Chapter 5th

Mechanical Springs

آنگاه که طراح خواهان صلبیت باشد، تغییر مکان ناچیز، تا آن‌جا که به وظیفه قطعه لطمه نزند، تقریب خوبی است. گاهی به انعطاف‌پذیری نیازمندیم که اغلب با اجسام فلزی که هندسه خود را به خوبی مهار می‌کنند تأمین می‌شود. این اجسام رفتار انعطاف‌پذیر مناسبی برای نیازهای طراح دارند. بنا به رابطه بین تغییر شکل و بار، این انعطاف‌پذیری یا خطی و یا غیرخطی است. چنین وسیله‌ای، کاربرد نیرو یا گشتاور را کنترل‌پذیر می‌کند؛ ذخیره یا آزاد کردن انرژی هم کاربرد دیگر این اجسام است. با انعطاف-پذیری، اجازه واپیچش و پس دادن ناگهانی انرژی را داریم، با ارزشی که فنرها در ماشین‌ها برای طراحان دارند، بررسی‌های فراوانی روی آنها شده، تولید انبوه دارند (ارزان هستند) و شکل‌های خلاقانه بسیار گوناگونی برای کاربردهای ویژه یافته‌اند. در این فصل، پرکاربردترین فنرها، روابط پارامتری لازم آنها، ارزیابی کفایت و طراحی‌شان بررسی می‌گردد.

در گروه‌بندی کلی فنرها، فنرهای سیمی، تخت و شکل‌های ویژه هستند که آنها هم چند گونه‌اند. فنرهای سیمی مارپیچ با مفتول گرد یا چهارگوش هستند که برای بارهای کششی، فشاری یا پیچشی می‌سازند و به‌کار می‌روند. با نام فنر تخت، انواع یکسر آزاد و بیضی‌وار، فنرهای قدرت یا فنر کوک یا موتور ساعت و فنر بشقابی که به نام Belleville مشهور است را داریم.

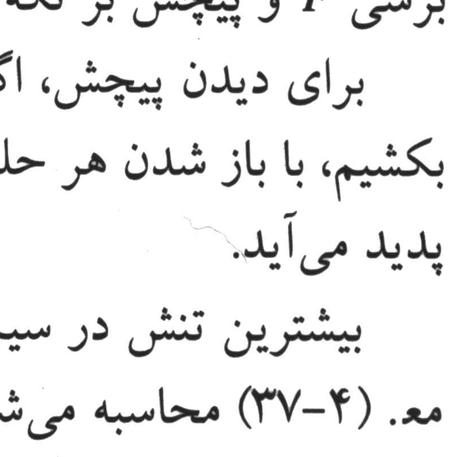
۱۰-۱ تنش در فنر مارپیچ (Stresses in Helical Springs)

شکل ۱۰-۱الف نمایش یک فنر مارپیچ فشاری با مفتول گرد زیر بار محوری F است. D قطر فنر مارپیچ و d را قطر سیم فنر می‌گیریم. حال خیال کن که فنر را از نقطه‌ای ببریم و تکه زیری را دور کنیم، شکل ۱۰-۱ب و اثر آن را بر تکه باقیمانده با نیروهای درونی نشان دهیم. پس بنا به شکل نیروی برشی F و پیچش بر تکهٔ بازمانده وارد می‌شود، $T = FD/2$.

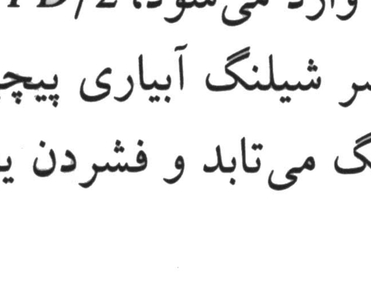
برای دیدن پیچش، اگر یک سر شیلنگ آبیاری پیچیده شده را در راستای عمود بر حلقه‌های آن بکشیم، با باز شدن هر حلقه، شیلنگ می‌تابد و فشردن یا کشیدن فنر مارپیچ هم، در مفتول فنر پیچش پدید می‌آید.

بیشترین تنش در سیم با برهم‌نهش تنش برشی مستقیم از مع. (۴-۲۳) و تنش برشی پیچشی از مع. (۴-۳۷) محاسبه می‌شود. نتیجه اینکه

$$\tau_{\max} = \frac{Tr}{J} + \frac{F}{A} \qquad \text{(الف)}$$



(الف)



(ب)

شکل ۱۰-۱

(الف) فنر مارپیچ زیر بار محوری؛ (ب) نمودار پیکر آزاد که سیم را زیر برش مستقیم و برش پیچشی نشان می‌دهد.

در لایه درونی فنر پدید می‌آید. با جاگذاری $\tau_{max}=\tau$، $T=FD/2$، $r=d/2$، $J=\pi d^4/32$ و $A=\pi d^2/4$ چنین می‌دهد.

$$\tau=\frac{8FD}{\pi d^3}+\frac{4F}{\pi d^2} \qquad (۱-۱۰)$$

حال **شاخص فنر** (***spring index***) را معرفی می‌کنیم که معیار خمیدگی حلقه فنر است

$$C=\frac{D}{d} \qquad (۲-۱۰)$$

با این رابطه، مع. (۱۰-۱) چنین می‌شود

$$\tau=K_s\frac{8FD}{\pi d^3} \qquad (۳-۱۰)$$

که K_s ضریب افزایش تنش برشی است با این معادله

$$K_s=\frac{2C+1}{2C} \qquad (۴-۱۰)$$

در بیشتر فنرها، C بین 6 تا 12 است. مع. (۱۰-۳) به‌درستی عمومی است که برای بارهای ایستا و پویا هردو به‌کار می‌رود.

کاربرد مفتول مربع یا مستطیلی را برای فنر سفارش نمی‌کنیم مگر در جاهای تنگ. ساخت فنر از مفتول غیرگرد به اندازه مفتول‌گرد نیست و روی بهبود آنها هم به اندازهٔ فنرهای با مفتول گرد کار نشده، پس شاید به اندازهٔ فنرهای با مفتول گرد قوی نباشند، اگر جا تنگ است فنرهای با مفتول گرد درون هم را بررسی کن. شاید از نظر صرفه ومقاومت برتر از فنر با مفتول غیرگرد باشد.

۲-۱۰ اثر خم مفتول (The Curvature Effect)

مع. (۱۰-۱) بر پایه راست بودن مفتول است، حال آنکه در سطح درونی حلقه فنر مارپیچ، تغییری رخ می‌دهد. خمیدگی مفتول، تنش را در درون حلقه فنر می‌افزاید ولی در بیرون آن کمی کم می‌کند. تنش خمیدگی کمی در خستگی مهم است زیرا بارها چنان زیاد نیست که تسلیم موضعی رخ دهد. برای بار ایستا از این تنش‌ها به خاطر تقویت کرنشی در نخستین نوبت وارد شدن بار چشم می‌پوشیم.

از بخت بد، باید ضریب خمیدگی را از بیراهه بیابیم، زیرا معادلات منتشر شده هم اثر تنش برشی مستقیم را همراه دارد. اگر در مع. (۱۰-۳) به‌جای K_s ضریبی همچون K بگذاریم که هردو تنش خم و مستقیم را دربر گیرد، این ضریب یکی از دو معادله زیر خواهد بود

$$K_W=\frac{4C-1}{4C-4}+\frac{0.615}{C} \qquad (۵-۱۰)$$

$$K_B=\frac{4C+2}{4C-3} \qquad (۶-۱۰)$$

K_W را **ضریب *Wahl*** و K_B را **ضریب *Bergsträsser*** گویند.[1] چون تفاوت نتایج دو معادله کمتر از 1 درصد است، مع. (۱۰-۶) بهتر است. پس ضریب تصحیح خمیدگی با حذف اثر برش مستقیم به‌دست

---

1. Cyril Samónov, "Some Aspects of Design of Helical Compression Springs," *Int. Symp. Design and Synthesis*, Tokyo, 1984.

می‌آید. به‌کمک مع. (۱۰-۶) و (۱۰-۴) ضریب تصحیح خم به‌دست می‌آید.

$$K_c = \frac{K_B}{K_s} = \frac{2C(4C+2)}{(4C-3)(2C+1)} = \frac{4C}{4C-3} \tag{۷-۱۰}$$

حال K_s، K_B یا K_W، و K_c همان ضرایب افزایش تنش هستند که به مناسبت و برای رسیدن به تنش در موضع بحرانی در Tr/J ضرب می‌شود. ضریب تمرکز تنشی **نیست**. در این کتاب $\tau = K_B(8FD)/(\pi d^3)$ را برای پیش‌بینی بزرگترین تنش برشی به‌کار می‌بریم.

۱۰-۳ تغییر شکل فنر مارپیچ (Deflection of Helical Springs)

از قضیه Castigliano به‌آسانی روابط بین تغییر شکل و نیرو به‌دست می‌آید. همه انرژی کرنش فنر مارپیچ از برایند دو مؤلفه پیچش و برش به‌دست می‌آید. از معادلات (۵-۱۶) و (۵-۱۷)، انرژی کرنش چنین است

$$U = \frac{T^2 l}{2GJ} + \frac{F^2 l}{2AG} \tag{الف}$$

اگر $T = FD/2$، $l = \pi DN$، $J = \pi d^4/32$ و $A = \pi d^2/4$ را در آن بگذاریم

$$U = \frac{4F^2 D^3 N}{d^4 G} + \frac{2F^2 DN}{d^2 G} \tag{ب}$$

که $N_a = N \doteq$ تعداد حلقه‌های فعال. پس با قضیه Castigliano مع. (۵-۲۱) کل تغییر شکل y را می‌دهد

$$y = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} + \frac{4FDN}{d^2 G} \tag{ج}$$

چون $C = D/d$، مع. (ج) چنین می‌شود

$$y = \frac{8FD^3 N}{d^4 G}\left(1 + \frac{1}{2C^2}\right) \doteq \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \tag{۸-۱۰}$$

نرخ فنر $k = F/y$ است که آن را **مقیاس** فنر هم می‌گویند، پس

$$k \doteq \frac{d^4 G}{8D^3 N} \tag{۹-۱۰}$$

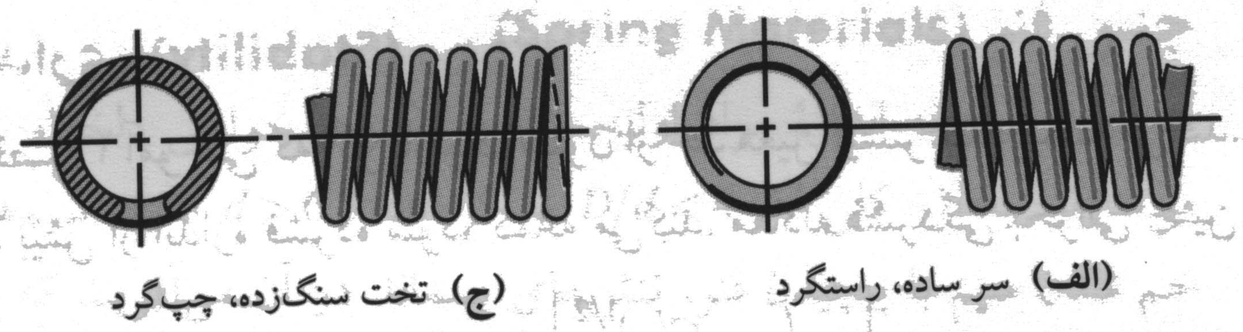
۱۰-۴ فنر فشاری (Compression Springs)

چهارگونه سر برای فنرهای فشاری رایج است، شکل ۱۰-۲، فنر **دوسر ساده** (***plain ends***) مارپیچ بی‌تغییر و دو سر آن همان است که فنری دراز را از هر جا ببریم. باکج کردن دو سر فنر جوری که زاویه مارپیچ در دو سر صفر شود فنر دو سر ساده و تخت (یا **بسته**) می‌شود. برای کارهای مهمتر که بخواهیم توزیع بار بهتر شود سر فنر را تخت کرده، سنگ می‌زنند.

