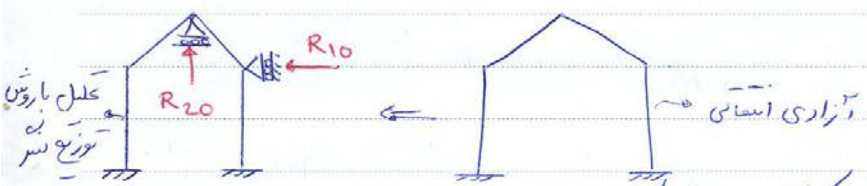
Subject

Date 17

روش توزیع برای تحلیل قاب‌های با حرکت جانبی

روش توزیع لنگر برای قاب‌های با درجه آزادی انتقالی مستقیماً قابل استفاده نبوده و در چنین قاب‌هایی باید از اصل برهم نهی در کنار روش پخش لنگر استفاده کرد. بدین ترتیب که ابتدا با قرار دادن تکیه‌گاه‌های عکس‌العملی در نقاط فرضی مناسب کلیه درجات آزادی انتقالی سازه را حذف کرده سپس سازه‌ی تغییر شکل‌یافته‌ی حاصل را با روش توزیع لنگر تحلیل می‌کنیم.



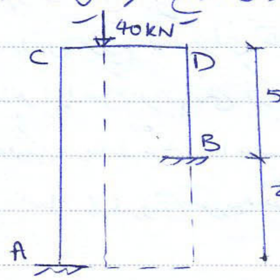
به این ترتیب کلیه واکنش‌های تکیه‌گاه‌های عکس‌العملی مزبور بدست می‌آید.
در ادامه در هر مرحله یکی از تکیه‌گاه‌های عکس‌العملی اضافه شده را حذف کرده و بقیه را باقی می‌گذاریم. در محل درجه آزادی حاصل از حذف تکیه‌گاه عکس‌العملی یک تغییر مکان دلخواه به سازه حاصل اعمال کرده و تحت اثر تغییر مکان مزبور قاب مورد بحث را تحلیل می‌کنیم. بدین ترتیب بقیه واکنش‌های تکیه‌گاهی مربوط به تکیه‌گاه‌های حذف شده بدست می‌آید.

حال باید نتایج حاصل از قاب اول و قاب‌های بعدی که از حذف تک‌به‌تک تکیه‌گاه‌ها بدست آمد را به روش برهم نهی با هم ترکیب نماییم. در این ترکیب نتایج حاصل از قاب اول را با ضریب یک و مابقی قاب‌ها را با ضرایب مجهول $x_1, x_2, \dots, x_n$ (n درجه آزادی) ترکیب می‌کنیم.
برای محاسبه‌ی این ضرایب مجهول با توجه به آن که تکیه‌گاه‌های عکس‌العملی اضافه شده به صورت فرضی می‌باشند باید واکنش نهایی این تکیه‌گاه‌ها برابر صفر بدست آید که به این ترتیب به یک دستگاه n معادله n مجهول می‌رسیم که از حل آن ضرایب مجهول بدست می‌آید.

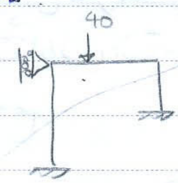
$$\left.\begin{aligned} R_{10} + x_1(R_{11}) + x_2(R_{12}) &= 0 \\ R_{20} + x_1(R_{21}) - x_2(R_{22}) &= 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow$$ دو معادله دو مجهول x_1 و x_2 بدست می‌آید.

Subject
Date

EX. 10-25 اطلاعاتی: قاب نشان داده شده در شکل زیر را با استفاده از روش توزیع لنگر تحلیل کرده و لنگرهای خمشی انتهای اعضا را بدست آورید.



سازه دارای n=1 درجه آزادی انتقالی



تحلیل قاب مهار شده به روش توزیع لنگر

محاسبه‌ی لنگرهای گیرداری: AC و BD

$FEM_{AC} = FEM_{CA} = 0$

$FEM_{BD} = FEM_{DB} = 0$

CD: P=40, a=3, b=4

$FEM_{CD} = -\frac{40 \times 3 \times 4^2}{7^2} = -39.2$

$FEM_{DC} = \frac{40 \times 3^2 \times 4}{7^2} = 29.4$

محاسبه‌ی سختی‌های نسبی و ضرایب DF:

$K_{AC} = \frac{I}{7}, \quad K_{CD} = \frac{I}{7}, \quad K_{BD} = \frac{I}{5}$

$DF_{AC} = DF_{BD} = 0 \qquad DF_{CA} = \frac{\frac{I}{7}}{\frac{I}{7}+\frac{I}{7}} = 0.5 \qquad DF_{CD} = \frac{\frac{I}{7}}{\frac{I}{7}+\frac{I}{7}} = 0.5$

$DF_{DC} = \frac{I/7}{I/7 + I/5} = 0.417 \qquad DF_{DB} = \frac{I/5}{I/7 + I/5} = 0.583$

ضرایب انتقال لنگر: 0.5

	AC	CA	CD	DC	DB	BD
DF	0	0.5	0.5	0.417	0.583	0
FEM	0	0	-39.2	29.4	0	0
DM	0	19.6	19.6	-12.3	-17.1	0
	9.8		-6.2	9.8		-8.6
DM		3.1	3.1	-4.1	-5.7	0
	1.6		-2.1	1.6		-2.9
	0	1.1	1.1	-0.7	-0.9	0
	0.6		-0.4	0.6		
DM	0	0.2	0.2	-0.3	-0.3	0
	0.1		-0.2	0.1		-0.2
ΣM	12	24	-23.9	24	-24	-12

گره C: $DM = -(-39.2) = 39.2$

$39.2 \times 0.5 = 19.6$

D: $DM = -29.4$

$-29.4 \times 0.417 = -12.3$

$-29.4 \times 0.583 = -17.1$

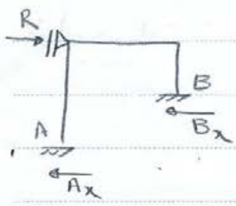
$-9.8 \times 0.417 = -4.1$

$-9.8 \times 0.583 = -5.7$

$-1.6 \times 0.417 = -0.7$

$-1.6 \times 0.583 = -0.9$

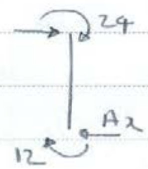
Subject
Date 18



محاسبه‌ی واکنش تکیه‌گاه غلتکی در C

$\Sigma F_x = 0 \longrightarrow R = A_x + B_x$

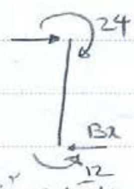
دیاگرام آزاد AC:



$\curvearrowleft \Sigma M_C = 0 : -12 - 24 - A_x \times 7 = 0$

$\rightarrow A_x = -5.14 \qquad A_x = 5.14 \longrightarrow$

دیاگرام آزاد قطعه BD

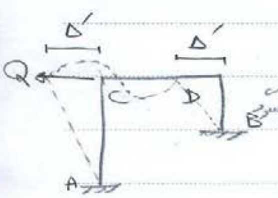


$\curvearrowleft \Sigma M_D = 0 \qquad -12 + 24 - B_x \times 15 = 0 \qquad B_x = 7.2 , \ B_x = 7.2 \longleftarrow$

$R = A_x + B_x = -5.14 + 7.2 = 2.06$

مرحله دوم: حذف تکیه‌گاه و ایجاد تغییر مکان دلخواه در تکیه‌گاه حذف شده ← در امتداد درجه آزادی اضافی

حال تکیه‌گاه غلتکی را حذف کرده و در قاب تغییر شکلی دلخواه در تکیه‌گاه حذف شده و در راستای نیروی آن تکیه‌گاه ایجاد می‌کنیم. برای ایجاد این تغییر شکل باید در آن نقطه هم‌راستا با آن تغییر شکل یک نیروی مجهول به تکیه‌گاه اعمال کنیم. (دیگر بار 40 KN حذف خواهد شد)



حال قاب را به روش توزیع لنگر تحلیل می‌کنیم

عضو AC: $FEM_{AC} = FEM_{CA} = \frac{6EI\Delta'}{L^2}$ دو سر گیردار

$\frac{6EI\Delta'}{7^2} = \frac{6EI\Delta'}{49}$ — چون دو سر عضو گیردار است لنگر گیرداری دارای علامت مشابه باشد.

عضو BD: $FEM_{BD} = FEM_{DB} = \frac{6EI\Delta'}{5^2} = \frac{6EI\Delta'}{25}$; دو سر گیردار

عضو CD: بدون دوران است (فاقد حرکت جانبی) $FEM_{CD} = FEM_{DC} = 0$

فرض: $EI\Delta' = \frac{49 \times 25}{3} = \frac{1225}{3}$

$FEM_{AC} = FEM_{CA} = 50$ بر طبق فرض بالا است

$FEM_{BD} = FEM_{DB} = 98$

ضریب سختی‌های نسبی و ضرایب توزیع لنگر: تمام مانند حالت قبل است

Subject
Date

ضرایب COF تا به حالت حل است

	AC	CA	CD	DC	DB	BD
DF	0	0.5	0.5	0.417	0.583	0
FEM	50	50	0	0	98	98
DM	0	-25	-25	-40.9	-57.1	0
	-12.5		-20.5	-12.5		-28.6
DM	0	10.3	10.3	5.2	7.3	0
	5.2		2.6	5.2		3.7
DM	0	-1.3	-1.3	-2.2	-3	0
	-0.7	0	-1.1	-0.7	0	-1.5
DM	0	0.6	0.6	0.3	0.4	0
	0.3		0.15	0.3		0.2
DM	0	-0.1	-0.1	-0.1	-0.2	0
نتیجه نهایی	42.3	34.5	-34.3	-45.4	45.4	71.8

بزرگترین عدد 98
کوچکترین 0.1
اگر عدد 1000 بود کوچکترین
عدد را اینجا می‌بریم

گره C سطر سوم DM : $DM = -50$ $\quad -50 \times 0.5 = -25$

گره D : $DM = -98 \rightarrow -98 \times 0.417 = -40.9$

$\searrow -98 \times 0.583 = -57.1$

گره C سطر چهارم $DM = -(-20.5) = 20.5$ $\quad 20.5 \times 0.5 = 10.3$

گره D : $-(-12.5) = 12.5 \rightarrow 12.5 \times 0.417 = 5.2$

$\searrow 12.5 \times 0.583 = 7.3$

گره C : $-2.6 \times 0.5 = -1.3$ $\qquad$ گره D : $-5.2 \times 0.417 = -2.2$

$-5.2 \times 0.583 = -3$

گره C سطر ششم : $-(-1.1) = 1.1 \rightarrow 1.1 \times 0.5 = 0.6$

گره D : $-(-0.7) = 0.7 \rightarrow 0.7 \times 0.417 = 0.3$

$\searrow 0.7 \times 0.583 = 0.4$

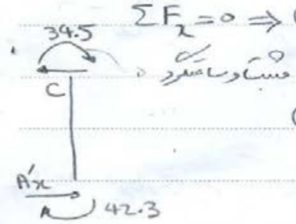
PAPCO

Subject

Date 19

مرحله بعد: محاسبه Q:

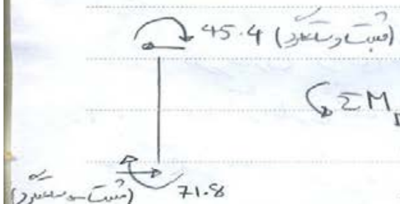
$$\overrightarrow{\Sigma F_x = 0} \Rightarrow Q = A'_x + B'_x$$



دیاگرام آزاد AC:

$$\circlearrowright \Sigma M_C = 0 : -42.3 - 34.5 + A'_x \times 7 = 0$$

$$\longrightarrow A'_x = 10.97 \longrightarrow$$



دیاگرام آزاد عضو BD:

$$\circlearrowright \Sigma M_D = 0 \Rightarrow -71.8 - 45.4 + B'_x \times 5 = 0 \Rightarrow B'_x = 23.44$$

$$Q = A'_x + B'_x = 10.97 + 23.44 = 34.41 \longleftarrow$$

دارای یک درجه آزادی انتقالی است. بین دو دیاگرام آزاد داشت.

