



# مبانی بررسی سیستمهای قدرت

(۱)

جان . جی . گرینجر

ویلیام دی استیونسون . جی . آر

مهندس محمدرضا موسوی

مهندس امیر قلعه نوی



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## مبانی بررسی

# سیستمهای قدرت (۱)

(برای دانشجویان برق، گرایشهای قدرت، الکترونیک، مخابرات و کنترل)

جان. جی. گرینجر

ویلیام. دی. استیونسون. جی. آر

مهندس محمدرضا موسوی تقی آبادی

مهندس امیر قلعه‌نوی

گرینجر، جان Gringer, John J.

مبانی بررسی سیستم‌های قدرت/جان جی. گرینجر، ویلیام دی. استیونسون: [ترجمه]  
محمدرضا موسوی تقی آبادی، امیر قلعه نوی. - مشهد: باغانی، ۱۳۷۹.  
۸۲۷ ص.: مصور، جدول، نمودار.

ISBN 964-91532-1-7

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیبا.

power system analysis.

عنوان اصلی:

۱. برق نیرو - توزیع . ۲. برق - سیستم‌ها.

Stevenson , Wiliam D.

الف. استیونسون، ویلیام،

ب. موسوی تقی آبادی، محمدرضا، ۱۳۴۷ - مترجم . ج. قلعه نوی. امیر. ۱۳۳۸ - مترجم.

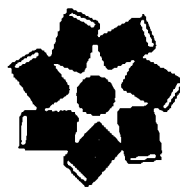
د. عنوان

۶۲۱/۳۱۹

TK ۳۰۰۱/م۴گ۲

۷۹-۲۵۸۵م

کتابخانه ملی ایران



## مبانی بررسی سیستم‌های قدرت (۱)

نوشته ویلیام دی. استیونسون

ترجمه سیدمحمدرضا موسوی تقی آبادی، امیر قلعه نوی

چاپ سوم، ۲۰۰۰ نسخه، زمستان ۱۳۸۵، انتشارات خراسان

چاپخانه سروش

تهران - انقلاب - خیابان اردیبهشت امیری جاوید - رسید به جمهوری -

کوچه صابر - بلاک ۳ - تلفن: ۳۱-۳۰-۶۶۴۸۸۱۲۹

قیمت: ۲۵۰۰ تومان

## پیشگفتار

بررسی سیستمهای قدرت از جمله درسهای مهم و اساسی در گرایشهای گوناگون رشته مهندسی برق است. هم‌اکنون بررسی سیستمهای قدرت (۱) برای دانشجویان همه گرایشها و بررسی سیستمهای قدرت (۲) برای گرایش قدرت ارائه می‌شود. این درس، به خصوص برای آن دسته از مهندسين که در وزارت نیرو مشغول به کار خواهند شد، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

کتاب Power system analysis نوشته John J. Grainger و William d. Stevenson, JR یکی از مشهورترین و جامع‌ترین کتابها در زمینه سیستمهای قدرت است که هم‌اکنون در بسیاری از دانشگاههای داخل و خارج کشور تدریس می‌شود. بدین جهت و با توجه به نیاز و اشتیاق روز افزون دانشجویان این رشته، ترجمه و ویرایش جدید (سال ۱۹۹۴ میلادی) آغاز گردید<sup>(۱)</sup>.

هر کدام از ویرایشهای این کتاب شامل تغییراتی بوده است و این ویرایش، دارای تغییرات کلی می‌باشد، اگرچه هدف در همه این ویرایشها، دست یافتن دانشجویان به درکی عمیق و گسترده در مباحث مهندسی سیستم قدرت است. از آن جا که مباحث هفت فصل اول کتاب قابل استفاده دانشجویان همه گرایشهای رشته برق (درس بررسی سیستمهای قدرت) می‌باشد بنا بر درخواست دانشجویان این رشته‌ها بر آن شدیم تا این بخش را به طور جداگانه تحت عنوان جلد اول به چاپ برسانیم.