در جدول ۱۰-۱ اثر نوع سر فنر روی تعداد حلقه و طول فنر آمده است.[۲] بدان که ارقام 0، 1، 2، و 3 که در جدول ۱۰-۱ آمده، اغلب بی‌چرا به‌کار می‌رود. **برخی از آنها را با دقت بیشتر باید تعیین کرد و**

---

۲. متن کامل و دستیابی به این روابط را در مرجع زیر ببین:
Cyril Samónov, "Computer-Aided Design of Helical Compression Springs," ASME paper No. 80-DET-69, 1980.



شکل ۱۰-۲

انواع سرفنرهای فشاری: (الف) دوسر ساده؛ (ب) دوسر تخت؛ (ج) دوسر تخت سنگ زده؛ (د) دوسر ساده سنگ‌زده.

جدول ۱۰-۱

روابط اندازه‌های فنر های فشاری (N_a = تعداد حلقه‌های فعال)

مشخصات	نوع دو سر فنر			
	ساده	ساده سنگ‌زده	تخت یا بسته	تخت سنگ‌زده
حلقه‌های سر، N_e	0	1	2	2
تمام حلقه‌ها، N_t	N_a	N_a+1	N_a+2	N_a+2
طول آزاد، L_0	pN_a+d	$p(N_a+1)$	pN_a+3d	pN_a+2d
طول بسته، L_s	$d(N_t+1)$	dN_t	$d(N_t+1)$	dN_t
گام، p	$(L_0-d)/N_a$	$L_0/(N_a+1)$	$(L_0-3d)/N_a$	$(L_0-2d)/N_a$

منبع:
Design Handbook, 1987, p. 32.
Courtesy of Associated Spring.

شاید عدد صحیح نباشد که بستگی به چگونگی شکل‌دهی سر فنر دارد. Forys [3] می‌گوید که سر تخت و سنگ‌خورده طول بسته L_s را برابر

$$L_s = (N_t - a)\,d$$

می‌کند که a متغیر و متوسط آن 0.75 است، پس dN_t در جدول ۱۰-۱ شاید زیاد است. بهتر است طول بسته فنرهای هر سازنده به دقت اندازه‌گیری شود. راه دیگر شمارش قطرهای مفتول در حالت بسته آن است.

پیش‌تاب (*presetting*) یا **جابه‌جایی وضع** (*set removal*) (پیش‌تنیده) برای بروز تنش پسماند سودمند و در فنر فشاری به هنگام ساخت آن انجام می‌شود. در اینکار فنر را بلندتر از اندازه می‌سازند و سپس تا طول بسته می‌فشارند، فنر به‌طول آزاد و نهایی برمی‌گردد و چون مقاومت تسلیم پیچشی آن افزایش یافته است، تنش‌های پسماندی در آن می‌ماند که خلاف جهت تنش‌های ناشی از بار خارجی است. فنرهای پیش‌تاب‌شده، باید چنان طراحی شود که بیشترین کاهش طول زیر بار پیش‌تاب از 10 تا 30 درصد طول آزاد بیشتر نباشد. اگر تنش با طول بسته از 1.3 مقاومت تسلیم پیچشی آن بیشتر باشد، شاید واپیچش رخ دهد. و اگر کمتر از 1.1 مقاومت تسلیم پیچشی باشد، کنترل طول آزاد دشوار می‌شود.

پیش‌تاب به مقاومت فنر می‌افزاید پس بخصوص در کاربرد فنر برای ذخیرهٔ انرژی سودمند است. البته، جابه‌جایی وضع، برای فنر زیر بار خستگی خوب نیست.

---

3. Edward L. Forys, "Accurate Spring Heights," *Machine Design*, vol. 56, no. 2, January 26, 1984.

۱۰-۵ پایداری (Stability)

در فصل ۴ آموختی که اگر بار یک ستون از حد معین بیشتر شد، کمانه می‌کند. این‌جا هم، اگر فنر فشاری بلند بیش از اندازه فشرده شود، کمانه می‌کند. معادله فشردگی بحرانی چنین است

$$y_{cr} = L_0 C_1' \left[1 - \left(1 - \frac{C_2'}{\lambda_{eff}^2} \right)^{1/2} \right] \qquad (۱۰-۱۰)$$

که y_{cr} مرز ناپایداری فشردگی است. Samónov [۴] این معادله را به نقل از Wahl [۵] آورده و می‌گوید Haringx [۶] با تجربه تأییدش کرده است. در مع. (۱۰-۱۰)، λ_{eff} ضریب رعنایی مؤثر و معادله آن چنین است

$$\lambda_{eff} = \frac{\alpha L_0}{D} \qquad (۱۰-۱۱)$$

C_1' و C_2' ثابت‌های کشسانی هستند که مقدار هریک برابر

$$C_1' = \frac{E}{2(E-G)}$$

$$C_2' = \frac{2\pi^2 (E-G)}{2G+E}$$

در مع. (۱۰-۱۱)، α **ثابت وضع سر** (***end-condition constant***)، به چگونگی نصب سرفنر بسته است. جدول ۱۰-۲ مقدار α را در وضعیت‌های معمول سرفنر می‌دهد. می‌بینی که بسیار شبیه شرایط ستون‌هاست.

پایداری مطلق زمانی است که در مع. (۱۰-۱۰)، جمله C_2'/λ_{eff}^2 از واحد بیشتر باشد یعنی

$$L_0 < \frac{\pi D}{\alpha} \left[\frac{2(E-G)}{2G+E} \right]^{1/2} \qquad (۱۰-۱۲)$$

که برای فولادها

$$L_0 < 2.63 \frac{D}{\alpha} \qquad (۱۰-۱۳)$$

و برای دو سر تخت و سنگ‌زده $\alpha = 0.5$ و $L_0 \leq 5.26D$.

جدول ۱۰-۲
ثابت‌های وضع سرفنر α، فنرهای فشاری مارپیچ*

وضع سر	ثابت α
۱. فنر بین دو تکیه‌گاه تخت موازی (سرها ثابت)	0.5
۲. یک تکیه‌گاه تخت و عمود بر محور فنر (ثابت)، سر دیگر لولا	0.707
۳. هر دو سر لولا	1
۴. یک سر محکم، سر دیگر آزاد	2

*فنرهای با تکیه‌گاه تخت، سرهای تخت سنگ‌زده دارد.

4. "Computer-Aided Design."

5. A. M. Wahl, *Mechanical Springs*, 2d ed., McGraw-Hill, New York, 1963.

6. J. A. Haringx, "On Highly Compressible Helical Springs and Rubber Rods and Their Application for Vibration-Free Mountings," I and II, *Philips Res. Rep.*, vol. 3, December 1948, pp. 401–449, and vol. 4, February 1949, pp. 49–80.

۶-۱۰ جنس فنر (Spring Materials)

فنرها را بسته به اندازهٔ مواد اولیه، شاخص فنر و خواص دلخواه با فرایند گرم‌کاری یا سردکاری می‌سازند. به‌طور کلی اگر $D/d < 4$ یا اگر $d > 6.3\ \text{mm}$ باشد، سیم‌های پیش‌سخت‌شده به‌کار نرود. خم شدن سیم با پیچیدن فنر، تنش‌های پسماند در آن می‌آفریند که بر راستای تنش‌های پیچشی که ضمن کار در حلقه فنر پدید می‌آید عمود است. این تنش‌ها پس از پیچیدن فنر اغلب با گرماکاری ملایم آزاد می‌شود.

گونه‌های مواد فنر در دسترس طراح فراوان است. از این میان، فولادهای کربنی ساده، آلیاژی، مقاوم به خوردگی و مواد غیرآهنی همچون برنز فسفردار، برنج فنر، مس برلیم‌دار و آلیاژهای نیکل است. ویژگی‌های مرسوم‌ترین فولادهای فنر در جدول ۱۰-۳ آمده است. فولادهای UNS را که در ضمیمه آمده می‌توان در طراحی فنرهای گرمکار، باحلقه‌های درشت، فنرهای تخت، فنر شمش و میله‌های پیچشی به‌کار برد.

مقاومت کششی، معیار سنجش مواد فنر است که مقدار آن به‌قطر سیم بستگی دارد. جنس و فرایند ساخت مواد نیز بر مقاومت کششی اثر دارد. با رسم نمودار مقاومت کششی نسبت به‌قطر سیم، بر کاغذ log-log، برخی از آنها نزدیک به خط راست می‌شود که معادله چنین خطی

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} \tag{۱۰-۱۴}$$

است، با داشتن نقطه برخورد A و شیب m، برآورد کمترین مقاومت کششی ممکن می‌شود. این ثابت‌ها را که از داده‌های جدید مقاومت‌ها به‌دست آمده در جدول ۱۰-۴ می‌بینیم. در مع. (۱۰-۱۴) آنگاه که d به mm باشد، A به $\text{MPa} \cdot \text{mm}^m$ است.

اگرچه در طراحی و تحلیل رفتار فنر به مقاومت تسلیم پیچشی نیاز است، ولی فقط آزمون کشش مواد فنر انجام می‌شود که شاید برای کاهش هزینه وسادگی آزمون است. برآورد سرانگشتی مقاومت تسلیم پیچشی برابر 60 تا 90 درصد مقاومت کششی است. پس با به‌کار بردن نظریه انرژی واپیچشی، مقاومت تسلیم پیچشی فولادها ($S_{ys} = 0.577 S_y$) برابر

$$0.35 S_{ut} \le S_{sy} \le 0.52 S_{ut} \tag{۱۰-۱۵}$$

برای سیم‌هایی که در جدول ۱۰-۵ آمده، بیشترین تنش برشی مجاز فنر را در ستون دوم می‌یابیم. سیم موسیقی و سیم فنر فولادی سخت‌کشیده، مرز پایین $S_{sy} = 0.45 S_{ut}$ را دارند. سیم فنر سوپاپ، Cr-Si و Cr-Va و دیگر (نیامده) سیم‌های فولادی سخت شده و با کربن بازپخت شده و فولادهای کم آلیاژ در یک گروه $S_{sy} \ge 50 S_{ut}$ دارند. بسیاری از مواد غیرآهنی (نیامده) در یک گروه $S_{sy} \ge 0.35 S_{ut}$ هستند. Joerres[۷] با همین دید، بیشترین تنش پیچشی مجاز برای بار ایستا را برابر جدول ۱۰-۶ به‌کار می‌برد. برای موادی که داده‌های تسلیم پیچشی آنها را داری، این جدول را راهنمای خود کن. Joerres اطلاعات پیش‌تنیدگی در جدول ۱۰-۶ را فراهم کرده است، که $S_{sy} \ge 0.65 S_{ut}$ در سردکاری، مقاومت را می‌افزاید ولی با هزینه

---

7. Robert E. Joerres. "Springs." Chap. 24 in Joseph E. Shigley and Charles R. Mischke (eds.), *Standard Handbook of Machine Design*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1996.

جدول ۱۰-۳

فولادهای پرکربن و آلیاژی فنر

منبع:

Harold C. R. Carlson, "Selection and Application of Spring Materials," *Mechanical Engineering*, vol. 78, 1956, pp. 331-334.