اگر دو درجه داشت. که به سراغ قاب بعدی و رسم دیاگرام آن می پرداختیم.

* مرحله بعدی: ترکیب نتایج حاصل از دو قاب:

- قاب اول را با ضریب یک و قاب دوم را با ضریب x_1 ترکیب می کنیم. x_1 را طوری پیدا می کنیم که نیروی خارجی در گره C برابر صفر شود.

$$\overleftarrow{Q = 34.41} \,,\, \overrightarrow{R = 2.06}$$

$$R + x_1 \cdot Q = 0 \Rightarrow 2.06 + x_1(-34.41) = 0 \longrightarrow x_1 = 0.0599$$

محاسبه ی لنگرهای انتهایی اعضا با ترکیب نتایج دو قاب:

$$M_{AC} = 12 + 0.0599 \times 42.3 = 14.5$$

$$M_{CA} = 24 + 0.0599 \times 34.5 = 26.1$$

$$M_{CD} = -23.29 + 0.0599 \times (-34.3) = -26$$

$$M_{DC} = 24 + 0.0599 \times (45.4) = 21.3$$

$$M_{DB} = -24 + 0.0599 \times (45.4) = -21.3$$

$$M_{BD} = -12 + 0.0599 \times (71.8) = -77$$

فصل یازدهم: سازه های متقارن

استفاده از خاصیت تقارن در سازه ها باعث کاهش حجم محاسبات می گردد. برای آنکه یک سازه دارای تقارن باشد علاوه بر شکل هندسی باید دیگر مشخصات آن نظیر جنس مصالح و ممان اینرسی مقاطع نیز دارای تقارن باشد.

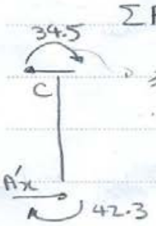
PAPCO

Subject
Date 19

مرحله بعد: محاسبه Q :

$$\sum \vec{F_x} = 0 \Rightarrow Q = A'_x + B'_x$$

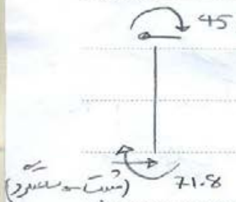
دیاگرام آزاد AC :



$$\circlearrowleft \sum M_C = 0 : -42.3 - 34.5 + A'_x \times 7 = 0$$

$$\rightarrow A'_x = 10.97 \rightarrow$$

دیاگرام آزاد عضو BD :



$$\circlearrowleft \sum M_D = 0 \Rightarrow -71.8 - 45.4 + B'_x \times 5 = 0 \Rightarrow B'_x = 23.44$$

$$Q = A'_x + B'_x = 10.97 + 23.44 = 34.41$$

دارای یک درجه آزادی انتقالی است. پس دو دیاگرام آزاد داشت.
اگر دو درجه داشت، که به سراغ قاب بعدی در رسم دیاگرام آن می‌پردازیم.

* مرحله بعدی: ترکیب نتایج حاصل از دو قاب:

- قاب اول را با ضریب یک و قاب دوم را با ضریب x_1 ترکیب می‌کنیم. x_1 را طوری می‌یابیم که نیروی خارجی در گره C برابر صفر شود:

$$\overleftarrow{Q = 34.41}, \quad \overrightarrow{R = 2.06}$$

$$R + x_1 \cdot Q = 0 \Rightarrow 2.06 + x_1(-34.41) = 0 \rightarrow x_1 = 0.0599$$

محاسبه‌ی لنگرهای انتهایی اعضا با ترکیب نتایج دو قاب:

$$M_{AC} = 12 + 0.0599 \times 42.3 = 14.5$$

$$M_{CA} = 24 + 0.0599 \times 34.5 = 26.1$$

$$M_{CD} = -23.29 + 0.0599 \times (-34.3) = -26$$

$$M_{DC} = 24 + 0.0599 \times (45.4) = 21.3$$

$$M_{DB} = -24 + 0.0599 \times (45.4) = -21.3$$

$$M_{BD} = -12 + 0.0599 \times (71.8) = -7.7$$

فصل یازدهم: سازه‌های متقارن

استفاده از خاصیت تقارن در سازه‌ها باعث کاهش حجم محاسبات می‌گردد. برای آنکه یک سازه دارای تقارن باشد، علاوه بر شکل هندسی باید دیگر مشخصات آن نظیر جنس مصالح و ممان اینرسی مقاطع نیز دارای تقارن باشد.

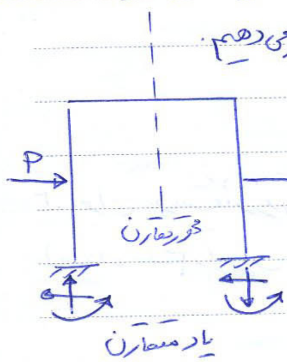
عضوی که روی محور تقارن است، قابل نصف کردن نیست به همین جهت مشخصات آن (A و I) را نصف می‌کنیم. درصورت اعمال بار متقارن بار نیز در محل تقارن نصف می‌شود. در محل‌های تقاطع سازه با محور تقارن یک تکیه‌گاه گیردار غلتکی قرار می‌دهیم. به گونه‌ای تکیه‌گاه به موازات محور تقارن بتواند حرکت کند. حال به جای سازه اصلی، سازه جدید را تحلیل می‌کنیم و نتایج آن را به نیمه دیگر سازه تعمیم می‌دهیم.

نکته: واکنش‌های عضوی که روی محور تقارن قرار دارد، دو برابر مقادیری است که برای سازه‌ی نصف شده بدست می‌آید.

ویژگی‌های سازه با بارگذاری پادمتقارن

در این سازه‌ها نقاطی که روی محور تقارن قرار می‌گیرند دارای دوران می‌باشند و همچنین عمود بر محور تقارن دارای آزادی حرکت هستند اما موازی محور تقارن نمی‌توانند حرکت کنند و جابجایی آن‌ها صفر است. در این حالت مقادیر تغییر مکان قائم، نیروی کششی و نیروی محوری در محل تلاقی محور تقارن سازه با اعضای سازه برابر صفر است. به عبارتی دیگر اگر نیمی از سازه را در نظر بگیریم و در محل تلاقی محور تقارن با سازه از تکیه‌گاه غلتکی استفاده شود. نتایج تحلیل سازه معادل با نتایج تحلیل سازه‌ی اصلی یکسان خواهد بود.

در حالت بارگذاری پادمتقارن درصورت وجود عضو بر روی محور تقارن در سازه نصف شده مشخصات این عضو نصف می‌شود. محلی که روی محور تقارن است تکیه‌گاه غلتکی قرار می‌دهیم.

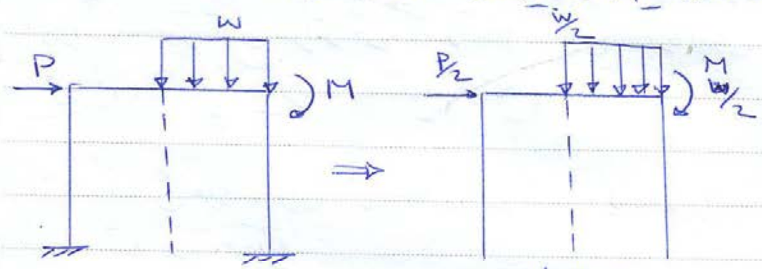


Subject :
Date

- تبدیل بارگذاری دلخواه به ترکیب یک بارگذاری متقارن و یک بارگذاری پادمتقارن در یک سازه متقارن:

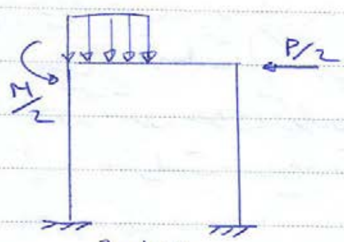
در این حالت به شرح زیر عمل می‌کنیم.

۱. بارهای وارد بر سازه را نصف می‌کنیم (حتماً باید سازه متقارن باشد)



مرحله ۱

۲. تصویر بارگذاری نصف شده را نسبت به محور تقارن برعکس می‌آوریم.

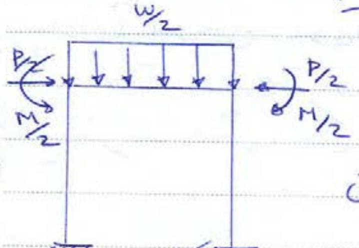


مرحله ۲

* بار گسترده موازی محور تقارن و جهتشان عوض نمی‌شود

مرحله ۲ قرینه مرحله ۱ است (متقارن)

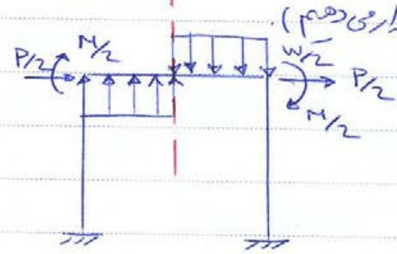
۳. جمع دو مرحله‌ی ۱ و ۲ شکل مؤلفه‌ی بارگذاری متقارن را می‌دهم.



بارگذاری متقارن

۴. برای بدست آوردن مؤلفه‌ی پادمتقارن بارهای مرحله دوم را از مرحله اول کم می‌کنیم: (1-2)

(مرحله دوم را عکس می‌کنیم، مرحله اول را دست نخورده قرار می‌دهیم).

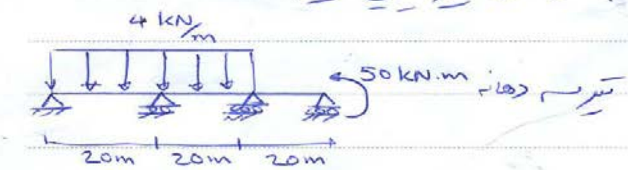


مؤلفه‌ی پادمتقارن

PAPCO

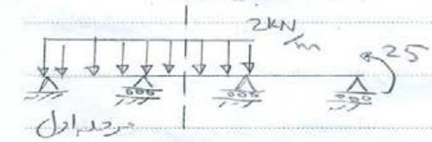
Subject
Date 21

EX.(11-5) یک تیر دو دهانه به همراه بارگذاری آن در شکل زیر نشان داده شده است. مؤلفه‌ی بارگذاری متقارن و متقارن معکوس این تیر را نسبت به محور تقارن تیر تعیین کنید.



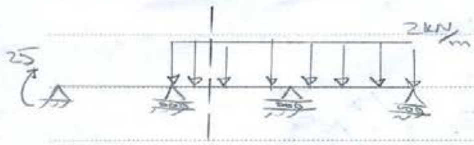
سازه متقارن است.

نکته: در تیرها در صورتی که نیروی محوری صفر باشد تکیه‌گاه مفصلی و غلتکی با هم معادل باشند.

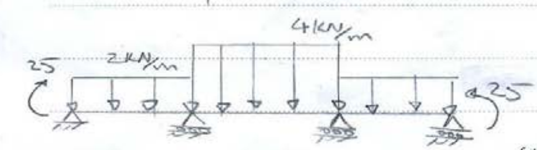


1. مرحله اول: بارهای وارده را نصف می‌کنیم

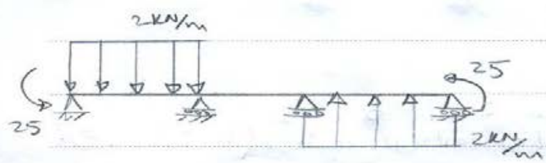
2. مرحله دوم: بارگذاری نصف شده را قرینه می‌کنیم.



3. جمع مرحله 1 و 2: بارگذاری متقارن

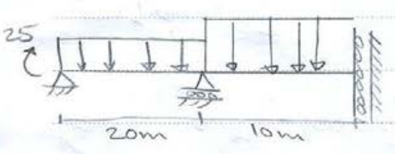


4. مرحله‌ی دوم: مؤلفه بارگذاری پادمتقارن (1 − 2) منها

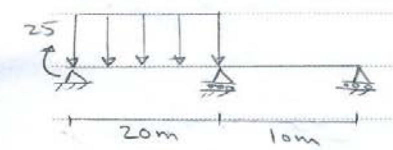


سازه‌ی معادل نصف شده: (با توجه به مرحله 3 حل می‌کنیم) متقارن

حالت متقارن: تیردار غلتکی به موازی محور تقارن نتواند حرکت کند.



