	9904
$CO_2$	-393,520	9364

با جایگذاری:

$$(8 \text{ kmol } CO_2) \left[ \left( -393.520 + \bar{h}_{CO_2} - 9364 \right) \frac{KJ}{\text{Kmol } CO_2} \right] +$$



$$(9\text{kmolH}_2\text{O}) \left[ \left( -241.820 + \bar{h}_{\text{H}_2\text{O}} - 9904 \right) \frac{\text{KJ}}{\text{KmolH}_2\text{O}} \right] + (47\text{kmolN}_2) \left[ \left( 0 + \bar{h}_{\text{N}_2} - 8669 \right) \frac{\text{KJ}}{\text{KmolN}_2} \right] =$$

$$= (1\text{kmolC}_8\text{H}_{18}) \left[ -249.950 \frac{\text{KJ}}{\text{KmolN}_2} \right]$$

که می دهد :

$$8\bar{h}_{\text{CO}_2} + 9\bar{h}_{\text{H}_2\text{O}} + 47\bar{h}_{\text{N}_2} = 5,646,081\text{KJ}$$

چون برای گازهای ایده آل  $h = h(T)$  می باشد برای تعیین دمای فرآورده ها باید از روش آزمون و خطا استفاده کنیم.

$$\text{حدس اول: } \frac{5646081}{8+9+47} = 88220 \frac{\text{KJ}}{\text{Kmol}}$$

و  $1800\text{K}$  برای  $\text{CO}_2$  ،

با توجه به اینکه بیشتر فرآورده ها  $\text{N}_2$  هستند،  $T_{\text{React}}$  فقط کمی پایین تر از  $2650\text{K}$  است. بنابراین، حدس خوب اولیه  $2400\text{K}$  است. در این دما :

$$8\bar{h}_{\text{CO}_2} + 9\bar{h}_{\text{H}_2\text{O}} + 47\bar{h}_{\text{N}_2} = \rightarrow$$

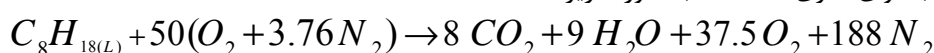
$$\rightarrow 8 \times 125,152 + 9 \times 103,508 + 47 \times 79,320 = 5,660,828\text{KJ}$$

که این مقدار بیشتر از  $5646081\text{KJ}$  است. بنابراین دمای واقعی کمی پایین تر از  $2400\text{K}$  است. بنابراین،  $2350\text{K}$  را انتخاب میکنیم. در این دما :

$$8 \times 122,091 + 9 \times 100,846 + 47 \times 77,496 = 5,526,654\text{KJ}$$

که کمتر از  $5646081\text{KJ}$  است. بنابراین، دمای واقعی فرآورده ها بین  $2350\text{K}$  و  $2400\text{K}$  است. با درون یابی،  $T_{\text{React}} = 2394.5\text{K}$

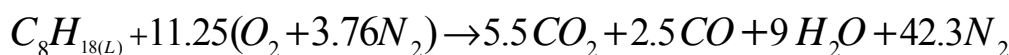
(ب) موازنه ی فرآیند احتراق کامل با هوای نظری  $400\%$  به صورت زیر است :



با استفاده از روش قسمت (الف)، دمای شعله ی آدیباتیک در این حالت برابر است با :  $T_{\text{React}} = 962\text{K}$

توجه کنید که با استفاده از هوای مازاد، دمای فرآورده ها به طور قابل توجه کاهش یافته است.

(ج) موازنه ی فرآیند احتراق ناقص با هوای نظری  $90\%$  به صورت زیر است :



با استفاده از روش قسمت (الف)، دمای شعله ی آدیباتیک در این حالت برابر است با :  $T_{\text{React}} = 2236\text{K}$

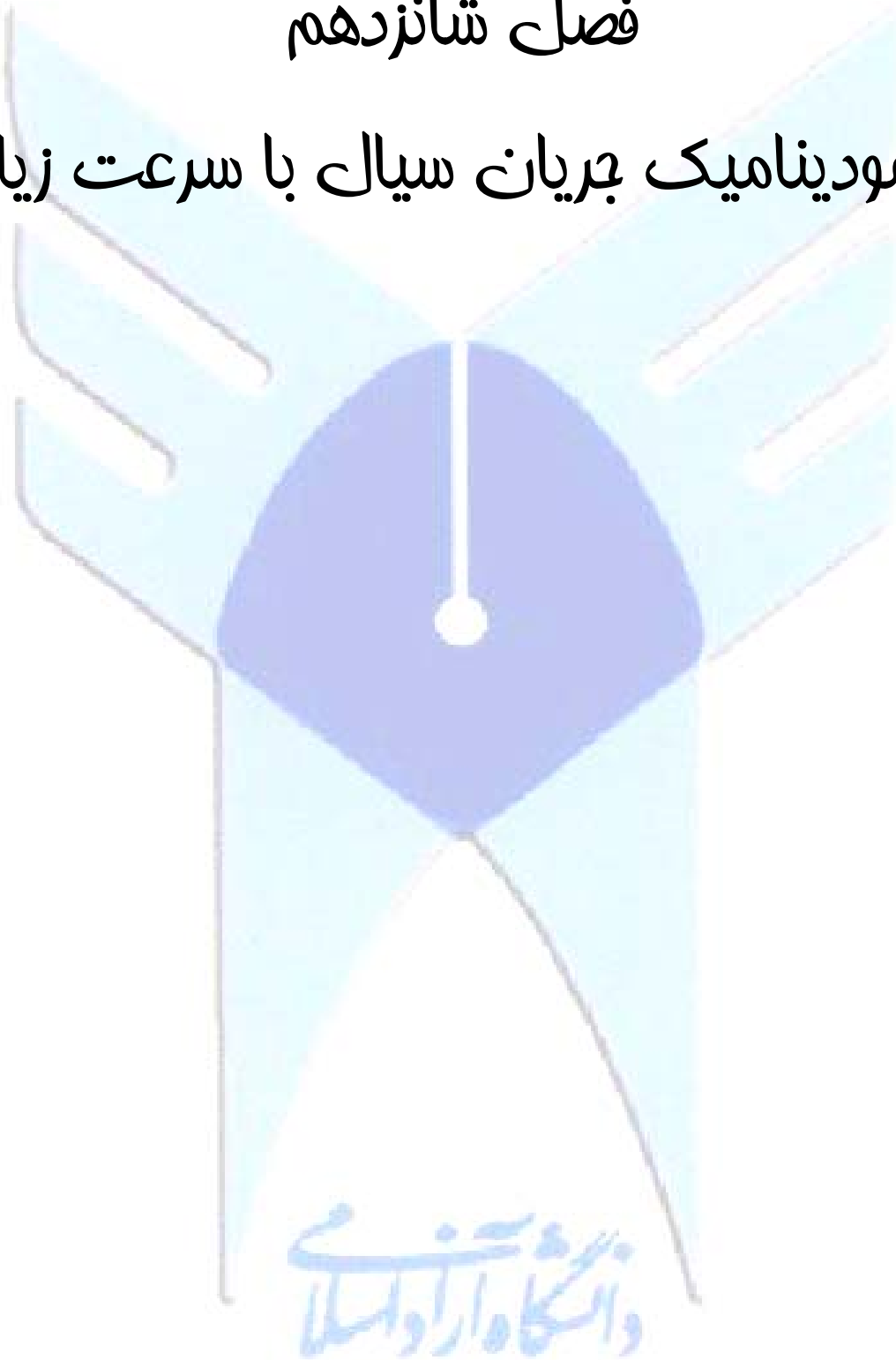
توجه کنید که، به علت احتراق ناقص یا استفاده از هوای مازاد، دمای شعله ی آدیباتیک کاهش می یابد.

ماکزیمم دمای شعله آدیباتیک وقتی حاصل می شود که احتراق کامل با مقدار هوای نظری انجام شود.



## فصل شانزدهم

# ترمودینامیک جریان سیال با سرعت زیاد





معادله کلی قانون اول ترمودینامیک به صورت زیر نوشته می‌شود

$$Q + \sum \dot{m}_i \left( h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i \right) = W + \sum \dot{m}_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right)$$

در مسائل ترمودینامیکی که تا به حال با آن مواجه بودیم جمله انرژی جنبشی ناچیز و یا به گونه‌ای بود که انرژی جنبشی ورودی و خروجی با هم برابر و بنابراین قانون اول را معمولاً بدون جملات انرژی جنبشی و پتانسیل می‌نوشتیم:

$$Q + \sum \dot{m}_i h_i = W + \sum \dot{m}_e h_e$$

در این فصل ترمودینامیک جریان سیال با سرعت زیاد را بررسی می‌کنیم. انرژی جنبشی زیادی داریم بنابراین  $\frac{V^2}{2}$  حذف نمی‌شود.

### دمای سکون و فشار سکون (نقطه سکون)<sup>۱</sup>

جریانی را در نظر بگیرید که از سیالی با فشار  $P$  و دمای  $T$  و سرعت  $V$  تشکیل شده است. این سیال دارای سه انرژی

۱- بواسطه دمای سیال انرژی درونی وجود دارد

۲- بواسطه فشار سیال انرژی جریان جرم (انرژی فشاری) وجود دارد

۳- بواسطه سرعت سیال انرژی جنبشی در سیال وجود دارد

حال اگر به طریقی سرعت سیال صفر شود انرژی جنبشی سیال صفر می‌شود از طرفی انرژی نابود نمی‌شود. بنابراین این انرژی جنبشی باید به انرژی درونی و فشاری تبدیل شود. این تبدیل انرژی از سرعت به دما و فشار باعث افزایش دما و فشار سیال می‌شود. مطابق با شکل زیر اگر طی یک فرایند  $S=cte$  سرعت سیال به صفر برسد آنگاه فشار و سرعت سیال بدین صورت بدست می‌آیند.

سرعت	$V$	$\xrightarrow{S=cte}$	$V=0$	
فشار استاتیک	$P$		$P_0$	فشار سکون
دمای استاتیک	$T$	آدیاباتیک برگشت پذیر	$T_0$	دما سکون

$$Q + \sum \dot{m}_i \left( h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i \right) = W + \sum \dot{m}_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right)$$

$$\rightarrow h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_e \xrightarrow{h=c_p T} c_p T_1 + \frac{V_1^2}{2} = c_p T_0$$

$$\text{دمای سکون} \rightarrow T_0 = T_1 + \frac{V_1^2}{2c_p}$$

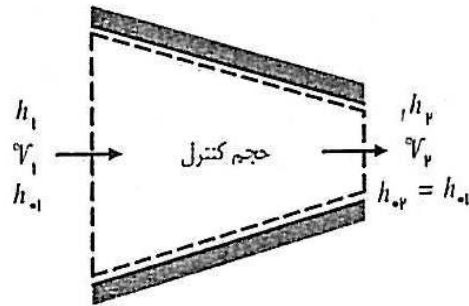
$$\text{فشار سکون} \rightarrow \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{K-1}{K}} = \frac{T_0}{T}$$

جریان پایای سیال در مجرای مانند نازل، پخش کن، یا در سایر مجراها را که به طور آدیاباتیک و بدون کار شفت یا کار الکتریکی روی می‌دهد در نظر بگیرید (شکل ۱۶-۱). به فرض این که سیال دارای تغییرات انرژی پتانسیل اندکی است یا فاقد تغییرات انرژی پتانسیل است، رابطه موازنه انرژی (خروجی)  $\dot{E}_{\text{خروجی}} = \dot{E}_{\text{ورودی}}$  برای این جریان پایای تنها به شکل زیر در می‌آید.

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{v_2^2}{2}$$

$$h_{01} = h_{02}$$

<sup>1</sup>Stagnation Point



شکل ۱۶-۱ جریان پایای سیال در مجرای آدیاباتیک.

یعنی، در غیاب برهم‌کنش‌های کارو گرما و در غیاب تغییرات انرژی پتانسیل، آنتالپی سکون سیال در فرآیند پایا ثابت می‌ماند. جریان در نازل‌ها و پخش‌کن‌ها معمولاً این شرایط را برقرار می‌کنند، و هرگونه افزایش سرعت سیال در این وسایل باعث می‌شود آنتالپی استاتیکی سیال به همان اندازه کاهش یابد.

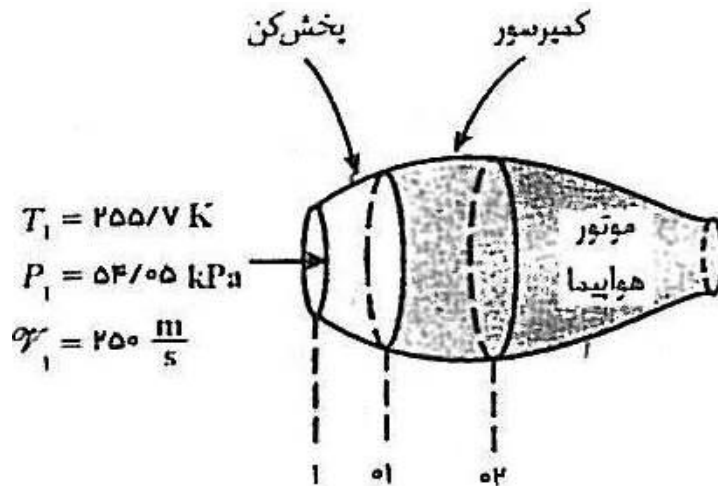
اگر سیال کاملاً متوقف شود، سرعت در حالت ۲ صفر خواهد بود و معادله به شکل زیر درمی‌آید

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_{02} + h_{02}$$

از این رو آنتالپی رکود نشان‌دهنده آنتالپی سیال است هرگاه سیال به طور آدیاباتیک ساکن شود.

مثال:

هوایمایی با سرعت  $250 \text{ m/s}$  در ارتفاع  $5000 \text{ m}$  در حال پرواز است. در این ارتفاع، فشار اتمسفر برابر با  $54.05 \text{ kPa}$  و دمای هوای محیط  $255 \text{ K}$  است. هوای محیط، قبل از ورود به کمپرسور، ابتدا در یک پخش‌کن کند می‌شود (شکل ۱۶-۲). به فرض این که پخش‌کن و کمپرسور تک‌آنتروپی هستند، مطلوبست: (الف) فشار سکون ورودی کمپرسور، (ب) کار کمپرسور برای جرم واحد در صورتی که نسبت فشار رکود کمپرسور برابر ۸ باشد.



شکل ۱۶-۲

حل: هوا با سرعت زیاد وارد پخش‌کن و کمپرسور هواپیما می‌شود. می‌خواهیم فشار رکود هوا و کار کمپرسور را بیابیم. فرض: (۱) پخش‌کن و کمپرسور تک‌آنتروپی هستند. (۲) هواگازی ایده‌آل با گرماهای ویژه ثابت (در دمای اتاق) است.

تحلیل: گرمای ویژه در فشار ثابت،  $(C_p)$  و نسبت گرماهای ویژه  $(k)$  هوا از جدول الف-۲ الف عبارتند از

(الف) در شرایط تک‌آنتروپی، فشار رکود در ورودی کمپرسور (خروجی پخش‌کن) را از معادله ۱۶-۵ می‌توان به دست آورد. اما ابتدا باید دمای رکود را در ورودی کمپرسور، بیابیم. با این مفروضات، از معادله ۴/۱۶،



$$T_{01} = T_1 + \frac{v_1^2}{2C_p} = 255.7 \text{ K} + \frac{\left(250 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)}{(2) \left[1.005 \frac{\text{kJ}}{(\text{kg}\cdot\text{K})}\right]} = \left(\frac{1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{1000 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}\right) = 286.8 \text{ K}$$

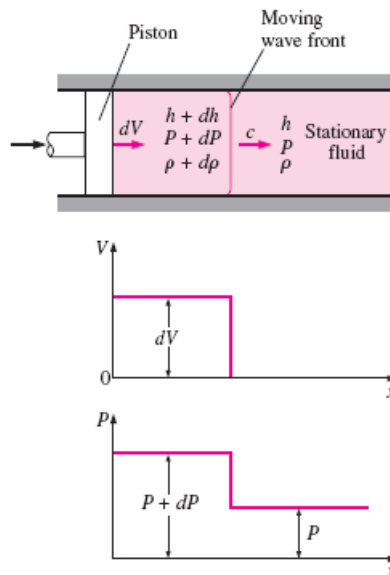
سپس از معادله (۱۶-۵)

$$P_{01} = P_1 \times \left(\frac{T_{01}}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = (54.05 \text{ kPa}) \left(\frac{286.8 \text{ K}}{255.7 \text{ K}}\right)^{\frac{1.4}{(1.4-1)}} = 80.77 \text{ kPa}$$

یعنی، وقتی سرعت هوا از  $250 \text{ m/s}$  به صفر کاهش می‌یابد، دمای هوا به مقدار  $286.8 - 255.7 = 31.1 \text{ K}$  و فشار آن به اندازه  $80.77 - 54.05 = 26.72 \text{ kPa}$  افزایش می‌یابد. این افزایش دما و فشار هوا ناشی از تبدیل انرژی جنبشی به آنتالپی است.

### سرعت صوت و عدد ماخ

سرعت صوت (یا سرعت صوتی) یکی از پارامترهای مهم در مطالعه جریان تراکم‌پذیر است، و عبارت است از سرعت موج فشاری بی‌نهایت کوچکی که در محیطی حرکت می‌کند. موج فشاری ممکن است بر اثر آشفتگی کوچکی ایجاد شده باشد، و فشار محلی را به مقدار جزئی افزایش می‌دهد.



می‌توان ثابت نمود که موج ایجادشده با سرعت  $C = \sqrt{KRT}$  حرکت می‌کند.