نام ماده	مشخصه‌های استاندارد	توضیح
سیم موسیقی 0.80–0.95C	UNS G10850 AISI 1085 ASTM A228-51	بهترین، چقرمه‌ترین، و مرسوم‌ترین جنس فنرهای کوچک با بیشترین مقاومت کششی، تحمل بارهای تکراری بیش از دیگر مواد فنر، قطر 0.12 تا 3 mm موجود، حدود دمای کاربری: صفر تا 120°C.
سیم بازپخت شده در روغن 0.60–0.70C	UNS G10650 AISI 1065 ASTM 229-41	انواع فراوان فنر پیچیده با کاربری عمومی و ارزان، اگر سیم موسیقی به‌صرفه نباشد یا کلفت‌تر بخواهیم. برای بارهای تکان‌دار یا ضربه به‌کار نرود. قطر مرسوم 3 تا 12 mm، ولی کوچک‌تر و بزرگ‌تر هم هست. دمای کاربری: صفر تا 180°C.
سیم سخت کشیده 0.60–0.70C	UNS G10660 AISI 1066 ASTM A227-47	ارزان‌ترین فولاد فنر، با کاربری عمومی اگر عمر، دقت، و تغییر شکل مهم نباشد. قطر 0.8 تا 12 mm. دمای کاربری: صفر تا 120°C.
فولاد کُرم وانادیم	UNS G61500 AISI 6150 ASTM 231-41	مرسوم‌تر فولاد آلیاژی فنر، برای تنش‌های بیش از مقاومت فولادهای پرکربن و مقاومت خستگی و حد دوام با عمر زیاد، و نیز بارهای تکان-دار یا ضربه، فنر سوپاپ موتور هواپیما، تابکاری شده یا پیش‌بازپخت، قطر 0.8 تا 12 mm. دمای کاربری: صفر تا 220°C.
فولاد کُرم سیلیس	UNS G92540 AISI 9254	برای فنر زیر تنش زیاد، عمر دراز، بارهای تکان‌دار بسیار خوب، سختی مطمئن C50 تا C53، Rockwell، قطر 0.8 تا 12 mm، دمای کاربری تا 250°C.

جدول ۱۰-۴

ثابت‌های A و m برای $S_{ut} = A/d^m$، محاسبه کمترین مقاومت کششی سیم‌های متداول فنرها

منبع: *Design Handbook*, 1987, p. 19. Courtesy of Associated Spring.

جنس	شماره ASTM	نمای m	قطر، in	A, kpsi · in^m	قطر، mm	A, MPa · mm^m	قیمت نسبی سیم
سیم موسیقی*	A228	0.145	0.004–0.256	201	0.10–6.5	2211	2.6
سیم †OQ&T	A229	0.187	0.020–0.500	147	0.5–12.7	1855	1.3
سیم سخت‌کشیده‡	A227	0.190	0.028–0.500	140	0.7–12.7	1783	1.0
سیم فولاد کرم-وانادیم§	A232	0.168	0.032–0.437	169	0.8–11.1	2005	3.1
سیم فولاد کرم-سیلیس‖	A401	0.108	0.063–0.375	202	1.6–9.5	1974	4.0
سیم فولاد ضدزنگ #302	A313	0.146	0.013–0.10	169	0.3–2.5	1867	7.6–11
		0.263	0.10–0.20	128	2.5–5	2065	
		0.478	0.20–0.40	90	5–10	2911	
سیم فسفر برنز**	B159	0	0.004–0.022	145	0.1–0.6	1000	8.0
		0.028	0.022–0.075	121	0.6–2	913	
		0.064	0.075–0.30	110	2–7.5	932	

*سطح صاف، براق، بی‌عیب.
†پوسته‌های ناشی از گرماکاری باید پاک شود.
‡سطح نرم، براق و بی‌عیب ظاهری.
§سیم بازپخت شده با کیفیت صنایع هوایی، تابکاری شده آنهم هست.
‖بازپخت تا سختی Rockwell C49، بازپخت نشده آنهم هست.
#از فولاد ضدزنگ 302.
**بازپخت شدهٔ CA510.

فرایند اضافی برای فنرساز. گاهی کار اضافی را سازنده ضمن نصب می‌کند. برخی روابط برای فنرهای فولادی کربنی نشان می‌دهد که مقاومت تسلیم کششی سیم فنر زیر پیچش را می‌شود $0.75S_{ut}$ گرفت. پس مقاومت تسلیم برشی بر پایه نظریه انرژی واپیچشی $S_{sy} = 0.577\,(0.75)\,S_{ut} = 0.433S_{ut} \doteq 0.45S_{ut}$ می‌شود. Samónov با بررسی مسأله تنش مجاز، نشان می‌دهد که برای فولادهای فنر پرمقاومت،

$$S_{sy} = \tau_{\text{all}} = 0.56S_{ut} \tag{۱۰-۱۶}$$

است که به مقداری که Joerres برای فولادهای آلیاژی سخت شده داده نزدیک است. وی یادآور می‌شود که این تنش مجاز از پیش‌نویس استاندارد 2089 آلمان برای مع. (۱۰-۳) و بدون احتساب ضریب افزایش تنش آمده است.

جدول ۱۰-۵

خواص مکانیکی برخی از انواع سیم فنر

جنس	حد کشسان، درصد S_{ut} پیچش	کشش	قطر d، in	E Mpsi	E GPa	G Mpsi	G GPa
سیم موسیقی A228	45–60	65–75	<0.032	29.5	203.4	12.0	82.7
			0.033–0.063	29.0	200	11.85	81.7
			0.064–0.125	28.5	196.5	11.75	81.0
			>0.125	28.0	193	11.6	80.0
فنر HD، A227	45–55	60–70	<0.032	28.8	198.6	11.7	80.7
			0.033–0.063	28.7	197.9	11.6	80.0
			0.064–0.125	28.6	197.2	11.5	79.3
			>0.125	28.5	196.5	11.4	78.6
بازپخت در روغن A239	45–50	85–90		28.5	196.5	11.2	77.2
فنر سوپاپ A230	50–60	85–90		29.5	203.4	11.2	77.2
کرم-وانادیم A231	65–75	88–93		29.5	203.4	11.2	77.2
A232		88–93		29.5	203.4	11.2	77.2
کرم-سیلیس A401	65–75	85–93		29.5	203.4	11.2	77.2
فولاد ضدزنگ							
A313*	45–55	65–75		28	193	10	69.0
17-7PH	55–60	75–80		29.5	208.4	11	75.8
414	42–55	65–70		29	200	11.2	77.2
420	45–55	65–75		29	200	11.2	77.2
431	50–55	72–76		30	206	11.5	79.3
برنز فسفردار B159	45–50	75–80		15	103.4	6	41.4
مس برلیم B197	50	70		17	117.2	6.5	44.8
	50–55	75		19	131	7.3	50.3
آلیاژ Inconel، X-750	40–45	65–70		31	213.7	11.2	77.2

*همچنین 302، 304، و 316.

توجه: در جدول ۱۰-۶ مقادیر طراحی تنش پیچشی مجاز آمده است.

جدول ۱۰-۶

بیشترین تنش‌های پیچشی مجاز برای کاربردهای ایستای فنرهای مارپیچ فشاری

منبع:
Robert E. Joerres, "Springs" Chap. 24 in Joseph E. Shigley and Charles R. Mischke (eds.), *Standard Handbook of Machine Design*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1996.

جنس	بیشترین درصد مقاومت کششی: قبل از پیش‌تنیدگی (شامل K_W یا K_B)	بیشترین درصد مقاومت کششی: پس از پیش‌تنیدگی (شامل K_s)
سیم موسیقی و فولاد کربنی سردکشیده	45	60–70
فولاد کربنی و کم‌آلیاژ سخت و بازپخت شده	50	65–75
فولادهای ضدزنگ آستینتی	35	55–65
آلیاژهای غیرآهنی	35	55–65

نمونه ۱۰-۱ یک فنر مارپیچ فشاری از سیم موسیقی به‌قطر 1 mm، با قطر بیرونی 11 mm، دو سر تخت و کل تعداد حلقه 12.5 است.

(الف) مقاومت تسلیم پیچشی سیم؟

(ب) بار ایستای متناسب با مقاومت تسلیم؟

(ج) مقیاس فنر؟

(د) کاهش طول ناشی از بار در بند (ب)؟

(ه) طول بسته فنر؟

(و) اگر تا طول بسته فشرده و سپس آزاد شود و تغییر دائمی در طول آزاد فنر رخ ندهد، طول مطمئن فنر؟

(ز) با طولی که از بند (ه) به‌دست آمد، آیا احتمال کمانش هست؟

(ح) گام فنر؟

راه حل (الف) با مع. (۱۰-۱۴) و جدول ۱۰-۴؛ $A = 2211\,\text{MPa}$ و $m = 0.145$

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} = \frac{2211}{1^{0.145}} = 2211\,\text{MPa}$$

از جدول ۱۰-۶،

پاسخ $$S_{sy} = 0.45 S_{ut} = 0.45(2211) = 995\,\text{MPa}$$

(ب) قطر میانگین فنر $D = 11 - 1 = 10\,\text{mm}$ است، پس شاخص فنر $C = 10/1 = 10$. از مع. (۱۰-۶)،

$$K_B = \frac{4C+2}{4C-3} = \frac{4(10)+2}{4(10)-3} = 1.135$$

حال اگر F را از مع. (۱۰-۳) که در آن مقاومت تسلیم پیچشی S_{ys} و K_B به‌جای تنش برشی τ و K_s بگذاریم، می‌یابیم

پاسخ $$F = \frac{\pi d^3 S_{sy}}{8 K_B D} = \frac{\pi(995)(1)^3}{8(1.135)10} = 34.43\,\text{N}$$

(ج) از جدول ۱۰-۱، $N_a = 12.5 - 2 = 10.5$ تعداد حلقه‌های فعال است. با $G = 82\,\text{GPa}$، مقیاس فنر از مع. (۱۰-۹) به‌دست می‌آید

پاسخ $$k = \frac{d^4 G}{8 D^3 N_a} = \frac{82(10^3)1^4}{8(10^3)10.5} = 0.976\,\text{N/mm}$$

پاسخ (د) $$y = \frac{F}{k} = \frac{34.43}{0.976} = 35.28\,\text{mm}$$

(ه) از جدول ۱۰-۱، طول بسته فنر

پاسخ $$L_s = (N_t + 1)d = (12.5+1)1 = 13.5\,\text{mm}$$

پاسخ (و) $$L_0 = y + L_s = 35.28 + 13.5 = 48.78\,\text{mm}$$

(ز) برای کمانه نکردن، مع. (۱۰-۱۳) و جدول ۱۰-۲،

$$L_0 < 2.63\frac{D}{\alpha} = 2.63\frac{10}{0.5} = 52.6\,\text{mm}$$

از دید ریاضی، طول آزاد 48.78 mm کمتر از 52.6 mm است و کمانش رخ نمی‌دهد. با این‌حال، شکل سر فنر، نزدیکی α را به 0.5 نشان خواهد داد. این باید بررسی شود و شاید به یک میله درونی یا لولهٔ بیرونی یا سوراخ نیاز باشد.

(ح) از جدول ۱۰-۱ گام فنر برابر با

پاسخ

$$p=\frac{L_0-3d}{N_a}=\frac{48.78-3(1)}{10.5}=4.36\ \text{mm}$$

۱۰-۷ طراحی فنر مارپیچ فشاری زیر بار ایستا (Helical Compression Spring Design for Static Service)

حدود برتر شاخص فنر $4\le C\le 12$ است، شاخص‌های کمتر مشکل شکل‌دهی دارند (خطر ترک سطحی) و فنرهای با شاخص بزرگتر میل به کج‌شدن دارند که به اجبار باید فکر حفاظت‌شان بود. شاید این نخستین گام در ارزیابی طراحی باشد. حدود حلقه‌های فعال پیشنهادی $3\le N_a\le 15$ است. برای حفظ خطی ماندن فنر آنگاه که نزدیک بستن است، باید از تماس تدریجی حلقه‌ها دوری جست (ناشی از گام نادرست). مشخصه نیرو-تغییر شکل حلقه‌های فنر مارپیچ در حالت ایده‌ال خطی بودن آن است. در عمل به‌تقریب چنین است اما نه در دو سر منحنی نیرو-تغییر شکل. نیروی فنر برای تغییر شکل‌های خیلی کوچک قابل‌کنترل نیست، رفتار غیرخطی با تعداد حلقهٔ بسیار کم و به هنگام آغاز وارد کردن نیرو رخ می‌نماید.