(با توجه به مرحله 4 حل می‌کنیم) (پادمتقارن) در این حالت تکیه‌گاه غلتکی را طوری قرار می‌دهیم که موازی محور تقارن جلوی حرکت را بگیرد.

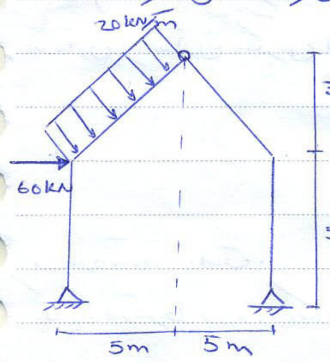


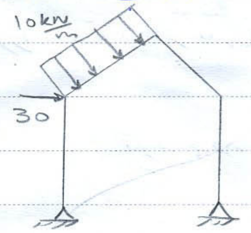
Subject

Date

EX : (11-6) در قاب شکل زیر مؤلفه‌های متقارن و پادمتقارن بارگذاری را مشخص کنید.

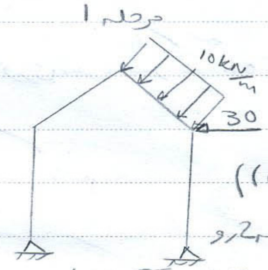
1. بارگذاری را نصف می‌کنیم.





مرحله 1

2. بارگذاری را قرینه می‌کنیم

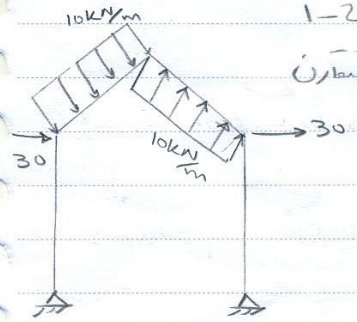


(مؤلفه‌ی موازی محور تقارن بار گسترده در مرحله 1 و 2 رو به پایین هستند (متقارن))

و مؤلفه‌ی عمود بر محور تقارن آن در مرحله 2 رو به چپ و در مرحله 1 رو به سمت راست است (پادمتقارن))

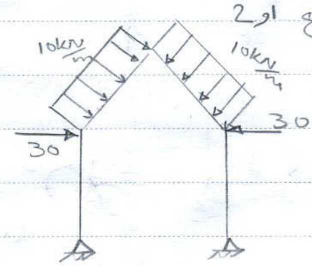
مرحله 4: 2-1

مؤلفه‌ی پادمتقارن

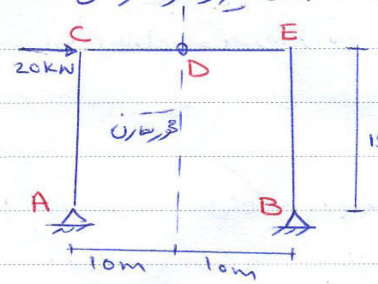


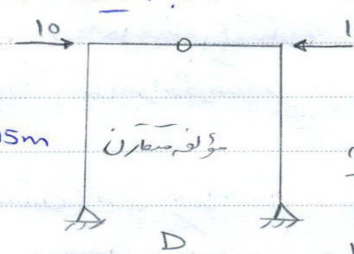
مرحله 3: جمع 1 و 2

مؤلفه متقارن

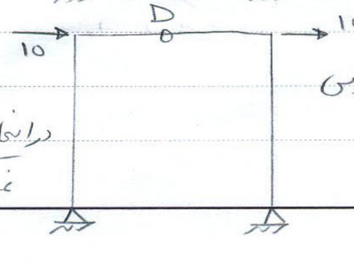


EX . 11-23) در قاب نشان داده شده با توجه به ویژگی تقارن سازه‌ای نیروها و تنش‌های انتهای اعضا را بدست آورید.





مرحله نصف کردن بارگذاری و قرینه به یکباره انجام می‌شود.



در اینحالت بارها را نصف و قرینه معکوس می‌کنیم (پادمتقارن)

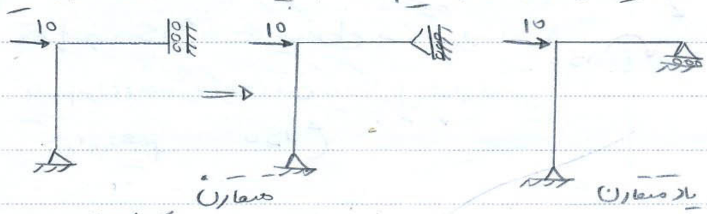
در اینحالت عمود بر محور تقارن نیروها و تنش‌ها صفر می‌شود.

P4PCO

Subject

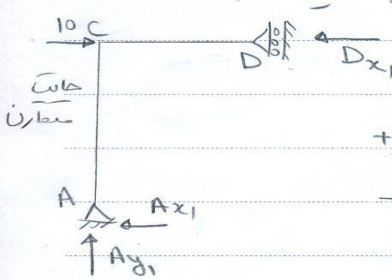
Date 22

رسم سازه نصف شده: در حالت متقارن تکیه‌گاه گیردار غلتکی قرار می‌دهیم و در حالت پاد متقارن غلتک قرار می‌دهیم



نکته: چون در نقطه D مفصل داخلی وجود دارد و در مفصل داخلی لنگر صفر است، تکیه‌گاه گیردار غلتکی را به تکیه‌گاه غلتکی تغییر می‌دهیم (این تکیه‌گاه غلتکی طوری قرار می‌گیرد که به صورت عمودی بتواند حرکت کند)

هر یک از این دو سازه را تحلیل کرده و واکنش‌های تکیه‌گاهی را محاسبه می‌کنیم:

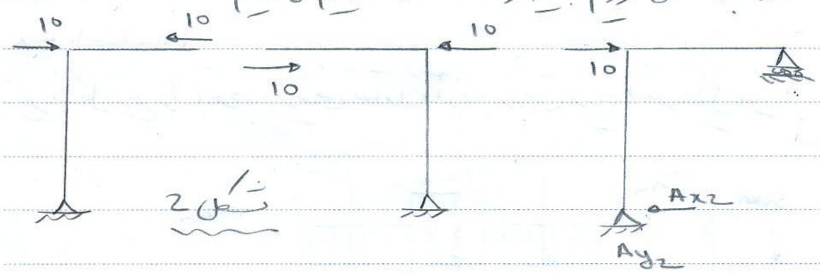


$+\uparrow \sum F_y = 0 \qquad A_{y_1} = 0$

$+\circlearrowleft \sum M_D = 0 \qquad A_{x_1} = 0$

$\rightarrow \sum F_x = 0 \qquad D_{x_1} = 10 \leftarrow$

مقادیری که برای نصف سازه بدست می‌آوریم به تمام سازه تعمیم می‌دهیم:



حالت پاد متقارن

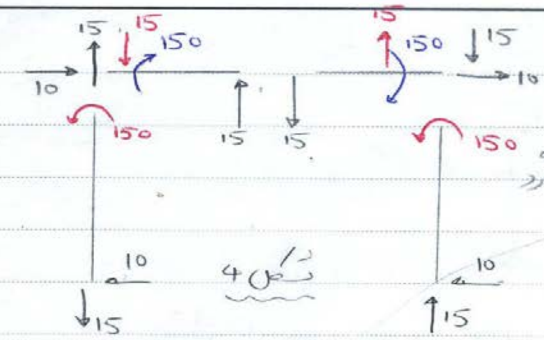
$\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow A_{x_2} = 10$

$\sum M_A = 0 \rightarrow -10\times15 + D_{y_2}\times10 = 0 \Rightarrow D_{y_2} = 15\,kN \uparrow$

$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_{y_2} = -15 \Rightarrow A_{y_2} = 15 \downarrow$

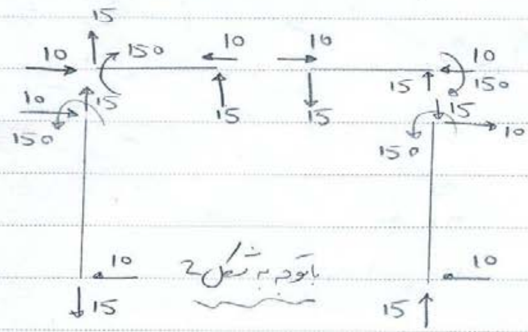
PAPCO

Subject
Date



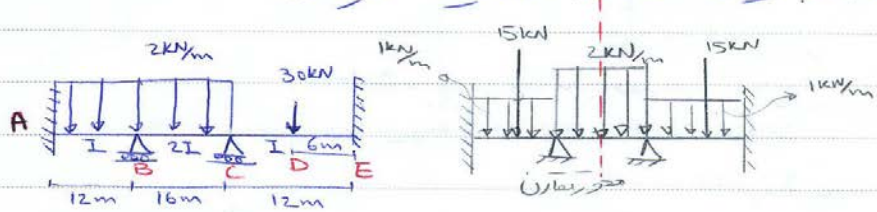
15↓ و 15↑ یک کوپل ساعتگرد داریم برای خنثی کردن آن یک کوپل پادساعتگرد 150 قرار می‌دهیم

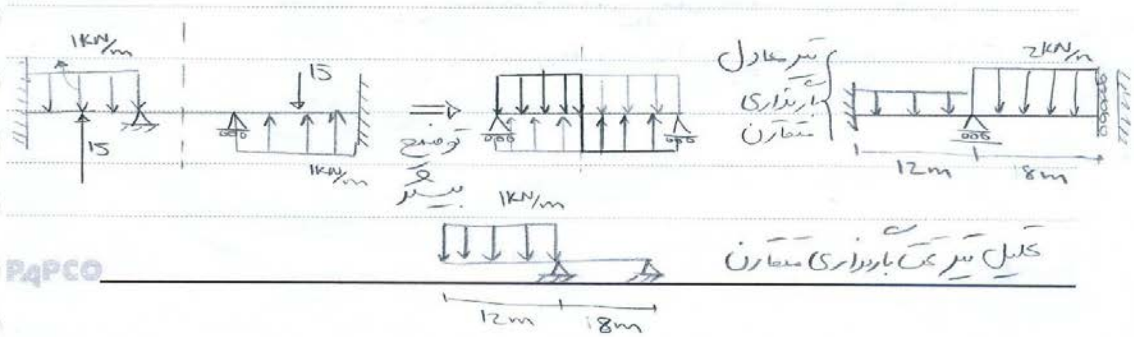
آخرین مرحله: بارگذاری متقارن + بارگذاری پادمتقارن (جمع آثار قوا)



(11-28). EX

تیر شکل زیر را با توجه به ویژگی تقارن آن به روش توزیع لنگر تحلیل کنید.





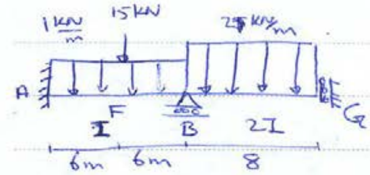
در حالت متقارن هم برای شیب‌ها و هم DF از طول اصلی عضو قطع شده استفاده شود!

Subject

Date 23

ادامه مثال:

تحلیل تیر تحت بارگذاری متقارن



لنگرهای گیرداری

$$FEM_{AB} = -FEM_{BA} = -\frac{wL^2}{12} - \frac{PL}{8} = -\frac{1\times 12^2}{12} - \frac{15\times 12}{8} = -34.5$$

$$FEM_{BG} = -FEM_{GB} = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{2\times 16^2}{12} = -42.66$$

در تیر BG محاسبه‌ی لنگرهای گیرداری براساس مشخصات تیر اصلی انجام می‌شود که دارای طول 16 متر می‌باشد و نه تیر نصف شده.

