

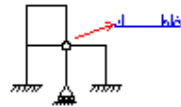
# فصل اول

## معینی و نامعینی

## سازه ها

3 = تعداد روابط تعادل	1-2	3 = تعداد روابط تعادل	1-1
0 = تعداد روابط شرط	پایدار	2 = تعداد روابط شرط	ناپایدار
3 = تعداد مجهولات	معین	4 = تعداد مجهولات	ایستائی
3 = تعداد روابط تعادل	1-4	3 = تعداد روابط تعادل	1-3
0 = تعداد روابط شرط	ناپایدار	2 = تعداد روابط شرط	پایدار
2 = تعداد مجهولات	ایستائی	5 = تعداد مجهولات	معین
3 = تعداد روابط تعادل	1-6	عکس العملها متقارند	1-5
1 = تعداد روابط شرط	پایدار و	3 = تعداد روابط شرط	ناپایدار
5 = تعداد مجهولات	یک درجه	0 = تعداد روابط شرط	ایستائی
3 = تعداد روابط تعادل	1-8	2 = تعداد مجهولات	
3 = تعداد روابط شرط	ناپایدار	3 = تعداد روابط تعادل	1-7
5 = تعداد مجهولات	ایستائی	3 = تعداد روابط شرط	ناپایدار
		5 = تعداد مجهولات	هندسی
		سازه دارای دو قسمت مجزا	
		می باشد قسمت بالا پایدار و	
		قسمت پائین ناپایدار است.	
3 = تعداد روابط تعادل	1-10	3 = تعداد روابط تعادل	1-9
0 = تعداد روابط شرط	پایدار	2 = تعداد روابط شرط	ناپایدار
3 = تعداد مجهولات	معین	3 = تعداد مجهولات	

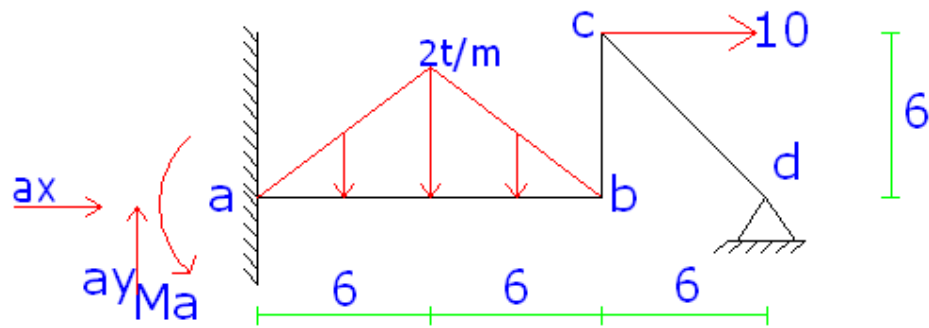
هرمز سازه یک درجه			
نامعینی	1-12		1-11
تعداد روابط تعادل = 3	پایدار	تعداد روابط تعادل = 3	پایدارو 3
تعداد روابط شرط = 2	نامعین	تعداد روابط شرط = 2	درجه
تعداد مجهولات = 6		تعداد مجهولات = 4	نامعین
ناپایدار بدلیل موازی بودن نیروها			
تعداد روابط تعادل = 3	1-14	تعداد روابط تعادل = 3	1-13
تعداد روابط شرط = 3	ناپایدار	تعداد روابط شرط = 4	ناپایدار
تعداد مجهولات = 5	هندسی	تعداد مجهولات = 5	ایستائی
ناپایدار بدلیل موازی بودن نیروها			
تعداد روابط تعادل = 3		تعداد روابط تعادل = 3	
تعداد روابط شرط = 3		تعداد روابط شرط = 3	1-15
تعداد مجهولات = 5	1-16	تعداد مجهولات = 5	ناپایدار
	ناپایدار		هندسی
تعداد روابط تعادل = 3	1-18	تعداد روابط تعادل = 3	
تعداد روابط شرط = 0	پایدارو	تعداد روابط شرط = 0	1-17
تعداد مجهولات = 9	6درجه	تعداد مجهولات = 3	پایدارو
	نامعین		معین

<p>تعداد روابط تعادل = 3</p> <p>تعداد روابط شرط = 3</p> <p>تعداد مجهولات = <math>4 \times 3 + 3 \times 4 = 24</math></p> <p>12-0 = 12 درجه داخلی</p> <p>12-3 = 9 درجه خارجی</p>	<p>1-20</p> <p>پایدارو</p> <p>21 درجه</p> <p>نامعین</p>	<p>پایدارو 12 درجه نامعین و 9 درجه داخلی و 3 درجه خارجی</p> <p>تعداد روابط تعادل = 3</p> <p>تعداد روابط شرط = 3</p> <p>تعداد مجهولات = <math>2 \times 3 + 3 \times 4 = 18</math></p> <p>18-6 = 12 درجه نامعینی</p> <p>تعداد روابط تعادل = 3</p> <p>تعداد روابط شرط = 0</p> <p>تعداد مجهولات = <math>1 \times 3 + 3 \times 2 = 8</math></p>	<p>1-19</p> <p>1-21</p> <p>پایدار و</p> <p>5 درجه</p> <p>نامعین</p>
		<p></p> <p>تعداد روابط تعادل = 3</p> <p>تعداد روابط شرط = 2</p> <p>تعداد مجهولات = 9</p> <p>اگر قاب به صورت شکل 1 بود ناپایدار بود.</p>	<p>1-22</p> <p>پایدار و</p> <p>6 درجه</p> <p>نامعین</p>

تعداد روابط تعادل = 3	1-24	تعداد روابط تعادل = 3	1-23
تعداد روابط شرط = 7	ناپایدار	تعداد روابط شرط = 1	پایدار و
تعداد مجهولات = 7	ایستائی	تعداد مجهولات = 4	معین
تعداد روابط تعادل = 3	1-26	تعداد روابط تعادل = 3	1-25
تعداد روابط شرط = 2	پایدار و	تعداد روابط شرط = 0	پایدار و
تعداد مجهولات = 8	3درجه	تعداد مجهولات = 6	3درجه
	نامعین		نامعین
<p>در نامیه پائین سازه پایدار و معین می باشد و در قسمت بالا مولفه عکس العمل چهار مولفه نیرو متقارب هستند ناپایدار هندسی می باشند.</p>			
		تعداد روابط تعادل = 3	
		تعداد روابط شرط = 3	1-27
		تعداد مجهولات = $2 \times 3 + 3 \times 4 = 18$	در حالت
		$18 - 6 = 12$ درجه نامعینی	کلی پایدار

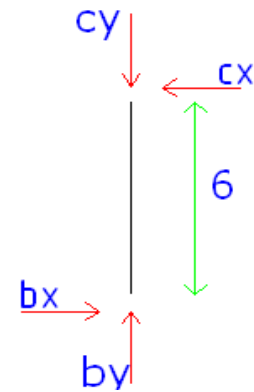
		3 = تعداد روابط تعادل		
		1 = تعداد روابط شرط		
		5 = تعداد مجهولات		
	1-29	3 = تعداد روابط تعادل	سازه در حالت کلی اگر به	
	پایدار و	0 = تعداد روابط شرط	آن جسم صلب آویخته باشد	
	9 درجه	12 = تعداد مجهولات	پایدار است	1-28
	نامعین			
	1-31	3 = تعداد روابط تعادل	3 = تعداد روابط تعادل	1-30
	پایدار و	0 = تعداد روابط شرط	3 = تعداد روابط شرط	پایدار و
	9 درجه	$3 \times 1 + 3 \times 3 = 9$ = تعداد مجهولات	$3 \times 3 = 9$ = تعداد مجهولات	3 درجه
	نامعین			نامعین
			3 = تعداد روابط تعادل	
			0 = تعداد روابط شرط	
			19 = تعداد مجهولات	
			با فرض غلطی بودن تکیه	
	1-33	3 = تعداد روابط تعادل	گاه	1-32
	پایدار و	0 = تعداد روابط شرط	15 درجه نامعین داخلی و	پایدار و
	9 درجه	$9 + 3 = 12$ = تعداد مجهولات	15 درجه نامعین خارجی	9 درجه
	نامعین			نامعین

2-1

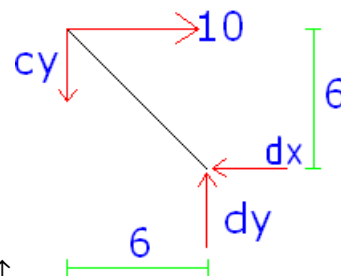


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_x = b_x$$

$$\overset{+}{\sum} M_b = 0 \Rightarrow +C_x(6) = 0 \Rightarrow C_x = b_x = 0$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow d_x = 10$$



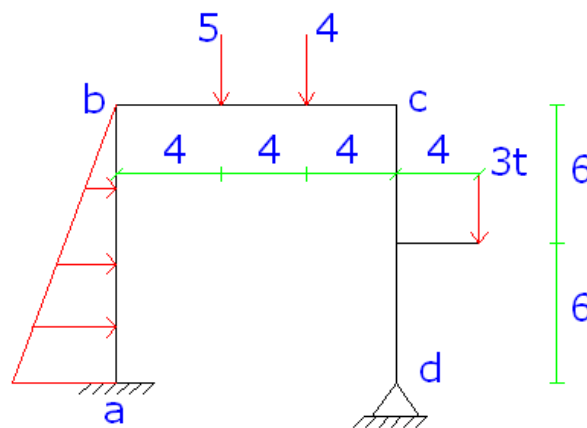
$$\overset{+}{\sum} M_c = 0 \Rightarrow -8d_y - 60 = 0 \Rightarrow d_y = 7.5t \uparrow$$

در کل شکل:

$$\sum^+ M_a = 0 \Rightarrow 20 * 7.5 - 60 - 6 * 4 - 6 * 8 - 4 * 12 + m_a = 0 \Rightarrow m_a = 30t.m$$

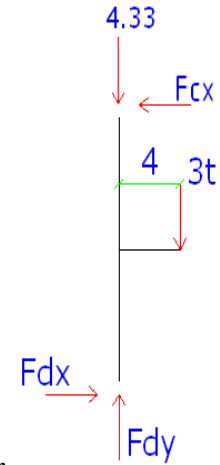
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow a_x = 0 \quad \text{و} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow a_y - 12 - 4 + 7.5 = 0 \Rightarrow a_y = 8.5t.m$$

2-2



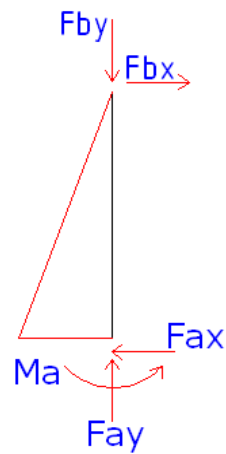
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Fd_y = 4.33$$





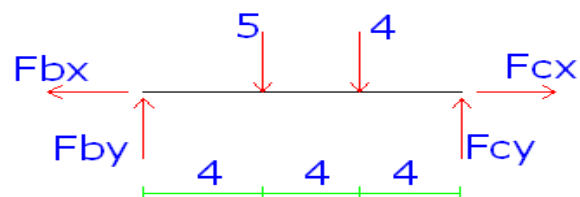
$$\sum^+ M_c = 0 \Rightarrow -3 * 4 + Fd_x * 12 = 0 \Rightarrow Fd_x = 1 \text{ ton}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 1 + 0.75 * 6 = Fa_x = 5.5 \text{ ton} \leftarrow$$



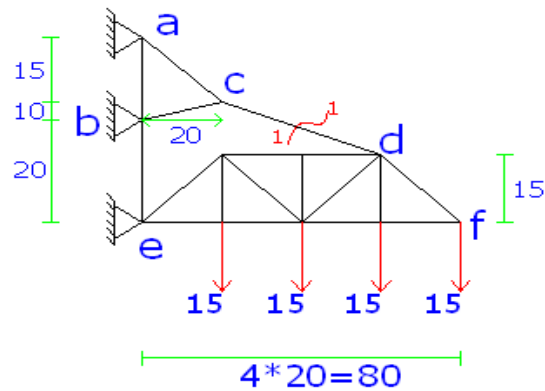
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow Fy_a = 4.67 \uparrow$$

$$\sum^+ M_b = 0 \Rightarrow 12F_{cy} - 5 * 4 - 4 * 8 = 0 \Rightarrow F_{cy} = 4.33 \uparrow$$



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{by} = 4.67 \uparrow$$

3-2



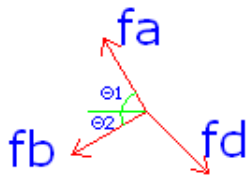
مقطع 1-1 را در فرپا می زنیم داریم :

$$\tan \theta = \frac{15}{40} \Rightarrow \theta = 20.556^\circ$$

$$\overset{+}{\sum} M_e = 0 \Rightarrow -F_d \sin 20.556^\circ * 60 - F_d \cos 20.55^\circ * 15 + 15 * 80 + 15 * 60 + 15 * 40 + 15 * 20 = 0$$

$$\Rightarrow F_d = 8.44t$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{15}{20} \Rightarrow \theta_1 = 36.87$$



$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{10}{20} \Rightarrow \theta_2 = 26.56$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f_a \sin 36.87 - f_b \sin 26.56 - 85.44 \sin 20.556 = 0$$

$$\Rightarrow 0.6f_a - 0.45f_b = 30 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow f_a \cos 36.87 + f_b \cos 26.56 - 85.44 \cos 20.556 = 0$$

$$\Rightarrow 0.8f_a + 0.9f_b = 80 \quad (2)$$

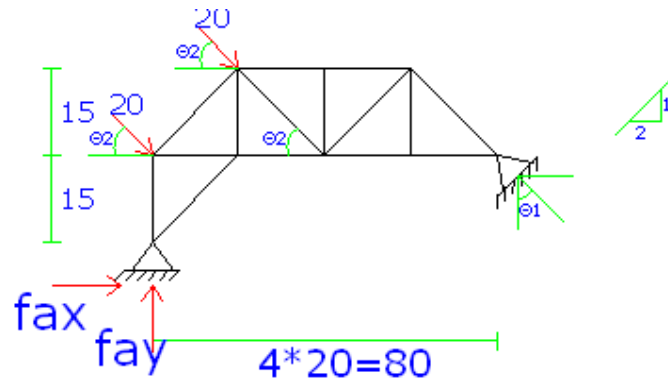
از حل همزمان دو معادله (1) و (2) داریم:

$$F_{ay} = 42t \quad F_{ax} = 56t$$

$$F_{by} = 56t \quad F_{bx} = 56t$$

$$F_{cy} = 60 - 42 - 11.92 = 6.07t \uparrow \quad F_{cx} = 79.85t$$

4-2



$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{15}{20} \Rightarrow \theta_2 = 36.86^\circ$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_1 = 26.56^\circ$$

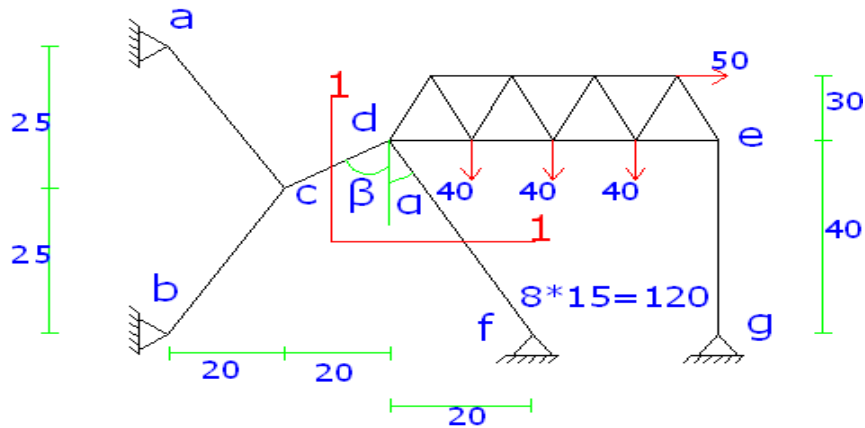
$$\sum \overset{+}{M}_a = 0 \Rightarrow -F_b \sin 26.56 * 15 + F_b \cos 26.56 * 80 - 20 \sin 36.66 * 20$$

$$- 20 \cos 36.86 * 30 - 20 \cos 36.86 * 15 - 30(20 + 40 + 60) = 0 \Rightarrow F_b = 58.47$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{by} - 2(20 \sin 36.86) - 90 + 58.47 * \cos 26.56 = 0 \Rightarrow F_{by} = 61.7$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 2(20 \cos 36.86) - 58.47 \cos 26.56 = F_{ax} \Rightarrow F_{ax} = 5.86$$

5-2



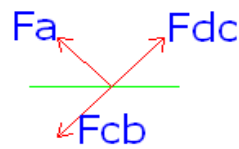
$$\overset{+}{\sum} M_d = 0 \Rightarrow F_{gy} * 120 - 50 * 20 - 40(20 + 35 + 50) = 0 \Rightarrow F_{gy} = 93.33$$

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{20}{40} \Rightarrow \alpha = 26.56^\circ \quad \beta = \text{tg}^{-1} \frac{20}{15} \Rightarrow \beta = 53.15^\circ$$

برش 1-1 را در فرپا می زنیم:

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{dF} \cos 26.56 + 120 - 63.33 + F_{dc} \cos 53.1 = 0$$

$$\overset{+}{\sum} F_x = 0 \Rightarrow F_{dF} \sin 26.25 - F_{dc} \cos 53.1 + 50 = 0$$



$$F_{dc} = 21.95t \quad F_{dF} = -72.5t$$

$$f_{dFx} = 32.44 \quad f_{dFy} = 32.44$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f_{ac} \cos 51.34 + f_{bc} \cos 51.34 - 27.75 \sin 53.1 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f_{ac} \sin 51.34 + 21.95 \cos 51.34$$

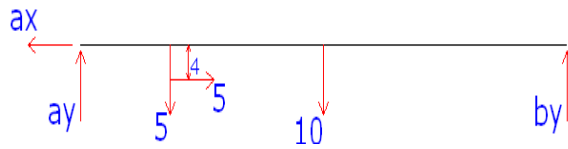
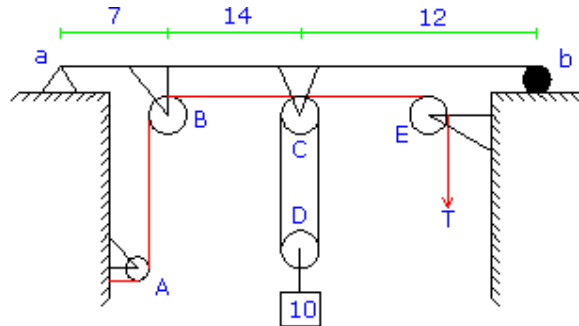
$$f_{ac} = 5.587t \quad , \quad F_{bc} = 27.4t$$

$$f_{acx} = 3.51t \quad f_{bcx} = 32.44$$

$$f_{acy} = 4.97t \quad f_{bcy} = 17.59t$$

6-2

Mint: Find the reaction on the beam (ab) by cutting cable between A and B and C and E.  
Find cable tension by isolation pulley D.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{ax} = 5t$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{ay} + F_{by} = 15$$

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow F_{by} * 33 = 10 * 21 + 5 * 7 - 5 * 4$$

$$F_{by} = 6.82t \quad F_{ay} = 8.18t$$



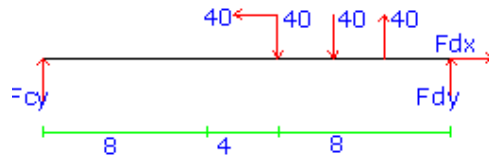
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f_{Bx} = 1t$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{By} + f_A = 1t$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 1 * 18 - 1 * 4 + f_A * 4 = 0$$

$$f_A = -3.5t \quad F_{Ay} = 3.5t \quad F_{Ax} = 1t$$

تیر CD :

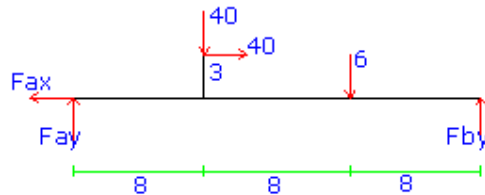


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{dx} = 40t$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{cy} + F_{dy} = 0$$

$$\sum M_c = 0 \Rightarrow F_{dy} * 20 = 40 * 12 - 40 * 13 - 40 * 2$$

$$F_{dy} = -6t \quad F_{cy} = 6t$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{ax} = 40t$$

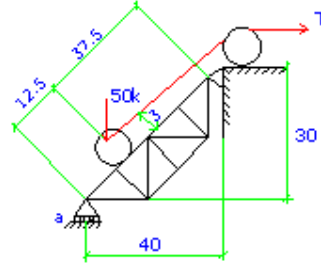
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{ay} + F_{by} = 46$$

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow F_{by} * 24 = 6 * 16 + 40 * 8 - 40 * 3$$

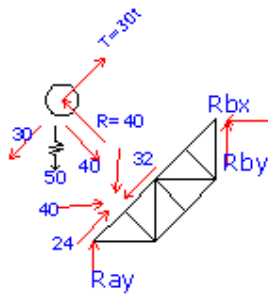
$$F_{by} = 12.33t \quad F_{ay} = 33.67t$$

مثال 2-5 صفحه 98 از کتاب سازه فریدون ایرانی:

عکس العمل فرپای زیر را تعیین کنید.



در چنین مسائلی ابتدا بارهای موثر به سازه را محاسب کنید. به این منظور باید به طور جداگانه تعادل چرخ را تحت اثر وزن ان کشش کابل و عکس العمل فرپا روی چرخ بررسی نمود. پس از اینکه بارهای موثر بر سازه معلوم شد مساله تبدیل به محاسبه مستقیم عکس العمل می شود. توجه شود فرض بر این است که اصطکاکی بین چرخ و فرپا وجود ندارد و بنابراین نیروی مابین این دو عمود بر خط ab و فقط اثر آن از مرکز چرخ می گذرد.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{Bx} = 24 \leftarrow +$$

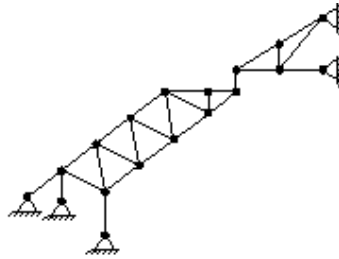
$$\sum M_b = 0 \Rightarrow R_{ay} * 40 + 40 * 37.5 = 0 \Rightarrow R_{ay} = 37.5 \uparrow +$$

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow -40 * 12.5 + 24 * 30 + R_{by} * 40 = 0 \Rightarrow R_{by} = -5.5 \downarrow -$$

$$\text{Cont: } + \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 37.5 - 5.5 = 0 \quad \text{O.K}$$

Find:

Stability and unstability Determinate and Indeterminate

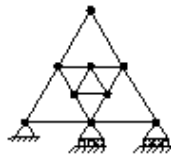


Answers:

External	Internal
Geomet cally Unstable	Stable
Indeterminate First degree	Determinate

Find:

Stability and unstability Determinate and Indeterminate



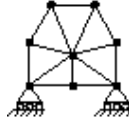
Answers:

External	Internal
stable	Stable
Indeterminate First degree	Indeterminate First degree



Find:

Stability and unstability Determinate and Indeterminate



Answers:

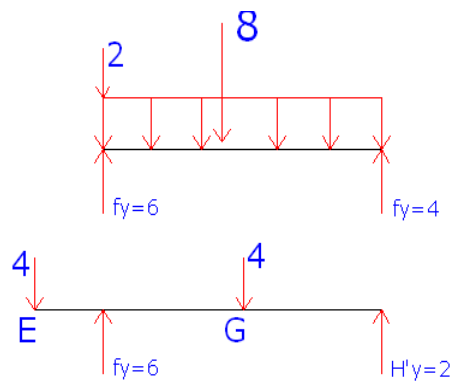
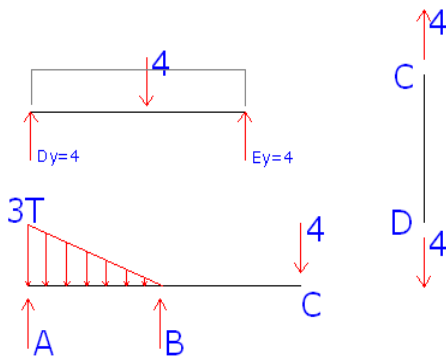
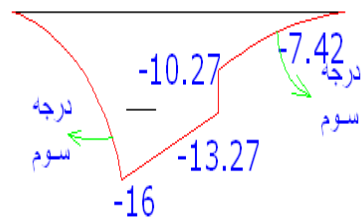
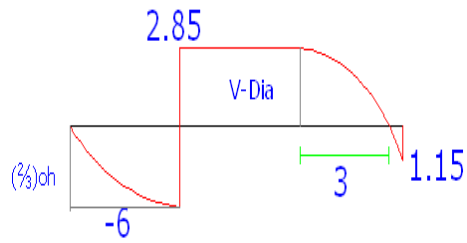
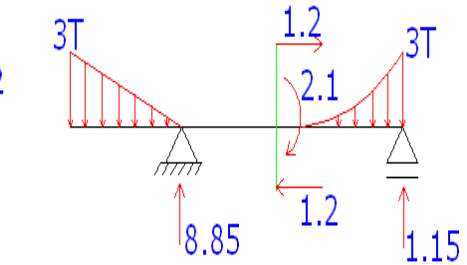
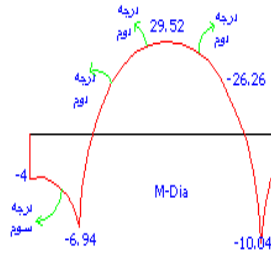
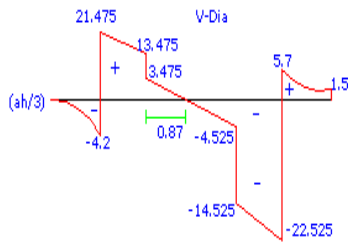
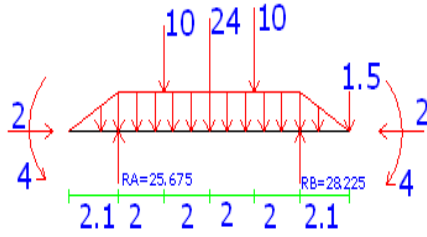
External	Internal
Unstable	Stable Indeterminate Third degree

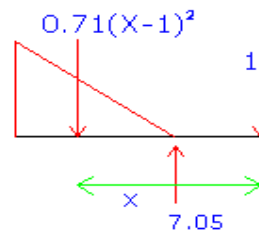
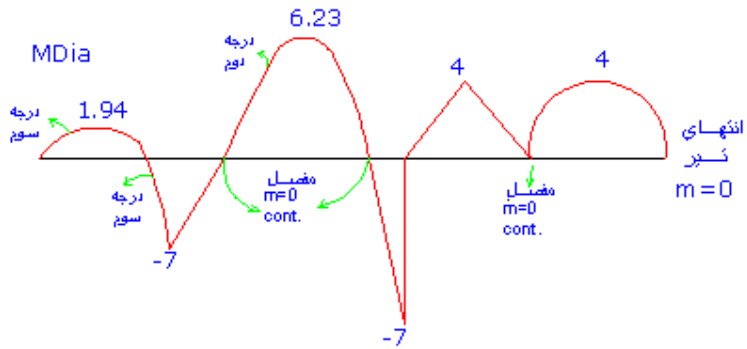
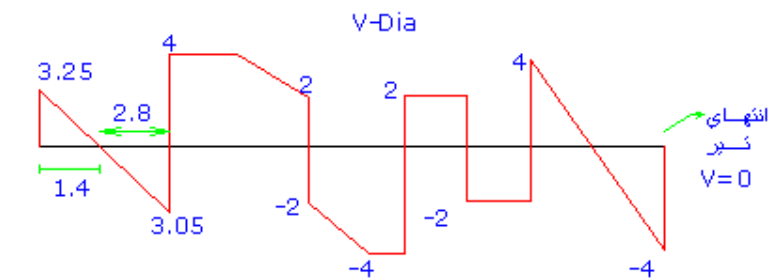
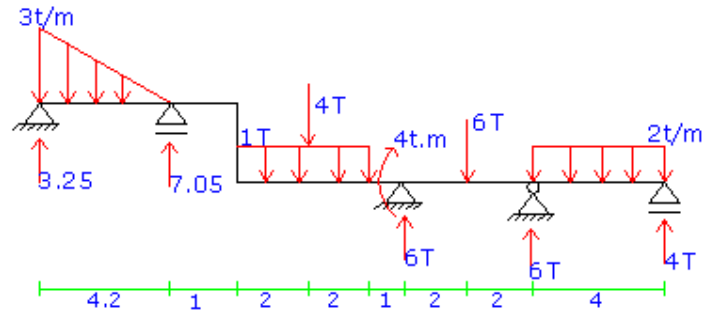
## فصل دوم

تیرها

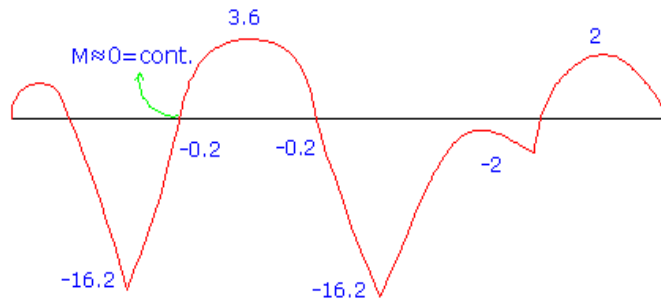
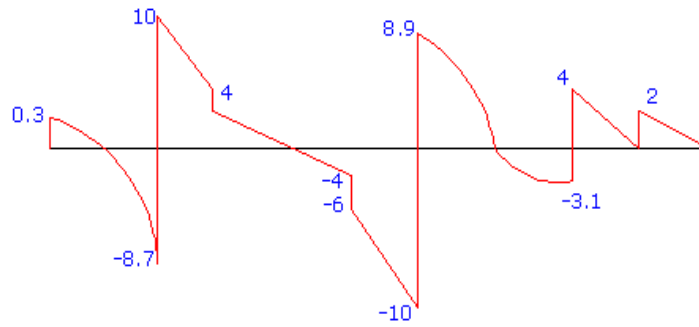
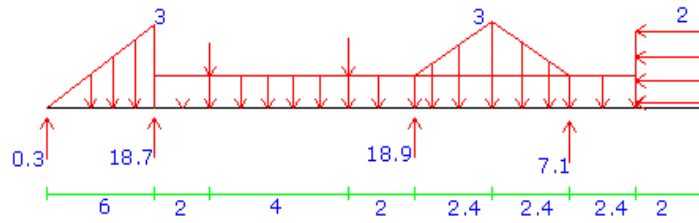
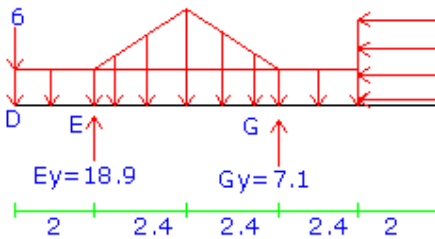
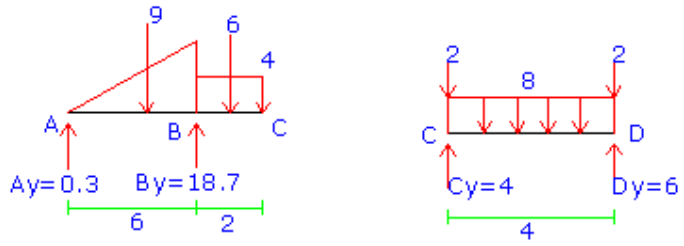
و

قاب ها

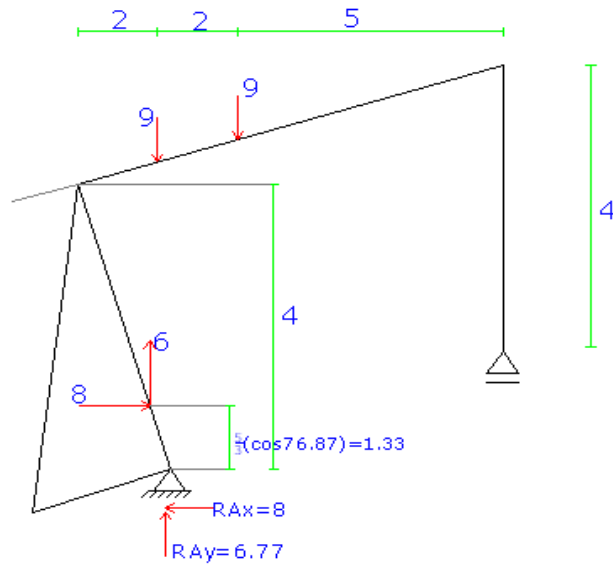




$$\rightarrow \begin{cases} x = 5.2 \rightarrow m = 0 \\ x = 1 \rightarrow m = -4 \\ x = \frac{4.2}{3} * 2 + 1 = 1.94 \end{cases} \quad m = 7.05(x-1) - 4x - 0.71(x-1)^3$$



5

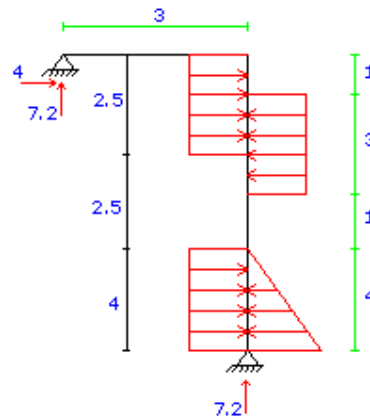


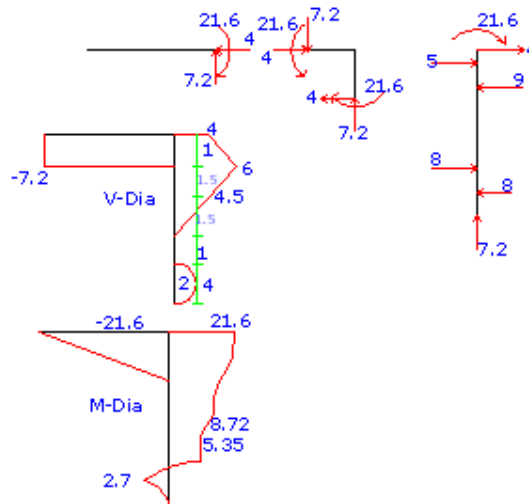
$$\overset{+}{\sum} M_A = 0 \Rightarrow R_{By} * 6 = 6 + 9 - 8 * 1.33 - 6 * 1 \Rightarrow R_{By} = 2.23$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} = 6.77 \uparrow$$

$$\text{Cont: } \overset{+}{\sum} M_B = 0 \Rightarrow R - 6.77 * 6 - 8 * 2 + 8 * 0.67 + 6 * 5 + 9 * 7 - 6 * 7 = 0 \text{ O.K.}$$

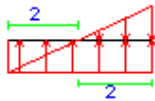
6



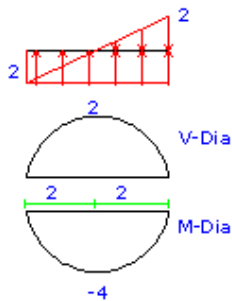


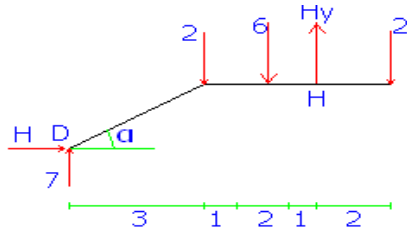
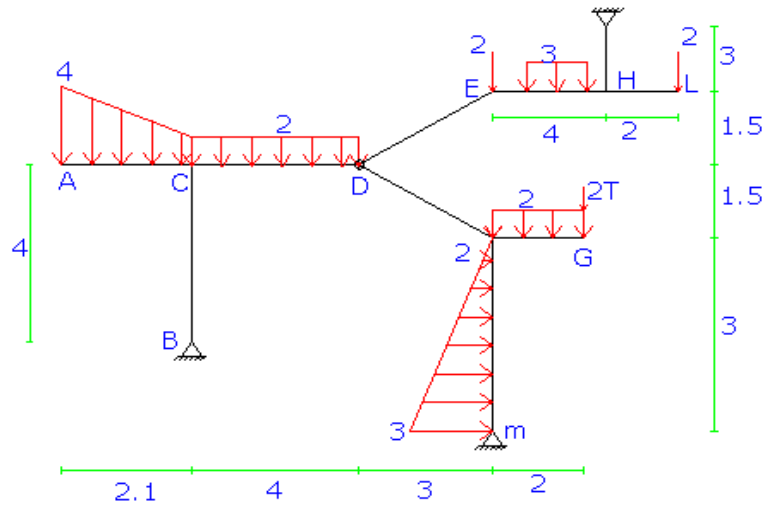
اگر این دو بار که در انتهای تیر قائم یهنی بار مثلثی  $4t/m$  و  $2t/m$  مستطیل را بر یکدیگر اثر

دهیم داریم:



در وسط دهانه یعنی  $x=2$  بار هر دو برابر  $2t/m$  می باشد داریم:



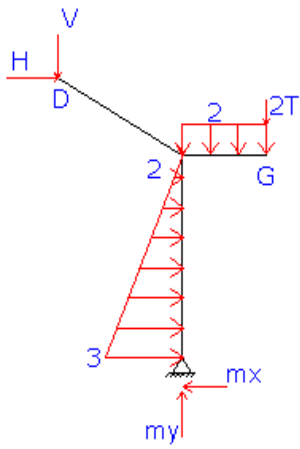


$$H_y = 7.71 \uparrow$$

$$V = 2.29 \uparrow$$

$$H = 0$$

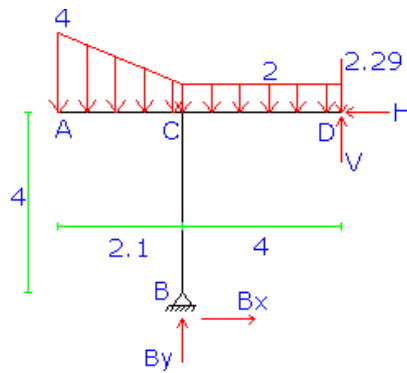
I



$$\sum^+ M_m = 0 \Rightarrow 3V - 4.5H - 12.5 = 0$$



II

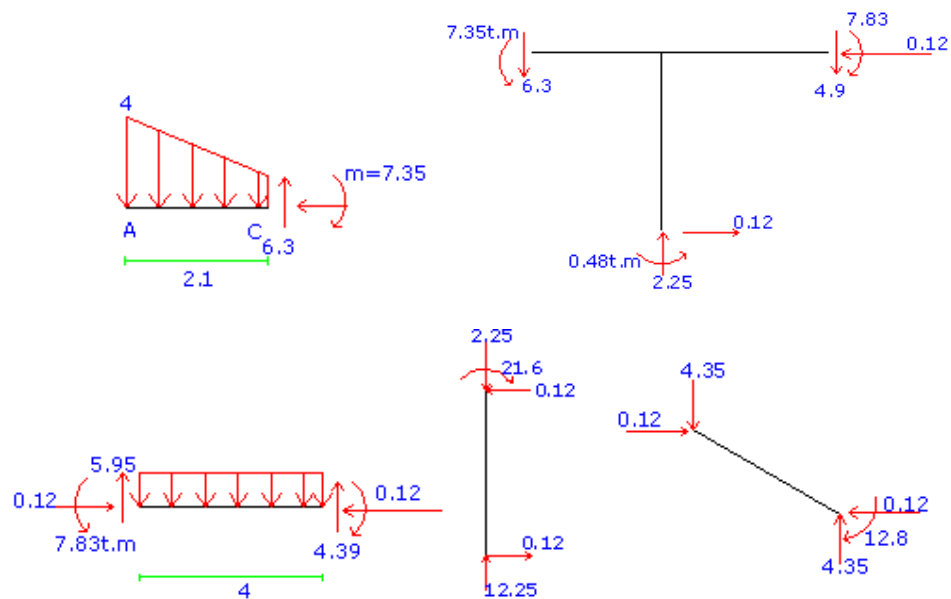


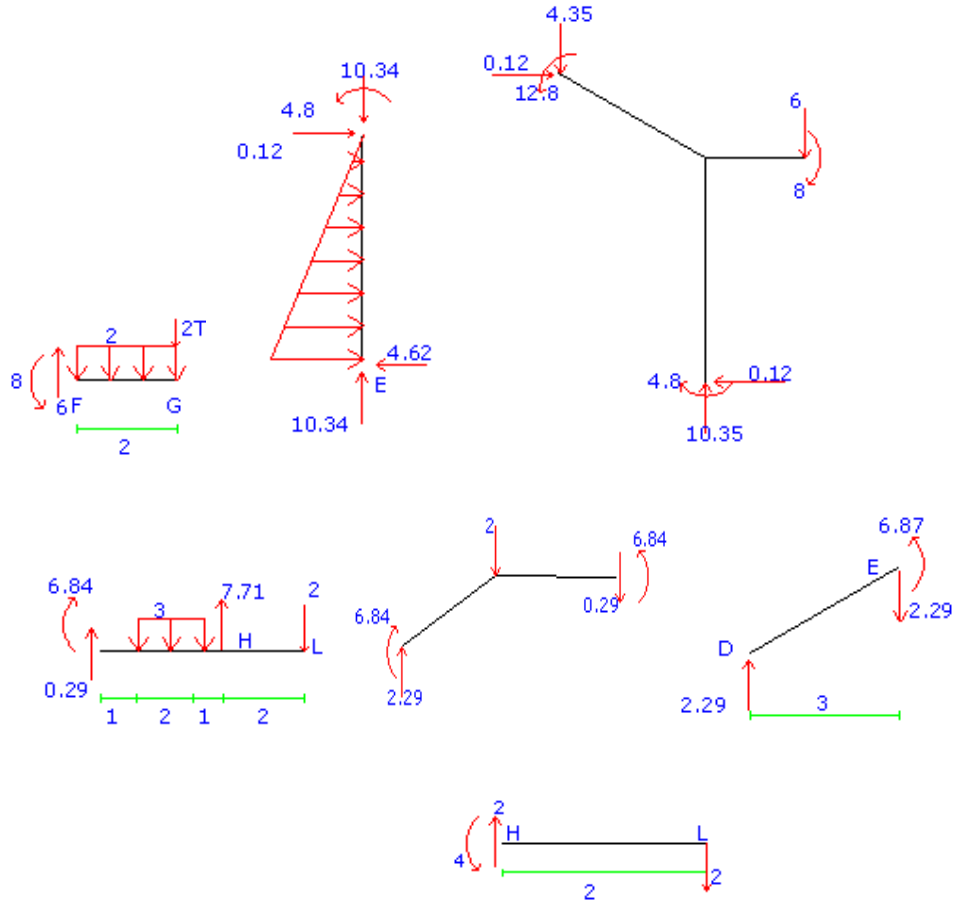
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 4V + 4H - 17.915 = 0.2$$

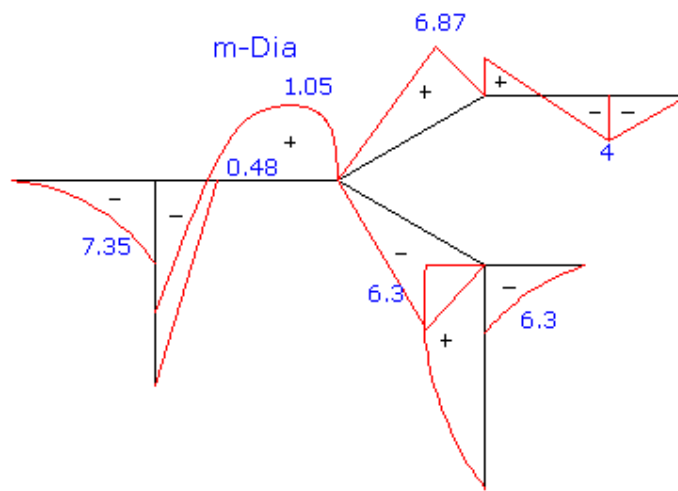
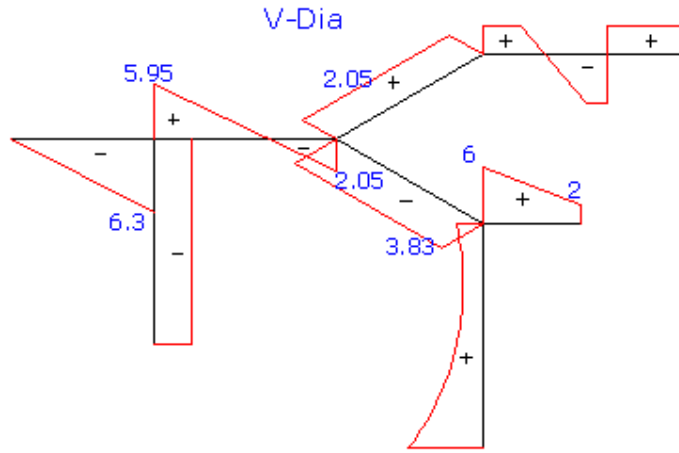
$$I, II \Rightarrow V = 4.35, H = 0.12$$

$$I \Rightarrow +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow M_y = 10.34 \quad \text{و} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow M_x = 4.62$$

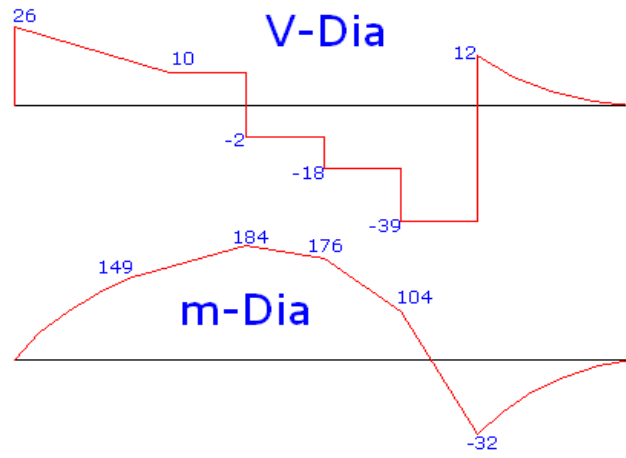
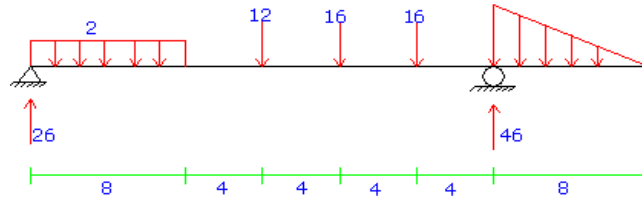
$$II \Rightarrow +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = 12.25 \quad \text{و} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x = 0.12$$



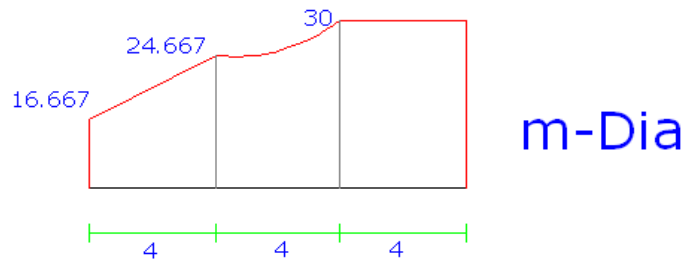
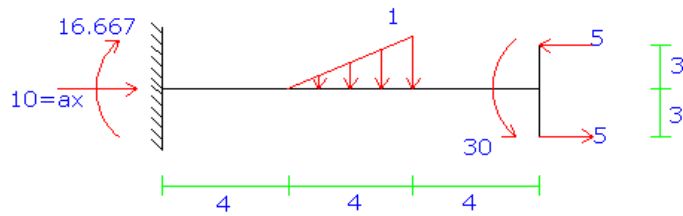


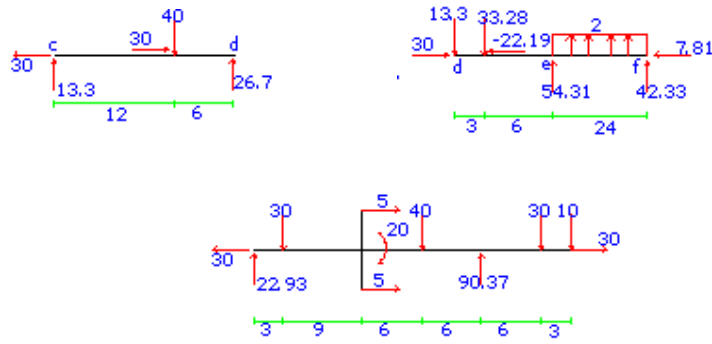


8



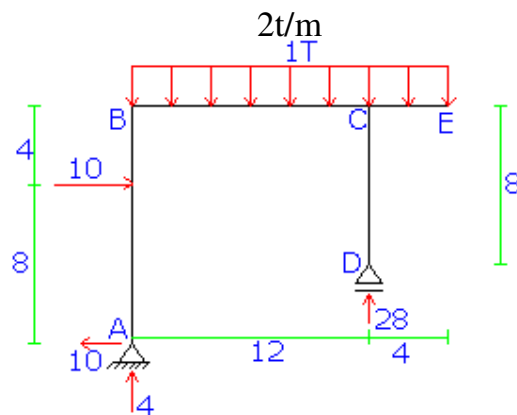
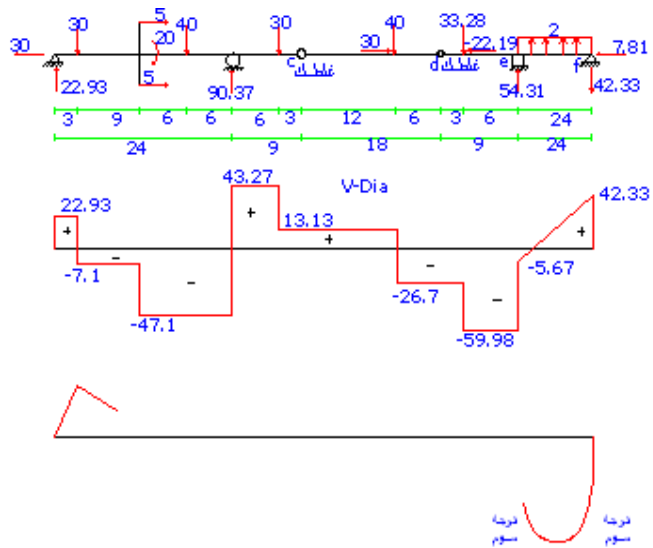
9

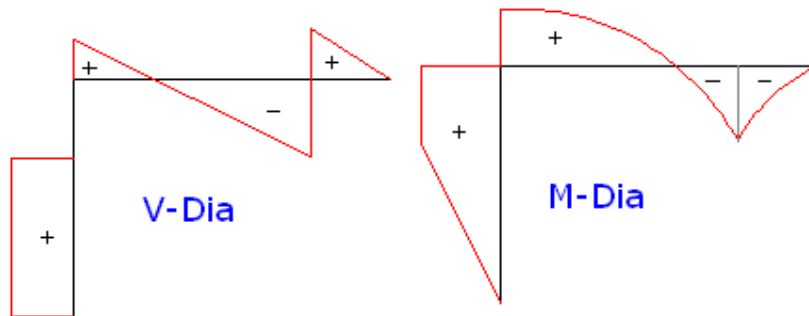
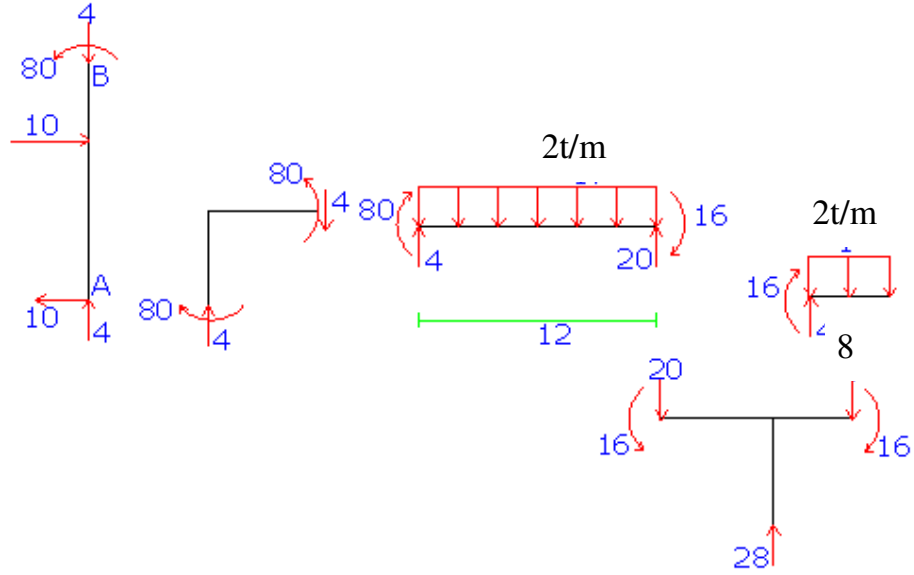




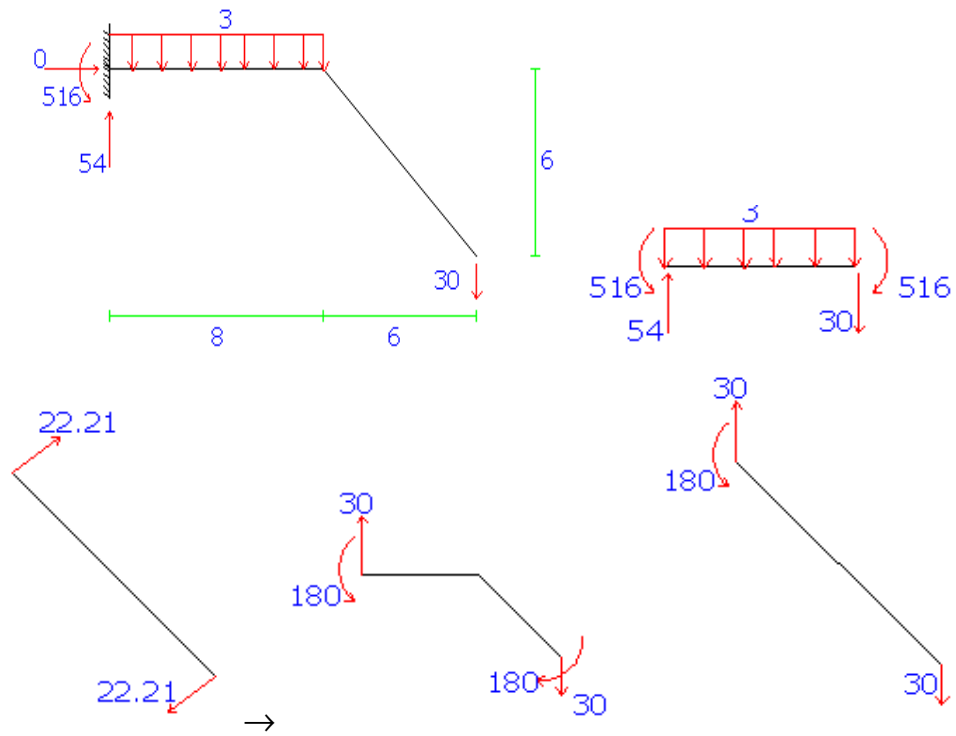
برای رسم V-Dia در e-f فقط علامت V در معادلات دیفرانسیل تغییر می کند و علامت m

یعنی سطح زیر منحنی V برای رسم m-dia تغییر می کند.

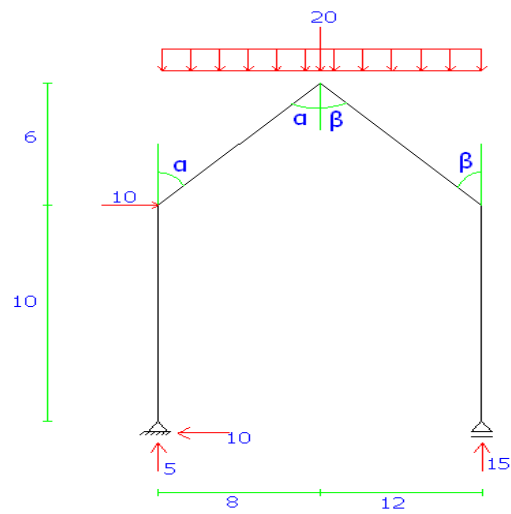


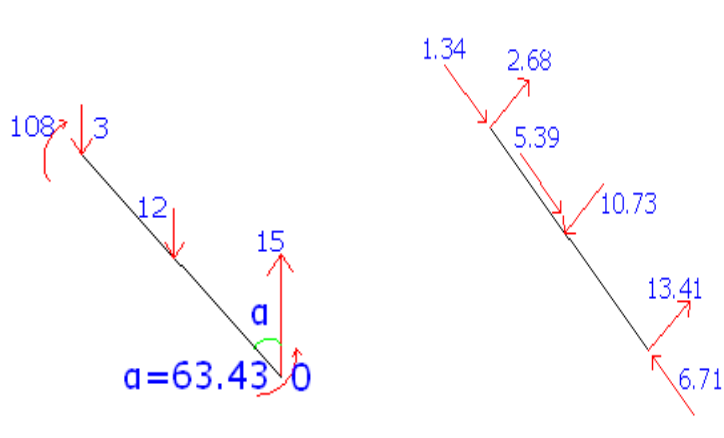
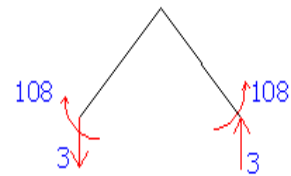
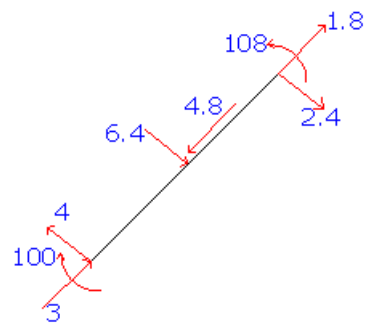
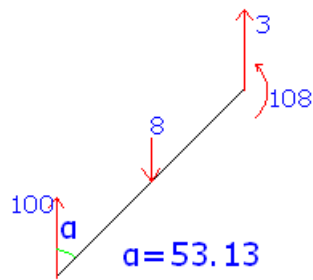
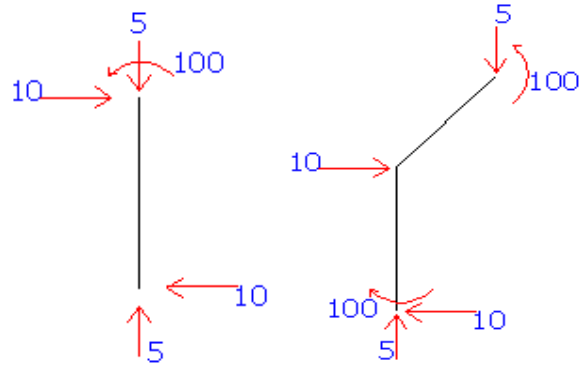


13

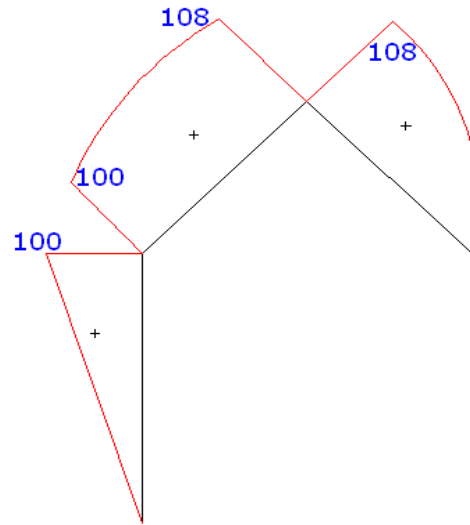
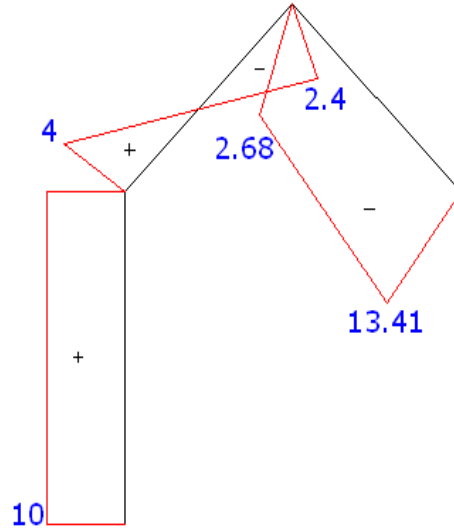


14









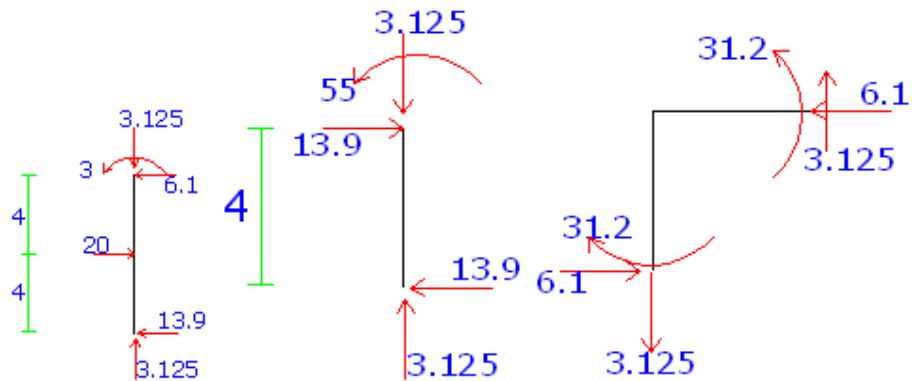
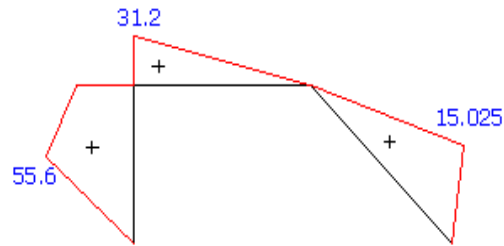
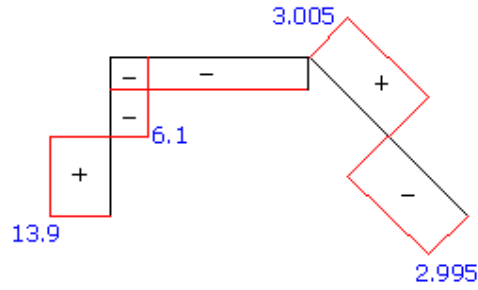
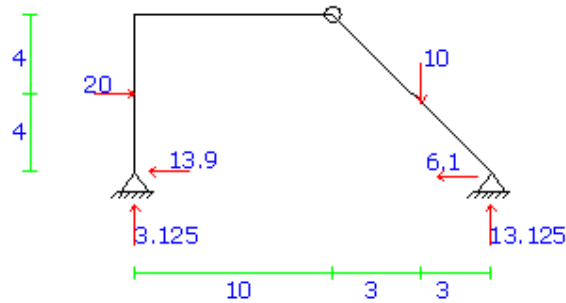
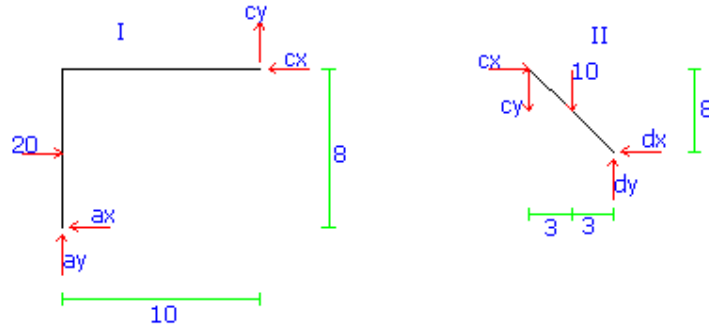
15

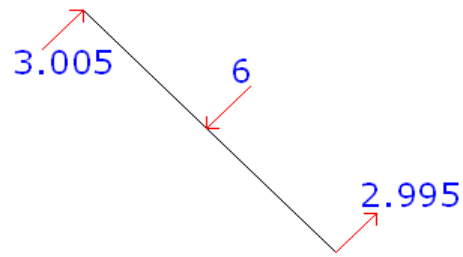
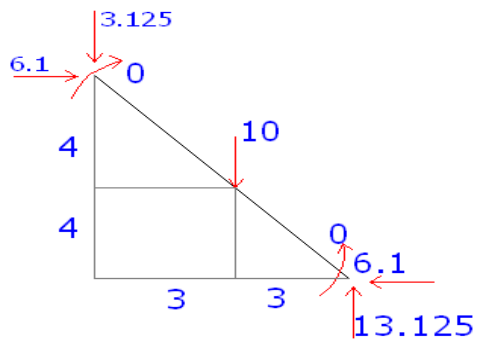
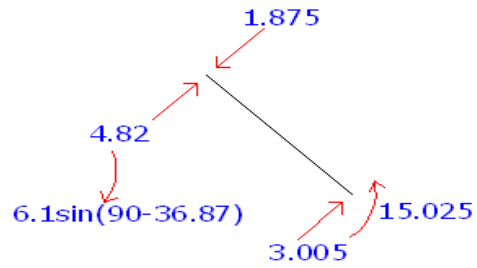
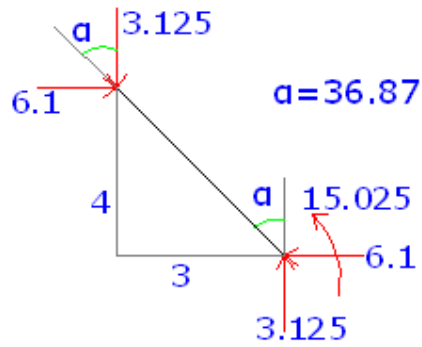
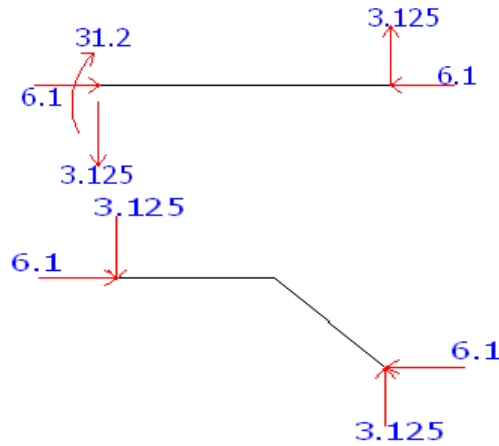
I در شکل I  $\sum M_c = 0 \Rightarrow 10c_y + 8c_x = 80$

II در شکل II  $\sum M_d = 0 \Rightarrow 6c_y - 8c_x = 80$

$c_y = 3.125$

$c_x = 6.1$

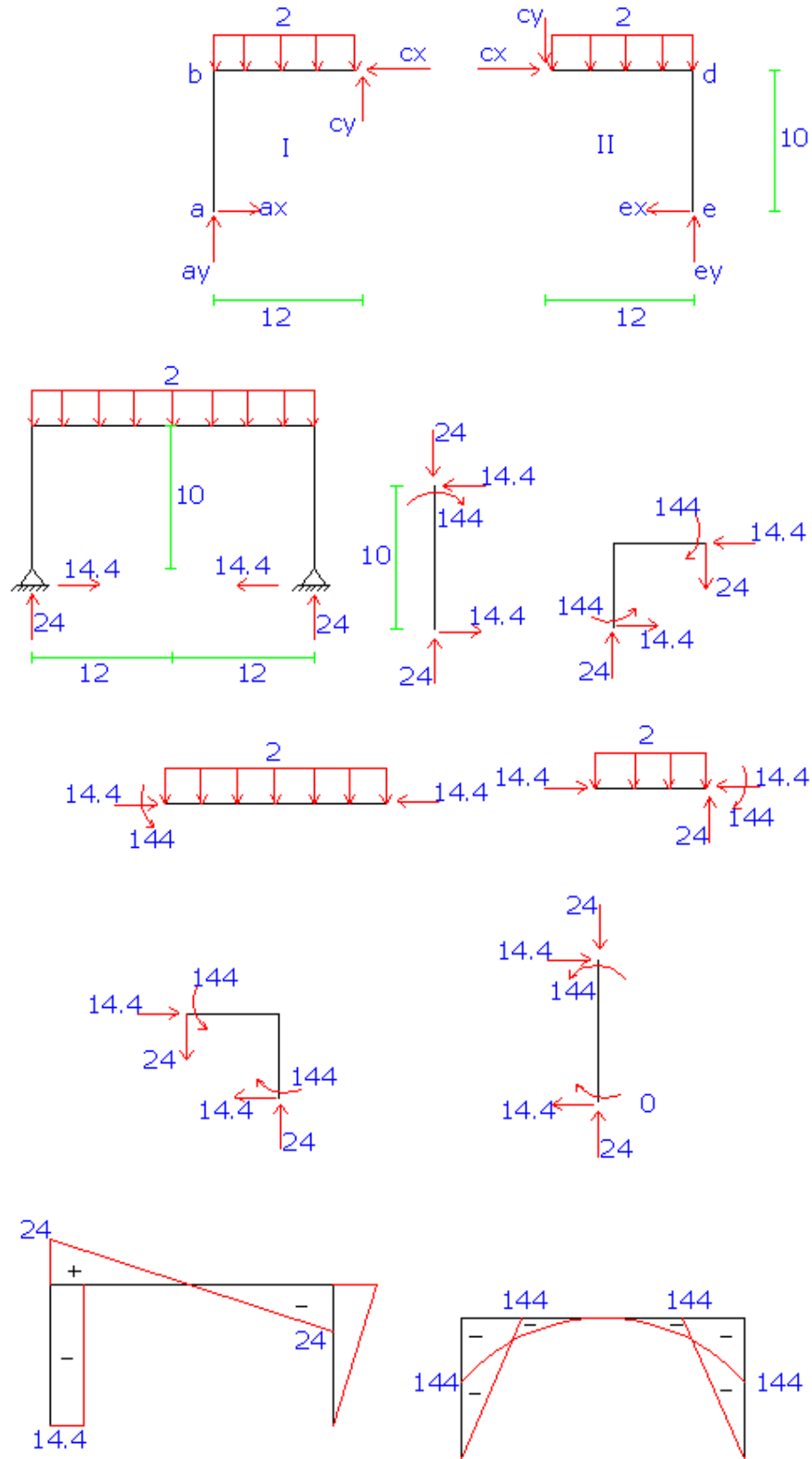




16

I در شکل  $\sum M_a = 0 \Rightarrow 12c_y + 10c_x = 24 * 6$

II در شکل  $\sum M_e = 0 \Rightarrow 12c_y - 10c_x = -24 * 6$



## فصل سوم

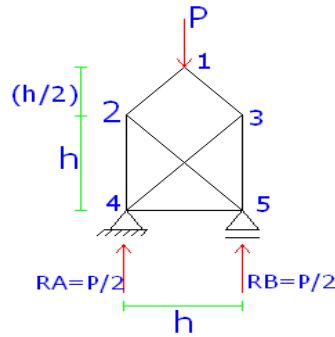
### خرپاها

R=3	r=3	m=10	j=6	1-1	
R=r	معین خارجی	$2 * 6 < 10 + 3 \Rightarrow 12 < 13$	پایدار	یک درجه (نامعین)	
دافلی)					
R=6	r=3	m=6	j=20	1-2	
R-r=3	نا معین خارجی	$2 * 20 = 37 + 3 \Rightarrow 40 = 40$	پایدار و معین دافلی		
R=5	r=3	m=10	j=10	1-3	
R-r=2	معین خارجی 2درجه	$2 * 6 < 10 + 3$	پایدار	(یک درجه نامعین دافلی)	
R=4	r=3	m=25	j=14	1-4	
R-r=1	یک درجه نا معین خارجی	$2 * 14 = 25 + 3$	پایدار	معین دافلی	
R=3	r=4	m=26	j=15	1-5	
R<r	معین خارجی	$2 * 15 > 26 + 4$	پایدار	معین دافلی	
R=3	r=3	m=14	j=9	1-6	
R=r	معین خارجی	$2 * 9 > 14 + 3 \Rightarrow 18 > 17$	ناپایدار دافلی		
R=4	r=4	m=24	j=14	1-7	
R=r	معین خارجی	$2 * 24 > 24 + 3$	ناپایدار دافلی		
R=3	r=4	m=25	j=14	1-8	
R<r	ناپایدار خارجی	$2 * 14 < 25 + 4$	یک درجه نامعین دافلی		
R=3	r=3	m=47	j=8	1-9	
R=r	معین خارجی	$2 * 24 < 47 + 3$	پایدار	2 درجه نامعین دافلی	
R=4	r=3	m=13	j=8	1-10	
R>r	یک درجه معین خارجی	$2 * 8 < 13 + 4$	پایدار	یک درجه نامعین دافلی و پایدار	
R=5	r=5	C=2	m=19	j=12	1-11
R=r	معین خارجی	$2 * 12 = 19 + 5$	پایدار	معین دافلی	
R=4	r=5	C=2	m=17	j=10	1-12
R>r	نا معین خارجی	$2 * 10 < 17 + 5$	2 درجه نامعین دافلی	ناپایدار (به دلیل تمم برش بوسیله پانل ها)	
R=5	r=5	C=2	m=31	j=18	1-13
R=r	معین خارجی	$2 * 18 = 31 + 5$	ناپایدار (آزمایش بار صفر)	معین دافلی	
R=3	r=3	m=26	j=14	1-14	
R=r	معین خارجی	$2 * 14 < 26 + 3$	پایدار	یک درجه نامعین و پایدار	
دافلی)					
R=3	r=3	m=10	j=6	1-15	
R=r	معین خارجی	$2 * 6 < 10 + 3$	ناپایدار معین خارجی نامعین دافلی	با یک درجه	

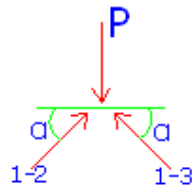
R=3	r=3	m=56	j=28		1-16
R=r	معین خارجی		$2 * 28 < 56 + 3$	پایدار	(3 درجه نامعین داخلی)
R=3	r=3	m=17	j=10		1-17
R=r	معین خارجی		$2 * 10 = 17 + 3$	پایدار	معین داخلی
R=6	r=4	C=1	m=40	j=22	1-18
R-r=2	2درجه نامعین خارجی		$2 * 22 = 40 + 4$	پایدار	معین داخلی
R=4	r=3	m=43	j=22		1-19
R-r=1	یک درجه نامعین خارجی		$2 * 22 < 43 + 3$	پایدار	2 درجه نامعین داخلی
R=4	r=3	m=16	j=9		1-20
R<r	یک درجه نامعین خارجی		$2 * 9 < 16 + 3$	پایدار	یک درجه نامعین داخلی
R=5	r=5	C=2	m=43	j=24	1-21
R=r	معین خارجی		$2 * 24 = 43 + 5$		معین داخلی
R=3	r=3	m=14	j=8		1-22
R=r	معین خارجی		$2 * 8 < 14 + 3$		یک درجه نامعین داخلی
R=3	r=3	m=17	j=9		1-23
R-r=0	معین خارجی		$2 * 9 < 17 + 3$	پایدار	یک درجه نامعین داخلی
R=3	r=3	m=9	j=6		1-24
R-r=0	معین خارجی		$2 * 6 = 9 + 3$	پایدار	معین داخلی
R=3	r=3	m=25	j=14		1-25
R-r=0	معین خارجی		$2 * 14 = 25 + 3$	پایدار	معین داخلی و پایدار
R=4	r=4	C=1	m=28	j=16	1-26
R=r	معین خارجی		$2 * 16 = 28 + 4$	پایدار	معین داخلی
R=5	r=3	m=28	j=18		1-27
R-r=2	2درجه نامعین خارجی		$2 * 18 < 35 + 3$	پایدار	4 درجه نامعین داخلی
R=4	r=3	m=9	j=6		1-28
R-r=1	یک درجه نامعین خارجی		$2 * 6 = 9 + 3$	پایدار	معین داخلی
R=6	r=3	m=18	j=10		1-29
R-r=3	نامعین خارجی		$2 * 10 < 18 + 3$	پایدار	یک درجه نامعین و نامعین داخلی
	داغلی				
R=2	r=3	m=12	j=7		1-30
R<r	ناپایدار خارجی		$2 * 7 < 12 + 3$	ناپایدار	نامعین داخلی با یک درجه

