

مجموعه کتب
کارشناسی ارشد

مهندسی صنایع

انتقال حرارت

فصل ۱

مقدمه‌ای بر انتقال حرارت – انتقال حرارت هدایتی

مقدمه

انتقال گرما، انرژی در حال جریان ناشی از اختلاف دما می‌باشد.

هرگاه اختلاف دمایی در دو قسمت از یک ماده یا بین دو ماده وجود داشته باشد انتقال گرما رخ می‌دهد. در ترمودینامیک این انتقال انرژی، به عنوان گرما تعریف می‌شود. علم انتقال گرما، آهنگ مبادله انرژی گرمایی انتقالی را توضیح می‌دهد و این تفاوت میان انتقال گرما و ترمودینامیک است. فرآیندهای مختلف انتقال گرما را شیوه‌های انتقال گرما می‌نامیم. برای بیان انتقال گرما در ماده ساکن (جامد یا سیال) که در آن تغییرات دما وجود دارد از واژه رسانایی استفاده می‌کنیم، واژه جابجایی هنگامی بکار می‌رود که انتقال گرما بین یک سطح جامد و یک سیال در حال حرکت با دمای متفاوت رخ دهد. شیوه سوم انتقال گرما، تابش گرمایی نام دارد. تمام سطوحی که در دمای معینی هستند، انرژی را به صورت امواج الکترومغناطیس صادر می‌کنند. بنابراین در غیاب ماده واسطه بین دو سطح بارهای متفاوت انتقال گرمای خالص تابشی رخ می‌دهد.

انتقال حرارت در حالت کلی به سه صورت انجام می‌گیرد:

- ۱- هدایت (رسانش)
- ۲- جابجایی (همرفت)
- ۳- تشعشع (تابش)

۱-۱ انتقال گرمای هدایتی

در صورت وجود اختلاف دما در جسم، انتقال گرمایی از ناحیه دما بالا به ناحیه دما پایین وجود دارد. در این صورت انرژی به طریق هدایت انتقال یافته و آهنگ انتقال گرما به ازای واحد مساحت متناسب است با گرادیان دما در راستای انتقال گرما:

$$\frac{q}{A} \sim \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1-1)$$

$$q = -KA \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{قانون فوریه} \quad (2-1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} &= \text{گرادیان یا اختلاف دما در جهت جریان گرما} \\ q &= \text{آهنگ انتقال گرما} \\ K &= \text{ضریب هدایت گرمایی با واحد: } \frac{W}{m \cdot C^\circ} \end{aligned} \right\}$$

* نکته ۱: علامت منفی برای تصدیق قانون دوم ترمودینامیک است.

* نکته ۲: $K > 0$ (ثابت ضریب هدایت گرمایی همیشه بزرگتر از صفر می باشد).

معادله کلی انتقال حرارت به شکل زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3-1)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{K} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{اگر } K \text{ مقدار ثابتی باشد:} \quad (4-1)$$

که α ضریب نفوذ حرارتی است و هر چه α بزرگتر باشد حرارت سریعتر در ماده پخش می شود به دو دلیل:

۱- بزرگ بودن α ، ممکن است به علت بزرگی K باشد، به عبارت دیگر توانایی جسم در هدایت و عبور دادن انرژی گرمایی بیشتر است.

۲- بزرگ بودن α ، به علت کوچکی ρC باشد یعنی از انرژی در حال عبور مقدار کمی صرف بالا بردن دمای جسم می شود و انرژی بیش تری منتقل می گردد.

$$\alpha = \frac{K}{\rho C}$$

مثال ۱: قانون اول فوریه کدام است؟

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\alpha \nabla^2 T + \frac{q}{\rho C_p} \quad (2) \quad h = -KA \Delta T \quad (1)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -D \nabla^2 c + G \quad (4) \quad q'' = h A \Delta T \quad (3)$$

حل: گزینه «۲»

مثال ۲: هدایت حرارتی (conduction) حالتی است که در آن حرارت از انتقال می یابد.

- (۱) قسمت بالای ظرف به قسمت پایین ظرف
- (۲) ناحیه ی حرارت بالا به ناحیه حرارت پایین
- (۳) ناحیه حرارت پایین به ناحیه حرارت بالا
- (۴) قسمت پایین ظرف به قسمت بالای ظرف

حل: گزینه «۲»

مثال ۳: موادی که . . . دارند هدایت حرارتی (conduction) در آنها بیشتر است.

- (۱) آنتالپی بیشتر
- (۲) چگالی بیشتر
- (۳) انرژی آزاد بیشتر
- (۴) ضریب هدایت حرارتی بزرگتر

حل: گزینه «۴»

مثال ۴: نرخ انتقال حرارت هدایتی کاهش می‌یابد اگر:

- (۱) ضریب نفوذ حرارتی کاهش یابد.
 (۲) چگالی کاهش یابد.
 (۳) گرمای ویژه کاهش یابد.
 (۴) ضریب هدایت حرارتی زیاد شود.

حل: گزینه «۱»

با توجه به $\alpha = \frac{K}{\rho C}$: کاهش α سبب کاهش نرخ انتقال گرمای هدایتی می‌شود.

۲-۱ هدایت در جامدات

جامدات بر دو دسته هستند:
 ۱- فلزات
 ۲- غیر فلزات

به طور کلی در جامدات ارتعاش شبکه بلوری سبب هدایت حرارت می‌شود.

همیشه انتقال حرارت در جهت کاهش دما می‌باشد.

الکترون‌های آزاد در فلزات عامل اصلی هدایت حرارت هستند و نسبت به ارتعاشات مولکولی نقش مهمتری دارند. اما در غیرفلزات تنها همان ارتعاشات مولکولی، سبب هدایت می‌شود.

انرژی یک مولکول به حرکت تصادفی و انتقالی، ارتعاشی و چرخشی آن بستگی دارد.

مثال ۵: مکانیزم اصلی در انتقال حرارت هدایتی در فلزات کدام است؟

- (۱) حرکت ارتعاشی محوری مولکول‌ها
 (۲) حرکت چرخشی مولکول‌ها
 (۳) جابجایی مولکول‌ها
 (۴) حرکت الکترون‌های آزاد

حل: گزینه «۴»

۳-۱ هدایت در مایعات

در مایعات ساکن تنها هدایت عامل انتقال انرژی گرمایی است. اگر در مایعات اختلاف دما کم باشد نقش هدایت در انتقال گرما ضعیف می‌شود.

۴-۱ نکات مهم در مورد ضریب هدایت حرارتی (K)

(۱) K به دما بستگی دارد $K = K_0(1 + \beta T)$

(۲) ضریب هدایت حرارتی هادی‌ها از عایق‌های الکتریکی بزرگ‌تر است.

(۳) ضریب هدایت حرارتی یک گاز با ریشه دوم دمای مطلق آن تغییر می‌کند. $K_{gas} \propto \sqrt{T}$

(۴) ضریب هدایت حرارتی اجسام متخلخل از ضرایب هدایت حرارتی اجسام غیرمتخلخل هم جنس بیشتر است. مثل K خاک
 اره که از K چوب بیشتر است.

(۵) $K_{گازها} > K_{مایعات} > K_{جامد غیر فلزی} > K_{آلیاژها} > K_{فلزخالص}$

(۶) در گازها با افزایش دما، K افزایش می‌یابد.

(۷) در گازها و مایعات K مستقل از فشار است.

(۸) در آب، K ابتدا با افزایش دما، افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد.

(۹) در روغن گلیسیرین و فرئون K ثابت است.

(۱۰) در فلزات (مانند مس) با افزایش دما، K کاهش می‌یابد. ولی در مورد آلومینیوم با افزایش دما، K زیاد می‌شود. در فولاد K با تغییر دما تغییر نمی‌کند.

مثال ۶: ضریب هدایت حرارتی (K):

- (۱) با تغییر دما تغییر می کند.
- (۲) در بسیاری موارد در محدوده هایی از درجه حرارت می توان آن را ثابت فرض کرد.
- (۳) در درجه حرارت های پایین با تغییر اندک دما به شدت تغییر می کند.
- (۴) همه گزینه ها صحیح است.

حل: گزینه «۴»

مثال ۷: ضریب هدایت حرارتی عموماً با افزایش درجه حرارت:

- (۱) برای گازها و جامدات کم می شود.
- (۲) در گازها زیاد و در جامدات کم می شود.
- (۳) در گازها و جامدات زیاد می شود.
- (۴) در گازها کم و در جامدات زیاد می شود.

حل: گزینه «۲»

مثال ۸: در دمای $10^\circ C$ ضریب هدایت حرارتی کدام ماده کوچکتر است؟

- (۱) هوا
- (۲) آب
- (۳) مس
- (۴) چوب

حل: گزینه «۱»

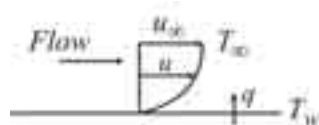
گازها در شرایط یکسان در مقایسه با مایعات و جامدات کمترین ضریب هدایت حرارتی را را دارا هستند.

مثال ۹: در حالت عادی (دما و فشار محیط) ضریب حرارتی مواد مختلف چگونه با هم مقایسه می شوند؟

- (۱) $K_{\text{جامدات}} > K_{\text{تورما}} > K_{\text{جامدات غیر فلزی}} > K_{\text{فلزات}}$
- (۲) $K_{\text{تورما}} > K_{\text{جامدات غیر فلزی}} > K_{\text{جامدات}} > K_{\text{فلزات}}$
- (۳) $K_{\text{جامدات غیر فلزی}} > K_{\text{جامدات}} > K_{\text{تورما}} > K_{\text{فلزات}}$
- (۴) $K_{\text{تورما}} > K_{\text{جامدات}} > K_{\text{جامدات غیر فلزی}} > K_{\text{فلزات}}$

حل: گزینه «۴»

۵-۱ انتقال حرارت به روش جابجایی



شکل ۱-۱

طبق قانون سرمایش نیوتن مقدار گرمای انتقال یافته در انتقال حرارت به روش جابجایی به سطح تماس دیواره با سیال (A)، اختلاف دمای دیواره و سیال ($T_w - T_\infty$)، خواص فیزیکی سیال، حرکت سیال و شکل هندسی سطح بستگی دارد:

$$q = hA(T_w - T_\infty) \quad \text{و} \quad h = \left(\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right) \quad (5-1)$$

دمای دیواره
دمای محیط

اگر عامل محرک سیال تنها وجود گرادیان دمایی بوده و عامل مکانیکی خارجی در حرکت سیال دخیل نباشد به انتقال حرارت صورت گرفته انتقال حرارت طبیعی و به مکانیزم انتقال حرارت جابجایی آزاد گویند. در غیر اینصورت انتقال حرارت به روش جابجایی اجباری انجام می‌شود. در شرایط یکسان:

$$h_{\text{جابجایی آزاد}} > h_{\text{جابجایی اجباری}}$$

* نکته ۳: در جابجایی اجباری مستقل از دما و در جابجایی طبیعی تابعی از ΔT به توان $\frac{1}{3}$ یا $\frac{1}{4}$ است و در

دیواره داغی که منجر به جوش آمدن سیال شود: $h \propto \Delta T^3$.

۱-۶ انتقال حرارت به روش تشعشع

انتقال حرارت و روش تشعشعی در دماهای بسیار بالا حائز اهمیت است، چرا که در این روش انتقال حرارت با توان چهارم درجه حرارت مطلق جسم متناسب است. این روش تنها روش انتقال حرارت است که نیازی به محیط مادی ندارد و در محیط خلأ کامل نیز امکان‌پذیر می‌باشد.

عوامل اصلی انتقال انرژی به روش تشعشع امواج الکترومغناطیسی یا فوتون‌ها هستند.

طبق قانون استفان بولتزمن مقدار گرمایی که از جسم ایده‌آل متشعشع می‌شود از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q = \sigma AT^4 \quad \text{و} \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \quad (6-1)$$

به σ ثابت استفان بولتزمن گویند.

به جسمی که این رابطه در مورد آن صدق می‌کند جسم سیاه (*Black*) گویند.

جسم سیاه جسمی است که تمام انرژی تشعشعی دریافتی را جذب می‌کند.

معمولاً اجسامی که رنگشان سیاه است، این خصوصیت را دارند. برف و یخ هم در بعضی از طول موج‌ها مثل جسم سیاه عمل می‌کنند. پس فقط رنگ معیار نیست، بلکه رفتار یک جسم در خصوص جذب کامل یا بازتابش حرارت دریافتی به طول امواج حرارتی بستگی دارد.

گاهی فرمول تشعشع را به شکل فرمول جابجایی می‌نویسند:

$$q'' = q/A \quad \text{و} \quad q'' = h_r(T_s - T_\infty) \quad (7-1)$$

کلیه دماها بر حسب کلونین است.

مثال ۱۰: انتقال حرارت تشعشعی بین دو صفحه با دماهای T_1 و T_2 حائز اهمیت است اگر:

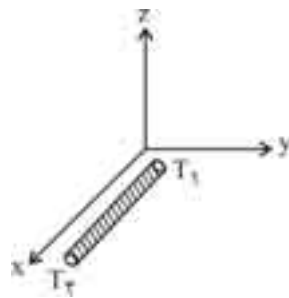
(۱) مقدار T ها زیاد و ΔT کم باشد. مقدار T ها کم و ΔT زیاد باشد.

(۳) مقدار T ها زیاد و ΔT زیاد باشد. (۴) موارد ۱ و ۳

حل: گزینه «۴»

۱-۷ شار گرمایی

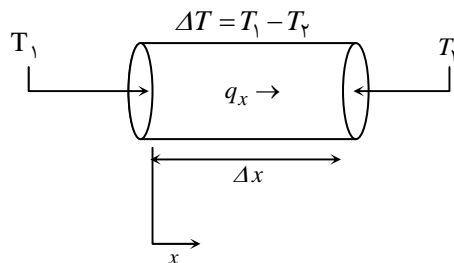
مطابق شکل یک میله استوانه‌ای از جنس معلوم را در نظر بگیرید که سطح جانبی آن کاملاً عایق‌بندی شده و سطوح قاعده‌های آن در دماهای متفاوت $T_1 > T_2$ نگه داشته شده باشد. اختلاف دما باعث انتقال گرمای رسانایی در جهت مثبت x می‌شود. نرخ انتقال گرما (q_x) قابل اندازه‌گیری است.



شکل ۳-۱

$$q_x \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

که K ضریب رسانایی گرما، A سطح مقطع استوانه و Δx طول آن است.