طراح باید نقطه عملکرد فنر را تا 75 درصد مرکز منحنی بین بی‌بار $F=0$ و طول بسته $F=F_s$ برگزیند. پس بیشترین نیروی وارد باید تا $F_{\max}\le\frac{7}{8}F_s$ محدود شود. اگر کسر نیروی بیشتر تا طول بسته را ξ بگیریم

$$F_s=(1+\xi)F_{\max} \tag{۱۰-۱۷}$$

و پس از آن

$$F_s=(1+\xi)F_{\max}=(1+\xi)\left(\frac{7}{8}\right)F_s$$

از برابری دوم $\xi=1/7=0.143\doteq 0.15$، پس پیشنهاد می‌شود $\xi\ge 0.15$ باشد.

علاوه بر روابط و خواص مواد فنرها، اکنون چند شرط طراحی پیشنهادی داریم

$$4\le C\le 12 \tag{۱۰-۱۸}$$

$$3\le N_a\le 15 \tag{۱۰-۱۹}$$

$$\xi\ge 0.15 \tag{۱۰-۲۰}$$

$$n_s\ge 1.2 \tag{۱۰-۲۱}$$

آنگاه که فنری را برای تولید زیاد طراحی می‌کنی، می‌توان رقم شایستگی را هزینه سیم که از آن فنر ساخته می‌شود دانست. fom متناسب با هزینه نسبی مواد، چگالی وزنی و حجم خواهد بود:

$$\text{fom} = -(\text{هزینه نسبی ماده})\frac{\gamma\pi^2 d^2 N_t D}{4} \qquad (۲۲-۱۰)$$

برای مقایسه بین فولادها وزن مخصوص γ حذف می‌شود.

طراحی فنر یک فرایند ته‌باز است. بسیار تصمیم باید گرفت و راه‌ها و راه حل‌ها بسیار است. در گذشته، نمودارها، نمودارهای محاسباتی **nomographs**، و "خط‌کش‌های محاسبه در طراحی فنر" برای آسان‌سازی مسایل طراحی فنر به‌کار می‌رفت. امروزه، رایانه برای خلق برنامه‌هایی به‌شکل‌های گوناگون طراح را یاری می‌دهد که از آن‌گونه است: برنامه‌ریزی مستقیم، برگه گسترده، **MATLAB**، و دیگر. برنامه‌های تجارتی هم موجود است.[8] به‌تقریب به‌تعداد همه راه‌های خلق برنامه طراحی فنر، برنامه نویس داریم. در این‌جا یک شیوه طراحی ممکن را پیشنهاد می‌کنیم.

رهبری عملیات طراحی

پیش‌تصمیم‌ها را بگیر، نخستین گزینه سیم فولاد سخت‌کشیده باشد (هزینه نسبی جنس 1.0 است). یک اندازه برای سیم برگزین. پس از همهٔ تصمیم‌ها، ستون پارامترهای d، D، C، **OD** یا **ID**، N_a، L_s، L_0، $(L_0)_{\text{cr}}$، n_s، و fom را تهیه کن. با گذر پشت‌سرهم از اندازهٔ سیم‌های موجود، جدولی بساز و با بررسی آن، توصیه‌های طراحی را اجرا کن. پس از حذف اندازه سیم‌های نامناسب، طرح فنر با بیشترین رقم شایستگی را برگزین. این کار با وجود ناپیوستگی متغیر d و نیز معادلات و نامعادله‌های محدود کننده، طرح بهینه را می‌دهد. بردار ستون اطلاعات را می‌شود با به‌کاربردن نمودار جریان، همچون شکل ۱۰-۳ پدید آورد. دخالت مواردی همچون با پیش‌تاب و یا بدون آن، نصب روی میله یا درون سوراخ یا بدون این‌دو به‌راستی عادی است. در فنر بی‌پیش‌تاب، باید از معادله کنترل کننده، شاخص فنر به‌دست آید، مانند زیر:

از مع. (۱۰-۳) با $\tau = S_{sy}/n_s$، $C = D/d$، K_B از مع. (۱۰-۶) و مع. (۱۰-۱۷)،

$$\frac{S_{sy}}{n_s} = K_B\frac{8F_s D}{\pi d^3} = \frac{4C+2}{4C-3}\left[\frac{8(1+\xi)F_{\max}C}{\pi d^2}\right] \qquad \text{(الف)}$$

اگر

$$\alpha = \frac{S_{sy}}{n_s} \qquad \text{(ب)}$$

$$\beta = \frac{8(1+\xi)F_{\max}}{\pi d^2} \qquad \text{(ج)}$$

باشد، مع. (ب) و (ج) را در (الف) می‌گذاریم و ساده می‌کنیم، معادله‌ای درجه دو برحسب C به‌دست می‌آید که پاسخ بزرگ‌تر از بین این‌دو، مقدار شاخص فنر را می‌دهد

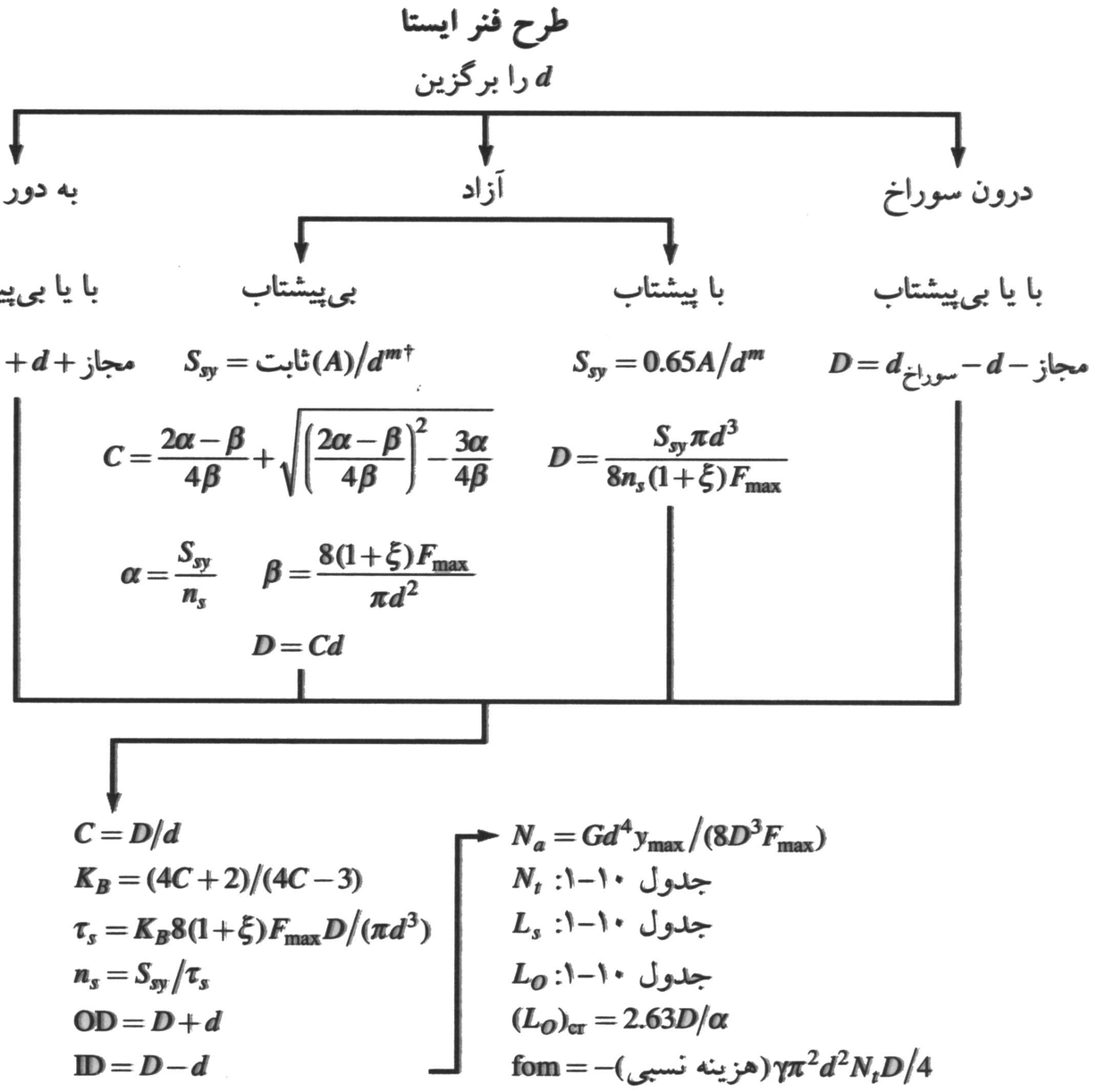
$$C = \frac{2\alpha-\beta}{4\beta} + \sqrt{\left(\frac{2\alpha-\beta}{4\beta}\right)^2 - \frac{3\alpha}{4\beta}} \qquad (۲۳-۱۰)$$

---

8. For example, see *Advanced Spring Design*, a program developed jointly between the Spring Manufacturers Institute (SMI), www.smihq.org, and Universal Technical Systems, Inc. (UTS), www.uts.com.

شکل ۱۰-۳

نمودار جریان طراحی فنر فشاری با حلقه‌های مارپیچ برای بار ایستا.



چاپ کن یا نشان بده: d، D، C، OD، ID، N_a، N_t، L_s، L_O، $(L_O)_{cr}$، n_s، fom.

جدولی تشکیل بده که ارزیابی کفایت، وارسی آن باشد. با نمایش محدودیت‌های فعال، طرح‌های نشدنی را حذف کن. به‌کمک رقم شایستگی طرح برتر را از طرح‌های مقبول برگزین.

†ثابت در جدول ۱۰-۶ می‌باشد.

نمونه ۱۰-۲ یک فنر مارپیچ فشاری از سیم موسیقی برای تحمل بار 89 N پس از 51 mm فشردگی نیاز است. بنا به محدودیت نصب، طول بسته آن بیش از 25 mm وآزاد آن بیش از 100 mm نباشد، فنر را طراحی کن.

راه حل پیش‌تصمیم‌ها:

- سیم موسیقی A228؛ از جدول ۱۰-۴، $A = 2211\ \text{MPa}\cdot\text{mm}^m$؛ $m = 0.145$؛ از جدول ۱۰-۵، $E = 196.5\ \text{GPa}$، $G = 81\ \text{GPa}$ (برای $d > 1.6\ \text{mm}$) است.
- دو سر تخت سنگ‌زده
- وظیفه: $F_{\max} = 89\ \text{N}$، $y_{\max} = 51\ \text{mm}$
- ایمنی: ضریب ایمنی در طول بسته $(n_s)_d = 1.2$
- قوت خطی بودن: $\xi = 0.15$
- فنر بی‌پیش‌تاب (ارزان‌تر)، $S_{sy} = 0.45 S_{ut}$ بنا به جدول ۱۰-۶
- متغیر تصمیم: $d = 2\ \text{mm}$ سیم موسیقی، جدول الف-۲۵. بنا به شکل ۱۰-۳ و جدول ۱۰-۶

$$S_{sy} = 0.45 \frac{2211}{2^{0.145}} = 900\ \text{MPa}$$

با شکل ۱۰-۳ یا مع. (۱۰-۲۳)،

$$\alpha = \frac{S_{sy}}{n_s} = \frac{900}{1.2} = 750 \text{ MPa}$$

$$\beta = \frac{8(1+\xi)F_{\max}}{\pi d^2} = \frac{8(1+0.15)89}{\pi(2)^2} = 65.16 \text{ MPa}$$

$$C = \frac{2(750)-65.16}{4(65.16)} + \sqrt{\left[\frac{2(750)-65.16}{4(65.16)}\right]^2 - \frac{3(750)}{4(65.16)}} = 10.16$$