### عدد ماخ<sup>۲</sup>

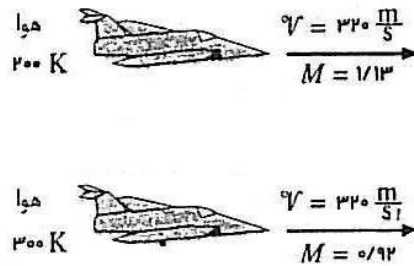
پارامتر دیگری که در تحلیل جریان سیالات تراکم‌پذیر حائز اهمیت است عدد ماخ  $M$ ، به نام فیزیکدان اتریشی ماخ (۱۹۱۶-۱۸۳۸)، می‌باشد. عدد ماخ نسبت سرعت واقعی سیال (یا سرعت جسمی در هوای ساکن) به سرعت صوت در همان سیال تحت همان شرایط است:

$$M = \frac{\text{سرعت سیال}}{\text{سرعت صوت داخل سیال}} = \frac{V}{C}$$

توجه کنید که عدد ماخ به سرعت صوت بستگی دارد، و سرعت صوت نیز به حالت سیال بستگی دارد. بنابراین، عدد ماخ (جسمی که با سرعت ثابت در هوای ساکن حرکت می‌کند در مکان‌های مختلف ممکن است دارای مقادیر متفاوت باشد. (شکل ۱۶-۳).



نوع جریان سیال، اغلب، برحسب عدد ماخ جریان بیان می‌شود. اگر  $M=1$ ، جریان را صوتی<sup>۳</sup> می‌گویند؛ اگر  $M<1$  آن را زیر صوتی<sup>۴</sup> می‌گویند؛ اگر  $M>1$  آن را فوق صوتی<sup>۵</sup> می‌گویند؛ اگر از  $M \gg 1$ ، آن را هیپرسوتی می‌گویند؛ و اگر  $M \cong 1$ ، جریان را نزدیک صوتی می‌گویند.



شکل ۱۶-۳ عدد ماخ در دماهای مختلف می‌تواند متفاوت باشد حتی اگر سرعت یکسان باشد.

جریان مادون صوت  $M < 1$

جریان صوتی یا بحرانی  $M = 1$

جریان مافوق صوت  $M > 1$

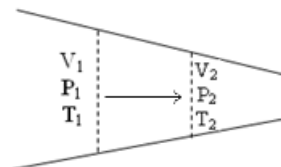
نکته:

اگر  $M > 0.3$  باشد اثرات تغییر چگالی محسوس خواهد بود. و جریان تراکم‌پذیر خواهد شد.

### اثر تغییر سطح بر روی رفتار سیال

تغییرات سرعت سیال بر حسب مساحت جریان

سیالی را در نظر بگیرید که از مجرایی با تغییر مساحت عبور می‌کند بواسطه تغییرات سطح مقطع جریان سرعت سیال تغییر خواهد کرد. با نوشتن قانون اول و دوم و معادله بقای جرم می‌توان به روابط زیر رسید



$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho V^2} (1 - M^2)$$

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V} (1 - M^2)$$

سیالی را در نظر بگیرید که در حالت  $M < 1$  وارد یک محفظه همگرا می‌شود  $dA < 0$ . با توجه به فرمولهای

$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho V^2} (1 - M^2)$$

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V} (1 - M^2)$$

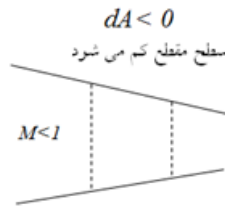
<sup>3</sup>Sonic

<sup>4</sup>Subsonic

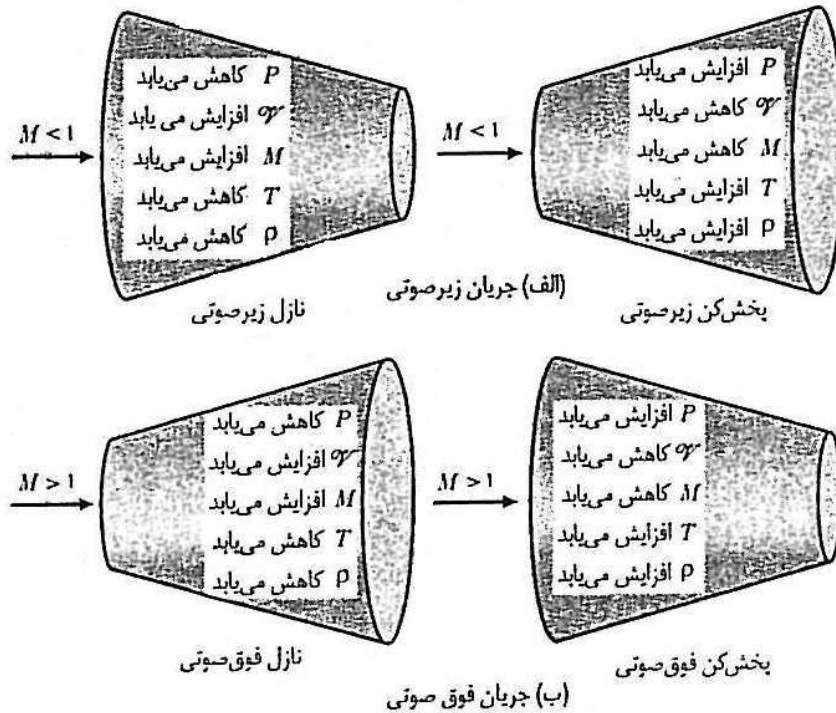
<sup>5</sup>Supersonic



نتیجه می‌گیریم که  $dP < 0$  و  $dV > 0$  بنابراین فشار کاهش و سرعت افزایش خواهد یافت.



مطابق با روند بالا چهار حالت وجود دارد که در شکل ۴-۱۶ خلاصه شده است.



شکل ۴-۱۶ تغییرات خواص جریان در نازل‌ها و بخش‌کن‌های زیر صوتی و فوق صوتی

### روابط موجود بین خواص سیال و خواص سکون سیال

مطابق با روابط زیر می‌توان خواص سیال و خواص سکون سیال را بدست آورد.

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{K-1}{2} M^2$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{K-1}{2} M^2\right)^{\frac{K}{K-1}}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{K-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{K-1}}$$

خواص سکون سیال  
 $T_0$   
 $P_0$   
 $\rho_0$   
 بر حسب خواص جریان یعنی  
 $T$   
 $P$   
 $\rho$   
 $M$

«خواص بحرانی»

فشار سیال، دما و سطح مقطع جریان در حالتی که  $(M=1)$  باشد را خواص بحرانی گویند.

$$M = 1 \rightarrow P^*, T^*, A^*$$



$$\frac{T_0}{T^*} = 1 + \frac{K-1}{2}$$

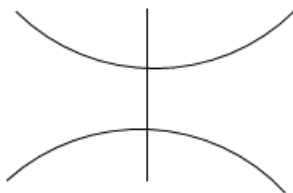
$$\frac{P_0}{P^*} = \left(1 + \frac{K-1}{2}\right)^{\frac{K}{K-1}}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho^*} = \left(1 + \frac{K-1}{2}\right)^{\frac{1}{K-1}}$$

کافیست در روابط بالا  $M=1$  قرار داده شود

سؤال

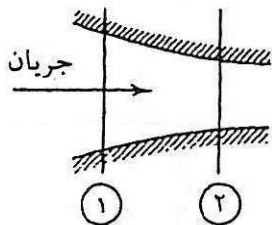
در چه نقطه‌ای ممکن است  $M=1$  شود؟  
 مطابق با رابطه  $\frac{dA}{A} = \frac{dp}{\rho v^2} (1 - M^2)$  در مکانی که  $M=1$  می‌شود سمت راست تساوی صفر است.  
 بنابراین  $\frac{dA}{A} = 0 \leftarrow dA = 0$  بنابراین تنها در نقاط اکسترمم  $M=1$  خواهد بود.



تنها در این نقطه از جریان  $M=1$  می‌تواند اتفاق بیفتد

مثال

هوا به صورت تک آنتروپیک در مجرای همگرا جریان دارد. در مقطع ۱ عدد ماخ برابر با ۰.۳ و سطح مقطع برابر با ۰.۰۱ متر مربع است. دما و فشار به ترتیب عبارت‌اند از ۶۲ درجه سانتی‌گراد و ۶۵۰ کیلوپاسکال. در مقطع ۲ عدد ماخ برابر با ۰.۸ است. نمودار T-S را برای این فرآیند رسم کنید. خواص جریان را در مقطع ۲ محاسبه کنید.



حل

مطابق با جدول A-32

M	$\frac{A}{A^*}$
۰.۳	۲.۰۳۵
۰.۸	۱.۰۳۸

در جریان تک آنتروپیک  $P_{01} = P_{02} = P_0$   $T_{01} = T_{02} = T_0$

$$\left. \begin{aligned} T_1 = 62 + 273 = 335(K) \\ P_1 = 650(kPa) \end{aligned} \right\} , \quad \frac{T_1}{T_0} = 0.9823 \quad \frac{P_1}{P_0} = 0.935 \rightarrow \rightarrow \rightarrow P_0 = 695.18(kPa) , T_0 = 341(K)$$

$$\left. \begin{aligned} T_0 = 341(K) \\ P_0 = 695.18(kPa) \end{aligned} \right\} , \quad \frac{T_2}{T_0} = 0.9823 \quad \frac{P_2}{P_0} = 0.935 \rightarrow \rightarrow \rightarrow P_2 = 454(kPa) , T_2 = 302(K)$$

و از معادله حالت،



$$\rho_2 = \frac{P_2}{RT_2} = 4.54 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{kg} \cdot \text{K}}{287 \text{ N} \cdot \text{m}} \times \frac{1}{302 \text{ K}} = 5.24 \text{ kg/m}^3$$

با توجه به اینکه  $A^*$  ثابت است، بنابراین

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{A_2 A^*}{A^* A_1} = \frac{(A/A^*)_2}{(A/A^*)_1} = \frac{1.038}{2.035} = 0.5101$$

$$A_2 = 0.5101 A_1 = 0.5101 (0.001 \text{ m}^2) = 5.10 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

سرعت در مقطع 1, 2 را می توان با استفاده از معادله  $V = MC$  محاسبه کرد.

$$V_1 = M_1 C_1 = M_1 \sqrt{KRT_1} = 0.3 \times \sqrt{1.4 \times 287 \times 335} = 110 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_2 = M_2 C_2 = M_2 \sqrt{KRT_2} = 0.8 \times \sqrt{1.4 \times 287 \times 302} = 278.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### «جریان ایزونتروپیک در نازل های همگرا و همگرا - واگرا»

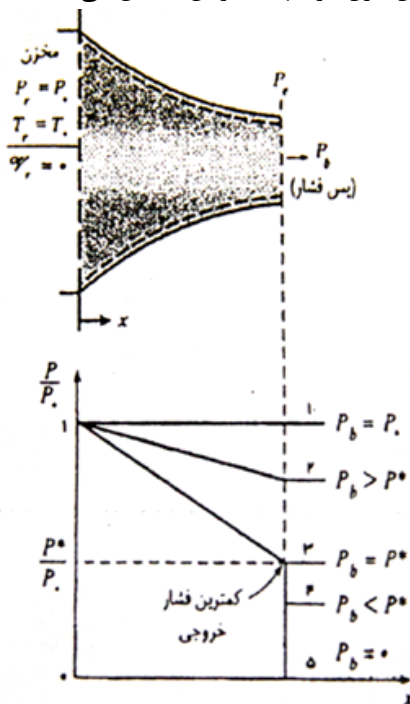
جریان تک آنترپپی در نازل ها

نازل های همگرا یا همگرا-واگرا در بسیاری از کاربردهای صنعتی از قبیل توربین های بخاری و گازی سیستمهای پیشران هواپیما و حتی در شیلنگ های باغبانی مورد استفاده قرار می گیرند. در این قسمت تاثیر پس فشار را بر سرعت خروجی آهنگ جریان جرمی و بر توزیع فشار در امتداد مجرا بررسی می کنیم.

نازل های همگرا

جریان زیر صوتی را در نازل های همگرای داده شده در شکل ۱۶-۵ در نظر بگیرید. ورودی نازل به مخزنی در فشار  $P_r$  و دمای  $T_r$  متصل است. مخزن به اندازه کافی بزرگ است به طوری که سرعت در ورودی نازل ناچیز است. چون سرعت سیال در مخزن صفر است و جریان در نازل تک آنترپپی است. فشار سکون و دمای سکون سیال در تمامی مقاطع نازل به ترتیب با فشار و دمای مخزن برابرند.

اکنون پس فشار را کاهش می دهیم. و تاثیر آن را بر توزیع فشار در امتداد نازل بررسی می کنیم (شکل ۱۶-۵). اگر پس فشار  $P_b$  با  $P_1$  (که مساوی با  $P_r$  است) برابر باشد هیچ جریانی روی نمی دهد و توزیع فشار در امتداد نازل به طور یکنواخت است. وقتی پس فشار تا  $P_2$  کاهش می یابد در نتیجه فشار در طول نازل در جهت جریان کاهش می یابد.







وقتی پس فشار تا  $P_3$  (که با  $P^*$  برابر است و  $P^*$  فشار لازم برای افزایش سرعت سیال تا سرعت صوت در خروجی یا گلوگاه است)، کاهش می یابد آهنگ جرمی به مقدار ماکزیمم می رسد و می گویند جریان خفه شده است. کاهش پس فشار تا  $P_4$  یا کمتر تاثیری بر تغییرات توزیع فشار در طول نازل ندارد. در شرایط پایا آهنگ جریان جرمی در نازل ثابت است و آنرا به صورت زیر می توان بیان کرد.

$$\dot{m} = \rho AV = \left(\frac{P}{RT}\right) A (M \sqrt{KRT}) = PAM \sqrt{\frac{K}{RT}}$$

با حل  $T$  از معادله  $M^2 = 1 + \frac{K-1}{2} M^2$  و  $P$  از معادله  $\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{K-1}{2} M^2\right)^{\frac{K}{K-1}}$  خواهیم داشت

$$\dot{m} = \frac{AMP_0 \sqrt{\frac{K}{RT_0}}}{\left[1 + \frac{(K-1)M^2}{2}\right]^{\frac{(K+1)}{2(K-1)}}$$

از این رو آهنگ جریان سیال در نازل تابعی از خواص سکون سیال در نازل تابعی از خواص سکون سیال مساحت جریان و عدد ماخ است. رابطه بالا در تمام مقاطع عرضی صحت دارد و از این رو  $\dot{m}$  را در تمام نقاط در طول نازل می توان محاسبه کرد.

برای مساحت مشخص  $A$  و خواص سکون مشخص  $T_0$  و  $P_0$  آهنگ ماکزیمم جریان جرمی را با دیفرانسیل گیری از معادله نسبت به  $M$  و با مساوی صفر قراردادن آن می توان تعیین کرد. نتیجه می شود  $M=1$  از آنجا که تنها نقطه ای که در آنجا عدد ماخ میتواند برابر ۱ باشد مساحت مینیمم جریان (گلوگاه است) وقتی در گلوگاه  $M=1$  آهنگ جریان جرمی در نازل به ماکزیمم میرسد. اگر این مساحت را با  $A^*$  نشان دهیم با جایگذاری  $M=1$  در معادله بالا عبارت آهنگ جریان جرمی ماکزیمم بدست می آید.

$$\dot{m}_{\max} = A^* P_0 \sqrt{\frac{K}{RT_0}} \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K+1}{2(K-1)}}$$

از این رو در گازهای ایده آل آهنگ جریان جرمی ماکزیمم در نازل توسط فشار سکون و دمای سکون جریان ورودی تعیین می شود. با تغییر فشار یا دمای سکون می توان آهنگ جریان را کنترل کرد و از اینرو از نازل همگرا به عنوان جریان سنج می توان استفاده کرد. البته با تغییر مساحت گلوگاه نیز می توان آهنگ جریان را کنترل کرد.

### نازل های همگرا-واگرا

نازل ها را معمولاً مجراهایی را می دانیم که مساحت مقطع عرضی آنها در جهت جریان کاهش می یابد. ولی بیشترین سرعتی را که در نازل همگرا می توان بدست آورد سرعت صوتی است ( $M=1$ ) که در صفحه خروجی (گلوگاه) نازل روی می دهد. برای کسب سرعت های فوق صوتی ( $M > 1$ ) باید قسمت واگرایی را در گلوگاه به نازل زیر صوتی متصل کرد. در نتیجه نازل همگرا - واگرا بدست می آید. که وسیله استاندارد در هواپیما فوق صوتی است.

جریان در نازل همگرا-واگرا به این معنی نیست که سیال به سرعت فوق صوتی می رسد. در حقیقت اگر پس فشار در گستره مناسبی نباشد سرعت سیال در قسمت واگرا کم می شود نه زیاد. برای شرایط ورودی داده شده جریان در نازل همگرا-واگرا به صورتی که در زیر می آید تحت کنترل پس فشار  $P_b$  است.

نازل همگرا-واگرا نشان داده شده در شکل (۱۶-۶) را در نظر بگیرید. سیال در فشار سکون  $P_0$  با سرعت کم وارد نازل میشود. وقتی  $P_b = P_0$  (حالت  $A$ ) هیچ جریانی در نازل وجود ندارد. زیرا جریان در نازل توسط اختلاف فشار بین ورودی و خروجی نازل برقرار می شود. اکنون کاهش پس فشار را بررسی می کنیم.



$$P_0 > P_b > P_c-1$$

وقتی  $P_0 > P_b > P_c$  باشد جریان در تمام نازل زیر صوتی می ماند و جریان جرمی کمتر از جریان جرمی خفه شده است. سرعت سیال در قسمت اول (همگرا) افزایش می یابد و در گلوگاه به حداکثر می رسد (اما  $M < 1$ ) ولی در قسمت دوم نازل (قسمت واگرا) که به صورت پخش کن عمل میکند. قسمت زیادی از سرعت جرسان هدر می رود. فشار در قسمت همگرا کاهش می یابد. در گلوگاه به حداقل می رسد و در قسمت واگرا افزایش می یابد.