شکل ۴-۱

$$q_x'' = \frac{q_x}{A} = -K \frac{dT}{dx} \tag{۸-۱}$$

علامت منفی به این دلیل لازم است که انتقال گرما همواره در جهت کاهش دما رخ می‌دهد. در حالت کلی، قانون فوریه شار گرما را به صورت کمیتی برداری عمود بر سطح همدمای بیان می‌دارد.

$$q'' = -K \nabla T \tag{۹-۱}$$

$$q'' = -K \left(\vec{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \tag{۱۰-۱}$$

کاربرد قانون فوریه

رابطه کلی توزیع دما در سه مختصات کارتزین، استوانه‌ای، کروی مطابق زیر است:

مختصات	رابطه کلی توزیع دما
کارتزین	$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{K} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$
استوانه‌ای	$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\dot{q}}{K} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$
کروی	$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rT) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\dot{q}}{K} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$

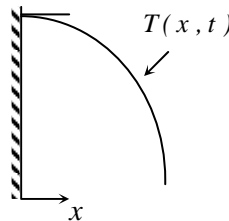
معادلات بالا را می‌توان با اعمال فرضیات زیر به معادلات ساده‌تری تبدیل کرد:

$$\left. \begin{array}{l} 1- \text{حالت پایدار} \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \\ 2- \text{عدم تولید گرما در جسم:} \quad \dot{q} = 0 \\ 3- \text{انتقال حرارت یک بعدی} \\ 4- \text{کوچک بودن شعاع نسبت به طول در استوانه یا ضخامت نسبت به طول در صفحه} \end{array} \right\}$$

در حل معادلات بالا چند نکته وجود دارد:

(۱) اگر یک طرف جسم عایق باشد از آن سطح گرمایی منتقل نمی‌شود و طبق قانون فوریه به معنی صفر بودن گرادیان‌ها در آن سطح می‌باشد:

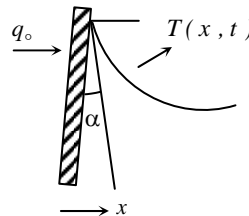
$$q \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (11-1)$$



(۲) وقتی مقدار ثابتی گرما وارد یا خارج شده باشد، گرادیان دما در آن نقطه مقدار ثابتی است:

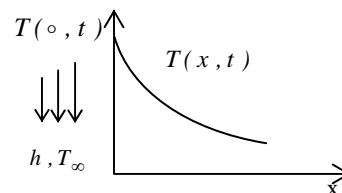
$$tg \alpha = \frac{-q_0''}{K} \quad (12-1)$$

$$\frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = -\frac{q_0''}{K} = tg \alpha$$



(۳) وقتی سطوح جسم با محیط اطراف تبادل حرارتی داشته باشد مقدار گرمای جابجا شده به روش هدایتی در جسم برابر مقدار گرمای انتقال یافته به روش جابجایی توسط سیال در تماس با لبه جسم است:

$$-K \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = h(T_\infty - T_{(0,t)}) \quad (17-1)$$



مثال ۱۱: کدام یک بیان کننده هدایت حرارتی به صورت غیر یکنواخت در جهت x است؟

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (2) \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

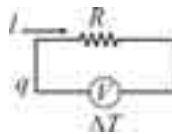
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{K}{\rho c_p} \left| \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right| \quad (4) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho c_p} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3)$$

حل: گزینه «۳»

توجه شود که منظور از غیر یکنواخت بودن تابعیت انتقال حرارت از زمان (t) است.

۸-۱ مفهوم مقاومت حرارتی

مشابه مفهوم مقاومت الکتریکی برای مدار بسته‌ای که از آن جریان الکتریسیته عبور می‌کند، برای حالتی که گرما به روش هدایت منتقل می‌شود هم می‌توان مقاومت حرارتی تعریف کرد. در این صورت عامل محرک (پتانسیل) ایجاد جریان گرما اختلاف دما (ΔT) است. (همانند اختلاف پتانسیل الکتریکی (ΔV) در جریان الکتریسیته).



شکل ۴-۱

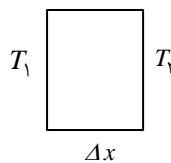
$$q = -K A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$I = \frac{V}{R}$$

$$|q| = \frac{\Delta T}{\left(\frac{\Delta x}{K A}\right)} \rightarrow R$$

دیواره تخت

(۱۴-۱)

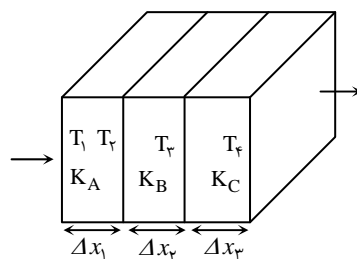


شکل ۵-۱

دیواره مرکب

همانند جریان الکتریسیته (I) یکسان گذرا از مقاومت‌های سری در این حالت هم تعداد گرمایی که از صفحات متوالی عبور می‌کند مقدار یکسان و ثابتی است.

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\Delta x_1}{K_A \cdot A}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{\Delta x_2}{K_B \cdot A}} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{\Delta x_3}{K_C \cdot A}} \quad (۱۵-۱)$$

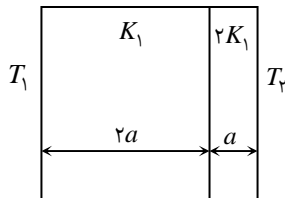


شکل ۶-۱

رابطه کلی برای T_1, T_2 :

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\sum R}$$

$$\sum R = \frac{\Delta x_1}{K_A \cdot A} + \frac{\Delta x_2}{K_B \cdot A} + \frac{\Delta x_3}{K_C \cdot A} \quad (1-16)$$



مثال ۱۲: در شکل زیر دمای فصل مشترک دو دیواره در حالت یکنواخت کدام است؟

$$\frac{T_1 + T_2}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{5}(T_1 + 4T_2) \quad (2)$$

$$\frac{1}{5}(T_2 + 4T_1) \quad (3)$$

حل: گزینه «۳»

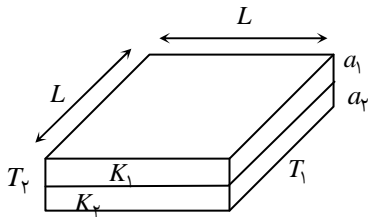
$$q'' = \frac{K_1}{2a}(T_1 - T_s) = \frac{2K_1}{a}(T_s - T_2)$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{1}{5}(T_1 + 4T_2)$$

دمای فصل مشترک

دو دیواره

مثال ۱۳: در شکل زیر مقاومت حرارتی در راستای انتقال توسط کدام عبارت زیر بیان می‌شود؟

(دمای دو طرف صفحات T_1 و T_2 است)

$$\frac{1}{K_1 a_1 + K_2 a_2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{K_1 a_1 + K_2 a_2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{K_1 K_2 a_1 a_2} \quad (3)$$

$$\frac{K_1 K_2 a_1 a_2}{K_1 a_1 + K_2 a_2} \quad (4)$$

$$K_1 a_1 + K_2 a_2 \quad (5)$$

حل: گزینه «۲»

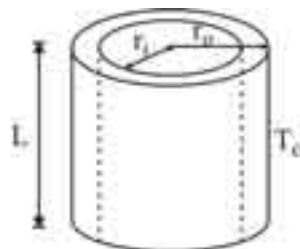
توجه شود در این حالت مقاومت‌های حرارتی به صورت «موازی» ترکیب شده‌اند و ΔT برای همه آنها یکسان است.

$$R_1 = \frac{L}{K_1 A_1} = \frac{L}{K_1 a_1 L} = \frac{1}{K_1 a_1}$$

$$R_2 = \frac{L}{K_2 A_2} = \frac{L}{K_2 a_2 L} = \frac{1}{K_2 a_2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = K_1 a_1 + K_2 a_2 \Rightarrow R = \frac{1}{K_1 a_1 + K_2 a_2}$$

۹-۱ مقاومت‌های حرارتی برای استوانه

فرض کنید استوانه بلندی داریم که شعاع داخلی آن r_i و شعاع خارجی‌اش r_o است. دما در داخل استوانه T_i و در سطح بیرون T_o است.

شکل ۷-۱

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0 \quad (17-1)$$

$$\begin{cases} r = r_i & : T = T_i \\ r = r_o & : T = T_o \end{cases}$$

$$q_r = -(\pi r L) K \cdot \frac{dT}{dr} \quad (18-1)$$

اگر از طرفین انتگرال بگیریم خواهیم داشت:

$$-\left(\frac{q_r}{\pi r L}\right) \int_{r_i}^{r_o} \frac{dr}{r} = \int_{T_i}^{T_o} dT$$

$$q_r = \frac{\pi K L (T_i - T_o)}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)} \quad (19-1)$$

$$R_{cond} = \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{\pi K L} \quad (20-1)$$

مقاومت حرارتی برای استوانه

مثال ۱۴: اگر در استوانه بلندی به شعاع R و ضریب هدایت حرارتی K ، حرارت \dot{q} در واحد حجم استوانه تولید شود معادله توزیع درجه حرارت در استوانه کدام است؟

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{\dot{q}}{K} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{\dot{q}}{K} = 0 \quad (3)$$

حل: گزینه «۱»

* نکته ۴: مقاومت حرارتی کره:

$$R_{cond} = \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}}{4K\pi} \quad (21-1)$$

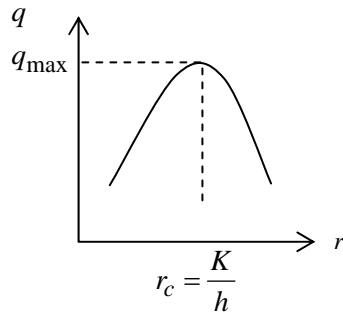
۱۰-۱ شعاع بحرانی عایق

به مجموع طول ضخامت عایق اطراف یک کره یا استوانه و شعاع کره و استوانه مذکور که در این طول مقاومت حرارتی کل سیستم حداقل و یا به عبارت دیگر انتقال حرارت سیستم حداکثر می‌گردد اصطلاحاً شعاع بحرانی عایق می‌گویند. در دیوار مسطح با افزایش ضخامت عایق، مقاومت گرمایی زیاد شده و اتلاف گرمایی کم می‌شود اما در استوانه یا کره‌ای که با ماده‌ای عایق‌بندی شده است با افزایش ضخامت عایق تا شعاع بحرانی مقاومت جابجایی کاهش یافته و مقاومت هدایتی زیاد می‌شود. و در کل مقاومت حرارتی کل سیستم کاهش می‌یابد، پس اگر ضخامت عایق به گونه‌ای باشد که شعاع خارجی آن کمتر از شعاع بحرانی باشد با این عایق‌بندی اتلاف حرارتی زیاد می‌شود. در نتیجه شعاع عایق باید از شعاع بحرانی بیشتر باشد تا اتلاف حرارتی کم شود.

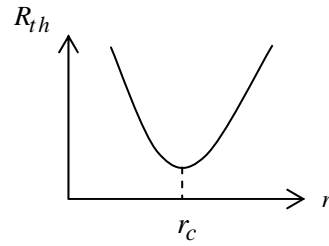
$$\sum R_{th} = \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{\pi K L} + \frac{1}{\pi r_o L h} \Rightarrow \frac{d \sum R_{th}}{d r_o} \Big|_{r_c} = 0$$

برای استوانه شعاع بحرانی برابر است:

$$r_c = \frac{K}{h}$$



شکل ۸-۱



شکل ۹-۱

* نکته ۵: شعاع بحرانی در کره: $r_c = \frac{2K}{h}$

مثال ۱۵: مقدار افت حرارتی در شعاع بحرانی:

(۱) کمتر از سایر شعاع‌ها است.

(۳) به نوع عایق بستگی دارد.

حل: گزینه «۲»

مثال ۱۶: شعاع بحرانی عایق برای کره و استوانه به ترتیب برابر کدام گزینه است؟

(۴) $\frac{h}{2K}, \frac{h}{2K}$

(۳) $\frac{K}{h}, \frac{2K}{h}$

(۲) $\frac{h}{2K}, \frac{h}{K}$

(۱) $\frac{2K}{h}, \frac{K}{h}$

حل: گزینه «۳»

مثال ۱۷: شعاع بحرانی عایق کره‌ای با $K = 0.1 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ در محیطی با ضریب جابجایی $0.5 \frac{W}{m^2 \cdot K}$ چقدر است؟

(۴) 4.0 cm

(۳) 3.0 cm

(۲) 1.0 cm

(۱) 2.0 cm

حل: گزینه «۴»

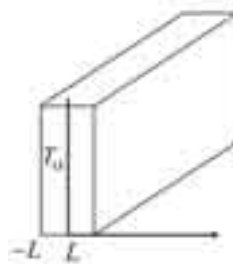
$$r_c = \frac{2K}{h} = \frac{2 \times 0.1}{0.5} = 0.4 \text{ m} = 4.0 \text{ cm}$$

۱۱-۱ دیواره تخت با چشمه حرارتی (یک بعدی)

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{K} = 0 \quad , \quad B.C \begin{cases} x = \pm L \\ T = T_\infty \end{cases} \quad (1-22)$$

$$T = -\frac{\dot{q}}{K} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$$

$$\begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = T_\infty = T_w + \frac{\dot{q}L^2}{2K} \end{cases}$$

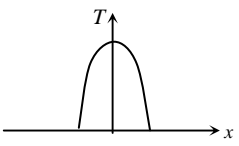


شکل (۱-۱)

* نکته ۶: معمولاً حداکثر دما در وسط دیواره اتفاق می افتد.

* نکته ۷: اگر جسم در حالت سرد شدن باشد پروفایل مطابق شکل (۱۱-۱) است:

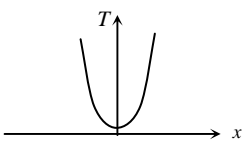
مطابق شکل در این حالت نمودار دارای یک ماکزیمم است که از همین مطلب می توان فهمید جداره های جسم سردتر از مرکز جسم است و این یعنی این که جسم در حال سرد شدن است.



(شکل ۱۱-۱)

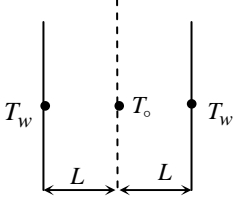
* نکته ۸: اگر جسم در حال گرم شدن باشد پروفایل دما مطابق شکل (۱۲-۱) است.

مطابق شکل در این حالت نمودار دارای یک مینیمم است که از همین مطلب می توان فهمید جداره های جسم گرم تر از مرکز جسم است و این یعنی این که جسم در حال گرم شدن است.