با شکل ۱۰-۳ ادامه می‌دهیم

$$D = Cd = 10.16(2) = 20.32 \text{ mm}$$

$$K_B = \frac{4(10.16)+2}{4(10.16)-3} = 1.133$$

$$\tau_s = 1.133\frac{8(1+0.15)89(20.32)}{\pi(2)^3} = 750 \text{ MPa}$$

$$n_s = \frac{900}{750} = 1.2$$

$$\text{OD} = 20.32 + 2 = 22.32 \text{ mm}$$

$$N_a = \frac{2^4(81000)51}{8(20.32)^3 89} = 11.06 \text{ حلقه}$$

$$N_t = 11.06 + 2 = 13.06 \text{ حلقه}$$

$$L_s = (11.06+2)2 = 26.12 \text{ mm}$$

$$L_o = 26.12 + (1+0.15)51 = 84.77 \text{ mm}$$

$$(L)_{\text{cr}} = 2.63(20.32/0.5) = 106.88 \text{ mm}$$

$$\text{fom} = -2.6\pi^2(2)^2 13.06(20.32)/4 = -6810$$

روابط بالا را برای قطرهای 1.6، 1.8، 2.1، و 2.2 تکرار کن تا جدول زیر به‌دست آید (می‌توان آن را با برنامه برگه‌گسترده به‌سادگی همراه کرد):

d:	1.6	1.8	2.0	2.1	2.2
D	9.92	14.67	20.32	23.65	27.28
C	6.20	8.15	10.16	11.26	12.4
OD	11.52	16.47	22.32	25.75	29.48
N_a	38.95	19.29	11.06	8.53	6.7
L_s	65.52	38.32	26.12	22.11	19.14
L_0	124.17	96.97	84.77	80.76	77.79
$(L_0)_{cr}$	52.18	77.16	106.88	124.4	143.5
n_s	1.128	1.192	1.2	1.2	1.2
fom	–6671	–6491	–6810	–7045	–7369

حال ارزیابی کفایت با بررسی جدول، انجام می‌شود. محدودیت $3 \le N_a \le 15$، قطرهای کمتر از 2 را حذف می‌کند با محدودیت شاخص فنر $4 \le C \le 12$ قطر بزرگتر از 2.1 حذف می‌شود. با محدودیت

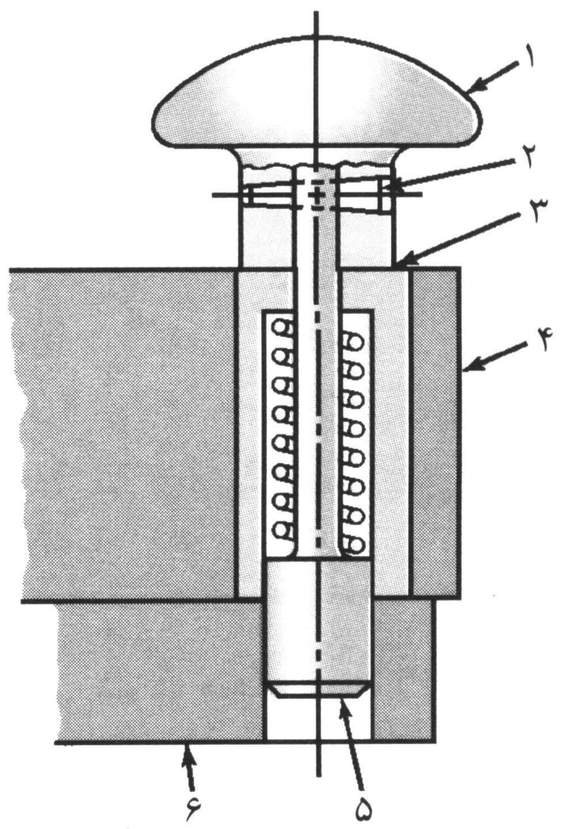
$L_s < 25$، قطرهای کمتر از 2 حذف می‌شود و با محدودیت $L_0 < 100$ قطر کمتر از 1.8 حذف می‌شود. طول‌های آزاد بیش از $(L_0)_{cr}$ سبب حذف قطرهای کمتر از 2 می‌شود. ضریب اطمینان برای قطرهای کمتر از 2، اندکی کمتر از 1.2 است که مربوط به دقت محاسبه C است. اگر فنر درون سوراخ یا روی میله‌ای باید سوار می‌شد، برای قطر فنر D محدودیت بود. نتیجه نهایی اینکه تنها دو فنر در ناحیه مقبول هستند. مفتول به‌قطر 2 و یا 2.1 mm که با سنجش رقم شایستگی. مفتول 2 mm را برتر می‌داند [با اندکی خطا! م.].

پس از طراحی فنر، آیا آن را برابر مشخصات می‌سازیم؟ اجباری نیست. فروشندگان، هزاران فنر فشاری از سیم موسیقی در انبار دارند. کتابچهٔ راهنمای آنها را بررسی کن، اغلب چندتا نزدیک به پاسخ می‌یابی. بیشترین تغییر شکل و بیشترین بار در فهرست ویژگی‌های آنها آمده است. بررسی کن کدام‌شان تا طول بسته آسیب نمی‌بینند. اغلب خوب‌اند. شاید نرخ فنر نزدیک خواستهٔ ماست. دست‌کم می‌شود چند تا "از آنها را" برای آزمون سفارش داد. تصمیم ما اغلب به نزدیکی صرفه سفارش ما به پاسخ مقبول بستگی دارد.

نمونه ۱۰-۳ شاخص‌گذاری (indexing) در ماشینکاری‌ها برای تقسیم یک قطعه گرد به چند پاره یکسان به‌کار می‌رود. شکل ۱۰-۴ بخشی از گیره مدرج با شاخص‌گذاری را که برای وضعیت‌دهی متوالی قطعه درکار است نشان می‌دهد. با بیرون کشیدن لحظه‌ای دکمه، قطعهٔ ۶ (نگهدار قطعه کار)، به‌سوی موضع بعدی حول یک محور قائم می‌چرخد و با رها کردن دکمه، پین شاخص در جای خود قفل می‌شود. در این نمونه، فنر دستگاه را که حدود 14 N نیرو در جای محدودشده تحمل می‌کند طراحی می‌کنیم.

راه حل چون از این نگهدار زیاد تولید نمی‌شود، از فنرهای سیم موسیقی موجود به‌کار می‌بریم. در دفترچه راهنما، ۷۶ فنر با قطر بیرونی 12 mm که در سوراخ 12.5 mm کار می‌کنند هست. اینها از مفتول به‌قطر 1 تا 1.6 و با طول آزاد از 12.5 تا 62.5 ساخته می‌شود. که بسته به اندازه مفتول است.

چون دکمه کششی باید برای شاخص‌گذاری 19 mm بالا بیاید و هنگام پایین بودن، فضا برای فنر 35 mm است. پس طول بسته نمی‌تواند بیش از 16 mm باشد.



شکل ۱۰-۴
۱ دکمه کششی؛ ۲ پین تثبیت مخروطی؛ ۳ بوش سخت‌شده و جازده؛ ۴ بدنه گیره؛ ۵ پین شاخص‌گذار؛ ۶ نگهدار قطعه کار.

اکنون با فنری به‌قطر $\mathrm{OD}=12\,\mathrm{mm}$ و $d=1.3\,\mathrm{mm}$ آغاز می‌کنیم. طول آزاد $44\,\mathrm{mm}$، کل حلقه‌ها $N_t=11.5$ دو سر ساده است. پس برای سیم موسیقی $m=0.145$ و $A=2211\,\mathrm{MPa}\cdot\mathrm{mm}^m$، پس

$$S_{sy}=0.45\frac{A}{d^m}=0.45\frac{2211}{(1.3)^{0.145}}=958\,\mathrm{MPa}$$

با دو سر ساده، از جدول ۱۰-۱ تعداد حلقه‌های فعال

$$N_a=N_t=11.5 \text{ حلقه}$$

قطر میانگین فنر $D=\mathrm{OD}-d=12-1.3=10.7\,\mathrm{mm}$. از مع. (۱۰-۹)، نرخ فنر با $G=80\,\mathrm{GPa}$ از جدول ۱۰-۵،

$$k=\frac{d^4G}{8D^3N_a}=\frac{1.3^4(80\,000)}{8(10.7)^3.11.5}=2.027\ \mathrm{N/mm}$$

ارتفاع بسته L_s از جدول ۱۰-۱،

$$L_s=(N_t+1)\,d=(11.5+1)1.3=16.25\,\mathrm{mm}$$

کمترین نیروی فنر $F_{\min}$ آنگاه که پین پایین است

$$F_{\min}=ky_{\min}=2.027\,(44-35)=18.243\,\mathrm{N}$$

آنگاه که فنر تا طول بسته فشرده شود، نیروی آن F_s،

$$F_s=ky\,d_s=k\,(L_0-L_s)=2.027\,(44-16.25)=56.25\,\mathrm{N}$$

شاخص فنر $C=D/d=10.7/1.3=8.23$، پس

$$K_B=\frac{4C+2}{4C-3}=\frac{4(8.23)+2}{4(8.23)-3}=1.167$$

و برای فنر بی‌پیشتاب، تنش برشی در طول بسته

$$\tau_s=K_B\frac{8F_sD}{\pi d^3}=1.167\frac{8(56.25)10.7}{\pi\,(1.3)^3}=814\,\mathrm{MPa}$$

ضریب اطمینان در طول بسته

$$n_s=\frac{S_{sy}}{\tau_s}=\frac{958}{814}=1.18$$

چون n_s بد نیست اما L_s بیش از $16\,\mathrm{mm}$ است، باید فنر دیگری با مفتول نازکتر برگزینیم. پس از جستجویی چند، فنر دیگر به‌قطر $d=1.2$ (جدول الف-۲۵)، $\mathrm{OD}=12\,\mathrm{mm}$، $N_t=11.5$، $L_0=44\,\mathrm{mm}$، و $S_{sy}=969\,\mathrm{MPa}$ می‌شود و

$$D=\mathrm{OD}-d=12-1.2=10.8\,\mathrm{mm}$$

$$N_a=N_t=11.5 \text{ حلقه}$$

$$k=\frac{1.2^4(80\,000)}{8(10.8)^3 11.5}=1.43\ \mathrm{N/mm}$$

$$L_s=(N_a+1)\,d=(11.5+1)1.2=15\,\mathrm{mm}$$

$$F_{\min}=ky_{\min}=1.43(44-35)=12.87\,\mathrm{N}$$

$$F_s=1.43(44-15)=41.47\,\mathrm{N}$$

$$C=\frac{D}{d}=\frac{10.8}{1.2}=9$$

$$K_B=\frac{4(9)+2}{4(9)-3}=1.15$$

$$\tau_s=1.15\frac{8(41.47)10.8}{\pi(1.2)^3}=759$$

$$n_s=\frac{S_{sy}}{\tau_s}=\frac{969}{759}=1.28$$

پس $n_s>1.2$، چون فنر درون سوراخ است، کمانش هم رخ نمی‌دهد و طول بسته هم کمتر از 16 mm است، پس این فنر گزیده می‌شود که چون در انبار هست، صرفه‌جویی هم شد.

۸-۱۰ بسامد بحرانی فنرهای مارپیچ
(Critical Frequency of Helical Springs)

اگر در یک سوی استخر شنایی، موجی پدید آوریم، در طول استخر به‌حرکت درمی‌آید و به انتهای دیگر استخر که رسید، بر می‌گردد و آن‌قدر رفت و برگشت ادامه می‌یابد تا آرام شود. همین پدیده هم در فنر مارپیچ رخ می‌دهد که آن را **تب‌وتاب فنر** (*spring surge*) گویند. اگر سر فنر فشاری را به سطح تختی بنهیم و سر دیگر را تحریک کنیم، موج فشاری در آن پدید می‌آید. که همچون موج آب در استخر، از این سر فنر به آن سرش پیش و پس می‌رود.