در پایان برخورد لازم می‌بینم از آقایان دکتر علی قرووسی و مهندس بهزاد قهرمان که یاریگر مترجمین بوده‌اند قدردانی نموده، همچنین از خانم اکرم قرقچیان، ویراستار و خانم مریم حمزه‌ئی که در صفحه آرایی کتاب اهتمام ورزیده‌اند سپاسگزاری نمایم.

سیدمحمد رضا موسوی تقی آبادی - امیر قلعه‌نوی

تابستان ۱۳۸۱

---

۱- لازم به یادآوری است که پس از فوت پروفیسور استیونسون (۱۹۸۸-۱۹۱۲) ویرایش کتاب را پروفیسور گرین جر به عهده داشته است.



۱	مقدمه	۱-۱
۳	نمادهای تک زیرنوشت	۱-۲
۴	نمادهای با دو زیرنوشت	۱-۳
۵	توان در مدارهای AC تکفاز	۱-۴
۱۰	توان مختلط	۱-۵
۱۱	مثلث توان	۱-۶
۱۲	جهت پخش توان	۱-۷
۱۵	ولتاژ و جریان در مدارهای سه فاز متعادل	۱-۸
۲۴	توان در مدارهای سه فاز متعادل	۱-۹
۲۵	کمیت‌های پرینیت	۱-۱۰
۲۹	تغییر مبای کمیت‌های پرینیت	۱-۱۱
۳۱	معادله‌های گروه	۱-۱۲
۳۴	نمودار تک خطی	۱-۱۳
۳۶	نمودار امپدانس و راکتانس	۱-۱۴
۳۸	چکیده	۱-۱۵
۳۸	مسئله‌ها	

فصل ۲ ترانسفورماتورها

۴۳	ترانسفورماتور ایده‌آل	۲-۱
۴۷	کلاف‌های با تزویج مغناطیسی	۲-۲
۵۳	مدار معادل یک ترانسفورماتور تکفاز	۲-۳
۵۸	امپدانس پرینیت در مدار ترانسفورماتورهای تکفاز	۲-۴
۶۱	ترانسفورماتورهای سه فاز	۲-۵
۶۶	ترانسفورماتورهای سه فاز: تغییر فاز و مدار معادل	۲-۶
۷۳	اتوترانسفورماتور	۲-۷
۷۵	امپدانس پرینیت ترانسفورماتور سه سیم پیچه	۲-۸
۷۹	ترانسفورماتورهای پله‌ای و تنظیم	۲-۹
۸۳	مزیت‌های محاسبات پرینیت	۲-۱۰
۸۵	چکیده	۲-۱۱
۸۵	مسئله‌ها	

فصل ۳ ماشین سنکرون

۹۲	ساختمان ماشین سنکرون	۳-۱
----	----------------------	-----

۹۶	تولید سه فاز.....	۳-۲
۱۰۵	راکتانس سنکرون و مدارهای معادل.....	۳-۳
۱۱۰	کنترل توان حقیقی و مجازی.....	۳-۴
۱۱۵	نمودار توانایی بارگذاری.....	۳-۵
۱۲۳	مدل دو محوری ماشین.....	۳-۶
۱۲۹	معادله‌های ولتاژ: ماشین قطب برجسته.....	۳-۷
۱۳۳	اثرهای گذرا و زیرگذرا.....	۳-۸
۱۳۸	جریان‌های اتصال کوتاه.....	۳-۹
۱۴۲	چکیده.....	۳-۱۰
۱۴۳	مسئله‌ها.....	