(شکل ۱۲-۱)

مثال ۱۸: جسم صلب زیر دارای منبع حرارتی q است. توزیع دما:



$$\frac{T - T_w}{T_w - T_o} = \frac{x}{L} \quad (۲)$$

$$\frac{T - T_o}{T_w - T_o} = \frac{x^2}{L} \quad (۱)$$

$$\frac{T - T_o}{T_w - T_o} = \left[\frac{x}{L} \right]^2 \quad (۴)$$

$$\frac{T - T_w}{T_w - T_o} = \left[\frac{x}{L} \right]^2 \quad (۳)$$

حل: گزینه «۴»

در $x = 0 \leftarrow T = T_o$

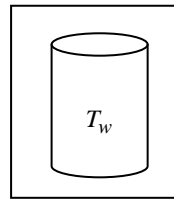
در $x = L \leftarrow T = T_w$

$$\left. \begin{aligned} T = \frac{\dot{q}}{2K}(L^2 - x^2) + T_w &\Rightarrow (T - T_w) = \frac{\dot{q}}{2K}(L^2 - x^2) \\ (T_o - T_w) &= \frac{\dot{q}}{2K}L^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{T - T_w}{T_o - T_w} = 1 - \frac{x^2}{L^2} \Rightarrow 1 - \frac{T - T_w}{T_o - T_w} = \frac{T - T_o}{T_w - T_o} = \left[\frac{x}{L} \right]^2$$

۱۲-۱ استوانه توپیر با چشمه حرارتی

یک استوانه توپیر با چشمه حرارتی مطابق شکل در نظر بگیرید:



شکل ۱-۱۳

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{\dot{q}}{K} = 0 \quad B.C \begin{cases} r=R \\ T=T_w \end{cases} \quad BC \begin{cases} r=0 \\ \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -\frac{\dot{q}}{K} \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}}{K} \frac{r^2}{4} + C_1 \ln r + C_2$$

$$r=0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \quad \text{و} \quad \begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = T_w + \frac{\dot{q}}{K} \cdot \frac{R^2}{4} \end{cases}$$

$$(r=0) \quad \text{دما در مرکز استوانه} \quad T_0 = T_w + \frac{\dot{q}}{K} \frac{R^2}{4} = C_2$$

$$T = \frac{-\dot{q} r^2}{K \cdot 4} + T_w + \frac{\dot{q}}{K} \frac{R^2}{4} \Rightarrow T = \frac{\dot{q} r^2}{K \cdot 4} + T_w + \frac{\dot{q}}{K} \frac{R^2}{4}$$

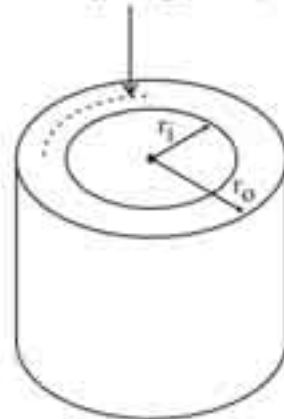
$$T - T_w = \frac{\dot{q}}{4k} (R^2 - r^2) \quad \text{توزیع دمای شعاعی} \quad (1-23)$$

۱۳-۱ استوانه توخالی با چشمه یکنواخت حرارتی توزیع شده

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{\dot{q}}{K} = 0$$

$$B.C \begin{cases} r=r_i & \text{و} & T=T_i \\ r=r_o & \text{و} & T=T_o \end{cases}$$

چشمه حرارتی اینجا پراکنده است.



شکل ۱-۱۴

نهایتاً خواهیم داشت.

$$T = \frac{-\dot{q}}{4K} r^2 + C_1 \ln r + C_2$$

$$T - T_o = \frac{\dot{q}}{4K} (r_o^2 - r^2) + C_1 \ln \frac{r}{r_o} \quad \text{و} \quad C_1 = \frac{T_i - T_o + \frac{\dot{q}(r_i^2 - r_o^2)}{4K}}{\ln \frac{r_i}{r_o}} \quad (24-1)$$

مثال ۱۹: اگر دمای سطح سیم فولادی T_s و شعاع سیم R باشد و جریان برق از این سیم عبور کند با استفاده از معادله‌ی

(منبع حرارتی = \dot{q} و دمای مرکز سیم = T_o) : $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \frac{dT}{dr}) + \frac{\dot{q}}{K} = 0$ توزیع دما برابر است با:

$$\frac{T - T_s}{T_o - T_s} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (2) \qquad \frac{T - T_s}{T_o - T_s} = \frac{r}{R} \quad (1)$$

$$\frac{T - T_s}{T_o - T_s} = \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)^2 \quad (4) \qquad \frac{T - T_s}{T_o - T_s} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^3 \quad (3)$$

حل: گزینه «۲»

از رابطه (۱-۲۳) داریم:

$$T - T_s = \frac{a}{4K} (R^2 - r^2)$$

$$T_o - T_s = \frac{a}{4K} R^2$$

$$\frac{T - T_s}{T_o - T_s} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

مثال ۲۰: لوله‌ای به قطر داخلی 5cm و قطر خارجی 7cm از جنس آهن با $K = 50 \frac{\text{W}}{\text{m.K}}$ دمای سطوح داخلی و خارجی آن به

ترتیب 100°C و 20°C است. میزان افت حرارتی برای واحد طول لوله برابر است با:

$$\frac{2}{3} \frac{\text{kW}}{\text{m}} \quad (4) \qquad \frac{2}{5} \frac{\text{kW}}{\text{m}} \quad (3) \qquad \frac{7}{4} \frac{\text{kW}}{\text{m}} \quad (2) \qquad \frac{6}{9} \frac{\text{kW}}{\text{m}} \quad (1)$$

حل: گزینه «۲»

$$q = \frac{\Delta T}{R} = \frac{T_i - T_o}{\ln \frac{r_o}{r_i}} = \frac{100 - 20}{\ln \left(\frac{7}{5}\right)} = 74694 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

$$\frac{2}{\pi k} \qquad \frac{5}{2\pi \times 50}$$

مثال ۲۱: در انتقال حرارت هدایتی در استوانه‌ای با پوشش‌های متفاوت، کدام گزینه درست است؟

(۱) شار حرارتی و q در لایه‌ها هر دو تغییر می‌کنند.

(۲) شار حرارتی q در هر لایه ثابت است.

(۳) شار حرارتی متغیر و q در هر لایه ثابت است.

(۴) اطلاعات ناقص است.

حل: گزینه «۳»

$$q = q'' A = q'' (\pi r L) \Rightarrow$$

بنابراین با تغییر شعاع، q'' هم تغییر می‌کند.

مثال ۲۲: در یک سیم با شعاع R و رسانایی گرمایی K برق جریان دارد. شدت تولید گرما درون سیم \dot{q} است. دمای وسط سیم از دمای سطح آن چقدر بیشتر است؟

$$\frac{\dot{q}R^2}{K} \quad (۲) \quad \frac{\dot{q}R^2}{2K} \quad (۳) \quad \frac{\dot{q}R^2}{4K} \quad (۴)$$

حل: گزینه «۴»

$$r = 0 \Rightarrow T = T_{\max} = \frac{\dot{q}R^2}{4K} + T_w \Rightarrow T - T_w = \frac{\dot{q}R^2}{4K}$$

* نکته ۵: کره توپر با چشمه یکنواخت حرارتی توزیع شده

$$T(r) = \frac{\dot{q}R^2}{6K} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) + T_w \quad (۱-۲۵)$$

$$T_{\max} = T_w + \frac{\dot{q}R^2}{6K}$$

مثال ۲۳: مقاومت گرمایی پوسته کروی شکل توخالی با شعاع داخلی r_i و شعاع خارجی r_o با ضریب هدایت گرمایی K را بدست آورید.

$$R_{th} = \frac{1}{2K\pi} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o} \right) \quad (۲) \quad R_{th} = \frac{K}{2\pi r_i r_o} \quad (۱)$$

$$R_{th} = \frac{1}{4K\pi} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o} \right) \quad (۴) \quad R_{th} = \frac{4\pi}{Kr_i r_o} \quad (۳)$$

حل: گزینه «۴»

مثال ۲۴: مقاومت رسانشی یک پوسته کروی با شعاع داخلی r_1 و شعاع خارجی r_2 و ضریب رسانش k کدام است؟

$$\frac{r_2 - r_1}{4K\pi r_1 r_2} \quad (۱) \quad \frac{r_1 r_2}{4K\pi (r_2 - r_1)} \quad (۲)$$

$$\frac{4K\pi r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad (۳) \quad \frac{4K\pi (r_2 - r_1)}{r_1 r_2} \quad (۴)$$

حل: گزینه «۱»

$$R_{cond} = \frac{1}{4K\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{r_2 - r_1}{4K\pi r_1 r_2}$$

مثال ۲۵: مقاومت گرمایی یک پوسته کروی با شعاع درونی $r_i = 5 \text{ mm}$ و شعاع بیرونی $r_o = 10 \text{ mm}$ و ضریب هدایت حرارتی

$$K = 20 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\frac{2}{\text{W}} \quad (۱) \quad \frac{0.125}{\text{W}} \quad (۲) \quad \frac{1.0/3}{\text{W}} \quad (۳) \quad \frac{0.397}{\text{W}} \quad (۴)$$

حل: گزینه «۴»

$$R = \frac{1}{4K\pi} \left[\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o} \right] = \frac{1}{4\pi \times 20} \left[\frac{1}{0.005} - \frac{1}{0.01} \right] = 0.397$$

نکات کلیدی فصل اول

- ۱- انتقال گرما در محیط به سه طریق هدایت، جابجایی و تشعشع انجام می‌شود.
- ۲- نرخ هدایت گرمایی در یک محیط به هندسه، ضخامت، جنس ماده و اختلاف دما در عرض محیط بستگی دارد.
- ۳- با زیاد کردن سطح و اختلاف درجه حرارت و کم کردن ضخامت آهنگ انتقال گرما به روش هدایت افزایش می‌یابد.
- ۴- قانون فوریه: $q = -K \frac{dT}{dx}$ (وجود علامت منفی به علت این است که انتقال گرما در جهت کاهش دما صورت می‌گیرد).
- ۵- در مایعات غالباً ضریب هدایت گرمایی با افزایش دما، کاهش می‌یابد.
- ۶- در برخی از فلزات ضریب هدایت گرمایی با افزایش دما، کاهش می‌یابد مثل مس. در برخی دیگر افزایش می‌یابد مثل آلومینیوم و در برخی بدون تغییر می‌ماند مثل فولاد.
- ۷- انتقال گرما در مایعات ساکن به صورت هدایت و تشعشع انجام می‌شود.
- ۸- انتقال گرمای تشعشعی، فقط در دماهای بالا اهمیت می‌یابد.
- ۹- گازها به علت کم بودن چگالی و ظرفیت ویژه حرارتی‌شان، مواد مناسبی برای ذخیره انرژی نیستند.
- ۱۰- ضریب نفوذ گرمایی، معرف نسبت هدایت حرارتی به ذخیره سازی حرارت است.
- ۱۱- معادله انتقال گرمای ۲ بعدی در حالت پایا و بدون چشمه گرمایی به صورت زیر است:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

- ۱۲- معادله انتقال گرما در حالت پایا، در راستای شعاعی بدون تولید انرژی و در مختصات استوانه‌ای به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

- ۱۳- معادله انتقال گرما در حالت پایا در راستای شعاعی بدون تولید انرژی و در مختصات کروی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

- ۱۴- در هدایت یک بعدی، پایا، بدون تولید انرژی نرخ انتقال گرما در سطح دیواره و شار انتقال گرما مستقل از x هستند.
- ۱۵- اگر نقطه اکسترمم منحنی توزیع $T(x, t)$ روی سطح قرار گیرد نشان دهنده این است که سطح عایق شده است.
- ۱۶- اگر منحنی توزیع $T(x, t)$ دارای \min باشد نشان دهنده گرم شدن ماده است و اگر دارای \max باشد یعنی ماده در حال سرد شدن است.
- ۱۷- رابطه دما در انتقال حرارت یک بعدی و پایا، با منبع گرمایی در دیوار تخت به صورت زیر است:

$$T(x) = -\frac{\dot{q}}{2K} x^2 + C_1 x + C_2$$

(ثوابت C_1 و C_2 به شرایط مرزی مسأله بستگی دارند).

- ۱۸- رابطه دما در انتقال حرارت یک بعدی، پایا بدون تولید انرژی و در استوانه توخالی به صورت زیر است:

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 \quad (\text{ثوابت } C_1 \text{ و } C_2 \text{ به شرایط مرزی مسأله بستگی دارد})$$

- ۱۹- در هدایت یک بعدی، پایا بدون تولید انرژی در استوانه یا کره نرخ انتقال گرما در جهت شعاعی ثابت است ولی شار گرمایی ثابت نیست.

- ۲۰- رابطه دما در انتقال حرارت یک بعدی، پایا با تولید انرژی در استوانه توپر عبارت است از:

(ثوابت C_1 و C_2 به شرایط مرزی مسأله بستگی دارند.) $T(r) = -\frac{\dot{q}}{4K}r^2 + C_1 \ln r + C_2$

۲۱- اگر استوانه در مجاورت سیال با دمای T باشد. دمای سطح آن، T_s ، برابر است با:

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}r_o}{2h}$$

۲۲- رابطه دما در انتقال گرمای یک بعدی، پایا، بدون تولید انرژی در کره توخالی:

$$T(r) = +\frac{C_1}{r} + C_2$$

۲۳- رابطه دما در انتقال گرمای یک بعدی، پایا با تولید انرژی در کره توپر:

$$T(r) = -\frac{\dot{q}r^2}{6K} + \frac{C_1}{r} + C_2$$

۲۴- اگر کره در مجاورت سیال با دمای T_∞ باشد دمای سطح آن برابر است با:

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}r_o}{3h}$$

۲۵- مقاومت گرمایی یک محیط به هندسه و خواص گرمایی محیط وابسته است:

$$R_{cond} = \frac{L}{KA} \quad \text{و} \quad R_{convection} = \frac{1}{hA}$$

۲۶- هر گاه چند عایق داشته باشیم که ضریب هدایت گرمایی آن‌ها دارای تابعیت دمایی باشد. ترتیب قرار گرفتن آنها به صورت زیر است:

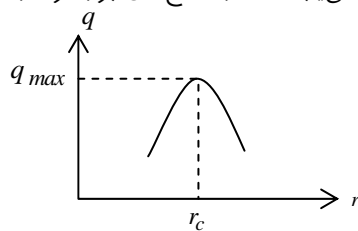
(K_1 ، تابع نزولی دما) | بخش گرم | K_2 | K_3 | بخش سرد

K_2 ، مستقل از دما

K_3 ، تابع صعودی دما

۲۷- در شعاع بحرانی مقاومت گرمایی حداقل و در نتیجه اتلاف گرما حداکثر است.

۲۸- در شعاع‌های کمتر از شعاع بحرانی با افزایش ضخامت عایق، اتلاف حرارتی افزایش می‌یابد اما در شعاع‌های بزرگتر از شعاع بحرانی افزایش ضخامت عایق سبب کاهش اتلاف حرارتی می‌شود.