فنرسازان از تب‌وتاب فنر سوپاپ موتور خودرو فیلم با حرکت کند ساخته‌اند که تب‌وتاب آشکار فنر را که از نشیمن خود بیرون می‌پرد نشان می‌دهد. شکل ۱۰-۵ چنین شکست از تب‌وتاب را نشان می‌دهد.

اگر فنر مارپیچ نوسان تند دارد، طراح باید مطمئن باشد که بسامد نوسان بار به بسامد لرزش طبیعی فنر نزدیک نباشد؛ وگرنه، احتمال تشدید هست که به تنش‌های زیانبار منجر می‌شود. زیرا میرایی درونی مواد فنر بسیار کم است.

معادله حاکم بر فنری که بین دو سطح تخت موازی باشد، معادله موجی است

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{W}{kgl^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (۲۴-۱۰)$$

که k = نرخ فنر

g = شتاب گرانش

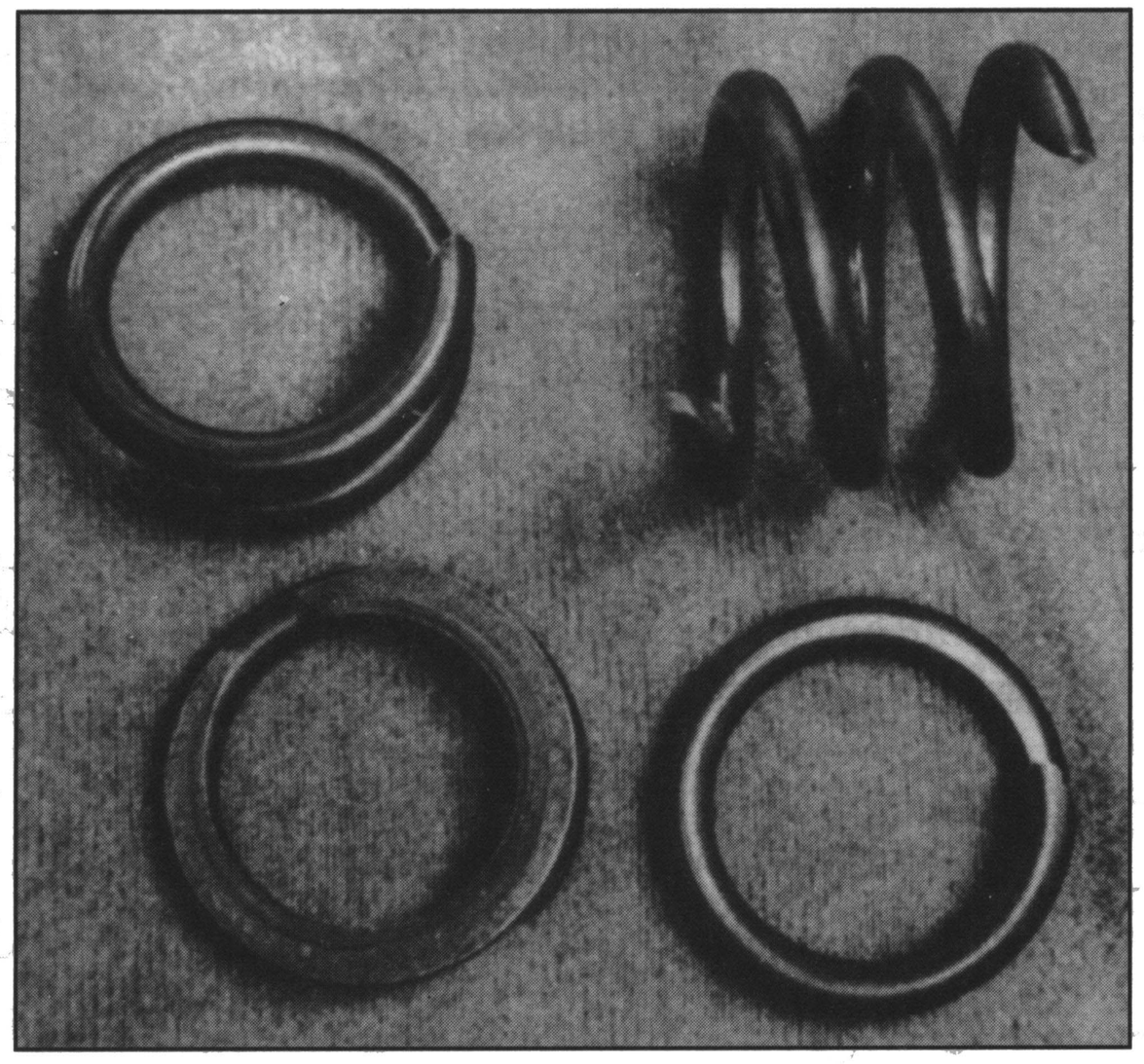
l = طول فنر بین دو سطح

W = وزن فنر

x = مختصات در راستای طول فنر

u = حرکت ذره در فاصله y

حلّ این معادله هارمونیک وابسته به خواص فیزیکی و نیز به‌شکل دو سر فنر است. بسامدهای هارمونیک (هماهنگ) **طبیعی** برای فنری که بین دو سطح تخت موازی باشد، به رادیان، اگر دو سر را همواره در تماس



شکل ۱۰-۵

شکست فنر سوپاپ یک موتور در دور بیش از حد. شکست در راستای 45° نسبت به بیشترین تنش اصلی، ناشی از بارگذاری پیچش خالص است.

با سطوح بگیریم چنین است

$$\omega = m\pi\sqrt{\frac{kg}{W}} \qquad m = 1,2,3,\ldots$$

که در بسامد اصلی برای $m=1$ و در هماهنگ دوم $m=2$ و تا آخر است. چون بسامد را به نوسان در ثانیه می‌خواهیم و $\omega = 2\pi f$ است، پس بسامد اصلی به هرتز

$$f = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{kg}{W}} \tag{۲۵-۱۰}$$

Wolford و Smith[9] بسامد را برای فنری که یک سرش روی سطح تخت و سر دیگرش آزاد باشد، چنین می‌دهند

$$f = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{kg}{W}} \tag{۲۶-۱۰}$$

آنها یادآور شده‌اند که مع. (۱۰-۲۵) برای فنری است که یک سرش روی سطح تخت باشد و سر دیگر با موج سینوسی به حرکت درآید. وزن قسمت فعال فنر مارپیچ برابر با

$$W = AL\gamma = \frac{\pi d^2}{4}(\pi D N_a)(\gamma) = \frac{\pi^2 d^2 D N_a \gamma}{4} \tag{۲۷-۱۰}$$

که γ وزن مخصوص است.

برای دوری جستن از تشدید دربرابر هماهنگی‌ها باید بسامد بحرانی اصلی فنر ۱۵ تا ۲۰ برابر بسامد نیرو یا حرکت فنر باشد. اگر بسامد فنر چنین نباشد، باید فنری با k بیشتر یا W کمتر دوباره طراحی کنیم.

---

9. J. C. Wolford and G. M. Smith, "Surge of Helical Springs," *Mech. Eng. News,* vol. 13, no. 1, February 1976, pp. 4–9.

۱۰-۹ بارگذاری خستگی فنر مارپیچ فشاری
(Fatigue Loading of Helical Compression Springs)

فنرها شاید همیشه زیر بار خستگی هستند. در بسیاری نمونه‌ها شمار تکرار در همه عمر کم، بگو، فقط چند هزار برای فنر قفل یا فنر کلید زانویی است. اما فنر سوپاپ یک موتور خودرو باید میلیون‌ها بار بی‌خرابی کار کند؛ پس باید برای عمر نامحدود طراحی شود.

برای بهبود مقاومت خستگی فنرهای زیر بار پویا، می‌شود آنها را ساچمه‌زنی کرد که مقاومت خستگی پیچشی را تا ۲۰ درصد یا بیشتر می‌افزاید. اندازهٔ ساچمه‌ها حدود 0.4 mm است طوریکه قطر سیم حلقه فنر و گام باید انجام کار را در تمام سطح فنر ممکن سازد.

بهترین داده‌ها دربارهٔ حدود دوام پیچشی فولادهای فنر را Zimmerli [10] گزارش کرده است. وی این حقیقت باور نکردنی را شکافت که اندازه، جنس و مقاومت کششی، اثری بر حدود دوام (تنها عمر نامحدود) فولادهای فنر با اندازه‌های کمتر از 10 mm ($\frac{3}{8}$in) ندارد. پیش از این هم دیدیم که در مقاومت‌های زیاد کششی، حد دوام‌ها به حدود ثابتی می‌رسند (شکل ۷-۱۸)، اما علتش هنوز روشن نیست. Zimmerli پیشنهاد می‌کند که شاید به‌علت سطوح اصلی مشابه باشد یا جریان مومسان ضمن آزمون، آنها را یکسان می‌سازد. فنرهای ساچمه نزده از مقاومت پیچشی دست‌کم 140 MPa تا بیشترین 630 MPa و فنرهای ساچمه‌زده از حدود 140 MPa تا 940 MPa آزمایش شدند. مقاومت‌های دوام عمر دائم آنها چنین است

ساچمه‌نزده:

$$S_{sa} = 241\,\text{MPa}\,(35\,\text{kpsi}) \qquad S_{sm} = 379\,\text{MPa}\,(55\,\text{kpsi}) \tag{۲۸-۱۰}$$

ساچمه‌خورده:

$$S_{sa} = 398\,\text{MPa}\,(57.5\,\text{kpsi}) \qquad S_{sm} = 534\,\text{MPa}\,(77.5\,\text{kpsi}) \tag{۲۹-۱۰}$$

برای نمونه، فنر ساچمه‌نزده‌ای با $S_{su} = 1457\,\text{MPa}$، عرض از مبدأ منحنی Gerber آن از مع. (۷-۴۵) چنین است

ساچمه نخورده:

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1-\left(\dfrac{S_{sm}}{S_{su}}\right)^2} = \frac{241}{1-\left(\dfrac{379}{1457}\right)^2} = 258.5\,\text{MPa}$$

برای مکان هندسی شکست Goodman، عرض از مبدأ 326 MPa است. هر اندازهٔ مفتول، این اعداد را عوض می‌کند. زیرا S_{su} عوض می‌شود.

مطالعه گسترده [11] از مطالب مکتوب موجود دربارهٔ خستگی پیچشی به این می‌رسد که برای نمونه‌های استوانه‌ای، بی‌چاک، پرداخت‌شده زیر تنش‌برشی پیچشی، بیشترین تنش نوسانی که بتوان بی‌شکست وارد کرد، **ثابت** و مستقل از تنش میانگین است به‌شرط آنکه حدود بیشترین تنش به مقاومت تسلیم پیچشی فنر نرسد یا بیش از آن نشود. با مقاطع چاکدار یا پله‌دار، چنین ویژگی دیده نشده، فنرها

---

10. F. P. Zimmerli. "Human Failures in Spring Applications," *The Mainspring*, no. 17, Associated Spring Corporation, Bristol, Conn., August-September 1957.

11. Oscar J. Horger (ed), *Metals Engineering: Design Handbook*, McGrow-Hill, New York, 1953, p. 84.

بی‌چاک و با سطح بسیار صاف هستند. این مکان هندسی شکست به **معیار شکست *Sines*** در خستگی پیچشی مشهور است.

در تهیه مکان‌های هندسی شکست معین روی نمودار خستگی پیچشی راهنمای طراح، مقاومت نهایی برشی S_{su} لازم است. ما به کاربرد مع. (۷-۵۶) که

$$S_{su} = 0.67 S_{ut} \tag{۳۶-۱۰}$$

است ادامه می‌دهیم.

برای میلمحورها و بسیاری از اجزای ماشین، بارگذاری دوطرفه کامل، به‌درستی عادی است. از سوی دیگر، فنرهای مارپیچ هرگز کششی و فشاری باهم نیستند [یا کشش، یا فشار. م.]. درواقع، آنها اغلب با پیش‌بار نصب می‌شوند، جوری که بار عملی به آن اضافه می‌شود. پس نمودار تنش-زمان، شکل ۷-۲۳د گویای شرایط معمول برای فنر مارپیچ است. پس، بدترین وضع زمانی است که پیش‌بار نباشد، یعنی $\tau_{\min} = 0$ باشد.