نکته: در حالت بار متقارن چون در وسط تکیه‌گاه غلتکی داریم و تیر در آن حالت فاقد تغییر مکان جانبی است می‌توانیم از مشخصات تیر نصف شده برای محاسبه‌ی لنگرهای گیرداری کمک بگیریم

محاسبه‌ی سختی‌های نسبی و ضرایب DF

$$K_{AB} = \frac{I}{12}, \quad K_{BG} = \frac{2I}{16} = \frac{I}{8}$$

سختی عضو BG در حالت متقارن همانند قسمت قبل براساس طول تیر اصلی قبل از نصف شدن بدست می‌آید

در حالت بار متقارن براساس طول نصف شده.

در حالت بار متقارن چون تکیه‌گاه در نقطه G غلتکی است پس ضریب 0.75 نیز اعمال می‌کنیم.

$$DF_{AB} = 1 \qquad DF_{BA} = \frac{\frac{I}{12}}{\frac{I}{12}+\frac{I}{8}} = 0.571 \qquad DF_{BG} = \frac{\frac{I}{8}}{\frac{I}{8}+\frac{I}{12}} = 0.429 \qquad DF_{GB} = 1$$

از اینجا به بعد حل مسئله داده برابر بودند 12 آبان 11

ضرایب انتقال لنگر: 0.5

در حالت بار متقارن از B به G انتقال صورت نمی‌پذیرد.

	AB	BA	BG	GB
DF	1	0.571	0.429	1
FEM	-34.5	34.5	-42.66	42.66
DM	0	4.66	3.5	0
	2.33			1.75
	0	0	0	0
لنگر نهایی	-32.17	39.16	-39.16	44.41

$$DM = -(34.5 - 42.66) = 8.16$$

مقادیر بدست آمده را به سمت راست تیر تعمیم می‌دهیم. در حالت متقارن لنگرها در سمت مقابل قرینه می‌شوند.

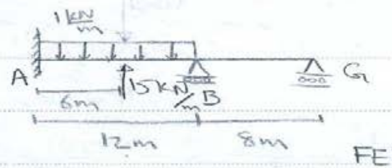
$$M_{CG} = -M_{BG} = 39.16$$

$$M_{CD} = -M_{BA} = -39.16 \qquad M_{DC} = -M_{AB} = 32.17$$

PAPCO

Subject
Date

نکته { در حالت باد متقارن برای بدست آوردن K کل طول را در نظر می‌گیریم
〃 نامتقارن 〃 〃 〃 ~~~ 〃 می‌گیریم



تحلیل تیر در حالت باد متقارن:

لنگرهای گیرداری

$$FEM_{AB} = -FEM_{BA} = -\frac{WL^2}{12} + \frac{PL}{8} = -\frac{1\times 12^2}{12} + \frac{15\times 12}{8} = 10.5 \ kN.m$$

$$FEM_{BG} = FEM_{GB} = 0$$

سختی‌های نسبی و ضرایب DF

$$K_{AB} = \frac{I}{12}, \quad K_{BG} = \frac{3}{4}\times\frac{2I}{8} = \frac{3I}{16}$$

$$DF_{AB} = 1 \ (\text{صفر}), \quad DF_{BA} = \frac{\frac{I}{12}}{\frac{I}{12}+\frac{3I}{16}} = 0.307$$

$$DF_{BG} = \frac{\frac{3I}{16}}{\frac{I}{12}+\frac{3I}{16}} = 0.693$$

$$DF_{GB} = 1$$

ضرایب انتقال لنگر: 0.5

	AB	BA	BG	GB
DF	0	0.307	0.693	1
FEM	10.5	-10.5	0	0
DM	0	3.23	7.27	0
	1.62			
DM	0	0	0	0
لنگرهای	12.12	-7.27	7.27	0

گره B: $DM = 10.5$

$10.5 \times 0.307 = 3.23$

$10.5 \times 0.693 = 7.27$

تقسیم مقادیر فوق به نیم دیگر تیر: چون باد متقارن است لنگرها در نیم دیگر هم علامت می‌باشند

$$M_{CG} = M_{BG} = 7.27 \qquad M_{CD} = M_{BA} = -7.27$$

$$M_{DC} = M_{AB} = 12.12$$

مقادیر بدست آمده از دو حالت متقارن و باد متقارن را با هم جمع می‌کنیم تا لنگرهای انتهایی در تیر اصلی بدست آید.

لنگرهای نهایی:

$$M_{AB} = -32.17 + 12.12 = -20.05$$

$$M_{BA} = 39.16 - 7.27 = 31.89$$

$$M_{BG} = -39.16 + 7.27 = -31.89$$

$$M_{GB} = 39.16 + 7.27 = 46.43$$

$$M_{CE} = -39.16 - 7.27 = -46.43$$

$$M_{EC} = 32.17 + 12.12 = 44.29$$

PAPCO

Subject
Date 24

EX. مثال قبل را به روش شیب ـ افت حل کنید.

تیرهای سر داری مشابه مثال قبل هستند.

حالت متقارن:

$$M_{AB}=\frac{2EI}{L}\left(2\theta_A+\theta_B-3\frac{\Delta}{L}\right)+FEM_{AB}$$

$$M_{BA}=\frac{2EI}{L}\left(2\theta_B+\theta_A-3\frac{\Delta}{L}\right)+FEM_{BA}$$

$$\theta_A=0\ ,\ \Delta=0 \longrightarrow M_{AB}=\frac{2EI}{12}(0+\theta_B-0)-34.5=\frac{EI\theta_B}{6}-34.5$$

$$M_{BA}=\frac{2IE}{12}(2\theta_B+0-0)+34.5=\frac{EI\theta_B}{3}+34.5$$

* در تیر BG با توجه به آن که در انتهای G، Δ وجود دارد، برای آنکه نیازی به محاسبه‌ی Δ نداشته باشیم از مشخصات تیر اصلی استفاده می‌کنیم. ??? 9

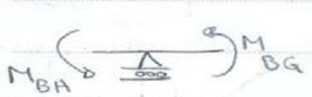
به علت تقارن: $\theta_C=-\theta_B$

$$M_{BG}=M_{BC}=\frac{2EI}{L}\left(2\theta_B+\theta_C-3\frac{\Delta}{L}\right)+FEM_{BC}$$

$$M_{BG}=\frac{2E(2I)}{16}(2\theta_B-\theta_B-0)+(42.66)=\frac{EI\theta_B}{4}-42.66$$

تعادل در گره‌ها:

گره B:



$$\sum M_B=0 \Rightarrow M_{BA}+M_{BG}=0$$

$$\left(\frac{EI\theta_B}{3}+34.5\right)+\left(\frac{EI\theta_B}{4}-42.66\right)=0 \Rightarrow \theta_B=\frac{13.99}{EI}$$

جایگزینی در روابط شیب افت:

$$M_{AB}=-32.17\ ,\ M_{BA}=39.16\ ,\ M_{BG}=-39.16$$

مقادیر در نیمه سمت راست تیر:

$$M_{EC}=-M_{AB}=+32.17 \qquad M_{CG}=-M_{BG}=+39.16$$

$$M_{CE}=-M_{BA}=-39.16$$

حالت بار متقارن:

تیرهای سر داری: مشابه مثال قبل

روابط شیب ـ افت:

$$M_{AB}=\frac{2EI}{12}(0+\theta_B-0)+10.5=\frac{EI\theta_B}{6}+10.5$$

$$M_{BA}=\frac{2EI}{12}(\theta_B+0-0)-10.5=\frac{EI\theta_B}{3}-10.5$$

برای M_{BG} چون تیر در انتهای دیگر آن صفر است از روابط شیب ـ افت اصلاح شده استفاده می‌کنیم. در اینجا از طول نصف شده استفاده می‌کنیم.

$$M_{BG}=\frac{3E(2I)}{L}\theta_B-\frac{3E(2I)}{L}\psi+FEM_{BG}-0.5FEM_{GB}=$$

PAPCO

Subject
Date

$= \frac{6EI}{8}\theta_B - 0 + 0 - 0 = \frac{3EI}{4}\theta_B$

باید در تیر نصف شده در نظر گرفته شود.

گره B :

$\left(\frac{EI\theta_B}{3} - 10.5\right) - \frac{3EI}{4}\theta_B = 0 \Rightarrow \theta_B = \frac{9.69}{EI}$

جایگزینی در روابط شیب افت :

$M_{AB} = 12.12 \,,\ M_{BA} = -7.27 \,,\ M_{BG} = 7.27$

مقادیر در نیمه سمت راست تیر (حالت پادمتقارن جهت تیرها در نیمه دیگر عوض می‌شود)

$M_{EC} = M_{AB} = 12.12 \qquad M_{CG} = M_{BG} = 7.27$

$M_{CE} = M_{BA} = -7.27$

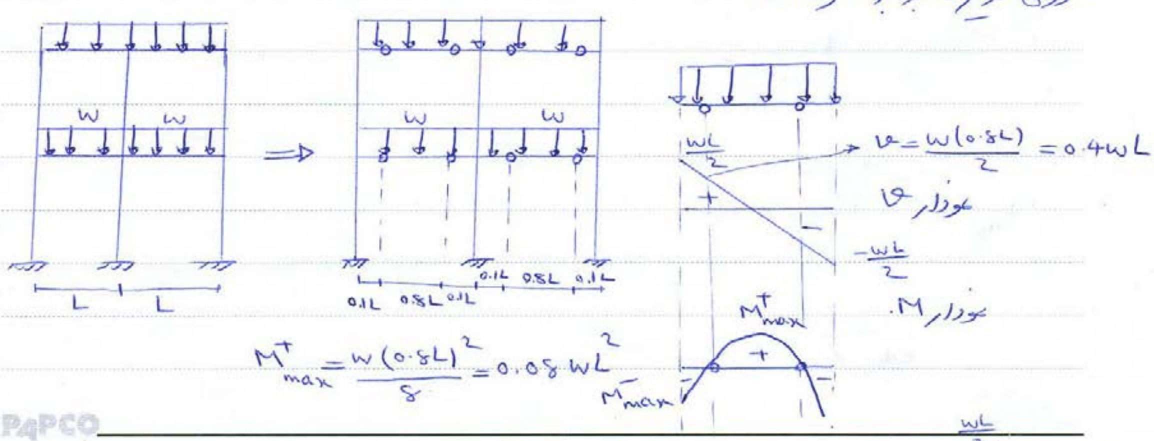
نتایج دو حالت متقارن و پادمتقارن را با هم جمع می‌کنیم ← جواب قاب به شکل کل

روش‌های تقریبی تحلیل قاب‌های مستطیلی

- روش یک دهم دهانه ← برای تحلیل قاب‌ها تحت اثر بارهای ثقلی
- روش پرتال ← برای تحلیل قاب‌ها تحت اثر بارهای جانبی
- روش کانتیلور

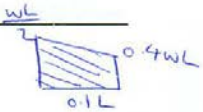
* روش یک دهم دهانه :

از این روش برای تحلیل قاب‌ها تحت اثر بارهای ثقلی استفاده می‌شود.
فرض این روش این است که در تیرها در فاصله یک دهم طول ابتدا و انتهای آن مقدار ممان صفر است
به همین جهت برای تحلیل تیرها در این نقاط مفصل داخلی قرار میدهیم. با این روش قاب به صورت
معین در می‌آید. و به روش استاتیکی قابل تحلیل می‌شود. در این روش فرض بر آن است که نیروی
محوری در تیرها برابر صفر است.



$M^+_{max} = \frac{w(0.8L)^2}{8} = 0.08wL^2$

$M^-_{max} = 0.1L \times \left(\frac{0.5wL + 0.4wL}{2}\right) = 0.045wL^2$



Subject

Date 25

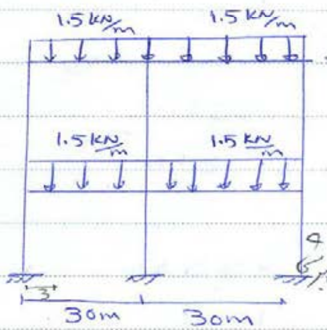
گشتاورهای انتهایی ستون ها با نوشتن معادلات تعادل گره ها بدست می آید. برای این منظور از طبقه آخر به جهت پایین حرکت می کنیم.