۲۹- شعاع بحرانی استوانه: $r_c = \frac{K}{h}$

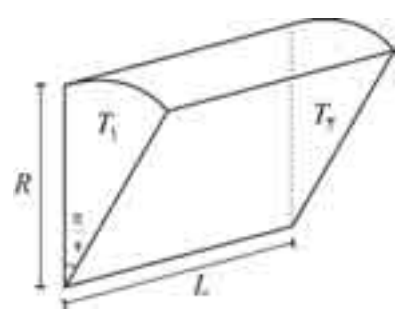
شعاع بحرانی کره: $r_c = \frac{2K}{h}$

دیوار مسطح: شعاع بحرانی ندارد.

۳۰- اگر استوانه یا کره چند لایه داشته باشیم برای تعیین شعاع بحرانی، از ضریب هدایت گرمایی آخرین لایه در تماس با محیط استفاده می‌کنیم.

تست های طبقه بندی شده فصل اول

۱- در یک ربع استوانه مطابق شکل زیر میزان انتقال حرارت یک بعدی در جهت محور استوانه در شرایط پایدار، کدام گزینه است؟ $(T_1 > T_2)$ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۹)



$$Q = \frac{kR^2 \pi (T_1 - T_2)}{4L} \quad (1)$$

$$Q = \frac{kR^2 \pi (T_1 - T_2)}{L} \quad (2)$$

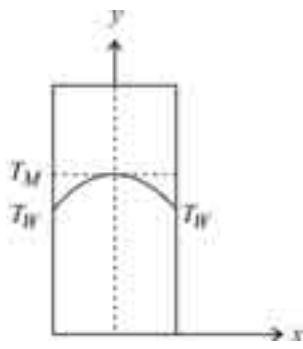
$$Q = \frac{kR^2 \pi (T_1 - T_2)}{2L} \quad (3)$$

$$Q = \frac{kR^2 \pi (T_1 - T_2)}{8L} \quad (4)$$

۲- کدام گزینه زیر مشخصات یک عایق متخلخل خوب را بیان می کند؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۹)

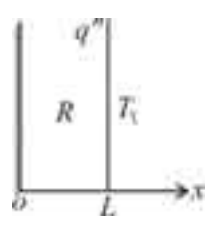
(۱) گاز درون فضای متخلخل ساکن باشد.
 (۲) قسمت جامد آن دارای ثابت هدایت حرارتی کوچکی باشد.
 (۳) تخلخل آن بزرگ باشد.
 (۴) همه موارد

۳- شکل زیر توزیع درجه حرارت در یک صفحه یک بعدی با منبع حرارتی در حالت پایا را نشان می دهد. در این شکل T_M دمای ماکزیمم و مرکز جسم می باشد. اگر ضخامت جسم به نصف تقلیل یابد در صورتی که دمای دیواره همانند حالت قبل برابر با T_W و حرارت تولید در واحد حجم مشابه قبل باشد. در حالت پایا دمای ماکزیمم چه وضعیتی نسبت به حالت اول خواهد داشت؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۸)



- (۱) کمتر از T_W است.
 (۲) برابر با T_W است.
 (۳) بیشتر از T_W است.
 (۴) برابر با T_W است ولی در مرکز جسم واقع نیست.

۴- در دیواره شکل زیر q'' حرارت تولیدی به ازای واحد حجم است. اگر در $x = L$ دمای سطح برابر T_1 باشد در شرایط پایا دمای سطح عایق شده چقدر است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۷)



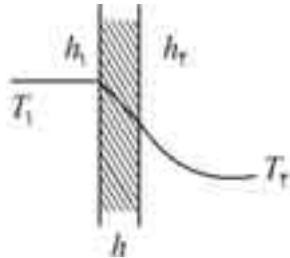
$$T_1 + \frac{q''L}{k} \quad (1)$$

$$T_1 + \frac{q''L^2}{2k} \quad (2)$$

$$T_1 = \frac{q''L^2}{k} \quad (3)$$

$$T_1 + \frac{q''L}{2k} \quad (4)$$

۵- توزیع دمای پایا در سیستمی که دیواره‌ی جامدی دو سیال با دمای توده T_1 و T_2 را از هم جدا می‌کند به صورت زیر است. کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) k ثابت بوده و $h_1 < h_2$
 (۲) k ثابت بوده و $h_1 \ll h_2$
 (۳) k ثابت بوده h_0 بسیار بزرگ و $h_1 = h_2 = h_0$ معین
 (۴) k ثابت بوده و $h_1 = h_2$

۶- یک سیم الکتریکی به قطر ۳ میلی‌متر و طول ۵ متر با یک پوشش پلاستیکی به ضخامت ۲ میلی‌متر که ضریب هدایت حرارتی آن $k = 0.15 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ می‌باشد، پوشیده شده است. اگر این عایق حرارتی در محیطی به دمای ۳۰ درجه سانتی‌گراد

که ضریب انتقال حرارت جابجایی آن $12 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ است قرار گیرد، شعاع بحرانی عایق پلاستیکی کدام است؟

(مهندسی شیمی - سراسری ۸۶)

- (۱) ۸ سانتی‌متر
 (۲) ۴ سانتی‌متر
 (۳) ۱۲/۵ میلی‌متر
 (۴) ۸/۵ میلی‌متر

۷- یک لوله با قطر D و طول L به وسیله المان الکتریکی حرارت داده می‌شود که شار حرارتی در طول لوله به صورت زیر $q''(x) = q''_0 \sin \frac{\pi x}{L}$ تغییر می‌نماید. سیال در دمای T_{mi} وارد شده و در دمای T_{mo} خارج می‌شود. تابعیت دمای

(مهندسی شیمی - سراسری ۸۶)

خروجی چگونه خواهد بود؟

$$T_{mo} = T_{mi} + 4 \frac{DLq''_0}{\dot{m}C_p} \quad (۲)$$

$$T_{mo} = T_{mi} + 2 \frac{DLq''_0}{\dot{m}C_p} \quad (۱)$$

$$T_{mo} = T_{mi} + \frac{DLq''_0}{\dot{m}C_p} \quad (۳)$$

$$T_{mo} = T_{mi} + \frac{DLq''_0}{\dot{m}C_p} \quad (۴)$$

۸- شرط توسعه‌یافتگی حرارتی برای شرط مرزی دمای ثابت در دیواره در داخل کانال چیست؟ (T_w دمای دیواره و T_b دمای بالک سیال است.)

(مهندسی شیمی - سراسری ۸۶)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_b - T}{T_w - T_b} \right] = 0 \quad (۲)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_w - T}{T_w - T_b} \right] = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial T_b}{\partial x} = 0 \quad (۴)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (۳)$$

۹- در صورتی که تغییرات دما با مکان در داخل یک دیوار در یک زمان مشخص t_1 در یک فرآیند گذرا به صورت زیر باشد از آن چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

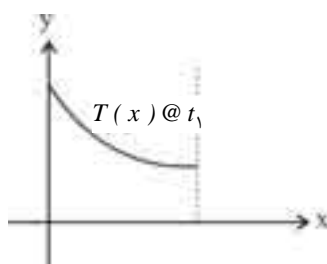
(مهندسی شیمی - سراسری ۸۶)

(۱) سرد یا گرم شدن دیواره بستگی به ضریب هدایت حرارتی آن دارد.

(۲) دیوار در ابتدا گرم و در زمان دیگری سرد می‌شود.

(۳) دیوار گرم می‌شود.

(۴) دیوار سرد می‌شود.

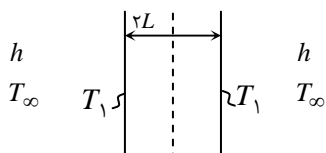


۱۰- دیواری به ضخامت $2L$ مفروض است. انتقال حرارت در این دیوار فقط در جهت x صورت می‌گیرد. اگر دیوار در مقطع $2L$ شار حرارتی q_w دریافت کند و در معرض هوا با دمای T_∞ و ضریب انتقال حرارت h_o باشد، شرط مرزی جهت حل معادله دیفرانسیل انتقال حرارت در این مقطع عبارتست از:

$$-K \frac{\partial T}{\partial x} /_{x=2L} + q_w + h(T_\infty - T_w) = 0 \quad (2) \qquad -K \frac{\partial T}{\partial x} /_{x=2L} = h(T_w - T_\infty) \quad (1)$$

$$-K \frac{\partial T}{\partial x} /_{x=2L} = h(T_\infty - T_w) - q_w \quad (4) \qquad -K \frac{\partial T}{\partial x} /_{x=2L} = h(T_w - T_\infty) + q_w \quad (3)$$

۱۱- در صفحه‌ای به ضخامت $2L$ حرارت با نرخ \dot{q} (W/m^3) تولید می‌شود. اگر جدارها در دو طرف در دمای T_1 و محیط دارای دمای T_∞ ($T_1 > T_\infty$) و سطح نیز برابر A باشد، مقدار حرارت انتقال یافته از صفحه به محیط در شرایط پایا چقدر است؟



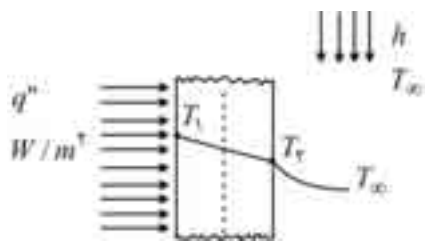
$$q = \dot{q} \quad (1)$$

$$q = \dot{q}(L.A) \quad (2)$$

$$q = 2\dot{q}LA \quad (3)$$

$$q = \dot{q}\left(\frac{L.A}{2}\right) \quad (4)$$

۱۲- در دیوار تخت جامد شکل زیر در صورتی که ضریب هدایت حرارتی ثابت و برابر K و مساحت دیواره A باشد کدام یک از روابط زیر صحیح است؟



$$T_1 = \frac{q''}{h} + T_\infty \quad (1)$$

$$T_1 = \frac{q''}{h} + T_\infty \quad (2)$$

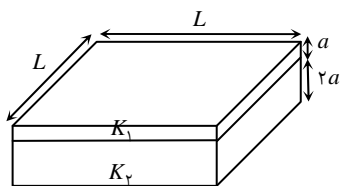
$$T_1 = \frac{q''}{h} - T_\infty \quad (3)$$

$$T_1 = \frac{q''}{h} - T_\infty \quad (4)$$

۱۳- چند میله فلزی با اندازه‌های یکسان، اما از جنس‌های مختلف را از یک سر ناگهان بر روی آتش می‌گیریم. اگر K ضریب هدایت گرمایی و α ضریب نفوذ گرمایی باشد سر دیگر میله‌ای زودتر داغ خواهد شد که دارای باشد.

- (۱) α بزرگ‌تر
- (۲) K بزرگ‌تر
- (۳) α, K بزرگ‌تر
- (۴) α بزرگ‌تر و K کوچک‌تر

۱۴- در شکل مقابل مقاومت حرارتی در جهت x کدام است؟



$$\frac{a(K_1 + K_2)}{K_1 K_2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{a(k_1 + 2k_2)} \quad (2)$$

$$\frac{a(2k_1 + k_2)}{Lk_1 k_2} \quad (3)$$

$$\frac{L}{(2K_1 + K_2)} \quad (4)$$



۱۵- علت نسبتاً زیاد بودن ضریب هدایت حرارتی مس، کدام است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۷۵)

- (۱) بالا بودن جرم مخصوص مس
(۲) بالا بودن گرمای ویژه‌ی مس
(۳) کم بودن میل ترکیبی مس
(۴) وجود الکترون‌های آزاد در مس

۱۶- ضریب هدایت حرارتی عموماً با افزایش درجه حرارت (مهندسی شیمی - سراسری ۷۵)

- (۱) برای گازها کم و برای جامدات زیاد می‌شود.
(۲) برای گازها زیاد و برای جامدات کم می‌شود.
(۳) برای گازها و جامدات هر دو کم می‌شود.
(۴) برای گازها و جامدات هر دو زیاد می‌شود.

۱۷- ضریب هدایت حرارتی جامدات با هدایت الکتریکی آن‌ها عموماً (مهندسی شیمی - سراسری ۷۵)

- (۱) قابل پیش‌بینی نیست.
(۲) نسبت معکوس دارد.
(۳) نسبتی ندارد.
(۴) نسبت مستقیم دارد.

۱۸- مکانیسم اصلی انتقال حرارت در رادیاتور ماشین چیست؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

- (۱) تشعشع
(۲) جابه‌جایی
(۳) تشعشع و هدایت
(۴) هدایت

۱۹- فرم معادله درجه حرارت در میله در حالت پایدار چگونه است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

$$\frac{dT}{dx} = m(T - T_{\infty}) \quad (۲) \quad \frac{d^2T}{dx^2} = \frac{dT}{dx} + m(T - T_{\infty}) \quad (۱)$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = m^2(T - T_{\infty}) \quad (۴) \quad \frac{d^2T}{dt^2} = mT \quad (۳)$$

۲۰- دیواره‌ای به ضخامت L دارای دمای ثابت T_1, T_2 در دو طرف می‌باشد. اگر ضریب هدایت حرارتی آن به صورت

$k = k_0 T^n$ باشد میزان انتقال حرارت پایدار به ازای واحد سطح آن چقدر است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

$$T_1 > T_2$$

$$K_0 = cte$$

$$q = \frac{K_0(T_1^n - T_2^n)}{2L} \quad (۴) \quad q = \frac{K_0(T_1^n - T_2^n)}{2L} \quad (۳) \quad q = \frac{K_0(T_1^n - T_2^n)}{3L^n} \quad (۲) \quad q = \frac{K_0(T_1^n - T_2^n)}{L} \quad (۱)$$

۲۱- برای عایق بندی لوله‌ای استوانه‌ای به شعاع خارجی $2cm$ از آزبست استفاده است. شعاع بحرانی عایق‌بندی چند cm

است؟ $(h = \frac{w}{m^2 \cdot K}, K_{asb} = \frac{w}{m \cdot K})$ (مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

(۱) $1/6$ (۲) $2/5$ (۳) 4 (۴) 40

۲۲- می‌خواهیم سطح بیرونی کره‌ای را با سه لایه عایق بیوشانیم ضریب گرمایی ماده اول (K_1) با افزایش دما کاهش می‌یابد.

ضریب گرمایی ماده دوم (K_2) با دما تغییر نمی‌کند و ضریب گرمایی ماده سوم (K_3) ماده سوم با افزایش دما بیشتر

می‌شود. مقرون به صرفه‌ترین ترتیب عایق پیچی کدام است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

- (۱) لایه‌ی k_1 را در سمت کوره قرار دهیم.
(۲) لایه‌ی k_3 را در سمت کوره قرار دهیم.
(۳) لایه‌ی k_2 را در سمت کوره قرار دهیم.
(۴) فرقی ندارد.