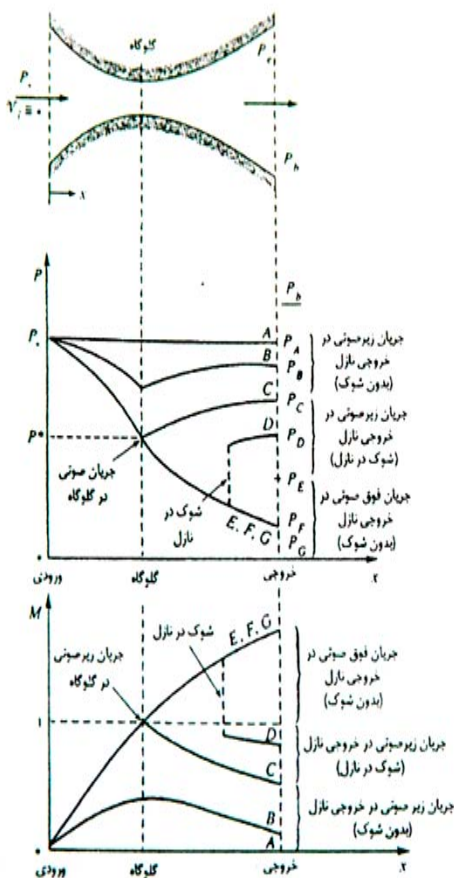
$$P_b = P_c-2$$

وقتی  $P_b = P_c$  فشار در گلوگاه برابر با  $P^*$  است و سیال در گلوگاه به سرعت صوتی می رسد. اما قسمت واگرای نازل هنوز پخش کن عمل می کند و سیال را به سرعت های زیر صوتی می رساند. آهنگ جریان جرمی که با کاهش  $P^*$  افزایش می یابد نیز به مقدار ماکزیمم خود می رسد.

به خاطر آوردن که  $P^*$  کمترین فشاری است که در گلوگاه می توان بدست آورد و سرعت صوتی بیشترین سرعتی است که در نازل همگرا می توان به آن دست یافت. از این رو کاهش بیشتر  $P_b$  تاثیری بر جریان سیال در قسمت همگرای نازل یا تاثیری بر آهنگ جریان جرمی در نازل ندارد. اما بر مشخصه های جریان در قسمت واگرا تاثیر دارد.

$$P_c > P_b > P_E-3$$

وقتی  $P_c > P_b > P_E$  سیالی که در گلوگاه به سرعت صوتی رسیده است با کاهش فشار در قسمت واگرا تا سرعت های فوق صوتی شتاب می گیرد. ولی بر اثر شوک عمودی که در بین گلوگاه و صفحه خروجی روی می دهد شتاب گیری جریان به صورت ناگهانی متوقف می شود و در نتیجه سرعت سیال به مقادیر زیر صوتی می رسد و فشار سیال به طور ناگهانی افزایش می یابد. سپس سرعت سیال در قسمت باقیمانده نازل همگرا- واگرا همچنان کاهش می یابد. جریان در شوک خیلی برگشت ناپذیر است و نمی توان آنرا به صورت تک آنروپی تقریب زد. با کاهش  $P_b$  شوک عمودی به فرودست گلوگاه جابجا می شود و وقتی  $P_b$  به  $P_E$  نزدیک می شود شوک در نزدیکی صفحه خروجی روی می دهد



شکل ۱۶-۲۶ تأثیرات پس فشار بر جریان در نازل همگرا-واگرا.

وقتی  $P_b = P_E$  شوک عمودی در صفحه خروجی نازل روی می‌دهد. در این حالت جریان در تمام قسمت واگرا فوق صوتی است و آنرا به صورت تک آنترویی می‌توان تقریب زد ولی سرعت سیال با عبور از شوک عمودی درست قبل از خروج از نازل به مقادیر زیر صوتی می‌رسد. در قسمت بعد در باره امواج شوک عمودی بحث می‌کنیم.

$$P_E > P_b > 0 \quad (4)$$

وقتی  $P_E > P_b > 0$  جریان در قسمت واگرا فوق صوتی است و سیال در خروجی نازل تا  $P_E$  منبسط می‌شود و شوک عمودی در نازل تشکیل نمی‌شود. از این رو جریان در نازل را می‌توان تک آنترویی فرض کرد.

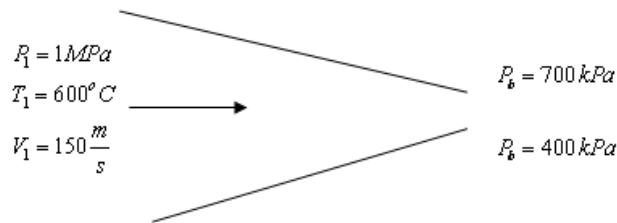
وقتی  $P_b = P_F$  هیچگونه شوک در خارج یا داخل نازل به وجود نمی‌آید. وقتی  $P_b < P_F$  اختلاط برگشت ناپذیر و امواج انبساطی در فرودست صفحه خروجی نازل به وجود می‌آیند. ولی اگر  $P_b > P_F$  فشار سیال در ویک خروجی نازل به طور برگشت ناپذیر از  $P_F$  تا  $P_b$  افزایش می‌یابد و باعث ایجاد شوکهای مایل می‌شود.



مثال

هوا در شرایط  $1\text{ MPa}$  و  $600^\circ\text{C}$  با سرعت  $150\text{ m/s}$  وارد یک نازل همگرا می‌شود. مساحت گلوگاه  $50\text{ cm}^2$  است. دبی در نازل را برای دو حالت  $P_b=0.7$  و  $P_b=0.4$  بیابید.

$$R = 0.287\text{ kJ/kgK} = 287\text{ J/kgK}$$



ابتدا باید شرایط سکون را بیابیم

$$P_0 = ?$$

$$T_0 = ?$$

$$M = \frac{V}{c} = \frac{150}{\sqrt{KRT}} = \frac{150}{\sqrt{1.4 \times 287 \times (600 + 273)}} = 0.25$$

ابتدا عدد ماخ را می‌یابیم  $M=0.25$  در جدول  $A-32$  با توجه به  $M=0.25$  داریم

$M$		
0.25	0.987	0.956

$$\frac{P}{P_0} = 0.956 \rightarrow P_0 = 1.045\text{ MPa}$$

$$\frac{T}{T_0} = 0.987 \rightarrow T_0 = 884\text{ K}$$

حال حالت بحرانی را می‌یابیم حالت بحرانی یعنی  $P_b$  که به ازای آن در خروجی  $M=1$  شود.

$$M_e = 1 \xrightarrow{\text{جدول A-32}} \frac{P}{P_0} = 0.528 \rightarrow P = 551.76$$

یعنی اگر فشار پشت برابر  $P_b=551.76$  شود آنگاه در خروجی ماخ برابر  $M=1$  می‌شود.

الف -  $P_b=700\text{ kPa}$

$$P_b = 700 = P_e$$

$$P_0 = 1045$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{700}{1045} = 0.67 \xrightarrow{\text{جدول A-32}} M_e = 0.778 \text{ \& } \frac{T_e}{T_0} = 0.892 \rightarrow T_e = 788.5$$

$$\dot{m} = \rho AV = \frac{P}{RT} \times A \times M \sqrt{KRT}$$

$$= \frac{700}{0.287(788.5)} \times 50 \times 10^{-4} \times 0.778 \times \sqrt{1.4 \times 287 \times 788.5} = 6.76 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

ب -  $P_b=500\text{ kPa}$

در این حالت شیبوره دچار خفگی شده و بنابراین باید مسئله را برای حالت  $M=1$  در خروجی حل کرد.



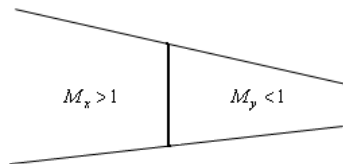
$$M = 1 \rightarrow \begin{cases} \frac{P}{P_0} = 0.528 \\ \frac{T}{T_0} = 0.833 \\ P_0 = 1045 \\ T_0 = 884 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P = 551.76 \\ T = 736.37 \end{cases} \rightarrow \dot{m} = \frac{P}{RT} AM \sqrt{KRT} =$$

$$\frac{551.76}{0.287 \times 736.37} \times 50 \times 10^{-4} \times 1 \times \sqrt{1.4 \times 287 \times 736.37} = 7.1 \frac{kg}{s}$$

((موج ضربه ای قائم))

موج یک پدیده برگشتناپذیر که در طی آن فشار و دما افزایش می‌یابد. سرعت به طور ناگهانی تغییر می‌کند و کاهش شدیدی پیدا می‌کند.

((شرط لازم برای ایجاد موج))



معادلات حاکم

معادله پیوستگی قانون اول ترمو و دوم و معادله مومنتوم و معادله حالت با ترکیب این معادلات داریم

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{1 + \frac{1}{2}(K-1)M_x^2}{1 + \frac{1}{2}(K-1)M_y^2}$$

$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{1 + KM_x^2}{1 + KM_y^2}$$

$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{(K+1)M_x^2}{2 + (K-1)M_x^2}$$

$$\frac{V_x}{V_y} = \frac{P_y}{P_x}$$

به جای استفاده از فرمول می‌توان از جدول A-33 استفاده کرد.

مثال) شرایط بعد از موج را محاسبه کنید

شرایط قبل از موج  $V_x = 500 \frac{m}{s}$ ,  $P_x = 70 kPa$ ,  $T_x = 300 K$

$$M_x = \frac{V_x}{\sqrt{KRT_x}} = \frac{500}{\sqrt{1.4 \times 287 \times 300}} = 1.44$$

حال از جدول استفاده می‌کنیم.

$M_x$	$M_y$	$\frac{P_y}{P_x}$	$\frac{T_y}{T_x}$	$\frac{\rho_y}{\rho_x}$	$\frac{P_{0y}}{P_{0x}}$
1.44	0.7235	2.253	1.281	1.759	0.9476

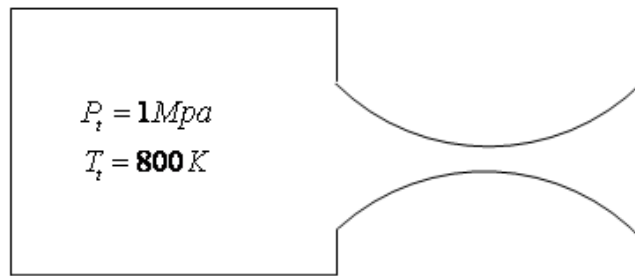


$$\frac{P_y}{P_x} = 2.253 \rightarrow P_y = 157.71$$

$$\frac{T_y}{T_x} = 1.281 \rightarrow T_y = 384.3$$

$$\frac{V_x}{V_y} = \frac{\rho_y}{\rho_x} = 1.759 \rightarrow V_y = 284.25 \text{ m/s}$$

مثال: برای پس فشارهای مختلف دبی و شرایط خروجی را بدست آورید.



$$A_e = 33.75$$

$$A_t = 20$$

با توجه به اینکه می‌خواهیم فشار بحرانی  $P_d$  و  $P_E$  را بدست آوریم لذا عدد ماخ در گلوگاه برابر یک بوده و  $A_t = A^* = 20 \text{ cm}^2$  خواهد بود

نکته: وقتی  $\frac{A}{A^*}$  را داریم برای بدست آوردن بقیه پارامترها کافی نیست زیرا این عدد برای دو ماخ متفاوت است و باید ماخ را نیز بدانیم. یعنی برای هر  $\frac{A}{A^*}$  دو عدد ماخ وجود دارد:

$$\frac{A_e}{A^*} = \frac{33.75}{20} = 1.6875$$

$$M > 1 \rightarrow M = 2 \rightarrow \frac{P}{P_0} = 0.1278 \rightarrow P_E = 127.8$$

$$M < 1 \rightarrow M = 0.37 \rightarrow \frac{P}{P_0} = 0.9 \rightarrow P_d = 900$$

بنابراین از فشار  $P = 900$  به پایین نازل قفل می‌کند.

(الف)

$$P_b = 950$$

$$\dot{m} = ?$$

$$P_b = 950 \rightarrow \frac{P_e}{P_0} = \frac{950 \text{ KPa}}{1000 \text{ KPa}} \rightarrow \frac{P}{P_0} = \frac{950}{1000} = 0.95 \rightarrow \frac{T_e}{T_0} = 0.9868, T_e = 790, M_e = 0.26$$

با جایگذاری در فرمول داریم

$$\dot{m} = \frac{P}{RT} \times A \times M \times \sqrt{KRT} = \frac{950}{0.287 \times 790} \times 33.75 \times 0.26 \times \sqrt{1.4 \times 287 \times 790} = 2.07 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

(ب)

$$P_b = 850$$

$$\dot{m} = ?$$



به جای اینکه  $P_b=850$  را حل کنیم  $P_b=900$  را حل می‌کنیم چون از  $P_b=900$  به پائین دبی جرمی ثابت است

$$M_e = 0.37$$

$$p_e = 900$$

$$\frac{T_e}{T_0} = 0.97 \rightarrow T_e = 776 \text{ (K)}$$

$$\dot{m} = \frac{P}{RT} \times A \times M \times \sqrt{KRT} = \frac{900}{0.287 \times 776} \times 33.75 \times 0.37 \times \sqrt{1.4 \times 287 \times 776} = 2.81 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$P_b = 500 \text{ (ج)}$$

حل این قسمت مثل قسمت ب است.

(د) به ازای چه  $P_b$  دقیقاً موج در خروجی اتفاق می‌افتد؟

$$\frac{A}{A^*} = \frac{33.75}{20} = 1.6875 \rightarrow M = 2$$

شرط موج این است که  $M_x > 1$  باشد پس با  $M > 1$  مسئله را حل می‌کنیم.

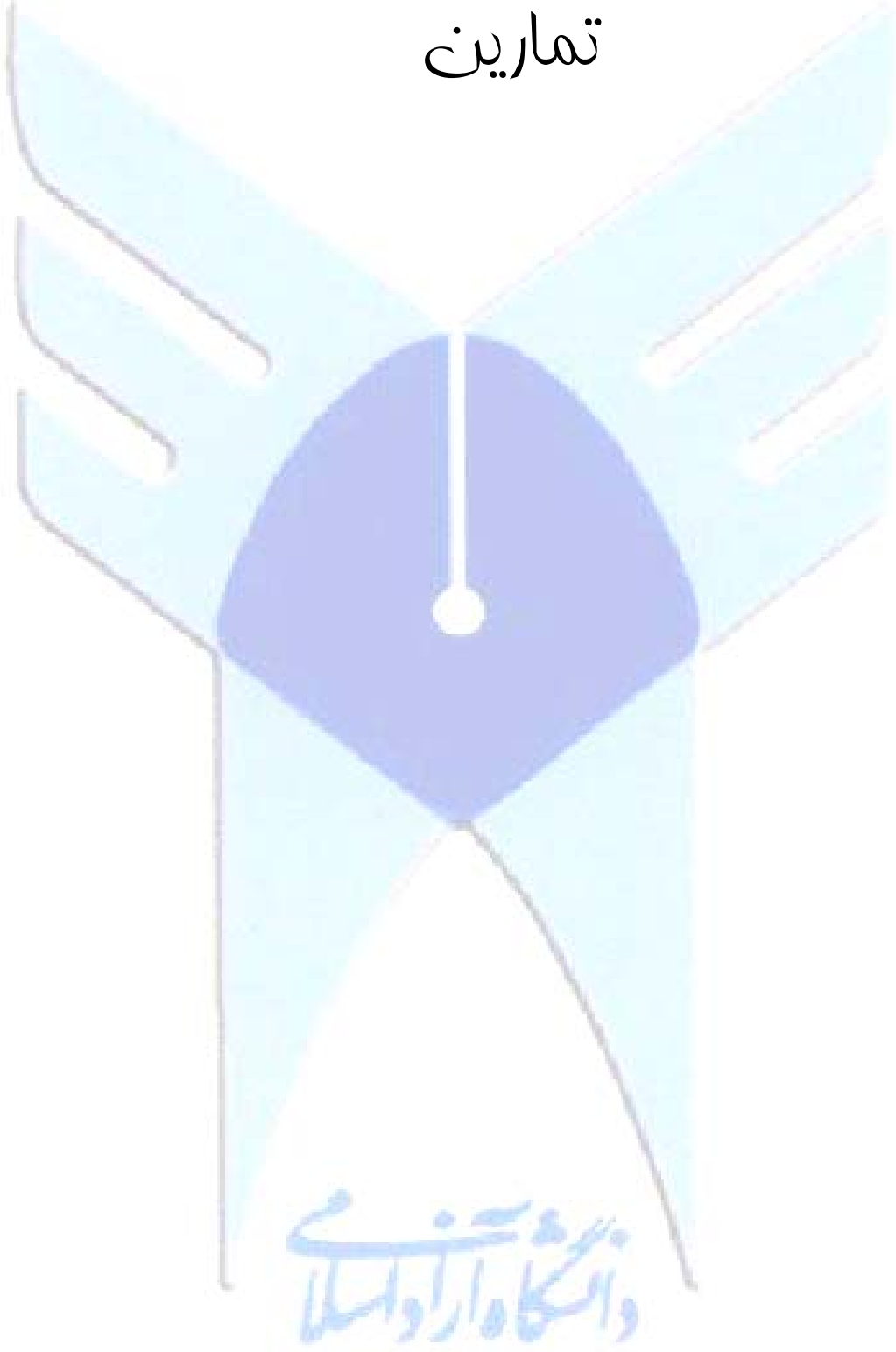
$$M=2 \quad \frac{P}{P_0} = 0.1278 \rightarrow P = 127.8$$

$$M_x = 2 \rightarrow M_y = 0.5774$$

$$\frac{P_y}{P_x} = 4.5 \rightarrow P_y = 4.5 \times P_x = 4.5 \times 127.8 = 575.1$$

بنابراین به ازای  $P_b = 575.1$  در خروجی موج اتفاق می‌افتد.