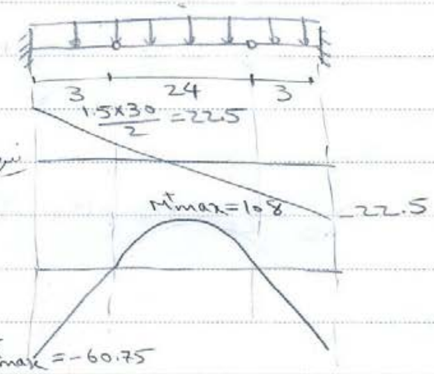
برای محاسبه ی نیروی محوری ستون ها نیز می توان از تعادل گره ها کمک گرفت و یا از سطح بارگیر هر ستون مقدار نیروی محوری را بدست آورد.

EX. (مثال 1-13 الطباطبائی)

نمودار گشتاور خمشی و نیروی برشی تقریبی برای تیرهای قاب نشان داده شده در شکل زیر ترسیم نمایید.

هر چهار تیر مشابه هم می باشند یکی از تیرها را به صورت نمونه تحلیل می کنیم.





$M^{+}_{max}=0.08\times1.5\times30^2=108\ \text{kN.m}$

$M^{-}_{max}=0.045\times30^2\times1.5=60.75$

روش پرتال برای تحلیل قاب های مستطیلی تحت بارهای جانبی:

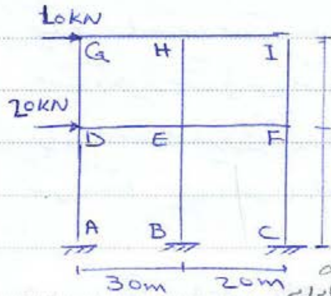
در این روش دو فرض اساسی برای تحلیل قاب در نظر گرفته می شود:

الف ـ فرض می شود که وسط تمام ستون ها و تیرها گشتاور صفر است. به این ترتیب می توان جهت تحلیل قاب در این نقاط مفصل داخلی جایگزین کرد.

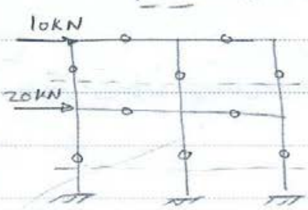
ب ـ فرض می شود در هر طبقه سهم ستون های میانی از برش طبقه دو برابر دو ستون کناری است.

مثال 2-13 الطباطبائی: با استفاده از روش پرتال قاب نشان داده شده را تحلیل کرده و نیروی برشی و نیروی محوری و گشتاور خمشی کلیه اعضای قاب را بدست آورید.

Subject
Date

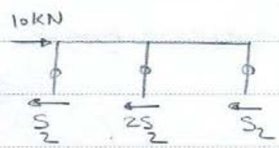


۱. وسط تمام تیرها و ستون‌ها مفصل داخلی قرار میدهیم:



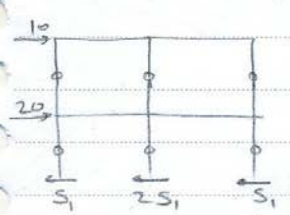
۲. در هر یک از طبقات یک برش افقی زده قطعه بالا را بیرون کشیده، دیاگرام آزاد آن را ترسیم کرده و با نوشتن معادلات تعادل برش ستون‌ها را بدست می‌آوریم. در اینجا توجه می‌کنیم که برش ستون‌های میانی دو برابر ستون‌های کناری است.

(فقط نیروهای افقی را ترسیم می‌کنیم)



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 10 - 4S_2 = 0 \Rightarrow S_2 = 2.5\ kN$$

$$\Rightarrow S_{DG} = S_{FI} = 2.5\ kN,\quad S_{EH} = 5\ kN$$

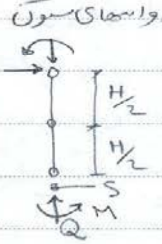


$$\Sigma F_x = 0:\ 30 - 4S_1 = 0 \longrightarrow S_1 = 7.5\ kN$$

$$S_{AD} = S_{CF} = 7.5\ kN,\quad S_{BE} = 15\ kN$$

۳. دیاگرام آزاد هر یک از ستون‌ها را ترسیم می‌کنیم و با نوشتن معادله تعادل لنگر حول مفصل وسط ستون مقدار لنگر دو انتها بدست می‌آید. این مقدار برابر حاصلضرب برش ستون در نصف ارتفاع ستون می‌باشد.

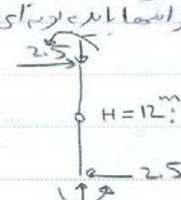
نکته: لنگر در دو انتهای ستون مساوی و هم جهت می‌باشد. نیروهای محوری و برشی در دو انتهای ستون مساوی اما خلاف جهت می‌باشد.



نکته: جهت لنگرها در دو انتها باید به گونه‌ای در نظر گرفته شود که لنگر ناشی از دو نیروی برشی را خنثی نماید.

$$M = \frac{S \cdot H}{2}$$

ستون DG و IF: $H = 12^m$

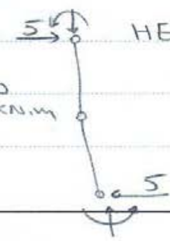


$$M_{IF} = M_{FI} = M_{GD} = M_{DG} = 2.5 \times \frac{12}{2} = 15\ kN.m$$

لنگر وارد بر ستون: پادساعتگرد

لنگر وارد بر تیره: ساعتگرد $\Leftarrow$ $M_{HE} = M_{EH} = 5 \times \frac{12}{2} = 30\ kN.m$

ستون HE



حواست به جهت‌ها واسه تیره بنویسی

لنگرها رو ساعتگرد بزاره

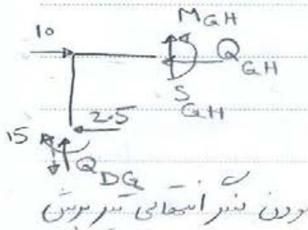
Subject

Date 26

$M_{CF} = M_{FC} = M_{AD} = M_{DA} = 7.5 \times \frac{16}{2} = 60$: CF و AD

$M_{BE} = M_{EB} = 15 \times \frac{16}{2} = 120\ KN.m$: BE

دیاگرام آزاد هریک از گره‌ها را ترسیم کرده و معادله تعادل نیرو در گره را می‌نویسیم. با توجه به معلوم بودن نیروی وارد بر گره از طرف ستون، نیروی وارد بر گره از طرف تیر نیز بدست می‌آید. این فرآیند را برای گره‌ها از چپ به راست و از طبقه بالا به پایین انجام می‌دهیم.



گره G:

$\sum M_G = 0 \Rightarrow -15 + M_{GH} = 0 \Rightarrow M_{GH} = 15$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow 10 - 2.5 - Q_{GH} = 0 \Rightarrow Q_{GH} = 7.5$

در مرحله بعد دیاگرام آزاد تیر GH را ترسیم می‌کنیم. با توجه به معلوم بودن لنگر انتهایی تیر، برش تیر نیز بدست می‌آید. همانند ستون در تیر نیز لنگر دو انتها برابر حاصلضرب برش در نصف طول تیر است.

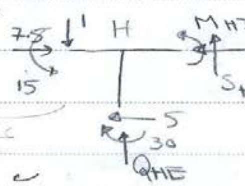
تیر GH:

$15 = S_{GH} \times \frac{30}{2} \Rightarrow S_{GH} = 1$

بازگشت به دیاگرام آزاد گره G

$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow Q_{DG} + 1 = 0 \Rightarrow Q_{DG} = -1 \Rightarrow Q_{DG} = 1 \downarrow$

گره H:

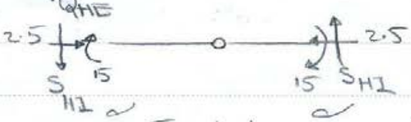


علامت نیروی برشی غلط؟

$\sum M_H = 0 ;\ 15 - 30 + M_{HI} = 0 \Rightarrow M_{HI} = 15$

$\sum F_x = 0 ;\ 7.5 - 5 - Q_{HI} = 0 \Rightarrow Q_{HI} = 2.5$

دیاگرام آزاد تیر HI :



$15 = S_{HI} \times \frac{20}{2} \Rightarrow S_{HI} = 1.5\ KN$

نکته: نیروی برشی انتهای تیر نسبت به مرکز تیر باید نیروی مخالف جهت لنگر موجود در انتهای تیر ایجاد نماید. اگر جهت اولیه برای این اساس اشتباه فرض شده باشد جهت نیروی برشی وارد بر تیر و وارد بر گره را وارونه می‌کنیم. در هر تیر لنگر دو انتها مساوی و هم جهت، نیروهای برشی و محوری مساوی و خلاف جهت می‌باشند.

بازگشت به گره H

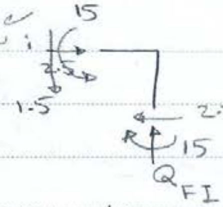
$\sum F_y = 0 ;\ -1 + Q_{HE} + 1.5 = 0 ;\ Q_{HE} = -0.5$

$Q_{HE} = 0.5$

PAPCO

Subject
Date

گره I:

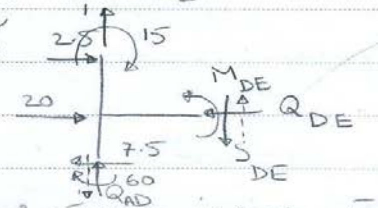


$\Sigma F_y = 0 : -1.5 + Q_{FI} = 0 \Rightarrow Q_{FI} = 1.5$

کنترل $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 2.5 - 2.5 = 0$

$\Sigma M_I = 0 \Rightarrow 15 - 15 = 0$

گره D:



$\Sigma M_D = 0 : -60 - 15 + M_{DE} = 0 \Rightarrow M_{DE} = 75$

$\Sigma F_x = 0 : 20 + 2.5 - 7.5 - Q_{DE} = 0 ; Q_{DE} = 15$

نکته: برای ستون ها مانند تیر نیروهای دو انتها هم جهت و مساوی، نیروهای برشی و محوری مساوی و مخالف جهت هستند.

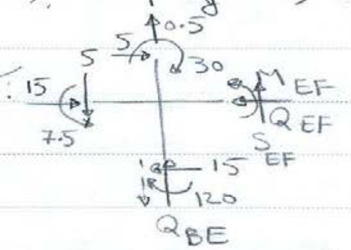
تیر DE:

$7.5 = S_{DE} \times \frac{30}{2} \rightarrow S_{DE} = 5$

در اینجا جهت اختیار شده برای S_{DE} غلط می باشد چون لنگر 75 ساعتگرد است که باید در جهتی S_{DE} اختیار شود که حول مرکز تیر لنگر پادساعتگرد ایجاد کند. در اینجا جهت نیروی برشی در دو انتهای تیر و در محل گره D را وارونه می کنیم. ادامه محاسبات بر اساس جهت صحیح انجام می شود.

