با سلام به تمامی مهندسان فهیم ایرانی :

کامل ترین منبع دانشجویی و مهندسی عمران

سیویل سرویس تقدیم می کند :

www.civilservice.ir

- آموزش متلب ، اتوکد ، ایتبس ، سیف ، سپ ، انسیس ، آباکوس و سایر نرم افزار های مهندسی عمران
- کامل ترین جزوه های اساتید برتر کشور
- نمونه پروژه های فولاد ، بتن ، متره و ...
- اطلاع رسانی در مورد تمامی همایش ها و کنفرانس های مرتبط با مهندسی عمران
- و هر آنچه که شما در زمینه مهندسی عمران از ما بخواهید

اعتماد شما افتخار ماست

جزوه دستنویس تحلیل سازه دو

مدرس : مهندس احمدرضا جعفری

Subject:
Year. Month. Date.

تحلیل سازه II

فصل اول ـ مدول برم اطباعی

روش شیب ـ افت در تحلیل قاب‌های نامعین

در این روش ابتدا تنش‌های انتهایی را برحسب می‌آوریم یا مشخص کردن تنش‌های انتهایی ...

توضیح کامل‌تر: در روش شیب افت تنش‌های مجهول، تنش‌های انتهایی اعضا است همچنین دوران و تغییر شکل‌های انتهای اعضا نیز مجهول می‌باشد.

- در این روش از تغییر شکل محوری در مقابل با تغییر شکل‌های ناشی از خمش چشم پوشی می‌شود.

در روش شیب ـ افت تنش انتهایی اعضا برحسب می‌آید که با داشتن این تنش‌ها سازه‌های نامعین تبدیل به یک سازه ساده می‌شود و با نوشتن معادلات تعادل تعیین موارد مجهول قابل حل می‌شود.

قرارداد علامت

۱. تنش‌های انتهایی اعضا زمانی مثبت محسوب می‌شوند که در جهت گردش عقربه‌های ساعت باشند.

تنش‌های وارد بر انتهای تیر = ساعتگرد: مثبت، وارد بر تیره = پادساعتگرد: منفی

۲. هر گاه یک تیره در جهت عقربه‌های ساعت دوران کند زاویه‌ی دوران آن مثبت محسوب می‌شود.

۳. دوران یک عضو وقتی مثبت است که دو انتهای آن نسبت هم به صورت ساعتگرد دوران پیدا کرده باشد این زاویه با ψ (سای) نشان داده می‌شود.

[زاویه بین خط واصل از ابتدا و انتهای عضو بعد از تغییر شکل]

«در این شکل جهت گردش عضو AB ساعتگرد و مثبت است»

M_{AB} → انتهای عضو — گل تا تنش

$$\psi = \frac{\Delta}{L}$$

Δ: تغییر شکل نسبی ابتدا است به انتهای عضو

θ: زاویه‌ی بین مماس بر منحنی با راستای اولیه عضو

θ: ساعتگرد مثبت

روابط قابل‌ی تنش‌های ابتدایی در روش شیب افت

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi) + FEM_{AB}$$

Fix End moment

تنش‌های گیرداری انتهایی می‌باشد و FEM بیش‌تر تنش‌هایی که در دو انتهای عضو وارد می‌شود یا عرض

P4PCO

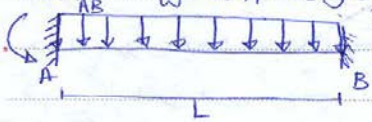
Subject:

Year. Month. Date. ( )

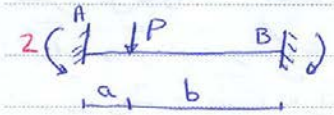
اینک شیب‌های نقاط تکیه‌گاهی تیر را داریم:

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_A - 3\psi) + FEM_{BA}$$

مقادیر لنگرهای گیرداری برای برخی بارگذاری‌های خاص به شرح زیر قابل ذکر است. علامت لنگر: مثبت ← پاد ساعتگرد؛ منفی

1. 

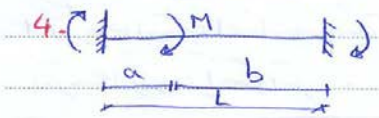
$$FEM_{AB} = -FEM_{BA} = \frac{-wL^2}{12}$$

2. 

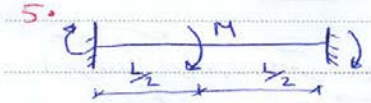
$$FEM_{AB} = \frac{-Pab^2}{L^2}, \quad FEM_{BA} = \frac{Pa^2b}{L^2}$$

3.

$$FEM_{AB} = -FEM_{BA} = \frac{-PL}{8}$$

4. 

$$FEM_{AB} = \frac{Mb}{L^2}(3a - L), \quad FEM_{BA} = \frac{Ma}{L^2}(3b - L)$$

5. 

$$FEM_{AB} = FEM_{BA} = \frac{M}{4}$$

6.

$$FEM_{AB} = FEM_{BA} = \frac{-6EI\Delta}{L^2}$$

در روابط شیب-افت مقدار ψ صفر است.

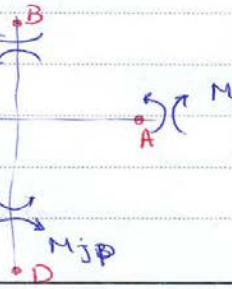
کلی‌تر: در حالت سیستم تکیه‌گاهی در محاسبه‌ی ψ اثر نشست نادیده گرفته می‌شود و در عوض در محاسبه‌ی لنگرهای گیرداری طبق جدول بالا قرار داده می‌شود. البته جای آن می‌توان اثر نشست را در محاسبه‌ی ψ لحاظ کرد و در عوض در محاسبه‌ی لنگرهای گیرداری نشست را نادیده گرفت.

معادلات تعادل در روش شیب-افت

در هر یک از مجموع لنگرهای انتهایی که در روش شیب-افت می‌نویسیم مربوط به اعضای متصل به آن گره باید صفر شود.

یادآوری:

جمع بار ساعتگرد در یک گره مساوی خواهد بود با مجموع لنگرهای وارد بر آن گره با علامت صفر یا منفی.



$$\Sigma M_{JA} = 0 \rightarrow M_{JA} + M_{JB} + M_{JD} + M_{JC} = 0$$

$$\sum_{i=A}^{D} M_{ji} = 0$$

PqPCO

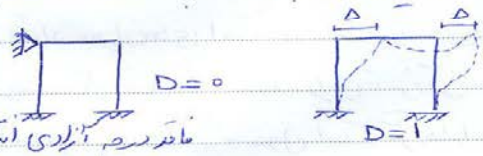
www.jafarii.blogfa.com

Subject :
Year . Month . Date . (2)

درجه آزادی انتقالی و دورانی

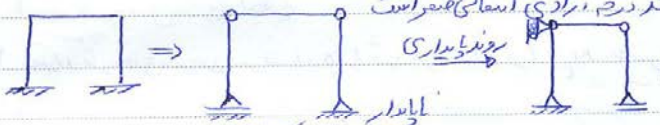
درجه آزادی انتقالی

تعداد تغییرمکان‌های مستقلی که تغییرمکان انتقالی کلیه گره‌های سازه برحسب آن‌ها قابل بیان می‌باشد، درجه آزادی انتقالی سازه نامیده می‌شود. هر تکیه گره‌های یک سازه تا چند درجه انتقالی باشد این سازه بدون درجه آزادی انتقالی می‌باشد.



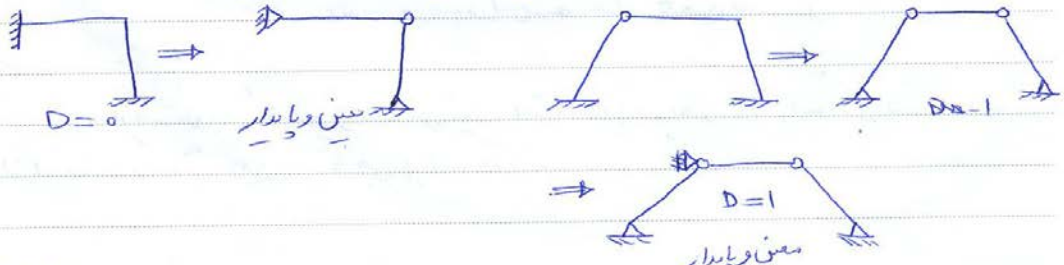
نحوه تعیین درجه آزادی سازه

در سازه کلیه تکیه‌گاه‌های سردار را به تکیه‌گاه مفصلی تبدیل می‌کنیم.
در محل اتصالات صلب اعضاء یک سر مفصل داخلی قرار میدهیم. حال در سازه‌ی جدیدی که بدست می‌آید اگر سازه معین و پایدار باشد درجه آزادی انتقالی صفر است



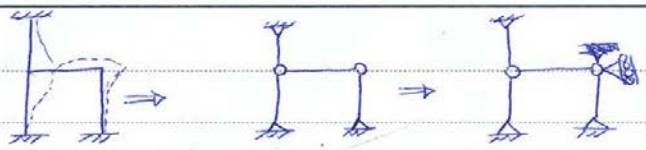
در غیر اینصورت سازه ناپایدار خواهد بود. در این حالت به سازه قیدهای تکیه‌گاهی به میزان حداقل نیروی لازم اضافه می‌کنیم به سازه معین و پایدار شود. تعداد قیدهای اضافه شده برابر درجه آزادی انتقالی سازه خواهد بود همچنین میزان درجه نامعینی سازه جدید را نیز بدست آورد. که این درجه یک عدد منفی و یا صفر خواهد بود. قدر مطلق عدد بدست آمده معرف تعداد قیدهای لازم جهت پایدارسازی سازه خواهد بود

نکته: سازه پس از اضافه کردن قیدها باید معین باشد و هم پایدار. اگر در این حالت سازه ناپایداری هندسی داشت حداقل باید یک قید دیگر اضافه کنیم که ناپایداری هندسی از بین برود



P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )



سه ـ ناپایدار هندسی D=1

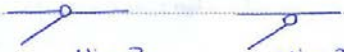
درجه آزادی دورانی

عبارت است از تعداد دوران‌های انتهایی مستقلی که دوران کلیه ی سازه در هر یک از دو انتهای اعضا برحسب آن قابل بیان باشد. برای تعیین آن به شرح زیر عمل می‌کنیم:

۱. گره‌هایی از سازه که دارای گسیختگی است آن‌ها را حذف می‌کنیم.

۲. در هر یک از مفصل‌های داخلی تعداد قطعات متصل به آن مفصل را منهای واحد این مقادیر را در کل سازه برای تمام مفصل‌های داخلی جمع می‌کنیم.

$\sum_{i=1}^{k} N_i$ برای تمام گره‌ها



$N_i = 3$ $N_i = 2$

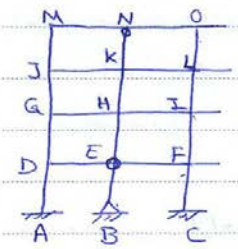
k: تعداد مفصل‌های داخلی

۳. تعداد گره‌های موجود در سازه را شمارش کرده و با N_t نشان می‌دهیم. در این قسمت گره‌های متصل به تکیه‌گاه‌های گیردار و مفصل‌های داخلی محسوب نمی‌شوند.

۴. درجه آزادی دورانی جمع مقادیر دو مرحله قبل می‌باشد.

درجه آزادی $N_\theta = N_t + \sum_{i=1}^{k} N_i$

گره‌های صلب یک درجه آزادی دارند. مفصل‌های داخلی به تعداد میله‌های متصل به آن‌ها درجه آزادی دارند.