R=6	r=6	C=3	m=38	j=22	1-31
R=r	معین فارچی			$2 * 22 = 38 + 6$	نا پایدار معین داخلی
R=3	r=3		m=15	j=8	1-32
R-r=0	معین فارچی			$2 * 8 < 15 + 3$	نا پایدار 2 درجه نامعین داخلی
R=4	r=5	C=2	m=25	j=14	1-33
R<r	ناپایدار فارچی			$2 * 14 < 25 + 5$	نا پایدار 2 درجه نامعین داخلی
R=4	r=3		m=17	j=10	1-34
R-r=1	یک درجه نا معین فارچی			$2 * 10 = 17 + 3$	پایدار معین داخلی
R=7	r=7	C=0	m=49	j=28	1-35
R=r	معین فارچی			$2 * 28 > 46 + 6$	پایدار یک درجه نا معین داخلی
R=5	r=5		m=25	j=15	1-36
R=r	معین فارچی			$2 * 15 = 25 + 5$	پایدار معین داخلی
R=4	r=3		m=25	j=14	1-37
R-r=1	نا معین فارچی			$2 * 14 < 25 + 4$	یک درجه نامعین داخلی
R=3	r=3		m=25	j=14	1-38
R-r=0	معین فارچی			$2 * 14 < 25 + 4$	یک درجه نامعین داخلی
R=8	r=7		m=57	j=32	1-39
R-r=1	نا معین فارچی			$2 * 32 = 57 + 7$	معین داخلی
R=7	r=7		m=55	j=31	1-40
R=r	معین فارچی			$2 * 31 = 55 + 7$	معین داخلی و پایدار





(1) 5ره 1  $\alpha = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}\right) = 45^\circ$

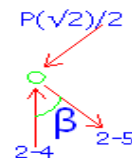


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{1-2} = F_{1-3}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -P + 2F_1 \sin \alpha = 0 \Rightarrow F_1 = \frac{P}{2 \sin 45^\circ} = \frac{P\sqrt{2}}{2}$$

$$F_{1-2} = F_{1-3} = \frac{P\sqrt{2}}{2} \quad \text{فشاری}$$

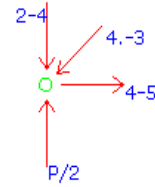
(2)  $\beta = 45^\circ$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -\frac{P\sqrt{2}}{2} \cos 45^\circ + F_{2-5} = 0 \Rightarrow F_{2-5} = \frac{P\sqrt{2}}{2} \quad \text{کششی}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -\frac{P\sqrt{2}}{2} \sin 45^\circ + F_{2-4} = 0 \Rightarrow F_{2-4} = P$$

(3)



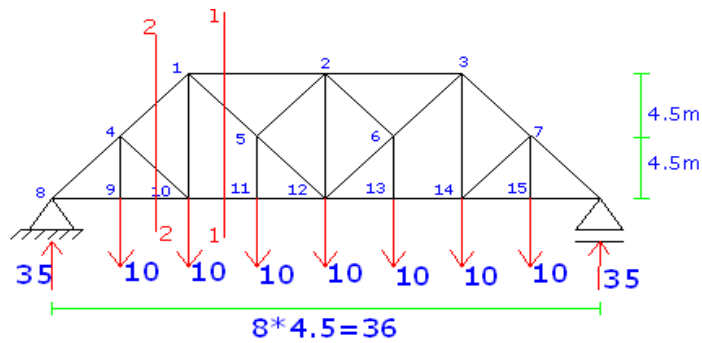
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{4-3} \cos 45 + \frac{P}{2} - P \Rightarrow F_{4-3} = \frac{P\sqrt{2}}{2} \quad \text{فشاری}$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow \frac{P\sqrt{2}}{2} * \frac{\sqrt{2}}{2} = F_{4-5} \Rightarrow F_{4-5} = \frac{P}{2}$$

به دلیل متقارن بودن فریا داریم:

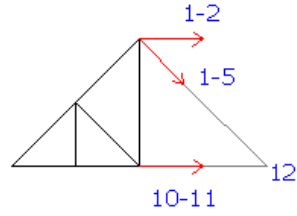
$$F_{3-5} = \frac{P}{2} \quad \text{فشاری}$$

42



ابتدا عکس العملها را بدست آورده و سپس برش 1-1 را در فریا می زنیم:

1-1



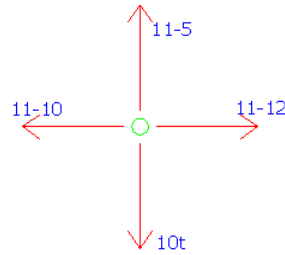
(الف)

$$\sum^+ M_{12} = 0 \Rightarrow -F_1 - 2 \cdot 9 - 35 \cdot 18 + 10 \cdot 13.5 + 10 \cdot 9 = 0$$

$$F_{1-2} = -45 \quad F_{1-2} = 45 \quad \text{فشاری}$$

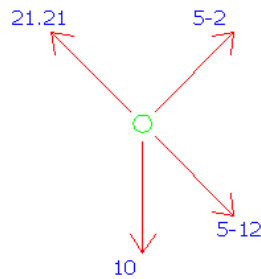
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 35 - 20 - F_1 - 5 \cos 45 = 0 \Rightarrow F_{1-5} = 21.21 \quad \text{کششی}$$

(ب) گره 11



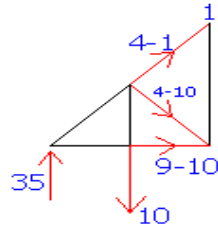
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{11-5} = 10 \quad \text{کششی}$$

(ج)



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{5-2} - 10 \sin 45 = 0 \Rightarrow F_{5-2} = 7 \quad \text{کششی}$$

2-2 حال مقطع 2-2 را در فرپا می زنیم و داریم:



$$-F_{4-1} \cdot \cos 45 + 10 \cdot 4.5 - 35 \cdot 9 = 0$$

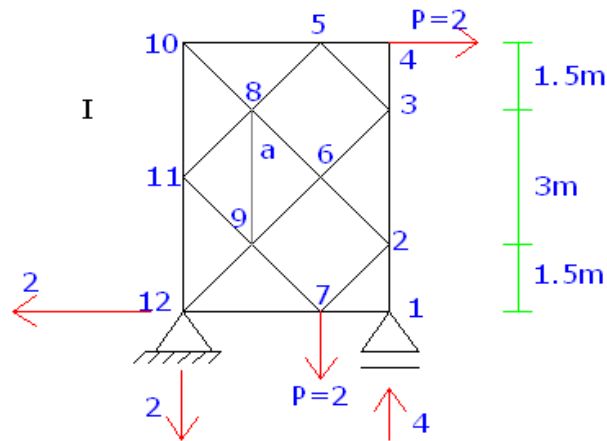
$$F_{4-1} = 42.43 \quad \text{فشاری}$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{4-10} \cdot \cos 45 - 10 + 35 + 42.43 \cos 45 = 0$$

$$F_{4-10} = 7$$

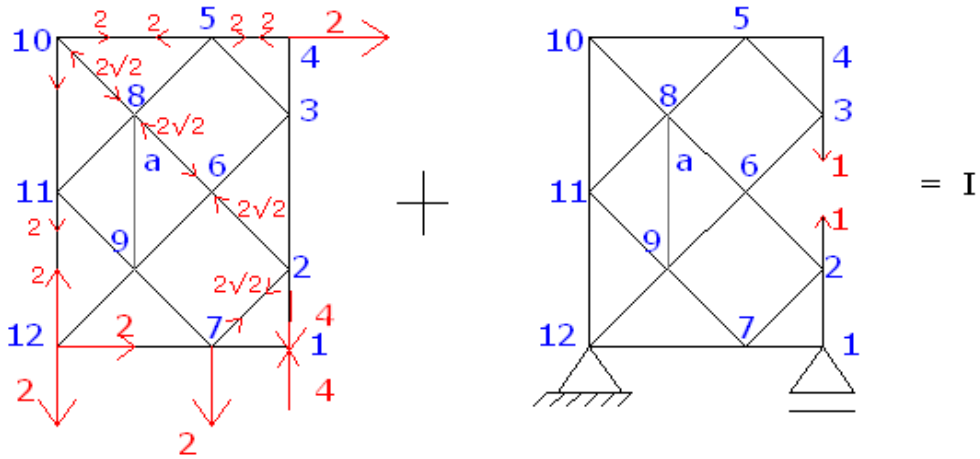
43

فرض می کنیم :  $P=2$



فرپا را با استفاده از روش هنبرگ حل می کنیم. بدین طریق که میله  $x$  را برداشته و به جای

آن میله  $a$  را قرار می دهیم داریم:



توجه: در حالت II برای محاسبه نیروهای داخلی فرپا هیچگونه بار خارجی نباید در نظر گرفته

شود:

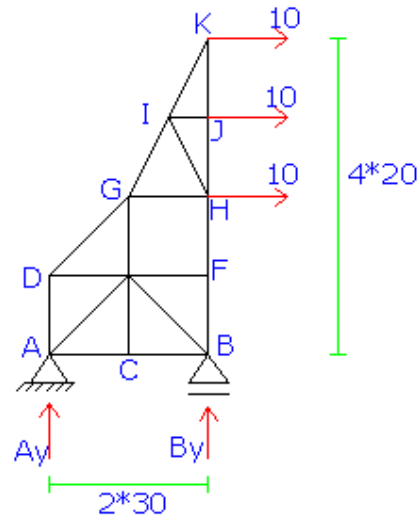
$$F'_i + xf'_i = 0$$

$$\Rightarrow 0 + x * 1 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$F_i = F'_i + xf'_i$$

میله	$F_i$	$xf'_i$	$f'_i$	$F'_i$
1-2	-4	0	0	-4
1-7	0	0	0	0
2-6	$-2\sqrt{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-2\sqrt{2}$
2-7	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$2\sqrt{2}$
4-3	0	0	0	0
4-5	2	0	0	2
3-5	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0
3-6	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0
5-10	2	1	0	2
5-8	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0
8-10	$-2\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	$-2\sqrt{2}$
10-11	2	1	0	2

میله	$F_i$	$xf'_i$	$f'_i$	$F'_i$
8-6	$-2\sqrt{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-2\sqrt{2}$
6-9	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0
7-9	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0
7-12	2	1	0	2
11-12	2	1	0	2
11-8	0	0	0	0
11-9	0	0	0	0
a=8-9	0	1	0	0
9-12	0	$-\sqrt{2}$	0	0



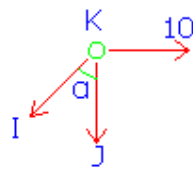
$$\sum^+ M_A = 0 \Rightarrow R_{By} * 60 - 10 * 40 - 10 * 60 - 10 * 80 = 0 \Rightarrow R_{By} = 30 \text{ فشاری}$$

$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow -R_{Ay} * 30 - 10 * 40 - 10 * 60 - 10 * 80 = 0 \Rightarrow R_{Ay} = 30 \downarrow \text{کششی}$$

O.K  $\sum F_y = 0 \Rightarrow 30 - 30 = 0$  CONT:

بدست آوردن عکس العملها : فرپا را با استفاده از روش گره و به صورت زیر آنالیز می کنیم:

(1) گره (K)



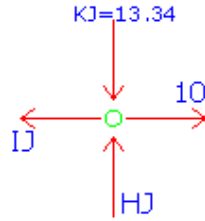
$$\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{30}{40} \Rightarrow \alpha = 36.87^\circ$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -KI \cos 36.87 + Kj = 0 \Rightarrow Kj = 13.34 \text{ فشاری}$$

$$\sum^+ F_x = 0 \Rightarrow 10 - KI \sin 36.87 = 0 \Rightarrow KI = 16.67 \text{ کششی}$$

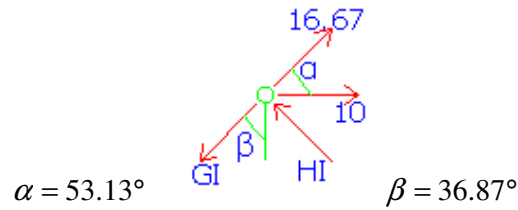
(2) گره (J)





فشاری  $\sum F_x = 0 \Rightarrow Ij = 10$  کششی

(3) گره I  $+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow jH = 13.34$



$\sum F_x = 0 \Rightarrow 16.67 * 0.6 + 10 - 0.6HI - 0.6GI = 0$

$0.6HI + 0.6GI = 20$  I

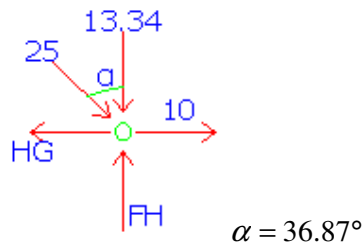
$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 16.62 * 0.8 + 0.8HZ - 0.8GI = 0$

$0.8HI - 0.8GI = 13.39$  II

از حل همزمان دو دستگاه I و II بدست می آید :

$HI = 25$  فشاری  $GI = 8.33$  کششی

(4) گره (H)



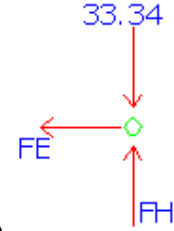
$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 25 \cos 36.87 + 13.34 = FH \Rightarrow FH = 33.34$  فشاری

$$\sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = 0 \Rightarrow 25 \sin 36.87 + 10 = HG \Rightarrow HG = 25 \quad \text{کششی}$$

(5) گره (F)

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow FB = 33.34 \quad \text{فشاری}$$

$$\sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = 0 \Rightarrow FE = 0$$



(6) گره G

$$\sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = 0 \Rightarrow GD = \text{معلوم} \quad \text{و} \quad +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow GE = \text{معلوم}$$

(7) گره B

$$\sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = 0 \Rightarrow BE = \text{معلوم} \quad \text{و} \quad +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow BC = \text{معلوم}$$

(8) گره C

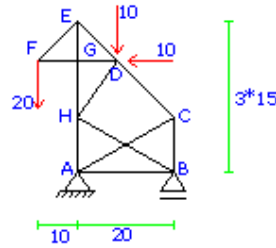
$$\sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = 0 \Rightarrow AC = \text{معلوم} \quad \text{و} \quad +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow CE = \text{معلوم}$$

(9) گره A

$$\sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = 0 \Rightarrow AE = \text{معلوم} \quad \text{و} \quad +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow AD = \text{معلوم}$$

(10) گره E

$$\sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = 0 \Rightarrow \text{CONT.} \quad \text{و} \quad +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow \text{CONT.}$$



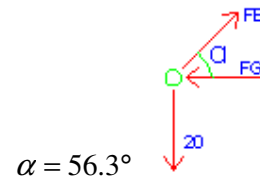
$$\sum^+ M_A = 0 \Rightarrow R_{By} * 20 + 10 * 30 + 20 * 10 - 10 * 10 = 0 \Rightarrow R_{By} = 20 \downarrow \text{کششی}$$

$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow -R_{Ay} * 20 + 20 * 30 + 10 * 10 + 10 * 30 = 0 \Rightarrow R_{Ay} = 50 \text{ فشاری}$$

O.K  $\sum F_y = 0 \Rightarrow -20 - 10 + 50 - 20 = 0$  CONT:

بدست آوردن عکس العملها : فری را با استفاده از روش گره و به صورت زیر آنالیز می کنیم:

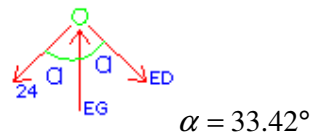
(1) گره (F)



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow FE \sin 56.3 - 20 = 0 \Rightarrow FE = 24 \text{ کششی}$$

$$\sum^+ F_x = 0 \Rightarrow FG = 24 \cos 56.3 \Rightarrow FG = 13.32 \text{ فشاری}$$

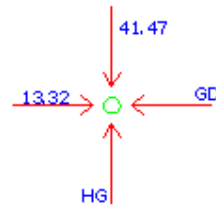
(2) گره (E)



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -24 \cos 33.42 + EG - 0.83 * 26.44 = 0 \Rightarrow EG = 41.97$$

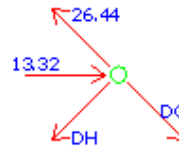
$$\sum^+ F_x = 0 \Rightarrow -24 \sin 33.42 + ED \sin 33.42 = 0 \Rightarrow ED = 26.44$$

(3) گره (G)



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow HG = 41.47 \quad \text{فشاری} \quad \text{و} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow GD = 13.32 \quad \text{فشاری}$$

(4) گره (D)



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow DH = \text{معلوم} \quad \text{و} \quad +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow DC = \text{معلوم}$$

(4) گره (C)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow AC = \text{معلوم} \quad \text{و} \quad +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow CB = \text{معلوم}$$

(5) گره (B)

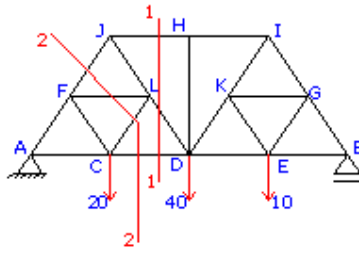
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow HB = \text{معلوم} \quad \text{و} \quad +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow AB = \text{معلوم}$$

(6) گره (A)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow AC = \text{معلوم} \quad \text{CONT.} \quad \text{و} \quad +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow AH = \text{معلوم}$$

(7) گره (H)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \text{CONT.} \quad \text{و} \quad +\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow \text{CONT.}$$

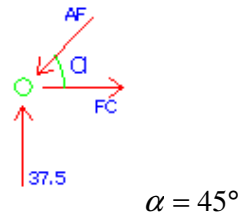


$$\sum^+ M_A = 0 \Rightarrow R_{By} * 160 - 10 * 120 - 40 * 30 - 20 * 40 = 0 \Rightarrow R_{By} = 32.5 \text{ فشاری}$$

$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow -R_{Ay} * 160 + 20 * 120 + 40 * 30 + 10 * 40 = 0 \Rightarrow R_{Ay} = 37.5 \text{ فشاری}$$

O.K  $\quad + \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 32.5 + 37.5 - 20 - 40 - 10 = 0 \text{ CONT:}$

(1) گره (A)



$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 37.5 - AF \sin 45 = 0 \Rightarrow AF = 53.8 \text{ فشاری}$$

$$\sum^+ F_x = 0 \Rightarrow AC - 53.03 \cos 45 = 0 \Rightarrow AC = 37.5 \text{ کششی}$$

(2) مقطع 1-1 را در فرپا می زنیم:

فشاری

$$\sum^+ M_D = 0 \Rightarrow -37.5 * 80 + 20 * 40 - F_{JH} * 40 = 0 \Rightarrow F_{JH} = -55.4 \Rightarrow F_{JH} = 55.4$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{ID} \sin 45 + 37.5 - 20 = 0 \Rightarrow F_{ID} = -24.7 \Rightarrow F_{ID} = 24.7 \text{ فشاری}$$

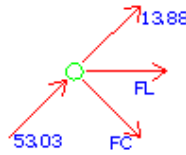
$$\sum^+ F_x = 0 \Rightarrow -24.7 \cos 45 - 55.4 + F_{CD} = 0 \Rightarrow F_{CD} = 72.86 \text{ کششی}$$

(3) مقطع 2-2 را در فرپا می زنیم:

$$\overset{+}{\sum} M_L = 0 \Rightarrow -F_J \sin 45 * 40 - 37.5 * 60 - 20 * 20 + 72.86 * 20 = 0 \text{ فشاری}$$

$$-28.28F_J - 2250 + 400 + 1457.2 = 0 \Rightarrow F_J = -13.88 \Rightarrow F_J = 13.88 \text{ فشاری}$$

(4) گره F

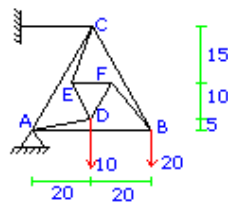


$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow FC = 66.92 \text{ کششی}$$

$$\overset{+}{\sum} F_x = 0 \Rightarrow F_L = 89.63 \text{ فشاری}$$

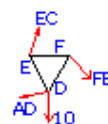
و به همین ترتیب برای قطعه سمت راست عمل می شود.

47



ابتدا برش دایره ای شکل در فرپا می زنیم

(1) گره I



$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{15}{5} \Rightarrow \alpha = 71.57^\circ$$

$$\beta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{10}{5} \Rightarrow \beta = 63.43^\circ$$

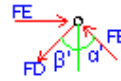
برای اعمال روابط تعادل برای گره I داریم:

$$(1) \quad \sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = 0 \Rightarrow EC \cos 71.57 + ED \cos 63.43 = EF \quad (I)$$

$$(2) \quad (II) + \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow EC \sin 71.57 = ED \sin 63.43 \Rightarrow EC = 0.94ED$$

(I), (II)  $\Rightarrow$  جواب (III)

گره F (2)



$$\alpha' = \operatorname{tg}^{-1} \frac{15}{15} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\beta' = \operatorname{tg}^{-1} \frac{10}{15} \Rightarrow \beta = 26.57^\circ$$

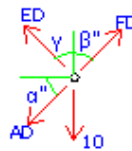
با اعمال روابط تعادل برای گره F داریم:

$$(IV) + \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow FD \cos 26.57 = FB \cos 45 \Rightarrow FB = 1.27FD$$

$$\sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = 0 \Rightarrow FD \sin 26.57 + FB \sin 45 = EF \Rightarrow 1.4ED = EF \quad (V)$$

$$از (V), (IV) \Rightarrow 1.4FD = 0.74ED \Rightarrow ED = 1.89FD \quad (VI)$$

گره D (3)



$$\gamma = 90 - 63.43 = 26.57^\circ$$

$$\alpha'' = 14^\circ$$

$$\beta'' = 26.57^\circ$$

با اعمال روابط تعادل برای گره D داریم:

$$\sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = 0 \Rightarrow AD \cos 14 = -ED \sin 26.57 + FD \sin 26.57 \quad (VII)$$

$$از (VII), (VI) \Rightarrow 0.4FD = DA \cos 14 \quad (\text{الف})$$

$$(ب) \quad (VII) + \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow DE \cos 26.56 + ED \cos 26.56 = 10 + DA \sin 14$$

$$از (VII), (VI), (VIII) \Rightarrow 2.59FD = 10 + DA \sin 14$$

از حل دستگاه دو معادله دو مجهولی (1) و (29) داریم:

$$DA = -1.53 \Rightarrow DA = 1.53 \quad \text{فشاری}$$

$$\Rightarrow از (VII), (VIII) \Rightarrow ED = 7 \quad \text{رابطه (3)}$$

$$FD = 3.72 \Rightarrow FD = 3.72 \quad \text{کششی}$$

$$VI \Rightarrow ED = 1.89 * 3.72 = 7 = (3) \quad \text{رابطه (3)} \quad \text{کششی}$$

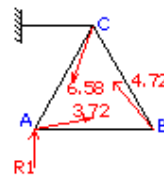
$$V \Rightarrow EF = 1.4ED = 1.4 * 3.72 = 5.2 \quad \text{فشاری}$$

$$IV \Rightarrow FB = 1.27FD = 1.27 * 3.72 = 4.72 \quad \text{فشاری}$$

$$III \Rightarrow ED = \frac{EF}{0.74} = \frac{5.2}{0.74} = 7 = (3) \quad \text{کششی} \quad OK=cont.$$

$$II \Rightarrow EC = 0.94ED = 0.94 * 7 = 6.58 \quad \text{کششی}$$

پس از بدست آوردن این نیروها داریم:



می توانیم این فریا را با استفاده از روش گره حل کنیم. ترتیب اتالیز عبارتست از:

(1) گره B

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow BC = \text{معلوم} \quad \text{و} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow BA = \text{معلوم}$$



(2) گره A

$$R_1 = \text{معلوم} \quad AB = \text{معلوم} \quad \text{و} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow AC = \text{معلوم}$$

(3) گره C

$$AC = \text{معلوم}$$

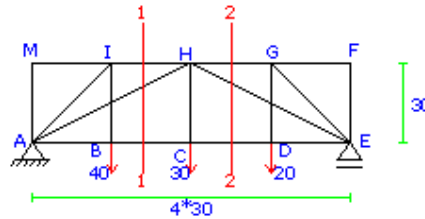
نیرو در میله CN معلوم می شود.  $\Rightarrow$

$$BC = \text{معلوم}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

48



پس از بدست آوردن عکس العملها و با اعمال روابط تعادل برای گره ها داریم:

(1) گره B  $\sum F_y = 0 \Rightarrow BI = 40 \rightarrow$  کششی

(2) گره C  $\sum F_y = 0 \Rightarrow HI = 30 \rightarrow$  کششی

(3) گره D  $\sum F_y = 0 \Rightarrow CD = 20 \rightarrow$  کششی

(4) گره M  $\sum F_x = 0 \Rightarrow MI = 0 \rightarrow$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow AM = 0$$

(5) **گره F**  $\sum F_x = 0 \Rightarrow GF = 0 \rightarrow$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow FE = 0$$

(6) **گره N**  $\sum F_y = 0 \Rightarrow AI = 56.57 \rightarrow$  فشاری

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow IH = 40 \quad \text{فشاری}$$

(7) **گره G**  $\sum F_y = 0 \Rightarrow GE = 28.28 \rightarrow$  فشاری

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow HG = 20 \quad \text{فشاری}$$

(8) برش 1-1 را در فرپا می زنیم و مول نقطه H ممان میگیریم □ داریم:

نیروی BC معلوم می گردد و به دنبال آن نیروی AH معلوم می گردد و فرپا از طریق روش

گره به ترتیب زیر به راحتی آنالیز می گردد:

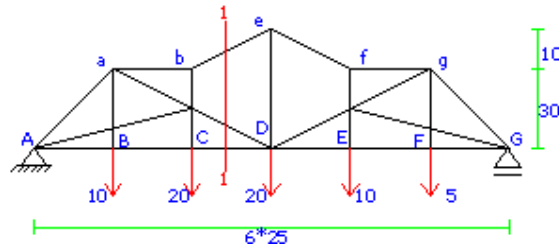
(8) **گره B**  $\sum F_x = 0 \Rightarrow AB = \text{معلوم} \rightarrow$

(9) **گره C**  $\sum F_x = 0 \Rightarrow DC = \text{معلوم} \rightarrow$

(10) **گره D**  $\sum F_x = 0 \Rightarrow DE = \text{معلوم} \rightarrow$

برش 2-2 را در فرپا زده و نیروهای GH و HE را پیدا می کنیم:

(11) **گره E**  $\sum F_x = 0 \Rightarrow EG = \text{معلوم} \rightarrow$



پس از پیدا کردن عکس العملها برش 1-1 را در خرپا می زنیم و نیروهای برش خورده در

خرپا را محاسبه می کنیم یعنی نیروهای be و mD و CD پیدا می شوند سپس با استفاده از

روش گره خرپا به راحتی آنالیز می گردد.

$$(1) \quad b \text{ گره} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow be = \text{معلوم} \quad \rightarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow bm = \text{معلوم}$$

$$(2) \quad C \text{ گره} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow mC = 20 \quad \rightarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow BC = \text{معلوم}$$

$$(3) \quad m \text{ گره} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow am = \text{معلوم} \quad \rightarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Am = \text{معلوم}$$

$$(4) \quad e \text{ گره} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow Ae = \text{معلوم} \quad \rightarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow ea = 10 \quad \text{کششی}$$

$$(5) \quad a \text{ گره} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow Aa = \text{معلوم} \quad \rightarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow am = \text{معلوم}$$

(6)  $\sum F_x = 0$  گره A  $\rightarrow$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow cont.$

به همین ترتیب برای قطعه سمت راست با اعمال برش 2-2 و ترتیب زیر برای اعمال

معادلات تعادل برای گره ها  $\square$  فرپا آنالیز می گردد:

(7) گره f

(8) گره E

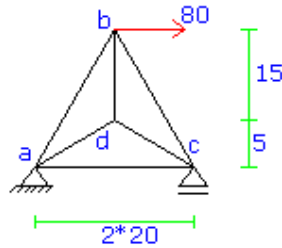
(9) گره N

(10) گره F

(11) گره g

(12) گره G

50



پس از بدست آوردن عکس العملها فرپا به راحتی از روش گره آنالیز می گردد. ترتیب آنالیز

به صورت زیر است:

(1)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow ab = \text{معلوم}$   $\rightarrow$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow ad = \text{معلوم}$$

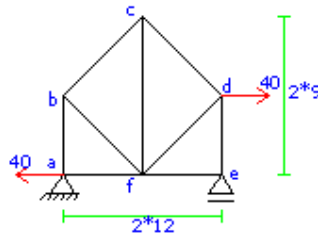
$$(2) \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow dc = \text{معلوم} \rightarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow bc = \text{معلوم}$$

$$(3) \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow bd = \text{معلوم} \rightarrow$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \text{cont.}$$

51



پس از بدست آوردن عکس العملها فریاً به راحتی از آنالیز می گردد. ترتیب آنالیز به صورت

زیر است:

$$(1) \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow ab = \text{معلوم} \rightarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow af = 40 = \text{معلوم} \quad \text{کششی}$$

$$(2) \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow bc = \text{معلوم} \rightarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow bf = \text{معلوم}$$

(3)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow ef = 0 \rightarrow$  گره e

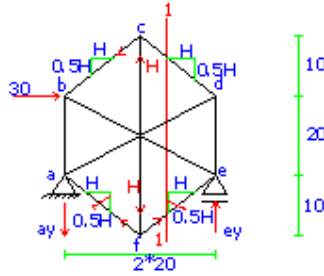
$\sum F_y = 0 \Rightarrow ed = \text{معلوم}$

(4) گره f

(5) گره d

(6) گره c = cont.

51



$\sum M_a = 0 \Rightarrow e_y * 40 - 30 * 30 = 0 \Rightarrow e_y = 22.5$  فشاری

$\sum F_y = 0 \Rightarrow a_y = 22.5$  کششی

Cont: o.k  $\sum M_e = 0 \Rightarrow 22.5 * 40 - 30 * 30 = 0$

برای حل این فریا پس از محاسبه واکنش ها فرض می کنیم مولفه افقی نیروی داخلی

عضو fe برابر H و کششی باشد. در اینصورت از تعادل f نتیجه می شود که مولفه افقی

af نیز برابر H و نیز نیروی داخلی عضو fc برابر می باشد.

از بررسی نمودار جسم آزاد اتصال c نتیجه می گیریم که مولفه های افقی و قائم نیروهای

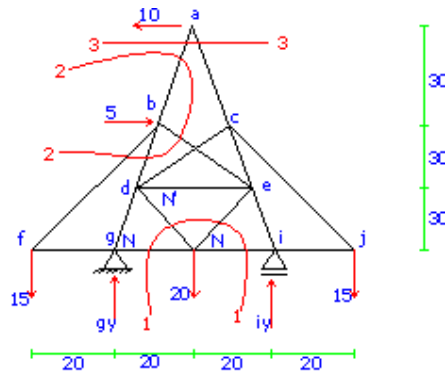
داخلی هر دو میله bc و cd به ترتیب برابر با می باشند. اکنون که نیروها در 5 میله بر

مسب H تعیین شده اند فری را بوسیله مقطع 1-1 برش می زنیم و قسمت راست فری را جدا می کنیم. حال اگر تعادل لنگری نیروها را حول نقطه O بنویسیم در معادله حاصل فقط یک مجهول H وجود خواهد داشت لذا داریم:

$$\sum^+ M_o = 0 \Rightarrow -H * 20 + H * 20 + 22.5 * 40 - 30 * 10 = 0 \Rightarrow 40 * 22.5 = 30 * 100$$

چون به تناقض می رسیم لذا فری ناپایدار است.

52



$$\frac{bc}{30} = \frac{40}{90} \Rightarrow bc = 13.3$$

$$fN = 40 - \frac{13.3}{2} = 33.35$$

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{60}{33.35} \Rightarrow \alpha = 60.93^\circ$$

ابتدا عکس عملهای فری را مناسبه می کنیم:

$$\sum^+ m_g = 0 \Rightarrow i_y * 40 + 15 * 20 + 15 * 60 + 10 * 90 - 5 * 60 - 20 * 20 = 0 \Rightarrow i_y = 10 \quad \text{فشاری}$$

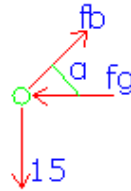
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 10 - 50 + g_y = 0 \Rightarrow g_y = 40 \quad \text{فشاری}$$

$$\longrightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow 10 + 5 + g_x = 0 \Rightarrow g_x = 5 \quad \text{کششی}$$

$$\sum^+ m_i = 0 \Rightarrow -40 * 40 - 15 * 20 + 15 * 20 + 10 * 90 - 5 * 60 + 20 * 20 = 0 \text{ cont: } \quad \text{ok}$$

حال فریا را از روش گره و مقطع آنالیز می کنیم:

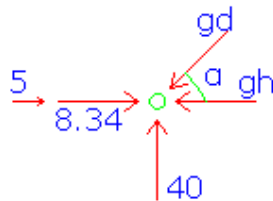
(1) گره f  $\alpha = 60.93^\circ$



$$\longrightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow fb \cos 60.93 = fg \Rightarrow fg = 8.34 \quad \text{فشاری}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow fb \sin 60.93 = 15 \Rightarrow fb = 17.16 \quad \text{کششی}$$

(2) گره g  $\alpha = 77.47^\circ$



$$\longrightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow gh + gd \cos \alpha = 8.35 + 5 \Rightarrow gh = 4.45 \quad \text{کششی}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow gd \sin 77.47 = 40 \Rightarrow gd = 41 \quad \text{فشاری}$$

(3) گره z  $\alpha = 60.93^\circ$



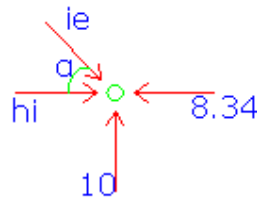


به دلیل تشابه با گره f داریم:

$$jc = 17.16 \quad \text{کششی} \quad ji = 8.34$$

فشاری

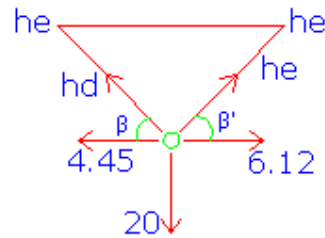
$$(4) \text{ گره i } \alpha = 77.97^\circ$$



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow ie \cos 77.47 - 8.34 + hi = 0 \Rightarrow hi = 6.12$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow ie \sin 77.47 = 10 \Rightarrow ie = 10.24 \quad \text{فشاری}$$

گره b با مقطع 1-1:



$$\beta = \beta' = \text{tg}^{-1} \frac{30}{13.3} = 66.1^\circ$$

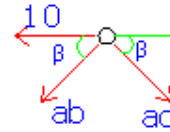
$$\leftarrow \sum M_a = 0 \Rightarrow he \sin 66.1 * 26.6 - 6.12 * 30 - 4.45 * 30 - 20 * 13.3 = 0$$

$$he = 24 \quad \text{کششی}$$

$$hd = 2.1 \quad \text{فشاری}$$

- می توانیم در اینجا از مقطع استفاده نکنیم و مستقیماً از تعادل گره h و مل دستگاہ دو معادله و دو مجهولی بدست آمده hd و he را پیدا کنیم.

گره a  $\beta = 77.96^\circ$



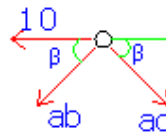
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow ab = ac$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow 10 = 2ab \cos 77.46 \Rightarrow ab = 23 \text{ فشاری}$$

$ac = 23$  کششی

توجه: در اینجا می توانستیم از مقطع 3-3 نیز استفاده کنیم و ab و ac را بدست آوریم:

گره b  $\alpha = 77.47^\circ$



$$\alpha' = 77.47^\circ$$

$$\beta = 60.93^\circ$$

$$\gamma = 77.47^\circ$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -bd \cos 77.47 - 17.16 \cos 60.93 - 23 \cos 77.47 + 5 + be \cos 77.47 = 0$$

$$\Rightarrow -bd \cos 77.47 + be \cos 77.47 = 8.33 \quad (I)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -23 \sin 77.47 - be \sin 77.47 - bd \sin 77.47 - 17.16 \sin 60.93 = 0$$

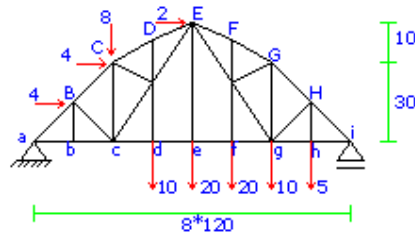
$$\Rightarrow -be \sin 77.47 - bd \sin 77.47 = 37.45 \quad (II)$$

از مل همزمان دو معادله I و II داریم:

$$I, II \Rightarrow be = 0.016 \text{ کششی} \quad bd = 38.4 \text{ فشاری}$$

می توانیم برای مل این فریا از مقطع 2-2 نیز استفاده کنیم و به همین ترتیب برای  
قطعه سمت راست فریا عمل می کنیم.

53



پس از پیدا کردن عکس العملها فریا را به ترتیب زیر انالیز می کنیم:

(1)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow Bd = \text{معلوم}$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow aB = \text{معلوم}$

(2)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow Bd = 0$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow bc = ab = \text{معلوم}$

(3)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow BC = \text{معلوم}$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow Bc = \text{معلوم}$

(4)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow ih = 0$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow iH = \text{معلوم}$

(5)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow gh = 0$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow hH = 5$  کششی

(6)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow HG = \text{معلوم}$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow Hg = \text{معلوم}$

پس از اینکه گره 6 معادلات تعادل را برای آن نوشتیم برش 1-1 را در فرپا می زنیمو نسبت به نقطه E ممان گرفته fe مشخص می شود و با پیدا شدن fe و ممان گرفتن مول نقطه F نیروی Me و به دنبال آن نیروی FE پیدا می شود و پس از پیدا شدن این سه نیروو فرپا برامتی آنالیز می گردد باید توجه داشت که  $F_{dc}=F_{de}=F_{ef}=F_{fg}$ . پس از پیدا شدن سه نیروی  $F_{Me}$  و  $F_{FI}$  و  $F_{Fb}$  ترتیب آنالیز فرپا بصورت زیر می باشد. در نیمه سمت چپ نیز به همین ترتیب برش 2-2 را در فرپا زده و سه نیروی محوری ED , EN , de را مشخص می کنیم.