تمارين







یک سیکل برایتون با سیال عامل هوا را در نظر بگیرید. نسبت فشار سیکل  $r_p=8$  است دمای مینیمم و ماکزیمم سیکل  $310k$  و  $1160k$  می باشد. بازده ایزنتروپیک کمپرسور را  $\eta_c = 0.75$  و توربین را  $\eta_T = 0.82$  در نظر بگیرید. مطلوبست تعیین: (a) دمای گاز خروجی از توربین؟ (b) کار خالص خروجی؟ (c) بازده گرمایی سیکل؟

برای حل از جدول A-17 استفاده می شود.

$$T_1 = 310K \rightarrow h_1 = 310.24 \text{ kJ / kg}$$

$$P_{r1} = 1.5546$$

$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} P_{r1} = (8)(1.5546) = 12.44 \rightarrow h_{2s} = 562.58 \text{ kJ / kg}, T_{2s} = 557.25 \text{ K}$$

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \rightarrow h_2 = h_1 + \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_c} = 310.24 + \frac{562.58 - 310.24}{0.75} = 646.7 \text{ kJ / kg}$$

$$T_3 = 1160 \text{ K} \rightarrow h_3 = 1230.92 \text{ kJ / kg}$$

$$P_{r3} = 207.2$$

$$P_{r4} = \frac{P_4}{P_3} P_{r3} = \left(\frac{1}{8}\right)(207.2) = 25.90 \rightarrow h_{4s} = 692.19 \text{ kJ / kg}, T_{4s} = 680.3 \text{ K}$$

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow h_4 = h_3 - \eta_T (h_3 - h_{4s}) = 1230.92 - (0.82)(1230.92 - 692.19) = 789.16 \text{ kJ / kg}$$

بنابراین

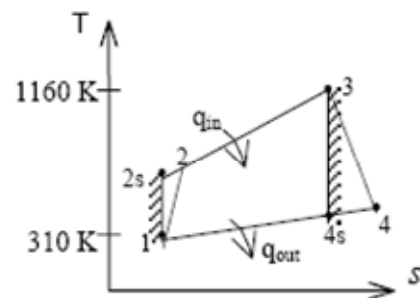
$$T_4 = 770.1 \text{ K}$$

$$q_{in} = h_3 - h_2 = 1230.92 - 646.7 = 584.2 \text{ kJ / kg}$$

$$q_{out} = h_4 - h_1 = 789.16 - 310.24 = 478.92 \text{ kJ / kg}$$

$$w_{net,out} = q_{in} - q_{out} = 584.2 - 478.92 = 105.3 \text{ kJ / kg}$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{net,out}}{q_{in}} = \frac{105.3 \text{ kJ / kg}}{584.2 \text{ kJ / kg}} = 18.0\%$$



سیکل برایتون با بازیاب را در نظر بگیرید. نسبت فشار سیکل  $r_p=7$  است. مینیمم و ماکزیمم دما  $310k$  و  $1150k$  می باشد. بازده ایزنتروپیک کمپرسور  $\eta_c = 0.75$ ، توربین  $\eta_T = 0.82$  و بازیاب  $\eta_{re} = 0.65$  می باشد. مطلوبست تعیین: (a) دمای خروجی از توربین؟ (b) کار خالص خروجی؟ (c) بازده گرمایی سیکل؟

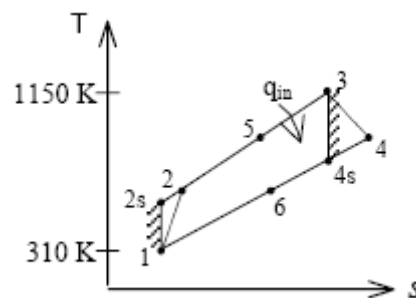
برای حل از جدول A-17 استفاده می شود.

$$T_1 = 310K \rightarrow h_1 = 310.24 \text{ kJ / kg}$$

$$P_{r1} = 1.5546$$

$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} P_{r1} = (7)(1.5546) = 10.88 \rightarrow h_{2s} = 541.26 \text{ kJ / kg}$$

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \rightarrow h_2 = h_1 + \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_c} = 310.24 + \frac{541.26 - 310.24}{0.75} = 618.26 \text{ kJ / kg}$$



$$T_3 = 1150k \rightarrow$$

$$h_3 = 1219.25kj / kg$$

$$P_{r3} = 200.15$$

$$P_{r4} = \frac{P_4}{P_3} P_{r3} = \left(\frac{1}{7}\right)(200.15) = 28.59 \rightarrow h_{4s} = 711.80kj / kg$$

$$T_{4s} = 680.3k$$

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow h_4 = h_3 - \eta_T (h_3 - h_{4s}) = 1219.25 - (0.82)(1219.25 - 711.80) = 803.14kj / kg$$

$$T_4 = 782.8k$$

$$w_{net,out} = w_{T,out} - w_{c,in} = (h_3 - h_4) - (h_2 - h_1) = (1219.25 - 803.14) - (618.26 - 310.24) = 108.09kj / kg$$

$$\epsilon = \frac{h_5 - h_2}{h_4 - h_2} \rightarrow h_5 = h_2 + \epsilon(h_4 - h_2) = 618.26 + (0.65)(803.14 - 618.26) = 738.43kj / kg$$

$$q_{in} = h_3 - h_5 = 1219.25 - 738.43 = 480.82kj / kg$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{108.09kj / kg}{480.82kj / kg} = 22.5\%$$

سیکل برایتون با دو مرحله تراکم و دو مرحله انبساط را در نظر بگیرید. نسبت فشار در هر مرحله از تراکم و انبساط برابر ۳ می‌باشد. دمای ورودی در هر مرحله از کمپرسور 300k و هر مرحله از توربین 1200k می‌باشد. مطلوبست تعیین نسبت پس‌کار و بازده گرمایی در دو حالت زیر:

(a) هیچ بازیابی استفاده نشود؟ (b) بازیابی با بازده  $\eta_{re} = 0.75$  استفاده شود؟

برای حل از جدول A-17 استفاده می‌شود.  
ابتدا سیکل بدون بازیاب بررسی می‌شود.

$$\text{Compressor Inlet } T_1 = 300K \rightarrow$$

$$h_1 = 300.19kj / kg$$

$$P_{r1} = 1.386$$

$$\text{Compressor Outlet } P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} P_{r1} = (3)(1.386) = 4.158 \rightarrow h_2 = h_4 = 411.26kj / kg$$

$$\text{Turbine Inlet } T_5 = 1200k \rightarrow h_5 = h_7 = 1277.79kj / kg$$

$$P_{r5} = 238$$

$$\text{Turbine Outlet } P_{r6} = \frac{P_6}{P_5} P_{r5} = \left(\frac{1}{3}\right)(238) = 79.33 \rightarrow h_6 = h_8 = 946.36kj / kg$$

$$W_{c,in} = 2(h_2 - h_1) = 2(411.26 - 300.19) = 222.14kj / kg$$

$$W_{T,out} = 2(h_5 - h_6) = 2(1277.79 - 946.36) = 662.86kj / kg$$

$$r_{bw} = \frac{W_{c,in}}{W_{T,out}} = \frac{222.14kj / kg}{662.86kj / kg} = 33.5\%$$



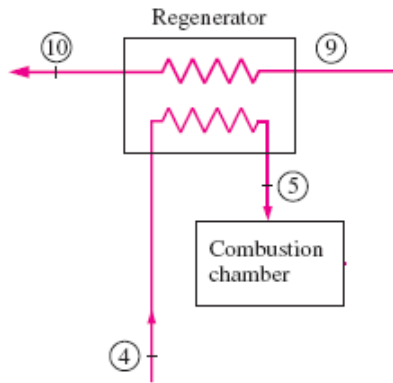
$$q_{in} = (h_5 - h_4) - (h_7 - h_6) = (1277.79 - 411.26) + (1277.79 - 946.36) = 1197.96 \text{ kJ / kg}$$

$$w_{net} = w_{T,out} - w_{c,in} = 662.86 - 222.14 = 440.72 \text{ kJ / kg}$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{440.72 \text{ kJ / kg}}{1197.96 \text{ kJ / kg}} = 36.8\%$$

b)

وجود بازیاب باعث تغییر در ورودی محفظه احتراق شده و تاثیری در توربین و کمپرسور ندارد. لذا فقط باید بویلر دوباره حل شود.



$$\epsilon = \frac{h_5 - h_4}{h_9 - h_4} \rightarrow 0.75 = \frac{h_5 - 411.26}{946.36 - 411.26} \rightarrow h_5 = 812.58$$

$$q_{in} = (h_6 - h_5) + (h_8 - h_7) = 1277.79 - 812.58 + 1277.79 - 946.36 = 796.63$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{440.72 \text{ kJ / kg}}{796.63 \text{ kJ / kg}} = 55.3\%$$

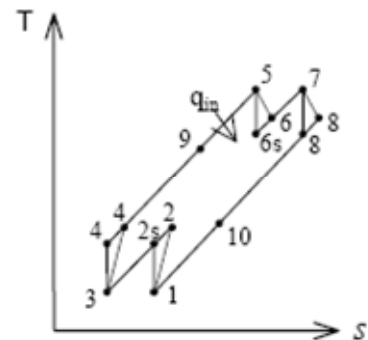
مسئله قبلی را در حالتی حل کنید که در هر مرحله از کمپرسور بازده  $\eta_c = 0.8$  و هر مرحله از توربین  $\eta_T = 0.85$  باشد.

برای حل از جدول A-17 استفاده می‌شود.

$$T_1 = 300K \rightarrow h_1 = 300.19 \text{ kJ / kg}$$

$$P_{r1} = 1.386$$

$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} P_{r1} = (3)(1.386) = 4.158 \rightarrow h_{2s} = h_{4s} = 411.26 \text{ kJ / kg}$$





$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_{1s}}{h_2 - h_1} \rightarrow h_2 = h_4 = h_1 + (h_{2s} - h_1) / \eta_c = 300.19 + (411.26 - 300.19) / (0.80) = 439.03 \text{ kJ / kg}$$

$$T_5 = 1200 \text{ K} \rightarrow h_5 = h_7 = 1277.79 \text{ kJ / kg}$$

$$P_{r5} = 238$$

$$P_{r6} = \frac{P_6}{P_5} P_{r5} = \left(\frac{1}{3}\right)(238) = 79.33 \rightarrow h_6 = h_8 = 946.36 \text{ kJ / kg}$$

$$\eta_T = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_{6s}} \rightarrow h_6 = h_8 = h_5 - \eta_T (h_5 - h_{6s}) = 1277.79 - (0.85)(1277.79 - 946.36) = 996.07 \text{ kJ / kg}$$

$$W_{c,in} = 2(h_2 - h_1) = 2(439.03 - 300.19) = 277.68 \text{ kJ / kg}$$

$$W_{T,out} = 2(h_5 - h_6) = 2(1277.79 - 996.07) = 563.44 \text{ kJ / kg}$$

$$r_{bw} = \frac{W_{c,in}}{W_{T,out}} = \frac{277.68 \text{ kJ / kg}}{563.44 \text{ kJ / kg}} = 49.3\%$$

$$q_{in} = (h_5 - h_4) - (h_7 - h_6) = (1277.79 - 439.03) + (1277.79 - 996.07) = 1120.48 \text{ kJ / kg}$$

$$w_{net} = W_{T,out} - W_{c,in} = 563.44 - 277.68 = 285.76 \text{ kJ / kg}$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{285.76 \text{ kJ / kg}}{1120.48 \text{ kJ / kg}} = 25.5\%$$

(b) اگر بازياب با بازده ۷۵٪ استفاده شود

$$q_{regen} = \epsilon(h_8 - h_4) = (0.75)(996.07 - 439.03) = 417.78 \text{ kJ / kg}$$

$$q_{in} = q_{in,old} - q_{regen} = 1120.48 - 417.78 = 702.70 \text{ kJ / kg}$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{285.76 \text{ kJ / kg}}{702.70 \text{ kJ / kg}} = 40.7\%$$

سيكل رانكين را در نظر بگيريد. قدرت خروجی از نیروگاه 45MW می باشد. بخار در شرایط  $p=7\text{Mpa}$  و  $T=500$  درجه سانتی گراد وارد توربین شده و در فشار 10kpa از آن خارج شده و وارد کندانسور می شود. برای خنک کردن کندانسور نیروگاه از آب دریاچه استفاده می شود. دبی آب دریاچه مورد استفاده 2000 kg/s می باشد. مطلوبست تعیین:

(a) بازده گرمایی سيكل؟ (b) دبی مورد نیاز سیال عامل سيكل؟ (c) افزایش دمای آب دریاچه؟

از جداول A4, A5 و A6 استفاده می کنیم.

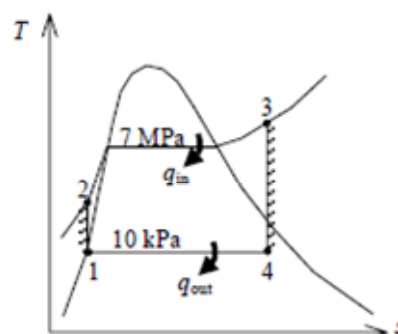
$$h_1 = h_f \xrightarrow{\text{at } 10\text{kPa}} 191.81 \text{ kJ / kg}$$

$$v_1 = v_f \xrightarrow{\text{at } 10\text{kPa}} 0.00101 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$W_{P,in} = v_1(p_2 - p_1) = (0.00101 \text{ m}^3 / \text{kg})(7000 - 10 \text{ kPa}) \left( \frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3} \right) = 7.06 \text{ kJ / kg}$$

$$h_2 = h_1 + W_{P,in} = 191.81 + 7.06 = 198.87 \text{ kJ / kg}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_3 = 7 \text{ mpa} \\ T_3 = 500^\circ \text{C} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_3 = 3411.4 \text{ kJ / kg} \\ s_3 = 6.8000 \text{ kJ / kg} \cdot \text{K} \end{array} \right\}$$





$$\left\{ \begin{array}{l} P_4 = 10 \text{ kPa} \\ S_4 = S_3 \end{array} \right\} \rightarrow X_4 = \frac{S_4 - S_f}{S_{fg}} = \frac{6.8000 - 0.6492}{7.4996} = 0.8201$$

$$h_4 = h_f + X_4 h_{fg} = 191.81 + (0.8201)(2392.1) = 2153.6 \text{ kJ / kg}$$

$$q_{in} = (h_3 - h_2) = (3411.4 - 198.87) = 3212.5 \text{ kJ / kg}$$

$$q_{out} = (h_4 - h_1) = (2153.6 - 191.81) = 1961.8 \text{ kJ / kg}$$

$$w_{net} = q_{in} - q_{out} = 3212.5 - 1961.8 = 1250.7 \text{ kJ / kg}$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{1250.7 \text{ kJ / kg}}{3212.5 \text{ kJ / kg}} = 38.9\%$$

$$m = \frac{W_{net}}{W_{net}} = \frac{45000 \text{ kJ / kg}}{1250.7 \text{ kJ / kg}} = 36.0\%$$

$$\dot{Q}_{out} = m q_{out} = (35.98 \text{ kg / s})(1961.8 \text{ kJ / kg}) = 70586 \text{ kJ / s}$$

$$\Delta T_{coolingwater} = \frac{\dot{Q}_{out}}{(mc)_{coolingwater}} = \frac{70586 \text{ kJ / s}}{(2000 \text{ kg / s})(4.18 \text{ kJ / kg} \cdot ^\circ\text{C})} = 8.4^\circ\text{C}$$

سوال قبلی را در حالی حل کنید که بازده توربین و پمپ برابر  $\eta_p = \eta_T = 0.87$  باشد.