#### فصل ۴ امیدانس سری خط انتقال

۱۴۸

۱۴۹	انواع هادیها.....	۴-۱
۱۵۱	مقاومت.....	۴-۲
۱۵۳	جدول مقاومتها.....	۴-۳
۱۵۴	اندوکتانس ناشی از فوران داخلی یک هادی.....	۴-۴
۱۵۷	فران در برگرنده بین دو نقطه خارجی یک هادی منفرد.....	۴-۵
۱۵۹	اندوکتانس یک خط دو سیمه تکفاز.....	۴-۶
۱۶۱	فران در برگرنده هر هادی از یک گروه.....	۴-۷
۱۶۳	اندوکتانس خطهای با هادی مرکب.....	۴-۸
۱۶۷	کاربرد جدولها.....	۴-۹
۱۶۹	اندوکتانس خط سه فاز با فاصله گذاری یکسان.....	۴-۱۰
۱۷۰	اندوکتانس خط سه فاز با فاصله گذاری نامتقارن.....	۴-۱۱
۱۷۲	محاسبه اندوکتانس برای هادیهای گروهی.....	۴-۱۲
۱۷۴	چکیده.....	۴-۱۳
۱۷۵	مسئله‌ها.....	

#### فصل ۵ ظرفیت خازنی خط انتقال

۱۷۹

۱۸۰	میدان الکتریکی یک هادی مستقیم بلند.....	۵-۱
۱۸۱	اختلاف پتانسیل بین دو نقطه ناشی از بار.....	۵-۲
۱۸۲	ظرفیت خازنی یک خط دو سیمه.....	۵-۳
۱۸۶	ظرفیت خازنی خط سه فاز با فاصله گذاری یکسان.....	۵-۴
۱۸۹	ظرفیت خازنی خط سه فاز با فاصله گذاری نامتقارن.....	۵-۵
۱۹۲	اثر زمین بر ظرفیت خازنی خط انتقال سه فاز.....	۵-۶

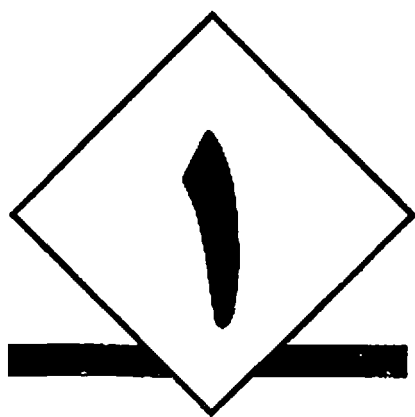
۱۹۴	ظرفیت خازنی هادیهای گروهی	۵-۷
۱۹۷	خط سه فاز با مدار موازی (دو مداره)	۵-۸
۱۹۹	چکیده	۵-۹
۲۰۰	مسأله‌ها	

## فصل ۶ رابطه‌های جریان و ولتاژ یک خط انتقال

۲۰۲		
۲۰۴	نمایش خطوط	۶-۱
۲۰۵	خط انتقال کوتاه	۶-۲
۲۱۰	خط متوسط	۶-۳
۲۱۱	خط انتقال بلند: حل معادله‌های دیفرانسیل	۶-۴
۲۱۴	خط انتقال بلند: تفسیر معادله‌ها	۶-۵
۲۱۷	خط انتقال بلند: شکل هندلولوی معادله‌ها	۶-۶
۲۲۲	مدار معادل یک خط بلند	۶-۷
۲۲۵	پخش توان در یک خط انتقال	۶-۸
۲۲۸	جبران سازی راکتیو خطهای انتقال	۶-۹
۲۳۱	پدیده‌های گذرا در خط انتقال	۶-۱۰
۲۳۲	بررسی پدیده‌های گذرا: موجهای سیار	۶-۱۱
۲۳۷	بررسی حالت‌های گذرا: بازتابها	۶-۱۲
۲۴۲	انتقال جریان مستقیم	۶-۱۳
۲۴۴	چکیده	۶-۱۴
۲۴۵	مسأله‌ها	