(7)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow dc = \text{معلوم}$  →

کششی  $\sum F_y = 0 \Rightarrow dN = 10$

(8)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow Fm = \text{معلوم}$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow FG = \text{معلوم}$

(9)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow CD = \text{معلوم}$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow DN = \text{معلوم}$

(10)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow mG = \text{معلوم}$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow mj = \text{معلوم}$

(11)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow NC = \text{معلوم}$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow NC = \text{معلوم}$

(12)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow GH = \text{معلوم}$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow Gg = \text{معلوم}$

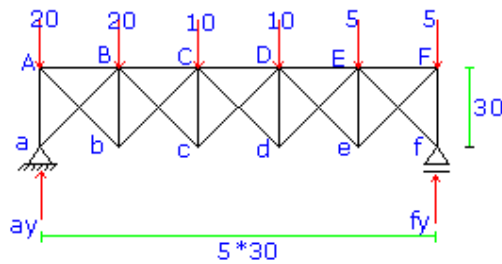
(13)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow gh = \text{معلوم}$  cont. →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow gm = \text{معلوم cont}$

(14)  $\sum F_x = 0 \Rightarrow Cc = \text{معلوم}$  →

$\sum F_y = 0 \Rightarrow Bc = \text{معلوم}$

54

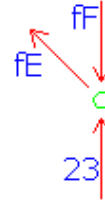


ابتدا عکس العملها را بدست می آوریم و سپس با استفاده از روش گره فرپا را آنالیز می

کنیم و داریم:

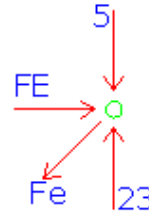
$a_y = 47 \uparrow$  فشاری       $f_y = 23 \uparrow$  فشاری

(1) **گره f**



$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \Rightarrow FE = 0 \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow fF = 23$$

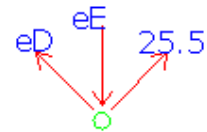
(2) گره F



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow Fe = 25.5 \quad \text{کششی}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow FE = 18 \quad \text{فشاری}$$

(3) گره e



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow eD = 25.5 \quad \text{کششی}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow eE = 36 \quad \text{فشاری}$$

و به ترتیب معادلات تعادل برای گره های زیر اعمال می شود:

گره ED,  $Ed = \text{معلوم}$   $\rightarrow$

(4) E

(5) گره d,  $Ed, dc = \text{معلوم}$   $\rightarrow$

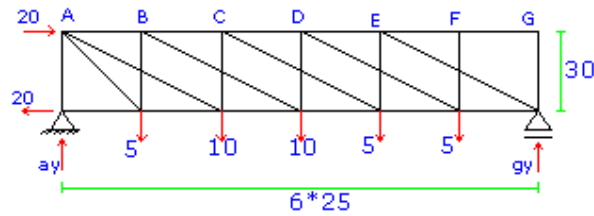
(6) D گره  $CD, Dc =$  معلوم  $\rightarrow$

(9) b گره (10) B گره

(7) c گره (8) C گره

(11) a گره (12) A گره

55



پس از بدست آوردن عکس العملها ترتیب آنالیز فریا عبارتست از:

(1) G گره  $Gg, GF = 0 \rightarrow$

(2) F گره  $EF, Ff = 0 \rightarrow$

(3) g گره  $gE, gF =$  معلوم  $\rightarrow$

(4) E گره  $ED, Ee =$  معلوم  $\rightarrow$

(5) f گره  $fD = 0, fe, gf =$  معلوم  $\rightarrow$

(6) e گره  $ed, ec =$  معلوم  $\rightarrow$

(7) D گره  $Dd = 0, CD =$  معلوم  $\rightarrow$

(8) d گره  $dB = 0, dc =$  معلوم  $\rightarrow$

(9) C گره

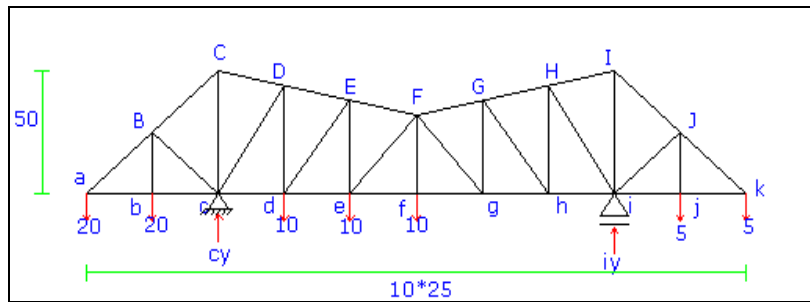
(10) c گره

(11) B گره

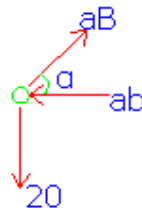
(12) گره b

(13) گره A

56

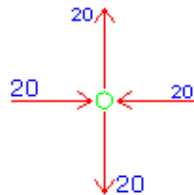


(1) گره a



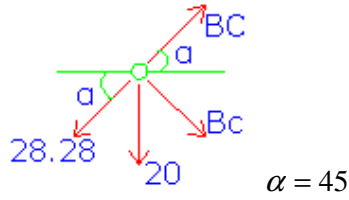
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow aB = \frac{20}{\cos 45} = 28.28 \text{ کششی}$$

(2) گره b



(3) گره B





$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 20 + 28.28 \sin 45 = BC \sin 45 - Bc \sin 45$$

$$BC \sin 45 - Bc \sin 45 = 45 \quad (I)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow BC \cos 45 + Bc \cos 45 = 28.28 \cos 45$$

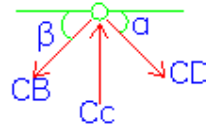
$$BC \cos 45 - Bc \cos 45 = 20 \quad (II)$$

از حل همزمان دو معادله I و II نتیجه می گیریم :

$$BC = 42.43 \quad \text{کششی} \quad Bc = 14.14 \quad \text{فشاری}$$

(3) گره C

$$\alpha = 14.93^\circ \quad \beta = 45^\circ$$

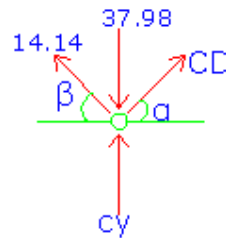


$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow -42.42 \cos 45 + CD \cos 14.93 = 0 \Rightarrow CD = 31 \quad \text{کششی}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -42.42 \sin 45 - 31 \sin 14.93 + Cc = 0 \Rightarrow Cc = 37.98 \quad \text{فشاری}$$

(4) گره c

$$\alpha = 45^\circ \quad \beta = 45^\circ$$



فشاری

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow cD \cos 63.43 + 14.14 \cos 45 = 0 \Rightarrow cD = -22.76 \Rightarrow cD = 22.76$$

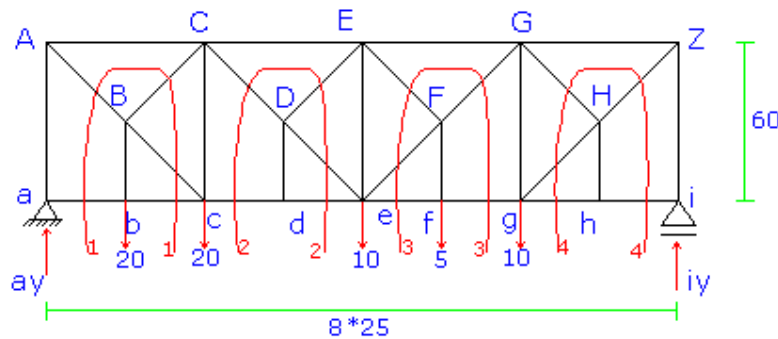
فشاری

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -22.76 \sin 63.43 - 14.14 \sin 45 + 37.98 + cy = 0 \Rightarrow cy = 68.33$$

$$iy = 11.67 \quad \text{فشاری}$$

و به همین ترتیب عملیات را برای گره های D و d و E و e و F و f و مشابه همین را برای  
قطعه سمت راست فریا تکرار می کنیم و بدین ترتیب فریا آنالیز می گردد.

57



ابتدا عکس العملهای فریا را مساب می کنیم:

$$\overleftarrow{\sum} M_a = 0 \Rightarrow i_y * 8 * 25 - 10 * 6 * 25 - 5 * 5 * 25 - 10 * 4 * 25 - 20 * 2 * 25 - 25 * 20 = 0$$

$$\Rightarrow i_y = 23.25 \quad \text{فشاری}$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 23.125 - 20 - 20 - 10 - 5 - 10 - a_y = 0 \Rightarrow a_y = 41.875 \quad \text{فشاری}$$

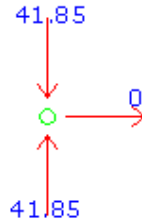
cont:

$$\overleftarrow{\sum} m_i = 0 \Rightarrow -41.875 * 8 * 25 + 20 * 7 * 25 + 20 * 6 * 25 + 10 * 4 * 25 + 5 * 3 * 25 + 10 * 2 * 25 = 0$$

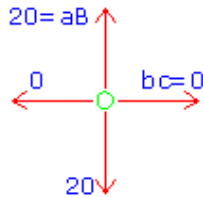
ok

با استفاده از روش گره به تنهایی می توان فریای فوق را آنالیز کرد و با استفاده از روش گره و روش مقطع تواما نیز می توانیم فریا را آنالیز کرده و داریم:

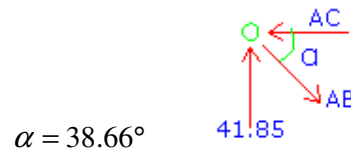
(1) گره a



(2) گره b



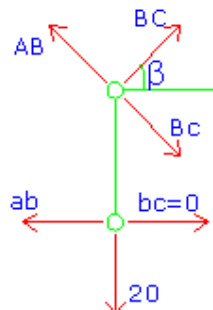
(3) گره A



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow AB \cos 38.66 - AC = 0 \Rightarrow AC = 52.32 \quad \text{فشاری}$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 41.85 - AB \sin 38.66 = 0 \Rightarrow AB = 67 \quad \text{کششی}$$

(4) گره B با استفاده از مقطع 1-1

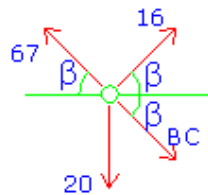


$$\beta = 38.66^\circ$$

$$\sum^+ M_c = 0 \Rightarrow -Bc \cos 38.66 * 40 + 20 * 25 = 0 \Rightarrow Bc = 16$$

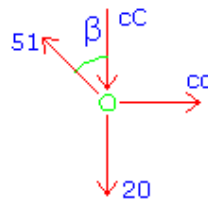
می توانستیم در گره B معادلات تعادل را در راستای x و y نوشته و با تشکیل یک دستگاه دو معادله دو مجهولی نیروهای مجهول BC و Bc را معلوم کنیم.

(5) گره B



$$\sum^+ F_x = 0 \Rightarrow 16 \cos 38.66 - 67 \cos 38.66 + Bc \cos 38.66 = 0 \Rightarrow Bc = \text{کششی}$$

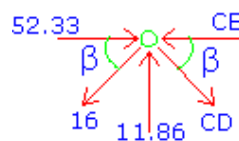
(6) گره c



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 51 \cos 38.66 - 20 - cC = 0 \Rightarrow cC = 11.88 \quad \text{فشاری}$$

$$\sum^+ F_x = 0 \Rightarrow -51 \sin 38.66 + cd = 0 \Rightarrow cd = 39.82 \quad \text{کششی}$$

(7) گره C



$$\beta = 38.66^\circ$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -CD \sin 38.66 - 16 \sin 38.66 + 11.86 = 0 \Rightarrow Cd = 2.99$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow CD \cos 38.66 - CE - 16 \cos 38.66 + 52.32 = 0 \Rightarrow CE = 42.16$$

فشاری

(8) و به همین ترتیب با استفاده از روش گره و مقطع و یا گره فریا به تنهایی آنالیز می

گردد ترتیب آنالیز با استفاده از روش گره و مقطع تواما به ترتیب زیر می باشد:

$$\Rightarrow DE = 0$$

(9) مقطع 2-2

(10) گره d کششی  $\Rightarrow Dd = 0$  و  $de = 39.82$

(11) گره D کششی  $\Rightarrow De = 2.99$

(12) گره i فشاری  $\Rightarrow ih = 0$  و  $il = 23.125$

(13) گره I کششی  $\Rightarrow IH = IG = \text{معلوم}$

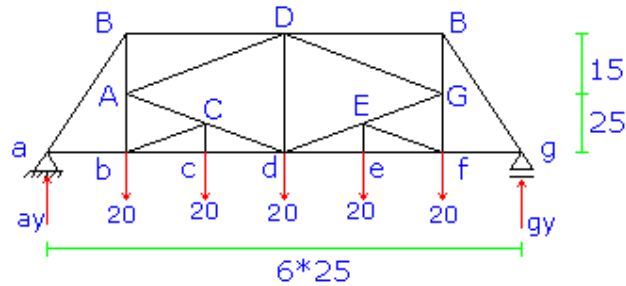
(14) گره h  $\Rightarrow Hh = 0, hg = \text{معلوم}$

(15) مقطع 4-4  $\Rightarrow HG = \text{معلوم}$

(16) گره H  $\Rightarrow Hg = \text{معلوم}$

(17) گره g  $\Rightarrow Gg = gF = \text{معلوم}$

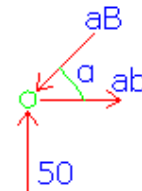
(18) گره G



خرپا دارای تقارن می باشد پس بدلیل تقارن خرپا از روش گره براحتی آنالیز می گردد و داریم:

$$a_y = g_y = 50$$

(1) گره a

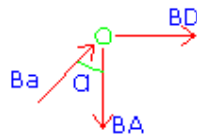


$$\alpha = 58^\circ$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow -aB \cos 58 + aB = 0 \Rightarrow aB = 31.29 \quad \text{کششی}$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow aB \sin 58 = 50 \Rightarrow aB = 58.96 \quad \text{فشاری}$$

(2) گره B

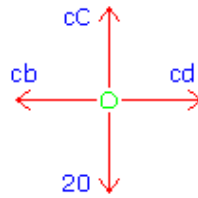


$$\alpha = 32^\circ$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow 58.96 \sin 32 - BD \Rightarrow BD = 31.24 \quad \text{فشاری}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 58.96 \cos 32 - BA = 0 \Rightarrow BA = 50 \text{ کششی}$$

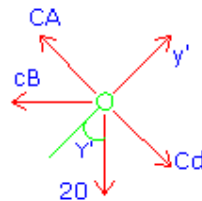
(3) گره c



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow cb = cd$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow Cc = 20 \text{ کششی}$$

(4) گره C

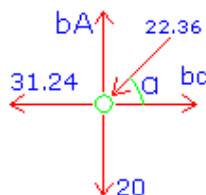


$$\gamma = 90 - 2 * 25.56 = 36.87^\circ$$

$$\gamma' = (53.13 + 63.43) - 90 = 26.56^\circ$$

$$+\uparrow \sum F'_y = 0 \Rightarrow -cb \cos \gamma - 20 \cos \gamma' = 0 \Rightarrow cb = -22.36 \Rightarrow cb = 22.36 \text{ فشاری}$$

(5) گره b

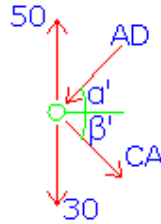


$$\alpha = 26.57^\circ$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow -22.36 \cos 26.57 - 31.24 + bc = 0 \Rightarrow bc = 51.24 \quad \text{کششی}$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -22.36 \sin 26.57 + bA - 20 = 0 \Rightarrow bA = 30 \quad \text{کششی}$$

(6) گره A



$$\alpha' = 16.7^\circ$$

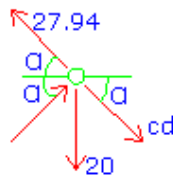
$$\beta' = 26.57^\circ$$

$$(I) \rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow AD \cos \alpha' = cA \cos \beta' \Rightarrow cA = 1.07 AD$$

$$(II) + \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -AD \sin 16.7 - cA \sin 26.57 + 20 = 0$$

$$I, II \Rightarrow AD = 26.11 \quad \text{فشاری} \quad cA = 27.94 \quad \text{کششی}$$

(7) گره C

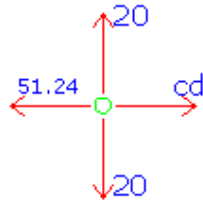


کششی

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -27.94 \cos 26.57 + cd \cos 26.57 + 22.36 \cos 26.57 = 0 \Rightarrow cd = 5.58$$

(8) گره c





$$\sum F_x = 0 \Rightarrow cd = 51.24 \text{ کششی}$$

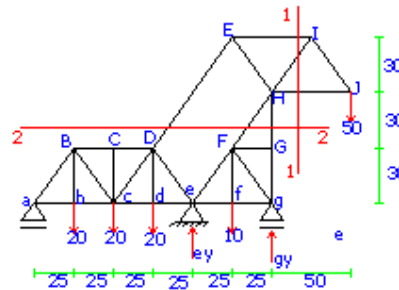
به دلیل تقارن فرپا نتیجه می گیریم:

کششی  $FG = 50$  , کششی  $fG = 30$  , کششی  $gF = 31.29$  و فشاری  $gf = 58.96$

فشاری  $eE = 20$  , کششی  $EF = 5.58$  , کششی  $GE = 27.94$  و فشاری  $GD = 26.11$

کششی  $ef = 51.24$  , کششی  $ed = 51.24$  و فشاری  $DF = 31.24$

59

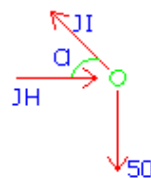


مسئله اصلی در حل این فرپا بدست آوردن عکس العملها می باشد با بدست آوردن عکس

العملها فرپا به راحتی آنالیز می گردد.

برای بدست آوردن عکس العملها داریم:

(1) گره J

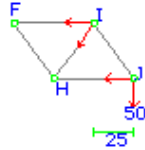


$$\alpha = 50.2^\circ$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow JI \sin 50.2 = 50 \Rightarrow JI = 65 \text{ کششی}$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow JI \cos 50.2 = JH \Rightarrow JH = 41.6 \text{ فشاری}$$

(1) مقطع 1-1 را در فریا می زنیم:

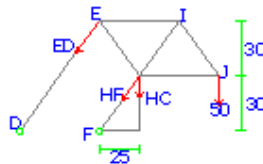


$$\overleftarrow{\sum} M_H = 0 \Rightarrow EI * 30 - 50 * 50 = 0 \Rightarrow EI = 83.3 \text{ کششی}$$

$$\overleftarrow{\sum} M_I = 0 \Rightarrow -50 * 25 - JH * 30 = 0 \Rightarrow JH = -41.7 \Rightarrow JH = 41.7 \text{ فشاری}$$

$$\overleftarrow{\sum} M_E = 0 \Rightarrow -IH \sin 50.2 * 50 - 50 * 75 + 41.7 * 30 = 0 \Rightarrow IH = -65 \Rightarrow IH = 65 \text{ فشار}$$

(3) در مرحله سوم مقطع 3-3 را می زنیم:



$$\overleftarrow{\sum} M_H = 0 \Rightarrow ED \cos 50.2 * 30 + ED \sin 50.2 * 25 - 50 * 50 = 0 \Rightarrow ED = 65 \text{ کششی}$$

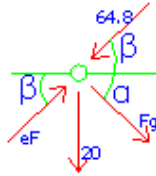
$$\overleftarrow{\sum} M_F = 0 \Rightarrow -HG * 25 - 50 * 75 + 65 \cos 50.2 * 60 = 0 \Rightarrow HG = 50.14 \text{ فشاری}$$

$$\overleftarrow{\sum} M_D = 0 \Rightarrow -50 * 125 + 50.14 * 75 + HF \cos 50.2 * 30 = 0 \Rightarrow HF = -64.8 \Rightarrow HF = 64.8$$

$$\overleftarrow{\sum} M_J = 0 \Rightarrow -50.14 * 50 - 64.8 \sin 50.2 * 50 + 65 \sin 50 - 20 * 75 + 65 \cos 50.2 * 30 = 0 \text{ C}$$

ont: O.K

(4) گره F



$$\alpha = 50.2^\circ$$

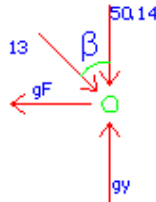
$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Rightarrow eF \cos 50.2 - Fg \sin 50.2 - 64.8 \cos 50.2 = 0 \\ &\Rightarrow eF + Fg = 64.8 \quad (I) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &\Rightarrow eF \sin 50.2 - Fg \sin 50.2 - 64.8 \sin 50.2 = 20 \\ eF \sin 50.2 - Fg \sin 50.2 &= 69.78 \quad (II) \end{aligned}$$

از حل همزمان دو دستگاه (I), (II) داریم:

$$Fg = -13 \Rightarrow Fg = 13 \text{ فشاری} \quad eF = 77.8 \text{ فشاری}$$

(5) گره g



$$\beta = 39.8^\circ$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow gy - 50.14 - 13 \cos 39.8 = 0 \Rightarrow gy = 60.13$$

با بدست آمدن gy سایر عکس العملها نیز بدست آمده و فریب برامتی آنالیز می شود:

فشاری

$$\overset{+}{\sum} M_a = 0 \Rightarrow F_y * 100 + 60.13 * 150 - 50 * 200 - 20(25 + 50 + 75 + 125) = 0 \Rightarrow F_y = 64.8$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow a_y = 5.07 \uparrow \text{ فشاری}$$

$$Cont : \sum_g^+ M \Rightarrow 20 * 25 - 64.8 * 50 - 50 * 50 + 20 * (45 + 100 + 125) - 5.07 * 150 = 0$$

O.K

پس از پیدا کردن عکس العملها ترتیب آنالیز بصورت زیر است:

(1)  $aB = \text{معلوم}$ ,  $ab = \text{معلوم}$  →

(2)  $bB = 20$ ,  $bc = \text{معلوم}$  →

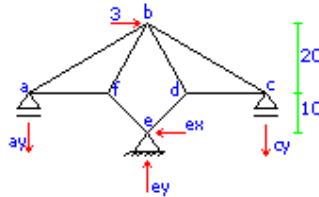
(3)  $Cc = 0$ ,  $Bc = \text{معلوم}$  →

(4)  $Dc = \text{معلوم}$ ,  $dc = \text{معلوم}$  →

(5)  $dD = 20$  →

(6)  $D$  گره (7)  $e$  گره

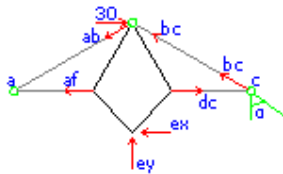
60



ابتدا معادله تعادل در راستای x برای کل فریای می نویسیم. داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow ex = 30 \text{ فشاری}$$

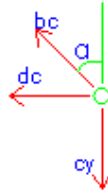
(1) حال فریای bfed را از کل فریای جدا می کنیم:



$$\alpha = 56.31^\circ$$

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow 30ey + bc \cos 56.31 * 60 - 30 * 20 - 30 * 10 = 0 \Rightarrow ey + 1.2bc = 30 \quad (I)$$

(2) در مرحله دوم معادله تعادل در راستای  $y$  برای گره  $c$  اعمال میکنیم.



$$\alpha = 56.31^\circ$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow cy = bc \cos 56.31 = 0.6bc \Rightarrow cy = 0.6bc \quad (II)$$

(2) در مرحله سوم کل فرپا را در نظر می‌گیریم و نسبت به نقطه  $a$  گشتاور می‌گیریم و

داریم:

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow -cy * 60 + 30ey - 30 * 20 - 30 * 10 = 0 \Rightarrow -2cy + ey = 30 \quad (III)$$

$$III \text{ و } II \Rightarrow -1.2bc + ey = 30 \quad (IV)$$

$$IV \text{ و } I \Rightarrow ey = 30 \text{ فشاری} \quad \uparrow \quad bc = 0 \Rightarrow cy = 0$$

حال رابطه تعادل را برای کل فرپا و در راستای  $y$  می‌نویسیم و داریم:

$$ay = 30 \downarrow \text{کششی}$$

$$Cont : \sum_c^+ M \Rightarrow 30 * 60 - 30 * 30 - 30 * 20 - 30 * 10 = 0 \quad O.K$$

با بدست آوردن عکس‌العملها آنالیز فرپا بسیار ساده می‌باشد ترتیب آنالیز عبارتست از:

(1) گره  $c$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow ab = 54.1 \quad \text{کششی} \quad \sum_x^+ F_x = 0 \Rightarrow af = 0$$

(2) گره  $a$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow ab = 54.1 \qquad \overset{+}{\sum} F_x = 0 \Rightarrow af = 0$$

(3) گره e

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow ed = \text{معلوم} \qquad \overset{+}{\sum} F_x = 0 \Rightarrow ef = \text{معلوم}$$

(4) گره b

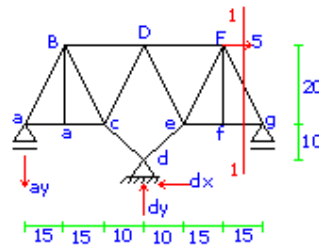
$$\overset{+}{\sum} F_x = 0 \Rightarrow bf = \text{معلوم} \qquad ab = 54.1 = \text{معلوم}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow bd = \text{معلوم} \qquad bc = 0 = \text{معلوم}$$

Cont: (5) گره f

Cont: (6) گره d

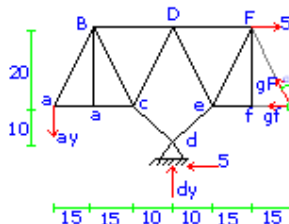
61



(1) ابتدا رابطه تعادل را برای کل خرپا در راستای x می نویسیم و داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow dx = 6 \qquad \text{فشاری}$$

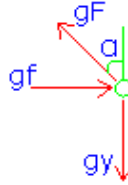
(2) برش 1-1 را در خرپا می زنیم:



$$\alpha = 36.87^\circ$$

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow dy * 40 - 5 * 10 + gF \cos 36.87 * 80 - 5 * 20 = 0 \Rightarrow 40dy + 64gF = 150 \quad (I)$$

(3) رابطه تعادل را در راستای y برای گره g اعمال می کنیم:



$$gF \cos 36.87 = gy \Rightarrow gy = 0.8gF \quad (II)$$

(4) در مرحله چهارم کل فری را در نظر می گیریم نسبت به نقطه a گشتاور می گیریم و

داریم:

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow dy * 40 - 5 * 20 - 5 * 10 - gy * 80 = 0 \Rightarrow 40dy - 80gy = 150 \quad (III)$$

$$\text{از II و III} \Rightarrow -40dy - 64gF = 15 \quad (VI)$$

$$gF = 0 \text{ و فشاری } dy = 3.75 \Rightarrow \text{از حل همزمان دو معادله (I), (VI)}$$

(5) با اعمال رابطه تعادل برای گره g داریم :

$$gF = 0, gy = 0, gf = 0$$

(6) با اعمال رابطه تعادل در راستای y برای کل فری داریم:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow ay = 3.75 \quad \text{کششی}$$

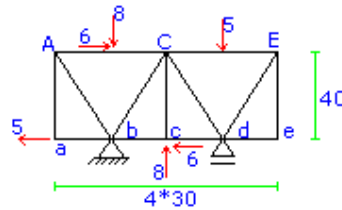
$$\text{Cont: } \sum_g^+ M \Rightarrow -3.75 * 40 + 3.75 * 80 - 5 * 10 - 5 * 20 = 0 \quad \text{O.K}$$

با بدست آمدن عکس العملها آنالیز فری بسیار راحت می باشد ترتیب آنالیز فری با

استفاده از روش گره به ترتیب زیر است:

- (1) گره  $g$   $gF = gf = 0$       (2) گره  $f$   $eF = fF = 0$
- (3) گره  $F$       (4) کششی  $DF = 5$ ,  $eF = 0$       (5) گره  $a$   $ab = 0, aB = 4.7$  کششی
- (6) گره  $b$       (6)  $bc = bB = 0$       (7) گره  $B$   $BC = 4.7$  فشاری,  $BD = 0$
- (7) گره  $C$        $CD = Cd = \text{معلوم}$
- (8) گره  $e$        $ed = eD = \text{معلوم}$

62



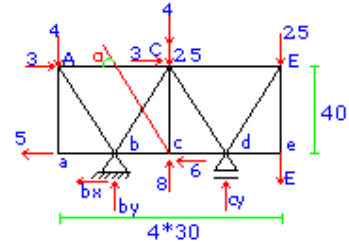
مسئله اصلی در حل این فرپا بارهائی است که در وسط دهانه های هر میله از دو میله بالائی وارد می شوند. قبل از هرکاری باید این نیروها را از بین ببریم و سپس فرپا را آنالیز کنیم داریم:

در یک میله مطابق شکل 1 می توانیم معادله سازی شکل 2 برای آن انجام دهیم:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} 8=2*4 \\ 2*3=6 \\ \text{I} \end{array} = \begin{array}{c} 4 \quad 4 \\ 3 \quad 3 \\ \text{II} \end{array} \\ \begin{array}{c} 5 \\ \text{I} \end{array} = \begin{array}{c} 2.5 \quad 2.5 \\ \text{II} \end{array} \end{array}$$

پس فرپای بالا را می توانیم با معادل آن یعنی فرپای زیر معادل سازی کنیم داریم:

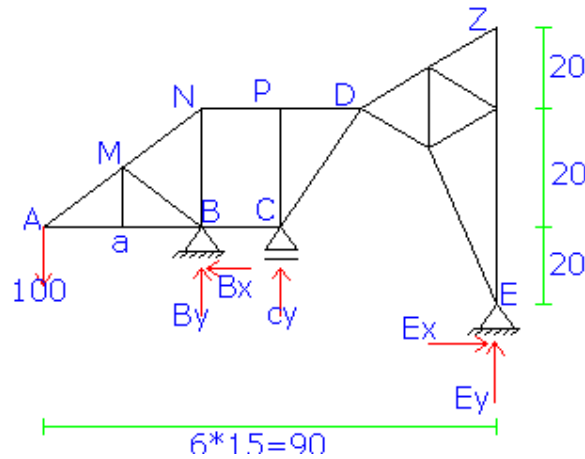




$$\alpha = 53.13^\circ$$

پس از انجام این عمل فریا برامتی آنالیز می گردد.

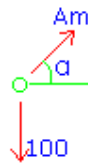
63



ابتدا فریا را تا آنجائی که امکان دارد از روش گره مل می کنیم تا به عکس العملها نزدیک

شویم:

(1) گره A

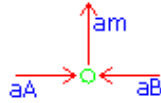


$$\alpha = \text{tg}^{-1}\left(\frac{20}{30}\right) = 33.69^\circ$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Am \sin 33.69 = 100 \Rightarrow Am = 180.28$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow aA \cos 33.69 = 0 \Rightarrow aA = 150 \text{ فشاری}$$

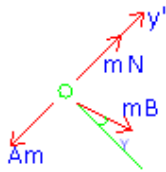
(2) گره a



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow am = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow aB = 150 \text{ فشاری}$$

(3) گره m

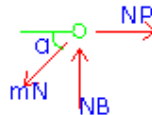


$$\gamma = 90 - 67.38 = 22.62$$

$$\sum F'_y = 0 \Rightarrow mB = 0$$

$$\sum F'_x = 0 \Rightarrow mN = Am = 180.28$$

(4) گره N

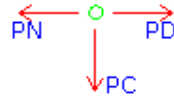


$$\alpha = 33.69^\circ$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 180.28 \sin 33.69 = BN \Rightarrow BN = 100$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow mN \cos \alpha = NP \Rightarrow 180 \cos 33.69 = NP \Rightarrow NP = 150 \text{ کششی}$$

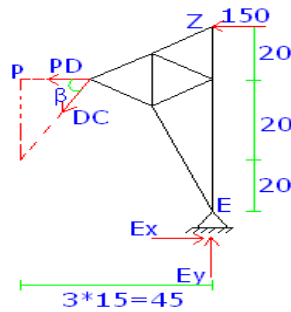
(5) گره P



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P_c = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P_N = P_D = 150 \text{ کششی}$$

در این مرحله برش 1-1 را در فریا می زنیم و داریم:



$$\beta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{20}{15}\right) = 53.13^\circ$$

فشاری

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow DC \cos \beta * 40 + DC \sin \beta * 30 + 150 * 40 + 150 * 60 = 0 \Rightarrow DC = 12.5$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow DC \cos \beta - PD - 150 + E_x = 0 \Rightarrow E_x = 112.5 \text{ فشاری}$$

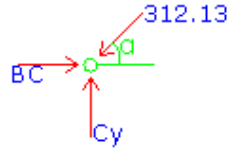
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow DC \sin \beta + E_y = 0 \Rightarrow E_y = -250 \Rightarrow E_y = 250 \text{ کششی}$$

حال می توانیم یا مستقیماً با داشتن  $E_x$  و  $E_y$  و ممان گیری حول نقطه C را پیدا کنیم و

سپس  $B_y$  و  $C_x$  و یا با پیدا شدن DC دوباره به مرحله بعدی که آنالیز گره P بود برگشته و

ادامه را بصورت زیر آنالیز کنیم:

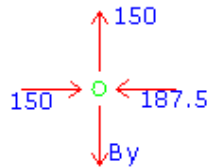
گره C (6)



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 312.5 \cos 53.13 = BC \Rightarrow BC = 187.5 \text{ فشاری}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Cy = 0$$

(7) گره B



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow By = 150 \text{ کششی}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow Bx = 337.5 \text{ فشاری}$$

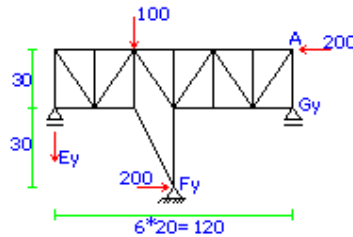
با اعمال رابطه تعادل در راستای y برای کل فریا نتیجه می شود:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Cy = 400$$

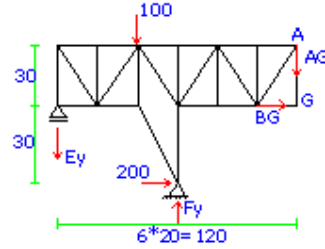
توجه: می توانیم روش دیگری انتخاب کنیم و آن همان شروع عملیات از برش 1-1 می

باشد.