بازگشت به گره D: $\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow Q_{AD} + 1 + 5 = 0 \Rightarrow Q_{AD} = -6 \rightarrow Q_{AD} = 6$

گره E:

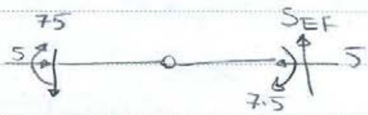


$\Sigma M_E = 0 : \Rightarrow -120 + 75 - 30 + M_{EF} = 0$

$M_{EF} = 75$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 15 - 15 + 5 - Q_{EF} = 0 \Rightarrow Q_{EF} = 5$

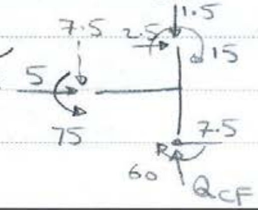
تیر EF:



$75 = S_{EF} \times \frac{20}{2} \Rightarrow S_{EF} = 7.5$

بازگشت به گره E: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow Q_{BE} - 5 + 0.5 + 7.5 = 0 \Rightarrow Q_{BE} = -3 \longrightarrow Q_{BE} = 3 \downarrow$

گره F:



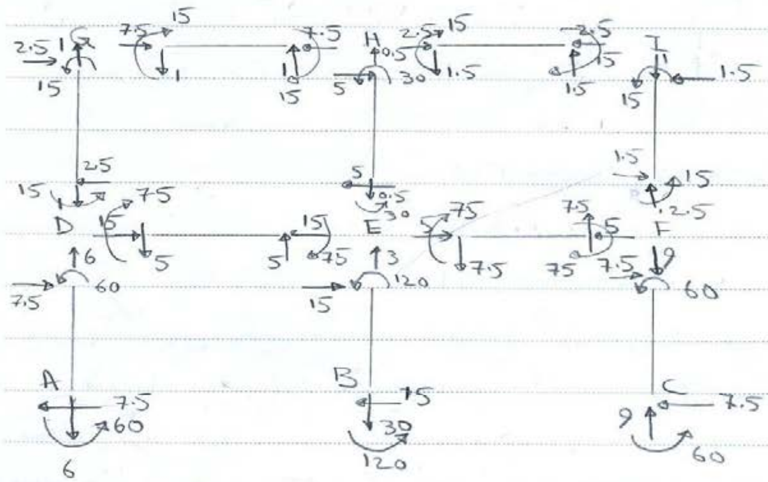
$\Sigma F_y = 0 ; Q_{CF} - 7.5 - 1.5 = 0 \Rightarrow Q_{CF} = 9$

کنترل $\begin{cases} \Sigma F_x = 0 : 5 - 7.5 + 2.5 = 0 \checkmark \\ \Sigma M_F = 0 : 75 - 60 - 15 = 0 \Rightarrow \checkmark \end{cases}$

P4PCO

Subject
Date 27

خلاصه نتایج :



نیروهای وارد بر اعضا را به صورت دیاگرام روبرو رسم می‌کنیم:

روش کانتیلور برای تحلیل قاب‌های مستطیلی تحت بار جانبی

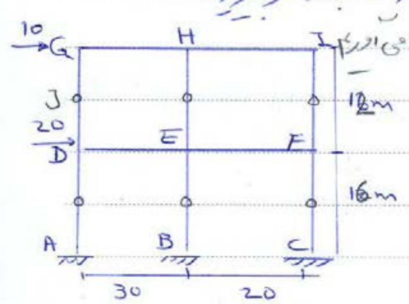
دو فرض اساسی این روش برای تحلیل قاب‌ها عبارت‌اند از:

الف – مقدار لنگر در وسط ~~تیرها~~ ستون‌ها برابر صفر است. پس می‌توان در این نقاط مفصل داخلی قرار داد.

ب – نیروی محوری هر یک از ستون‌های واقع در یک طبقه از قاب با فاصله آن ستون از مرکز سطح مقطع کلیه ستون‌های قاب در آن طبقه متناسب است.

EX. مثال 13-3 الیاسی

با استفاده از روش کانتیلور قاب زیر را تحلیل نمایید. مقطع ستون‌ها را مساوی در نظر بگیرید.



مرحله 1: ابتدا مرکز سطح مقطع ستون‌ها را در هر یک از دو طبقه بدست می‌آوریم

طبقه اول و دوم مشابه هم می‌باشند.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}$$

A_i : سطح مقطع ستون i ام $(A_i = A)$

x_i : فاصله مرکز ستون i ام تا مقطع

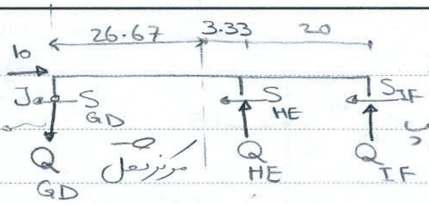
$$\bar{x} = \frac{A\times 0 + A\times 30 + A\times 50}{3A} = 26.67\,m$$

نیروی محوری ستون‌ها برابر حاصلضرب ضریب ثابت در فاصله‌ی مرکز ستون تا مرکز سطح در هر طبقه می‌باشد.

Subject

Date

طبقه دوم:



با توجه به جهت نیروهای محوری ستونهای واقع در سمت راست مرکز ثقل فشاری و ستونهای سمت چپ کششی خواهند بود

$$Q_{GD} = 26.67\,q = 26.67 \times 0.0473 = 1.26$$

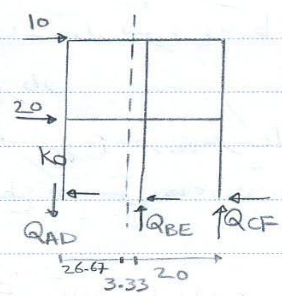
$$Q_{HE} = 3.33\,q = 3.33 \times 0.0473 = 0.16$$

$$Q_{IF} = 23.33\,q = 23.33 \times 0.0473 = 1.1$$

با فرض اینکه برش در وسط طبقه باشد لنگر در مقطع ایجاد شده صفر خواهد بود. معادله تعادل لنگر حول وسط ستون کناری (سمت چپ) را می نویسیم. در این معادله نیروهای برشی ستون ها لنگری ایجاد نمی کنند و حذف می شوند.

$$\circlearrowleft \Sigma M_J = 0 : -10 \times \frac{12}{2} + (3.33q) \times 30 + 23.33q \times 50 = 0 \Rightarrow q = 0.0473$$

قسمت 2 دیاگرام آزاد آن



ستون های طبقه اول

ستون های سمت راست مرکز هندسی فشاری و ستون سمت چپ در کشش هستند

نیروهای محوری ستون متناسب با فاصله ستون از مرکز هندسی می باشند

$$Q_{AD} = 26.67\,P$$

$$Q_{BE} = 3.33P$$

$$Q_{CF} = 23.33\,P$$

$$\circlearrowleft \Sigma M_k = 0 : -10 \times \left(12 + \frac{16}{2}\right) - 20 \times \frac{16}{2} + (3.33P) \times 30 + (23.33P) \times 50 = 0$$

$$\rightarrow P = 0.284$$

$$\rightarrow Q_{AD} = 26.67 \times 0.284 = 7.58 \text{ kN}$$

$$Q_{BE} = 3.33 \times 0.284 = 0.95 \text{ kN}$$

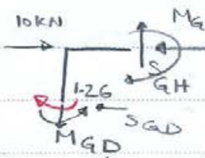
$$Q_{CF} = 23.33 \times 0.284 = 6.63 \text{ kN}$$

PAPCO

Subject

Date 28

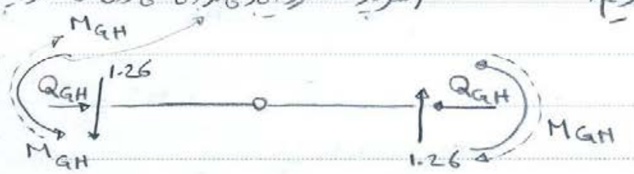
در هر یک از گره‌ها، دیاگرام آزاد گره را رسم می‌کنیم. با نوشتن معادله $\Sigma F_y = 0$ نیروی برشی تیرها را بدست می‌آوریم. برای این منظور از طبقه بالا چپ به راست و سپس بالا به پایین حرکت می‌کنیم.



گره G: $\uparrow \Sigma F_y = 0 : S_{GH} - 1.26 = 0 \longrightarrow S_{GH} = 1.26$

حال به سراغ تیر متصل به گره GH می‌رویم.

(لنگر پادساعتگرد ایجاد می‌کند برای خنثی کردن آن ساعتگرد باشد)



تیر GH :

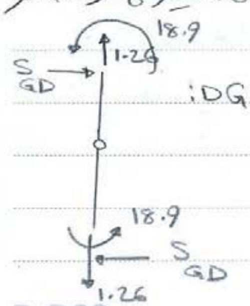
لنگر دو انتهای تیر برابر حاصلضرب نیروی برشی در نصف طول دهانه تیر است. جهت آن باید به گونه‌ای باشد که نسبت به وسط تیر، لنگر ناشی از نیروی برشی را خنثی کند. در اینجا نیروی برشی نسبت به وسط تیر، لنگر پادساعتگرد ایجاد می‌کند پس لنگر دو انتها باید ساعتگرد اختیار شود. جهت اولیه اشتباه فرض شده و باید آن را اصلاح نمود.

$$M_{GH} = 1.26 \times \frac{30}{2} = 18.9$$

بازگشت به گره G :

$$\left(\Sigma M_G = 0 ; 18.9 + M_{GD} = 0 \Rightarrow M_{GD} = -18.9 \longrightarrow M_{GD} = 18.9\right)$$

با بدست آمدن لنگر انتهای ستون می‌توان نیروی برشی ستون را بدست آورد. نیروی برشی ستون حاصل تقسیم لنگر ستون به نصف ارتفاع ستون است. جهت نیروی برشی به گونه‌ای اختیار می‌شود که لنگر ناشی از آن نسبت به وسط ستون، لنگر انتهای ستون را خنثی کند.

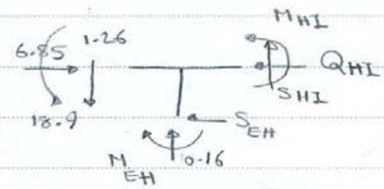


ستون DG:

$$S_{GD} = \frac{18.9}{\frac{12}{2}} = 3.15$$

Subject
Date

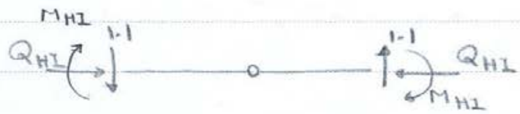
بازگشت به گره G: $\overrightarrow{\Sigma F_x} = 0 : 10 - 3.15 - Q_{GH} = 0 \Rightarrow Q_{GH} = 6.85$



گره H: دو طرف مفصل تیر را می‌بایستی جهت آنها را برعکس در نظر می‌گیریم

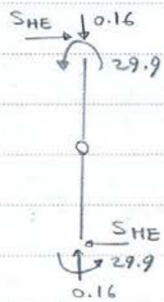
$\uparrow \Sigma F_y = 0 : -1.26 + 0.16 + S_{HI} = 0 \Rightarrow S_{HI} = 1.1$

تیر HI:



$M_{HI} = 1.1 \times \frac{20}{2} = 11$

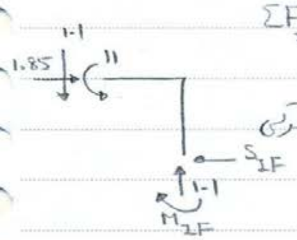
ستون HE:



$S_{HE} = \frac{29.9}{(\frac{12}{2})} \simeq 5$

بازگشت به گره H: $\overrightarrow{\Sigma F_x} = 0 ; 6.85 - 5 - Q_{HI} = 0 \Rightarrow Q_{HI} = 1.85$

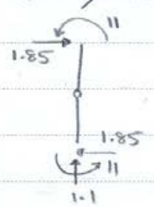
گره I: $\overrightarrow{\Sigma F_x} = 0 ; 1.85 - S_{IF} = 0 \Rightarrow S_{IF} = 1.85$



رابطه کنترلی
$$\begin{cases} \uparrow \Sigma F_y = 0 ; 1.1 - 1.1 = 0 \quad \text{ok} \checkmark \\ \circlearrowleft \Sigma M_I = 0 ; 11 - M_{IF} = 0 ; M_{IF} = 11 \end{cases}$$

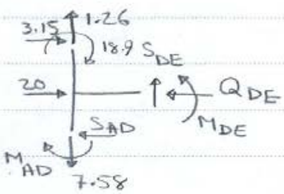
Subject
Date 29

ستون IF: در اینجا مقادیر لنگر و برش را از لحاظ مقدار و جهت کنترل می‌کنیم. برای این منظور نسبت به وسط ستون معادله تعادل لنگر را می‌نویسیم. مقدار لنگر برابر حاصلضرب نیروی برشی در نصف ارتفاع ستون است. جهت نیروی برشی باید به گونه‌ای باشد که لنگر ناشی از آن برخلاف لنگر انتهای ستون باشد.