۲۳- معادله‌ی انتقال حرارت پایدار یک بعدی در مختصات کارتزین برای جسمی که در آن حرارت یکنواخت \dot{q} تولید

می‌شود، عبارت است از: (مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

$$-K \frac{dT}{dx} + \dot{q} = 0 \quad (۴) \quad \frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad (۳) \quad \frac{d^2T}{dx^2} - \dot{q} = 0 \quad (۲) \quad \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad (۱)$$

۲۴- در عایق‌بندی لوله‌ها شعاع بحرانی به صورت $r_c = \frac{K}{h}$ تعریف می‌شود. این شعاع بیانگر این مطلب است که:

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

- ۱) شعاع بحرانی باید از شعاع لوله بیشتر باشد.
- ۲) شعاع بحرانی باید از شعاع لوله کوچک‌تر باشد و با افزایش عایق‌بندی به شعاع بحرانی می‌تواند رسید.
- ۳) مادامی که شعاع عایق‌کاری کمتر از شعاع بحرانی باشد اتلاف حرارتی با افزایش عایق‌بندی افزایش می‌یابد.
- ۴) مادامی که شعاع عایق‌کاری بیشتر از شعاع بحرانی باشد اتلاف حرارتی با افزایش عایق‌بندی افزایش می‌یابد.

۲۵- در یک لوله به شعاع بیرونی r_o و شعاع درونی r_i و طول L که ضریب هدایت حرارتی آن K مقداری ثابت است. دمای سطح بیرونی T_o و سطح درونی T_c ثابت می‌باشد. شدت انتقال حرارت را به صورت $q = \frac{(T_1 - T_o)}{R}$ می‌توان نوشت.

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

مقدار R با کدام یک از عبارتهای زیر برابر است؟

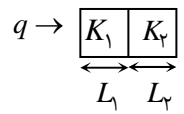
$$\begin{matrix} \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right) & \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right) & \frac{1}{\frac{r_i}{2K\pi L} - \frac{1}{\frac{r_o}{4K\pi L}}} & \left(\frac{1}{\frac{r_i}{2K\pi L}} - \frac{1}{\frac{r_o}{4K\pi L}}\right) \\ \frac{r_i}{2K\pi L} & \frac{r_i}{4K\pi L} & \frac{r_i}{2K\pi L} & \frac{r_i}{4K\pi L} \end{matrix} \quad (۴) \quad (۳) \quad (۲) \quad (۱)$$

۲۶- دیواره‌های مسطح کوره‌ای را از محیط جدا می‌کند. گرادیان دما در دیواره ثابت است. اگر ضخامت دیواره را دو برابر کنیم شار حرارتی انتقالی از دیواره:

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

- ۱) ثابت می‌ماند.
- ۲) نصف می‌شود.
- ۳) دو برابر می‌شود.
- ۴) $\sqrt{2}$ برابر می‌شود.

۲۷- یک سیستم (Lumped) به صورت زیر متشکل از دو فلز در تماس کامل با هم (مقاومت تماس وجود ندارد) موجود است. ضریب هدایت حرارتی معادل عبارت است از:



$$\begin{matrix} \frac{K_1}{L_1} + \frac{K_2}{L_2} & \frac{2K_1 \times K_2}{L_1 \times L_2} & K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} & k = \frac{K_1 + K_2}{2K_1 K_2} \\ \frac{2(K \frac{k_1}{L_1})(\frac{K_2}{L_2})}{L_1} & \left(\frac{K_1}{L_1}\right) + \left(\frac{K_2}{L_2}\right) & (۲) & (۱) \end{matrix} \quad (۴) \quad (۳)$$

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

۲۸- k فلزات و k گازها با افزایش دما:

- ۱) K فلزات و K گازها هر دو افزایش می‌یابند.
- ۲) K گازها ممکن است کم یا زیاد شود ولی K فلزات کاهش می‌یابد.
- ۳) K گازها ممکن است کم یا زیاد شود ولی K فلزات افزایش می‌یابد.
- ۴) K فلزات ممکن است کم یا زیاد شود ولی K گازها افزایش می‌یابد.

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

۲۹- مکانیزم انتقال حرارت هدایتی در سیالات چیست؟

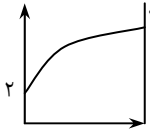
- ۱) گرادیان حرارتی
- ۲) حرکت بی‌نظم ملکولها
- ۳) انتقال انرژی مثبت
- ۴) ارتعاش ملکولی

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)

۳۰- در یک جسم جامد اگر $K \rightarrow \infty$ کدام عبارت صحیح است؟

- ۱) در شرایط ناپایدار گرادیان درجه حرارت یکنواخت و بزرگ‌تر از صفر می‌باشد.
- ۲) در شرایط پایدار گرادیان درجه حرارت زیاد می‌شود.
- ۳) در شرایط ناپایدار گرادیان درجه حرارت زیاد می‌شود.
- ۴) در شرایط پایدار توزیع درجه حرارت یکنواخت می‌شود.

۳۱- در تیغه، توزیع دما در حالت ناپایدار مانند شکل زیر است. می توان گفت که (مهندسی شیمی - سراسری ۷۶)



(۱) تیغه در حالت سرد شدن است.

(۲) تیغه در حال گرم شدن است.

(۳) اطلاعات کافی نیست.

(۴) هر دو حالت ۱ و ۳ می تواند باشد.

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۷)

$$\text{۳۲- قانون فوریه } \dot{q}_x = -K_x \frac{\partial T}{\partial x} |_x$$

(۱) را می توان برای سطوح سیال در حال حرکت هم به کار برد.

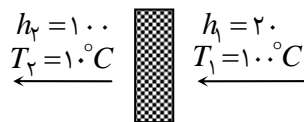
(۲) برای سطوح سیال ساکن و اجسام جامد صادق است.

(۳) فقط برای سطوح اجسام جامد صادق است.

(۴) فقط برای سطوح جامد در حالت پایدار صادق است.

۳۳- ورقه نازکی از جنس مس دو محیط با شرایط زیر را از هم جدا می کند. دمای ورقه مسی در حالت پایدار چقدر است؟

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۷)



۱۵ (۱)

۲۵ (۲)

۴۵ (۳)

۵۵ (۴)

۳۴- جسم کروی به شعاع R با تولید انرژی داخلی \dot{q} دارای پوسته ای به شعاع $2R$ است و در محیطی با دمای T_∞ و

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۷)

ضریب انتقال حرارت h قرار دارد. دمای سطح خارجی پوسته برابر است با :

$$\frac{T_\infty + R\dot{q}}{(12h \ln R)} \quad (2) \qquad \frac{T_\infty + R\dot{q}(K_1 + K_2)}{4h(K_1 + K_2)} \quad (1)$$

$$T_\infty + \frac{R\dot{q}}{12h} \quad (4) \qquad T_\infty + \frac{R^2\dot{q}}{4h} \quad (3)$$

۳۵- لوله ای به قطر خارجی $4cm$ ، $k = 200 \frac{W}{m.K}$ توسط عایق با ضریب هدایتی $K = 0.3 \frac{W}{m.K}$ پوشانده می شود. اگر ضریب

انتقال حرارت جابه جایی محیط $h = 10 \frac{W}{m^2.K}$ باشد ضخامت عایق چند cm باشد تا شدت انتقال حرارت به حداکثر

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۷)

مقدار خود برسد؟

۴ (۴)

۰.۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۶- یک مخزن کروی شکل که حاوی آب در دمای $98^\circ C$ می باشد. در معرض هوای $20^\circ C$ قرار گرفته است. موثرترین متد

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۷)

برای افزایش انتقال حرارت از این مخزن کدام روش است؟

(۱) افزایش ضریب هدایتی مخزن به ضخامت $10mm$ از $30 \frac{W}{m.C}$ به دو برابر.

(۲) افزایش ضریب انتقال حرارت در داخل مخزن با به هم زدن از $2000 \frac{W}{m^2.C}$ به دو برابر.

(۳) افزایش ضریب انتقال هوا از $10 \frac{W}{m^2.C}$ به دو برابر.

(۴) کاهش ضخامت دیواره مخزن از $10mm$ به $5mm$

۳۷- دما در دو طرف دیواری T_1, T_0 است. برای ضریب رسانش دیوار سه حالت می توان در نظر گرفت:

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۷)

الف) $K_1 = K_0 = cte$ ب) $K_2 = K_0(1 + \alpha T)$ ج) $K_3 = K_0(1 - \alpha T)$

انتقال گرما بر اساس کدام ضریب بیشتر است؟

۱) $q_2 > q_1 > q_3$ ۲) $q_2 = q_3 > q_1$ ۳) $q_2 < q_1 < q_3$ ۴) $q_1 > q_2 > q_3$

۳۸- اگر ضریب هدایت حرارتی بی نهایت بزرگ باشد چه مفهومی دارد؟

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۷)

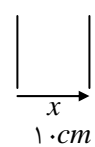
۱) $\frac{dT}{dx} = 0$ ۲) $\frac{dT}{dx} = cte$ ۳) $\frac{dT}{dx} = \infty$ ۴) $\frac{dT}{dx} = f(x)$

۳۹- در شکل زیر توزیع درجه حرارت در جسم جامدی با ضریب هدایت حرارتی $K = 40 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ از رابطه‌ی

$T = 50 + 0.5x^2$ که در آن x بر حسب متر و T بر حسب $^\circ C$ است پیروی می کند. چنانچه این جسم در محیطی با دمای

$30^\circ C$ قرار گیرد شار حرارتی از جسم به محیط در حالت پایا کدامیک از مقادیر زیر است؟

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۸)



۱) $q = 2 \frac{W}{m^2}$ ۲) $q = 40 \cdot \frac{W}{m^2}$
 ۳) $q = 20 \cdot \frac{W}{m^2}$ ۴) $q = 4 \frac{W}{m^2}$

۴۰- تابع توزیع دما در یک جسم عبارت است از $T = 150x^3 - 30x^2 + 5$ وضعیت این جسم با کدامیک از حالات زیر

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۸)

مطابقت دارد؟

- ۱) از این جسم در $x = 0$ حرارت خارج می شود.
- ۲) این جسم در $x = 0$ عایق می باشد.
- ۳) این جسم در $x = 0$ حرارت دریافت می کند.
- ۴) بسته به ضریب هدایت ممکن است هر یک از حالات فوق اتفاق بیفتد.

۴۱- مخترعی ادعا می کند که ماده عایق جدیدی ساخته است که ضریب رسانای گرمایی (K) آن با دما (t بر حسب $^\circ C$)

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۹)

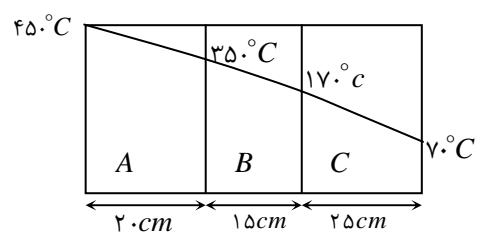
رابطه‌ای به صورت روبرو دارد: $K = -52 + \frac{t}{25}$ آیا ادعای او پذیرفتنی است؟

- ۱) خیر، زیرا خاصیت ابررسانایی دارد.
- ۲) بلی، چون عایق بسیار خوبی است.
- ۳) بلی، چون بعضی آلیاژها چنین رفتاری دارند.
- ۴) خیر، چون قانون دوم ترمودینامیک را نقض می کند.

۴۲- برای یک دیوار کامپوزیت متشکل از ۳ لایه با مواد مختلف مقادیر دما و ضخامت‌ها در روی شکل نشان داده شده است.

(مهندسی شیمی - سراسری ۷۹)

از پارامترهای فوق نشان می دهند که :



- ۱) سطوح آزاد مواد A, C گرم می شوند.
- ۲) در بین لایه‌های A, B تولید حرارت وجود دارد.
- ۳) لایه‌های A, C جنس یکسانی دارند.
- ۴) در بین مواد ماده B کمترین ضریب هدایتی را دارا می باشد.

۴۳- دما در دو طرف صفحه فلزی $T_1 > T_2$ می‌باشد. ضریب هدایت این صفحه به وسیله $K = K_0 + \alpha T$ داده شده است. اگر دما در وسط صفحه T_m فرض شود کدام گزینه صحیح است؟ (α ثابت و مثبت است.) (مهندسی شیمی - سراسری ۷۹)

$$T_m > \frac{(T_1 + T_2)}{2} \quad (1)$$

$$T_m = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (2)$$

$$T_m < \frac{(T_1 + T_2)}{2} \quad (3)$$

(۴) بستگی T_m به ضریب انتقال حرارت در دو طرف صفحه ممکن است بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از $\frac{T_1 + T_2}{2}$ گردد.

۴۴- یک صفحه عمودی مربع شکل به ضلع $1m$ و دمای متوسط $100^\circ C$ در معرض هوای آرام با دمای $20^\circ C$ قرار گرفته است. نرخ انتقال حرارت از یک طرف این صفحه به طور تقریب چند وات است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۷۹)

$$8000 \quad (1) \quad 4000 \quad (2) \quad 400 \quad (3) \quad 40 \quad (4)$$

۴۵- انتقال حرارت به صورت هدایت (مهندسی شیمی - سراسری ۷۹)

(۱) در گازها انجام نمی‌شود. (۲) فقط در جامدات انجام می‌شود.

(۳) فقط در جامدات و مایعات انجام می‌شود. (۴) در تمام مواد (جامدات و مایعات و گازها) انجام می‌پذیرد.

۴۶- به دلیل واکنش هسته‌ای در داخل یک دیوار فلزی به شکل همگونی حرارت تولید و از طریق دو وجه آن به بیرون هدایت می‌شود. کدام رابطه بیانگر توزیع پایای دما در امتداد ضخامت صفحه در مختصات کارتزین است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۰)

$$\nabla^2 T = 0 \quad (1) \quad \nabla \times k \nabla T + \dot{q} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \rho c_p \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (3) \quad \frac{dT}{dx} + \frac{\dot{q}}{K} [1 + \beta(T - T_l)] = 0 \quad (4)$$

۴۷- ضریب نفوذ گرمایی معرف می‌باشد. (مهندسی شیمی - سراسری ۸۰)

(۱) شدت ذخیره سازی حرارت (۲) شدت انتقال حرارت به طریق هدایت

(۳) نسبت هدایت حرارتی به ذخیره‌سازی حرارت (۴) نسبت شدت ذخیره‌سازی حرارت به هدایت حرارتی

۴۸- در یک لوله استوانه‌ای به شعاع داخل r_1 و شعاع خارجی r_2 روغن با دمای T_1 عبور می‌کند. اگر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بیرون لوله با هوا h و دمای هوا T_2 و ضریب هدایت حرارتی لوله K باشد میزان انتقال حرارت در واحد طول در حالت پایا کدام است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۰)

$$\frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2\pi r_2 h} + \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi K}} \quad (1) \quad \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2\pi r_1 h} + K \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (2) \quad \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2\pi h} + \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi K}} \quad (3) \quad \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2\pi r_2 h} + \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi K}} \quad (4)$$

۴۹- ضریب هدایت گرمایی سه ماده عایق نسبت به یکدیگر چنین است: $k_1 > k_2 > k_3$

بدنه کوره‌ای با سه لایه از این سه ماده عایق با ضخامت یکسان پوشیده شده است. ترتیب لایه‌گذاری چگونه باید باشد تا

اتلاف گرمایی کوره کم‌تر شود؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۰)

(۱) لایه K_2 روی سطح کوره قرار گیرد.