64



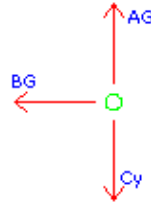
برش 1-1 را در فریا می زنیم و داریم:



$$(1) \sum M_E^+ = 0 \Rightarrow 200 * 30 * 2 - AG * 120 + F_y * 60 - 100 * 40 = 0$$

$$(I) \Rightarrow -120AG + 60F_y = -8000$$

(2) حال رابطه تعادل را در راستای y برای گره G می نویسیم:



$$(II) \sum F_y = 0 \Rightarrow AG = G_y$$

(3) در مرحله سوم کل فریا را در نظر می گیریم و نسبت به نقطه E ممان میگیریم.

$$(1) \sum M_E^+ = 0 \Rightarrow G_y * 120 + 2 * 200 * 30 - 100 * 40 + F_y * 60 = 0$$

$$(IV) \Rightarrow 120AG + 60F_y = -8000$$

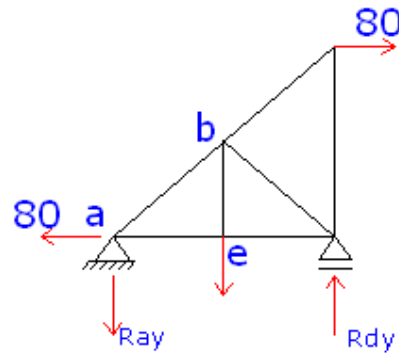
از حل همزمان دستگاه دو معادله دو مجهولی I و IV داریم:

$$F_y = 133.3 \quad \text{فشاری} \quad AG = 0$$

اگر معادله تعادل در راستای y را برای کل فریا در نظر بگیریم داریم:

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow E_y = 33.3 \quad \text{کششی}$$

$$\text{Cont: } \sum M_G^+ \Rightarrow 33.3 * 120 - 133.3 * 60 - 100 * 80 + 2 * 200 * 30 = 0 \quad \text{O.K}$$

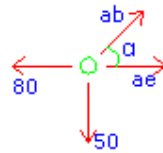


$$\sum^+ M_a = 0 \Rightarrow -20 * 20 - 80 * 30 + R_{dy} * 40 = 0 \Rightarrow R_{dy} = 70 \uparrow \quad \text{فشاری}$$

$$\sum^+ M_d = 0 \Rightarrow R_{ay} * 40 + 20 * 20 - 80 * 30 = 0 \Rightarrow R_{ay} = 50 \downarrow \quad \text{کششی}$$

$$\text{Cont : } 70 - 50 - 20 = 0 \quad \text{O.K}$$

(1) گره a

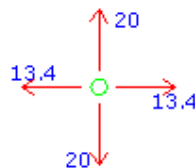


$$\alpha = 36.87^\circ$$

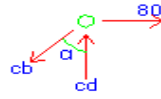
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow ab \sin 36.87 = 50 \Rightarrow ab = 83.3 \quad \text{کششی}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 83.3 \cos 36.87 - 80 + ae = 0 \Rightarrow ae = 13.4 \quad \text{کششی}$$

(2) گره e



(3) گره C

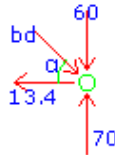


$$\alpha = 53.13^\circ$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Cd = Cb \cos \alpha \Rightarrow Cd = 60 \text{ فشاری}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow Cb \sin \alpha = 80 \Rightarrow Cb = 100 \text{ کششی}$$

(4) گره d

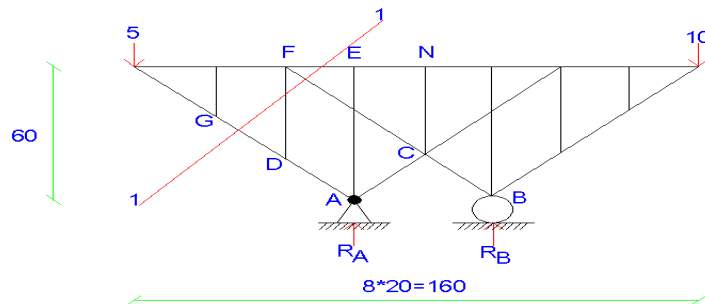


$$\alpha = 36.87^\circ$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow bd \cos \alpha = 13.4 \Rightarrow bd = 16.7 \text{ فشاری}$$

$$\text{Cont=O.K. } \sum F_y = 0 \Rightarrow 10 + 60 = 70$$

1-4



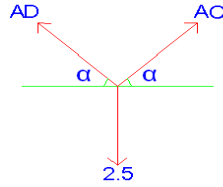
$$+ \cup \sum M_A = 0 \rightarrow -10 \times 160 + 5 \times 60 + R_B \times 40 = 0 \rightarrow R_B = 17.5 \uparrow$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow -15 + 17.5 + R_A = 0 \rightarrow R_A = 2.5 \text{ T } \uparrow$$

Control :  $\sum M_B = 0 \rightarrow 2.5 \times 40 - 10 \times 60 + 5 \times 100 = 0$  OK  $\checkmark$

ابتدا گره A را بیرون کشیده و آنرا آنالیز میکنیم:

1)



$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{60}{45} \right)$$

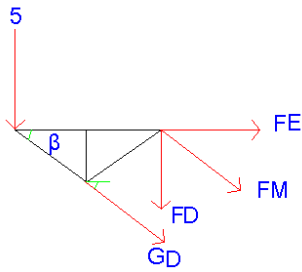
$$\sum F_x = 0 \rightarrow AC = AD$$

2) گره E

$$\sum f_y = 0 \Rightarrow EC = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 2AC \sin 45 = 2.5 \rightarrow AC = AD = 1.77$$

3) سپس برش 1-1 را در فرپا می‌زنیم و نیروی GD را به دست می‌آوریم:

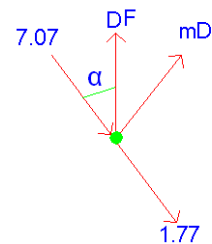


$$\sum M_f = 0 \rightarrow GD \cos 45 \times 20 + GD \sin 45 \times 20 + 5 \times 40 = 0$$

$$\rightarrow GD = -7.07 \text{ T}$$

فشاری  $-GD = 7.07 \text{ T}$

4) گره D:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow D_f \cos 45 = 7.07 + 1.77$$

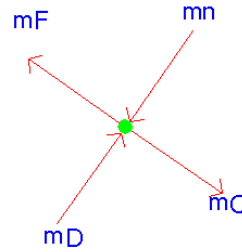
کششی  $-D_f = 12.5$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 12.5 \cos 45 + m_D = 0$$



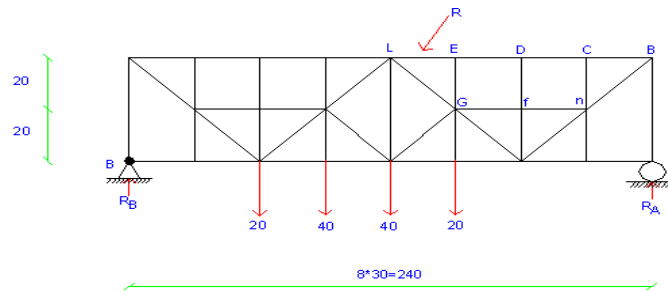
فشاري ←  $m_D = 8.83$

(5) گره m:



فشاري  $\sum F_y = 0 \rightarrow m_n = m_D = 8.82$

2-4



ابتدا عكس العمل هاي خرابا را به دست ميآوريم:

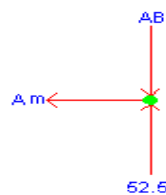
$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow R_A * 240 - 20 * 60 - 40 * 90 - 40 * 120 - 20 * 150 = 0 \Rightarrow R_A = 52.5$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow 52.5 + R_B - 20 - 40 - 40 - 20 = 0 \Rightarrow R_B = 67.5$$

CONTROL:

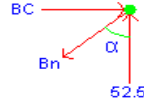
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -67.5 * 240 + 20 * 90 + 40 * 120 + 40 * 150 + 20 * 18 = 0 \quad \text{OK.}$$

(1) ابتدا گره A را بيرون مي کشيم:



$$\sum \overset{+}{\rightarrow} f_x = 0 \Rightarrow Am = 0 \text{ و } \uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow AB = 52.5 \text{ فشاری}$$

(2) گره B:

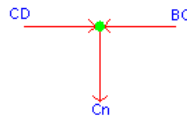


$$\alpha = \text{tg}^{-1}\left(\frac{60}{40}\right) = 56.3$$

$$\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow Bn \cos 56.3 = 52.5 \Rightarrow Bn = 94.62 \text{ کششی}$$

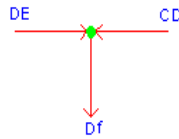
$$\sum \overset{+}{\rightarrow} f_x = 0 \Rightarrow 94.62 \sin 56.3 = BC \Rightarrow BC = 78.72 \text{ فشاری}$$

(3) گره C:



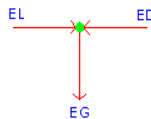
$$CD = BC = 78.72 \text{ فشاری و } Cn = 0$$

(4) گره D:

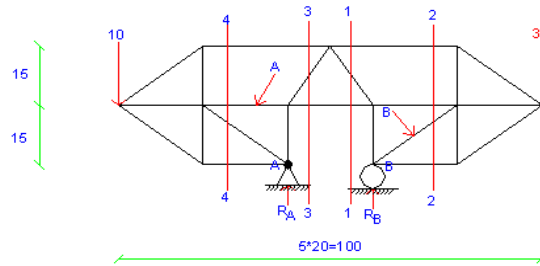


$$DE = 78.72 \text{ فشاری و } Df = 0$$

(5) گره E:



$$R = 78.72 \text{ و } EL = ED = 78.72 \text{ فشاری و } EG = 0$$



ابتدا عکس العمل تکیه گاهها را به دست میآوریم:

$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \rightarrow R_B \times 20 - 30 \times 60 + 10 \times 40 = 0$$

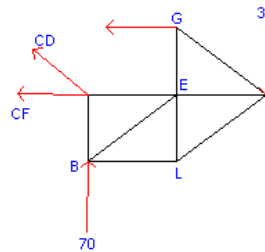
فشاری  $\rightarrow R_B = 70 \uparrow$

$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow 70 + R_A - 10 - 30 = 0$$

کششی  $\rightarrow R_A = 30 \downarrow$

Control:  $+\circlearrowleft \sum M_B = 0 \rightarrow 30 \times 20 - 30 \times 40 + 10 \times 60 = 0$  O.K

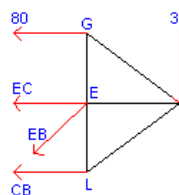
1) برش 1-1 را در فرپا میزنیم داریم :



$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 \rightarrow -30 \times 40 + GD \times 15 = 0$$

کششی  $\rightarrow GD = 80$

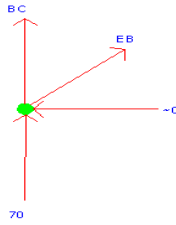
2) حالا برش 2-2 را در فرپا میزنیم داریم :



$$+\circlearrowleft \sum M_E = 0 \rightarrow -30 \times 20 + 80 \times 15 - L_B \times 15 = 0$$

کششی  $\rightarrow L_B = 40$

3) حالا گره B را بیرون میکشیم داریم:



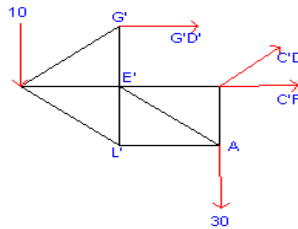
$$= 36.87 \left( \frac{15}{20} \right) \alpha = \text{Tg}^{-1}$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow EB \cos 36.87 = 40$$

$$\rightarrow EB = A = 40 \text{ کششی}$$

4) برای به دست آوردن نیروی مجهول B نیز به همین ترتیب دو برش در قسمت سمت

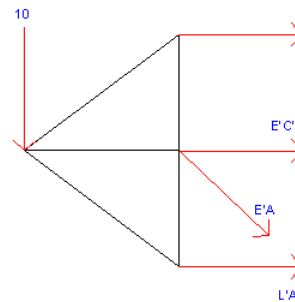
چپ فرپا نیز میزنیم داریم :



$$+\cup \sum M_C = 0 \rightarrow 10 \times 40 - G'D' \times 15 = 0$$

$$\rightarrow G'D' = 26.67 \text{ کششی}$$

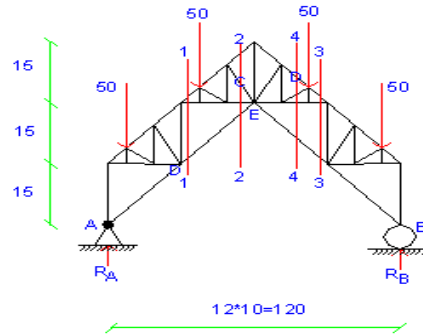
5) سپس برش 4-4 را در فرپا میزنیم داریم :



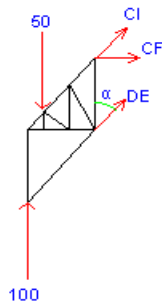
$$+\cup \sum M_A = 0 \rightarrow -26.67 \times 30 - E'C' \times 15 = 0 \rightarrow E'C' = -53.34$$

$$\rightarrow E'C' = 54.34 \text{ فشاری}$$

4-4:



ابتدا عکس العمل تکیه گاههای فرپا را به دست میآوریم :



فشاری  $R_A=R_B=100$

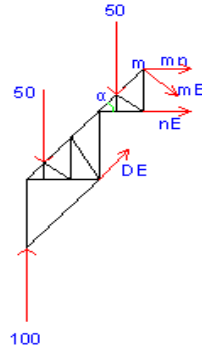
برش 1-1 را در فرپا زده و قسمت سمت چپ را جدا میکنیم :

$$\alpha=63.44$$

$$+\circlearrowleft \sum M_c=0 \rightarrow -100 \times 30 + 50 \times 20 + DE \sin 63.44 \times 15 = 0$$

$$\rightarrow DE=149 \text{ کششی}$$

در مرحله دوم برش 2-2 را زده و تکه سمت چپ را جدا میکنیم :



$$\alpha = 26.56 \left( \frac{15}{30} \right) = \text{Tg}^{-1}$$

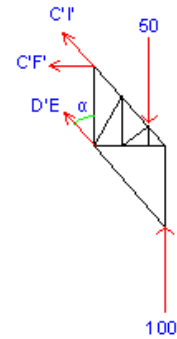
$$+\circlearrowleft \sum M_E = 0 \rightarrow -mn \cos 26.56 \times 10 - mn \sin 26.56 \times 10 + 50 \times 20 + 50 \times 50 - 100 \times 60 = 0$$

$$\rightarrow mn = 186.34 \text{ کششی}$$

$$+\circlearrowleft \sum M_n = 0 \rightarrow -mn \cos 26.56 \times 10 - m_E \cos 45 \times 10 + 50 \times 10 + 50 \times 40 - 100 \times 50 = 0$$

$$\rightarrow m_e = 589.27 \text{ فشاری}$$

در مرحله سوم برش 3-3 را زده و تکه راست را جدا میکنیم :



$$+\circlearrowleft \sum M_c = 0 \rightarrow 100 \times 30 - 50 \times 20 - D'E' \sin 63.44 \times 15 = 0$$

$$\rightarrow D'E' = 149 \text{ کششی}$$

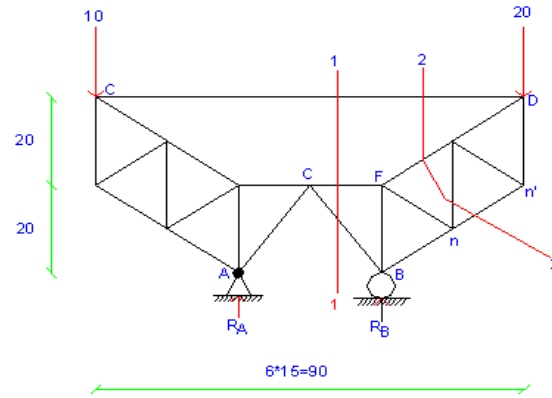
**نکته مهم:** و یا میتوانیم بدون برش زدن در قسمت دوم به دلیل تقارن فرپا نتیجه بگیریم

که :

$$DE = D'E' = 149$$

$$C = 589.27 \text{ فشاری}$$

5-4:



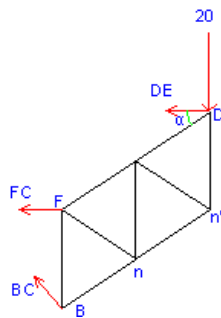
ابتدا عکس عملهای فریا را مناسبه می نمایم:

$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \rightarrow R_B \times 30 - 20 \times 60 + 10 \times 30 = 0$$

$$\rightarrow R_B = 30 \text{ فشاری}$$

$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow -10 - 20 + 30 + R_A = 0 \rightarrow R_A$$

$$\text{Control: } \rightarrow +\circlearrowleft \sum M_B = 0 \rightarrow 0 - 20 \times 30 + 10 \times 60 = 0 \rightarrow \text{O.K}$$

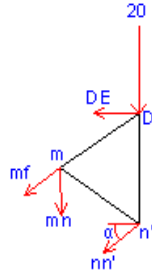


$$+\circlearrowleft \sum M_C = 0 \rightarrow -20 \times 45 - DE \times 20 = 0$$

$$\rightarrow DE = -45 \rightarrow DE = 45 \text{ فشاری}$$

$$\alpha \left( \frac{20}{30} \right) = \text{Tg}^{-1} = 33.69$$

پس از این مرحله و به دست آوردن  $f_{DE}$  برش 2-2 را در فریا میزنیم :



$$\alpha = 33.69 \left(\frac{10}{15}\right) \text{ Tg}^{-1}$$

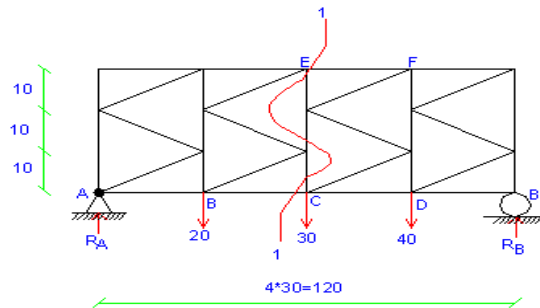
$$+\circlearrowleft \sum M_m = 0 \rightarrow -20 \times 15 - 45 \times 10 - nn' \cos 33.69 \times 20 = 0$$

$$\rightarrow nn' = 45 \text{ فشاری}$$

$$+\circlearrowleft \sum M_f = 0 \rightarrow -20 \times 30 - 45 \times 20 - nn' \sin 33.69 \times 30 - mn \times 15 = 0$$

$$\rightarrow mn = 150 \text{ فشاری} = N$$

6-4:



ابتدا عکس العملها را مناسبه میکنیم :

$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \rightarrow R_B \times 120 - 40 \times 90 - 30 \times 60 - 20 \times 30 = 0$$

$$\rightarrow R_B = 50 \text{ فشاری}$$

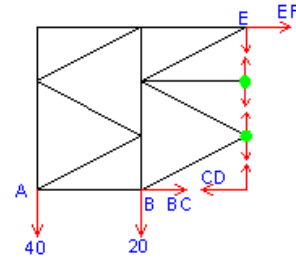
$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow 50 - 40 - 30 - 20 + R_A = 0$$

$$\rightarrow R_A = 40 \text{ فشاری}$$

$$\text{Control: } +\circlearrowleft \sum M_B = 0 \rightarrow -40 \times 120 + 20 \times 90 + 30 \times 60 + 40 \times 30 = 0 \text{ o.k}$$

پس از پیدا کردن عکس العملهای فریا برش 1-1 را در فریا میزنیم و داریم :



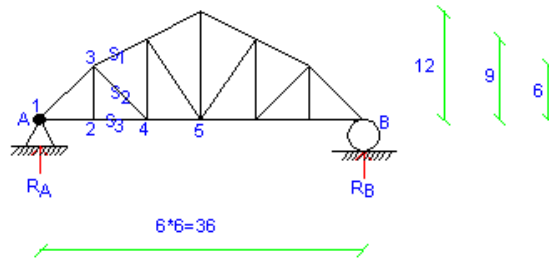


$$\sum M_C = 0 \rightarrow -EF \times 30 + 20 \times 30 - 40 \times 60 = 0$$

$$\rightarrow EF = 60 = D \text{ فشاری}$$

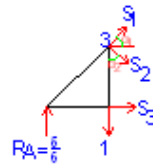
**مثال: مطلوبست خطوط تأثیر  $S_1$  و  $S_2$  و  $S_3$ !**

(1) بار واحد در نقطه 1 قرار دارد داریم:



$$(S_1 = S_2 = S_3 = 0) \text{ و } (R_A = 1, R_B = 0)$$

(2) بار واحد در نقطه 2 قرار دارد داریم:



$$\left(\frac{5}{6}\right) + \sum M = 0 \rightarrow 6 + S_3 \times 9 = 0$$

$$= 26.56 \left(\frac{6}{6}\right) \alpha_1 = Tg^{-1}$$

$$= 45 \left(\frac{6}{6}\right) \alpha_1 = Tg^{-1}$$

$$+\uparrow = 0 \left(\frac{5}{6}\right) \sum F_y = 0 \rightarrow -S_2 \cos 45 + S_1 \sin 26.56 - 1 +$$

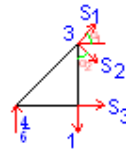
$$S_1 \sin 26.56 - S_2 \cos 45 = 0.17 \quad (1)$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow 0.83 + S_1 \cos 26.56 + S_2 \cos 45 = 0$$

$$S_1 \cos 26.56 + S_2 \cos 45 = -0.832 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow S_1 = -0.3, \quad S_2 = -0.54$$

(3) بار واحد در نقطه 4 قرار دارد داریم:



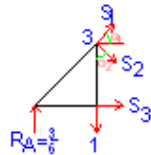
$$\times 6 + S_3 \times 6 = 0 \rightarrow S_3 = 0.44 \left(-\frac{4}{6}\right) + \sum M_3 = 0 \rightarrow$$

$$= 0 \frac{4}{6} \uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow S_1 \sin 45 - S_2 \cos 45 +$$

$$\rightarrow S_1 = -0.78, \quad S_2 = 0.16$$

$$+ \rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow S_1 \cos 45 + S_2 \cos 45 = -0.44$$

(4) بار واحد در نقطه 5 قرار دارد داریم:



$$+ \sum M_3 = 0 \rightarrow S_3 = 0.33$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow S_1 = -0.6$$

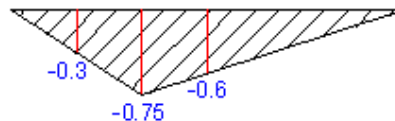
$$+ \rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow S_2 = 0.12$$

(5) بار واحد در نقطه 5 قرار دارد داریم:

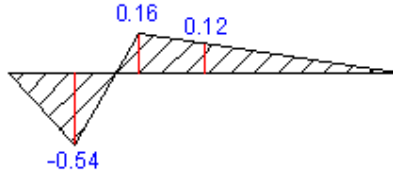
$$R_A = 0, \quad R_B = 1$$

$$S_1 = 0, \quad S_2 = 0, \quad S_3 = 0$$

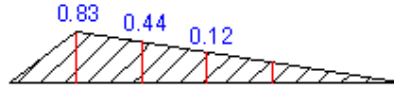
فقط تأثیر  $S_1$



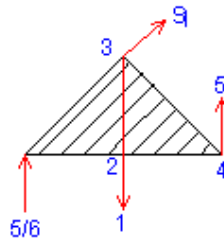
فقط تأثیر  $S_2$



فقطاثير  $S_3$



حال فقطاثير عضو قایم s را به دست میآوریم:



(1) بار واحد در نقطه 1  $S_3=0$

(2) بار واحد در نقطه 2

$$(G_A+6/6)=(G_A+12/9)$$

$$\left(\frac{G_s}{2,3}\right) = \left(\frac{G_4}{4,6}\right) \frac{\text{فاصله}}{\text{فاصله}}$$

$$9G_A+54=6G_A+72 \rightarrow G_A=6$$

$$\times 6=0 \rightarrow S=0.4 \frac{5}{6} + \sum M_G=0 \rightarrow -1 \times 12 + S \times 18 +$$

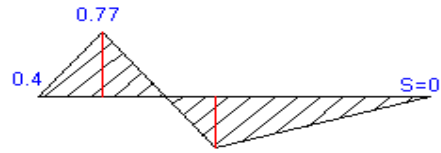
(3) بار واحد در نقطه 4 قرار دارد

$$\times 6=0 \rightarrow S=0.77 \frac{4}{6} + \sum M_G=0 \rightarrow -1 \times 18 + S \times 18 +$$

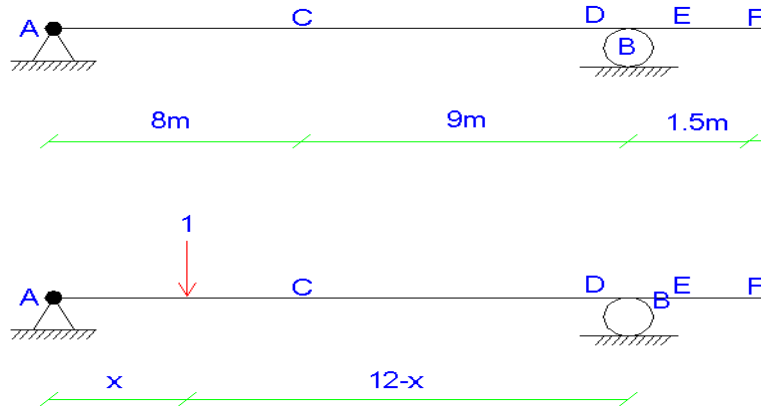
(4) بار واحد در نقطه 5 قرار دارد

$$\times 6=0 \rightarrow S=-0.17 \frac{3}{6} + \sum M_G=0 \rightarrow -S \times 18 +$$

(5) بار واحد در نقطه B قرار دارد



تمرین 1 :



روش اول: روش بار واحد

(1) این بار واحد بین A و B می باشد:

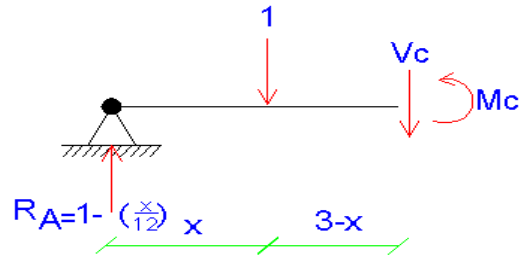
$$\frac{x}{12} + \sum M_B = 0 \rightarrow R_A \times 12 = 12 - x \rightarrow R_A = 1 - \frac{x}{12}$$

$$\frac{x}{12} + \sum F_Y = 0 \rightarrow R_B = \frac{x}{12} \rightarrow (x=0 \rightarrow R_A=1 \rightarrow R_B=0)$$

$$\searrow (x=12 \rightarrow R_A=0 \rightarrow R_B=1)$$

$$\searrow (x=15 \rightarrow R_A=-0.25 \rightarrow R_B=1.25)$$

(2) بار واحد بین A و B می باشد و به موقعیت C نرسیده است:

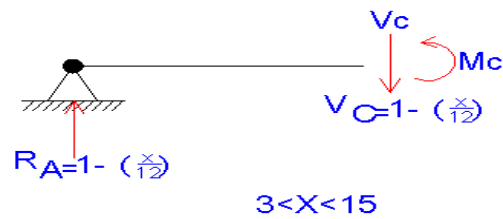


$$0 < x < 3 \quad V_c = 1 - (x/12) - 1 =$$

$$V_c = \frac{-x}{12} \rightarrow x=0 \rightarrow V_c = 0$$

$$\rightarrow x=3 \rightarrow V_c = -0.25$$

(3) بار واحد بین F و A میباید و از موقعیت C رد شده:



$$\rightarrow x=3 \rightarrow V_c = 0.75 \quad V_c = 1 - \frac{x}{12}$$

$$\rightarrow x=12 \rightarrow V_c = 0$$

$$\rightarrow x=15 \rightarrow V_c = -0.25$$

(4) بار واحد به موقعیت D نرسیده است مانند حالت 2:

$$0 < x < 12 \quad \rightarrow x=0 \rightarrow V_D = 0 \quad V_D = \frac{-x}{12}$$

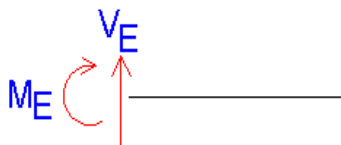
$$\rightarrow x=12 \rightarrow V_D = -1$$

(5) بار از موقعیت D رد شده است مانند حالت 3:

$$V_D = 1 - \frac{x}{12} \dots 12 < x < 15 \rightarrow x=12 \rightarrow V_D = 0$$

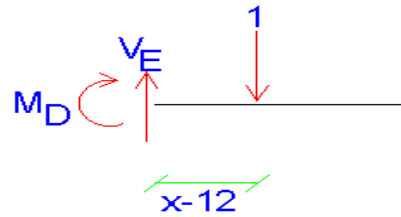
$$\rightarrow x=15 \rightarrow V_D = -0.25$$

(6) بار به موقعیت E نرسیده است:



$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow V_E = 0, 0 < x < 12$$

(7) بار از موقعیت E رد شده است:



$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow V_E = 1, 12 < x < 15$$

(8) بار به موقعیت F نرسیده است مانند حالت 6:

$$V_F = 0, 0 < x < 13.5$$

(9) بار از موقعیت F رد شده است مانند حالت 7:

$$V_F = 1, 13.5 < x < 15$$

(10) برای پیدا کردن  $m_c$  در حالت اول فرض میکنیم بار به موقعیت C نرسیده است مانند

حالت دوم:

$$-m_c = 3 - x - \left(1 - \frac{x}{12}\right) \times 3 = 3 - x - 3 + \frac{x}{4} = \frac{-3x}{4}$$

$$m_c = \frac{3x}{4} \dots \dots \dots 0 < x < 3 \rightarrow x = 0 \rightarrow m = 0$$

$$\searrow x = 3 \rightarrow m = 9/4 = 2.25$$

(11) بار از موقعیت C رد شده است  $m_c$  پیدا میشود مانند حالت 3:

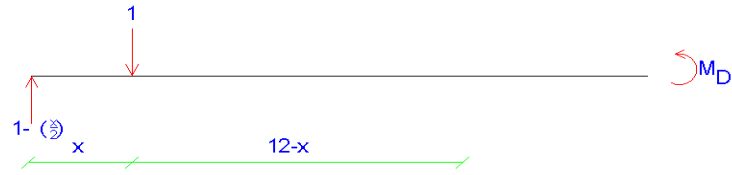
$$m_c + \left(1 - \frac{x}{12}\right) \times 3 = 0 \rightarrow m_c = -3 + \frac{x}{4}$$

$$3 < x < 15 \rightarrow x = 3 \rightarrow m_c = 2.25$$

$$\searrow x = 12 \rightarrow m_c = 0$$

$$\searrow x = 15 \rightarrow m_c = -0.75$$

(12) بار به موقعیت D نرسیده است.



$$(1 - \frac{x}{12}) 0 < x < 12 \rightarrow m_D + 12 - x - 12 = 0 \rightarrow m_D + 12 - x - 12 + x \rightarrow m_D = 0$$

(13) بار از موقعیت D رد شده است.



$$m_D - 12(1 - \frac{x}{12}) = 0 \rightarrow m_D = 12 - x$$

$$12 < x < 15 \rightarrow x = 12 \rightarrow m_D = 0$$

$$\searrow x = 15 \rightarrow m_D = -3$$

(14) بار به موقعیت E نرسیده است مانند حالت 6:

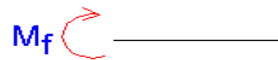
$$0 < x < 12 \rightarrow m_E = 0$$

(15) بار از موقعیت E رد شده مانند حالت 7:

$$m_E = 12 - x \quad 12 < x < 15 \rightarrow x = 12 \rightarrow m_E = 0$$

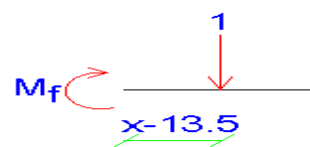
$$\searrow x = 15 \rightarrow m_E = -3$$

(16) بار به موقعیت F نرسیده است.



$$m_f = 0 \rightarrow 0 < x < 13.5$$

(17) بار از موقعیت F رد شده است.



$$m_f = -x + 13.5 \quad 13.5 < x < 15$$

$$x = 13.5 \rightarrow m_f = 0, \quad x = 15 \rightarrow m_f = -1.5$$

**روش دوم: استفاده از روش ترسیمی**

$$Tg \alpha_1 = Tg \alpha_2 = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{12} = \frac{F'F''}{BF'} = \frac{F'F''}{3} \rightarrow F'F'' = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$C'C + CC'' = 1 \rightarrow \frac{1-x}{3} = \frac{x}{9} \rightarrow x = 0.75$$

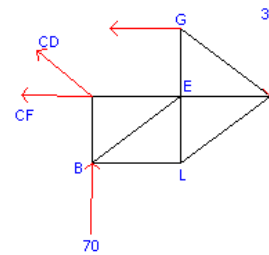
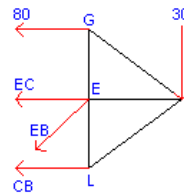
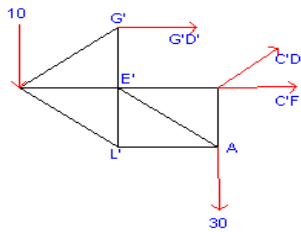
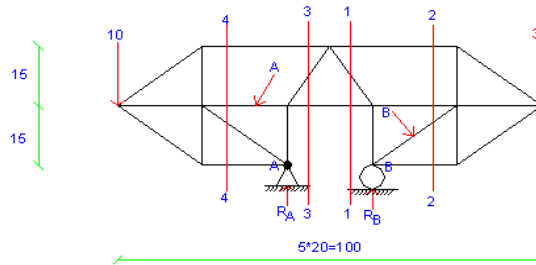
شیب خط تأثیر BF'' باید از شیب خط AD' پیروی کند.

چون تیر AB به دلیل ثابت بودن حرکت نمیکند پس EE' برابر 1 میباشد

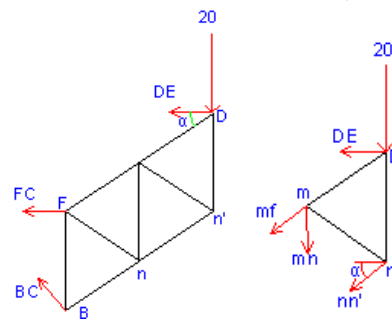
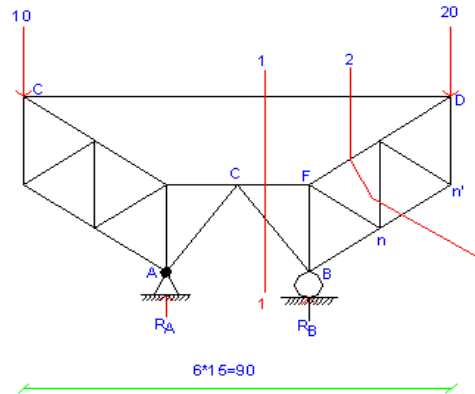
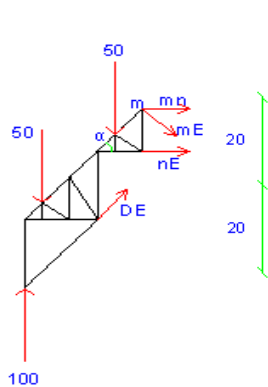
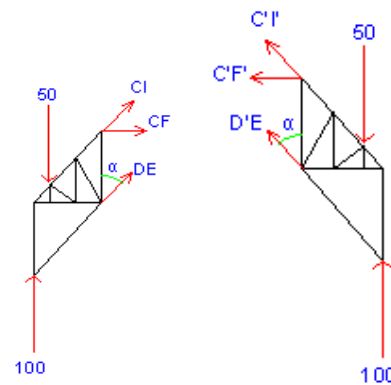
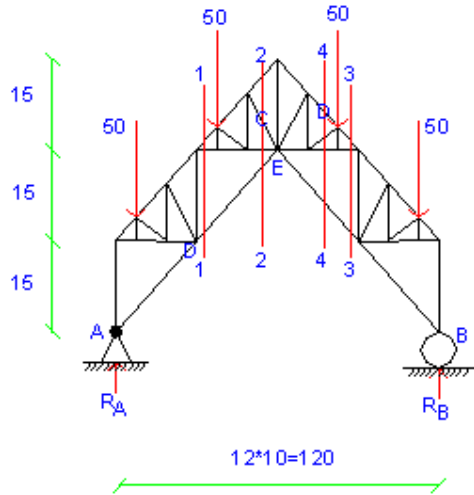
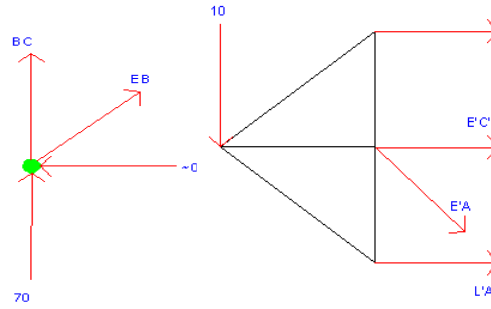
چون تیر AF به دلیل ثابت بودن حرکت نمیکند پس NF برابر 1 میباشد

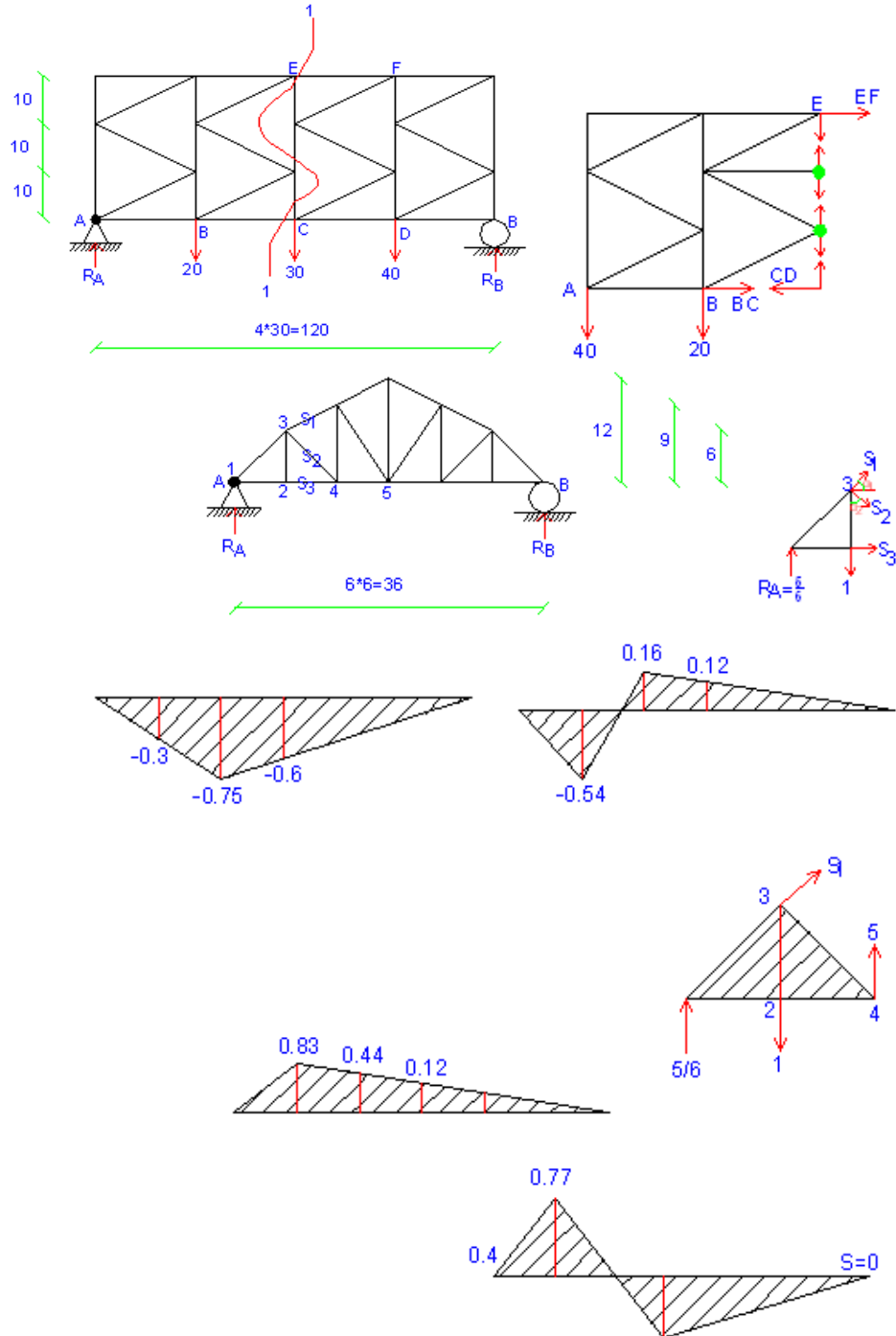
$$\theta_1 + \theta_2 = 1 \rightarrow \frac{y}{3} + \frac{y}{9} = 1 \rightarrow \frac{3y + y}{9} = 1 \rightarrow \frac{4y}{9} = 1$$