$N_\theta = ?$

EX

۱. حذف گره‌ها

۲. $\sum N_i = \overset{E}{4} + \overset{N}{2} = 6$

۳. $N_t = 11$

۴. $N_\theta = 6 + 11 = 17$

در روش شیب افت تعداد درجات آزادی انتهایی = تعداد Δ های مستقل (یا تعداد ∠ های مستقل)

" " دورانی = تعداد θ های مستقل

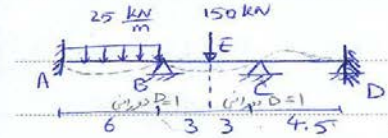
EX. 9-2 باب اطبای

برنامه داده شده در شکل زیر را به روش شیب افت تحلیل کرده و مقادیر لنگرهای انتهایی در هر یک از اعضا و واکنش‌های تکیه‌گاهی را محاسبه کنید.

PAPCO

Subject :

Year . Month . Date . 31

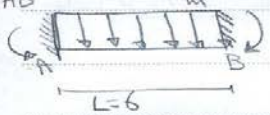


$EI = cte$

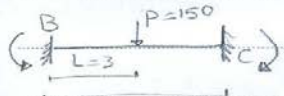
$D = 0 \Rightarrow \psi = 0$ $\quad N_\theta = 2 \begin{cases} \theta_B \\ \theta_C \end{cases}$ $\quad \theta_A = \theta_D = 0$

۱. روش شیب - افت برای تیرهای پیوسته: محاسبه لنگرهای تیرداری در هر یک سر دهانه

عضو AB



$$FEM_{BA} = -FEM_{AB} = \frac{WL^2}{12} = \frac{25 \times 6^2}{12} = 75 \text{ KN-m}$$



$$FEM_{CB} = -FEM_{BC} = \frac{PL}{8} = \frac{150 \times 6}{8} = 112.5$$

$$FEM_{CD} = -FEM_{DC} = 0$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - \psi) + FEM_{AB}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_A - \psi) + FEM_{BA}$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{6}(0 + \theta_B - 0) + (-75) = \frac{EI\theta_B}{3} - 75$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{6}(2\theta_B + 0 - 0) + (75) = \frac{2EI\theta_B}{3} + 75$$

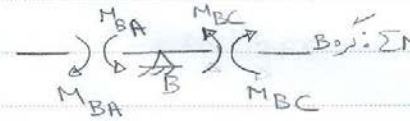
$$M_{BC} = \frac{2EI}{6}(2\theta_B + \theta_C - 0) + (-112.5) = \frac{2EI\theta_B}{3} + \frac{EI\theta_C}{3} - 112.5$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{6}(2\theta_C + \theta_B - 0) + 112.5 = \frac{2EI\theta_C}{3} + \frac{EI\theta_B}{3} + 112.5$$

$$M_{CD} = \frac{2EI}{4.5}(2\theta_C + 0 - 0) + 0 = \frac{8EI\theta_C}{9}$$

$$M_{DC} = \frac{2EI}{4.5}(0 + \theta_C - 0) + 0 = \frac{4EI\theta_C}{9}$$

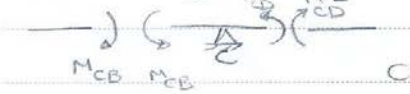
۲. معادلات تعادل گره‌ها برای گره‌های B و C



گره B: $\sum M_B = 0 \rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$

$$\left[\frac{2EI\theta_B}{3} + 75\right] + \left[\frac{2EI\theta_B}{3} + \frac{EI\theta_C}{3} - 112.5\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{4EI\theta_B}{3} + \frac{EI\theta_C}{3} = 37.5 \quad (1)$$



گره C: $M_{CB} + M_{CD} = 0$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\left[\frac{2EI\theta_C}{3}+\frac{EI\theta_B}{3}+112.5\right]+\left[\frac{8EI\theta_C}{9}\right]=0 \Rightarrow \frac{EI\theta_B}{3}+\frac{14EI\theta_C}{9}=-112.5 \quad (II)$$

حل دستگاه I, II $\Rightarrow$ $\theta_B=\frac{48.82}{EI}$ ، $\theta_C=\frac{-82.78}{EI}$

با دست آوردن مقادیر شیب انتهایی میله‌ها لنگر را محاسبه می‌کنیم.

$$M_{AB}=\frac{EI}{3}\times\left(\frac{48.82}{EI}\right)=75=-58.72 \text{ KN-m}$$

$$M_{BA}=\frac{2EI}{3}\left(\frac{48.82}{EI}\right)+75=107.55 \text{ KN-m}$$

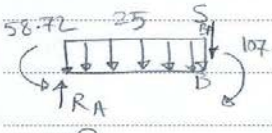
$$M_{BC}=-107.55 \qquad M_{CB}=73.58 \qquad M_{CD}=-73.58$$

$$M_{DC}=-36.79$$

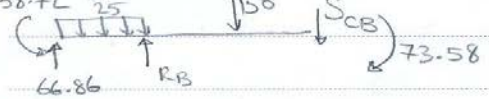
با دست آوردن نیروهای انتهایی اعضا سازه تبدیل به تیر ساده می‌شود و هم اکنون با روابط تعادل استاتیکی بین واکنش‌های تکیه‌گاهی قابل حل است.

دیاگرام آزاد تیر AB: فرض می‌کنیم واکنش‌های انتهایی مثبت باشند.

(برش از سمت چپ تکیه‌گاه B)



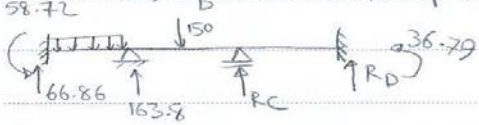
$$\Sigma M_B=0: \quad 58.72-6\times R_A+(25\times 6)\times 3-107.55=0 \longrightarrow R_A=66.86 \text{ KN}\uparrow$$



$$\Sigma M_C=0: \quad 58.72-66.86\times 12+(25\times 6)\times 9-R_B\times 6+150\times 3-73.58=0$$

$$\Rightarrow R_B=163.80 \text{ KN}\uparrow$$

دیاگرام آزاد کل تیر:



$$\Sigma M_D=0: \quad 58.72-66.86\times 16.5+(25\times 6)\times 13.5-163.8\times 10.5+150\times 7.5-R_C\times 4.5+36.79=0$$

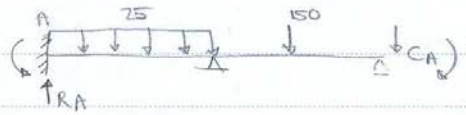
$$\longrightarrow R_C=93.87 \text{ KN}\uparrow$$

$$\uparrow\Sigma F_y=0: \quad 66.86-(25\times 6)+163.8-150+93.87+R_D=0 \Rightarrow R_D=-24.53$$

$$R_D=24.53\downarrow$$

Subject :

Year . Month . Date . ۹

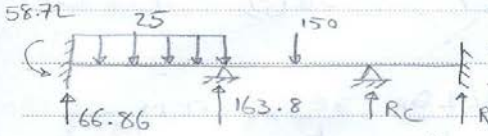


در قطعه AC (سمت چپ)

$\sum M_C = 0 : 58.72 - 66.86 \times 12 + (25 \times 6) \times 9 - R_B \times 6 + 150 \times 3 - 73.58 = 0$

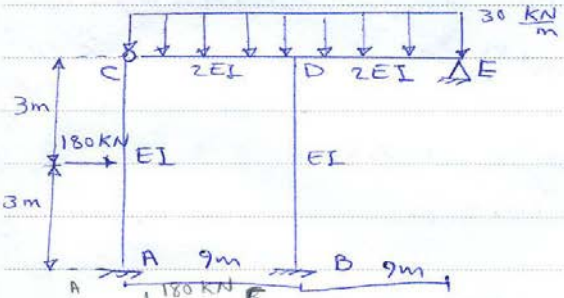
$\Rightarrow R_B = 163.8 \text{ KN} \uparrow$

دیاگرام آزاد کل تیر:



$\sum M_D = 0 : R_C = 93.87 \uparrow \qquad \sum F_y \overset{+\uparrow}{=} 0 \rightarrow R_D = -24.53 \downarrow$

EX. برای تیر نشان داده شده، واکنش های تکیه گاهی را به روش شیب افت تعیین کنید.



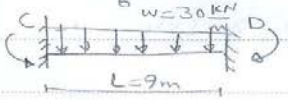
$E = 200 \text{ Gpa}$

$\psi = 0$ برای کل طول

$\theta_A = \theta_B = 0$

$\theta_C, \theta_D, \theta_E \neq 0$

$FEM_{AC} = -FEM_{CA} = -\frac{180 \times 6}{8} = -135 \text{ KN.m}$: AC



$FEM_{DC} = -FEM_{CD} = \frac{30 \times 9^2}{12} = 202.5 \text{ KN.m}$: CD

$FEM_{ED} = -FEM_{DE} = 202.5$: DE (عکس CD)

$FEM_{BD} = FEM_{DB} = 0$: BD

$M_{AC} = \frac{2EI}{6}(0 + \theta_C - 0) - 135 = \frac{EI\theta_C}{3} - 135$

$M_{CA} = \frac{2EI}{6}(2\theta_C + 0 - 0) + 135 = \frac{2EI\theta_C}{3} + 135$

$M_{CD} = \frac{2E(2I)}{9}(2\theta_C + \theta_D - 0) + (202.5) = \frac{8EI\theta_C}{9} + \frac{4EI\theta_D}{9} - 202.5$

$M_{DC} = \frac{2E(2I)}{9}(2\theta_D + \theta_C - 0) + (202.5) = \frac{8EI\theta_D}{9} + \frac{4EI\theta_C}{9} + 202.5$

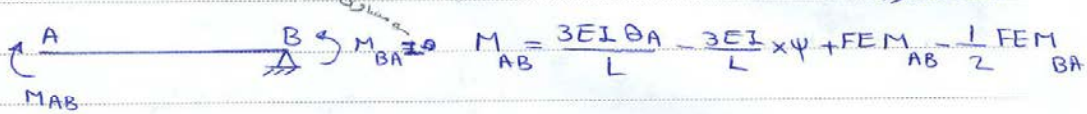
P&PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$M_{DB} = \frac{2EI}{6}(2\theta_D + 0 - 0) + 0 = \frac{2EI\theta_D}{3}$$

$$M_{BD} = \frac{2EI}{6}(0 + \theta_D - 0) + 0 = \frac{EI\theta_D}{3}$$

نکته مهم: در مورد عضو DE، با توجه به آن که انتهای E گیردار و مفصلی می باشد و سر دیگر آن انتها صفر است. برای محاسبه ی گشتاور در انتهای دیگر، می توان از رابطه ی زیر (شیب-افت اصلاح شده) استفاده کرد:



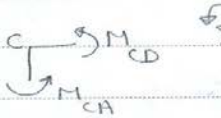
$$M_{AB} = \frac{3EI\theta_A}{L} - \frac{3EI}{L}\times\psi + FEM_{AB} - \frac{1}{2}FEM_{BA}$$

$$M_{DE} = \frac{3E(2I)\theta_D}{9} - 0 + (-202.5) - \frac{1}{2}(202.5) = \frac{2EI\theta_D}{3} - 303.75$$

$$M_{ED} = 0$$

در گره C و D، با برابر قرار دادن برآیند لنگر و مقاومت تعادل گره را برقرار می کنیم:

گره C:



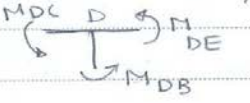
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CA} + M_{CD} = 0$$

چون گره C گیردار است، نیازی به بررسی مساوی صفر بودن لنگر نیست.

$$\left(\frac{2EI\theta_C}{3} + 135\right) + \left(\frac{8EI\theta_C}{9} + \frac{4EI\theta_D}{9} - 202.5\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{14EI\theta_C}{9} + \frac{4EI\theta_C}{9} = 67.5 \quad (I)$$

گره D:



$$\sum M_D = 0 \Rightarrow M_{DC} + M_{DE} + M_{DB} = 0$$

$$\left(\frac{8EI\theta_D}{9} + \frac{4EI\theta_C}{9} + 202.5\right) + \left(\frac{2EI\theta_D}{3} - 303.75\right) + \frac{2EI\theta_D}{3} = 0$$

$$\frac{20EI\theta_D}{9} + \frac{4EI\theta_C}{9} = 101.25 \quad (II)$$

$$(I, II) \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \theta_D = \frac{39.12}{EI}, \quad \theta_C = \frac{32.22}{EI}$$

$$M_{AC} = \frac{EI\times\left(\frac{32.22}{EI}\right) - 135}{3} = -124.26\ KN\cdot m$$

$$M_{CA} = \frac{2EI}{3}\left(\frac{32.22}{EI}\right) + 135 = 156.48\ KN\cdot m$$

برای آسان M_{CA}، M_{CD} درست بودن روابط

PAPCO

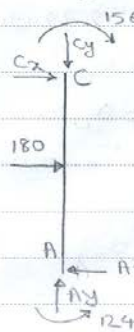
Subject :
Year . Month . Date . 15

$M_{CD} = -156.48$, $M_{DC} = 251.59$ $M_{BD} = 13.04$

$M_{DB} = 26.08$ $M_{DE} = -277.67$

حال برای محاسبه واکنش های تکیه گاهی برای این منظور میتوان دیاگرام آزاد هر قطعه را رسم و معادلات تعادل را نوشت

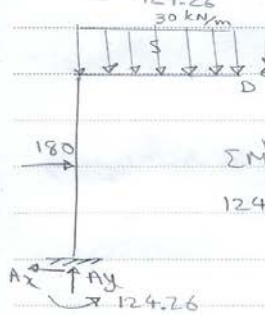
قطعه AC :



$\sum M_C = 0 : -A_x(4) + 180(3) + 124.26 - 156.48 = 0$

$\Rightarrow A_x = 84.63$

قطعه ACD (بار برون محل از تعمیر D):

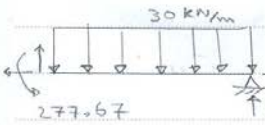


$\sum M_D = 0$

$124.26 - 251.59 + 30(9)(4.5) + 180(3) - A_y(9) - A_x(6) = 0$

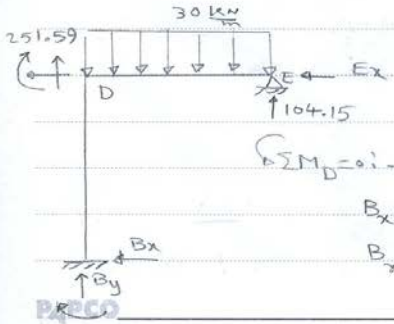
$\Rightarrow A_y = 124.43$ kN

قطعه DE (برش از سمت راست D):



$\circlearrowleft \sum M_D = 0 \Rightarrow 277.67 - 30(9)(4.5) - 9E_y = 0$

$\Rightarrow E_y = 104.15$ kN



$\circlearrowleft \sum M_D = 0 : -251.59 - 30(9)(4.5) + 104.15(9) - B_x(6) - 13.04 = 0$

$B_x = -6.52$ جهت در نظر گرفته شده برعکس

$B_x = 6.52$

Subject :
Year . Month . Date . ( )

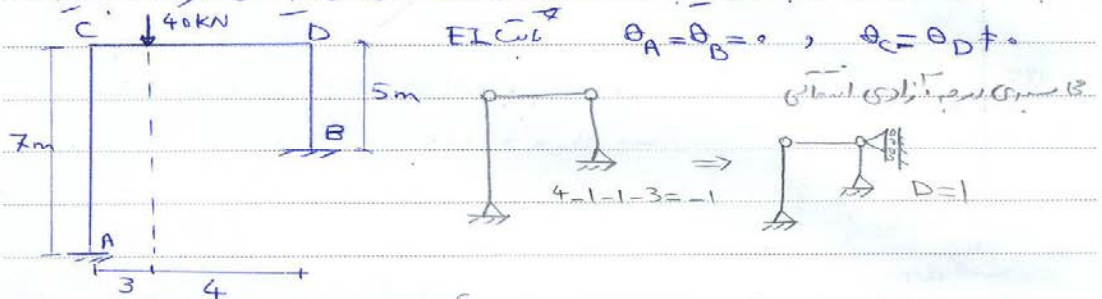
در دیاگرام آزاد کل سازه:

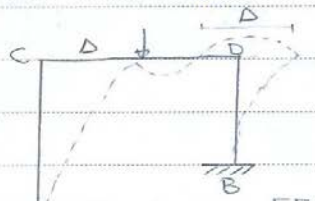
$\Sigma F_x = 0 : -84.63 + 6.52 - E_x + 180 = 0 \Rightarrow E_x = 101.89$

$\Sigma F_y = 0 : -30(18) + 104.15 + 124.43 + B_y = 0 \Rightarrow B_y = 311.42$

مثال 10-9

تاب نشان داده شده را با روش شیب افت تحلیل کرده و واکنش های تکیه گاهی آنرا محاسبه کنید.





$\psi_{AC} = \frac{\Delta}{7}$ ساعتگرد $\psi_{BD} = \frac{\Delta}{5}$ $\psi_{CD} = 0$

لنگرهای گیردار BC و AC را در ابتدا و انتها:

$FEM_{BD} = FEM_{DB} = FEM_{AC} = FEM_{CA} = 0$

CD :

$FEM_{CD} = \frac{-40 \times 3 \times 4^2}{7^2} = -39.2$

$FEM_{DC} = \frac{40 \times 3^2 \times 4}{7^2} = 29.4$ kN.m

روابط شیب-افت:

$M_{AC} = \frac{2EI}{7}(0 + \theta_C + 3\times\frac{\Delta}{7}) + 0 = \frac{2EI\theta_C}{7} - \frac{6EI\Delta}{49}$

$M_{CA} = \frac{2EI}{7}(2\theta_C + 0 - 3\frac{\Delta}{7}) + 0 = \frac{4EI\theta_C}{7} - \frac{6EI\Delta}{49}$

$M_{CD} = \frac{2EI}{7}(2\theta_C + \theta_D - 0) - 39.2 = \frac{4EI\theta_C}{7} + \frac{2EI\theta_D}{7} - 39.2$

$M_{DC} = \frac{2EI}{7}(2\theta_D + \theta_C - 0) + 29.4 = \frac{4EI\theta_D}{7} + \frac{2EI\theta_C}{7} + 29.4$

$M_{DB} = \frac{2EI}{5}(2\theta_C + 0 - 3\times\frac{\Delta}{5}) + 0 = \frac{4EI\theta_D}{5} - \frac{6EI\Delta}{25}$

$M_{BD} = \frac{2EI}{5}(0 + \theta_D - \frac{3\Delta}{5}) + 0 = \frac{2EI\theta_D}{5} - \frac{6EI\Delta}{25}$

www.jafarii.blogfa.com

Subject :

Year . Month . Date . 6

گره C:

$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CA} + M_{CD} = 0$

$M_{CA} \Rightarrow \frac{4EI\theta_C}{7} - \frac{6EI\Delta}{49} + \frac{4EI\theta_C}{7} + \frac{2EI\theta_D}{7} - 39.2 = 0$

$\Rightarrow \frac{8EI\theta_C}{7} + \frac{2EI\theta_D}{7} - \frac{6EI\Delta}{49} = 39.2 \quad (I)$

گره D:

$\sum M_D = 0 \quad M_{DC} + M_{DB} = 0$

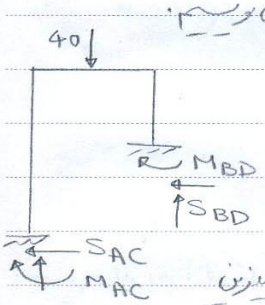
$M_{DB} \quad \frac{4EI\theta_D}{7} + \frac{2EI\theta_C}{7} + 29.4 + \frac{4EI\theta_D}{5} - \frac{6EI\Delta}{25} = 0$

$\Rightarrow \frac{48EI\theta_D}{35} + \frac{2EI\theta_C}{7} - \frac{6EI\Delta}{25} = -29.4 \quad (II)$

دو معادله و سه مجهول داریم.

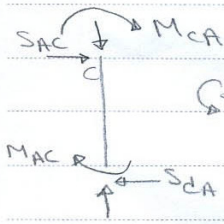
با توجه به آنکه تعداد مجهولات برابر 3 است، به 3 معادله نیاز داریم که تا حال سه معادله آنرا بدست آوردیم اما این معادله سوم نیز نیاز داریم؛ برای این منظور می‌توان به شرح زیر عمل کرد:

ابتدا دهانه را از کل قاب جدا کرده و معادله تعادل نیرو در راستای افق را می‌نویسیم:

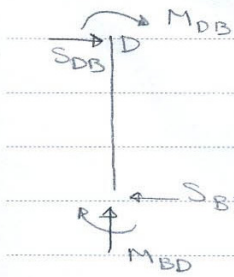


$\sum F_x = 0 \Rightarrow -S_{AC} - S_{BD} = 0 \quad S_{AC} + S_{BD} = 0$

حال با بدست آوردن S_{AC} و S_{BD} برحسب شیب‌های انتهایی اعضا، آنرا در رابطه بالا جایگزین نمائیم. برای این منظور دیاگرام آزاد هریک از قطعات AC و BD را رسم نمائیم:



$\sum M_C = 0 : -S_{AC} \times 7 - M_{AC} - M_{CA} = 0 \Rightarrow S_{AC} = -\frac{M_{AC} + M_{CA}}{7}$



$\sum M_D = 0 : -S_{BD} \times 5 - M_{BD} - M_{DB} = 0$

$\rightarrow S_{BD} = -\frac{M_{BD} + M_{DB}}{5}$

$-\left(\frac{M_{AC} + M_{CA}}{7}\right) - \left(\frac{M_{BD} + M_{DB}}{5}\right) = 0$

$\Rightarrow 5(M_{AC} + M_{CA}) + 7(M_{BD} + M_{DB}) = 0 \times (-35)$

PqPCO

Subject :
Year . Month . Date . ( )

مقادیر مجهول را با روابط بدست آمده از شیب افت بدست آورده و جایگزینی می‌کنیم:

$$\frac{42EI\theta_D}{5} - 4.58EI\Delta + \frac{30EI\theta_C}{7} = 0 \quad (III)$$

I, II, III $\xrightarrow{\text{حل دستگاه}}$ $\theta_D = \frac{-34.24}{EI}$, $\theta_C = \frac{40.211}{EI}$, $\Delta = \frac{-25.177}{EI}$

جایگزینی در روابط شیب افت:

$M_{AC} = 14.6$, $M_{DC} = 21.3$, $M_{CA} = 26$

$M_{DB} = -21.3$, $M_{CD} = -26$, $M_{BD} = 7.7$

واکنش‌های انتهای دو تکیه‌گاه A و B نیز از روابط قبلی به شرح زیر بدست می‌آیند:

$$S_{AC} = -\left[\frac{14.6+26}{7}\right] = -5.8 \Rightarrow S_{AC} = 5.8 \rightarrow$$

$$S_{BD} = -\left[\frac{21.3+7.7}{5}\right] = -5.8 \rightarrow$$

تیر را جدا کرده و از کل تیر، $\Sigma M_B = 0$, $\Sigma F_y = 0$

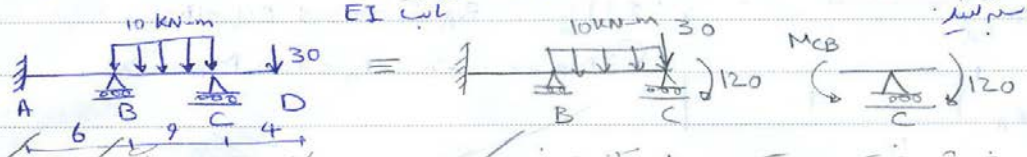
$A_y = 23.53 \uparrow$, $B_y = 16.47 \uparrow$

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. 7

جلسه 9-5

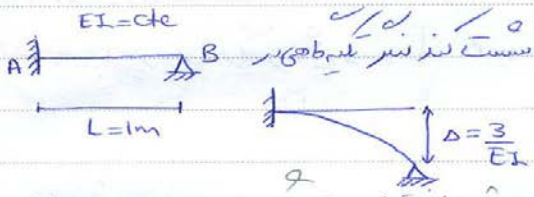
EX: برای تیر پیوسته نشان داده شده در شکل زیر واکنش های تکیه گاهی را با استفاده از روش شیب افت محاسبه کنید. EI ثابت



در روش شیب افت به صورت دو دو طره آن را حذف کرده و بار وارد بر آن را به همراه سری بارهای دیگر به ابتدای طره منتقل می کنیم.

$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow M_{CB} - 120 = 0 \Rightarrow M_{CB} = 120$

EX: در تیر روبرو اگر تکیه گاه B به اندازه $\Delta = \frac{3}{EI}$ نشست کند نیروی تکیه گاهی A چقدر خواهد بود؟



$M_{BA} = 0 \rightarrow$ شیب افت اصلاح شده

$M_{AB} = \frac{3EI}{L}\theta_A - \frac{3EI}{L}\psi + FEM_{AB} - 0.5\,FEM_{BA}$

اثر نشست تکیه گاهی را در محاسبه ی ψ تصویب می کنیم و در قاسبه ی سرهای تیرداری.

حالت اول: اثر Δ بر ψ دیده می شود $\Rightarrow FEM_{AB} = FEM_{BA} = 0$

$\psi = \frac{\Delta}{L} = +\frac{3/EI}{1} = \frac{3}{EI}$

$M_{AB} = 0 - \frac{3EI}{L} \times \left(\frac{3}{EI}\right) + 0 - 0 = -9$

حالت دوم: اثر نشست بر $\psi = 0$ دیده می شود FEM

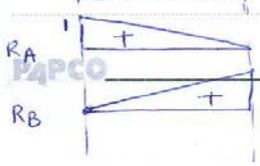
$FEM_{AB} = FEM_{BA} = \frac{-6EI\Delta}{L^2} = \frac{-6EI\Delta}{1^2} = -6EI \times \frac{3}{EI} = -18$

$M_{AB} = 0 - 0 + (-18) - 0.5(-18) = -9$

$\Sigma M_B = 0 : -R_A \times L + 1 \times (L - x) = 0 \rightarrow R_A = \frac{L-x}{L}$

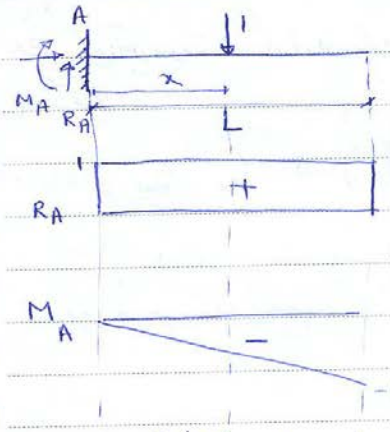
$\Sigma F_y = 0 : R_A + R_B - 1 = 0 \Rightarrow R_B = 1 - \frac{L-x}{L} = \frac{x}{L}$

خط تاثیر



Subject:
Year. Month. Date. ( )

EX. خط تاثیر R_A و M_A



$\uparrow \Sigma F_y = 0 : R_A - 1 = 0 \Rightarrow R_A = 1$

$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 : -x - M_A = 0 \Rightarrow M_A = -x$

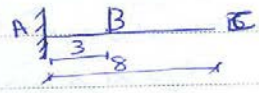
قرارداد خط تاثیر: نیروی عکس ساعتگرد +

نیروی پاد ساعتگرد -

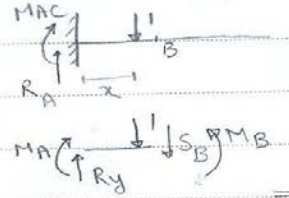
* در حرکت چپ به راست: برش ↓ + و برش ↑ پاد ساعتگرد +

نمودار خط تاثیر علاوه بر واکنش های تکیه گاهی برای نیروهای داخلی نیز (برش، نیروی محوری و لنگر خمشی) قابل استفاده است.

EX. خط تاثیر برش و لنگر خمشی را در نقطه B بدست آورید.



M_B S_B

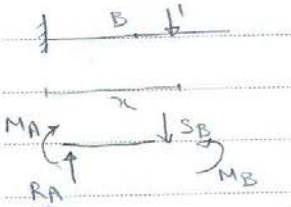


$0 \le x < 3$

$\uparrow \Sigma F_y = 0 : R_y - 1 - S_B = 0 \rightarrow S_B = R_y - 1$

$\circlearrowleft \Sigma M_B = 0 : -M_A - 3R_y + 1(3-x) + M_B = 0$

$\Rightarrow M_B = M_A + 3R_y + (x-3)$

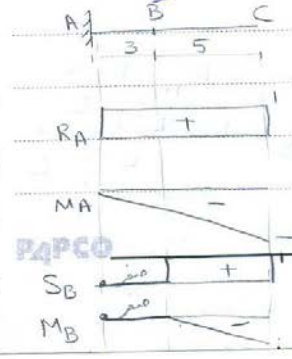


$3 \le x \le 8$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_A - S_B = 0 \rightarrow S_B = R_A$

$\circlearrowleft \Sigma M_B = 0 \Rightarrow -M_A - 3R_A + M_B = 0 : M_B = M_A + 3R_A$

همانطور که مشاهده می شود مقادیر S_B و M_B وابسته به واکنش های تکیه گاهی M_A و R_A می باشند بدین صورت ترسیم خط تاثیر این دو واکنش تکیه گاهی از روی آن می توان خط تاثیر نیروهای داخلی را نیز بدست آورد.



درب ره های بین خطوط خط تاثیر حداقل به صورت خطی است.

$x = 0 : M_B = 0 + 3(1) + (0-3) = 0$

$x = 3 : M_B = (-3) + 3 + (3-3) = 0$

حالت دوم $\begin{cases} x = 3 : M_B = -3 + 3(1) = 0 \\ x = 8 : M_B = -8 + 3(1) = -5 \end{cases}$

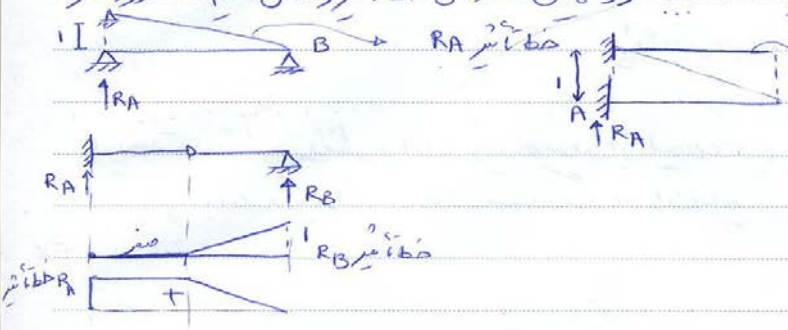
PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. (8

استفاده از روش های ساده شده برای رسم خط تاثیر سازه های معین:

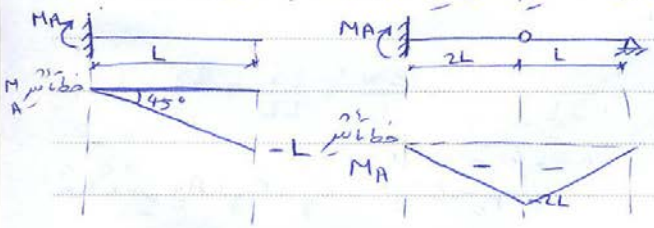
خط تاثیر واکنش تکیه گاهی به صورت شروع عمودی:

در تیر مورد نظر تکیه گاه مورد نظر را به اندازه یک واحد به سمت بالا جابجا می کنیم. شکل تغییر شکل یافته تیر با فرض آن که تکیه گاه ها جابجا شوند، نمایش دهنده ی خط تاثیر واکنش تکیه گاه مورد نظر خواهد بود. خط تاثیر R_A خط تاثیر R_y



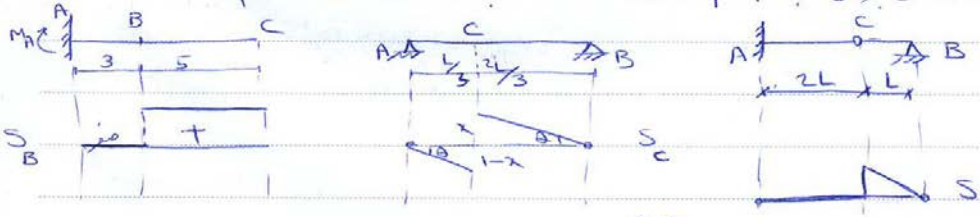
خط تاثیر لنگر تکیه گاهی:

در این حالت تکیه گاه مورد نظر را به اندازه یک واحد (برحسب رادیان) و به صورت ساعتگرد دوران می دهیم. شکل تغییر شکل یافته تیر نشان دهنده نمودار خط تاثیر لنگر تکیه گاهی خواهد بود. فرض: $tg(1)=1$



خط تاثیر نیروی برشی:

در این حالت در نقطه مورد نظر تیر یک برش ایجاد می کنیم و دو مقطع سمت راست و سمت چپ را نسبت به هم یک واحد جابجا می کنیم به نوعی که مقطع سمت راست به اندازه یک واحد پایین تر از مقطع سمت چپ باشد. این دو مقطع در محل برش نسبت به هم موازی هستند. (جز در محل های داخلی)

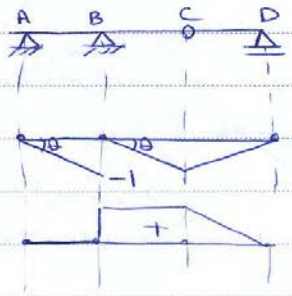


$\frac{x}{\frac{2L}{3}} = \frac{1-x}{\frac{L}{3}} \rightarrow x = \frac{2}{3}$ تشابه:

به علت وجود مفصل داخلی نزدیک به موازی بودن دو سمت نیست

Subject :

Year . Month . Date . ( )



S_B^- برش اچپ

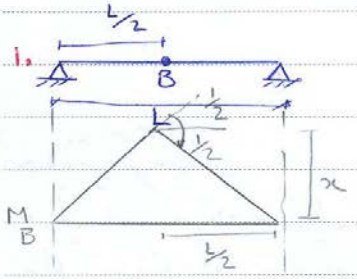
S_B^+ برش از راست

خط تاثیر بسر داخلی

در این حالت در نقطه مورد نظر به اندازه ی یک واحد دوران ایجاد می کنیم به نوعی که سمت راست نسبت به سمت چپ به اندازه یک واحد در جهت ساعتگرد دوران نماید.