(۲) لایه K_1 روی سطح کوره قرار گیرد.

(۳) ترتیب لایه‌ها فرقی نمی‌کند.

(۴) لایه K_1 روی سطح لایه K_2 وسط و لایه K_3 را بیرون قرار دهیم.

۵۰- در یک استوانه توپر و بلند به شعاع r که در آن انرژی حرارتی به صورت همگون به میزان $g \cdot \left(\frac{w}{m}\right)$ تولید می شود و

دمای جداره آن برابر T_2 است. میزان شار حرارتی $g(r)$ کدام است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۰)

(۱) $\frac{g \cdot r^2}{2}$ (۲) $\frac{g \cdot r}{4}$ (۳) $\frac{g \cdot r}{2}$ (۴) $\frac{g \cdot r^2}{4}$

۵۱- یک دیواره مرکب تشکیل شده است از دیوار A به ضخامت 20cm و ضریب هدایت $5 \frac{w}{m^{\circ}C}$ ، دیوار B به ضخامت

2cm و ضریب هدایت حرارتی $4 \frac{w}{m^{\circ}C}$ اگر دما در سطح بیرونی دیوار A ، $33^{\circ}C$ و در سطح بیرونی دیوار B برابر

$10^{\circ}C$ باشد دما در سطح مشترک A, B برابر با چند درجه سانتی گراد است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۰)

(۱) $12/5$ (۲) 15 (۳) 20 (۴) 26

۵۲- شوقازی را در نظر بگیرید که هوای اتاقی را گرم می کند. در کدام یک از شرایط زیر نرخ انتقال گرما از شوقاز به اتاق

تقریباً دو برابر می شود؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۱)

- (۱) سطح شوقاز ۲ برابر شود.
- (۲) دمای اتاق ۲ برابر شود.
- (۳) ضریب هدایت پره در جداره شوقاز دو برابر شود.
- (۴) اگر ضریب انتقال حرارت جابه جایی داخل آب و جداره ۲ برابر شود.

۵۳- ضریب هدایتی حرارتی بی نهایت بزرگ با کدام مورد هم خوانی دارد؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۱)

(۱) $\frac{dT}{dx} = 0$ (۲) $\frac{dT}{dx} = \infty$ (۳) عدد ثابت $\frac{dT}{dx}$ (۴) $\frac{dT}{dx} = f(x)$

۵۴- دیواری که ضخامت آن 10cm و انرژی برابر $10000 \frac{w}{m^3}$ در آن تولید می شود. به صورت عمودی در محیطی با دمای

$20^{\circ}C$ و ضرایب جابه جایی $h = 10 \frac{w}{m^2.C^{\circ}}$ قرار گرفته است. دمای سطوح این دیوار چند درجه $^{\circ}C$ است؟ (انتقال

گرما یک بعدی فرض می شود.) (مهندسی شیمی - سراسری ۸۱)

(۱) 120 (۲) 100 (۳) 80 (۴) 70

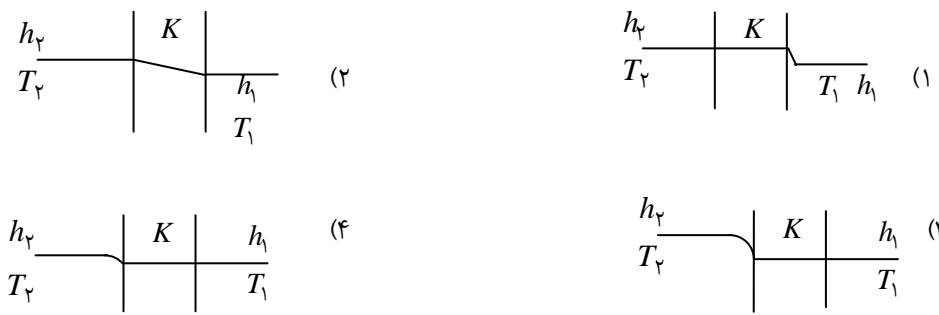
۵۵- یک دیواره مرکب از دو جنس مختلف با هدایت حرارتی K_1, K_2 با ضخامت یکسان تشکیل شده است. هدایت

حرارتی معادل کدام است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۱)

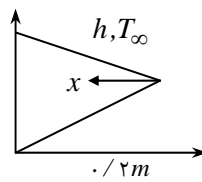
(۱) $K_1 K_2$ (۲) $K_1 + K_2$ (۳) $\frac{2K_1 K_2}{K_1 + K_2}$ (۴) $\frac{K_1 + K_2}{K_1 K_2}$

۵۶- صفحه ای دو سیال به دمای T_1, T_2 را از هم جدا می کند. اگر $T_2 > T_1$ باشد $h_1 \gg h_2$ کدام توزیع دما منطقی است؟

(مهندسی شیمی - سراسری ۸۱)



۵۷- توزیع دمای حالت پایا در یک پره مثلثی مطابق شکل با رابطه $T(x) = 200 + x^2$ بر حسب $^{\circ}C$ بیان شده است. میزان انتقال حرارت آن چند w است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۱)



- (۱) 0.1 (۲) 0.2 (۳) 0.3 (۴) 0.5

۵۸- بین اختلاف ولتاژ گرادیان دما و تفاوت فشار چه شباهتی وجود دارد؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۱)

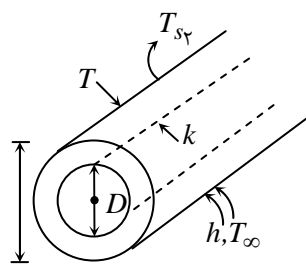
(۱) به ترتیب نیروی محرکه الکتریکی انتقال حرارت و جریان سیال هستند.
 (۲) چون واحدهای متفاوتی دارند شباهتی با یکدیگر ندارند.
 (۳) چون مربوط به سه پدیده متفاوت هستند شباهتی ندارند.
 (۴) هر کدام یکی از صورت‌های انرژی را بیان می‌کنند.

۵۹- سه دیواره فلزی با ضخامت یکسان و سطح مقطع یکسان به ترتیب دارای ضریب هدایت حرارتی $K_1 = a$ ، $K_2 = 2a$ ، $K_3 = 3a$ هستند. به ازای شار حرارتی مساوی نسبت اختلاف دمای دیواره مطابق با کدام گزینه است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۱)

- (۱) $1:2:3$ (۲) $3:2:1$ (۳) $1:1:1$ (۴) اطلاعات مساله ناقص است.

۶۰- یک میله‌ی استوانه‌ای طویل و توپر به قطر 1.5cm و ضریب هدایت $\frac{w}{m.K}$ در داخل آن حرارتی به طور یکنواخت به مقدار $30000 \frac{w}{m^3}$ تولید می‌شود این میله داخل یک پوشش استوانه‌ای به ضخامت 20mm و ضریب هدایت $\frac{w}{m.K}$ قرار دارد. سطح خارجی عایق در معرض جریان هوا با دمای $25^{\circ}C$ و ضریب جابه‌جایی $20 \frac{w}{m^2.K}$ قرار دارد. مطلوب است (مهندسی شیمی - سراسری ۸۲)

دمای سطح خارجی عایق :



- (۱) $35^{\circ}C$
 (۲) $40^{\circ}C$
 (۳) $45^{\circ}C$
 (۴) $50^{\circ}C$

۶۱- دیواری است به ضخامت $2L$ دما در $x=0$ برابر $95^{\circ}C$ در $x=L$ برابر $62^{\circ}C$ و در $x=2L$ برابر $35^{\circ}C$ است. کدام یک از موارد زیر صحیح است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۲)

- (۱) ضریب رسانش دیوار مستقل از دما است.
 (۲) ضریب رسانش دیوار مستقل از زمان است.
 (۳) ضریب رسانش دیوار با افزایش دما کم می‌شود.
 (۴) ضریب رسانش دیوار با افزایش دما زیاد می‌شود.

۶۲- در رابطه با عایق‌بندی یک لوله به شعاع خارجی R کدام یک از جملات زیر صحیح است؟

(مهندسی شیمی - سراسری ۸۲)

- ۱) شعاع بحرانی عایق فقط وابسته به جنس لوله است.
- ۲) شعاع بحرانی عایق‌بندی فقط وابسته به جنس عایق و جنس لوله می‌باشد.
- ۳) شعاع بحرانی عایق‌بندی فقط وابسته به جنس لوله و ضریب جابجایی هوای اطراف می‌باشد.
- ۴) شعاع بحرانی عایق‌بندی فقط وابسته به جنس عایق و ضریب جابجایی هوای اطراف می‌باشد.

۶۳- در شکل نشان داده شده مقاومت تعیین کننده در انتقال حرارت کدام است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۲)

$$h = 20 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

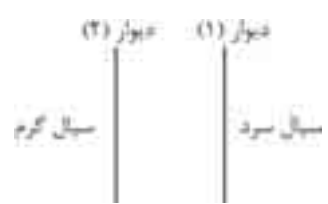
$$T_\infty = 100^\circ C$$

$$K = 0.1 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \quad L = 0.1 m \quad \text{دیوار (۱)}$$

$$K = 50 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \quad L = 0.02 m \quad \text{دیوار (۲)}$$

$$h = 0.1 \frac{W}{m^2 \cdot c}$$

$$T_\infty = 50^\circ c$$



- ۱) دیوار ۱ ۲) دیوار ۲ ۳) سیال گرم ۴) سیال سرد

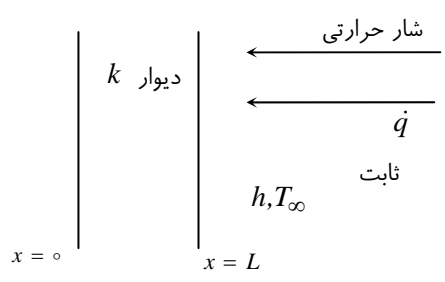
۶۴- دیوار مسطحی به ضخامت 20 cm و دماهای سطوح $20^\circ C$ ، $200^\circ C$ مفروض است. چنانچه ضریب هدایت دیوار با رابطه‌ی

$$K = 0.3(1 + 10^{-3}T) \quad T \text{ بر حسب } ^\circ C, K \text{ بر حسب } \frac{W}{m \cdot K} \text{ شار انتقال حرارت از دیوار را برحسب}$$

(مهندسی شیمی - سراسری ۸۲) حساب کنید. $\frac{W}{m^2}$

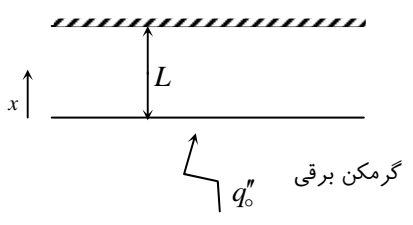
- ۱۰۰ (۱) ۲۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴)

۶۵- با توجه به شکل شرط مرزی برای $x = L$ چگونه است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۲)



- ۱) $q'' - K \frac{dT}{dx} + h(T - T_\infty) = 0$
- ۲) $q'' - K \frac{dT}{dx} - h(T - T_\infty) = 0$
- ۳) $q'' + K \frac{dT}{dx} - h(T - T_\infty) = 0$
- ۴) $q'' + K \frac{dT}{dx} + h(T - T_\infty) = 0$

۶۶- یک سیستم یک بعدی با خواص فیزیکی ثابت در دمای اولیه T_1 قرار دارد و ناگهان در تماس با یک گرمکن برقی قرار گرفته و شار حرارتی q_0 در سطح پایینی ایجاد می‌گردد. معادله‌ی دیفرانسیل مربوط به دما و شرایط مرزی و اولیه به صورت کدام یک از جواب‌های زیر خواهد بود؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۲)



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad B.C.s : x = 0 \Rightarrow q''_0 = K \frac{\partial T}{\partial x}, \quad x = L : \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad I.C : t = 0 \quad T = T_i \quad (1)$$

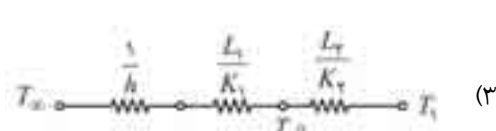
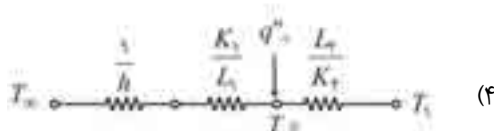
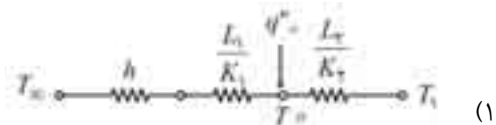
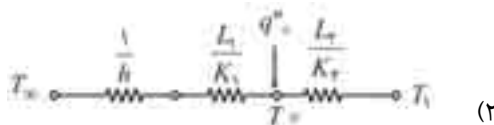
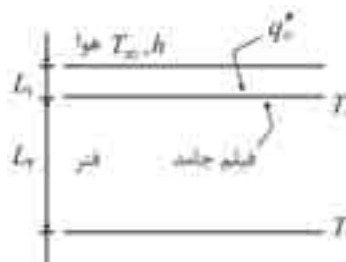
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad B.C.s : x = 0 \Rightarrow q''_0 = K \frac{\partial T}{\partial x}, \quad x = l \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad I.C : t = 0 \quad T = T_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + q' = 0 \quad B.C.s : x = 0 \Rightarrow T = T_0, \quad x = l \rightarrow T = T_0 \quad T.C : t = 0 \quad T = T_i \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q' = 0 \quad B.C.s : x = 0 \Rightarrow q''_0 = -K \frac{\partial T}{\partial x}, \quad x = l \rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad I.C : t = 0 \quad T = 0 \quad (4)$$

۶۷- در شکل زیر شار حرارتی q''_0 به صورت تشعشع به سطح نشان داده شده برخورد کرده و جذب می‌شود و دمای سطح را در T_0 ثابت نگاه دارید. مدار معادل حرارتی در شرایط پایا به صورت کدام یک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟

(مهندسی شیمی - سراسری ۸۲)



۶۸- سه پره (A, B, C) با طول محدود و ابعاد کاملاً مساوی به دیواری با دمای پایه ثابت $100^\circ C$ اتصال دارند و حرارت را به هوا

با دمای $25^\circ C$ انتقال می‌دهند. دمای انتهای کدام پره بزرگ‌تر است؟ ($K_A > K_B > K_C$) (مهندسی شیمی - سراسری ۸۳)

(۱) پره A

(۲) پره B

(۳) پره C (۴) دمای انتهای هر سه پره مساوی است.