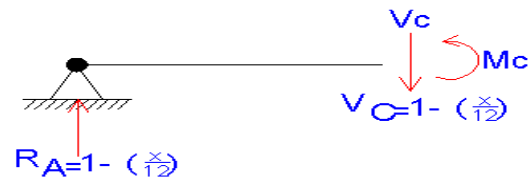
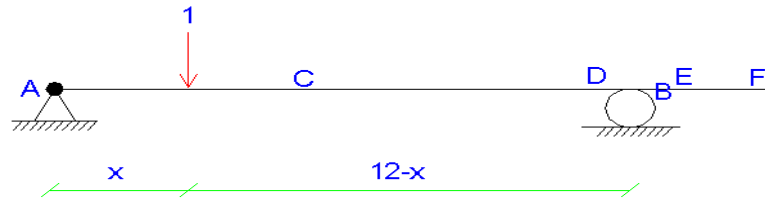
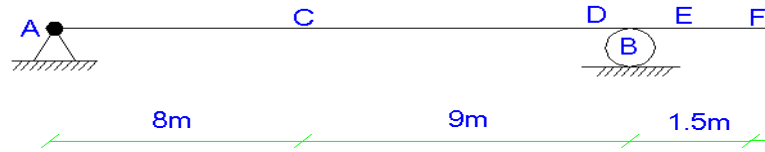
$$A_y = 9 \rightarrow y = \frac{9}{4} = 2.25 \quad \theta_1 = \frac{F'F''}{3} \rightarrow F'F'' = 3$$



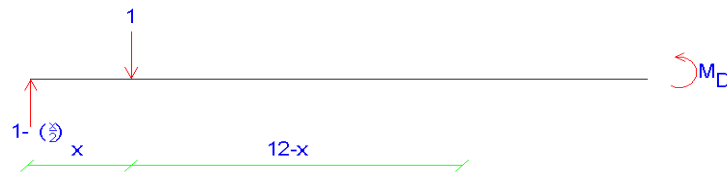
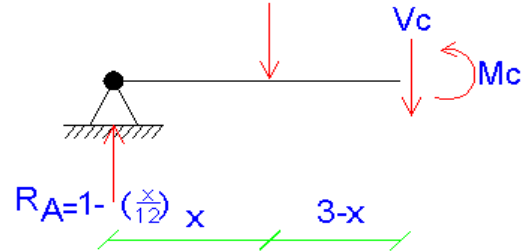
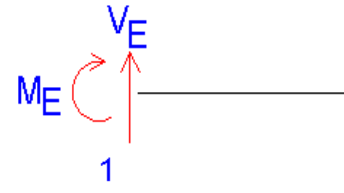
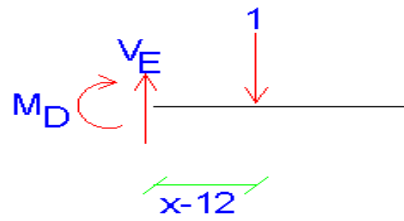


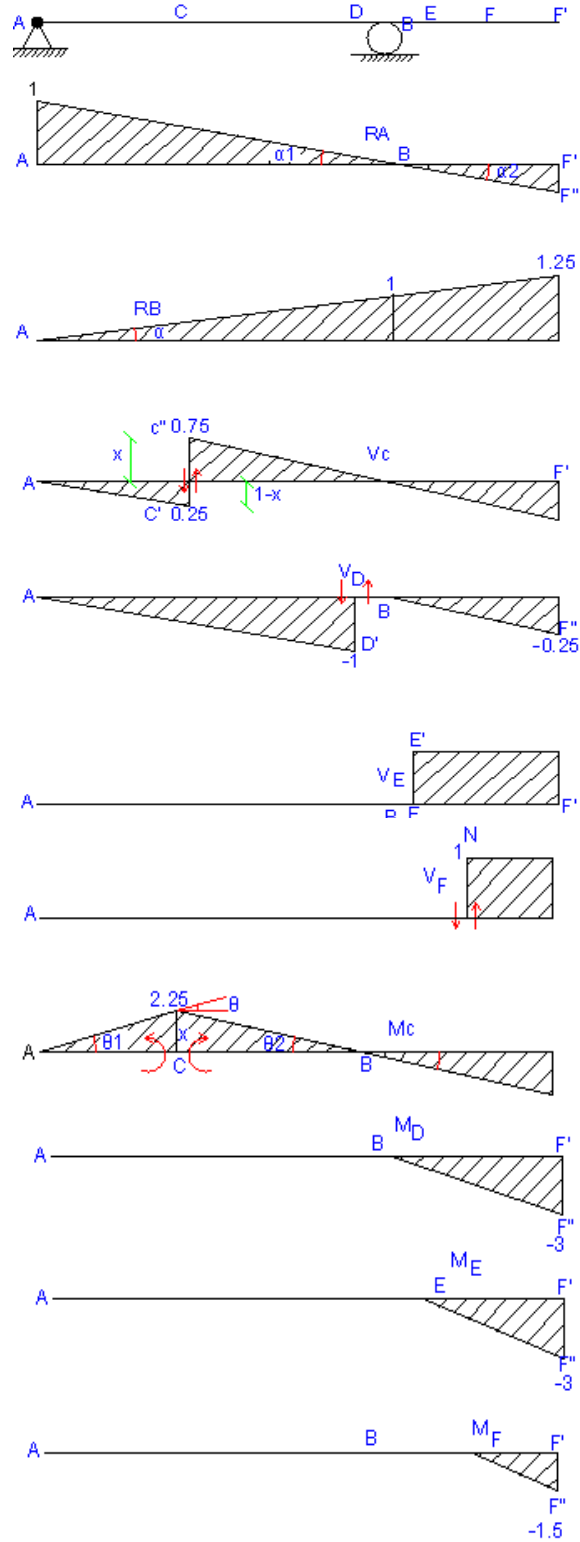






$$3 < X < 15$$



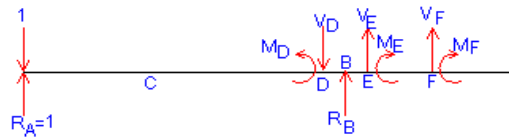


**روش سوم: روش نقطه یابی**



$$m_C=0, V_C=0$$

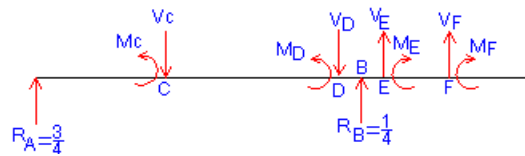
1) بار واحد در نقطه A قرار دارد:



$$m_D=0, m_E=0, m_F=0, R_B=0, V_E=0, V_D=0, V_F=0$$

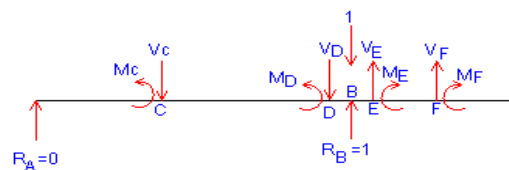
برای نقطه A

2) بار واحد در نقطه C قرار دارد:



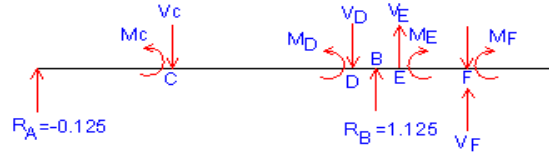
$$m_E=0, V_E=0, m_F=0, V_F=0, V_D=0 : \text{در نقطه C } V_C=0.75, m_C=2.25, V_D=0.75, m_D=0$$

3) بار واحد در نقطه B قرار دارد:



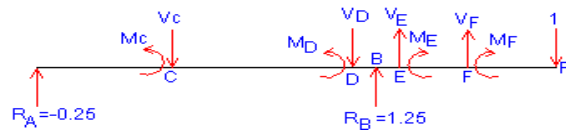
$$m_E=0, V_E=0, m_F=0, V_F=0, R_A=0, m_D=0, V_D=0, R_B=1, m_C=0, V_C=0$$

4) بار در نقطه F قرار دارد:



$$R_A = -0.125, R_B = 1.125, m_D = -1.5, m_E = -1.5, V_E = 1, M_F = 0, V_F = 1, m_C = -0.375, V_C = -0.125$$

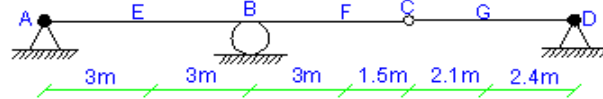
(5) بار واحد در نقطه F قرار دارد:



$$m_C = -0.75, V_C = -0.25, m_D = -3, V_D = -0.25, m_E = -3, m_F = -1.5, V_E = 1, V_F = 1$$

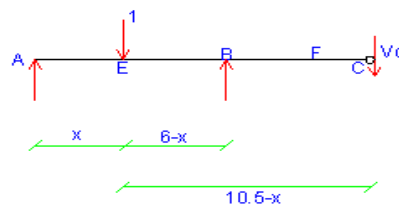
× نمودارها در صفحه قبل رسم شده است.

## تمرین 2:



## روش اول: روش بار واحد

(1) بار بین A, C قرار دارد داریم:



$$\frac{x}{6} + \uparrow \sum M_B = 0 \rightarrow R_A \times 6 = 6 - x \rightarrow R_A = 1 - \frac{x}{6}$$

$$0 < x < 10.5 \rightarrow x=0 \rightarrow R_A = 1$$

$$\searrow x=6 \rightarrow R_A = 0$$

$$\searrow x=10.5 \rightarrow R_A = -0.75$$

$$\frac{x}{6} + \uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow R_B =$$

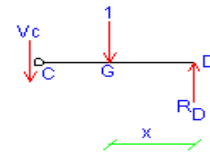
$$0 < x < 10.5 \rightarrow x=0 \rightarrow R_B = 0$$

$$\searrow x=6 \rightarrow R_B = 1$$

$$\searrow x=10.5 \rightarrow R_B = 1.75$$

$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow V_C = 0$$

## (2) بار بین C,D قرار دارد:



$$+\uparrow \sum M_C = 0 \rightarrow -1 \times (4.5 - x) + V_D \times 4.5 = 0$$

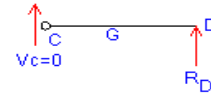
$$0 < x < 4.5 \rightarrow R_D = 1 - \frac{x}{4.5}$$

$$x=0 \rightarrow R_D = 1$$

$$\frac{x}{4.5}, +\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow V_C =$$

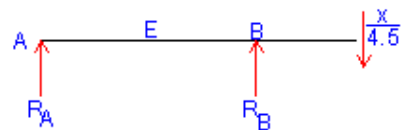
$$x=4.5 \rightarrow R_D = 0$$

## (3) بار از موقعیت C رد شده و بین C,D قرار دارد:



$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow R_D = 0 \quad 0 < x < 10.5$$

## (4) بار از موقعیت C رد شده و بین C,D قرار دارد:



$$\frac{x}{4.5} V_C =$$

از ابتدای تیر ( $10.5 < x < 15$ ) و یا از انتهای تیر ( $0 < x < 4.5$ )

$$\sum M_B = 0 \rightarrow -R_A \times 6 - \frac{x}{4.5} \times 4.5 = 0 \rightarrow R_A = \frac{-x}{6} + 0$$

از ابتدای تیر  $x=15$  یا  $x=0$  از انتهای تیر

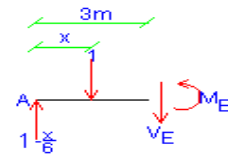
از ابتدای تیر  $x=10.5$  یا  $x=4.5$  از انتهای تیر

$$\nearrow x=0, R_B=0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow \frac{x}{4.5} \times 10.5 = R_B \times 6 \rightarrow R_B = \frac{x}{4.5} \times \frac{10.5}{6} + 0$$

$$\searrow x=4.5, R_B=1.75$$

(5) بار از موقعیت E عبور کرده:



$$M_E - (3 - \frac{x}{2}) + 3 - x = 0$$

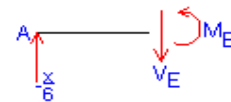
$$M_E = -\frac{x}{2} + x = \frac{x}{2}$$

$$M_E = \frac{x}{2} \dots \dots V_E = \frac{x}{6}$$

$$0 < x < 3 \rightarrow x=0 \rightarrow M_E=0, V_E=0$$

$$\searrow x=3 \rightarrow M_E=1.5, V_E=0.5$$

(6) بار واحد از موقعیت E عبور کرده است:



$$M_E = 3 - \frac{x}{2}$$

$$V_E = 1 - \frac{x}{6}$$

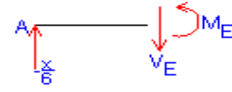


$$3 < x < 10.5 \rightarrow x=3 \rightarrow M_E=1.5, V_E=0.5$$

$$\searrow x=6 \rightarrow M_E=0, V_E=0$$

$$\searrow x=10.5 \rightarrow M_E=-2.25, V_E=-0.75$$

برای به دست آوردن  $V_E, M_E$  در فاصله  $10.5 < x < 15$  از حالت 4 استفاده میکنیم:



$$V_E = \frac{-x}{6} \dots \dots M_E = \frac{-x}{2}$$

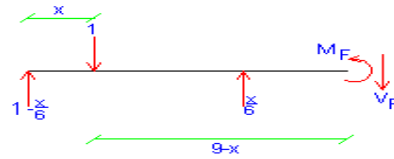
از ابتدا تیر ( $x=15$ ) یا از انتهای تیر ( $x=0$ ):

$$V_E=0, M_E=0$$

$$: x=10.5 \text{ یا } x=4.5$$

$$M_E=-2.25, V_E=-0.75$$

(7) برای به دست آوردن  $V_f, m_f$  نیز دو حالت در نظر میگیریم:

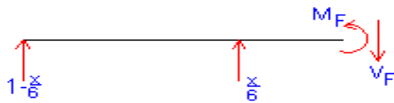


الف) حالت اول بار از نقطه E عبور نکرده:

$$(9-x) - (1-\frac{x}{6}) \times 9 - \frac{x}{6} \times 3 + m_f = 0$$

$$m_f=0 \quad 0 < x < 9 \rightarrow V_f=0$$

ب) حالت دوم بار از نقطه F عبور کرده است:



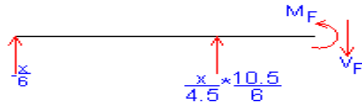
$$-(1-\frac{x}{6}) \times 9 - \frac{x}{6} \times 3 + m_f = 0 \rightarrow$$

$$m_f=9-x, V_f=1 \quad 9 < x < 10.5$$

$$k=9 \rightarrow m_f=0, x=10.5 \rightarrow m_f=-1.5$$

برای به دست آوردن  $V_f, m_f$  در محدوده  $10.5 < x < 15$  از حالت 4 با عکس عملهای مربوطه

استفاده میکنیم:



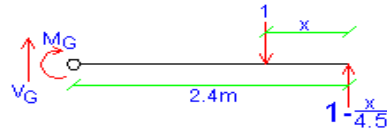
$$\frac{x}{6} \times 9 - \frac{x}{4.5} \times \frac{10.5}{6} \times 3 + m_f = 0 \rightarrow m_f = \frac{-9x}{6 \times 4.5} \rightarrow V_f = \frac{6x}{4.5 \times 6} \dots \dots \dots 0 < x < 4.5$$

$$10.5 < x < 15$$

$$x=0 \rightarrow m_f=0, V_f=0$$

$$x=4.5 \rightarrow m_f=-1.5, V_f=1$$

8) برای به دست آوردن  $m_G, V_G$  نیز دو حالت فرض میکنیم داریم:



$$m_G = -(2.4 - x) + (1 - \frac{x}{4.5}) \times 2.4 \rightarrow m_G = \frac{2.1x}{4.5} \dots \dots \dots V_G = \frac{x}{4.5}$$

$$0 < x < 2.4 \rightarrow x=0 \rightarrow m_G=1.12, V_G=0.53$$

در حالت دوم فرض بار واحد از نقطه G فارغ شده باشد داریم:



$$m_G = (1 - \frac{x}{4.5}) \times 2.4 \dots \dots \dots V_G = -1 + (\frac{x}{4.5})$$

$$2.4 < x < 4.5 \rightarrow x=2.4 \rightarrow m_G=1.12, V_G=0.47$$

$$\rightarrow x=4.5 \rightarrow m_G=0, V_G=0$$

برای به دست آوردن  $m_G, V_G$  در محدوده  $0 < x < 10.5$  داریم:



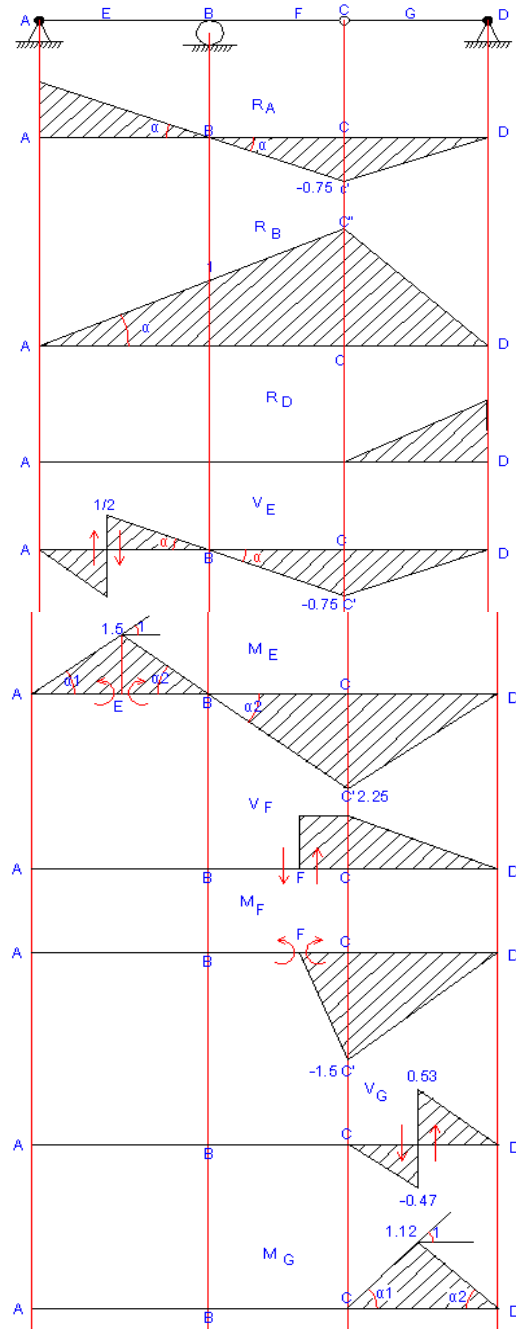
$$V_G=0, m_G=0 \quad 0 < x < 10.5$$

**روش دوم: روش ترسیمی**

$$Tg\alpha = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{6} = \frac{CC'}{4.5} \rightarrow CC' = 0.75$$

$$Tg\alpha = \frac{1}{6} = \frac{CC'}{10.5} \rightarrow CC' = \frac{10.5}{6} = 1.75$$

$$Tg\alpha = \frac{0.5}{3} = \frac{1}{6} = \frac{CC'}{4.5} \rightarrow CC' = 0.75$$



$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1 \rightarrow \frac{2y}{3} = 1 \rightarrow y = \frac{3}{2} = 1.5$$

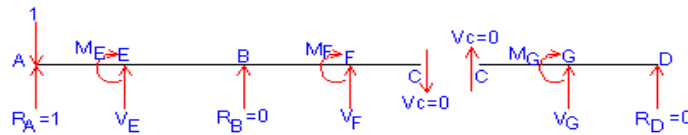
$$1 = \frac{CC'}{1.5} \rightarrow CC' = 1.5 \quad \text{و} \quad Tg \alpha_2 = \frac{1.5}{3} = \frac{1}{2} = \frac{CC'}{4.5} \rightarrow CC' = 2.25$$

$$\frac{x}{2.4} = \frac{1-x}{2.1} \rightarrow x = 0.53 \quad CC' + CC'' = 1, \quad GG' = x$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1 \rightarrow \frac{y}{2.4} + \frac{y}{2.1} = 1 \rightarrow y = 1.12$$

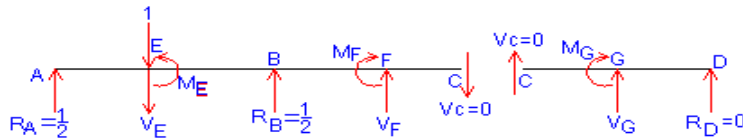
### روش سوم: روش نقطه یابی

(1) بار واحد در نقطه A قرار دارد:



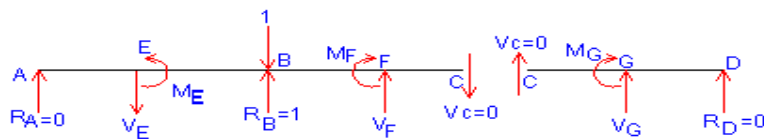
$$m_G=0, \quad R_D=0, \quad V_G=0, \quad m_E=0, \quad V_E=0, \quad R_B=0, \quad m_f=0, \quad V_f=0$$

(2) بار واحد در نقطه E قرار دارد:



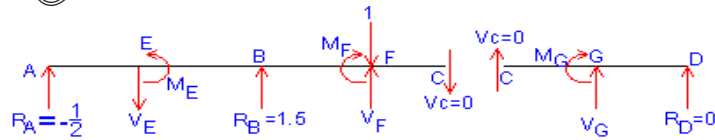
$$m_G=0, \quad R_D=0, \quad V_G=0, \quad m_E=1.5, \quad V_E=-1/2, \quad R_B=0.5, \quad m_f=0, \quad V_f=0, \quad R_A=0.5$$

(3) بار واحد در نقطه B قرار دارد:



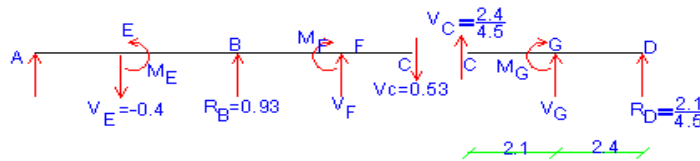
$$m_E=0, \quad V_E=0, \quad R_B=0, \quad V_f=0$$

(4) بار واحد در نقطه F قرار دارد:



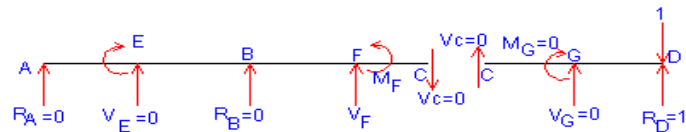
$$m_G=0, R_D=0, V_G=0, m_E=-1.5, V_E=0, m_F=0, V_F=1$$

(5) بار واحد در نقطه G قرار دارد:



$$m_G=2.4, R_D=0.4, V_G=0.53, m_F=-0.8, V_F=0.53, V_C=0.53, m_G=1.12, m_E=-1.2$$

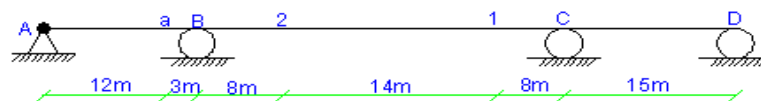
(6) بار واحد در نقطه D قرار دارد:



$$m_G=0, R_D=1, V_G=0, m_E=0, V_C=0, R_B=0, m_F=0, V_F=0, R_A=0, V_E=0$$

### تمرین 3:

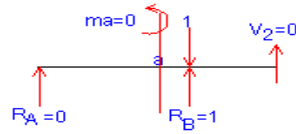
روش اول: روش نقطه یابی:



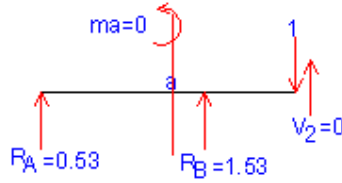
(1) بار واحد در نقطه A قرار دارد:



(2) بار واحد در نقطه B قرار دارد:

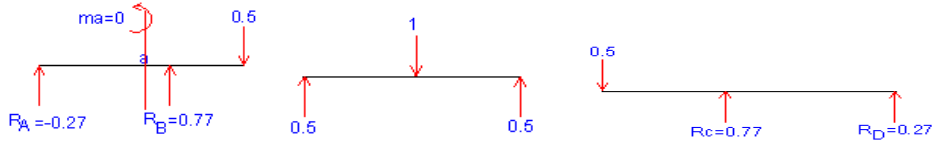


(3) بار واحد در نقطه 2 قرار دارد:



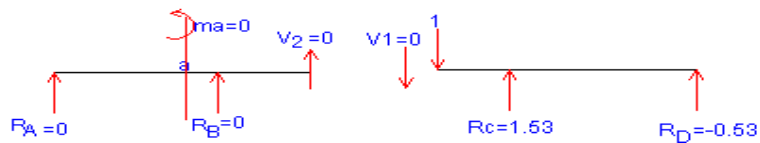
$$m_a = -0.53 \times 12 = -6.36$$

(4) بار واحد بین دو نقطه 1 و 2 قرار دارد:



$$m_a = -0.27 \times 12 = -3.24$$

(5) بار واحد در نقطه 1 قرار دارد:



$$m_a = 0$$

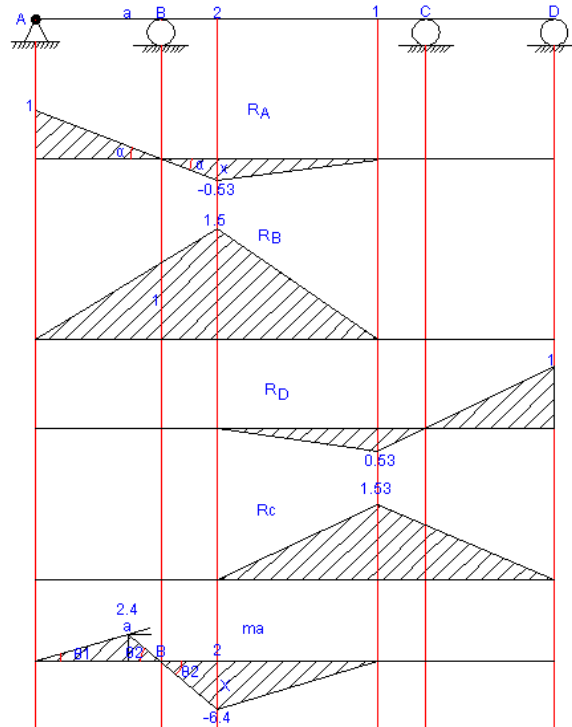
(6) بار واحد در نقطه C قرار دارد:  $R_A=0, R_B=0, R_C=1, R_D=0$

(7) بار واحد در نقطه D قرار دارد:  $R_A=0, R_B=0, R_C=0, R_D=1$

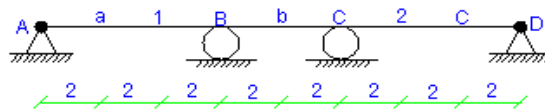
**روش دوم: روش ترسیمی:**

$$1 = \frac{y}{12} + \frac{y}{3} \rightarrow \frac{5y}{12} = 1 \rightarrow y = \frac{12}{5} = 2.4 \quad \text{و} \quad \text{Tg} \alpha = \frac{1}{15} = \frac{x}{8} \rightarrow x = 0.53$$

$$Tg_{\theta 2} = \frac{2.4}{3} = \frac{x}{8} \rightarrow x = 6.4$$

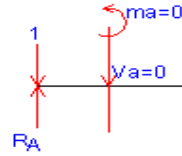


تمرین 4:



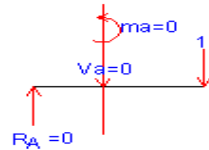
روش اول: نقطه یابی:

(1) بار واحد در نقطه A قرار دارد:

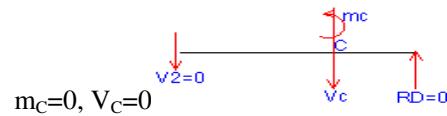


$$V_b=0, R_B=0, R_C=0, V_C=0, R_D=0, m_B=0, m_C=0, m_b=0, m_c=0,$$

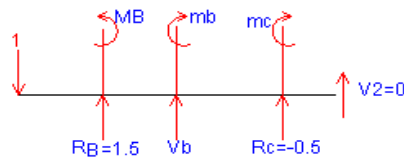
(2) بار واحد در نقطه 1 قرار دارد:



$$m_a=0, V_a=0, R_A=0$$

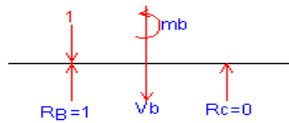


$$m_c=0, V_c=0$$



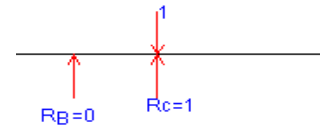
$$V_b=0.5, m_b=1, m_B=-2, m_c=0$$

(3) بار واحد در نقطه B قرار دارد:



$$V_b=0, R_D=0, V_C=0, R_A=0, m_B=0, m_C=0, m_b=0, m_c=0$$

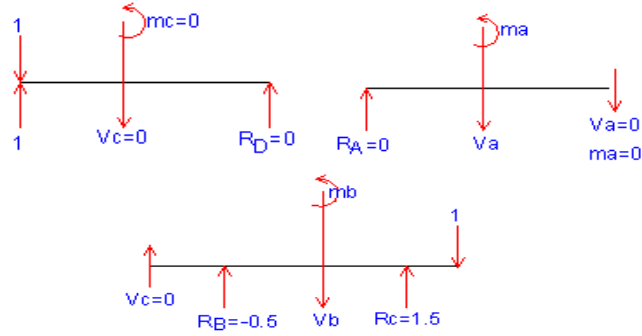
(4) بار واحد در نقطه C قرار دارد:



$$V_b=0, R_D=0, V_C=0, R_A=0, m_B=0, m_C=0, R_B=0$$

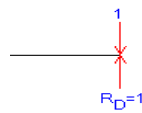
(5) بار واحد در نقطه 2 قرار دارد:





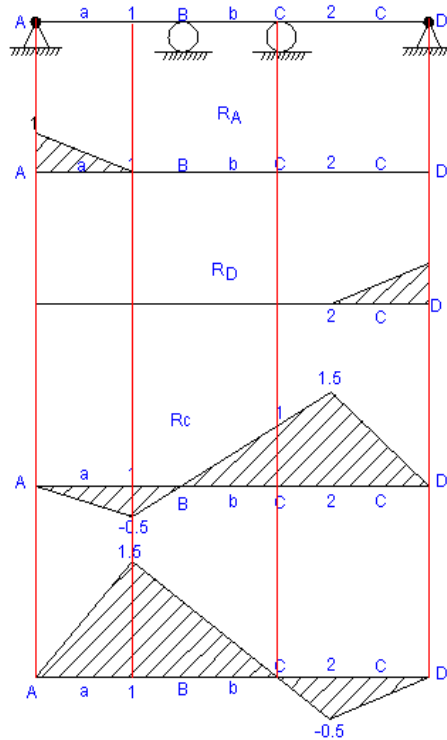
$V_b = -0.5, m_C = -2, m_b = -1, m_B = 0$

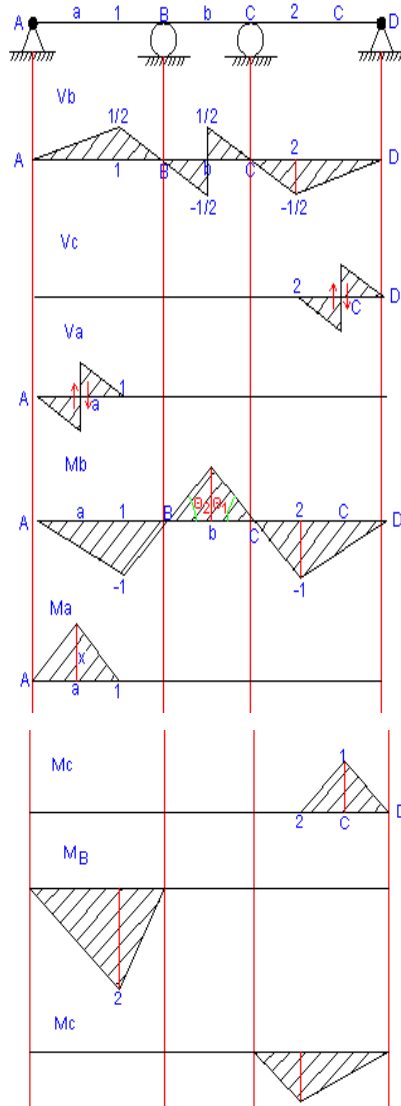
(6) بار واحد در نقطه D قرار دارد:



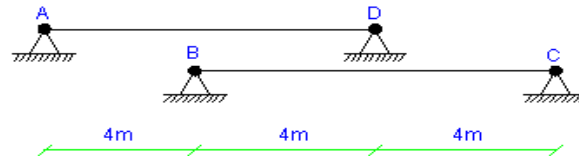
$R_A = 0, R_B = 0, R_D = 1, R_C = 0$

**روش دوم: روش ترسیمی:**



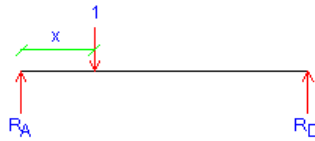


تمرین 5:



روش اول: بار واحد:

(2) بار واحد بين A,D ميباشد:



$$\frac{x}{6} + \sum M_D = 0 \rightarrow -R_A \times 8 + 8 - x = 0 \rightarrow R_A = 1 - \frac{x}{6}$$

$$\frac{x}{8} + \sum F_Y = 0 \rightarrow R_D =$$

$$0 < x < 8 \rightarrow x=0 \rightarrow R_A=1, R_D=0$$

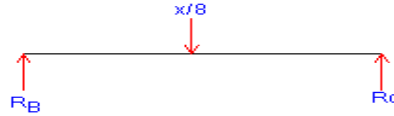
$$\searrow x=8 \rightarrow R_A=0, R_D=1$$

(2) بار واحد از موقعيت A,D خارج شده:



$$+\sum M_A = 0 \rightarrow R_D = 0, R_A = 0 \quad 8 < x < 12$$

(3) بار واحد بين A,D قرار دارد:



$$M_B = 0 \rightarrow R_C \times 8 = \frac{x}{8} \times 4 \rightarrow R_C = \frac{x}{16} + \sum U$$

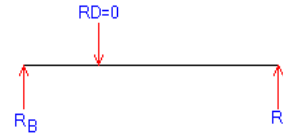
$$\frac{x}{16} \dots \dots 0 < x < 8 \quad R_B =$$

$$x=0 \rightarrow R_B=0, R_C=0$$

$$\frac{1}{2}, R_C = \frac{1}{2} \quad x=8 \rightarrow R_B =$$

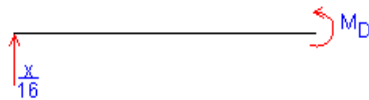
(4) بار واحد از موقعیت A,D خارج شده است.