از جداول A4، A5 و A6 استفاده می‌کنیم.

$$h_1 = h_f \xrightarrow{\text{at } 10 \text{ kPa}} 191.81 \text{ kJ / kg}$$

$$v_1 = v_f \xrightarrow{\text{at } 10 \text{ kPa}} 0.00101 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$W_{p,in} = v_1(p_2 - p_1) / \eta_p = (0.00101 \text{ m}^3 / \text{kg})(7000 - 10 \text{ kPa}) \left( \frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3} \right) / (0.87) = 8.11 \text{ kJ / kg}$$

$$h_2 = h_1 + W_{p,in} = 191.81 + 8.11 = 199.92 \text{ kJ / kg}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_3 = 7 \text{ MPa} \\ T_3 = 500^\circ\text{C} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_3 = 3411.4 \text{ kJ / kg} \\ S_3 = 6.8000 \text{ kJ / kg} \cdot \text{K} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_4 = 10 \text{ kPa} \\ S_4 = S_3 \end{array} \right\} \rightarrow X_4 = \frac{S_4 - S_f}{S_{fg}} = \frac{6.8000 - 0.6492}{7.4996} = 0.8201$$

$$h_{4s} = h_f + X_4 h_{fg} = 191.81 + (0.8201)(2392.1) = 2153.6 \text{ kJ / kg}$$

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow h_4 = h_3 - \eta_T (h_3 - h_{4s}) = 3411.4 - (0.87)(3411.4 - 2153.6) = 2317.1 \text{ kJ / kg}$$

$$q_{in} = (h_3 - h_2) = (3411.4 - 199.92) = 3211.5 \text{ kJ / kg}$$

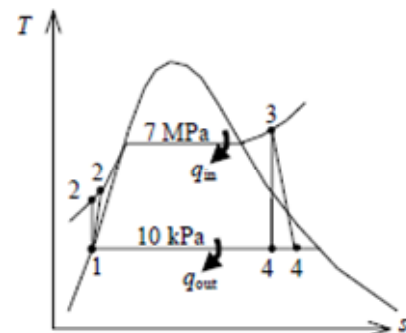
$$q_{out} = (h_4 - h_1) = (2317.1 - 191.81) = 2125.3 \text{ kJ / kg}$$

$$w_{net} = q_{in} - q_{out} = 3211.5 - 2125.3 = 1086.2 \text{ kJ / kg}$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{1086.2 \text{ kJ / kg}}{3211.5 \text{ kJ / kg}} = 33.8\%$$

$$m = \frac{W_{net}}{W_{net}} = \frac{45000 \text{ kJ / kg}}{1086.2 \text{ kJ / kg}} = 41.43 \text{ kg / s}$$

$$\dot{Q}_{out} = m q_{out} = (41.43 \text{ kg / s})(2125.3 \text{ kJ / kg}) = 88051 \text{ kJ / s}$$

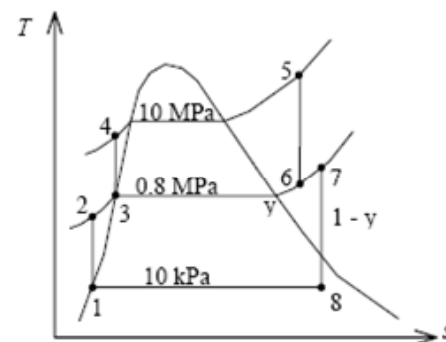
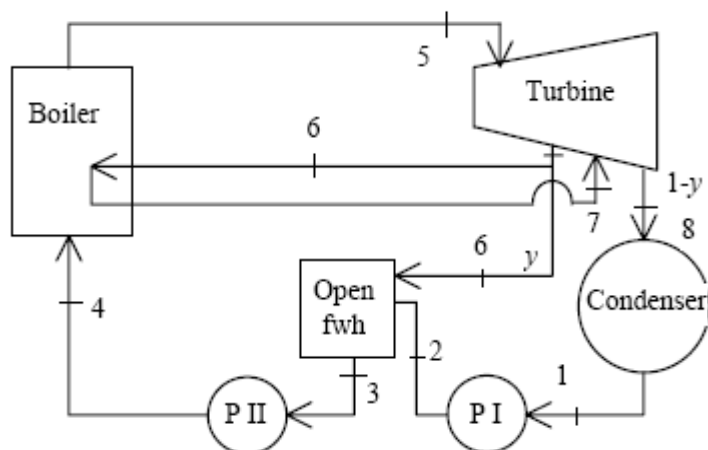




$$\Delta T_{coolingwater} = \frac{\dot{Q}_{out}}{(\dot{m}c)_{coolingwater}} = \frac{88051 \text{ kJ/s}}{(2000 \text{ kg/s})(4.18 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C})} = 10.5^\circ\text{C}$$

سیکل رانکینی با قدرت خروجی 80MW را در نظر بگیرید. بخار در شرایط  $p=10\text{mpa}$  و  $T=550$  درجه سانتی گراد وارد توربین فشار بالا شده و در شرایط  $p=0.8\text{Mpa}$  از آن خارج می‌شود. کسری از بخار توربین خروجی برای گرم کردن آب تغذیه در گرمکن باز استخراج می‌شود. بقیه بخار به سمت بویلر رفته و تا دمای  $T=500$  درجه سانتی گراد باز گرمایش شده و وارد توربین فشار پایین شده و در فشار 10kpa از آن خارج می‌شود. مطلوبست تعیین: (a) دبی بخار آب ورودی به توربین فشار بالا؟ (b) بازده گرمایی سیکل؟

از جداول A4, A5 و A6 استفاده می‌کنیم. شماتیک سیکل در شکل زیر نشان داده شده است.



$$h_1 = h_f \xrightarrow{\text{at } 10\text{kPa}} 191.81 \text{ kJ/kg}$$

$$v_1 = v_f \xrightarrow{\text{at } 10\text{kPa}} 0.00101 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$W_{P_{I, in}} = v_1(p_2 - p_1) = (0.00101 \text{ m}^3/\text{kg})(800 - 10 \text{ kPa}) \left( \frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3} \right) = 0.80 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = h_1 + W_{P_{I, in}} = 191.81 + 0.80 = 192.61 \text{ kJ/kg}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_3 = 0.8 \text{ mpa} \\ \text{sat. liquid} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_3 = h_f @ 0.8 \text{ mpa} = 720.87 \text{ kJ/kg} \\ v_3 = v_f @ 0.8 \text{ mpa} = 0.00115 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right\}$$

$$W_{P_{II, in}} = v_3(p_4 - p_3) = (0.00115 \text{ m}^3/\text{kg})(10000 - 800 \text{ kPa}) \left( \frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3} \right) = 10.26 \text{ kJ/kg}$$

$$h_4 = h_3 + W_{P_{II, in}} = 720.87 + 10.26 = 731.12 \text{ kJ/kg}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} P_5 = 10 \text{ mpa} \\ T_5 = 550^\circ \text{ c} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_5 = 3502.0 \text{ kJ / kg} \\ S_5 = 6.7585 \text{ kJ / kg.k} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_6 = 0.8 \text{ mpa} \\ S_6 = S_5 \end{array} \right\} \rightarrow \{ h_6 = 2812.1 \text{ kJ / kg} \}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_7 = 0.8 \text{ mpa} \\ T_7 = 500^\circ \text{ c} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_7 = 3481.3 \text{ kJ / kg} \\ S_7 = 7.8692 \text{ kJ / kg.k} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_8 = 10 \text{ kpa} \\ S_8 = S_7 \end{array} \right\} \rightarrow X_8 = \frac{S_8 - S_f}{S_{fg}} = \frac{7.8692 - 0.6492}{7.4996} = 0.9627$$

$$h_8 = h_f + X_8 h_{fg} = 191.81 + (0.9627)(2392.1) = 2494.7 \text{ kJ / kg}$$

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \Delta \dot{E}_{system} \xrightarrow{0(\text{steady})} = 0 \rightarrow \dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e \rightarrow \dot{m}_6 h_6 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 \rightarrow y h_6 + (1-y) h_2 = 1(h_3)$$

$$y = \frac{h_3 - h_2}{h_6 - h_2} = \frac{720.87 - 192.61}{2812.1 - 192.61} = 0.2017$$

$$q_{in} = (h_5 - h_4) + (1-y)(h_7 - h_6) = (3502.0 - 731.12) + (1 - 0.2017)(3481.3 - 2812.1) = 3305.1 \text{ kJ / kg}$$

$$q_{out} = (1-y)(h_8 - h_1) = (1 - 0.2017)(2494.7 - 191.81) = 1838.5 \text{ kJ / kg}$$

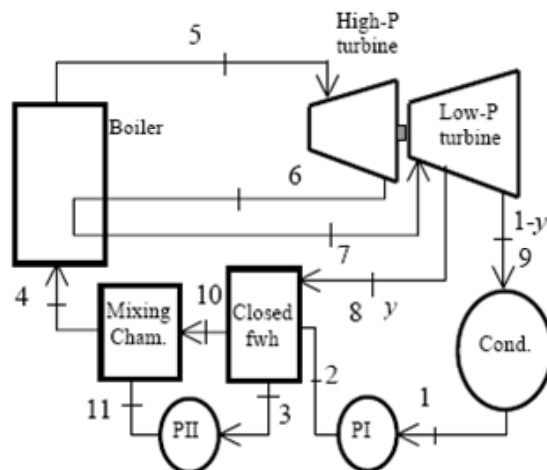
$$W_{net} = q_{in} - q_{out} = 3305.1 - 1838.5 = 1466.6 \text{ kJ / kg}$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}_{net}}{W_{net}} = \frac{80000 \text{ kJ / s}}{1466.1 \text{ kJ / kg}} = 54.5 \text{ kg / s}$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{1466.1 \text{ kJ / kg}}{3305.1 \text{ kJ / kg}} = 44.4\%$$

سیکل رانکین شکل زیر را در نظر بگیرید. بخار در شرایط  $T_5=550$  و  $P_5=12.5 \text{ Mpa}$  درجه سانتی گراد با دبی  $24 \text{ kg/s}$  وارد توربین پر فشار می شود. بخار از توربین با فشار پایین در  $P_9=20 \text{ kpa}$  خارج می شود. بخار از توربین پر فشار با فشار  $P_6=5 \text{ Mpa}$  خارج شده و تا دمای  $T_7=550$  درجه سانتی گراد باز گرمایش می شود. کسری از بخار در شرایط  $P_8=1 \text{ Mpa}$  از توربین کم فشار خارج شده و برای گرمایش آب تغذیه در گرمکن بسته مورد استفاده قرار می گیرد. بازده توربین و پمپ را در هر مرحله  $\eta_p = \eta_T = 0.88$  در نظر بگیرید. مطلوبست تعیین:

(a) دمای  $T_8$ ؟ (b)  $m_8$  (c) قدرت خالص خروجی از سیکل؟ (d) بازده گرمایی سیکل؟  
از جداول A4, A5 و A6 استفاده می کنیم. شماتیک سیکل در شکل زیر نشان داده شده است.





$$W_{pl,in} = v_1(p_2 - p_1) / \eta_p = (0.001017m^3 / kg)(12500 - 20kpa) / 0.88 = 14.43kj / kg$$

$$h_2 = h_1 + W_{pl,in} = 251.42 + 14.43 = 265.85kj / kg$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_3 = 1mpa \\ sat.liquid \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_3 = h_f \xrightarrow{at 1mpa} 762.51kj / kg \\ v_3 = v_f \xrightarrow{at 1mpa} 0.001127m^3 / kg \end{array} \right\}$$

$$W_{pll,in} = v_3(p_{11} - p_3) / \eta_p = (0.001127m^3 / kg)(12500 - 1000kpa) / 0.88 = 14.73kj / kg$$

$$h_{11} = h_3 + W_{pll,in} = 762.51 + 14.73 = 777.25kj / kg$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_5 = 12.5mpa \\ T_5 = 550^0c \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_5 = 3476.5kj / kg \\ S_5 = 6.6317kj / kg.k \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_6 = 5mpa \\ S_6 = S_5 \end{array} \right\} \rightarrow \{h_{6s} = 3185.6kj / kg\}$$

$$\eta_T = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_{6s}} \rightarrow h_6 = h_5 - \eta_T (h_5 - h_{6s}) = 3476.5 - (0.88)(3476.5 - 3185.6) = 3220.5kj / kg$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_7 = 5mpa \\ T_7 = 550^0c \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_7 = 3550.9kj / kg \\ S_7 = 7.1238kj / kg.k \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_8 = 1mpa \\ S_8 = S_7 \end{array} \right\} \rightarrow \{h_{8s} = 3051.1kj / kg\}$$

$$\eta_{th} = \frac{h_7 - h_8}{h_7 - h_{8s}} \rightarrow h_8 = h_7 - \eta_{th} (h_7 - h_{8s}) = 3550.9 - (0.88)(3550.9 - 3051.1) = 3111.1kj / kg$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_8 = 1mpa \\ h_8 = 3111.1kj / kg \end{array} \right\} \rightarrow \{T_8 = 328^0c\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_9 = 20kpa \\ S_9 = S_7 \end{array} \right\} \rightarrow \{h_{9s} = 2347.9kj / kg\}$$

$$\eta_{th} = \frac{h_7 - h_9}{h_7 - h_{9s}} \rightarrow h_9 = h_7 - \eta_{th} (h_7 - h_{9s}) = 3550.9 - (0.88)(3550.9 - 2347.9) = 2492.2kj / kg$$

$$(1 - y)(h_{10} - h_2) = y(h_8 - h_3)$$

$$(1 - y)(777.25 - 265.85) = y(3111.1 - 762.51) \rightarrow y = 0.1788$$

$$m_8 = y m_5 = (0.1788)(24kg / s) = 4.29kg / s$$

$$q_{in} = (h_5 - h_4 + h_7 - h_6) = (3476.5 - 777.25 + 3550.9 - 3220.5) = 3029.7kj / kg$$

$$q_{out} = (1 - y)(h_9 - h_1) = (1 - 0.1788)(2492.2 - 251.42) = 1840.1kj / kg$$

$$W_{net} = \dot{m} (q_{in} - q_{out}) = (24kg / s)(3029.7 - 1840.1)kj / kg = 28550kw$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{1840.1kj / kg}{3029.7kj / kg} = 0.393 = 39.3\%$$





سیال عامل R-134a با مشخصات  $P = 140kPa, T = -10^{\circ}C$  و دبی  $0.3 \frac{m^3}{min}$  وارد کمپرسور یک یخچال می‌شود. بازده کمپرسور ۷۵٪ می‌باشد. مشخصات ورودی به شیر اختناق  $P = 950 kPa, T = 30^{\circ}C$  می‌باشد. دمای خروجی از اواپراتور در حالت اشباع برابر  $-18.5^{\circ}C$  می‌باشد. مطلوب است تعیین الف) قدرت مورد نیاز کمپرسور ب) نرخ گرمای گرفته شده از فضای تبرید از جداول A-12 و A-13 استفاده می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{matrix} P_1 = 140kpa \\ T_1 = -10^{\circ}c \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} h_1 = 246.36kj / kg \\ S_1 = 0.97236kj / kg.k \\ v_1 = 0.14605m^3 / kg \end{matrix} \right\}$$

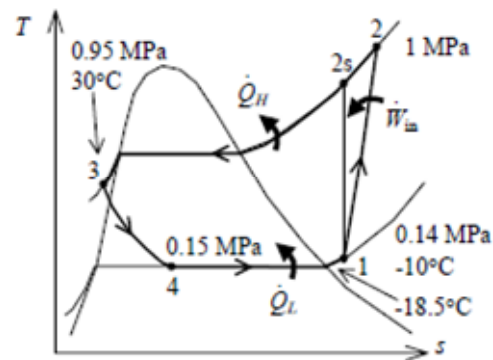
$$\left\{ \begin{matrix} P_2 = 1.0mpa \\ S_{2s} = S_1 \end{matrix} \right\} \rightarrow \{ h_{2s} = 289.20kj / kg \}$$

$$\left\{ \begin{matrix} P_3 = 0.95mpa \\ T_3 = 30^{\circ}c \end{matrix} \right\} \rightarrow \{ h_3 = h_{f@30^{\circ}c} = 93.58kj / kg \}$$

$$h_4 \cong h_3 = 93.58kj / kg \text{ (throttling)}$$

$$\left\{ \begin{matrix} T_5 = -18.5^{\circ}c \\ \text{sat. vapor} \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} h_5 = 239.33kj / kg \\ P_5 = 0.14165mpa \end{matrix} \right\}$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{0.3/60 m^3 / s}{0.14605 m^3 / kg} = 0.03423 kg / s$$



$$\dot{W}_{in} = \dot{m}(h_{2s} - h_1) / \eta_c = (0.03423 kg / s) [(289.20 - 246.36) kj / kg] / (0.78) = 1.88 kw$$

b)

$$\dot{Q}_L = \dot{m} (h_5 - h_4) = (0.03423 kg / s) (239.33 - 93.58) kj / kg = 4.99 kw$$

c)

$$\Delta p = P_5 - P_1 = 141.65 - 140 = 1.65$$

$$\dot{Q}_{gain} = \dot{m}(h_1 - h_5) = (0.03423 kg / s) (246.36 - 239.33) kj / kg = 0.241 kw$$

هوا در شرایط  $400k$  و  $0.9/90 \frac{m^3}{kg}$  در نظر بگیرید، تعیین کنید تغییرات فشار را در:

a) در حجم ثابت دما ۱٪ اضافه شود.

b) در دمای ثابت حجم مخصوص ۱٪ اضافه شود.

c) ۱٪ تغییر در دما و حجم مخصوص ثابت.

مقدار  $R = 0.287 kPa \cdot m^3 / kg \cdot K$  برای هوا برابر است با:

تجزیه و تحلیل معادله گاز ایده‌آل به صورت زیر می‌توان بیان  $p = RT / v$  و با توجه به اینکه  $R$  ثابت است داریم

$$p = p(T, v)$$

$$dp = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T dv = \frac{RdT}{v} - \frac{RTdv}{v^2}$$

در  $V$  ثابت تغییر در دما را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$dT \cong \Delta T = 400 * 0.01 = 4K, \text{ At } v = cte$$

$$(dp)_v = \frac{RdT}{v} = \frac{(0.287 kPa \cdot m^3 / kg \cdot k)(4.0k)}{(0.90 m^3 / kg)^2} = 1.276 kPa$$



تغییر در  $V$  را می توان در  $T$  ثابت به صورت زیر بیان کرد:

$$dv \cong \Delta v = 0.9 * 0.01 = 0.009 \frac{m^3}{kg}, \text{ At } T = cte$$

$$(dP)_T = -\frac{RTdV}{V^2} = \frac{(0.287kpa.m^3 / kg.k)(400k)(0.009k)}{(0.90m^3 / kg)^2} = -1.276kpa$$

وقتی که  $V$  و  $T$  هر دو با ۱ درصد افزایش می یابند  $P$  به صورت زیر بیان می شود:

$$(dP) = (dP)_V + (dP)_T = 1.276 + (-1.276) = 0$$

گاز ایده آل را در  $400k$  و  $100kpa$  به عنوان نتایج یک اختلال در نظر بگیرید در اثر یک اختلال شرایط گاز به  $404k$  و  $96kpa$  تغییر می کند. تخمین بزنید تغییرات را در حجم ویژه محاسبه کنید اگر گاز مورد استفاده:

(a) استفاده از مفهوم دیفرانسیل

(b) در دو حالت گاز ایده آل باشد

$$R = 0.287 \frac{kJ}{kg.K} \text{ گاز هوا و هوا هم گاز ایده آل است و } R \text{ آن هم مساوی است با:}$$

$$dT \cong \Delta T = (404 - 400)k = 4k$$

$$dP \cong \Delta P = (96 - 100)k = -4kpa$$

رابطه گاز ایده آل به صورت  $pV = RT$  است و می توان آنرا به صورت رو به رو بیان کرد  $v = RT / p$  با توجه به اینکه  $R$  ثابت است  $v = v(T, p)$ . از رابطه ی دیفرانسیلی زیر استفاده می کنیم و مقادیر متوسط  $T$  و  $P$  را قرار می دهیم.