(مهندسی شیمی - سراسری ۸۳)

۶۹- ضخامت بحرانی عایق در لوله‌ها به چه دلیلی بیان می‌شود؟

(۱) افزایش ضخامت عایق موجب ازدیاد سطح و افزایش انتقال حرارت می‌شود.

(۲) ضخامت بحرانی بر اساس حداکثر کردن افت حرارتی لوله‌ای با عایق استوانه‌ای به دست می‌آید.

(۳) افزایش ضخامت عایق بیشتر از شعاع بحرانی موجب افزایش هزینه خرید عایق و کاهش انتقال حرارت است.

(۴) این مسأله فقط در مورد عایق الکتریکی معنی دارد و در مورد عایق حرارتی قطر بهینه بی‌معنی است.

(مهندسی شیمی - سراسری ۸۴)

۷۰- کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

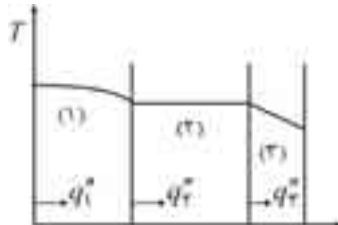
(۱) مقدار حرارت و شار حرارتی هر دو کمیت اسکالر هستند.

(۲) مقدار حرارت و شار حرارتی هر دو کمیت برداری هستند.

(۳) مقدار حرارت یک کمیت برداری ولی شار حرارتی یک کمیت اسکالر است.

(۴) مقدار حرارت یک کمیت اسکالر ولی شار حرارتی یک کمیت برداری است.

۷۱- در شکل زیر توزیع دمای پایا در یک دیواره‌ی مرکب که از سه ماده با ضرایب هدایت حرارتی و مساحت همسان تشکیل شده است دیده می‌شود کدام یک از جملات زیر q'' شار حرارتی در مرزها می‌باشد؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۴)



(۱) $q_1'' < q_2'' < q_3''$

(۲) $q_1'' < q_2'' < q_3''$

(۳) $q_1'' < q_2'', q_3'' > q_2''$

(۴) $q_1'' < q_2'', q_3'' = q_2''$

۷۲- دیواره‌ای به ضخامت L با هدایت حرارتی $K_0 T^2$ (عدد ثابت و T دما) در دست است اگر دو طرف آن در دمای T_1, T_2 ($T_1 > T_2$) باشند میزان انتقال حرارت حالت پایا کدام است؟ (مهندسی شیمی - سراسری ۸۴)

(۲) $q = \frac{K_0(T_1^3 - T_2^3)}{3L}$

(۱) $q = \frac{K_0(T_1^2 - T_2^2)}{3L}$

(۴) $q = \frac{K_0(T_1 - T_2)^3}{3L}$

(۳) $q = \frac{K_0(T_1^3 + T_2^3)}{3L}$

۷۳- یک میله‌ی فلزی به شعاع ۱۰ سانتی‌متر و طول ۲۵ سانتی‌متر مفروض است. این میله از هر طرف با فلاکس ثابت $50 \cdot \frac{W}{m^2}$

حرارت داده می‌شود. دمای محیط $20^\circ C$ و ضریب انتقال حرارت $40 \cdot \frac{W}{m^2 C}$ می‌باشد دمای سطح خارجی این میله برابر

(مهندسی شیمی - سراسری ۸۴)

است با :

(۴) $25^\circ C$

(۳) $30^\circ C$

(۲) $35^\circ C$

(۱) $40^\circ C$

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه بندی شده فصل اول

۱- گزینه «۴» - (متوسط)

$$Q = kA \frac{T_1 - T_2}{\ell} \quad A = \frac{\pi R^2}{\lambda} \Rightarrow Q = \frac{k \pi R^2 (T_1 - T_2)}{\lambda \ell}$$

طبق قانون فوریه:

۲- گزینه «۴» - (متوسط)

عایق باید ضریب هدایت حرارتی کوچک داشته باشد تا از انتقال گرمای هدایتی جلوگیری کند. حرکت گاز درون فضای متخلخل سبب انتقال حرارت به روش جابه‌جایی می‌شود؛ بنابراین گاز باید ساکن باشد. بزرگ بودن تخلخل سبب می‌شود درصد گاز بیش‌تر شود و چون ضریب هدایت حرارتی گازها کمتر از جامدات است، عایق بهتری خواهیم داشت.

۳- گزینه «۱» - (متوسط)

برای یک صفحه یک بعدی با منبع حرارتی \dot{q} داریم:

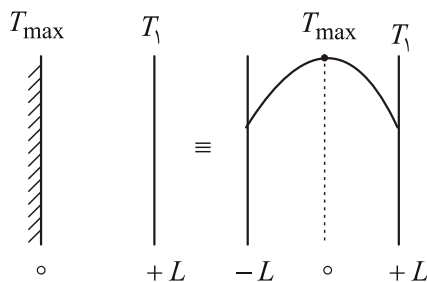
$$T_{\max} = T_w + \frac{\dot{q}}{2k} L^2$$

$$T_{M1} = T_w + \frac{\dot{q}}{2k} L^2, \quad T_{M2} = T_w + \frac{\dot{q}}{2k} \left(\frac{L}{2}\right)^2 = T_w + \frac{\dot{q}}{4k} L^2$$

$$\rightarrow T_{M1} > T_{M2}$$

۴- گزینه «۲» - (متوسط)

برای انتقال حرارت یک بعدی داریم:



$$T_{\max} = T_o = \frac{\dot{q} L^2}{2k} + T_1$$

توجه داشته باشید که حالت عایق مشابه، یک سیستم با طول $2L$ است که از دو طرف دمای سطح T_1 است و شار حرارتی \dot{q} در آن تولید می‌شود.

۵- گزینه «۳» - (متوسط)

چون پروفیل دمایی در تیغه خطی است، پس k ثابت است.

$$q'' = h_1 \Delta T_1 = \frac{k}{L} \Delta T = h_2 \Delta T_2$$

با توجه به رابطه بالا، h_1 بسیار بزرگ است (چون ΔT_1 تقریباً صفر است) و h_2 مقدار معینی می‌باشد.

۶- گزینه «۳» - (دشوار)

شعاع بحرانی عایق استوانه‌ای از رابطه $r_c = \frac{K}{h}$ بدست می‌آید. لذا:

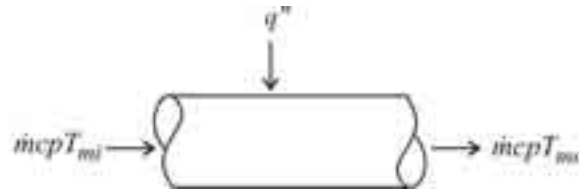
$$r_c = \frac{0.15}{12} = 12.5 \text{ mm}$$

۷- گزینه «۱» - (دشوار)

$$q'' = \int_0^L q''(x) dA = \int_0^L 2\pi q'' \cdot D \sin \frac{\pi x}{L} dx = 2LDq''$$

$$\dot{m} C_p T_{mi} + 2Lq'' = \dot{m} C_p T_{mo}$$

$$T_{m_o} = T_{m_i} + \frac{\sqrt{LD}}{mCp} q''_o$$



۸- گزینه «۱» - (ساده)

۹- گزینه «۳» - (ساده)

مطابق شکل داده شده جهت پروفیل دما به سمت بالا می باشد لذا $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} > 0$ است از طرف دیگر برای انتقال حرارت یک بعدی ناپایا داریم:

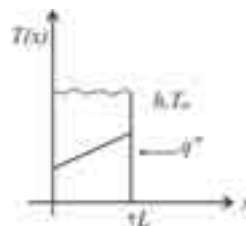
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

در نتیجه $\frac{\partial T}{\partial t} > 0$ یعنی دیواره در حال گرم شدن است.

۱۰- گزینه «۲» - (دشوار)

گرمای منتقل شده از دیواره = گرمای ورودی به دیواره : موازنه انرژی

$$q'' + h(T_\infty - T_w) = +k \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=2L}$$



و یا:

$$q'' + h(T_\infty - T_w) - k \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = 0$$

۱۱- گزینه «۳» - (ساده)

کل حرارت خروجی از دیواره از منبع حرارتی \dot{q} ناشی می شود و با توجه به این که \dot{q} به ازای واحد حجم دیواره است، باید در حجم دیواره ضرب شود یعنی: $q = \dot{q}(2AL)$

۱۲- گزینه «۱» - (ساده)

در حالت پایا کل حرارت ورودی به دیواره (q'') باید از آن خارج شده و به طریق جابجایی به محیط منتقل شود لذا:

$$q'' \cdot A = hA (T_\gamma - T_\infty) \Rightarrow T_\gamma = \frac{q''}{h} + T_\infty$$

۱۳- گزینه «۱» - (ساده)

α باید بزرگ تر باشد.

۱۴- گزینه «۲» - (ساده)

مقاومت ها موازی اند.

$$R_1 = \frac{L_1}{K_1 A_1} = \frac{L}{K_1 (aL)} = \frac{1}{K_1 a}$$

$$R_2 = \frac{L_2}{K_2 A_2} = \frac{L}{K_2 (2aL)} = \frac{1}{2K_2 a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{1}{a(K_1 + 2K_2)}$$

۱۵- گزینه «۴» - (ساده)

در فلزات الکترون های آزاد نقش اصلی را در انتقال حرارت هدایتی ایفا می کنند.

۱۶- گزینه «۲» - (ساده)

عموماً با افزایش درجه حرارت K گازها زیاد شده و K جامدات کاهش می یابد.

۱۷- گزینه « ۴ » - (ساده)

۱۸- گزینه « ۲ » - (ساده)

واژه رادیاتور با این که از لغت *radiation* گرفته شده است، ولی مکانیسم اصلی انتقال حرارت در آن جابه‌جایی است.

۱۹- گزینه « ۴ » - (متوسط)

در حالت پایدار برای میله داریم:

$$-K A \left. \frac{dT}{dx} \right|_x - (-KA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x+dx}) - hpdx (T - T_\infty) = 0$$

$$\Rightarrow KA \frac{d^2 T}{dx^2} - h.p.(T - T_\infty) = 0 \Rightarrow m = \sqrt{\frac{h.p}{KA}} \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = m^2 (T - T_\infty)$$

۲۰- گزینه « ۴ » - (متوسط)

$$K = K_0 T^2, \quad q = -KA \frac{dT}{dx} \Rightarrow q \int dx = \int -KA dT$$

$$\Rightarrow q \int dx = -A \int K_0 T^2 dT \Rightarrow \frac{q}{A} = \frac{K_0 (T_1^3 - T_2^3)}{3L}$$

۲۱- گزینه « ۲ » - (ساده)

در این مسأله احتمالاً این گونه فرض شده است که لوله در هوای آزاد معمولی که h آن تقریباً برابر ۱۰ است قرار دارد که از

$$r_c = \frac{K}{h} = \frac{0.2}{8} = 0.025 m = 2.5 cm$$

بین این گزینه‌ها گزینه « ۲ » بهترین جواب را با این فرض می‌دهد.

۲۲- گزینه « ۱ » - (متوسط)

نکته‌ی بسیار مهم: به طور کلی در این نوع تست‌ها حالات مختلف زیر را داریم:

(فرض می‌کنیم که ضخامت عایق‌ها مساوی باشد.)

در تیغه معمولاً جابه‌جایی (عوض کردن جای عایق‌ها) فرق نمی‌کند. چون A (مساحت) ثابت است.

در سیلندر و کره هر چه عایقی که K آن کم‌تر است به منبع نزدیک‌تر باشد بهتر است. چون اتلاف کم‌تری داریم.

در صورت متغیر بودن K ها نسبت به دما و برای استفاده مقرون به صرفه از عایق‌ها جسمی با K نزولی نسبت به دما در

تماس مستقیم با جسم عایق شونده قرار می‌گیرد. سپس در صورت وجود عایقی با K ثابت و دورتر از همه به سطح جسم عایق

شونده، عایقی با K صعودی نسبت به دما قرار خواهد گرفت.

۲۳- گزینه « ۱ » - (متوسط)

۲۴- گزینه « ۳ » - (ساده)

به متن درس مراجعه شود.

۲۵- گزینه « ۴ » - (متوسط)

۲۶- گزینه « ۱ » - (متوسط)

شار حرارت با گرادیان دما نسبت مستقیم دارد (چون $q'' = -K \frac{\partial T}{\partial x}$). گرادیان دما $(\frac{\partial T}{\partial x})$ ثابت است. پس شار حرارتی نیز

ثابت می‌ماند.

۲۷- گزینه « ؟ » - (متوسط)

جواب صحیح در گزینه‌ها وجود ندارد.

مقاومت‌ها سری هستند:

$$R = R_1 + R_2 \quad R_1 = \frac{L_1}{K_1 A} \quad , R_2 = \frac{L_2}{K_2 A} \Rightarrow R_T = \frac{L_1 K_2 + K_1 L_2}{K_1 K_2 A} \quad (2) \quad R_T = \frac{L_1 + L_2}{KA} \quad (1)$$

$$(1), (2) \Rightarrow K = \frac{(L_1 + L_2)(K_1 K_2)}{L_1 K_2 + L_2 K_1}$$

۲۸- گزینه « ۴ » - (ساده)

۲۹- گزینه « ۴ » - (ساده)

در مایعات ساکن برخورد مولکولها و یونها باعث انتقال گرما می شود. از طرفی برخورد مولکولها سبب انتقال جرم و مومنتوم هم می شود.

۳۰- گزینه « ۴ » - (متوسط)

شرایط پایدار در جسم جامد:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{K} = 0 \quad K \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = c_1 = cte$$

۳۱- گزینه « ۱ » - (متوسط)

با توجه به بیش تر بودن درجه حرارت تیغه (T_1) از درجه حرارت محیط اطراف آن (T_2) می توان گفت که تیغه در حال سرد شدن است. با این فرض که درجه حرارت تمام تیغه T_1 است.

۳۲- گزینه « ۲ » - (ساده)

قانون فوریه را برای هر دو حالت پایا و ناپایدار می توان به کار برد و در مورد سطوح سیال ساکن و اجسام جامد به دلیل این که واسطه انتقال حرارت ساکن می باشد قانون فوریه کاربرد دارد.