حال چنین می‌گیریم

$$F_a = \left| \frac{F_{\max} - F_{\min}}{2} \right| \tag{۳۱-۱۰ الف}$$

$$F_m = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} \tag{۳۱-۱۰ ب}$$

که اندیس‌ها به همان مفهوم شکل ۷-۲۳د برای نیروی محوری F فنر هستند. پس دامنه تنش برشی برابر،

$$\tau_a = K_B \frac{8 F_a D}{\pi d^3} \tag{۳۲-۱۰}$$

که K_B، ضریب Bergsträsser از مع. (۱۰-۶) و برای تصحیح اثر برش مستقیم و خم مفتول است. در بخش ۱۰-۲ دیدیم که اگر خواستیم می‌شود به‌جای K_B، ضریب Wahl، K_W را به‌کار برد.

معادله تنش برشی متوسط چنین است

$$\tau_m = K_B \frac{8 F_m D}{\pi d^3} \tag{۳۳-۱۰}$$

نمونه ۱۰-۴ یک فنر فشاری مارپیچ بی‌پیشتاب از سیم موسیقی به کلفتی 2.5 mm و قطر خارجی فنر 15.5، طول آزاد 119، با 21 حلقه فعال، دو سر تخت سنگ زده است. این فنر با پیش‌بار 25 N و بیشترین بار 175 N به‌کار می‌رود.

(الف) ضریب ایمنی دربرابر شکست خستگی بنا بر معیار شکست خستگی پیچشی Gerber با داده‌های Zimmerli را برآورد کن.

(ب) بند (الف) را بنا بر معیار خستگی پیچشی Sines (مؤلفه تنش یکنواخت بی‌اثر است)، با داده‌های Zimmerli تکرار کن.

(ج) مسأله را بنا بر معیار شکست پیچشی Goodman و داده‌های Zimmerli تکرار کن.

(د) بسامد بحرانی فنر را برآورد کن.

راه حل قطر میانگین حلقه فنر $D = 15.5 - 2.5 = 13\ \text{mm}$ است. شاخص فنر $C = D/d = 13/2.5 = 5.2$. پس

$$K_B = \frac{4C+2}{4C-3} = \frac{4(5.2)+2}{4(5.2)-3} = 1.28$$

با مع. (۱۰-۳۱)،

$$F_a = \frac{175-25}{2} = 75\ \text{N} \qquad F_m = \frac{175+25}{2} = 100\ \text{N}$$

مؤلفه نوسانی تنش برشی از مع. (۱۰-۳۲) به‌دست می‌آید

$$\tau_a = K_B \frac{8F_aD}{\pi d^3} = 1.28\frac{8(75)13}{\pi(2.5)^3} = 203.4\ \text{MPa}$$

از مع. (۱۰-۳۳) تنش برشی متوسط به‌دست می‌آید

$$\tau_m = K_B \frac{8F_mD}{\pi d^3} = 1.28\frac{8(100)13}{\pi(2.5)^3} = 271.2\ \text{MPa}$$

از جدول ۱۰-۴، $A = 2211$ و $m = 0.145$. مقاومت نهایی کششی چنین می‌شود، مع. (۱۰-۱۴)،

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} = \frac{2211}{2.5^{0.145}} = 1936\ \text{MPa}$$

همچنین مقاومت نهایی برشی از مع. (۱۰-۳۰)،

$$S_{su} = 0.67S_{ut} = 0.67(1936) = 1297\ \text{MPa}$$

شیب خط بار $r = \tau_a/\tau_m = 203.4/271.2 = 0.75$.

(الف) عرض از مبدأ سازنده Gerber برای داده‌های Zimmerli با مع. (۱۰-۲۸)،

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1-(S_{sm}/S_{su})^2} = \frac{241}{1-(379/1297)^2} = 263.5\ \text{MPa}$$

دامنه مقاومت S_{sa} از جدول ۱۰-۷،

$$S_{sa} = \frac{r^2S_{su}^2}{2S_{se}}\left[-1+\sqrt{1+\left(\frac{2S_{se}}{rS_{su}}\right)^2}\right]$$

$$= \frac{0.75^2(1297)^2}{2(263.5)}\left\{-1+\sqrt{1+\left[\frac{2(263.5)}{0.75(1297)}\right]^2}\right\} = 246.6\ \text{MPa}$$

و ضریب ایمنی خستگی n_f چنین می‌شود

پاسخ
$$n_f = \frac{S_{sa}}{\tau_a} = \frac{246.6}{203.4} = 1.21$$

(ب) معیار شکست Sines از S_{sm} چشم می‌پوشد، برای داده‌های Zimmerli با $S_{sa} = 241\ \text{MPa}$،

پاسخ
$$n_f = \frac{S_{sa}}{\tau_a} = \frac{241}{203.4} = 1.185$$

(ج) عرض از مبدأ S_{se} با معیار شکست Goodman برای داده‌های Zimmerli برابر

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1-(S_{sm}/S_{su})} = \frac{241}{1-(379/1297)} = 340.5\ \text{MPa}$$

مؤلفه دامنه مقاومت S_{sa} برای معیار Goodman از جدول۷-۸،

$$S_{sa} = \frac{rS_{se}S_{su}}{rS_{su}+S_{se}} = \frac{0.75(340.5)1297}{0.75(1297)+340.5} = 252.2\ \text{MPa}$$

ضریب ایمنی خستگی برابر

$$n_f = \frac{S_{sa}}{\tau_a} = \frac{252.2}{203.4} = 1.24$$

پاسخ

(د) از مع. (۱۰-۹) و جدول ۱۰-۵ نرخ فنر برآورد می‌شود

$$k = \frac{d^4G}{8D^3N_a} = \frac{2.5^4(81000)}{8(13)^3 21} = 8.57\ \text{N/mm}$$

از مع. (۱۰-۲۷) وزن فنر برآورد می‌شود

$$W = \frac{\pi^2(2.5)^2 13(21)7.86(10)^{-6}9.81}{4} = 0.325\ \text{N}$$

از مع. (۱۰-۲۵) بسامد موج اصلی به‌دست می‌آید

$$f_n = \frac{1}{2}\left[\frac{8.57(9.81)10^3}{0.325}\right]^{1/2} = 254\ \text{Hz}$$

پاسخ

اگر بسامد تحریک یا کار بیش از $254/20 = 12.7$ Hz باشد، باید فنر دوباره طراحی شود.

برای برآورد ضریب ایمنی خستگی در نمونه ۱۰-۴ سه روش به‌کار بردیم. نتایج به‌ترتیب کمترین ت
بزرگ‌ترین 1.18 (Sines)، 1.21 (Gerber)، و 1.24 (Goodman) بود. هرچند نتایج خیلی به‌هم نزدیک
بود، با داده‌هایمان از Zimmerli، معیار Sines محتاطانه‌ترین ولی Goodman کم‌احتیاط‌ترین است. اگر
به‌یاری خواص مقاومت، تحلیل خستگی همچون فصل ۷ انجام دهیم، نتایج متفاوت به‌دست می‌آید، که
در آن معیار Goodman محتاطانه‌تر از معیار Gerber است. خود را برای دیدن نرم‌افزار طراح یا طراحی
که هریک از این شیوه‌ها را به‌کار می‌برد آماده کن. به‌همین سبب همه را می‌پوشانیم. کدام معیار درست
است؟ یادت باشد که داریم **برآورد** می‌کنیم و تنها آزمون **آماری** است که حقیقت را آشکار می‌کند.

۱۰-۱۰ طراحی فنر مارپیچ فشاری برای بار پویا
(Helical Compression Spring Design for Fatigue Loading)

بگذارید با طرح یک مسأله آغاز کنیم. برای سنجش یک فنر ایستا با فنر پویا، فنر نمونهٔ ۱۰-۲ را برای
کار پویا طراحی می‌کنیم.

نمونه ۱۰-۵ فنری مارپیچ فشاری با عمر دائم برای پایداری دربرابر بار نوسانی بین 22 N تا 89 N که با بسامد 5 Hz
بین 12.7 mm تا 51 mm فشرده شود نیاز داریم. برای نصب آن، طول بسته نباید از 25.4 و طول آزاد از
102 mm بیشتر باشد. سازنده فنر قالب‌هایی برای مفتول‌های 2.2، 2.4، 2.5، 2.6، 2.8، 2.85، و 3 دارد
[اندازه 2.85 از متن اینچی گرفته شده ولی بقیه استاندارد متری هستند. م.]

مسایل

وارسی **۱۰-۱** یک نقشه دو نمایی یا طرح دستی خوب از فنر مارپیچ فشاری با قطر مفتول 12 mm، قطر بیرونی 100 mm و یک حلقه فعال بکش که تا نزدیک به‌طول بسته‌اش فشرده شده باشد. دو سر فنر ساده است، نقشه دیگری برای همین فنر که دو سرش سنگ خورده باشد بکش.

وارسی **۱۰-۲** بررسی موضوع واحدهای پارامتر A در مع. (۱۰-۱۴) آموزنده است. نشان بده که در واحدهای مرسوم U.S. واحدهای A_{uscu}، $\text{kpsi}\cdot\text{in}^m$ و در واحدهای متری SI، $\text{MPa}\cdot\text{mm}^m$ برای A_{SI} است که اندازه‌های A_{uscu} و A_{SI} برای هر جنسی که مع. (۱۰-۱۴) به‌کار می‌رود فرق دارد. همچنین نشان بده که تبدیل A_{uscu} به A_{SI} با رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$A_{\text{SI}} = 6.895(25.40)^m A_{\text{uscu}}$$

وارسی **۱۰-۳** فنر مارپیچ فشاری از سیم موسیقی به‌قطر 2.6 mm و قطر بیرونی 31 mm ، دو سر سنگ‌زده و کل تعداد حلقه 12 است.

(الف) طول آزاد چقدر باشد تا اگر آن را تا طول بسته‌اش فشردیم، تنش پیچشی از مقاومت تسلیم بیشتر نشود. این را فنر با طول بستهٔ ایمن گویند.

(ب) نیروی لازم برای بسته شدن فنر چند است؟

(ج) نرخ فنر؟

(د) آیا کمانش رخ می‌دهد؟

وارسی **۱۰-۴** فنر مسأله پیش را با بار ایستای 134 N به‌کار می‌بریم. با مع. (۱۰-۱۳) و مع. (۱۰-۱۸) تا (۱۰-۲۱) و توصیه‌های آنها، ارزیابی طراحی را اجرا کن با این فرض که فنر تا طول بسته‌اش فشرده شود.

وارسی **۱۰-۵** فنر مارپیچ فشاری از فولاد فنر سخت‌کشیده با قطر سیم 2 mm و قطر بیرونی 22 mm است. دو سر سنگ‌زده و در کل 8.5 حلقه دارد.

(الف) فنر چنان ساخته شده که بزرگ‌ترین طول آزاد با طول بستهٔ ایمن دارد. طول آزاد؟

(ب) گام فنر؟

(ج) نیروی لازم برای رسیدن به‌طول بسته؟

(د) نرخ فنر؟

(ه) آیا کمانش رخ می‌دهد؟

وارسی **۱۰-۶** فنر مسأله پیش برای بار ایستای 75 N به‌کار می‌رود. با مع. (۱۰-۱۳) و (۱۰-۱۸) تا (۱۰-۲۱) و توصیه‌های همراه، ارزیابی کفایت را اجرا کن.

وارسی **۱۰-۷ تا ۱۰-۱۷** در فهرست صفحه بعد ۶ فنر در واحدهای اینچی و ۵ فنر در سیستم متری SI آمده است. ببین آیا این فنرهای فشاری با سرهای تخت و سنگ‌زده طول بستهٔ ایمن دارند؟ اگرنه، بزرگ‌ترین طول آزادی که می‌شود آنها را پیچید چند است؟ اگر $n_s = 1.2$ باشد.