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP = \frac{RdT}{P} - \frac{RTdP}{P^2}$$

$$= (0.287kpa.m^3 / kg.k) \left( \frac{4k}{98kpa} - \frac{(402k)(-4kpa)}{(98kpa)^2} \right) = (0.0117m^3 / kg) + (0.04805m^3 / kg) = 0.0598m^3 / kg$$

b)

$$V_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{(0.287kpa.m^3 / kg.k)(400k)}{(100kpa)} = 1.1480m^3 / kg$$

$$V_2 = \frac{RT_2}{P_2} = \frac{(0.287kpa.m^3 / kg.k)(404k)}{(100kpa)} = 1.2078m^3 / kg$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 1.2078 - 1.1480 = 0.0598m^3 / kg$$

نشان دهید که آنتالپی یک گاز ایده آل فقط تابع دمای آن است و برای یک ماده ی تراکم ناپذیر به فشار آن نیز بستگی دارد؟

$$dh = C_p dT + \left( V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right) dP$$

برای گاز ایده آل داریم  $v = RT / p$ :

$$V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = V - T \left( \frac{R}{P} \right) = V - V = 0$$

$$dh = C_p dT$$

برای اثبات نیاز داریم که نشان دهیم که  $C_p$  یک تابع از  $P$  نیست که به کمک رابطه ی زیر داریم:



$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial P}\right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P$$

برای گاز ایده آل داریم:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} \text{ and } \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P = \left(\frac{\partial(R/P)}{\partial T}\right)_P = 0$$

$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial P}\right)_T = 0$$

نتیجه می‌گیریم که آنتالپی گاز ایده آل فقط تابع دمای آن است

برای یک ماده تراکم ناپذیر داریم  $v=cte$  بنابراین  $\partial v / \partial T = 0$

$$dh = C_p dT + V dP$$

مطابق رابطه بالا نتیجه می‌گیریم که آنتالپی ماده تراکم ناپذیر تابع دما و فشار است.

عبارتی برای تفاوت گرماهای ویژه حرارت  $C_p - C_v$  برای:

(a) گاز ایده آل

(b) گاز واندروالس

(c) ماده تراکم ناپذیر

ثابت شد برای هر ماده داریم

$$C_p - C_v = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P^2 \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$$

a)

برای گاز ایده آل داریم  $PV=RT$  پس:

$$V = \frac{RT}{P} \rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P}$$

$$P = \frac{RT}{V} \rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{RT}{V^2} = -\frac{P}{V}$$

$$C_p - C_v = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P^2 \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \text{ با جایگذاری در}$$

داریم:

$$C_p - C_v = -T \left(-\frac{P}{V}\right)^2 \left(\frac{R}{P}\right) = \frac{TR}{PV} R = R$$

b)

برای معادله حالت واندروالس داریم  $(p + \frac{a}{v^2})(v - b) = RT$  پس:

$$T = \frac{1}{R} \left(P + \frac{a}{V^2}\right) (V - b) \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = \frac{1}{R} \left(-\frac{2a}{V^3}\right) (V - b) + \frac{1}{R} \left(P + \frac{a}{V^2}\right) = \frac{2a(b - V)}{RV^3} + \frac{T}{V - b}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{\frac{2a(b - V)}{RV^3} + \frac{T}{V - b}}$$

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2} \rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \frac{RT}{(V - b)^2} + \frac{2a}{V^3}$$



با جایگذاری در  $C_p - C_v = -T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p^2 \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T$  داریم

$$C_p - C_v = T \left( \frac{1}{\frac{2a(b-V)}{RV^3} + \frac{T}{V-b}} \right)^2 \left( \frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3} \right)$$

c)

برای یک ماده تراکم ناپذیر  $v=cte$  و داریم

$$\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = 0.$$

پس:

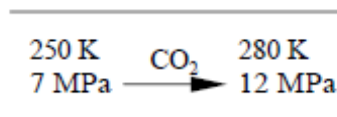
$$C_p - C_v = 0$$

تغییرات آنتالپی و آنتروپی را برای گاز  $CO_2$  بر واحد جرم اگر شرایط گاز از  $250\text{ K}$  و  $7\text{ MPa}$  به  $280\text{ K}$  و  $12\text{ MPa}$  برسد را تعیین کنید.

a) با فرض رفتار گاز ایده‌آل

b) با محاسبه انحراف از رفتار گاز ایده‌آل

با توجه به جدول اطلاعات گاز ایده‌آل  $CO_2$  داریم:



a)

$$(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{ideal} = \bar{h}_{2,ideal} - \bar{h}_{1,ideal} = 8697 - 7627 = 1070\text{ kJ / kmol}$$

$$(\bar{S}_2 - \bar{S}_1)_{ideal} = S_2^0 - S_1^0 - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} = 211.376 - 207.337 - 8.314 \times \ln \frac{12}{7} = -0.442\text{ kJ / kmol.k}$$

$$(h_2 - h_1)_{ideal} = \frac{(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{ideal}}{M} = \frac{1070\text{ kJ / kmol}}{44\text{ kg / kmol}} = 24.32\text{ kJ / kg}$$

$$(S_2 - S_1)_{ideal} = \frac{(\bar{S}_2 - \bar{S}_1)_{ideal}}{M} = \frac{-0.442\text{ kJ / kmol}}{44\text{ kg / kmol}} = -0.0100\text{ kJ / kg.k}$$

b)

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{R1} = \frac{T_1}{T_{cr}} = \frac{250}{304.2} = 0.822 \\ P_{R1} = \frac{P_1}{P_{cr}} = \frac{7}{7.39} = 0.947 \end{array} \right\} \rightarrow Z_{h1} = 5.5 \text{ and } Z_{s1} = 5.3$$

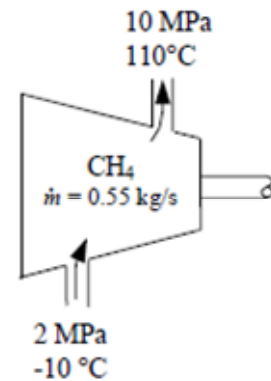
$$\left\{ \begin{array}{l} T_{R2} = \frac{T_2}{T_{cr}} = \frac{280}{304.2} = 0.920 \\ P_{R2} = \frac{P_2}{P_{cr}} = \frac{12}{7.39} = 1.624 \end{array} \right\} \rightarrow Z_{h2} = 5.0 \text{ and } Z_{s2} = 4.2$$



$$(h_2 - h_1) = RT_{cr}(Z_{h1} - Z_{h2}) + (h_2 - h_1)_{ideal} = (0.1889)(304.2)(5.5 - 5.0) + 24.32 = 53.05 \text{ kJ / kg}$$

$$(S_2 - S_1) = R(Z_{s1} - Z_{s2}) + (S_2 - S_1)_{ideal} = (0.1889)(5.3 - 4.2) - 0.010 = 0.198 \text{ kJ / kg.k}$$

گاز متان به صورت آدیاباتیک توسط یک کمپرسور فشرده می‌شود. تحت این عمل شرایط گاز از  $2 \text{ Mpa}$  و  $10^\circ \text{C}$  درجه سانتی‌گراد به  $10 \text{ Mpa}$  و  $110^\circ \text{C}$  درجه سانتی‌گراد می‌رسد. اگر دبی  $0.55$  کیلوگرم بر ثانیه باشد، قدرت مورد نیاز به ورودی کمپرسور را با استفاده از تحلیل جریان پایا بیابید.  
حل: قانون اول ترمودینامیک را برای کمپرسور می‌نویسیم.



$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \Delta \dot{E}_{system} \xrightarrow{0(\text{steady})} = 0$$

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\dot{W}_{c,in} + m h_1 = m h_2$$

$$\dot{W}_{c,in} = m(h_2 - h_1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{R1} = \frac{T_1}{T_{cr}} = \frac{263}{191.1} = 1.376 \\ P_{R1} = \frac{P_1}{P_{cr}} = \frac{2}{4.64} = 0.431 \end{array} \right\} \rightarrow Z_{h1} = 0.21$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{R2} = \frac{T_2}{T_{cr}} = \frac{383}{191.1} = 2.00 \\ P_{R2} = \frac{P_2}{P_{cr}} = \frac{10}{4.64} = 2.155 \end{array} \right\} \rightarrow Z_{h2} = 0.50$$

$$h_2 - h_1 = RT_{cr}(Z_{h1} - Z_{h2}) + (h_2 - h_1)_{ideal} = (0.5182)(191.1)(0.21 - 0.50) + 2.2537(110 - (-10)) = 241.7 \text{ kJ / kg}$$

$$\dot{W}_{c,in} = (0.55 \text{ kg / s})(241.7 \text{ kJ / kg}) = 133 \text{ kW}$$

نشان دهید که:

$$C_v = -T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_s \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_v \text{ and } C_p = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_s \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

حل:

تجزیه و تحلیل را با استفاده از تعریف  $C_v$  انجام می‌دهیم:

$$C_v = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_v = T \left( \frac{\partial S}{\partial P} \right)_v \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v$$

$$\left( \frac{\partial S}{\partial P} \right)_v = - \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_s, \text{ با جایگزینی اولین رابطه ماکسول}$$

$$C_v = -T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_s \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v$$

حال  $C_p$  را هم تعریف می‌کنیم:

$$C_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_p \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

$$\left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_p = \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_s, \text{ جایگزینی دومین رابطه ماکسول}$$



$$C_p = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_s \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

مخلوط گاز در  $350\text{ K}$  و  $300\text{ kPa}$  به صورت تجزیه و تحلیل حجمی به صورت زیر است:  
مطلوب است تعیین کسر جرمی و فشار جزئی هر ماده

65% $N_2$ 20% $O_2$ 15% $CO_2$  350 K 300 kPa
--

جرم مولکولی گازهای  $N_2$  و  $O_2$  و  $CO_2$  برابر است با: ۲۸ و ۳۲ و ۴۴

مسئله را برای تعداد کل ۱۰۰ مول مخلوط حل می‌کنیم. یعنی فرض می‌کنیم کلاً ۱۰۰ مول در این مخلوط وجود دارد:

$$\frac{P_i}{P_m} = \frac{v_i}{v_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \text{ که به یادآوری است}$$

بنابراین تعداد مول هر ماده از روابط زیر بدست می‌آید.

$$N_{N_2} = 65\text{ kmol} \rightarrow m_{N_2} = N_{N_2} M_{N_2} = (65\text{ kmol})(28\text{ kg / kmol}) = 1820\text{ kg}$$

$$N_{O_2} = 20\text{ kmol} \rightarrow m_{O_2} = N_{O_2} M_{O_2} = (20\text{ kmol})(32\text{ kg / kmol}) = 640\text{ kg}$$

$$N_{CO_2} = 15\text{ kmol} \rightarrow m_{CO_2} = N_{CO_2} M_{CO_2} = (15\text{ kmol})(44\text{ kg / kmol}) = 660\text{ kg}$$

$$m_m = m_{N_2} + m_{O_2} + m_{CO_2} = 1820\text{ kg} + 640\text{ kg} + 660\text{ kg} = 3120\text{ kg}$$

سپس کسر جرمی از هر جزء تعیین می‌شود:

$$mf_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{m_m} = \frac{1820\text{ kg}}{3120\text{ kg}} = 0.583 \text{ or } 58.3\%$$

$$mf_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m_m} = \frac{640\text{ kg}}{3120\text{ kg}} = 0.205 \text{ or } 20.5\%$$

$$mf_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{m_m} = \frac{660\text{ kg}}{3120\text{ kg}} = 0.212 \text{ or } 21.2\%$$

برای گازهای ایده‌آل فشار جزئی متناسب است با کسر مولی که به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$P_{N_2} = y_{N_2} P_m = (0.65)(300\text{ kPa}) = 195\text{ kPa}$$

$$P_{O_2} = y_{O_2} P_m = (0.20)(300\text{ kPa}) = 60\text{ kPa}$$

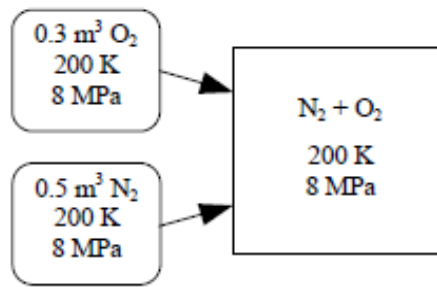
$$P_{CO_2} = y_{CO_2} P_m = (0.15)(300\text{ kPa}) = 45\text{ kPa}$$

حجم ۰/۳ مترمکعب از گاز  $O_2$  در  $200\text{ K}$  و  $8\text{ MPa}$  با ۰/۵ متر مکعب گاز  $N_2$  در همان دما و فشار یکسان مخلوط می‌شود.

مخلوط ایجاد شده دارای دمای  $200\text{ K}$  و فشار  $8\text{ MPa}$  می‌باشد، مطلوب است تعیین

حجم مخلوط با استفاده از:

(a) معادلات گاز ایده‌آل (b) قانون کی (cay) (c) نمودار تراکم و قانون آماگات



a)

$$N_{O_2} = \left( \frac{PV}{R_u T} \right)_{O_2} = \frac{(8000kpa)(0.3m^3)}{(8.314kpa.m^3 / kmol.k)(200k)} = 1.443kmol$$

$$N_{N_2} = \left( \frac{PV}{R_u T} \right)_{N_2} = \frac{(8000kpa)(0.5m^3)}{(8.314kpa.m^3 / kmol.k)(200k)} = 2.406kmol$$

$$N_m = N_{O_2} + N_{N_2} = 1.443kmol + 2.406kmol = 3.849kmol$$

$$V_m = \frac{N_m R_u T_m}{P_m} = \frac{(3.849kmol)(8.314kpa.m^3 / kmol.k)(200k)}{8000kpa} = 0.8m^3$$

b)

$$N_{O_2} = \left( \frac{PV}{ZR_u T} \right)_{O_2} = \frac{(8000kpa)(0.3m^3)}{(0.77)(8.314kpa.m^3 / kmol.k)(200k)} = 1.874kmol$$

$$N_{N_2} = \left( \frac{PV}{ZR_u T} \right)_{N_2} = \frac{(8000kpa)(0.5m^3)}{(0.863)(8.314kpa.m^3 / kmol.k)(200k)} = 2.787kmol$$

$$N_m = N_{O_2} + N_{N_2} = 1.874kmol + 2.787kmol = 4.661kmol$$

$$y_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_m} = \frac{1.874kmol}{4.661kmol} = 0.402$$

$$y_{N_2} = \frac{N_{N_2}}{N_m} = \frac{2.787kmol}{4.661kmol} = 0.598$$

$$T'_{cr,m} = \sum y_i T'_{cr,i} = y_{O_2} T'_{cr,O_2} + y_{N_2} T'_{cr,N_2} = (0.402)(154.8k) + (0.598)(126.2k) = 137.7k$$

$$P'_{cr,m} = \sum y_i P'_{cr,i} = y_{O_2} P'_{cr,O_2} + y_{N_2} P'_{cr,N_2} = (0.402)(5.08mpa) + (0.598)(3.39mpa) = 4.07mpa$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_R = \frac{T_m}{T'_{cr,O_2}} = \frac{200k}{137.7k} = 1.452 \\ P_R = \frac{P_m}{P'_{cr,O_2}} = \frac{8mpa}{4.07mpa} = 1.966 \end{array} \right\} \rightarrow Z_m = 0.82$$

$$V_m = \frac{N_m R_u T_m}{P_m} = \frac{(0.82)(4.661kmol)(8.314kpa.m^3 / kmol.k)(200k)}{8000kpa} = 0.79m^3$$

c)

برای استفاده از قانون آمگات برای گازهای واقعی در ابتدا به Z نیاز داریم که در بالا محاسبه شد و مال هر جزء مخلوط است.