EX

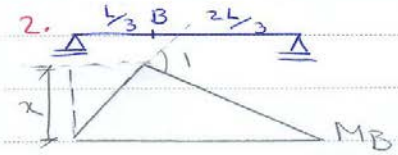
1.



نیز M_B نمی توانست به سمت پایین باشد چون جرخش آن پاد ساعتگرد می شود

$$\frac{x}{L/2}+\frac{x}{L/2}=1 \rightarrow x=\frac{1}{4}$$

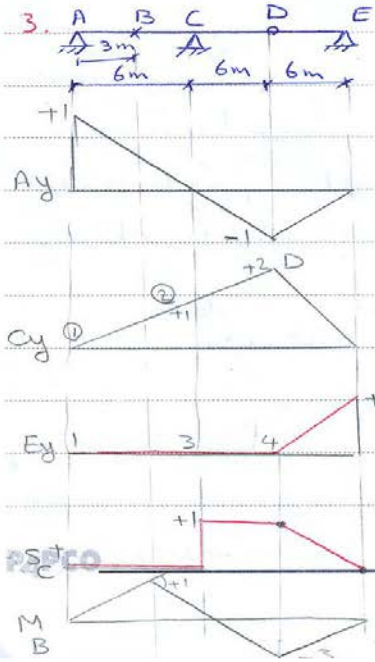
2.



$$\frac{x}{L/3}+\frac{x}{2L/3}=1 \rightarrow \frac{3x}{L}+\frac{3x}{2L}=\frac{2x}{2L}=1 \rightarrow x=\frac{2L}{9}$$

برش نقطه از سمت راست $-\frac{1}{3}$

3. خط تاثیر A_y ، C_y ، E_y ، S_C^+ را رسم کنید



برشمال داخلی اجازه چرخش داریم

از نقطه D با وی آید در نقطه D اجازه دارد بچرخد طبق آن مقدار آن معلوم خواهد شد

در تکیه 4 در نقطه مفصل داخلی می چرخد

از سمت راست برش خورده پس سمت چپ یک واحد است و = 0

نمی تواند جرخش نداشته باشد

* مثل جرخش بسر در تکیه B اعمال می کنیم باید بالای قوس باید جهت آن ساعتگرد شود

Subject:
Year. Month. Date. (9)

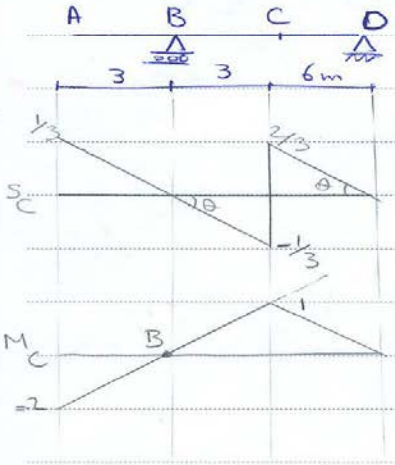
فصل هفتم

کاربرد خطوط تأثیر:

ex: برای تیر نشان داده شده در شکل زیر مقادیر حداکثر نیروهای جبری مثبت و منفی و حداکثر برشی های مثبت و منفی نقطه C را تعیین کنید.

بارهای وارد بر این تیر عبارت اند از بار متمرکز رنده‌ی 90 kN، بار گسترده زنده به شدت 40 kN/m و بار مرده گسترده به شدت 20 kN/m که روی کل تیر اعمال می شود.

* بار گسترده‌ی زنده سراسری نیست و دارای طول دلخواه است.



Ex: برش و نیر ماکزیمم در نقطه C؟

M_C^+ , M_C^- , S_C^+ , S_C^-

$\frac{x}{3} = \frac{1-x}{6} \rightarrow x = \frac{1}{3}$ تا

$A = +\frac{1}{3}$ ۱. بین نقاط A و D.

در نقطه C: سمت راست این نقطه پایین است به سمت چپ

یک واحد باعث ایجاد چه بین مجبور است به پایین حرکت کند.

$\frac{y}{6} + \frac{y}{3} = 1 \rightarrow \frac{3y}{6} = 1 \rightarrow y = 2 \rightarrow A = -2$

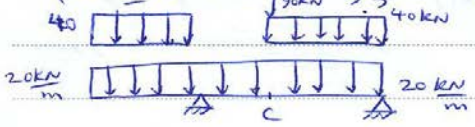
حالت بری ماکزیمم برش مثبت در نقطه C: (بارگذاری مناظر) ($S_{C\,max}^+$)

نکته: برای بار گسترده‌ی زنده چون طول و موقعیت دلخواه است برای $S_{C\,max}^+$ آن را بر سمت های با خط تأثیر مثبت و برای $S_{C\,max}^-$ آن را بر سمت های با خط تأثیر منفی قرار می دهیم.

(بار گسترده مرده به طور اجبار در کل تیر سراسری است)

نکته: برای آنکه بار متمرکز بیشترین اثر را ایجاد نماید باید در نقطه‌ای قرار بگیرد که خط تأثیر ماکزیمم است

برای $S_{C\,max}^+$ این نقطه سمت راست C و برای $S_{C\,max}^-$ سمت چپ C است (منفی ترین عدد)



Subject:
Year. Month. Date. ( )

* برای محاسبه مقدار واکنش: برای بار متمرکز: مقدار بار متمرکز را در مقدار متناظر در نمودار خط تاثیر ضرب می‌کنیم

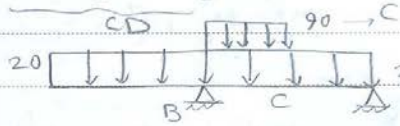
$$S^{+}_{C\max} = 90\times\frac{2}{3} + \dots$$

* برای بار گسترده: مقدار بار گسترده را در سطح زیر نمودار خط تاثیر در بازه‌ی مورد نظر ضرب می‌کنیم.

یا آن را به بار متمرکز تبدیل کرده و به مرکز ثقل بار متصل کرده و در مقدار متناظر از نمودار خط تاثیر ضرب می‌کنیم

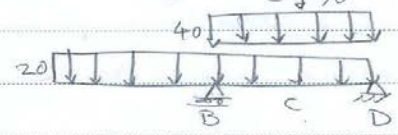
$$S^{+}_{C\max} = 90\times\frac{2}{3} + \underbrace{(40+20)\times\left(\frac{1}{3}\times3\times\frac{1}{2}\right)}_{AB} + \underbrace{20\times\left(\frac{-1}{3}\times3\times\frac{1}{2}\right)}_{S^{+}_{C}\text{ طبق نمودار BC}} + (40+20)\times\left(\frac{2}{3}\times6\times\frac{1}{2}\right) = 200\,kN$$

CD



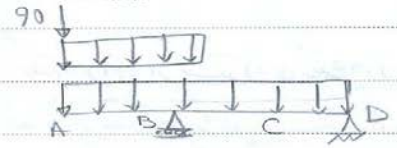
$S^{-}_{C\max}$

$$S^{-}_{C\max} = 90\times\left(\frac{-1}{3}\right) + (20)\times\left(\frac{1}{3}\times3\times\frac{1}{2}\right) + (40\times40)\left(\frac{-1}{3}\times3\times\frac{1}{2}\right) + 20\left(\frac{2}{3}\times6\times\frac{1}{2}\right) = -10\,kN$$



$M^{+}_{C\max}$

$$M^{+}_{C\max} = 90\times2 + 20\left(-2\times3\times\frac{1}{2}\right) + (40\times20)\times\left(2\times3\times\frac{1}{2}\right) + (40+20)\left(2\times6\times\frac{1}{2}\right) = 660\,kN.m$$



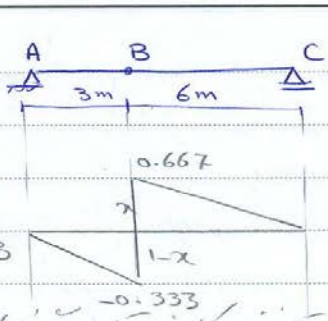
$M^{-}_{C\max}$ — BCD قسمت

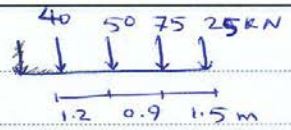
$$M^{-}_{C\max} = 90\times(-2) + (40+20)\left(-2\times3\times\frac{1}{2}\right) + 20\times\left(2\times9\times\frac{1}{2}\right) = -180\,kN.m$$

ex. برای تیر زیر داده شده در شکل زیر عدد اثر نیروی برشی مقطع B را تحت اثر مجموعه‌ی بارهای متمرکز زیر داده شده تعیین کنید.

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. 19





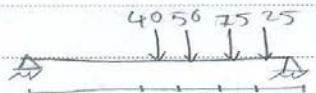
$S_{B\,max} = ?$

برای تشخیص حالت بحرانی بار چند بارگذاری به ترتیب زیر را امتحان می‌کنیم

حالت اول: هر ۴ بار در محدوده خط تاثیر هست.

برای اکادر بیشترین اثر بار 40 kN باید سمت راست B قرار گیرد

(چون اثر بار 75 (بیشترین) را در B قرار دهیم بقیه بارها روی قسمت منفی و کاهنده قرار می‌گیرند)



$40: 0.667$

$50: \frac{0.9+1.5+2.4}{6} \times 0.667 = 0.53$

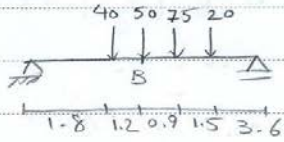
$75: \frac{1.5+2.4}{6} \times 0.667 = 0.43$

$25: \frac{2.4}{6} \times 0.667 = 0.27$

$S_{B(1)} = 40 \times 0.667 + 50(0.53) + 75(0.43) + 25(0.27) = 92.5$

حالت دوم: چون مقدار 50 از 40 (حالت اول) بیشتر است این حالت را بررسی می‌کنیم در غیر اینصورت

بار 50 kN روی B یا سمت راست B



$40: \frac{1.8}{3} \times (-0.333) = -0.2$

$50: 0.667$

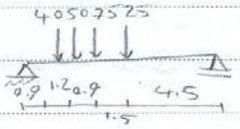
$75: \frac{5.6}{6} \times (0.667) = 0.57$

$25: \frac{3.6}{6} \times (0.667) = 0.4$

$S_{B_2} = 40 \times (-0.2) + 50 \times 0.667 + (75 \times 0.57) + (25 \times 0.4) = 77.83$

بین حالت اول و 2 حالت 1 برای ترا است.

حالت سوم بار 75 سمت راست B قرار می‌گیرد.



$40: \frac{0.9}{3} \times (-0.333) = -0.1$

$50: \frac{2.1}{3} \times (-0.333) = -0.23$

$75: 0.667$

$25: \frac{4.5}{6} \times 0.667 = 0.5$

$S_{B_3} = 40 \times (-0.1) + 50(-0.23) + 75 \times (0.667) + 25 \times 0.5 = 46.83$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

حالت چهارم: بار 25kN سمت راست B قرار گیرد. این حالت همانی نیست چون بار متمرکز 25 نیوتنی 3 بار متمرکز دیگر کوچکتر است و اثر کمتری نسبت به بارگذاری های قبلی ایجاد می کند.