شماره مسأله	d, in	OD, in	L_0, in	N_t	جنس
۷–۱۰	0.006	0.036	0.63	40	سیم موسیقی A228
۸–۱۰	0.012	0.120	0.81	15.1	فسفر–برنز B159
۹–۱۰	0.040	0.240	0.75	10.4	فولاد ضدزنگ A313
۱۰–۱۰	0.135	2.0	2.94	5.25	فولاد سخت‌کشیده A227
۱۱–۱۰	0.144	1.0	3.75	13.0	فولاد A229 OQ&T
۱۲–۱۰	0.192	3.0	9.0	8.0	کرم–وانادیم A232

	d, mm	OD, mm	L_0, mm	N_t	
۱۳–۱۰	0.2	0.91	15.9	40	فولاد ضدزنگ A313
۱۴–۱۰	1.0	6.10	19.1	10.4	سیم موسیقی A228
۱۵–۱۰	3.4	50.8	74.6	5.25	فولاد فنر A229 OQ&T
۱۶–۱۰	3.7	25.4	95.3	13.0	فسفر–برنز B159
۱۷–۱۰	4.3	76.2	228.6	8.0	کرم–وانادیم A232

طراحی ۱۰–۱۸ فنر مارپیچ فشاری از سیم موسیقی، بار ایستای 90 N را پس از فشردگی 50 mm تحمل می‌کند. طول بسته از 38 mm و طول آزاد از 100 mm بیشتر نشود. ضریب ایمنی باید برابر یا بیش از 1.2 باشد. برای خطی بودن مطمئن، کسر پیشروی تا بستن را $\xi = 0.15$ بگیر. دو فنر باید طراحی شود.

(الف) درون فنر میله‌ای به‌قطر 19 mm است و لقی قطری 1.25 mm برای پیشگیری گردنبودن فنر و تماس با میله کافی است. فنر را طراحی کن.

(ب) فنر درون سوراخی به‌قطر 25 mm کار خواهد کرد. لقی قطری 1.25 mm برای پیشگیری تماس فنر با سوراخ به‌علل گردنبودن یا کج شدن فنر، کافی است. فنر را طراحی کن.

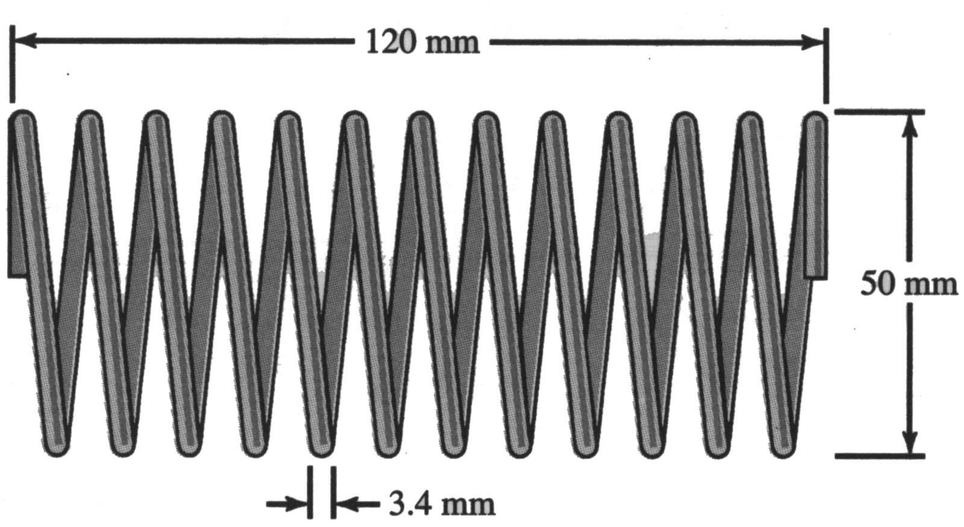
وارسی ۱۰–۱۹ همه فنرها را به‌روش مرسوم نمی‌سازند. برای فنری که در شکل می‌بینی مقادیر زیر را پیدا کن.

(الف) گام، طول بسته و تعداد حلقه‌های فعال.

(ب) نرخ فنر.

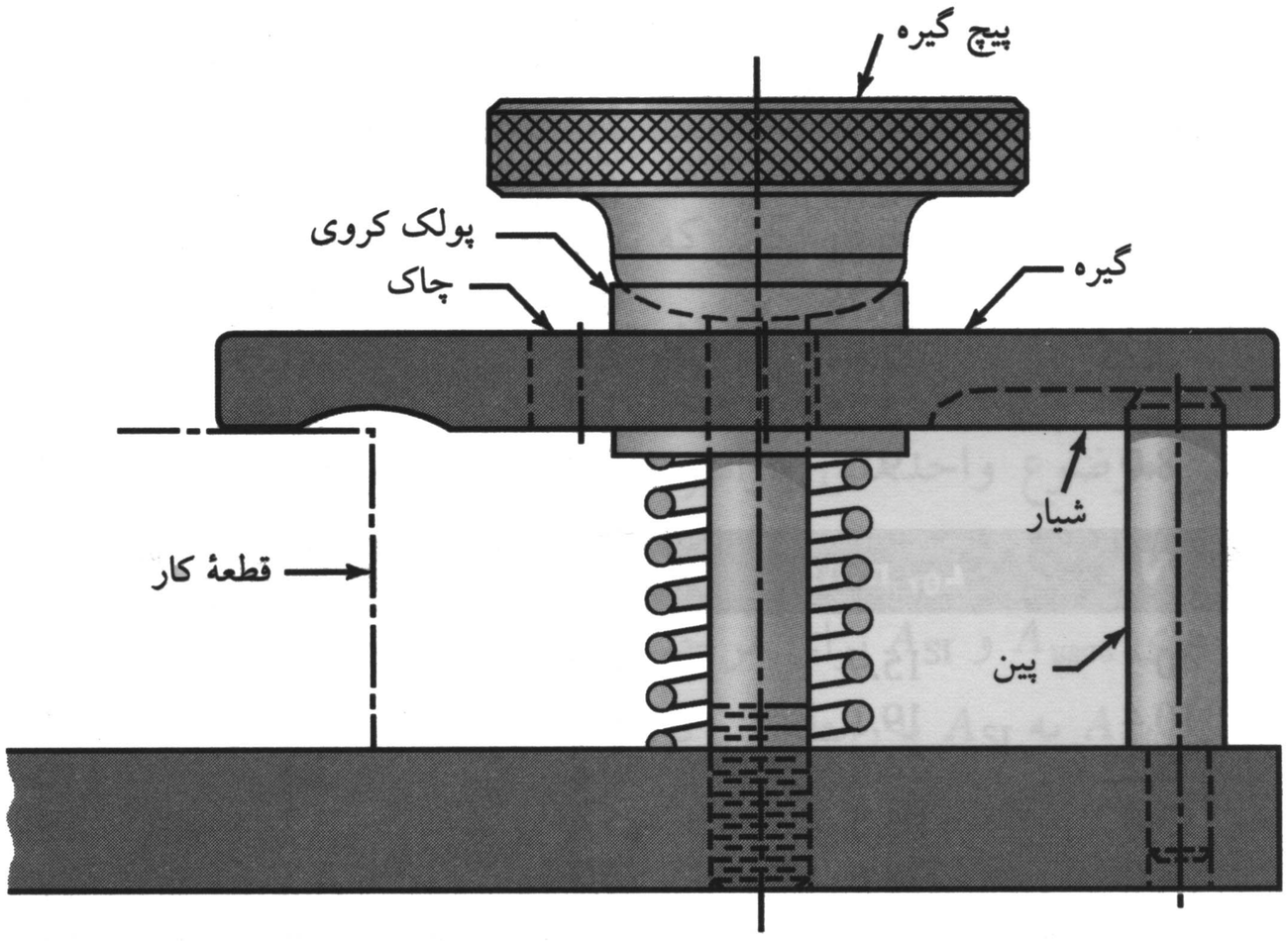
(ج) نیروی F_s برای رسیدن فنر به‌طول بسته.

(د) تنش برشی ناشی از نیروی F_s.



شکل مسأله ۱۰–۱۹

طراحی ۱۰–۲۰ گیرهٔ نگهدارندهٔ قطعه کار به کلفتی 38 mm، در موضع نگهداری، طراحی می‌کنیم. جزئیات یکی از گیره‌ها را در شکل می‌بینی. فنری برای باز کردن دهانهٔ گیره و برداشتن یا گذاردن قطعه کار نیاز است. نیروی گیره 45 N کافی است. کلفتی صفحه پایه 16 mm، پیچ گیره M10 است. خوبست طول آزاد



شکل مسأله ۱۰-۲۰

گیرهٔ نگهدارنده.

فنر L_0 کوتاه باشد تا پیچ گیره بتواند فنر را روی نگهدارنده به‌هنگام بازدید و رسیدگی بفشارد: $L_0 = 38 + 9.5$ mm. فنر در طولی بیش از 31.5 mm به‌طول بسته نمی‌رسد. ضریب ایمنی با طول بسته $n_s \geq 1.2$ و برای کار $n_1 \geq 1.5$ باشد. فنر مارپیچ فشاری خورند این گیره را طراحی کن.

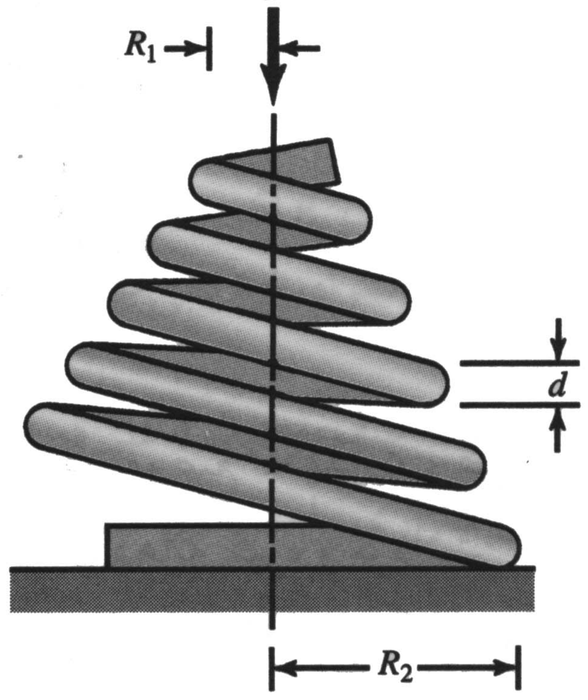
۲۱-۱۰ طراحی استاد درس کتابچه راهنمای توزیع کنندگان فنر و یا کپی صفحاتی از آن را به شما می‌دهد. مسأله پیش را با گزیدن یکی از این فنرهای موجود انجام بده (این همان طراحی با **گزینش** است).

۲۲-۱۰ وارسی در شکل یک فنر مارپیچ مخروطی فشاری است که R_1 و R_2 شعاع‌های حلقه سر و ته آن، d قطر مفتول و N_a شمار حلقه‌های فعال است. مقطع مفتول یک گشتاور پیچشی آغازین دارد که با شعاع حلقه‌ها تغییر می‌کند. شعاع حلقه را چنین نشان می‌دهیم

$$R = R_1 + \frac{R_2 - R_1}{2\pi N_a}\theta$$

که θ به رادیان است. با روش Castigliano، نرخ فنر را به‌ترتیب زیر برآورد کن

$$k = \frac{d^4 G}{16 N_a (R_2 + R_1)(R_2^2 + R_1^2)}$$



شکل مسأله ۱۰-۲۲

(From Richard G. Budynas, *Advanced Strength and Applied Stress Analysis*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1999. Copyright © 1999. The McGraw-Hill Companies.)

منابع :

کتاب طراحی اجزای ماشین ویرایش هفتم

ترجمه دکتر شادروان