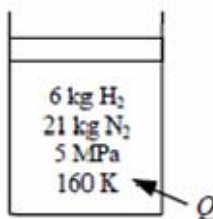
$$Z_m = \sum y_i Z_i = y_{O_2} Z_{O_2} + y_{N_2} Z_{N_2} = (0.402)(0.77) + (0.598)(0.863) = 0.83$$

$$V_m = \frac{N_m R_u T_m}{P_m} = \frac{(0.83)(4.661kmol)(8.314kpa.m^3 / kmol.k)(200k)}{8000kpa} = 0.80m^3$$



دستگاه سیلندر و پیستون شامل ۶ kg گاز  $O_2$  و ۲۱ kg گاز  $N_2$  در دمای  $160\text{ K}$  و  $5\text{ MPa}$  است. گرما اکنون به سیستم منتقل می‌شود و دمای مخلوط افزایش می‌یابد تا زمانی که به دمای  $200\text{ K}$  برسیم، تعیین کنید مقدار گرمای منتقل شده در طول این فرآیند با رفتار مخلوط:

(a) گاز ایده آل (b) مخلوط گاز غیر ایده آل و قانون آماگات



حل: جرم مولکولی برای گازها  $N_2$  و  $H_2$  برابر است با: ۲۸ و ۲  
با نوشتن قانون اول ترمودینامیک برای سیستم فوق داریم:

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E$$

$$Q_{in} - W_{b,out} = \Delta U$$

$$Q_{in} = \Delta H = \Delta H_{H_2} + \Delta H_{N_2} = N_{H_2}(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{H_2} + N_{N_2}(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{N_2}$$

$$N_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{6\text{ kg}}{2\text{ kg / kmol}} = 3\text{ kmol}$$

$$N_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{21\text{ kg}}{28\text{ kg / kmol}} = 0.75\text{ kmol}$$

$$H_2 : \bar{h}_1 = \bar{h}_{@160k} = 4535.4\text{ kJ / kmol} \quad \bar{h}_2 = \bar{h}_{@200k} = 5669.2\text{ kJ / kmol}$$

$$N_2 : \bar{h}_1 = \bar{h}_{@160k} = 4648\text{ kJ / kmol} \quad \bar{h}_2 = \bar{h}_{@200k} = 5810\text{ kJ / kmol}$$

$$Q_{ideal} = 3 \times (5669.2 - 4535.4) + 0.75 \times (5810 - 4648) = 4273\text{ kJ}$$

$$H_2 : \left\{ \begin{array}{l} T_{R1,H_2} = \frac{T_{m,1}}{T_{cr,H_2}} = \frac{160}{33.3} = 4.805 \\ P_{R1,H_2} = P_{R2,H_2} = \frac{P_m}{P_{cr,H_2}} = \frac{5}{1.30} = 3.846 \\ T_{R2,H_2} = \frac{T_{m,2}}{P_{cr,H_2}} = \frac{200}{33.3} = 6.006 \end{array} \right\} \rightarrow Z_{h1} \cong 0 \quad Z_{h2} \cong 0$$

$$N_2 : \left\{ \begin{array}{l} T_{R1,N_2} = \frac{T_{m,1}}{T_{cr,N_2}} = \frac{160}{126.2} = 1.27 \\ P_{R1,N_2} = P_{R2,N_2} = \frac{P_m}{P_{cr,N_2}} = \frac{5}{3.39} = 1.47 \\ T_{R2,N_2} = \frac{T_{m,2}}{P_{cr,N_2}} = \frac{200}{126.2} = 1.58 \end{array} \right\} \rightarrow Z_{h1} \cong 1.3 \quad Z_{h2} = 0.7$$





$$(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{H_2} = (\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{H_2,ideal} = 5669.2 - 4535.4 = 1133.8 \text{ kJ / kmol}$$

$$(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{N_2} = R_u T_{cr} (Z h_1 - Z h_2) + (\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{ideal} =$$

$$(8.314 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3 / \text{kmol} \cdot \text{K})(126.2 \text{ K})(1.3 - 0.7) + (5810 - 4648) \text{ kJ / kmol} = 1791.5 \text{ kJ / kmol}$$

بنابراین با جایگزینی:

$$Q_{in} = (3 \text{ kmol})(1133.8 \text{ kJ / kmol}) + (0.75 \text{ kmol})(1791.5 \text{ kJ / kmol}) = 4745 \text{ kJ}$$

هوای در یک اتاق با فشار  $p=1 \text{ atm}$  و دمای  $T=32$  درجه سانتی‌گراد و رطوبت نسبی  $60\%$  را در نظر بگیرید. مطلوبست تعیین: (a) آنتالپی هوا؟ (b) رطوبت مخصوص؟ (c) دمای مرطوب هوا؟ (d) دمای نقطه شبنم؟ (e) حجم مخصوص هوا؟ از نمودار سایکرومتریک استفاده شود.

$$\omega = 0.0181 \text{ kg H}_2\text{O} / \text{kg dry air}$$

$$h = 74.8 \text{ kJ / kg dry air}$$

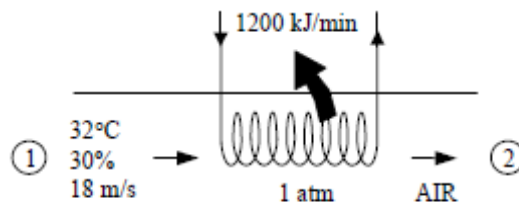
$$T_{wb} = 25.5^\circ \text{C}$$

$$T_{dp} = 23.3^\circ \text{C}$$

$$v = 0.890 \text{ m}^3 / \text{kg dry air}$$

هوای با شرایط و سرعت نشان داده شده وارد مجرای با قطر  $40 \text{ cm}$  می‌شود. گرمای  $1200 \text{ kJ/min}$  از هوا گرفته می‌شود. مطلوبست تعیین:

(a) دمای خروجی از مجرا؟ (b) رطوبت نسبی در خروجی؟ (c) سرعت هوا در خروجی مجرا؟ فشارها را  $100 \text{ kPa}$  در نظر بگیرید.



با استفاده از نمودار سایکرومتریک

$$h_1 = 55.0 \text{ kJ / kg dry air}$$

$$\omega_1 = 0.0089 \text{ kg H}_2\text{O} / \text{kg dry air} (= \omega_2)$$

$$v_1 = 0.877 \text{ m}^3 / \text{kg dry air}$$

$$\dot{m}_a = \frac{1}{v_1} V_1 A_1 = \frac{1}{(0.877 \text{ m}^3 / \text{kg})} (18 \text{ m/s})(\pi \times 0.04^2 / 4 \text{ m}^2) = 2.58 \text{ kg / s}$$

دبی هوا از رابطه روبرو بدست می‌آید.

میزان انتقال حرارت را می‌توان با نوشتن معادله انرژی و از رابطه زیر بدست آورد

$$-\dot{Q}_{out} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) \rightarrow -1200 / 60 \text{ kJ / s} = (2.58 \text{ kg / s})(h_2 - 55.0) \text{ kJ / kg} \rightarrow h_2 = 47.2 \text{ kJ / kg dry air}$$

$$T_2 = 24.4^\circ \text{C}$$

$$\phi_2 = 46.6\%$$

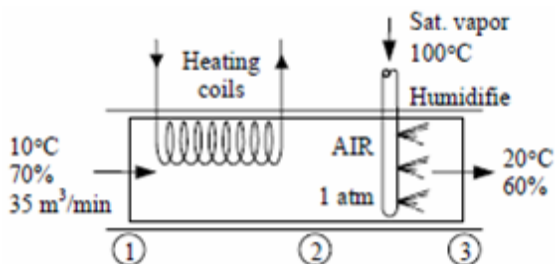
$$v_2 = 0.586 \text{ m}^3 / \text{kg dry air}$$



$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} \rightarrow \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{\dot{V}_2}{v_2} \rightarrow \frac{V_1 A}{v_1} = \frac{V_2 A}{v_2}$$

$$V_2 = \frac{v_2}{v_1} V_1 = \frac{0.856}{0.877} (18 \text{ m/s}) = 17.6 \text{ m/s}$$

سیستم گرمایش همراه با رطوبت زنی شکل زیر را در نظر بگیرید. فشار کل  $p=1 \text{ atm}$  می‌باشد. در قسمت رطوبت زنی بخار آب اشباع در دمای  $T=100$  درجه سانتی گراد وارد می‌شود. مشخصات هوا در نقاط مختلف نشان داده شده است. مطلوبست تعیین: (a) دما و رطوبت نسبی هوا در قسمت گرم‌کننده؟ (b) مقدار نرخ انتقال گرما در قسمت گرمایش؟ (c) نرخ بخار تزریقی در قسمت رطوبت زنی؟



با استفاده از نمودار سایکرومتریک

$$h_1 = 23.5 \text{ kJ/kg dry air}$$

$$\omega_1 = 0.0053 \text{ kgH}_2\text{O/kg dry air} (= \omega_2)$$

$$v_1 = 0.809 \text{ m}^3/\text{kg dry air}$$

$$h_3 = 42.3 \text{ kJ/kg dry air}$$

$$\omega_3 = 0.0087 \text{ kgH}_2\text{O/kg dry air}$$

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{35 \text{ m}^3/\text{min}}{0.809 \text{ m}^3/\text{min}} = 43.3 \text{ kg/min}$$

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \Delta \dot{E}_{system} \xrightarrow{0(\text{steady})} = 0$$

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e \rightarrow \dot{m}_w h_w + \dot{m}_{a2} h_2 = \dot{m}_a h_3$$

$$(\omega_3 - \omega_2) h_w + h_2 = h_3$$

$$h_2 = h_3 - (\omega_3 - \omega_2) h_{g@100^\circ C} = 42.3 - (0.0087 - 0.0053)(2675.6) = 33.2 \text{ kJ/kg dry air}$$

با توجه به مقدار  $h_2$  و  $w_2$  و با کمک نمودار سایکرومتریک خواهیم داشت

$$T_2 = 19.5^\circ \text{C}$$

$$\phi_2 = 37.8\%$$

میزان انتقال گرما و میزان دبی بخار لازم از روابط زیر بدست می‌آیند:

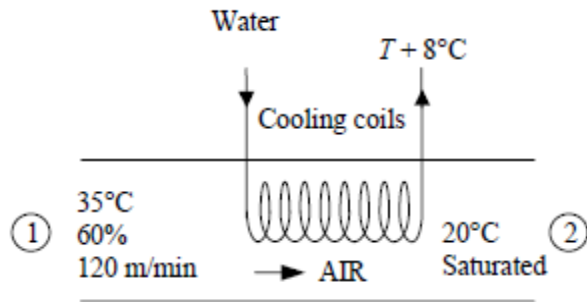
$$-\dot{Q}_{in} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) = (43.3 \text{ kg/min})(33.2 - 23.5) \text{ kJ/kg} \rightarrow \dot{Q}_{in} = 420 \text{ kJ/min}$$

$$\dot{m}_w = \dot{m}_a (\omega_3 - \omega_2) = (43.3 \text{ kg/min})(0.0087 - 0.0053) = 0.15 \text{ kg/min}$$



هوا با مشخصات نشان داده شده وارد یک مجرا به قطر  $30\text{cm}$  می‌شود. سرمایش هوا به وسیله جریان آب خنک تامین می‌شود. آب خنک پس از عبور از کویل افزایش دمای  $8^\circ\text{C}$  درجه سانتی‌گراد پیدا می‌کند. مشخصات مجرای خروجی نشان داده شده است. مطلوبست تعیین:

(a) میزان نرخ انتقال گرما؟ (b) دبی آب مورد نیاز برای سرمایش؟ (c) سرعت هوای خروجی؟



$$T_{dp} = T_{sat @ p_v} = T_{sat @ 0.6 \times 5.6291 \text{ kpa}} = 26^\circ\text{C}$$

$$h_1 = 90.3 \text{ kJ / kg dry air}$$

$$\omega_1 = 0.0215 \text{ kg H}_2\text{O / kg dry air}$$

$$v_1 = 0.904 \text{ m}^3 / \text{kg dry air}$$

$$h_2 = 57.5 \text{ kJ / kg dry air}$$

$$\omega_2 = 0.0147 \text{ kg H}_2\text{O / kg dry air}$$

$$v_2 = 0.851 \text{ m}^3 / \text{kg dry air}$$

$$h_w \cong h_f \xrightarrow{26^\circ\text{C}} 83.93 \text{ kJ / kg}$$

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_1 A_1 = \dot{V}_1 \frac{\pi D^2}{4} = (120 \text{ m / min}) \left( \frac{\pi (0.3 \text{ m})^2}{4} \right) = 8.48 \text{ m}^3 / \text{min}$$

$$\dot{m}_{a1} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{8.48 \text{ m}^3 / \text{min}}{0.904 \text{ m}^3 / \text{kg dry air}} = 9.38 \text{ kg / min}$$

$$\sum \dot{m}_{w,i} = \sum \dot{m}_{w,e} \rightarrow \dot{m}_{a1} \omega_1 + \dot{m}_{a2} \omega_2 + \dot{m}_w$$

$$\dot{m}_w = \dot{m}_a (\omega_1 - \omega_2) = (9.38 \text{ kg / min})(0.0215 - 0.0147) = 0.064 \text{ kg / min}$$

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \Delta \dot{E}_{system} \xrightarrow{0(\text{steady})} = 0 \rightarrow \dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e + \rightarrow \dot{Q}_{out} = \dot{m}_{a1} h_1 - (\dot{m}_{a2} h_2 + \dot{m}_w h_w) = \dot{m}_a (h_1 - h_2) - \dot{m}_w h_w$$

$$\dot{Q}_{out} = (9.38 \text{ kg / min})(90.3 - 57.5) \text{ kJ / kg} - (0.064 \text{ kg / min})(83.93 \text{ kJ / kg}) = 302.3 \text{ kJ / min}$$

$$\dot{Q}_{cooling\ water} = \dot{m}_{cooling\ water} \Delta h = \dot{m}_{cooling\ water} C_p \Delta T$$

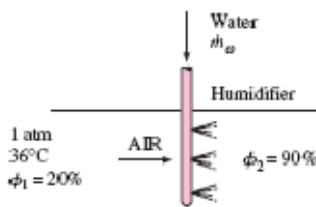
$$\dot{m}_{cooling\ water} = \frac{\dot{Q}_w}{C_p \Delta T} = \frac{302.3 \text{ kJ / min}}{(4.18 \text{ kJ / kg} \cdot ^\circ\text{C})(8^\circ\text{C})} = 9.04 \text{ kg / min}$$

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} \rightarrow \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{\dot{V}_2}{v_2} \rightarrow \frac{\dot{V}_1 A}{v_1} = \frac{\dot{V}_2 A}{v_2}$$



$$V_2 = \frac{v_2}{v_1} V_1 = \frac{0.851}{0.904} (120 \text{ m} / \text{min}) = 113 \text{ m} / \text{min}$$

هوا در شرایط نشان داده شده وارد یک کولر تبخیری می شود. اگر دبی هوا  $4 \text{ m}^3 / \text{min}$  باشد مطلوبست تعیین: (a) دمای هوای خروجی؟ (b) دبی آب مورد نیاز؟



$$\left[ \begin{matrix} T_1 = 36^\circ \text{C} \\ \phi_1 = 20\% \end{matrix} \right] \rightarrow T_{wb} = 19.4^\circ \text{C}, w_1 = 0.007488, v_1 = 0.898 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

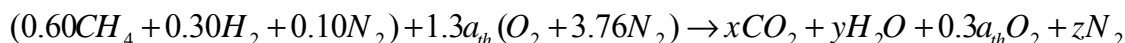
$$\left[ \begin{matrix} T_{wf2} = T_{wf1} = 19.4^\circ \text{C} \\ \phi_1 = 90\% \end{matrix} \right] \rightarrow T_{db} = 20.6, w_2 = 0.01385$$

$$\dot{m}_a = \frac{4}{0.898} = 4.45 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

$$\dot{m}_{water} = \dot{m}_a (w_2 - w_1) = 4.45 * (0.01385 - .007488) = 0.0283 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

یک سوخت گازی با در صد حجمی ۶۰ در صد  $\text{CH}_4$ ، ۳۰ در صد  $\text{H}_2$  و ۱۰ در صد  $\text{N}_2$  به طور کامل با ۱۳۰٪ هوای تئوری می سوزد. مطلوب است تعیین:

(a) نسبت هوا به سوخت؟ (b) دمای نقطه شبنم؟ (c) اگر دمای هوا به ۲۰ درجه سانتی گراد کاهش یابد میزان رطوبت تقطیر شده چه قدر خواهد بود؟

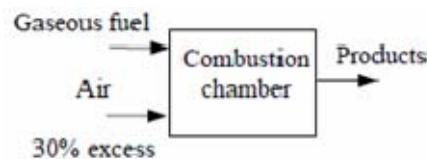
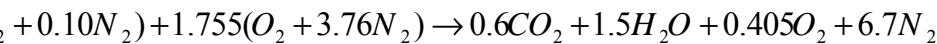


$$\text{C} : 0.60 = x \rightarrow x = 0.60$$

$$\text{H} : 0.60 \times 4 + 0.30 \times 2 = 2y \rightarrow y = 1.50$$

$$\text{O}_2 : 1.3a_{th} = x + y / 2 + 0.3a_{th} \rightarrow a_{th} = 1.35$$

$$\text{N}_2 : 0.10 + 3.76 \times 1.3a_{th} = z \rightarrow z = 6.70$$



$$m_{air} = (1.755 \times 4.76 \text{ kmol})(29 \text{ kg} / \text{kmol}) = 242.3 \text{ kg}$$

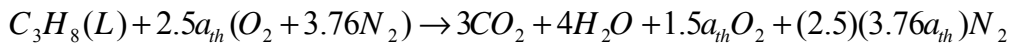
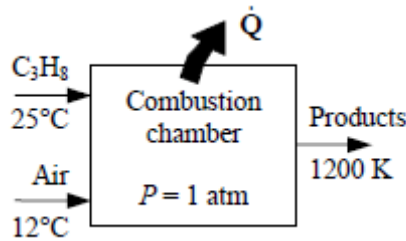
$$m_{fuel} = (0.6 \times 16 + 0.3 \times 2 + 0.1 \times 28) \text{ kg} = 13.0 \text{ kg}$$

$$AF = \frac{m_{air}}{m_{fuel}} = \frac{242.3 \text{ kg}}{13.0 \text{ kg}} = 18.6 \text{ kg air} / \text{kg fuel}$$

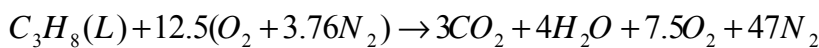
$$\frac{N_v}{N_{prod, gas}} = \frac{P_v}{P_{prod}} \rightarrow \frac{1.5 - N_w}{9.205 - N_w} = \frac{2.3392 \text{ kpa}}{101.325 \text{ kpa}} \rightarrow N_w = 1.32 \text{ kmol}$$



پروپان مایع  $C_3H_8$  با دبی  $1/2$  ( $kg/min$ ) به همراه  $15\%$  هوای اضافه می‌سوزد. اگر دمای هوای احتراق  $1200K$  باشد، مطلوب است:  $a$  دبی هوای مورد نیاز؟  $b$  میزان انتقال حرارت؟



$$2.5a_{th} = 3 + 2 + 1.5a_{th} \rightarrow a_{th} = 5$$



$$AF = \frac{m_{air}}{m_{fuel}} = \frac{(12.5 \times 4.76 kmol)(29 kg / kmol)}{(3 kmol)(12 kg / kmol) + (4 kmol)(2 kg / kmol)} = 39.22 kg_{air} / kg_{fuel}$$

$$\dot{m}_{air} = (AF)(\dot{m}_{fuel}) = (39.22 kg_{air} / kg_{fuel})(1.2 kg_{fuel} / min) = 47.1 kg_{air} / min$$

$$-Q_{out} = \sum N_p (\bar{h}_f^0 + \bar{h} + \bar{h}^0)_p - \sum N_R (\bar{h}_f^0 + \bar{h} + \bar{h}^0)_R$$

Substance	$\bar{h}_f^0$ kJ/kmol	$\bar{h}_{285 K}$ kJ/kmol	$\bar{h}_{298 K}$ kJ/kmol	$\bar{h}_{1200 K}$ kJ/kmol
$C_3H_8 (l)$	-118,910	---	---	---
$O_2$	0	8296.5	8682	38,447
$N_2$	0	8286.5	8669	36,777
$H_2O (g)$	-241,820	---	9904	44,380
$CO_2$	-393,520	---	9364	53,848