نکته: در این حالت با 40kN برون سو روبرو می شویم و در نتیجه آن را باید نادیده گرفت.

حالت پنجم: بار 25kN سمت چپ B قرار گیرد در این حالت تمام بارها در محدوده ی خط تاثیر منفی قرار می گیرند چون در این ناحیه مقادیر منفی کوچکتر از مقادیر مثبت هستند این حالت همانی می شود.

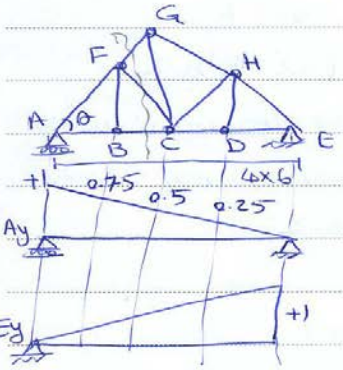
← در این مثال حالت یک همانی است

خط تاثیر در خرپاها:

ex 6-9:

در خرپای شکل زیر خط تاثیر نیروی اعضای AF، CF و CG را ترسیم کنید.

بار واحد بر روی بال پایین خرپا حرکت می کند.



مرحله اول: ترسیم خط تاثیر واکنش های تکیه گاهی E_y، A_y

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4.5}{6}\right) = 37^\circ$$

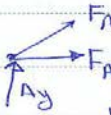
خط تاثیر F_{AF}:

$$\Sigma F_y = 0 : A_y - 1 + F_{AF}\sin 37 = 0$$

$$F_{AF} = \frac{1 - A_y}{\sin 37} = 1.67(1 - A_y)$$

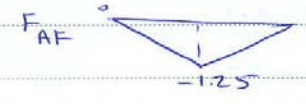
1) $A_y = 1$ ، $F_{AF} = 0$ وقتی بار واحد روی A باشد.

حالت دوم: نیروی واحد روی A نیست



$$\Sigma F_y = 0 : \quad A_y + F_{AF}\sin 37 = 0 \rightarrow F_{AF} = \frac{-A_y}{0.6} = -1.67A_y$$

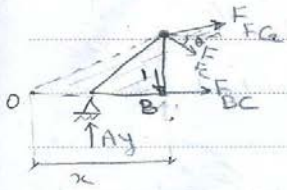
$A_y = 0.75$: B بار واحد بروی



$$\rightarrow F_{AF} = -1.25$$

Subject :
Year . Month . Date .

عضو CF :



$\frac{1.5}{6} = \frac{4.5}{x} \Rightarrow x = 18$

حالت یک : بار وارد روی نقاط B تا A

از بار وارد روی A تا اندکی بعد از B عضو CF صفر می‌شود یعنی $F_{FC} = 0$

بار وارد روی B :

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4.5}{6}\right) = 37^\circ$

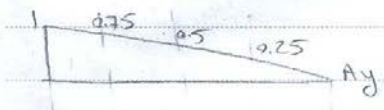
$+\circlearrowleft \Sigma M_O = 0 : \Rightarrow Ay \times 12 - 1 \times 18 - (F_{FC} \cos 37) \times 4.5 - (F_{FC} \sin 37) \times 18 = 0$

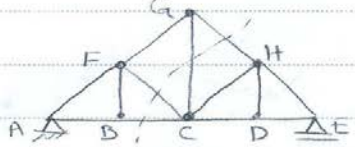
$\Rightarrow F_{FC} = 0.8\,Ay - 1.25$

حالت دوم : بار وارد روی C و D و E

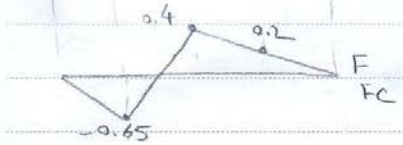
$+\circlearrowleft \Sigma M_D = 0 \Rightarrow Ay \times 12 - F_{FC} \cos 37 \times 4.5 - F_{FC} \sin 37 \times 18 = 0$

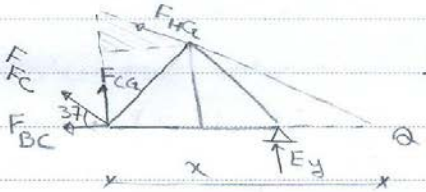
$\Rightarrow F_{FC} = 0.8\,Ay$





برای عضو CG





$\frac{1.5}{6} = \frac{6}{x}$: به دست آوردن x

$x = 24$

حالت ۱ : بار وارد روی A تا B :

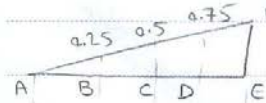
$+\circlearrowleft \Sigma M_Q = 0 : -F_{CG} \times 24 - F_{FC} \sin 37 \times 24 - E_y \times 12 = 0$

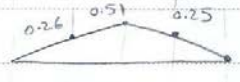
$\Rightarrow F_{CG} = \frac{-14.4 F_{FC} - 12 E_y}{24} = -0.6 F_{FC} - 0.5 E_y$

حالت ۲ : بار وارد روی D و C و E :

$+\circlearrowleft \Sigma M_Q = 0 : -F_{CG} \times 24 - F_{FC} \sin 37 \times 24 - 12 E_y + 1 \times (36 - x) = 0$ بار وارد به فاصله x از A قرار دارد

$\Rightarrow F_{CG} = -0.6 F_{FC} - 0.5 E_y + \left(15 - \frac{x}{24}\right)$ ؟ x فاصله بار وارد از نقطه A





$A = 0$

$B : (-0.6 \times 0.65) - 0.5 \times 0.25 = 0.26$

$C : -0.6 \times 0.4 - 0.5 \times 0.5 + \left(1.5 - \frac{12}{24}\right) = 0.51$

$D : -0.6 \times 0.2 - 0.5 \times 0.75 + \left(1.5 - \frac{18}{24}\right) = 0.25$

$E = 0$

PAPCO

درست کردم عضو CG رو !

Subject:
Year. Month. Date. ( )

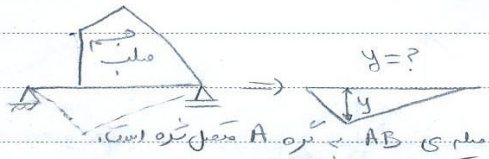
روش رسم شماتیک خط تأثیر برای خریاها: (خریاهای ساکن)

در این حالت ابتدا عضو مورد نظر را حذف می‌کنیم و سپس خریا را به گونه‌ای تغییر شکل می‌دهیم که دو انتهای عضو مورد نظر به اندازه‌ی یک واحد به یکدیگر نزدیک شوند. اگر بار واحد بر روی بال پایین خریا حرکت کند جابجایی های ایجاد شده بر روی بال پایین نمایش دهنده‌ی نمودار خط تأثیر است. و اگر روی بال بالا حرکت کند جابجایی های ایجاد شده روی بال بالا نمایش دهنده‌ی نمودار خط تأثیر است.

خطوط تأثیر برای خریاهای ساکن شامل دو یا سه خط شکسته است.

Ex. حل مثال قبل به روش شماتیک؟

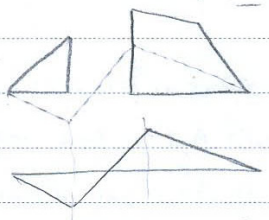
عضو AF:



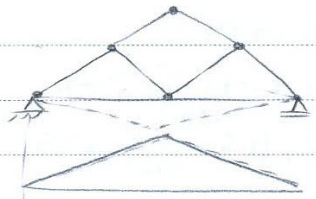
ابتدا عضو AF حذف شود. پس از حذف AF دارای یک جسم صلب BCDE هستیم که با میله‌ی AB به تکیه A متصل شده است.

حال ابتدا تکیه F را به تکیه A به میزان یک واحد نزدیک کنیم تکیه A چون به تکیه ثابت وصل است نمی‌تواند جابجا شود پس باید تکیه F به A نزدیک شود. برای این منظور جسم صلب BCDE (HGF) را یک دوران پادساعتگرد داشته باشیم چون نقطه سمت راست جسم صلب است مسیر BE پس از دوران هنوز هم بصورت یک خط باقی می‌ماند برای تناسبی y یک بار واحد را روی B قرار می‌دهیم و نیروی F_{AF} را به ازای این بارگذاری محاسبه می‌کنیم

عضو FC: پس از حذف عضو FC دارای دو عضو ABF و CDEHG خواهیم بود



عضو CG: پس از حذف عضو CG دو جسم صلب ACF و CEH خواهیم داشت برای نزدیک شدن C به G باید نقطه C به سمت بالا حرکت کند.



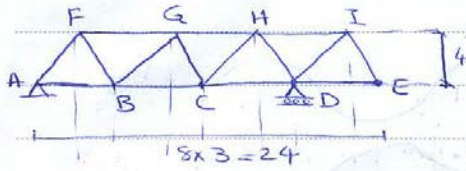
www.jafarii.blogfa.com

Subject:
Year. Month. Date. 12

6-56 ایطان

EX. در خرپای شکل زیر خط تأثیر نیروی اعضای BC، CG، GH و DE را به صورت ستاتیک ترسیم کنید.

DE: عضو DE ← جسم صلب ADIF و مفصل IE



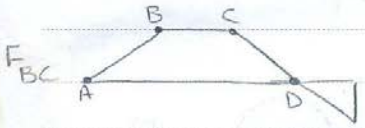
E ← D نزدیک می‌شود ← E به سمت پایین حرکت می‌کند

خط AD ثابت است (مفصل ← دو تکیه‌گاه)

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4.5}{3}\right)$ $\begin{cases} \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_x = 0 \end{cases} \Rightarrow F_{DE} = y$