## فصل ۷ بررسی پخش توان

۲۵۰	۷-۱ مسائل پخش توان	
۲۵۷	۷-۲ روش گوس - سایدل	
۲۶۵	۷-۳ روش نیوتن - رافسون	
۲۷۰	۷-۴ حل پخش توان نیوتن رافسون	
۲۸۰	۷-۵ بررسی پخش توان در طراحی و بهره‌برداری سیستم	
۲۸۵	۷-۶ ترانسفورماتورهای تنظیم	
۲۹۲	۷-۷ روش پخش توان آزاد شده	
۲۹۹	۷-۸ چکیده	
۳۰۱	مسأله‌ها	



# مفاهیم اساسی

یک مهندس سیستم قدرت علاوه بر دانستن شرایط عادی کار سیستم باید با شرایط غیرعادی آن نیز آشنا باشد. بنابراین لازم است با مدارهای ac حالت پایدار، به خصوص مدارهای سه فاز آشنایی کامل داشته باشد. موضوع این فصل مرور چند اصل اساسی این مدارها و بیان نشان‌گذاریهایی است که در کتاب مورد استفاده قرار گرفته است. علاوه بر این به معرفی کمیت‌های ولتاژ، جریان، امپدانس و توان بر حسب پریونیت می‌پردازد. تجزیه و تحلیل سیستم‌های قدرت مدرن بر نمایش شبکه گرهی<sup>۱</sup> استوار است که در این فصل به شکل ماتریس‌های امپدانس و ادمیتانس شینه معرفی شده است.

## ۱-۱ مقدمه

شکل موج ولتاژ در شینه‌های یک سیستم قدرت را می‌توان سینوسی کامل با فرکانس ثابت فرض نمود. در بیشتر مباحث کتاب از نمایش فازوری ولتاژها و جریان‌های سینوسی با حروف بزرگ  $V$  و  $I$  (با زیرنوشتهای مناسب) استفاده می‌شود. خط‌های عمودی دو طرف  $|V|$  و  $|I|$  بیانگر اندازه فازور هستند. اندازه مقادیر مختلط مانند امپدانس  $Z$  و ادمیتانس  $Y$  با خط‌های عمودی بیان می‌شوند. حروف

---

1- nodal network representation

کوچک مقادیر لحظه‌ای را نشان می‌دهند. برای نمایش ولتاژ تولیدی (نیروی محرکه الکتریکی) به جای  $V$  از  $E$  استفاده می‌شود تا  $emf$  از ولتاژ بین دو نقطه تمیز داده شود. چنانچه ولتاژ و جریان مانند عبارت زیر به صورت تابعی از زمان بیان شود:

$$v = 141.4 \cos(\omega t + 30^\circ)$$

$$i = 7.07 \cos \omega t$$

مقدار ماکزیمم آنها به ترتیب  $V_{\max} = 141.4 \text{ V}$  و  $I_{\max} = 7.07 \text{ A}$  خواهد بود. هنگامی که  $\max$  برای  $V$  و  $I$  استفاده می‌شود نیازی به قرار دادن آنها بین دو خط عمود وجود اصطلاح اندازه در واقع همان ریشه میانگین توان دوم (rms) است که برابر مقدار ماکزیمم تقسیم می‌باشد. بنابراین برای عبارت بالا می‌توان نوشت:

$$|V| = 100 \text{ V} \quad |I| = 5 \text{ A}$$

عددی که ولت‌متر و آمپر‌متر نشان می‌دهد همان مقدار rms است که مقدار مؤثر نیز نامیده می‌شود. متوسط تلف شده در یک مقاومت با جریان  $|I|$  برابر  $|I|^2 R$  می‌باشد. برای نمایش این مقادیر به صورت فازور، از تساوی اولر  $\varepsilon^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$  استفاده می‌کنیم. نتیجه می‌دهد:

$$\cos \theta = \text{Re} \{ \varepsilon^{j\theta} \} = \text{Re} \{ \cos \theta + j \sin \theta \} \quad (1-1)$$