$11 - 1.85 \times \frac{12}{2}$ ✓ ok

گره D:



$\uparrow \Sigma F_y = 0 : 1.26 - 7.58 + S_{DE} = 0 \Rightarrow S_{DE} = 6.32$

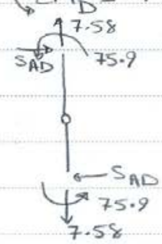
تیر DE:

$M_{DE} = 6.32 \times \frac{30}{2} = 94.8$

بازگشت به گره D:

$\circlearrowleft \Sigma M_D = 0 : -18.5 + 94.8 - M_{AD} = 0 \Rightarrow M_{AD} = 75.9$

ستون AD:



$S_{AD} = \frac{75.9}{(\frac{16}{2})} = 9.5$

بازگشت به گره D:

$\overrightarrow{\Sigma F_x} = 0 : 20 + 3.15 - 9.5 - Q_{DE} = 0$

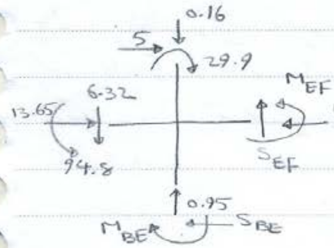
$Q_{DE} = 13.65$

PAPCO

Subject

Date

گره E



$\uparrow \Sigma F_y = 0 : \; -6.32 + 0.95 + S_{EF} - 0.16 = 0$

$S_{EF} = 5.53$

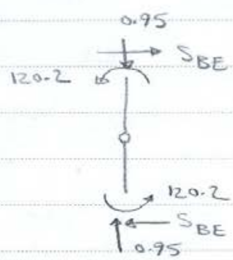
تیر EF:

$M_{BE} = 5.53 \times \frac{20}{2} = 55.3$

بازگشت به گره E:

$\circlearrowright \Sigma M_E = 0 : 94.8 - M_{BE} + 55.3 - 29.9 = 0 \Rightarrow M_{BE} = 120.2$

ستون BE:



$S_{BE} = \frac{120.2}{\left(\frac{16}{2}\right)} = 15$

بازگشت به گره E:

$\overrightarrow{\Sigma F_x} = 0 : \; 13.65 - 15 - Q_{EF} + 5 = 0$

$\Rightarrow Q_{EF} = 3.65$

PAPCO

Subject
Date 30

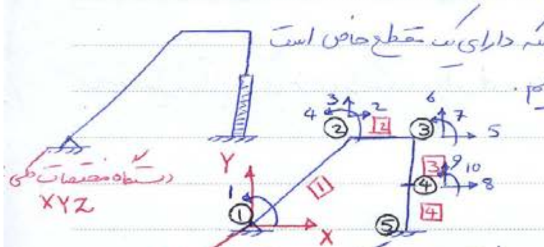
فصل چهاردهم:

در این بخش به کاربرد روش سختی در تحلیل قاب ها، تیرها و خرپاها اشاره می شود. منظور از روش سختی این است که مجهولات اصلی دستگاه معادلات حاصل تغییر مکان ها یا دوران های گرهی هستند.

تهیه کردن مدل تحلیلی سازه

شکل سازه را با یک نمودار خطی نمایش می دهیم که در آن اعضا و گره های سازه با شماره های خاص خود مشخص شده اند. به طور مثال قاب شکل زیر را در نظر بگیرید همانطور که دیده می شود این قاب از چهار عضو و پنج گره تشکیل شده است. شماره گره ها در داخل علامت دایره و شماره اعضا در داخل علامت مربع نمایش داده شده است.

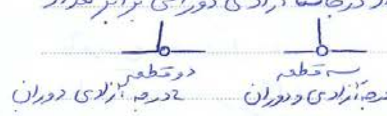
در اینجا عضو عمودی چون دو تکه است و هر تکه دارای یک مقطع خاص است آن را به جای یک عضو دو عضو در نظر گرفته ایم.



غیر از اعضا و گره ها به هر درجه آزادی نیز یک درجه اختصاص پیدا می کند:

* در هر گره در حالت دو بعدی سه درجه آزادی وجود دارد دو درجه آزادی حرکت افقی و عمودی و یک درجه آزادی دورانی.

در صورتی که در یک گره مفصل داخلی وجود داشته باشد. تعداد درجات آزادی دورانی برابر تعداد قطعات متصل شده به آن مفصل است



* در تکیه گاه ها در راستاهایی که دوران یا جابجایی بسته شده است. درجه آزادی وجود ندارد.

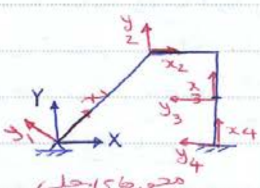
قرارداد: دوران و نیروها پادساعتگرد مثبت فرض می شود.

برخلاف روش شیب افت در اینجا از تغییر شکل های محوری صرف نظر نمی شود.

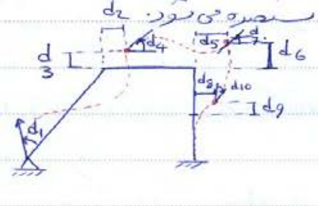
Subject
Date

دستگاه‌های مختصات محلی و کلی

در روش سختی هندسه کل سازه و تغییر مکان گره‌ها نسبت به یک دستگاه مرجع تعیین می‌شود که آنرا دستگاه مختصات کلی می‌نامیم. اما معمولاً برای هر یک از اعضا از یک دستگاه مختصات دیگر استفاده می‌شود، که در آن محور x موازی عضو و محورهای y و z عمود بر عضو است. جهت محور x از سمت ابتدای عضو به سمت انتهای آن است. جهت دو محور دیگر نیز به صورت راستگرد نسبت به محور x منظور می‌شود.



محورهای محلی



شکل تغییر شکل یافته قاب تحت یک بارگذاری فرضی:

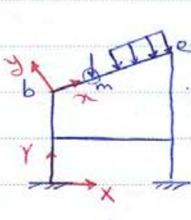
تمامی تغییر مکان‌های گرهی را در یک بردار d به نام بردار تغییر مکان گرهی جمع می‌کنیم.

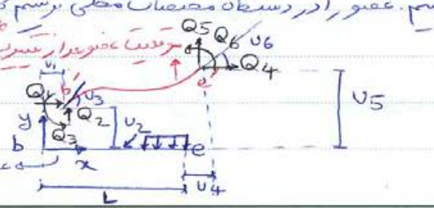
$$d=\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_9 \\ d_{10} \end{Bmatrix}=\{d_i\} \quad i=1 \text{ تا } 10$$

روابط نیرو - تغییر مکان (روابط سختی) عضو در دستگاه مختصات محلی

در روش سختی تغییر مکان‌های گرهی از حل یک دستگاه معادلات به صورت ماتریسی $\bar{P}=Sd$ بدست می‌آید. که در آن d بردار تغییر مکان‌های گرهی، $\bar{P}$ بردار نیروهای خارجی وارد بر قاب (در محل گره‌ها) و S ماتریس سختی کل سازه است.

ماتریس سختی کل سازه از سر هم سری کردن ماتریس سختی تک تک اعضا بدست می‌آید.
به طور مثال عضو M از قاب نشان داده شده را در نظر بگیرید.
این عضو را بیرون می‌کشیم و وضعیت آنرا پس از اعمال بار و تغییر شکل به صورت زیر ترسیم می‌کنیم. عضو را در دستگاه مختصات محلی ترسیم کرده‌ایم.





سه عضو قبل از تغییر شکل

Subject

Date 31

در هر عضو ۶ نیرو و تغییر مکان در دو انتهای آن ایجاد می‌شود.

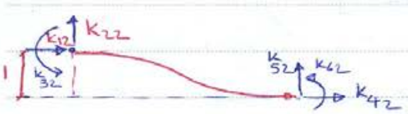
- شماره گذاری های واکنش های داخلی در دو انتهای عضو متناظر با شماره گذاری درجات آزادی هر گره می‌باشد.

- مقادیر واکنش های داخلی Q_1 تا Q_6 طبق روابط زیر قابل محاسبه می‌باشند.

$$Q_1 = k_{11}U_1 + k_{12}U_2 + k_{13}U_3 + k_{14}U_4 + k_{15}U_5 + k_{16}U_6 + Q_{f_1}$$
$$Q_2 = k_{21}U_1 + k_{22}U_2 + k_{23}U_3 + k_{24}U_4 + k_{25}U_5 + k_{26}U_6 + Q_{f_2}$$
$$Q_3 = k_{31}U_1 + k_{32}U_2 + k_{33}U_3 + k_{34}U_4 + k_{35}U_5 + k_{36}U_6 + Q_{f_3}$$
$$Q_4 = k_{41}U_1 + \cdots + Q_{f_4}$$
$$Q_5 = k_{51}U_1 + k_{52}U_2 + k_{53}U_3 + \cdots + Q_{f_5}$$
$$Q_6 = k_{61}U_1 + \cdots + Q_{f_6}$$

در روابط بالا k_{ij} ضرایب سختی نامیده می‌شوند. از نظر فیزیکی ضریب سختی k_{ij} عبارت است از نیروی لازم در امتداد Q_i برای ایجاد تغییر مکان واحد در امتداد U_j در حالتی که سایر تغییر مکان ها برابر صفر باشد.

به طور مثال اگر U_2 را برابر یک و بقیه را برابر صفر قرار دهیم مطابق شکل زیر خواهیم داشت.



$$k_{12} = k_{42} = 0$$
$$k_{22} = \frac{12EI}{L^2} \qquad k_{52} = -\frac{12EI}{L^2}$$
$$k_{32} = k_{62} = \frac{6EI}{L^2}$$

Q_{f_i} نیروی گیرداری در درجه آزادی i ناشی از بارهای خارجی وارد بر تیر.

روابط بالا بصورت ماتریسی و به صورت زیر قابل بیان است:

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{26} \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & \\ k_{61} & k_{62} & \cdots & k_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ U_6 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_{f_1} \\ Q_{f_2} \\ \vdots \\ \vdots \\ Q_{f_6} \end{Bmatrix}$$

PAPCO

Subject
Date

$$\{Q_i\}=[k_{ij}]\times\{u_i\}+\{Q_{f_i}\}$$

ماتریس سختی به شکل زیر قابل بیان است.

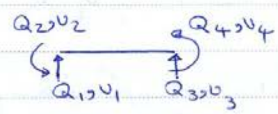
سطح مقطع عضو

$$[k]=[k_{ij}]=\frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix}\frac{AL^2}{I} & 0 & 0 & -\frac{AL^2}{I} & 0 & 0\\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L\\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & -6L & 2L^2\\ -\frac{AL^2}{I} & 0 & 0 & \frac{AL^2}{I} & 0 & 0\\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L\\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & -6L & 4L^2\end{bmatrix}$$

ماتریس سختی یک ماتریس متقارن است. یعنی $k_{ij}=k_{ji}$

* در برخی سازه ها همانند تیرهای چند دهانه نیروهای محوری اعضا صفر است به همین جهت ماتریس سختی را می توان به ماتریس 4×4 زیر ساده کرد:

$$[k]=\frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix}12 & 6L & -12 & 6L\\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2\\ -12 & -6L & 12 & -6L\\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2\end{bmatrix}$$



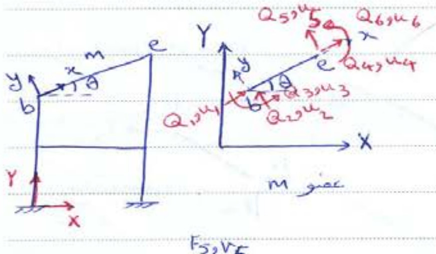
* در مورد خرپاها به دلیل آنکه سختی خمشی وجود ندارد و تنها سختی محوری وجود دارد ماتریس سختی با حذف سطر و ستون های مربوط به خمش و برش به شکل ساده شده زیر در می آید:

$$[k]=\frac{EA}{L}\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}$$

Subject:
Year. Month. Date. 32

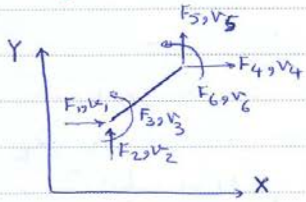
تبدیل دستگاه‌های مختصات محلی و کلی به یکدیگر

به هنگام سرهم بندی کردن ماتریس سختی اعضای سازه و تعیین ماتریس سختی کل سازه لازم است بردار نیروها، بردار تغییرمکان‌ها و ماتریس سختی هر عضو از دستگاه مختصات محلی به دستگاه مختصات کلی برده شود.