BC: عضو BC ← جسم صلب ABGF و CGIE

C باید ← B نزدیک شود ← G باید به سمت بالا برود



CG: عضو CG ← جسم صلب ABFG و CEIH

C ← G نزدیک می‌شود ← G به سمت چپ + پایین ← C به سمت راست + بالا می‌رود

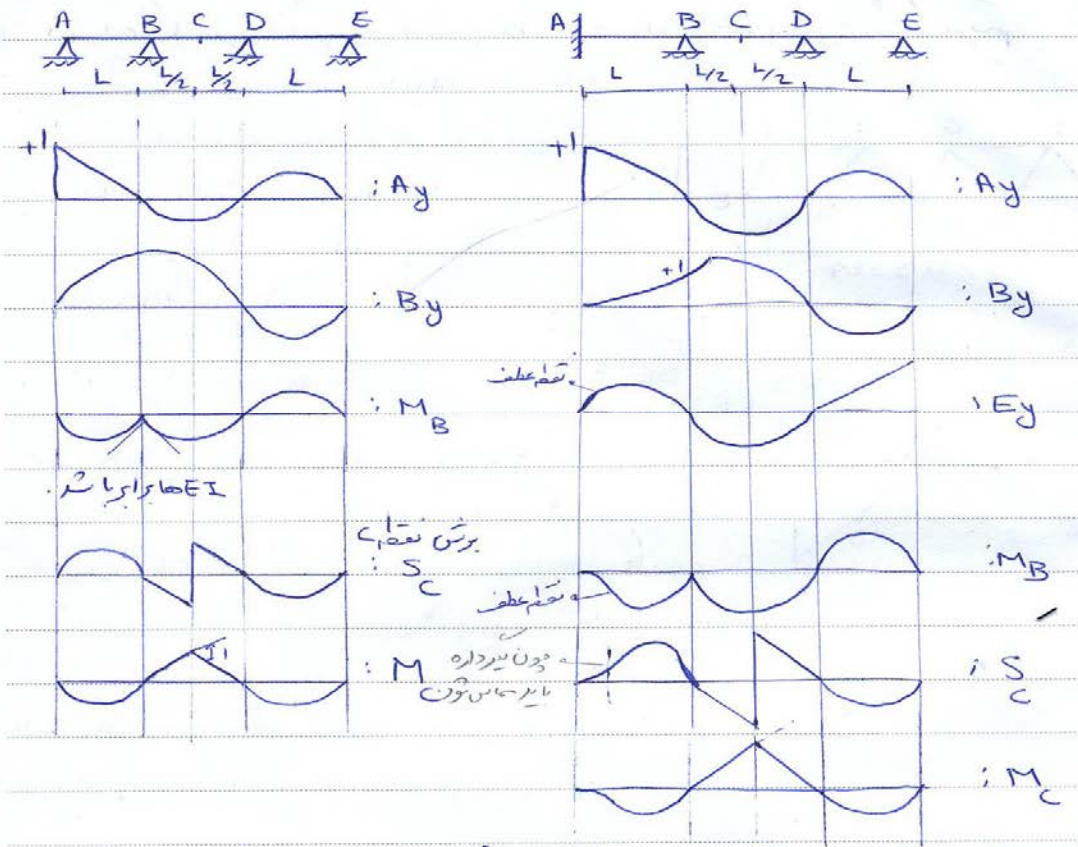
GH: عضو GH ← جسم صلب ACGF و CEIH

H ← G نزدیک می‌شود ← C باید به سمت پایین حرکت کند

خط تأثیر سازه‌های نامعین:

در سازه‌های معین خط تأثیر ترکیبی از خط افقی یا مایل است اما در سازه‌های نامعین این نمودارها معمولاً به صورت منحنی می‌باشند در اینجا فقط ترسیم این نمودارها به صورت ستاتیک بحث می‌شود.
روش ترسیم نمودارها مشابه حالت معین است. یعنی متناسب با خط تأثیر خواسته شده.
یک ماکزیمم یا دوران در نقطه مورد نظر ایجاد می‌کنیم و شکل تغییر شکل یافته سازه را براساس آن ترسیم می‌کنیم. چون سازه نامعین است در قسمت‌هایی از سازه مجبوریم در سازه تغییر شکل‌هایی ایجاد می‌کنیم که باعث می‌شود نمودار خط تأثیر حالت منحنی به خود می‌گیرد.

P4PCO



Ex: در دو مثال قبل اگر به تیر بارگسترده یکنواخت اعمال شود موقعیت این بارهای گسترده در چه قسمت‌هایی از تیر باشد که مقادیر واکنش‌های max بیشتر باشد.

بار گسترده را در قسمت‌هایی از دهانه که خط تأثیر آن مثبت است اعمال می‌کنیم

فصل دهم: روش توزیع لنگر

قرارداد علامت: M_{ij} (i ← j) لنگر مثبت

M_{ji}

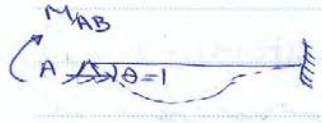
روش توزیع لنگر روشی بر پایه روش شیب-انحنا است که بر اساس آن لنگرهای نقطه‌ای بر تیرها و قاب‌های نامعین محاسبه می‌شود.

PAPCO

Subject
Date 13

۴- سختی یک عضو

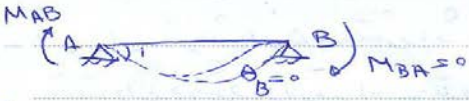
سختی یک عضو عبارت است از نیروی که باید در یک انتهای عضو اعمال شود تا دوران واحد در انتهای آن ایجاد شود.



$\theta_A = 1$

$\theta_B = 0$

براساس روش شیب افت : $M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi) \Rightarrow M_{AB} = \frac{4EI}{L} = k$



رابطه شیب افت اصلاح شود : $M_{AB} = \frac{2EI}{L}\theta_A + \frac{3EI}{L}\psi + FEM_{AB} - 0.5\,FEM_{BA} \Rightarrow$

$M_{AB} = \frac{3EI}{L} = k$

در روش توزیع لنگر با توجه به آن که نسبت سختی ها دارای اهمیت است به جهت سادگی می توان سختی های فوق به شکل زیر اصلاح می شود.

$$K = \begin{cases} \frac{EI}{L} & \text{انتهای دیگر گیردار باشد} \\ 0.75\frac{EI}{L} & \text{انتهای دیگر مفصلی باشد} \end{cases}$$

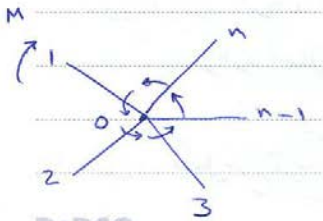
لنگرهای انتقال یافته (COM) و ضرایب انتقال لنگر (COF)

لنگری که در انتهای دیگر عضو در اثر اعمال لنگر در ابتدای عضو اعمال می شود. نسبت لنگر انتها به نسبت لنگر ابتدا ضریب انتقال لنگر نام دارد.

$M_{BA} = \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_A - 3\psi) + FEM_{BA} \longrightarrow M_{BA} = 0.5\,M_{AB}$

$$COF \begin{cases} 0.5 & \text{انتهای دیگر گیردار باشد} \\ 0 & \text{انتهای دیگر مفصلی باشد} \end{cases}$$

ضرایب توزیع لنگر (DF):



n عضو متصل به گره

به گره لنگری خارجی به میزان M وارد می شود.

این لنگر بین اعضا تقسیم می شود به گونه ای که $\Sigma M_0 = 0$

PqPCO

Subject
Date

نحوه تقسیم بر نسبت سختی (K) اعضا می باشد.

$$M_J = \frac{k_J}{\sum_{i=1}^{n} k_i} \quad M = (DF)_J K \Rightarrow DF_J = \frac{k_J}{\sum_{i=1}^{n} k_i}$$

لنگر گیرداری (FEM): به روش شیب افت محاسبه می شود.

نکته: در روش توزیع لنگر، لنگر گیرداری ناشی از نشست تکیه گاهی یا دوران تکیه گاهی نیز باید جداگانه محاسبه شود.

لنگر گیرداری ناشی از نشست یا جای تکیه گاه $FEM_S = \frac{-6EI\Delta}{L^2}$

- اثر دوران عضو ناشی از Δ ساعتگرد باشد Δ با علامت مثبت وارد می شود و در غیر اینصورت با علامت منفی برای این منظور به طریق زیر عمل می کنیم:

1- لنگرهای گیرداری (FEM) را در انتهای کلیه اعضا محاسبه می کنیم

2- سختی نسبی تمامی اعضا را محاسبه می کنیم سپس بر اساس آن ضرایب توزیع لنگر (DF) هر عضو را در گره های مختلف تازه محاسبه می کنیم.

3- ضرایب انتقال لنگر (COF) را تعیین کرده و مشخص می کنیم که لنگرهای هر گره متعادل به چه تمامی باید منتقل شود.

DF_B { 1 مفصلی ; 0 گیردار }

نکته: ضریب توزیع لنگر (DF) در انتهای مفصلی اعضا برابر یک و در انتهای گیردار برابر صفر در نظر گرفته می شود

* در مواردی که گره مورد نظر اعضا یک سر مفصل وجود داشته باشد برای محاسبه ضریب توزیع لنگر این اعضا می توان از سختی کاهش یافته استفاده کرد. در صورت استفاده از سختی کاهش یافته باید ضریب انتقال لنگر انتهای مفصلی را صفر در نظر گرفت

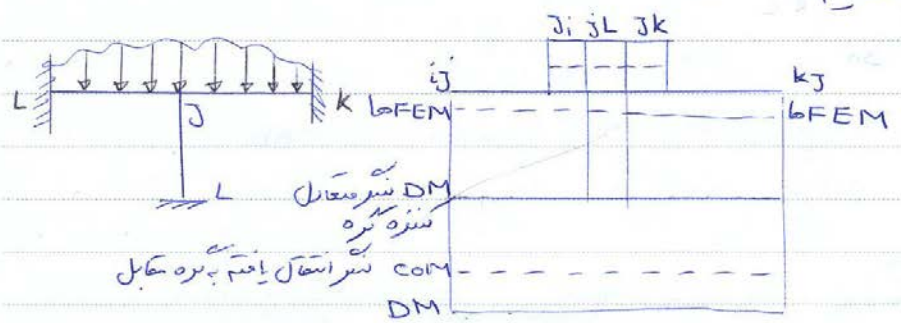
$0.75\frac{EI}{L}$, $\frac{3EI}{L}$

در صورت وجود طره، طره را حذف کرده و بارهای وارد بر آن را به صورت یک نیرو و یک لنگر متمرکز بر انتهای گیردار طره اعمال می کنیم.

4. جدولی به شکل زیر ترسیم کرده و کلیه مقادیر مربوط به COF، DF و FEM را در مکان های

Subject
Date \ 4

مناسب رسم می‌کنیم.



5. لنگرهای نامتعادل ایجاد شده در گره‌هایی را که درجه آزادی دورانی دارند طبق روش زیر متعادل می‌کنیم. در هر گره لنگرهای متعادل را بدست آورده و با توجه به ضرایب توزیع لنگر آن را بین اعضای وارد شده بر گره را (به صورت لنگردار) توزیع می‌کنیم.

$M_{ij} = \left(\frac{k_{ij}}{\Sigma k_{ij}}\right) \times M$

M: لنگر نامتعادل موجود در گره i

M_{ij}: ...

ب - لنگرهای حاصل از بخش لنگرهای نامتعادل را در ضرایب انتقال لنگر (COF) ضرب کرده و حاصلضرب را به انتهای دیگر اعضا انتقال می‌دهیم.

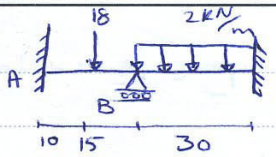
ج - مراحل الف و ب را تکرار می‌کنیم تا زمانی که تعادل در گره‌های سازه برقرار شود. یا به عبارتی لنگر نامتعادل موجود در گره‌ها بسیار کوچک شده و قابل صرف نظر است.

6. لنگر خمشی انتهای اعضا از جمع جبری لنگرهای لنگرداری، لنگرهای انتقال یافته و لنگرهای توزیع شده نهایی حرف‌های پیشین بدست می‌آید. اگر توزیع لنگر به صورت صحیح انجام گرفته باشد.
لنگرهای خمشی انتهای اعضا معادلات تعادل را ارضا خواهند کرد.

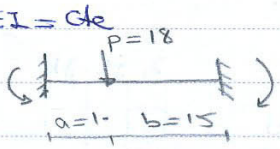
EX: تیر دو دهانه نشان داده شده در شکل زیر را با استفاده از توزیع لنگر تحلیل کرده، لنگرهای خمشی انتهای اعضا را بدست آورید.