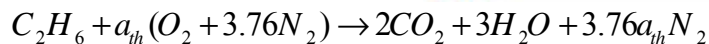
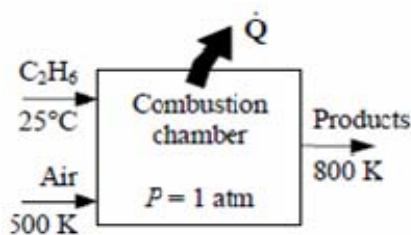
$$-Q_{out} = (3)(-393520 + 53848 - 9364) + (4)(-241820 + 44380 - 9904) + (7.5)(0 + 38447 - 8682) + (47)(0 + 36777 - 8669) - (1)(-118910 + h_{298} - h_{298}) - (12.5)(0 + 8296.5 - 8682) - (47)(0 + 8286.5 - 8669) = -190464 kJ / kmol C_3H_8$$

or

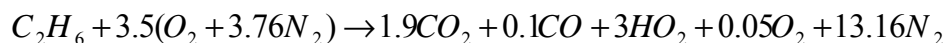
$$Q_{out} = 190464 kJ / kmol C_3H_8$$

$$\dot{Q}_{out} = \dot{N} Q_{out} = \left( \frac{\dot{m}}{N} \right) Q_{out} = \left( \frac{1.2 kg / min}{44 kg / kmol} \right) (190464 kJ / kmol) = 5194 kJ / min$$

گاز اتان  $C_2H_6$  در شرایط نشان داده شده با هوا می‌سوزد. تمام هیدروژن موجود در سوخت می‌سوزد و به  $H_2O$  تبدیل می‌شود ولی کربن به طور کامل نمی‌سوزد به طوریکه  $95\%$  آن به  $CO_2$  و  $5\%$  آن به  $CO$  تبدیل می‌شود. اگر دمای محصولات  $800K$  باشد میزان گرمای احتراق را بیابید؟



$$a_{th} = 2 + 1.5 \rightarrow a_{th} = 3.5$$



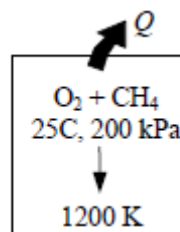
$$-Q_{out} = \sum N_p (\bar{h}_f^0 + \bar{h} + \bar{h}^0)_p - \sum N_R (\bar{h}_f^0 + \bar{h} + \bar{h}^0)_R$$

Substance	$\bar{h}_f^0$ kJ/kmol	$\bar{h}_{500 K}$ kJ/kmol	$\bar{h}_{298 K}$ kJ/kmol	$\bar{h}_{800 K}$ kJ/kmol
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> (g)	-84,680	---	---	---
O <sub>2</sub>	0	14,770	8682	24,523
N <sub>2</sub>	0	14,581	8669	23,714
H <sub>2</sub> O (g)	-241,820	---	9904	27,896
CO	-110,530	---	8669	23,844
CO <sub>2</sub>	-393,520	---	9364	32,179

$$-Q_{out} = (1.9)(-393520 + 32179 - 9364) + (0.1)(-110530 + 23844 - 8669) + (3)(-241820 + 27896 - 9904) + (0.05)(0 + 24523 - 8682) - (13.16)(0 + 23714 - 8669) - (1)(-84680 + h_{298} - h_{298}) - (3.5)(0 + 14770 - 8682) - (13.16)(0 + 14581 - 8669) = -1201005 \text{ kJ / kmol } C_2H_6$$

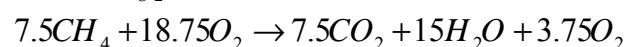
$$\dot{Q}_{out} = \dot{N} Q_{out} = \left( \frac{\dot{m}}{N} \right) Q_{out} = \left( \frac{5 \text{ kg / h}}{30 \text{ kg / kmol}} \right) (1201005 \text{ kJ / kmol}) = 200170 \text{ kJ / h}$$

یک تانک با حجم ثابت محتوی 120gr متان CH<sub>4</sub> و 600gr اکسیژن O<sub>2</sub> در شرایط P = 200 kPa, T = 25C می باشد. گازهای داخل تانک محترق می شوند. اگر دمای نهایی 1200 K باشد، الف) فشار نهایی در تانک ب) نرخ انتقال حرارت



$$N_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{M_{CH_4}} = \frac{0.12 \text{ kg}}{16 \text{ kg / mol}} = 7.5 \times 10^{-3} \text{ kmol} = 7.5 \text{ mol}$$

$$N_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{0.6 \text{ kg}}{32 \text{ kg / mol}} = 18.75 \times 10^{-3} \text{ kmol} = 18.75 \text{ mol}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} P_R V = N_R R_u T_R \\ P_p V = N_p R_u T_p \end{array} \right\} \rightarrow P_p = P_R \left( \frac{N_p}{N_R} \right) \left( \frac{T_p}{T_R} \right)$$



$$P_p = (200kpa) \left( \frac{26.25mol}{26.25mol} \right) \left( \frac{1200k}{298k} \right) = 805kpa$$

$$-Q_{out} = \sum N_p (\bar{h}_f^0 + \bar{h} - \bar{h}^0 - P\bar{v})_p - \sum N_R (\bar{h}_f^0 + \bar{h} - \bar{h}^0 - P\bar{v})_R$$

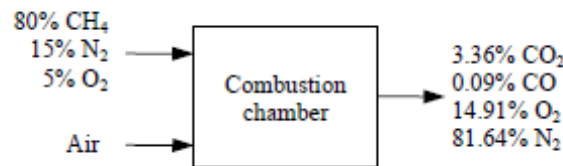
$$-Q_{out} = \sum N_p (\bar{h}_f^0 + h_{1200k} - h_{298k} - R_u T)_p - \sum N_R (\bar{h}_f^0 - R_u T)_R$$

Substance	$\bar{h}_f^0$ kJ/kmol	$\bar{h}_{298K}$ kJ/kmol	$\bar{h}_{1200K}$ kJ/kmol
CH <sub>4</sub>	-74,850	---	---
O <sub>2</sub>	0	8682	38,447
H <sub>2</sub> O (g)	-241,820	9904	44,380
CO <sub>2</sub>	-393,520	9364	53,848

$$\begin{aligned} -Q_{out} &= (7.5)(-393520 + 53848 - 9364 + 8.314 \times 1200) + (15)(-241820 + 44380 - 9904 - 8.314 \times 1200) \\ &+ (3.75)(0 + 38447 - 8682 - 8.314 \times 1200) - (7.5)(-74850 - 8.314 \times 298) - (18.75)(-8.314 \times 298) \\ &= -5251791j = -5252kj \end{aligned}$$

سوخت گازی شامل ۸۰ درصد CH<sub>4</sub>، ۱۵ درصد N<sub>2</sub> و ۵ درصد O<sub>2</sub>، با هوا در دمای ۲۵ درجه سانتی گراد می سوزد. آنالیز احتراق نشان می دهد محصولات شامل CO<sub>2</sub> ۳/۳۶٪، CO ۰/۰۹٪، O<sub>2</sub> ۱۴/۹۱٪ و N<sub>2</sub> ۸۱/۶۴٪ می باشد. مطلوبست:

(a) تعیین نسبت هوا به سوخت ؟ (b) در صد هوای اضافه؟ (c) اگر دبی سوخت ۱/۴ kg/min باشد دبی هوا چقدر خواهد بود؟



$$x(0.80CH_4 + 0.15N_2 + 0.05O_2) + a(O_2 + 3.76N_2)$$

$$\rightarrow 3.36CO_2 + 0.09CO + 14.91O_2 + 81.64N_2 + bH_2O$$

$$C : 0.80x = 3.36 + 0.09 \rightarrow x = 4.31$$

$$H : 3.2x = 2b \rightarrow b = 6.90$$

$$N_2 : 0.15x + 3.76a = 81.64 \rightarrow a = 21.54$$

$$[check O_2 : 0.05x + a = 3.36 + 0.045 + 14.91 + b/2 \rightarrow a = 21.54]$$

$$4.31(0.80CH_4 + 0.15N_2 + 0.05O_2) + 21.54(O_2 + 3.76N_2)$$

$$\rightarrow 3.36CO_2 + 0.09CO + 14.91O_2 + 81.64N_2 + 6.9H_2O$$

$$(0.80CH_4 + 0.15N_2 + 0.05O_2) + 5.0(O_2 + 3.76N_2)$$

$$\rightarrow 0.78CO_2 + 0.02CO + 3.46O_2 + 18.95N_2 + 1.6H_2O$$

$$AF = \frac{m_{air}}{m_{fuel}} = \frac{(5.0 \times 4.76 kmol)(29 kg/mol)}{0.8 \times 16 + 0.15 \times 28 + 0.05 \times 32} = 37.1 kgair / kgfuel$$

$$(0.80CH_4 + 0.15N_2 + 0.05O_2) + a_{th}(O_2 + 3.76N_2) \rightarrow 0.8CO_2 + 1.6H_2O + (0.15 + 3.76a_{th})N_2$$

$$O_2 : 0.05 + a_{th} = 0.8 + 0.8 \rightarrow a_{th} = 1.55$$



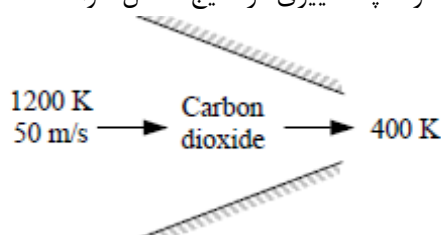
$$\text{percent, theoretical, air} = \frac{m_{air,act}}{m_{air,th}} = \frac{N_{air,act}}{N_{air,th}} = \frac{(5.0) \times (4.76) \text{ kmol}}{(1.55)(4.76) \text{ kmol}} = 323\%$$

$$V = \frac{RT}{P} = \frac{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3 / \text{kg} \cdot \text{K})(298 \text{ K})}{100 \text{ kPa}} = 0.855 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$m_{air} = (AF) m_{fuel} = (37.1 \text{ kg air} / \text{kg fuel})(1.4 \text{ kg fuel} / \text{min}) = 51.94 \text{ m}^3 / \text{min}$$

$$V_{air} = (m v)_{air} = (51.94 \text{ kg} / \text{min})(0.855 \text{ m}^3 / \text{kg}) = 44.4 \text{ m}^3 / \text{min}$$

دی اکسید کربن با سرعت  $50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  و دمای  $1200 \text{ K}$  وارد یک نازل آدیاباتیک می‌شود. ضربه گرماهای ویژه را ثابت در نظر بگیرید. مطلوب است، تعیین عدد ماخ در ورودی و خروجی. اگر ضرائب ویژه متغیر فرض شوند چه تغییری در نتایج حاصل خواهد شد.



$$C_1 = \sqrt{K_1 RT_1} = \sqrt{(1.288)(0.1889 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{K})(1200 \text{ K}) \left( \frac{1000 \text{ m}^2 / \text{s}^2}{1 \text{ kJ} / \text{kg}} \right)} = 540.4 \text{ m} / \text{s}$$

$$M_{a1} = \frac{V_1}{C_1} = \frac{50 \text{ m} / \text{s}}{540.4 \text{ m} / \text{s}} = 0.0925$$

$$C_2 = \sqrt{K_2 RT_2} = \sqrt{(1.288)(0.1889 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{K})(400 \text{ K}) \left( \frac{1000 \text{ m}^2 / \text{s}^2}{1 \text{ kJ} / \text{kg}} \right)} = 312 \text{ m} / \text{s}$$

$$0 = h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \rightarrow 0 = C_p(T_2 - T_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}$$

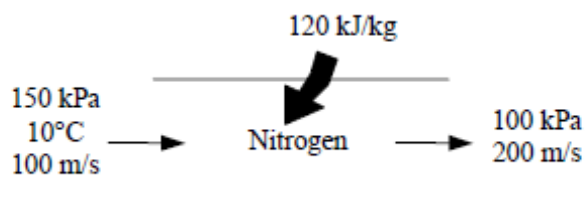
$$0 = (0.8439 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{K})(1200 - 400 \text{ K}) + \frac{V_2^2 - (50 \text{ m} / \text{s})^2}{2} \left( \frac{1 \text{ kJ} / \text{kg}}{1000 \text{ m}^2 / \text{s}^2} \right) \rightarrow V_2 = 1163 \text{ m} / \text{s}$$

$$M_{a2} = \frac{V_2}{C_2} = \frac{1163 \text{ m} / \text{s}}{312 \text{ m} / \text{s}} = 3.73$$

At  $1200 \text{ K} : c_p = 1.278 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{K}, k = 1.173 \rightarrow c_1 = 516 \text{ m} / \text{s}, v_1 = 50 \text{ m} / \text{s}, M_{a1} = 0.0969$

At  $400 \text{ K} : c_p = 0.9383 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{K}, k = 1.252 \rightarrow c_2 = 308 \text{ m} / \text{s}, v_2 = 1356 \text{ m} / \text{s}, M_{a2} = 4.41$

نیترژن در حالت پایا در شرایط  $T=10^\circ\text{C}, P=150 \text{ kPa}, V=100 \text{ m/s}$  وارد یک مبدل حرارتی شده و مقدار گرمای  $120 \text{ kJ/kg}$  دریافت می‌کند. نیترژن با فشار  $P=100 \text{ kPa}$  و سرعت  $V=200 \text{ m/s}$  مبدل را ترک می‌کند. مطلوب است تعیین عدد ماخ ورودی و خروجی نیترژن



$$C_1 = \sqrt{K_1 RT_1} = \sqrt{(1.400)(0.2968 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{K})(283 \text{ K}) \left( \frac{1000 \text{ m}^2 / \text{s}^2}{1 \text{ kJ} / \text{kg}} \right)} = 342.9 \text{ m} / \text{s}$$





$$M_{a1} = \frac{V_1}{C_1} = \frac{100 \text{ m/s}}{342.9 \text{ m/s}} = 0.292$$

$$q_{in} = c_p(T_2 - T_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}$$

$$120 \text{ kJ/kg} = (1.040 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C})(T_2 - 10^\circ\text{C}) + \frac{(200 \text{ m/s})^2 - (100 \text{ m/s})^2}{2} \left( \frac{1 \text{ kJ/kg}}{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2} \right) \rightarrow T_2 = 111^\circ\text{C} = 384 \text{ K}$$

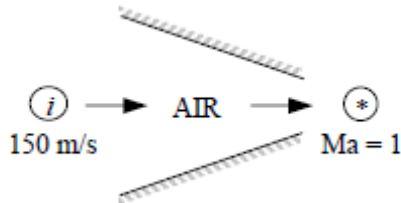
$$C_2 = \sqrt{K_2 R T_2} = \sqrt{(1.4)(0.2968 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K})(384 \text{ K}) \left( \frac{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2}{1 \text{ kJ/kg}} \right)} = 399 \text{ m/s}$$

$$M_{a2} = \frac{V_2}{C_2} = \frac{200 \text{ m/s}}{399 \text{ m/s}} = 0.501$$

At  $10^\circ\text{C}$ :  $c_p = 1.038 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$ ,  $k = 1.400 \rightarrow c_1 = 343 \text{ m/s}$ ,  $v_1 = 100 \text{ m/s}$ ,  $M_{a1} = 0.292$

At  $111^\circ\text{C}$ :  $c_p = 1.041 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$ ,  $k = 1.399 \rightarrow c_2 = 399 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = 200 \text{ m/s}$ ,  $M_{a2} = 0.501$

هوا در شرایط  $P=0.2 \text{ MPa}$  و  $T=350 \text{ K}$  و سرعت  $V=150 \text{ m/s}$  وارد یک نازل می‌شود. فشار و دمای هوا را در مکانی بیابید که عدد ماخ  $M=1$  می‌شود. مساحت در این مکان نسبت به ورودی چقدر می‌باشد.



$$T_o = T_i + \frac{V_i^2}{2c_p} = 350 \text{ K} + \frac{(150 \text{ m/s})^2}{2 \times 1.005 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}} \left( \frac{1 \text{ kJ/kg}}{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2} \right) = 361.2 \text{ K}$$

$$P_o = P_i \left( \frac{T_o}{T_i} \right)^{k/(k-1)} = (0.2 \text{ mpa}) \left( \frac{361.2 \text{ K}}{350 \text{ K}} \right)^{1.4/(1.4-1)} = 0.223 \text{ mpa}$$

$$T = 0.8333 T_o = 0.8333(361.2 \text{ K}) = 301 \text{ K}$$

$$P = 0.8333 P_o = 0.5283(0.223 \text{ mpa}) = 0.118 \text{ mpa}$$

$$C_i = \sqrt{K R T_i} = \sqrt{(1.4)(0.287 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K})(350 \text{ K}) \left( \frac{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2}{1 \text{ kJ/kg}} \right)} = 375 \text{ m/s}$$

$$M_{ai} = \frac{V_i}{C_i} = \frac{150 \text{ m/s}}{375 \text{ m/s}} = 0.40$$

$$\frac{A^*}{A_i} = \frac{1}{1.5901} = 0.629$$

هوای ایده‌آل با  $K=1.4$  وارد نازلی با ماخ  $M=2.4$  می‌شود. مساحت جریان در این نقطه برابر  $A=25 \text{ cm}^2$  می‌باشد. مساحت سطح مقطعی را بیابید که در آن ماخ  $M=1.2$  شود.

$$M_{a1} = 2.4: \frac{A_1}{A^*} = 2.4031 \rightarrow A^* = \frac{A_1}{2.4031} = \frac{25 \text{ cm}^2}{2.4031} = 10.40 \text{ cm}^2$$

$$M_{a2} = 1.2: \frac{A_2}{A^*} = 1.0304 \rightarrow A_2 = (1.0304)A^* = (1.0304)(10.40 \text{ cm}^2) = 10.7 \text{ cm}^2$$