Q_3: لنگر ابتدا

u_3: دوران ابتدا



$$Q=\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_6 \end{Bmatrix}, \quad F=\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_6 \end{Bmatrix}; \quad u=\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_6 \end{Bmatrix}, \quad v=\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_6 \end{Bmatrix}$$

$$Q=\underbrace{T}_{\text{ماتریس تبدیل}}.F \Rightarrow F=T^{T}.Q$$

$$u=T.v \Rightarrow v=T^{T}.u$$

$$\text{ماتریس تبدیل}\ T=\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\theta =$ پادساعتگرد مثبت

b: گره ابتدای عضو

e: گره انتهای عضو

$$\cos\theta=\frac{X_e-X_b}{L} \qquad \sin\theta=\frac{Y_e-Y_b}{L}$$

$$\cos\theta=\frac{X_e-X_b}{\sqrt{(X_e-X_b)^2+(Y_e-Y_b)^2}}, \quad \sin\theta=\frac{Y_e-Y_b}{\sqrt{(X_e-X_b)^2+(Y_e-Y_b)^2}}$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

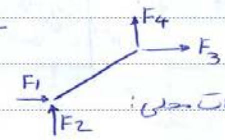
برای تیرها:

$$T=\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

برای اعضای خرپایی:

$$T=\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$$

درمختصات کلی:



درمختصات محلی:

$$Q=\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \qquad F=\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix}$$

تعیین ماتریس سختی اعضا در دستگاه مختصات محلی

Q_F: بردار (بقیه‌اش را باید بنویسید!!!)

$$Q = ku + Q_F$$

دو سمت رابطه‌ی بالا را از چپ T^T ضرب می‌کنیم

$$T^T Q = T^T k u + T^T Q_F$$

$$F = T^T \times k (T.v) + T^T Q_F$$

تعریف: $T^T \cdot Q_F = F_F$

F_F: بردار نیروهای گیرداری در دستگاه مختصات کلی

$$T^T . k . T = K$$

K: ماتریس سختی عضو در دستگاه مختصات کلی

$$\Rightarrow F = K . v + F_F$$

به طور مثال برای عضو خرپایی:

$$K = T^T . k . T = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta \\ 0 & \sin\theta \end{bmatrix} \times \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$$

$$(4\times2)\times(2\times4) = 4\times4$$

وقتی سه ماتریس داریم اول سه دو ماتریس آخر را در هم ضرب می‌کنیم حاصل را در ماتریس اولی ضرب می‌کنیم.

PAPCO

$$= \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta \times \sin\theta & -\cos^2\theta & -\cos\theta\sin\theta \\ \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta & -\cos\theta\sin\theta & -\sin^2\theta \\ -\cos^2\theta & -\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ -\cos\theta\sin\theta & -\sin^2\theta & \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

محاسبه ی ماتریس سختی کل سازه

در اینجا ماتریس هر عضو m سازه را با k_m در دستگاه مختصات کلی و ماتریس سختی کل سازه را با S نمایش می دهیم. برای کل سازه رابطه زیر را خواهیم داشت: $P = S.d + P_f$

P: بردار نیروهای خارجی وارد بر کل سازه

P یک بردار $n\times1$ می باشد که n درجه آزادی کل سازه می باشد.

$$P = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix}$$

نکته: برای محاسبه درجه آزادی سازه در حالت دو بعدی در هر گره سه درجه آزادی در نظر می گیریم (حرکت افقی حرکت عمودی و حرکت دورانی) اگر گره تکیه گاهی باشد به تعداد واکنش های تکیه گاه از این سه درجه کم می شود. اگر گره مفصل داخلی باشد تعداد درجات آزادی گره می شود (تعداد قطعات متصل به مفصل داخلی) + 2

درجات کلی در هر گره تعداد درجات آزادی برابر است با (تعداد معادلات شرطی گره) + 3 + (واکنش های تکیه گاهی) -

d: بردار تغییر مکان های گرهی سازه

$$d = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix}$$

P_f: بردار نیروهای گیرداری سازه در دستگاه مختصات کلی

S: ماتریس سختی کل سازه

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & & & \\ k_{n1} & \cdots & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix}}_{S} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} P_{f_1} \\ P_{f_2} \\ \vdots \\ P_{f_n} \end{Bmatrix}$$

S یک ماتریس $n\times n$ است

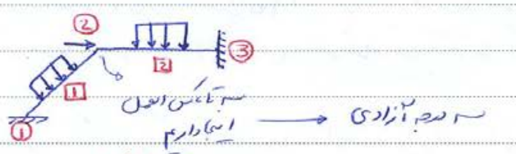
Subject:
Year. Month. Date. ( )

برای محاسبه‌ی ماتریس S و بردار P_F ابتدا باید برای هریک از اعضای سازه ماتریس سختی k_m و F_F را در دستگاه مختصات کلی محاسبه کنیم. در کل سازه برای هریک از درجات آزادی یک شماره مشخص می‌کنیم.

نکته: در تکیه‌گاه‌ها در درجات آزادی که تغییر شکلی وجود ندارد شماره صفر را اختصاص می‌دهیم.

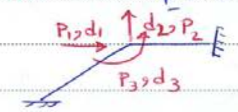
در ماتریس سختی هریک از اعضا مشخص می‌کنیم که هریک از سطر و ستونهای ماتریس سختی مربوط به کدام شماره درجات آزادی کل سازه می‌باشند.

باتوجه به درجه آزادی سازه تعداد سطر و ستون ماتریس سختی کل سازه را تعیین می‌کنیم. درایه‌های ماتریس سختی کل سازه مجموع عناصر ماتریس های سختی اعضا می‌باشند. برای این منظور درایه‌های از ماتریس سختی اعضا را که مربوط به یک درجه آزادی یکسان هستند باهم جمع کرده و در ماتریس سختی کل سازه در سطر و ستون متناظر با آن درجه آزادی قرار می‌دهیم. برای بردار P_F نیز به شکل مشابه عمل می‌کنیم. پس از محاسبه بردارهای F_F برای تک تک اعضا به هرکدام از درایه های این بردارها شماره درجه آزادی متناظر در کل سازه را اختصاص می‌دهیم و مقادیر مشابه را باهم جمع کرده و در بردار P_F جایگزین می‌کنیم.



S: 3x3

$d, P_F, P : 3\times1$



محاسبه ماتریس سختی و بردار F_F برای هریک اعضا: (در مختصات کلی)

عضو ①

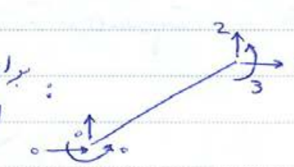
$$
k_1=\begin{array}{c}
 \\ 0\\1\\0\\1\\2\\3
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc}0&0&0&1&2&3\end{array}\\
\left[\begin{array}{cccccc}
k^1_{11}&k^1_{12}&k^1_{13}&k^1_{14}&k^1_{15}&k^1_{16}\\
k^1_{21}&k^1_{22}&k^1_{23}&k^1_{24}&k^1_{25}&k^1_{26}\\
k^1_{31}&k^1_{32}&k^1_{33}&k^1_{34}&k^1_{35}&k^1_{36}\\
k^1_{41}&k^1_{42}&k^1_{43}&k^1_{44}&k^1_{45}&k^1_{46}\\
k^1_{51}&k^1_{52}&k^1_{53}&k^1_{54}&k^1_{55}&k^1_{56}\\
k^1_{61}&k^1_{62}&k^1_{63}&k^1_{64}&k^1_{65}&k^1_{66}
\end{array}\right]
\end{array}
\qquad
k_2=\begin{array}{c}
 \\ 1\\2\\3\\0\\0\\0
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc}1&2&3&0&0&0\end{array}\\
\left[\begin{array}{cccccc}
k^2_{11}&k^2_{12}&k^2_{13}&k^2_{14}&k^2_{15}&k^2_{16}\\
k^2_{21}&k^2_{22}&k^2_{23}&k^2_{24}&k^2_{25}&k^2_{26}\\
k^2_{31}&k^2_{32}&k^2_{33}&k^2_{34}&k^2_{35}&k^2_{36}\\
k^2_{41}&k^2_{42}&k^2_{43}&k^2_{44}&k^2_{45}&k^2_{46}\\
k^2_{51}&k^2_{52}&k^2_{53}&k^2_{54}&k^2_{55}&k^2_{56}\\
k^2_{61}&k^2_{62}&k^2_{63}&k^2_{64}&k^2_{65}&k^2_{66}
\end{array}\right]
\end{array}
$$

PAPCO

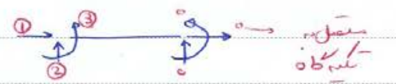
Subject.
Year. Month. Date. 34

$$F_{f_1} = \begin{array}{c} \begin{Bmatrix} F^1_{f_1} \\ F^1_{f_2} \\ \vdots \\ \vdots \\ F^1_{f_6} \end{Bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \qquad F_{f_2} = \begin{Bmatrix} F^2_{f_1} \\ F^2_{f_2} \\ \vdots \\ \vdots \\ F^2_{f_6} \end{Bmatrix} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

برای عضو 1 :



برای عضو 2 :



$$S_{3\times3} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix}$$

عناصری از ماتریس سختی اعضا که شماره سطر یا ستون آن ها صفر شده است در ماتریس سختی کل حذف می شوند.

* برای محاسبه درایه های ماتریس سختی کل از شماره گذاری درجه که براساس شماره درجات آزادی بدست آمده است استفاده می کنیم:

$$S = \begin{bmatrix} k^1_{44} + k^2_{11} & k^1_{45} + k^2_{12} & k^1_{46} + k^2_{13} \\ k^1_{54} + k^2_{21} & k^1_{55} + k^2_{22} & k^1_{56} + k^2_{23} \\ k^1_{64} + k^2_{31} & k^1_{65} + k^2_{32} & k^1_{66} + k^2_{33} \end{bmatrix}$$

$$P_f = \begin{Bmatrix} F^1_{f_4} + F^2_{f_3} \\ F^1_{f_5} + F^2_{f_2} \\ F^1_{f_6} + F^2_{f_3} \end{Bmatrix} \qquad P = S.\,d + P_f$$

محاسبه بردار P : برای محاسبه ی بردار P به بارهای خارجی وارد بر هر گره نگاه می کنیم. بردار P شامل تمامی بارهای خارجی جز واکنش های تکیه گاهی می باشد که با توجه به شماره درجات آزادی در بردار P قرار داده می شود.

- اگر بارهایی که به گره ها وارد می شوند نظیر بارهای گسترده یا بارهای متمرکز وارد بر طول عضو در بردار P_f قبلاً دیده شده است. و نیازی به لحاظ کردن آن در بردار P نیست. با موجود بودن P و S و P_f بردار تغییر مکان های گرهی به دست می آید. پس از محاسبه ی تغییر مکان های گرهی برای کل سازه به صورت متناظر بردار تغییر مکان های گرهی برای هر یک از اعضا نیز معلوم خواهد بود.

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

با توجه به رابطه $F = K \cdot v + F_E$ که مقادیر سمت راست تساوی معلوم است بردار F که بردار واکنش های گرهی هر یک از اعضاست نیز بدست می آید:

$$v_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} \qquad v_2 = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

توضیح: جزوه جلسه آخر در این مجموعه موجود نمیباشد. در جلسه آخر دو مثال در مورد تحلیل ماتریسی خرپاها و تیرها از فصل آخر کتاب اطیابی حل شده است که میتوانید به این کتاب مراجعه نمایید.