Subject
Date

محاسبه لنگرهای گردار

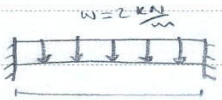


$EI = Cte$



$$FEM_{AB} = \frac{-Pab^2}{L^2} = \frac{-18\times10\times15^2}{25^2} = -64.8 \quad : AB$$

$$FEM_{BA} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{18\times10^2\times15}{25^2} = 43.2 \quad : BA$$



$$FEM_{BC} = -FEM_{CB} = \frac{-wL^2}{12} = \frac{-2\times30^2}{12} = -150 \quad : BC$$

محاسبه سختی نسبی اعضا و ضرایب توزیع لنگر:

سختی نسبی: $\frac{I}{L}$ ثابت $\frac{EI}{L}$

$$k_{AB} = \frac{I}{25}, \quad k_{BC} = \frac{I}{30}$$

نکته: اگر یکی از دو انتهای عضو مفصلی بود (لنگر صفر بود) سختی‌های بالا در ضریب 0.75 ضرب می‌شوند.

ضرایب توزیع لنگر: (DF)

$$DF_{ij} = \frac{k_{ij}}{\sum k_{ij}}$$

نکته: ضریب DF برای هر عضو دوبار محاسبه می‌شود. (برای هر انتهای یکبار)

$DF_{AB} = 0$ (انتهای گردار)

$$DF_{BA} = \frac{k_{BA}}{k_{BA}+k_{BC}} = \frac{\frac{I}{25}}{\frac{I}{25}+\frac{I}{30}} = 0.545$$

$DF_{CB} = 0$

$$DF_{BC} = \frac{k_{BC}}{k_{BA}+k_{BC}} = \frac{\frac{I}{30}}{\frac{I}{25}+\frac{I}{30}} = 0.455$$

نکته: در هر گره مجموع مقادیر DF برابر یک می‌شود.

ضرایب انتقال لنگر: (COF)

$COF = 0.5$ ← انتهای عضو گردار

نکته: اگر عضوی با انتهای مفصلی (لنگر صفر) وجود داشت، ضریب انتقال لنگر برای آن عضو صفر می‌شود.

PdPCO

Subject
Date 15

ترسیم جدول:

	AB	BA	BC	CB
DF	0	0.545	0.455	0
FEM	-69.8	43.2	-150	150
DM	0	58.2	48.6	0
CoM	29.1			24.3
DM	0	0	0	0
	-35.7	101.4	-101.4	174.3
	M_{AB}	M_{BA}	M_{BC}	M_{CB}

DM: لنگر متعادل کننده در هر گره $\Sigma M = 0$ ← گره متعادل با تکیه‌گاه گیردار

مرحله اول: $DM_B = -(43.2 - 150) = 106.8$

برای متعادل کردن گره B لنگر فوق باید به این گره اضافه شود.

این لنگر به نسبت DF بین دو عضو BA و BC تقسیم می‌شود

BA → $106.8 \times 0.545 = 58.2$

BC → $106.8 \times 0.455 = 48.6$

CoM: لنگرهای متعادل کننده در ضرایب CoF ضرب شده و به انتهای دیگر عضو وارد می‌شود

اگر ضریب CoF صفر باشد عمل انتقال انجام نمی‌پذیرد.

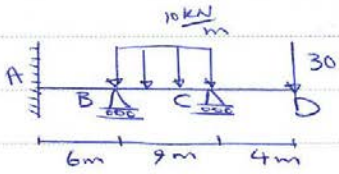
پس از انتقال لنگرها ممکن است تعادل گره‌ها دیگر برقرار نباشد در اینصورت دوباره در هر گره لنگر متعادل کننده را اگاسیم می‌کنیم. این فرآیند را به صورت سعی و خطا تا جایی ادامه میدهیم که تعادل گره تقریبا برقرار شود.

- در اینجا تعادل گره‌ها برقرار است و نیازی به اضافه کردن لنگرهای متعادل کننده نیست
- اعداد هر ستون را با هم جمع کرده و به عنوان لنگر نهایی در زیر هر ستون یادداشت می‌کنیم.

نکته: برای امتحان جواب‌ها می‌توان از معادله تعادل لنگر در هر گره کمک گرفت. مثلا در گره B خواهیم داشت:

$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow 101.4 - 101.4 = 0$

EX. مثال 10-3 طبقی:



EI = ثابت؟

PAPCO

Subject
Date

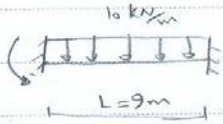
گشتاور وارد بر گره یا ساعتگرد + / ساعتگرد −

گشتاور 120 ← وارد بر گره (طبق جهت فرض)

سمت طره CD را از فرض و بار انتهای آن به همراه گشتاوری که ایجاد می‌کند به ابتدای طره منتقل می‌کنیم.

محاسبه گشتاورهای گیردارای:

$FEM_{AB} = FEM_{BA} = 0$



$FEM_{BC} = -FEM_{CB} = \frac{-10 \times 9^2}{12} = -67.5 \ kN.m$

در محاسبه گشتاورهای گیرداری بارهای اعمالی در محل بند ها ایجاد گشتاور گیرداری نمی‌شود و می‌توان آن را از فرض کرد.

بدل انتهای مفصلی در C

محاسبه سختی‌های نسبی و ضرایب DF:

$k_{AB} = \frac{I}{6}$ $\quad k_{AB} = \frac{I}{9} \times 0.75 = \frac{I}{12}$

$DF_{AB} = 0$ $\quad DF_{BA} = \frac{k_{AB}}{k_{AB}+k_{BC}} = \frac{I/6}{\frac{I}{6}+\frac{I}{12}} = \frac{2}{3}$

$DF_{BC} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{k_{BC}}{k_{BC}+k_{AB}} = \frac{I/12}{I/6+I/12} = \frac{1}{3}$ $\quad DF_{CB} = 1$ ← انتهای مفصلی

ضرایب انتقال گشتاور:

$(CoF)_{AB} = 0.5$

در هر عضو دو ضریب انتقال گشتاور داریم یک ضریب برای انتقال گشتاور از ابتدا به انتها و دیگری برعکس آن در دهانه BC چون انتهای C مفصلی است، ضریب انتقال گشتاور برای انتقال از B به C صفر است ولی برای انتقال از C به B چون انتهای B گیردار است برابر 0.5 می‌باشد.

BC: انتقال از B به C : CoF = 0.5 ؛ انتقال از C به B : CoF = 0

	AB	BA	BC	CB	CD
DF	0	2/3	1/3	1	
FEM	0	0	-67.5	67.5	-120
	0	45	22.5	52.5	0
CoM	22.5		26.3		
DM	0	-17.5	-8.8	0	0
	-8.8				
گشتاورهای نهایی	13.7	27.5	-27.5	126	-120

* در جدول عضو طره را نیز در نظر می‌گیریم.

گشتاور 120 در انتها از عضو پنجره وارد می‌شود.

در اینجا گشتاور ساعتگرد مثبت و گشتاور پادساعتگرد منفی است (به جهت شروع فرض)

$DM)_B = -(0 - 67.5) = 67.5$

Subject

Date 16

گره B: BA: $DM = 67.5 \times \frac{2}{3} = 45$

BC: $DM = 67.5 \times \frac{1}{3} = 22.5$

گره C: $DM)_C = -(67.5 - 120) = 52.5$

CB: $DM = 52.5 \times 1 = 52.5$

CD: $DM = 0$

مرحله بعد ← ایتصال گیردار (در نمونه BC ایتصال گیردار صفر است ولی از C به B ایتصال داریم)

مرحله بعد ← متعادل کردن دوباره گره‌ها:

گره‌های A و C نیازی به گیردار متعادل کنند در مرحله دوم ندارند اما در گره B این گره به دیوار 26.3 نامتعادل است.

$BA = -26.3 \times \frac{2}{3} = -17.5$

$BC = -26.3 \times \frac{1}{3} = -8.8$

مرحله بعد ← انتقال گیردار به اعضای دیگر

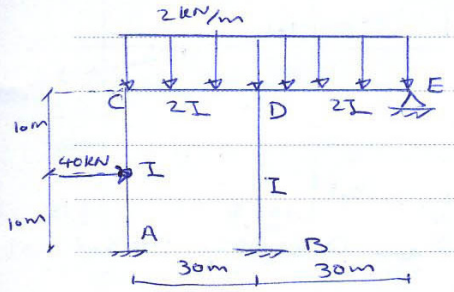
گیردار دوباره متعادل گره‌ها: در اینجا گره‌ها دارای تعادل می‌باشند و نیازی به عکس دوباره گیردارهای متعادل کننده نیست.

مرحله آخر ← مقایسه گیردارهای گیردار متعادل گره‌ها:

B: 27.5 − 27.5 = 0

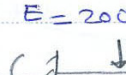
C: 120 − 120 = 0

EX.



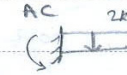
$E = 200\,GPa$, $I = 3 \times 10^9\ mm^4$

گیردارهای گیردار: AC:



$FEM_{AC} = -FEM_{CA} = \frac{-40 \times 20}{8} = -100\ kN\text{-}m$

CD و DE:



$FEM_{CD} = -FEM_{DC} = \frac{-2 \times 30^2}{12} = -150$

$FEM_{DE} = -FEM_{ED} = -150$

BD: $FEM_{BD} = FEM_{DB} = 0$

مقایسه مقادیر سختی نسبی و ضرایب توزیع گیردار DF:

$k_{BD} = k_{AC} = \frac{I}{20}$, $k_{CD} = \frac{2I}{30} = \frac{I}{15}$ $k_{DE} = 0.75 \times \frac{2I}{30} = \frac{I}{20}$

$DF_{CA} = \frac{\frac{I}{20}}{\frac{I}{20} + \frac{I}{15}} = 0.429$ $DF_{CD} = \frac{\frac{I}{15}}{\frac{I}{15} + \frac{I}{20}} = 0.571$

$DF_{AC} = 0$

Subject
Date

$DF_{DC} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{15}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}} = 0.4$ $\quad DF_{DB} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{15}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}} = 0.4$

$DF_{DE} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{15}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}} = 0.3$ $\quad DF_{BD} = 0$ $\quad DF_{ED} = 1$

ضرایب انتقال لنگر (COM)

برای انتقال لنگر از D به E: صفر و مابقی: 0.5

AC	AC	CA	CD	DC	DB	DE	ED	BD
DF	0	0.429	0.571	0.4	0.3	0.3	1	0
FEM	-100	+100	-150	150	0	-150	+150	0
DM	0	21.4	28.6	0	0	0	-150	0
	10.7	0	0	14.3		-75		
DM	0	0	0	24.3	18.2	18.2	0	0
			12.2				9.1	
DM		-5.2	-7					
	-2.6			-3.5				
DM				1.4	1.1	1.1		
			0.7				0.6	
DM		-0.3	-0.4					
	-0.2			-0.2	0.1			
	-92.1	115.9	-115.9	186.4	19.4	-205.6	9.7	

COM = 0.5

$50 \times 0.571 = 28.3$ $\quad 60.7 \times 0.4 = 24.3$ ← D نیرو $DM = -(14.3 - 75 + 0) = 60.7$

$50 \times 0.429 = 21.4$ $\quad 60.7 \times 0.3 = 18.2$

نیرو DM ← C نیرو: $DM = -12.2$ $\quad -12.2 \times 0.429 = -5.2$

$-12.2 \times 0.571 = -7$

(FEM) DM ← $DM = -(-3.5) = 3.5$ $\quad 3.5 \times 0.4 = 1.4$ $\quad 3.5 \times 0.3 = 1.1$

C نیرو: $DM = 0.7$ $\quad -0.7 \times 0.429 = -0.3$

$-0.7 \times 0.571 = -0.4$

نیرو تعادل: $186.4 + 19.4 - 205.6 = 0.2 \simeq 0$ قابل صرف نظر

D نیرو