یعنی بین B,C قرار دارد.



$$R_B=0, R_C=0$$

(5) بار بین A,D قرار دارد.  $0 < x < 8$



$$\frac{x}{4} + \sum M_D = 0 \rightarrow m_D =$$

$$x=0 \rightarrow m_D=0$$

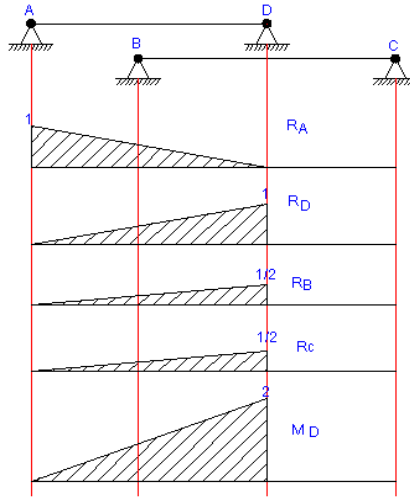
$$x=8 \rightarrow m_D=2$$

(6) بار واحد از موقعیت A,D خارج شده.  $8 < x < 12$



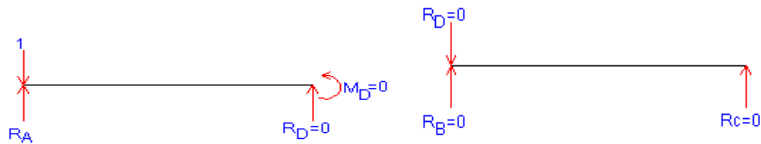
$$m_D=0$$

روش دوم: روش ترسیمی:

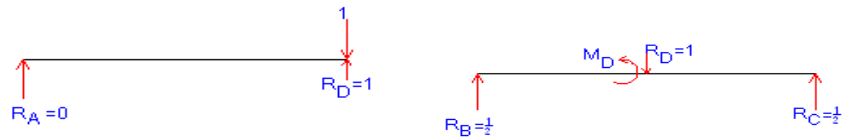


روش سوم: روش نقطه یابی:

(1) بار واحد در نقطه A وارد میشود:

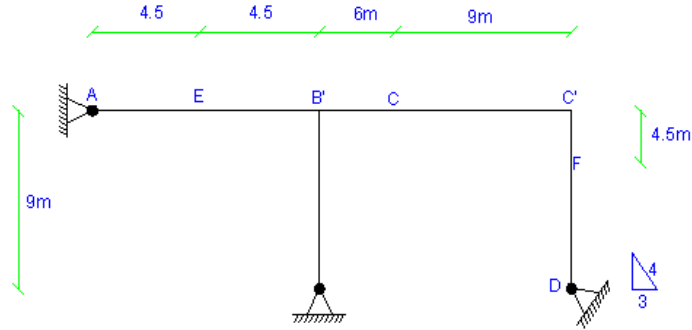


(2) بار واحد در نقطه D وارد میشود:



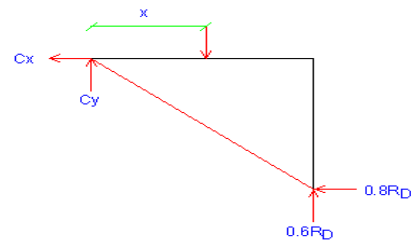
$$\frac{1}{2}, R_C = \frac{1}{2}, m_D = 2, R_B =$$

مسئله شماره 6 صفحه 210:



1) روش اول روش بار واحد:

1) حالت اول: بار واحد بین C, C' قرار دارد داریم:



$$+\circlearrowleft \sum M_C = 0 \rightarrow -0.8R_D \times 9 + 0.6R_D \times 9 + x = 0$$

$$\rightarrow R_D = \frac{-x}{8} \dots \dots \dots 0 < x < 9$$

نقطه شروع نقطه C

نقطه C  $x=0 \rightarrow R_D=0$

نقطه C'  $x=9 \rightarrow R_D=-5$

$$F_y = 0 \rightarrow C_y = \frac{0.6x}{1.8} + 1 + \uparrow \sum$$

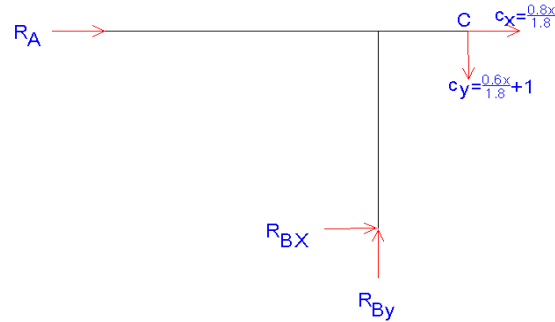
$$F_x = 0 \rightarrow C_x = \frac{0.8x}{1.8} + \uparrow \sum$$

حالت دوم: بار واحد فارغ از محدوده C, C' قرار دارد داریم:

نقطه شروع نقطه A  $+\circlearrowleft \sum M_C = 0 \rightarrow R_D = 0 \quad 0 < X < 15$

2) حالت اول:

بار واحد خارج از A, C قرار دارد ( $0 < x < 9$ ) نقطه شروع نقطه C:

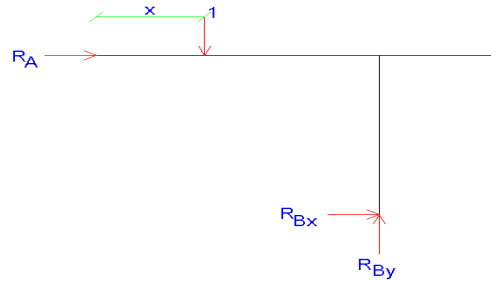


$$M_B = 0 \rightarrow -R_A \times 9 - \left(\frac{0.6x}{1.8} + 1\right) \times 6 - \left(\frac{0.8x \times 9}{1.8}\right) = 0 + \sum \mathcal{U}$$

$$\frac{-2}{3}x - \frac{2}{3} \dots \dots \dots 0 < x < 4 \quad R_A = \quad \text{(از نقطه C)}$$

$$, \quad x=9 \rightarrow R_A = 0.7 \quad X=0 \rightarrow R_A =$$

حالت دوم: بار واحد در محدوده A, C قرار دارد ( $0 < x < 15$ ) نقطه شروع نقطه A:



$$\frac{x}{9} + \sum M_B = 0 \rightarrow -R_A \times 9 + (9-x) = 0 \rightarrow R_A = 1 - \frac{x}{9}$$

$$X=0 \rightarrow R_A = 1, \quad x=15 \rightarrow R_A = -0.7, \quad x=9 \rightarrow R_A = 0$$

$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow R_{By} = 1 \quad 0 < x < 15$$

$$-1 \quad 0 < x < 15 \quad \frac{x}{9} + \sum F_X = 0 \rightarrow R_{Bx} =$$

$$x=0 \rightarrow R_{Bx} = -1$$

$$x=9 \rightarrow R_{Bx} = 0$$

$$x=15 \rightarrow R_{Bx} = 0.7$$

به دست آوردن  $R_B$  در صورتیکه بار واحد در فارج از محدوده A,C باشد ( $0 < x < 9$ ) نقطه شروع

نقطه C مانند حالت 2 (حالت اول):

(از نقطه C)

$$F_x = 0 \rightarrow R_{Bx} - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + \left(\frac{0.8x}{1.8}\right) = 0 \rightarrow R_{Bx} = \left(\frac{0.4x}{1.8} + \frac{2}{3}\right) \dots \dots \dots 0 < x < 9 \dots \dots \dots + \rightarrow \Sigma$$

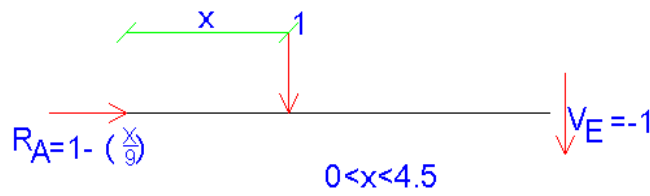
$$x=0 \rightarrow R_{Bx}=0.7, \quad x=9 \rightarrow R_{Bx}=2.7$$

$$\frac{0.6x}{1.8} + \uparrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow R_{By} = 1 +$$

$$x=0 \rightarrow R_{By}=1, \quad x=9 \rightarrow R_{By}=4$$

$$0 < x < 4.5$$

3) حالت اول: بار واحد بین A,E قرار دارد:



$$4.5 < x < 24$$

حالت دوم: بار واحد از نقطه E رد شده است:



4- حالت اول: بار واحد بین C,C' قرار دارد:



$$V_f = \frac{-0.8x}{1.8} \dots \dots \dots 0 < x < 4$$

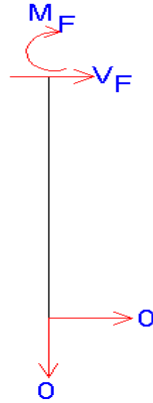
$$x=0 \rightarrow V_f=0, \quad x=9 \rightarrow V_f=-4$$



$$-m_f + \frac{(0.8x \times 4.5)}{1.8} = 0 \rightarrow \frac{-3.6x}{1.8} = -2x \rightarrow m_f = -2x \dots 0 < x < 9$$

$$x=0 \rightarrow m_f=0, \quad x=9 \rightarrow m_f=18$$

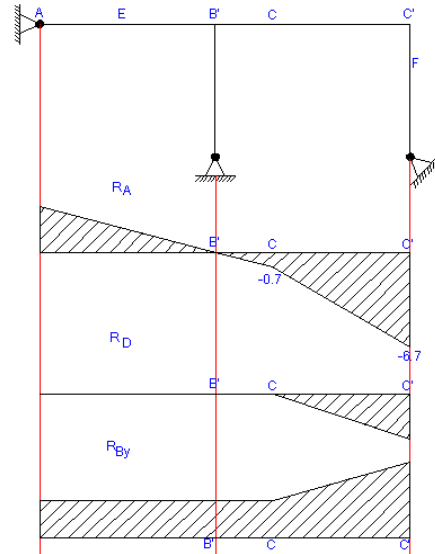
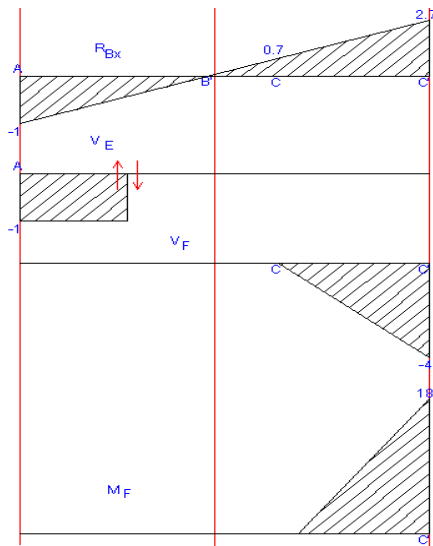
حالت دوم: بار واحد بین A,C قرار دارد داریم:



$$V_f=0, \quad 0 < x < 15$$

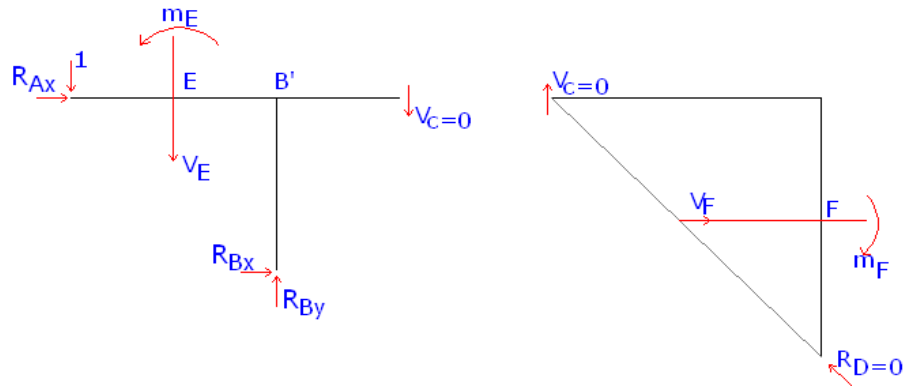
$$m_f=0$$

روش دوم: روش ترسیمی:



روش سوم: روش نقطه یابی

1- بار واحد در نقطه A قرار دارد:



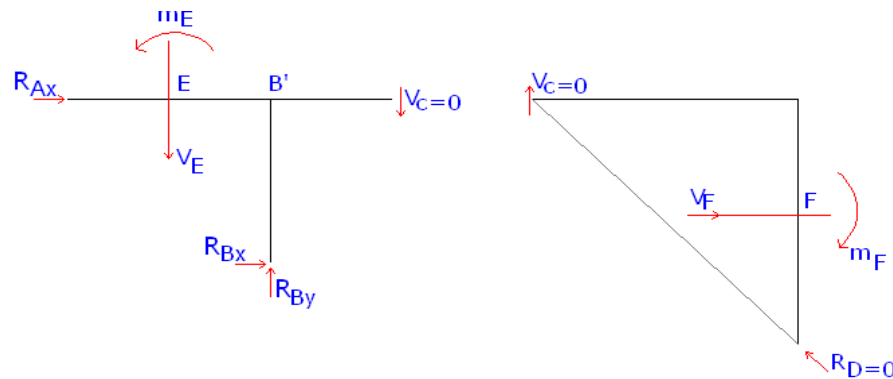
$$\sum^+ M_C = 0 \Rightarrow R_D = 0 \rightarrow V_C = 0$$

$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow -R_{Ax} * 9 + 1 * 9 = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 1 \Rightarrow R_{Ax} = 1$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_{By} = 1, \sum f_x = 0 \Rightarrow R_{Bx} = -1$$

$$\sum^+ m_f = 0 \Rightarrow m_f = 0, V_f = 0, m_E = -4.5, V_E = -1$$

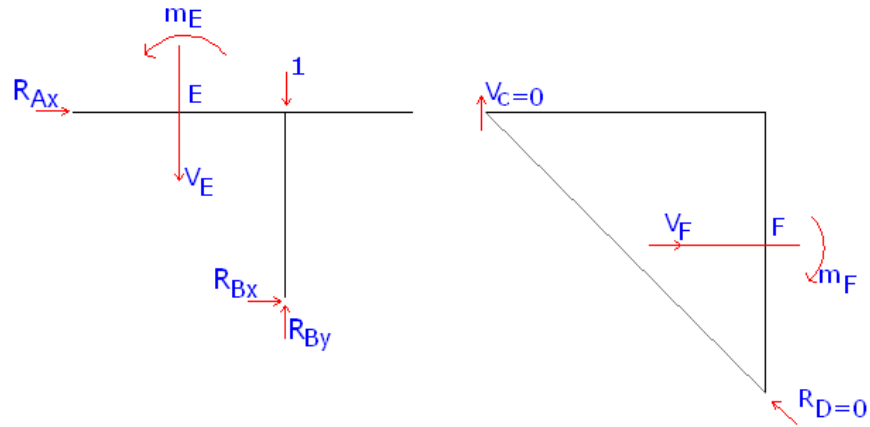
2- بار واحد در نقطه E قرار دارد:



$$\sum^+ m_B = 0 \Rightarrow -R_A * 9 + 4.5 = 0 \Rightarrow R_A = \frac{1}{2}$$

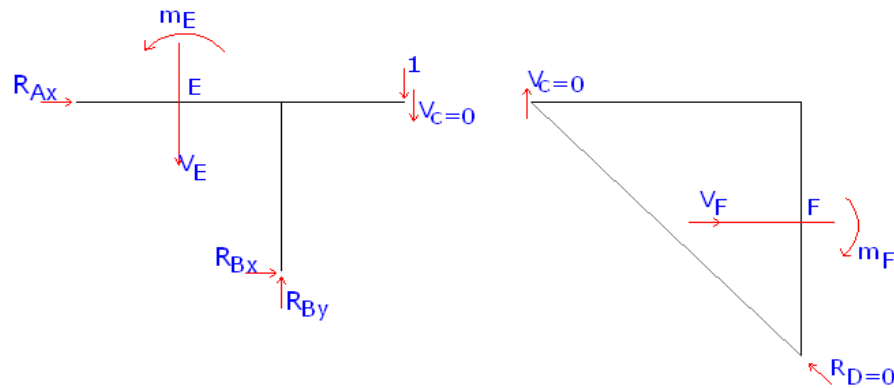
$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_{Bx} = -\frac{1}{2}, R_{By} = 1, m_E = 0, m_f = 0, V_f = 0, V_E = -1, R_D = 0$$

3- بار واحد در بالای نقطه B قرار دارد (در نقطه B')



$$\sum^+ m_B = 0 \Rightarrow R_A = 0, m_f = 0, V_f = 0, R_{By} = 1, R_{Bx} = 0, V_E = 0, m_E = 0, R_D = 0$$

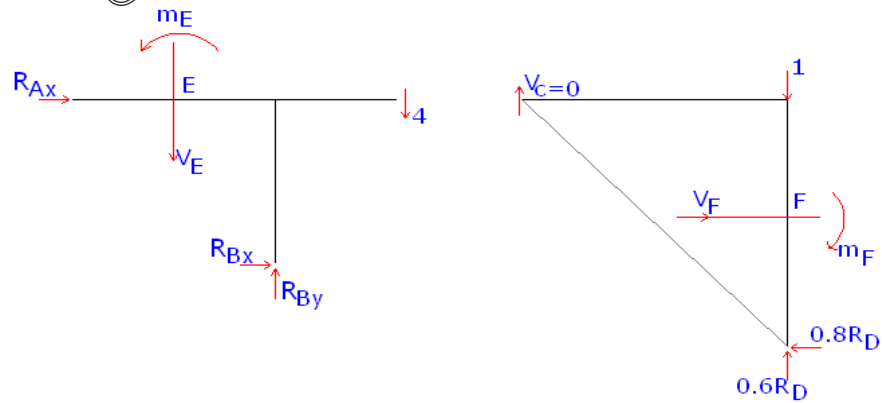
4- بار واحد در نقطه C قرار دارد:



$$R_{Bx} = 0.7, R_{By} = 1, m_E = 0, m_f = 0, V_f = 0, V_E = 0, R_D = 0$$

$$\sum^+ m_B = 0 \Rightarrow -R_A * 9 - 1 * 6 = 0 \Rightarrow R_A = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3} = -0.7$$

5- بار واحد در نقطه C' قرار دارد:



$$\sum^+ M_C = 0 \Rightarrow -1 \cdot 9 - 0.8R_D \cdot 9 + 0.6R_D \cdot 9 = 0 \Rightarrow 9 = -1.8R_D \Rightarrow R_D = -5$$

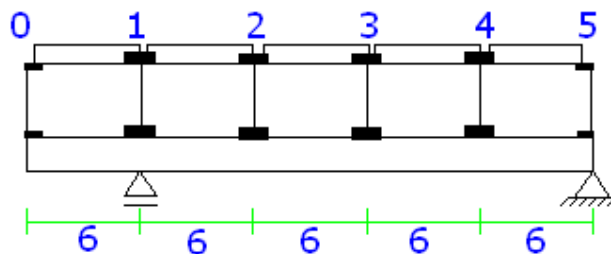
$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow V_C - 1 - 0.6 \cdot 5 = 0 \Rightarrow V_C = 4$$

$$m_f = 0.8 \cdot 5 \cdot 4.5 = 18, V_f = -4$$

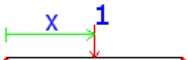
$$\sum^+ m_B = 0 \Rightarrow -4 \cdot 6 - R_A \cdot 9 = 0 \Rightarrow R_A = 2.7$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_{By} = 4, R_{Bx} = -2.7$$

تمرین 9



روش اول



$$R_0 = 1 - \frac{x}{6} \quad R_1 = \frac{x}{6} \quad 0 < x < 6 \quad -1$$

$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow R_A = \frac{30 - x}{24} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_A = 1.25 \\ x = 6 \Rightarrow R_A = 1 \end{cases}$$

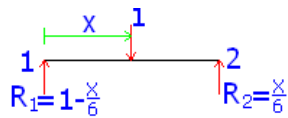


$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_B = -\frac{1}{4} = -0.25 \\ x = 6 \Rightarrow R_B = 0 \end{cases} + \uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_B = \frac{x - 6}{24}$$



$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow V_{1-2} = \frac{1}{4} = 0.25 \\ x = 6 \Rightarrow V_{1-2} = 0 \end{cases} V_{1-2} = \frac{6 - x}{24} \Rightarrow$$

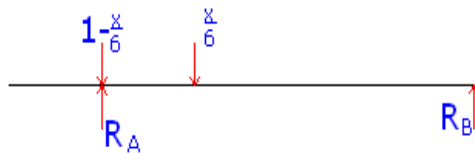
2- شروع از نقطه 1 پانل (در فرمول قرار داده)



$$0 < x < 6$$

شروع از ابتدای پانل (در فرمول قرار نداده)

$$6 < x < 12$$



$$\rightarrow x = 0 \Rightarrow R_A = 1$$

$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow -R_A * 24 + (1 - \frac{x}{6}) * 24 + \frac{x}{6} * 18 = 0 \Rightarrow R_A = \frac{24 - x}{24} \Rightarrow$$

$$\rightarrow x = 6 \Rightarrow R_A = 0.75$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_B = 0 \\ x = 6 \Rightarrow R_B = 0.25 \end{cases} + \uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_B = \frac{x}{24} \Rightarrow$$



$0 < x < 6 \rightarrow$  نقطه شروع نقطه 1

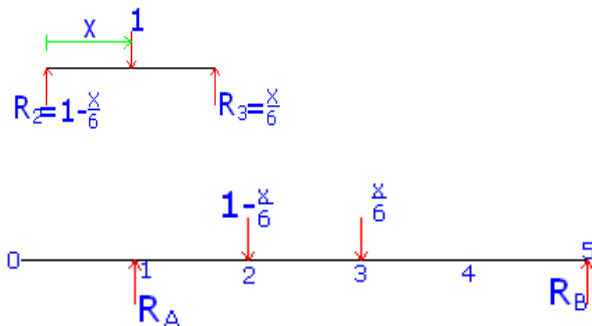
$$+ \uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow V_{1-2} - \frac{x}{6} + \frac{x}{24} = 0 \Rightarrow V_{1-2} = \frac{3x}{24} = \frac{x}{8} \Rightarrow V_{1-2} = \frac{x}{8}$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow V_{1-2} = 0 \\ x = 6 \Rightarrow V_{1-2} = 0.75 \end{cases}$$

3- پانل 2-3

$0 < x < 6$  (نقطه شروع پانل 2) (در فرمول قرار داده)

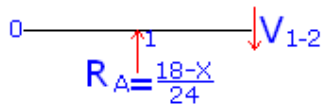
$2 < x < 18$  (نقطه شروع ابتدای تیر) (در فرمول قرار نداده)



$$\sum^+ M_A = 0 \Rightarrow R_B * 24 - (1 - \frac{x}{6}) * 6 - \frac{x}{6} * 12 = 0 \Rightarrow R_B = \frac{6}{24} + \frac{x}{24} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_B = 0.25 \\ x = 6 \Rightarrow R_B = 0.5 \end{cases}$$

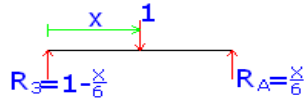
$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_A = 0.75 \\ x = 6 \Rightarrow R_A = 0.5 \end{cases} + \uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_A = \frac{18-x}{24} \Rightarrow$$



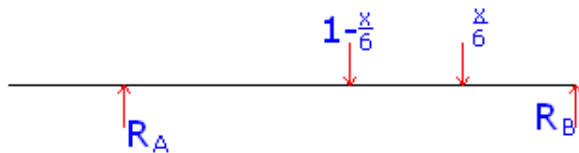
$$V_{1-2} = \frac{18-x}{24} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow V_{1-2} = 0.75 \\ x = 6 \Rightarrow V_{1-2} = 0.5 \end{cases}$$

#### 4- پانل 3-4

(نقطه شروع پانل 3) (در فرمول قرار داده)  $0 < x < 6$



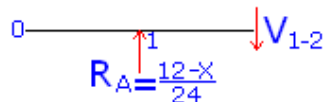
(در فرمول قرار نداده)  $18 < x < 24$



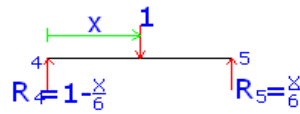
$$\sum^+ M_A = 0 \Rightarrow R_B * 24 = (1 - \frac{x}{6}) * 12 + \frac{x}{6} * 18 \Rightarrow R_B = \frac{x+12}{24} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_B = 0.5 \\ x = 6 \Rightarrow R_B = 0.75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_A = 0.5 \\ x = 6 \Rightarrow R_A = 0.25 \end{cases} + \uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_A = \frac{12-x}{24} \Rightarrow$$



$$V_{1-2} = \frac{12-x}{24} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow V_{1-2} = 0.5 \\ x=6 \Rightarrow V_{1-2} = 0.25 \end{cases}$$

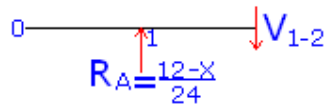


$$0 < x < 6 \quad \text{پائل 4-5}$$



$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow R_A = 0.25 \\ x=6 \Rightarrow R_A = 0 \end{cases} \quad \sum M_B = 0 \Rightarrow R_A * 24 = (1 - \frac{x}{6}) * 6 \Rightarrow R_A = \frac{1}{4} - \frac{x}{24} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow R_B = 0.75 \\ x=6 \Rightarrow R_B = 1 \end{cases} \quad + \uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_B = \frac{x}{24} + \frac{3}{4} \Rightarrow$$



$$V_{1-2} = \frac{12-x}{24} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow V_{1-2} = 0.5 \\ x=6 \Rightarrow V_{1-2} = 0.25 \end{cases}$$

### روش دوم: روش ترسیمی:

نقطه A مرکز نمی کند پس شیب خط بین نقطه 2-5 باید از شیب خط نقطه 1-0 تبعیت

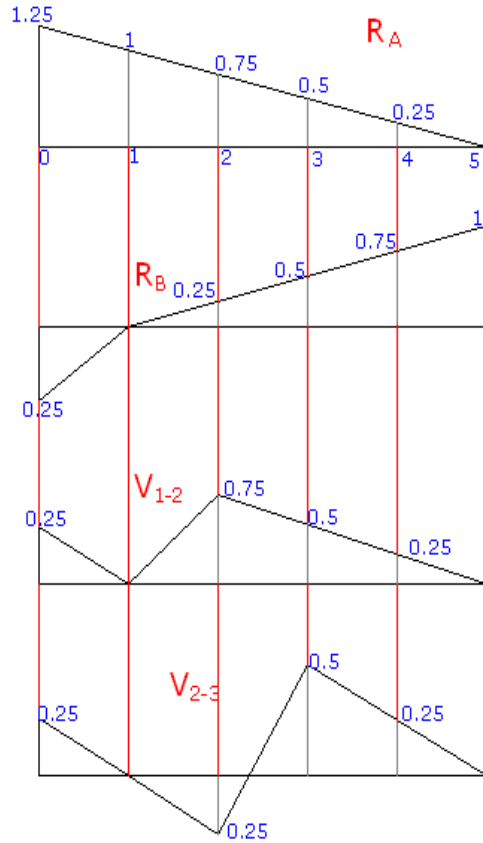
کند لذا داریم:

$$\frac{y+x}{x} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3+1}{1} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{\text{فاصله}}{\text{فاصله}} \frac{(2-5)}{(0-1)} \Rightarrow \begin{cases} x=0.25 \\ y=0.75 \end{cases}$$

نقطه 2 و 3 مرکز نکرده ابتدا خط تأثیر تیر اصلی را رسم می نمائیم و سپس نقطه 2 و 3 را

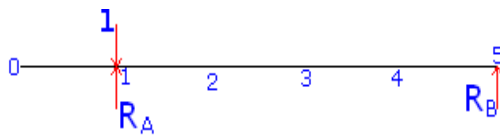
به هم متصل می کنیم.



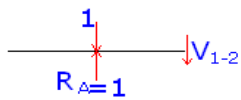


روش سوم: روش نقطه یابی:

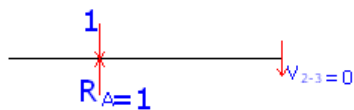
1- بار واحد در نقطه 1 تاثیر می کند:



$$\begin{cases} R_A = 1 \\ R_B = 0 \end{cases} \leftarrow \sum m_B = 0 \Rightarrow$$

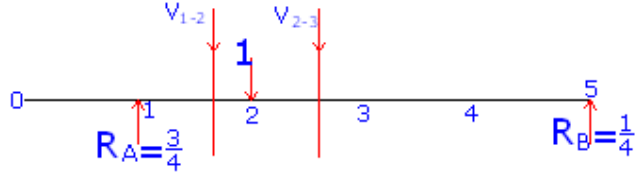


$$+ \uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow V_{1-2} = 0 \quad \text{در نقطه 1}$$



در نقطه 1

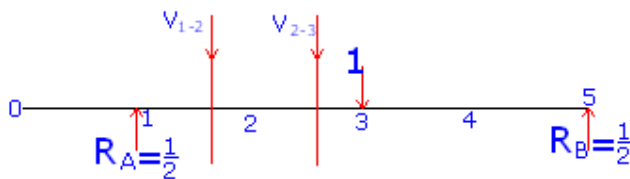
2- بار واحد در نقطه 2 تاثیر می کند:



در نقطه 2  $R_A = 0.75, R_B = 0.25$

در نقطه 2  $V_{1-2} = 0.75, V_{2-3} = 0.25$

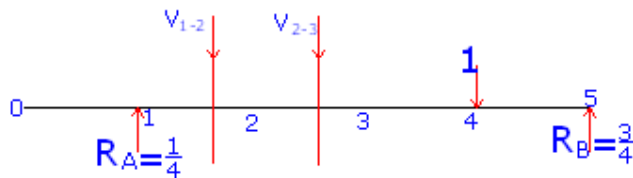
3- بار واحد در نقطه 3 تاثیر می کند:



در نقطه 3  $R_A = 0.5, R_B = 0.5$

در نقطه 3  $V_{1-2} = 0.5, V_{2-3} = 0.5$

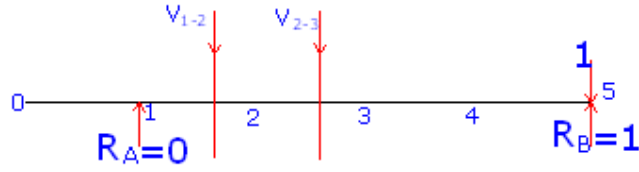
4- بار واحد در نقطه 4 تاثیر می کند:



در نقطه 4  $R_A = \frac{1}{4} = 0.25, R_B = 0.75$

در نقطه 4  $V_{1-2} = 0.25, V_{2-3} = 0.25$

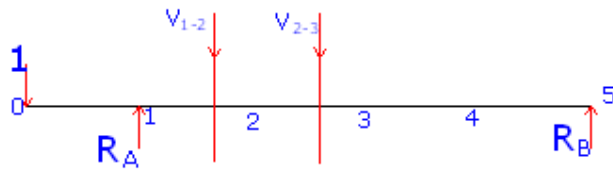
5- بار واحد در نقطه 5 تاثیر می کند:



در نقطه 5  $R_A = 1, R_B = 0$

در نقطه 5  $V_{1-2} = V_{2-3} = 0$

6- بار واحد در نقطه 0 تاثیر می کند:



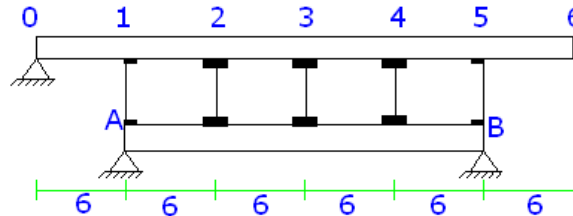
$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow -R_A * 4 = -1 * 5 \Rightarrow R_A = \frac{5}{4} = 1.25$$

در نقطه 0  $R_B = -0.25$

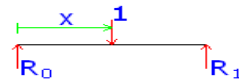
در نقطه 0  $V_{1-2} = V_{2-3} = 0.25$

تمرین 10

روش اول: روش بار واحد:



1- بار واحد در محدوده  $0 < x < 6$  (از ابتدای تیر) قرار دارد داریم:



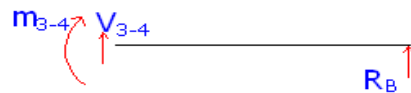
$$\sum^+ M_1 = 0 \Rightarrow -R_0 * 6 + 1 * (6 - X) = 0 \Rightarrow R_0 = 1 - \frac{x}{6}$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{x}{6}$$



$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow R_A = \frac{x}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_A = 0 \\ x = 6 \Rightarrow R_A = 1 \end{cases} \quad 0 < x < 6$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_B = 0$$

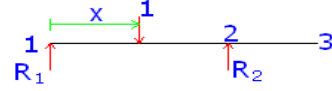


$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow V_{3-4} = 0, m_{3-4} = 0 \quad 0 < x < 6$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow V_{2-3} = 0$$

2- بار واحد بین محدوده  $6 < x < 18$  (از ابتدای تیر) قرار دارد داریم :

$(0 < x < 12)$  در فرمول قرار داده



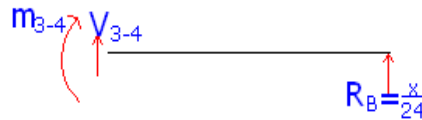
$$\sum^+ M_2 = 0 \Rightarrow R_1 = 1 - \frac{x}{6}$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_2 = \frac{x}{6}$$



$$\begin{cases} R_A = -\frac{x}{24} + 1 \\ R_B = \frac{x}{24} \end{cases} \quad \sum^+ M_B = 0 \Rightarrow R_A * 24 = \frac{x}{6} * 18 + (1 - \frac{x}{6}) * 24 \Rightarrow 6 < x < 12$$

$$\begin{cases} x = 6 \Rightarrow R_A = 0.25, R_B = 0.75 \\ x = 12 \Rightarrow R_A = 0.5, R_B = 0.5 \end{cases}$$



$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow V_{3-4} + \frac{x}{24} = 0 \Rightarrow V_{3-4} = -\frac{x}{24}$$

$$-m_{3-4} + \frac{x}{24} * 6 = 0 \Rightarrow m_{3-4} = \frac{x}{24}$$

$$\begin{cases} x = 6 \Rightarrow V_{3-4} = -\frac{1}{4} = -0.25, m_{3-4} = 1 \\ x = 12 \Rightarrow V_{3-4} = -0.5, m_{3-4} = 3 \end{cases}$$

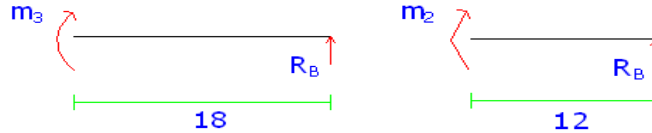


$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow V_{2-3} = -\frac{x}{24} \quad 0 < x < 6 \quad \text{از نقطه 2}$$

از ابتدای تیر  $6 < x < 12$

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow V_{2-3} = 0 \\ x=6 \Rightarrow V_{2-3} = -0.25 \\ x=12 \Rightarrow V_{2-3} = -0.5 \end{cases}$$

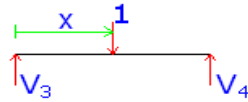
$$-m_2 + \frac{x}{24} * 18 = 0 \Rightarrow m_2 = \frac{9x}{12} = \frac{3x}{4} \Rightarrow m_2 = \frac{3x}{4}$$



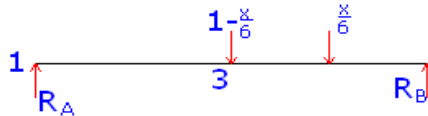
$$m_3 = \frac{x}{24} * 12 = \frac{x}{2} \Rightarrow m_3 = \frac{x}{2}$$

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow m_2 = 0 \\ x=0 \Rightarrow m_3 = 0 \\ x=6 \Rightarrow m_2 = 4.5, m_3 = 3 \\ x=12 \Rightarrow m_2 = 9, m_3 = 6 \end{cases}$$

3- در پانل 3-4 بار واحد قرار دارد



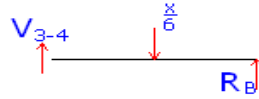
$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow V_3 = 1 - \frac{x}{6}, V_4 = \frac{x}{6} \quad \text{در فرمول } 0 < x < 6$$



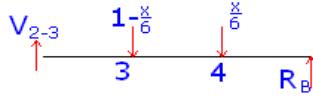
$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow R_A * 24 = \frac{x}{6} * 6 + (1 - \frac{x}{6}) * 12 \Rightarrow R_A = \frac{1}{2} - \frac{x}{24} \quad 0 < x < 6$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_B = \frac{1}{2} - \frac{x}{24}$$

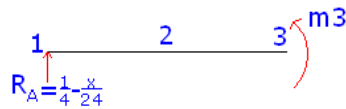
$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow R_A = \frac{1}{2}, R_B = \frac{1}{2} \\ x=12 \Rightarrow R_A = 0.25 \end{cases}$$



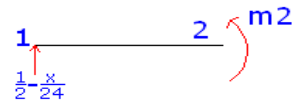
$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow V_{3-4} = -0.5 \\ x=6 \Rightarrow V_{3-4} = 0.25 \end{cases} V_{3-4} = -\frac{1}{2} - \frac{x}{24} + \frac{x}{6} \Rightarrow V_{3-4} = -\frac{1}{2} + \frac{x}{8} \Rightarrow$$



$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow V_{2-3} = 0.5 \\ x=6 \Rightarrow V_{2-3} = 0.25 \end{cases} V_{2-3} - 1 + \frac{1}{2} + \frac{x}{24} = 0 \Rightarrow V_{2-3} = \frac{1}{2} - \frac{x}{24} \Rightarrow$$

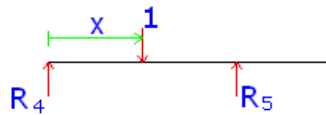


$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow m_3 = 6 \\ x=6 \Rightarrow m_3 = 3 \end{cases} m_3 = 12\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{24}\right) \rightarrow m_3 = 6 - \frac{x}{2} \Rightarrow$$



$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow m_2 = 3 \\ x=6 \Rightarrow m_2 = 1.5 \end{cases} m_2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{24}\right) * 6 \rightarrow m_2 = 3 - \frac{x}{4} \Rightarrow$$

4- بار واحد در محدوده پانل 4-6 حرکت می کند:



$$R_4 = 1 - \frac{x}{6}, R_5 = \frac{x}{6}$$

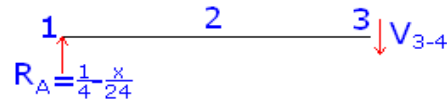
در فرمول  $0 < x < 12$



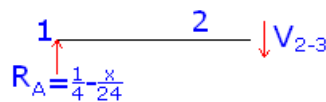
$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow R_A * 24 = (1 - \frac{x}{6}) * 6 \Rightarrow R_A = \frac{1}{4} - \frac{x}{24}$$

از ابتدای تیر  $18 < x < 36$

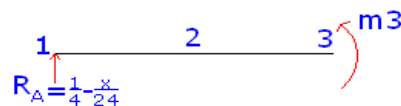
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_A = 0.25 \\ x = 6 \Rightarrow R_A = 0 \\ x = 12 \Rightarrow R_A = -0.25 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow V_{3-4} = 0.25 \\ x = 6 \Rightarrow V_{3-4} = 0 \\ x = 12 \Rightarrow V_{3-4} = -0.25 \end{cases} \quad V_{3-4} = \frac{1}{4} - \frac{x}{24}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow V_{2-3} = 0.25 \\ x = 6 \Rightarrow V_{2-3} = 0 \\ x = 12 \Rightarrow V_{2-3} = -0.25 \end{cases} \quad V_{2-3} = \frac{1}{4} - \frac{x}{24}$$



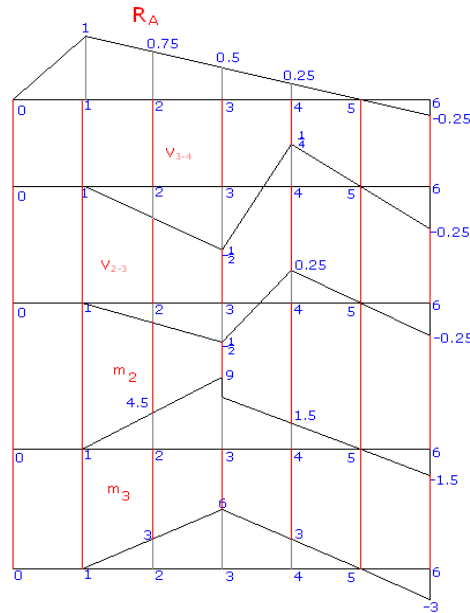
$$m_2 = (\frac{1}{4} - \frac{x}{24}) * 6 \rightarrow m_2 = \frac{3}{2} - \frac{x}{4}$$

$$m_3 = 12(\frac{1}{4} - \frac{x}{24}) \rightarrow m_3 = 3 - \frac{x}{2}$$



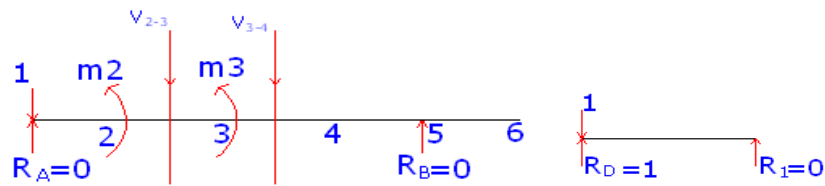
$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow m_3 = 3, m_2 = 1.5 \\ x=6 \Rightarrow m_3 = 0, m_2 = 0 \\ x=12 \Rightarrow m_3 = -3, m_2 = -1.5 \end{cases}$$

روش دوم: روش ترسیمی:



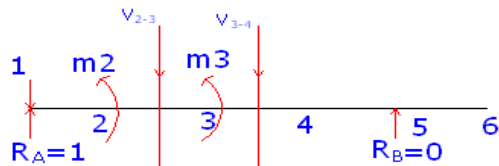
روش سوم: روش نقطه یابی:

1- بار واحد در نقطه 0 اثر می کند:



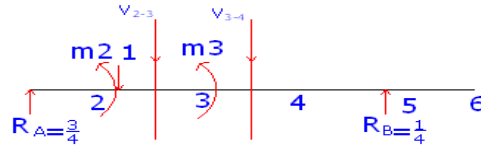
$$m_2 = 0, m_3 = 0, V_{2-3} = 0, V_{3-4} = 0, R_A = 0, R_B = 0$$

2- بار واحد در نقطه 1 اثر می کند:



$$m_2 = 0, m_3 = 0, V_{2-3} = 0, V_{3-4} = 0, R_A = 1, R_B = 0$$

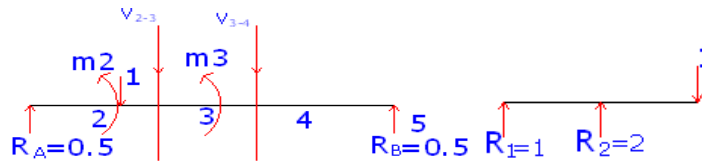
3- بار واحد در نقطه 2 اثر می کند:



$$m_2 = 4.5, m_3 = 3, V_{2-3} = 0.25, V_{3-4} = 0.25, R_A = 0.75, R_B = 0.25$$

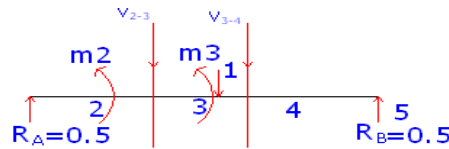
4- بار واحد در نقطه 0 اثر می کند:

حالت اول: بار واحد در سمت چپ نقطه 3 تأثیر می کند:



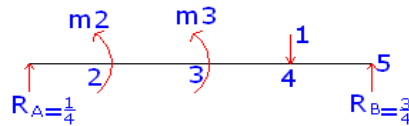
$$m_2 = 9, m_3 = 6, V_{2-3} = -0.5, V_{3-4} = -0.5, R_A = 0.5, R_B = 0.5$$

حالت دوم:



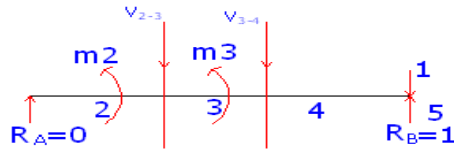
$$m_2 = 3, m_3 = 6, V_{2-3} = 0.5, V_{3-4} = 0.5, R_A = 0.5, R_B = 0.5$$

5- بار واحد در نقطه 4 اثر می کند:



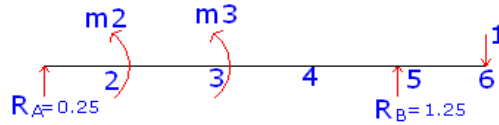
$$m_2 = 1.5, m_3 = 3, V_{2-3} = 0.25, V_{3-4} = 0.25, R_A = 0.25, R_B = 0.75$$

6- بار واحد در نقطه 5 اثر می کند:



$$m_2 = 0, m_3 = 0, V_{2-3} = 0, V_{3-4} = 0, R_A = 0, R_B = 1$$

7- بار واحد در نقطه 6 اثر می کند:

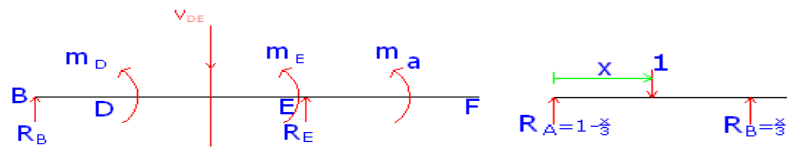


$$m_2 = -1.5, m_3 = -3, V_{2-3} = -0.25, V_{3-4} = -0.25, R_A = -0.25, R_B = 1.25$$

## تمرین 11

روش اول: روش بار واحد:

1- بار واحد بین A و C قرار دارد داریم:



$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow R_E = 0$$

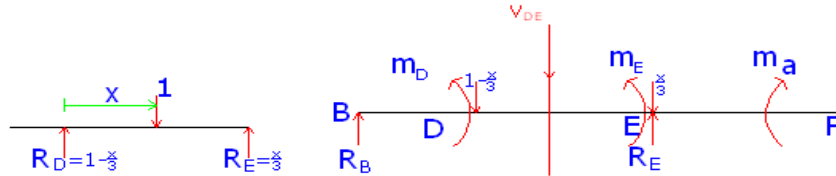
$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_B = \frac{x}{3}$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_B = 0, R_E = 0 \\ x = 3 \Rightarrow R_B = 1, R_E = 0 \\ x = 12 \Rightarrow R_B = 1.5, R_E = 0 \end{cases}$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow V_{DE} = 0 \quad \text{و} \quad \overset{+}{\sum} M_D = 0 \Rightarrow M_D = 0$$

$$\overset{+}{\sum} M_E = 0 \Rightarrow M_E = 0 \quad \text{و} \quad \overset{+}{\sum} M_a = 0 \Rightarrow M_a = 0$$

2- بار واحد بین پانل C و E قرار دارد:  $0 < x < 3$



$$\overset{+}{\sum} M_E = 0 \Rightarrow -R_B * 6 + (1 - \frac{x}{3}) * 3 = 0 \Rightarrow R_B = \frac{1}{2} - \frac{x}{6}$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow R_E = \frac{1}{2} + \frac{x}{6}$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_B = 0.5, R_E = 0.5 \\ x = 3 \Rightarrow R_B = 0, R_E = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow V_{DE} = -\frac{1}{2} + \uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow V_{DE} = \frac{1}{2} - \frac{x}{6} - 1 + \frac{x}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{x}{6} \\ x = 3 \Rightarrow V_{DE} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow m_D = 1.5 \\ x = 3 \Rightarrow m_D = 0 \end{cases} \quad \overset{+}{\sum} M_D = 0 \Rightarrow m_D = (\frac{1}{2} - \frac{x}{6}) * 3 = \frac{3}{2} - \frac{x}{2} \Rightarrow m_D = \frac{3-x}{2}$$

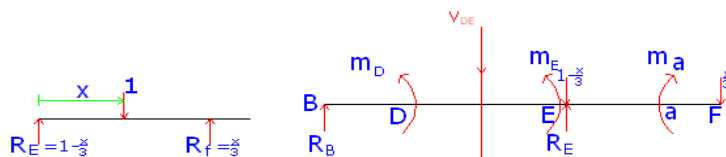
$0 < x < 3$

$$\overset{+}{\sum} M_E = 0 \Rightarrow M_E = (\frac{1}{2} - \frac{x}{6}) * 6 - (1 - \frac{x}{3}) * 3 \Rightarrow M_E = 3 - x - 3 + x \Rightarrow M_E = 0$$

$$\overset{+}{\sum} M_a = 0 \Rightarrow M_a = 0$$

3- بار واحد پانل E و f قرار دارد:

$0 < x < 4.5$



$$\sum^+ M_E = 0 \Rightarrow -R_B * 6 - \frac{x}{3} * 3 = 0 \Rightarrow R_B = -\frac{x}{6}, R_E = 1 + \frac{x}{6}$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow R_B = 0, R_E = 1 \\ x = 3 \Rightarrow R_B = -0.5, R_E = 1.5 \\ x = 4.5 \Rightarrow R_B = -0.75, R_E = 1.75 \end{cases}$$

$$\sum^+ M_D = 0 \Rightarrow M_D + \frac{x}{6} * 3 = 0 \Rightarrow M_D = -\frac{x}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow m_D = 0 \\ x = 3 \Rightarrow m_D = -1.5 \\ x = 4.5 \Rightarrow m_D = -2.25 \end{cases}$$

$$\sum^+ M_E = 0 \Rightarrow M_E + \frac{x}{6} * 6 = 0 \Rightarrow M_E = -x$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow m_E = 0 \\ x = 3 \Rightarrow m_E = -3 \\ x = 4.5 \Rightarrow m_E = -4.5 \end{cases}$$

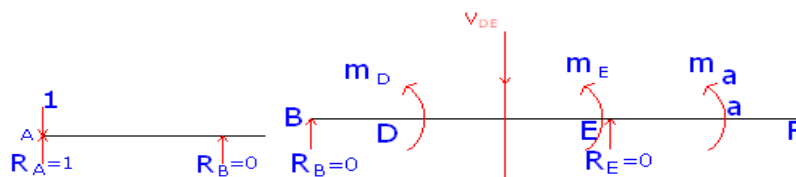
$$\sum^+ M_a = 0 \Rightarrow M_a = -\frac{x}{3} * 1.5 = -\frac{x}{2} \Rightarrow M_a = -\frac{x}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow m_a = 0 \\ x = 3 \Rightarrow m_a = -1.5 \\ x = 4.5 \Rightarrow m_a = -2.25 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow V_{DE} = 0 \\ x = 3 \Rightarrow V_{DE} = -0.5 \\ x = 4.5 \Rightarrow V_{DE} = -0.75 \end{cases} + \uparrow \sum f_y = 0 \Rightarrow V_{DE} = -\frac{x}{6}$$

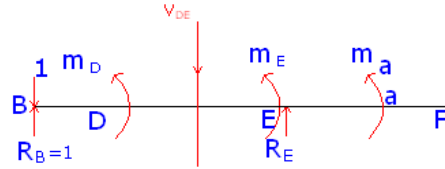
**روش دوم: روش نقطه یابی :**

1- بار واحد در نقطه A قرار دارد:



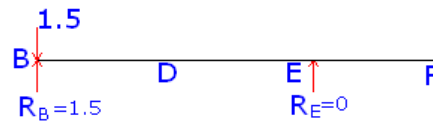
$$m_D = 0, m_E = 0, m_a = 0, V_{DE} = 0, R_E = 0, R_B = 0$$

2- بار واحد در نقطه B قرار دارد:

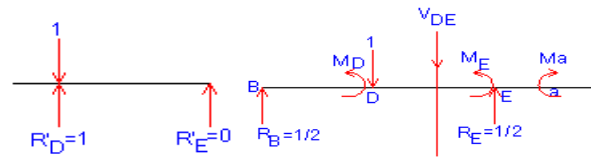


$$m_D = 0, m_E = 0, m_a = 0, V_{DE} = 0, R_E = 0, R_B = 1$$

3- بار واحد در نقطه C قرار دارد:

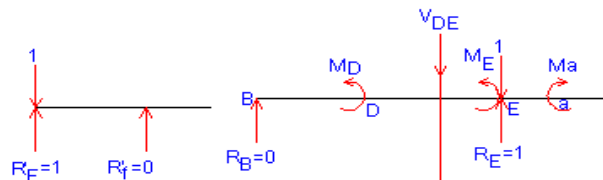


4- بار واحد در نقطه D قرار دارد:



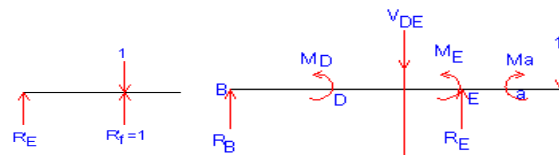
$$R_B = 0.5, R_E = 0.5, m_D = 1.5, m_E = 0, m_a = 0, V_{DE} = -0.5$$

5- بار واحد در نقطه E قرار دارد:



$$R_B = 0, R_E = 1, m_D = 0, m_E = 0, m_a = 0, V_{DE} = 0$$

6- بار واحد در نقطه f قرار دارد:



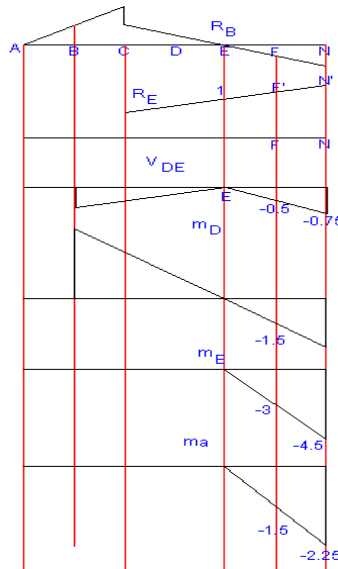
$$R_B = -0.5, R_E = -0.5, m_D = -1.5, m_E = -3, m_a = -1.5, V_{DE} = -0.5$$

**روش سوم: روش ترسیمی**

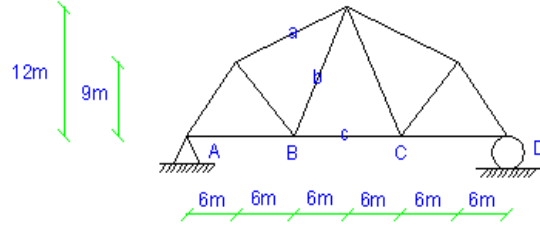
$$Tg \alpha = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{6} = \frac{FF'}{9} \rightarrow FF' = 1.5$$

$$\frac{1}{6} = \frac{NN'}{10.5} \rightarrow NN' = 1.75$$

نقطه D,E نمیتوانند حرکت کنند.



**تمرین 13:**

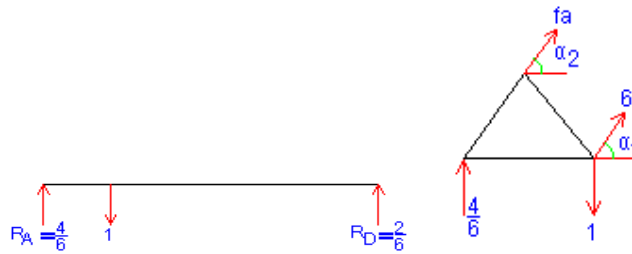


(1) بار واحد در گره A وارد میشود.

$$R_A=1, R_D=0$$

$$F_a=0, F_b=0, F_c=0$$

(2) بار واحد در گره B وارد میشود همراه با برش داریم:



$$\alpha = 63.43 \frac{12}{6} = \text{Tg}^{-1}$$

$$= 14.036 \frac{3}{12} \alpha_2 = \text{Tg}^{-1}$$

$$\times 12 = 0 \frac{4}{6} + \uparrow \sum M_B = 0 \rightarrow -F_a \sin(14.036) \times 6 - F_a \cos(14.036) \times 9 -$$

$$F_a = -0.79 \quad \text{در نقطه B}$$

$$= 0 \rightarrow F_b = -0.53 \frac{4}{6} + \uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow F_b \sin 63.43 - F_a \sin 14.36 +$$

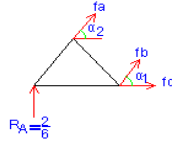
$$+ \rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow -0.79 \cos 14.036 - 0.53 \cos 63.43 + F_c = 0 \rightarrow F_c = 1$$

(3) بار واحد در گره C وارد میشود داریم:



با زدن یک برش در فریا داریم:





$$\alpha = 63.43 \frac{12}{6} = 1 = \text{Tg}^{-1}$$

$$= 14.036 \frac{3}{12} \alpha_2 = \text{Tg}^{-1}$$

$$\times 12 = 0 \frac{2}{6} + \uparrow \sum M_B = 0 \rightarrow -F_a \sin(14.036) \times 6 - F_a \cos(14.036) \times 9 -$$

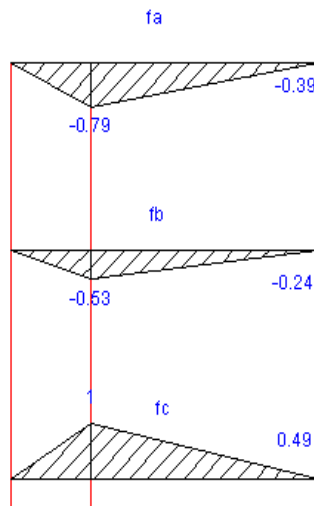
$$F_a = -0.39$$

$$= 0 \rightarrow F_b = -0.24 \frac{2}{6} + \uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow F_b \sin 63.43 - 0.39 \sin 14.36 +$$

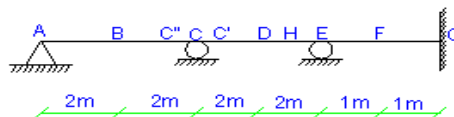
$$+ \rightarrow \sum F_X = 0 \rightarrow -0.39 \cos 14.036 - F_b \cos 63.43 + F_c = 0 \rightarrow F_c = 0.49$$

4 بار واحد به گره D وارد میشود:

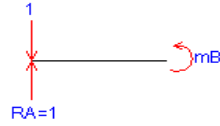
$$R_D = 1, F_a = 0, F_b = 0, F_c = 0, R_A = 0$$



مثال 1:



1- بار واحد در نقطه A قرار دارد:

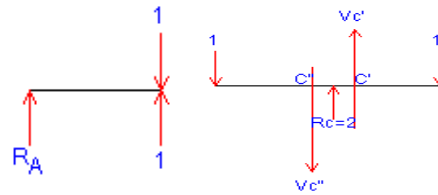


$$R_C=0, R_E=0, R_G=0$$

$$M_B=0, V_H=0, V_C=0$$

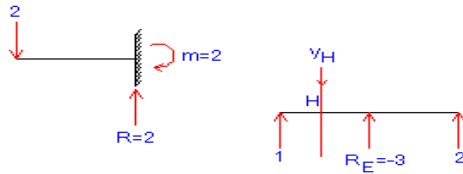
$$V_C=0, V_D=0, m_H=0$$

2- بار واحد در نقطه B قرار دارد:

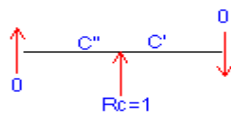


$$V_C=1, V_C=-1$$

$$V_H=1, m_H=1$$

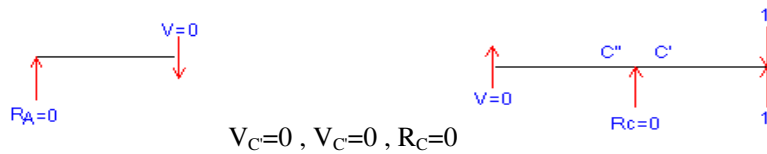


3- بار واحد در نقطه C قرار دارد:

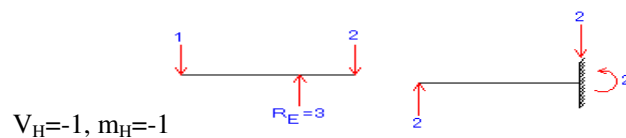


$$R_E=0, R_G=0, M_B=0, V_H=0, V_C=0, V_C=0, m_G=0, R_A=0$$

4- بار واحد در نقطه D قرار دارد:

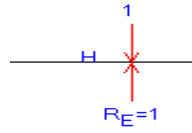


$$V_C=0, V_C=0, R_C=0$$



$$V_H=-1, m_H=-1$$

5- بار واحد در نقطه E قرار دارد:



$$m_C=0, R_G=0, R_C=0, R_A=0$$

$$V_C=0, V_C=0, V_H=0, m_H=0$$

6- بار واحد در نقطه F قرار دارد:

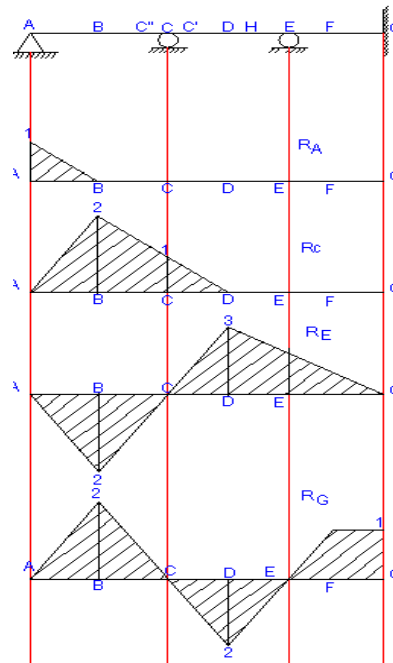


$$R_E=0, R_C=0, R_A=0$$

$$m_H=0, V_H=0, V_C=0, V_C=0$$

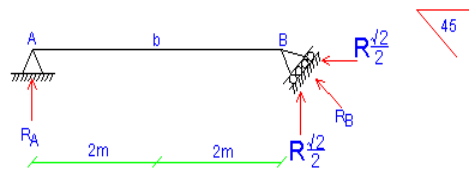
7- بار واحد در نقطه G قرار دارد:

$$m_G=0, R_G=1$$



$$1 = \frac{x}{1} \Rightarrow x = 1$$

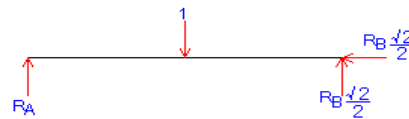
**مثال 2:**



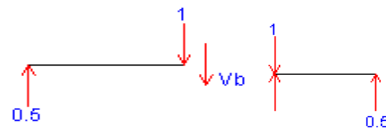
1- بار واحد در نقطه A قرار دارد:

$$R_A=1, V_b=0, R_B=0$$

2- بار واحد در نقطه b قرار دارد:



$$-V_b=1+0.5=0 \rightarrow V_b=-0.5$$

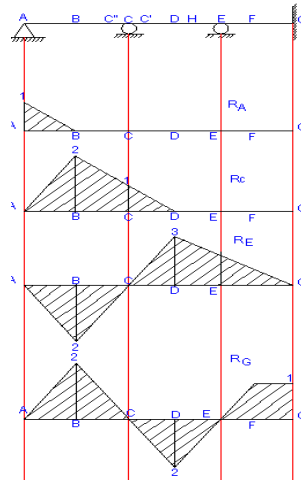


$$V_b-1+0.5=0 \rightarrow V_b=0.5$$

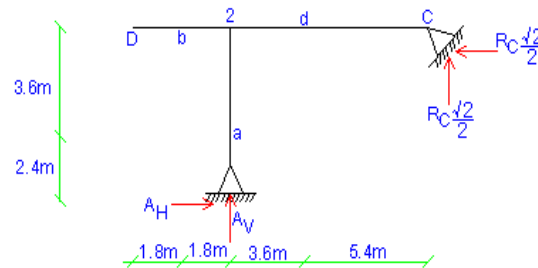
3- بار واحد در نقطه B قرار دارد:



$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \rightarrow (R_B \sqrt{2})/2 = 1 \rightarrow R_B = 1.4, R_A = 0$$



حل مثال صفحه 175:



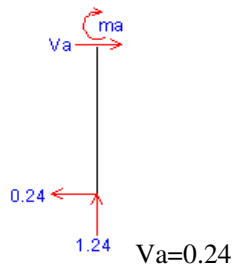
1- بار واحد در نقطه 1 قرار دارد داریم:

$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \rightarrow R_C(\sqrt{2}/2) \times 9 + R_C(\sqrt{2}/2) \times 6 + 1 \times 3.6 = 0$$

$$R_C = -0.34, C_V = 0.24 \downarrow, C_H = 0.24 \rightarrow$$

$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow -1 + 0.24 + A_V = 0 \rightarrow A_V = 1.24 \uparrow$$

$$+\rightarrow \sum F_X = 0 \rightarrow A_H = 0.24 \leftarrow$$



$$m_a = -0.24 \times 2.4 = -0.52 \rightarrow m_a = 0.58$$

در خلاف جهت عقربه های ساعت

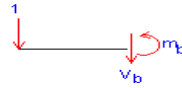


$$V_d = 0.25$$

$$m_d = -0.24 \times 5.4 = -1.3$$

$$m_d = 1.3$$

در خلاف عقربه های ساعت



$$V_b = -1, m_b = -1.8 \rightarrow m_b = 1.8$$

در جهت عقربه های ساعت

2- بار واحد در نقطه 2 قرار دارد:

$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \rightarrow R_C = 0 \rightarrow V_d = 0, A_H = 0, C_H, C_V = 0, m_a = 0, V_a = 0, m_d = 0$$

3- بار واحد در نقطه d قرار دارد:

$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \rightarrow -1 \times 3.6 + R_C(\sqrt{2}/2) \times 9 + R_C(\sqrt{2}/2) \times 6 = 0 \rightarrow (C_V = 0.25 \uparrow+, C_H = 0.25 \rightarrow+)$$

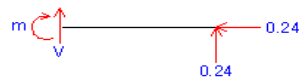
$$A_V = 0.75 \uparrow+, A_H = 0.24 \rightarrow+$$



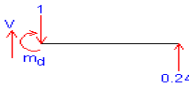
$$V_a = -0.24$$

$$m_a = 0.58$$

در جهت عقربه های ساعت



$$V = 0.24 \downarrow-, m_d = 1.3,$$



$$V - 1 + 0.24 = 0 \rightarrow V = 0.76$$

4- بار واحد در نقطه C وارد میشود:

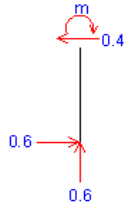
$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \rightarrow -1 \times 9 + R_C(\sqrt{2}/2) \times 9 + R_C(\sqrt{2}/2) \times 6 = 0$$

$$R_C = 0.85 \rightarrow (C_H = 0.6 \leftarrow-, C_V = 0.6 \uparrow+)$$

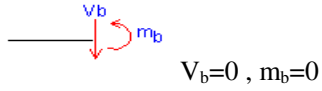


$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow A_V = 0.6 \uparrow+$$

$$\rightarrow \sum F_X = 0 \rightarrow A_H = 0.4 \rightarrow+ V_a = 0.6 \leftarrow-$$



در جهت عقربه های ساعت  $m_a = 1.44$



### حل مثال صفحه 185 کتاب سازه طاحونی:

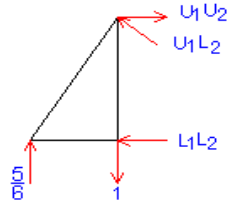
1- بار واحد را به نقطه  $L_0$  وارد میکنیم:

$$RL_0=1, V_{1-2}=0, f_{U1L2}=0, V_{2-3}=0, f_{L2U3}=0, RL_6=0$$

2- بار واحد را به نقطه  $L_1$  وارد میکنیم:

$$\frac{1}{6}, \quad RL_6 = \frac{5}{6} RL_0 =$$

برش 1-1 را در فرپا میزنیم:



$$-1 = 0 \frac{5}{6} + \uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow -V +$$

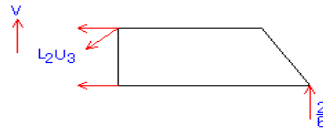
$$\frac{-1}{6} V_{1-2} =$$

3- برای به دست آوردن  $f_{U1L2}$  داریم:

$$-1 = 0 \frac{5}{6} + \uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow f_{U1L2} \cos 45 +$$

$$f_{U2L2} = 0.24 \text{ فشاری}$$

4- برای به دست آوردن  $V_{2-3}$  داریم (بار واحد به گره  $L_2$  وارد میشود)



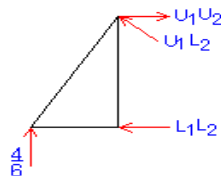
$$\frac{-2}{8} = 0 \rightarrow V = \frac{2}{6} V +$$

5- برای به دست آوردن  $f_{U2L3}$  داریم (بار واحد به گره  $L_2$  وارد میشود):

$$= 0 \frac{2}{6} + \uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow -L_2U_3 \cos 45 +$$

$$f_{L2U3} = 0.47$$

6- بار واحد به گره  $L_2$  وارد میشود داریم:



$$\frac{4}{6} V =$$

$$= 0 \frac{4}{6} + \uparrow \sum F_Y = 0 \rightarrow f_{U1L2} \cos 45 +$$



$$\rightarrow f_{U_{1L_2}} = -0.94$$

$$F_{U_{1L_2}} = 0.94$$

7- بار واحد به گره  $L_3$  وارد میشود داریم:

$$f_{U_{1U_2}} = 0.7 \quad (1) \quad \frac{3}{6} V_{2-3} =$$

$$\times \sqrt{2} \quad (2) \quad \frac{3}{6} E_{L_2U_3} =$$

8- بار واحد به گره  $L_6$  وارد میشود داریم:

$$RL_6 = 1, V_{1-2} = 0, f_{U_{1L_2}} = 0, V_{2-3} = 0, f_{L_2U_3} = 0, RL_0 = 0$$

**حل مثال صفحه 190 کتاب سازه طاحونی:**

1- بار واحد به نقطه  $L_0$  وارد میشود:

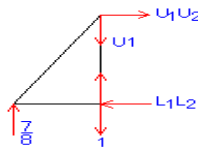
$$RL_0 = 1, RL_8, f_{L_1L_2} = 0, f_{U_3U_4} = 0$$

$$F_{U_5U_6} = 0, f_{U_5m_5} = 0, f_{U_4L_4} = 0, f_{m_3L_3} = 0, f_{U_2m_3} = 0$$

2- بار واحد در نقطه  $L_1$  قرار دارد:



3- با زدن برش 1-1 در فرپا داریم:

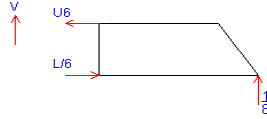


$$\frac{7}{8} = 0.875 \times 12 = 0 \rightarrow f_{L_1L_2} = \frac{7}{8} + \sum U M_{U_1} = 0 \rightarrow f_{L_1L_2} \times 12 -$$

4- همچنین با زدن برش 2-2 مانند برش 1-1 در پانل 3-4 داریم:

$$\times 3 \times 12 + 1 \times 2 \times 12 = 0 \rightarrow f_{U_3 U_4} = 0.0625 \frac{7}{8} + \sum M_{LB} = 0 \rightarrow f_{U_3 U_4} \times 12 -$$

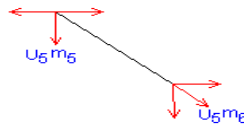
5- برش مستقیم در پانل 5-6 میزنیم داریم:



برای دو عضو مورب  $\rightarrow V = -\frac{1}{8}$

برای هر عضو مورب  $\rightarrow \frac{-1/8}{2} = 0.0625$

6- برای به دست آوردن نیرو در عضو  $U_5-m_5$  داریم:



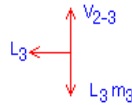
$$U_5-m_5 = -V_{U_5 m_6} = 0.0625$$

7- برای به دست آوردن نیرو در عضو  $U_4 L_4$  داریم چون نیروی برشی  $m_5 U_4$  عضوهای  $m_3 L_4$

مساوی و با توجه به فلاپ بودن شیب آنها مختلف علامت هستند پس اثر یکدیگر را

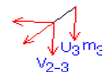
خنثی کرده و  $f_{U_4 L_4}$  صفر میشود.

8- برای به دست آوردن نیرو در عضو  $m_3 L_3$  داریم:



$$= 0.0625 \frac{1}{18} m_3 L_3 = -V_{2-3} =$$

9- برای به دست آوردن نیرو در عضو  $U_3 m_3$  داریم:



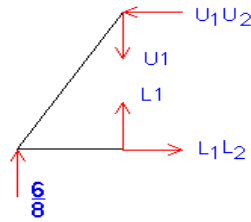
$$U_3 m_3 = -V_{2-3} = -0.0625$$

حالت دوم:

1- بار واحد در نقطه  $L_2$  وارد میشود:

$$\frac{6}{8} RL_0 = 9 \frac{2}{8} RL_8 =$$

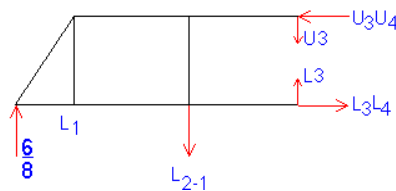
2- با زدن برش 1-1 در فرپا داریم:



$$\times 12 + f_{L1L2} \times 12 = 0 - \frac{6}{8} + \sum M_{U1} = 0 \rightarrow$$

$$f_{L1L2} = 0.75$$

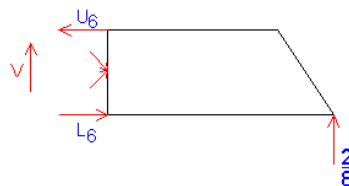
3- همچنین با زدن برش 2-2 در فرپا داریم:



$$\times 3 \times 12 = 0 \frac{6}{8} + \sum M_{L3} = 0 \rightarrow f_{U3U4} \times 12 + 1 \times 12 -$$

$$\rightarrow f_{U3U4} = 1.25$$

4- برای به دست آوردن  $V_{U5U6}$  با زدن یک برش در پانل 5-6 داریم:

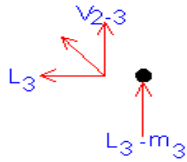


$$\left(-\frac{2}{8}\right) V = \text{برای هر دو عضو مورب}$$

برای یک عضو مورب  $\frac{2}{8} = -0.125$

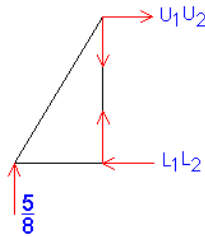
5- برای به دست آوردن نیرو در عضو  $L_4U_4$  چون نیروی برشی عضوهای  $m_3L_4$ ,  $m_5L_4$  مساوی و با توجه به فلاف بودن شیب آنها مختلف علامت هستند پس اثر یکدیگر را فکری کرده و  $f_{U_4L_4}$  صفر میشود.

6- برای به دست آوردن نیرو در  $m_3L_3$  داریم:



حالت سوم:

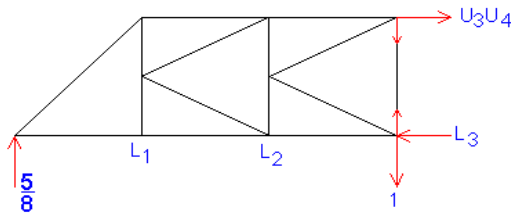
-1



$$\times 12 = 0 + \sum M_{U_1} = 0 \rightarrow f_{L_1L_2} \times 12 -$$

$$\rightarrow f_{L_1L_2} = 0.625$$

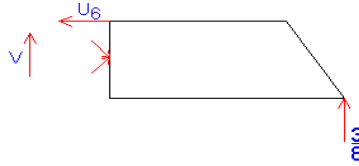
-2



$$\times 3 \times 12 = 0 + \sum M_{L_3} = 0 \rightarrow -f_{U_3U_4} \times 12 -$$

$$\rightarrow f_{U_3 U_4} = -1.875$$

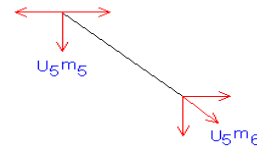
3- برای به دست آوردن  $V_{U_5 M_6}$  داریم:



برای هر دو عضو مورب  $V = (-\frac{3}{8})$

$$= 0.1875 \left(-\frac{3}{16}\right) V = V_{U_5 m_6}$$

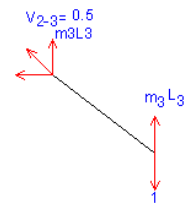
4- برای به دست آوردن  $U_5 m_5$  داریم:



$$U_5 m_5 = -V_{U_5 m_6} = 0.1875$$

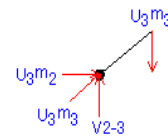
5- و چون بار از  $L_3$  تا  $L_0$  حرکت میکند پس  $f_{L_3 U_4}$

6- برای به دست آوردن نیرو در  $m_3 L_3$  داریم:



$$m_3 L_3 + V_{2-3} - 1 = 0 \rightarrow m_3 L_3 = 1 - 0.312 \rightarrow m_3 L_3 = 0.69$$

7- برای به دست آوردن در  $U_3 m_3$  داریم:

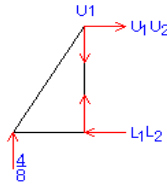


$$U_3 m_3 = V_{2-3}$$

$$U_3 m_3 = 0.3125$$

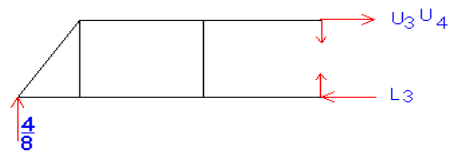
حالت چهارم: بار واحد در نقطه  $L_4$  قرار دارد داریم:

-1



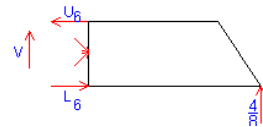
$$= 0.5 \frac{4}{8} + \sum M_{U1} = 0 \rightarrow FL_1L_2 =$$

-2



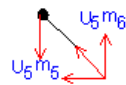
$$+ \sum ML_3 = 0 \rightarrow U_3U_4 = -1.5$$

-3



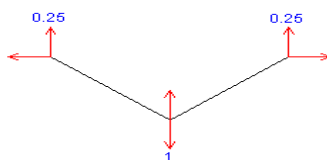
$$V = -0.25$$

-4



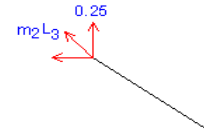
$$F_{U5L5} = 0.25$$

-5



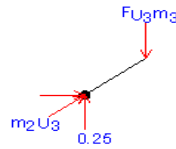
$$F_{U4L4} = 1 - (V_{U4m5} + V_{U4m3}) \rightarrow F_{U4L4} = 0.5$$

6- برای به دست آوردن  $f_{m_3 l_3}$  داریم:



$$m_3 L_3 = -0.25$$

7- برای به دست آوردن  $f_{u_3 m_3}$  داریم:



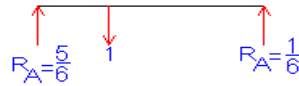
$$F_{U_3 m_3} = 0.25$$

### مساله 14:

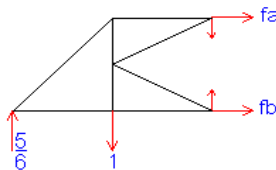
1- بار واحد به گره A وارد میشود

$$R_A = 1, f_a = 0, f_b = 0, f_c = 0, f_d = 0, f_e = 0$$

2- بار به گره B وارد میشود



همراه با یک برش داریم:

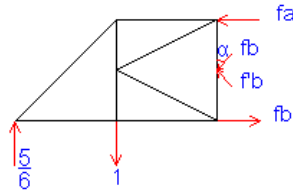


$$\times 30 = 0 \frac{5}{6} + \mathcal{U} \sum M_B = 0 \rightarrow -f_a \times 15 + 1 \times 15 -$$

$$\rightarrow f_a = -0.77$$

$$+ \rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow f_b = 0.77$$

حال برش دیگری در فرپا میزنیم داریم:



$$+\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow f_b = f_b$$

$$= 0 \rightarrow f_b = 0.19 \frac{5}{6} + \uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow 2f_b \cos 63.43 - 1 +$$



# پایان