۳۳- گزینه « ۲ » - (متوسط)

$$h_1(T_1 - T_{cu}) = h_2(T_{cu} - T_2) \Rightarrow T_{cu} = 25^\circ C$$

ورقه مسی بدون ضخامت فرض شود:

۳۴- گزینه « ؟ » - (متوسط)

جواب صحیح در گزینه ها وجود ندارد.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rT) + \frac{\dot{q}}{K} = 0 \Rightarrow T = \frac{-\dot{q}r^2}{6K} + c_1 + \frac{c_2}{r}$$

معادله حاکم برای سیستم کره ای به صورت مقابل است:

با استفاده از شرایط مرزی داریم: در مرکز کره دما مقدار مشخصی دارد که با توجه به این موضوع مقدار c_2 باید صفر باشد.

$$r = 0 \Rightarrow \frac{c_2}{r} = \infty \Rightarrow c_2 = 0, \quad r = 2R \Rightarrow -K \frac{dT}{dr} \Big|_{r=2R} = h(T - T_\infty) \Rightarrow T = T_\infty + \frac{2}{3} \frac{\dot{q}R}{h}$$

۳۵- گزینه « ۱ » - (ساده)

$$r_c = \frac{K}{h} = \frac{0.3}{1.0} = 0.3m \Rightarrow r_c = 0.3 - \frac{0.4}{2} = 0.1m$$

پس ضخامت عایق ۱cm است.

۳۶- گزینه « ۳ » - (دشوار)

در این گونه تست ها که مقاومت های حرارتی به صورت سری قرار گرفته اند بزرگترین مقاومت حرارتی باید شناخته شود و بهترین راه برای افزایش انتقال حرارت کاهش این مقاومت است از آنجا که مقاومت حرارتی انتقال حرارت جابجایی به صورت

$$R = \frac{1}{hA}$$

است، افزایش کوچکترین h بیشترین اثر را در افزایش انتقال حرارت به همراه خواهد داشت.

۳۷- گزینه « ۱ » - (متوسط)

با توجه به شرایط موجود: $q_2 > q_1 > q_3$

۳۸- گزینه « ۱ » - (متوسط)

$$T_1 \left| \begin{array}{c} \leftarrow x \rightarrow \\ \leftarrow T_0 \end{array} \right. q = -KA \frac{dT}{dx}$$

$$۱) K = K_0 \Rightarrow q_1 = -KA \frac{(T_1 - T_0)}{\Delta x}$$

$$۲) K = K_0(1 + \alpha T) \Rightarrow q_2 \int_{x_1}^{x_2} dx = -A \int_{T_1}^{T_0} K_0(1 + \alpha T) dT \Rightarrow q = \frac{KA}{\Delta x} [(T_1 - T_0) + \frac{\alpha}{2}(T_1^2 - T_0^2)]$$

$$۳) K = K_0(1 - \alpha T) \Rightarrow q_3 \int_{x_1}^{x_2} dx = -A \int_{T_1}^{T_0} K_0(1 - \alpha T) dT \Rightarrow q = \frac{KA}{\Delta x} [(T_1 - T_0) - \frac{\alpha}{2}(T_1^2 - T_0^2)]$$

$$K \rightarrow \infty \quad \frac{dT}{dx} = 0$$

۳۹- گزینه « ۴ » - (متوسط)

$$q = K.A \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{q}{A} = 40 \times 0.1 = 4 \frac{W}{m^2}$$

۴۰- گزینه « ۲ » - (متوسط)

$$\frac{dT}{dx} = 45 \cdot x^2 - 6 \cdot x \Rightarrow \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = 0$$

۴۱- گزینه « ۴ » - (ساده)

K باید همیشه بزرگتر از صفر باشد و در این سوال تنها برای $T > 1300^\circ C$ این حالت صادق است.

$$T > 52 \times 25 \Rightarrow T > 1300^\circ C \rightarrow K = -52 + \frac{T}{25} > 0$$

حال اگر $t = 50^\circ C$ آن گاه K منفی در می آید.

و این قانون دوم ترمودینامیک را نقض می کند چون $q = -K.A \frac{dT}{dx}$ که $\frac{dT}{dx}$ منفی است و $(-) = +$ پس K باید مثبت باشد تا q مثبت باشد. یعنی گرما از نقطه با دمای بالاتر به نقطه با دمای پایین تر برود.

۴۲- گزینه « ۴ » - (دشواری)

$$q = q_A = q_B = q_C \quad q = -K.A \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \left. \frac{-\Delta T}{\Delta x} \right|_A = 50 \frac{^\circ C}{m}$$

$$\Rightarrow \left. \frac{-\Delta T}{\Delta x} \right|_B = 120 \frac{^\circ C}{m} \Rightarrow \left. \frac{-\Delta T}{\Delta x} \right|_C = 40 \frac{^\circ C}{m} \Rightarrow \left. \frac{\Delta T}{\Delta x} \right|_C < \left. \frac{\Delta T}{\Delta x} \right|_A < \left. \frac{\Delta T}{\Delta x} \right|_B \Rightarrow K_C > K_A > K_B$$

۴۳- گزینه « ۱ » - (متوسط)

$$q = \frac{\Delta T}{R} \Rightarrow \frac{T_1 - T_m}{\frac{L}{2} A K_1} = \frac{T_m - T_2}{\frac{L}{2} A K_2} \Rightarrow \frac{T_1 - T_m}{T_m - T_2} = \frac{K_2}{K_1}$$

$$\left. \begin{array}{l} T_1 > T_2 \\ K = K_0 + \alpha T \Rightarrow K_1 > K_2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} < 1 \Rightarrow \frac{T_1 - T_m}{T_m - T_2} < 1 \\ \alpha > 0 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow T_1 - T_m < T_m - T_2 \Rightarrow T_1 + T_2 < 2T_m \Rightarrow T_m > \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$T_m = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad \leftarrow \text{الف) } K, \alpha = 0 \text{ ثابت}$$

$$T_m < \frac{T_1 + T_2}{2} \Leftrightarrow \text{ب) } K, \alpha < 0 \text{ کم شود}$$

$$T_m > \frac{T_1 + T_2}{2} \Leftrightarrow \text{ج) } K, \alpha > 0 \text{ زیاد شود}$$

۴۴- گزینه «۳» - (ساده)

$$q = h.A.\Delta T = 5 \times 1 \times 80 = 400 \text{ W} \text{ پس } h = \frac{w}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

۴۵- گزینه «۴» - (ساده)

۴۶- گزینه «۲» - (متوسط)

انتقال حرارت از طریق هدایت با منبع حرارتی و در حالت پایا است.

۴۷- گزینه «۳» - (ساده)

$$\alpha = \frac{K}{\rho \cdot C_p}$$

۴۸- گزینه «۴» - (متوسط)

در مسیر انتقال دو مقاومت سری وجود دارد که یکی مربوط به جداره لوله و دیگری مربوط به هوای اطراف لوله است.

۴۹- گزینه «۱» - (متوسط)

با توجه به این که کوره‌ها اکثراً استوانه‌ای‌اند و در اجسام عایق بندی شده استوانه با K کم‌تر را اول قرار می‌دهیم. از طرفی از آنجا که K اکثر جامدات با افزایش دما کاهش می‌یابد در صورت قرار گرفتن عایقی با کمترین K در مجاورت منبع حرارتی K آن کاهش مضاعف یافته و نقش عایقی آن تقویت می‌شود.

۵۰- گزینه «۳» - (متوسط)

$$g_o \times V_{\text{حجم}} = A \times q(r), \Rightarrow \pi r^2 L \times g_o = (2\pi r L) \times q(r) \Rightarrow q(r) = \frac{g_o \times r}{2}$$

۵۱- گزینه «۳» - (متوسط)

$$q_1 = q_2 \Rightarrow \frac{T_1 - T_2}{\frac{\Delta x_1}{K_1 A} + \frac{\Delta x_2}{K_2 A}} = \frac{T_1 - T'}{\frac{\Delta x_1}{K_1 A}} \Rightarrow \frac{32 - 10}{\frac{0.3}{5} + \frac{0.2}{4}} = \frac{32 - T'}{\frac{0.3}{5}} \Rightarrow T' = 20^\circ C$$

۵۲- گزینه «۱» - (متوسط)

۳ مقاومت در برابر انتقال حرارت وجود دارد:

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{h_i A} + \frac{1}{h_o A} + \frac{\Delta x}{KA}}$$

که تنها با دو برابر کردن سطح انتقال حرارت ۲ برابر می‌شود.

۵۳- گزینه «۱» - (متوسط)

$$k \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{dT}{dx} = 0$$

۵۴- گزینه «۴» - (متوسط)

$$T = T_\infty + \frac{qL}{h} \Rightarrow T = 20 + \frac{10000 \times 0.5}{10} = 70^\circ C$$

۵۵- گزینه «۳» - (متوسط)

$$R = R_1 + R_2, \quad \frac{\Delta x}{KA} = \frac{L}{K_1 A} + \frac{L}{K_2 A} \Rightarrow$$

$$\frac{2L}{KA} = \frac{L}{K_1 A} + \frac{L}{K_2 A} \Rightarrow \frac{2}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \Rightarrow K = \frac{2K_1 K_2}{K_1 + K_2}$$

۵۶- گزینه «۳» - (دشوار)

$$h_1 \gg h_2 \Rightarrow q = h_1 A \Delta T \xrightarrow{h_1} \Delta T \rightarrow 0$$

افت دما در صفحه میانی به دلیل مقاومت هدایتی $(R = \frac{\Delta X}{K.A})$ داریم \rightarrow در محیط (۱) دما تقریباً ثابت است.

۵۷- گزینه «۲» - (ساده)

$$q = -KA \frac{dT}{dx} = -1 \times 0.5 \times (2x) \Big|_{x=0.2} = -0.2$$

۵۸- گزینه «۱» - (متوسط)

۵۹- گزینه «۱» - (متوسط)

$$\frac{q}{A} = \text{ثابت حرارتی} = K \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \Delta T \alpha \frac{1}{K} \Rightarrow \text{ثابت} = K \Delta T \Rightarrow \Delta x \text{ هم ثابت است.}$$

اگر ΔT_1 مبنا باشد بیشترین تغییرات دما مربوط به اولی است که K آن کمترین است.

$$\Delta T_2 \propto \frac{1}{3\alpha} \quad \Delta T_2 \propto \frac{1}{2\alpha} \quad \Delta T_1 \propto \frac{1}{\alpha}$$

پس ۱:۲:۳

۶۰- گزینه «۲» - (دشوار)

$$h.A.(T - T_\infty) = \dot{q} \times \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow 20 \times (\pi \times (0.55)(T - 25) \times L) = 30000 \times (\pi \times \frac{(0.15)^2}{4} \times L) \Rightarrow T = 40.34^\circ C$$

$$T = T_\infty + \frac{\dot{q}}{2h} \Rightarrow$$

۶۱- گزینه «۳» - (متوسط)

$$q_1 = q_2 \Rightarrow \frac{\Delta T_1}{\frac{\Delta x_1}{K_1 A}} = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_2}{K_2 A}} \Rightarrow K_1 < K_2$$

پس با افزایش دما K کم می‌شود.

۶۲- گزینه «۴» - (ساده)

$$r_c = \frac{K}{h} \text{ به جنس عایق و ضریب جابجایی هوای اطراف آن بستگی دارد.}$$

۶۳- گزینه «۳» - (دشوار)

$$R_o = \frac{1}{h.A} = \frac{1}{0.1 \times A} = \frac{10}{A}, \quad R_1 = \frac{\Delta x}{K.A} = \frac{0.1}{0.1 \times A} = \frac{1}{A}$$

$$R_2 = \frac{0.2}{50 \times A} = 4 \times 10^{-4} \frac{1}{A}, \quad R_3 = \frac{1}{200} \times \frac{1}{A}$$

R_o از همه بزرگتر است و بزرگترین مقاومت، مقاومت تعیین کننده است.

۶۴- گزینه «۳» - (متوسط)

$$\frac{q}{A} = -K \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{q}{A} \int dx = - \int K dT \Rightarrow \frac{q}{A} \times x = - \int 0.2(1 + 10^{-3} T) dT$$

$$\Rightarrow \frac{q}{A} = \frac{-0.3 \times (\Delta T + \frac{10^{-3}}{2} (T_2 - T_1))}{x} + 2999/7 \frac{w}{m^2} = 2999/7 \frac{w}{m^2}$$

۶۵- گزینه «۲» - (دشوار)

$$= q_{cond} + q_{conv}$$

$$q_{cond} = +K \frac{dT}{dx}$$

$$q_{conv} = hA(T - T_\infty) \Rightarrow q'' - K \frac{dT}{dx} - h(T - T_\infty) = 0$$

۶۶- گزینه «۲» - (دشوار)

$$x = 0 \rightarrow q''_0 = -K \frac{\partial T}{\partial x}$$

در $x = 0$ گرمای q''_0 داریم:

q''_0 در معادله وارد نشده چون درون جسم تولید نشده است و در شرایط مرزی داده می شود معادله و دیفرانسیل حاکم بر

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

سیستم به صورت رابطه مقابل است:

۶۷- گزینه «۲» - (دشوار)

q''_0 در دمای T_0 اعمال شده است و مقاومت ها به شکل $\frac{\Delta x}{KA}$, $\frac{1}{hA}$ است.

۶۸- گزینه «۱» - (متوسط)

$$K_A > K_B > K_C \Rightarrow \left. \frac{dT}{dx} \right|_A < \left. \frac{dT}{dx} \right|_B < \left. \frac{dT}{dx} \right|_C \Rightarrow T_A > T_B > T_C$$

۶۹- گزینه «۱» - (متوسط)

۷۰- گزینه «۴» - (متوسط)

۷۱- گزینه «؟» - (متوسط)

به نظر می رسد این سؤال در صورت صحیح بودن نیاز به توضیح بیشتری داشته باشد.

۷۲- گزینه «۲» - (متوسط)

$$q = \frac{-\int K_0 dT \frac{dT}{dx}}{\int \frac{dx}{A}} = -\frac{K_0 \left[\frac{T^2}{2} \right]_{T_1}^{T_2}}{\frac{L}{A}} = \frac{K_0 A}{2L} (T_1^2 - T_2^2) \Rightarrow \frac{q}{A} = \frac{K_0}{2L} (T_1^2 - T_2^2)$$

۷۳- گزینه «؟» - (ساده)

هیچ کدام از گزینه ها صحیح نیست.

$$2q''A_1 = hA_2(T_s - T_\infty)$$

$$2 \times 500 \times \pi \times (0.1)^2 =$$

$$40 \times 2\pi \times 0.1 \times 0.25 \times (T_s - 20) \Rightarrow T_s = 25^\circ C$$