$\text{Re}$  بیانگر بخش حقیقی عبارت می‌باشد، یعنی:

$$v = \text{Re} \{ \sqrt{2} 100 \varepsilon^{j(\omega t + 30^\circ)} \} = \text{Re} \{ 100 \varepsilon^{j30^\circ} \sqrt{2} \varepsilon^{j\omega t} \}$$

$$i = \text{Re} \{ \sqrt{2} 5 \varepsilon^{j(\omega t + 0^\circ)} \} = \text{Re} \{ 5 \varepsilon^{j0^\circ} \sqrt{2} \varepsilon^{j\omega t} \}$$

چنانچه جریان، فازور مبنا در نظر گرفته شود، می‌توان نوشت:

$$I = 5 \varepsilon^{j0^\circ} = 5 \angle 0^\circ = 5 + j \cdot 0 \text{ A}$$

ولتاژ نسبت به جریان  $30^\circ$  پیش فاز است، بنابراین:

$$V = 100 \varepsilon^{j30^\circ} = 100 \angle 30^\circ = 86.6 + j 50 \text{ V}$$

البته ممکن است ولتاژ و جریان با مقادیرهای لحظه‌ای  $v$  و  $i$ ، فازور مرجع انتخاب نشود، در این صورت بیان فازوری آنها زاویه‌های دیگری خواهد داشت.

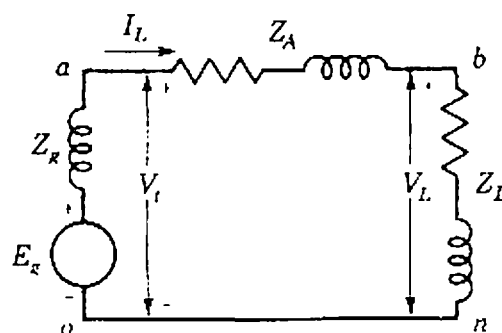
در نمودارهای مداری بهتر است قطبهای مثبت و منفی با علامت + و - مشخص شوند تا هنگام تعیین ولتاژ، سر مثبت از سر منفی متمایز باشد. همچنین از علامت پیکان برای نشان دادن جهت مثبت جریان استفاده می‌شود. در معادل تکفاز مدارهای سه فاز، استفاده از نمادهای تک زیرنوشت کافی است، اما هنگامی که هر سه فاز در نظر گرفته می‌شود، نمادهای با دو زیرنوشت گویاتر است.

## ۱-۲ نمادهای تک زیرنوشت<sup>۱</sup>

شکل (۱-۱) یک مدار ac را با نمایش emf آن به صورت یک دایره نشان می‌دهد. نیروی محرکه الکتریکی با  $E_g$  و ولتاژ بین گره‌های  $a$  و  $o$  با  $V_r$  نشان داده شده است. جریان مدار  $I_L$  و ولتاژ دو سر  $Z_L$ ،  $V_L$  است. برای بیان این ولتاژها برحسب فازور علامتهای + و - که علامتهای پلاریته نامیده می‌شوند و پیکانی برای نشان دادن جهت جریان، الزامی است.

در یک مدار ac، پایانه‌ای<sup>۲</sup> که با علامت + مشخص شده، نسبت به پایانه‌ای که علامت - دارد، در یک نیم سیکل ولتاژ، مثبت و در نیم سیکل دیگر منفی است. با این علامت‌گذاری، هنگامی که پایانه مثبت، واقعاً دارای پتانسیل بیشتری نسبت به پایانه منفی می‌باشد ولتاژ بین دو پایانه، مثبت است. برای مثال در شکل (۱-۱) هنگامی که پایانه + دارای ولتاژ بیشتری از پایانه - است، ولتاژ لحظه‌ای  $v_r$  مثبت می‌باشد. در نیم سیکل بعد، پایانه‌ای که با علامت + مشخص شده، در واقع منفی و  $v_r$  نیز منفی می‌باشد. بعضی از مؤلفین از پیکان برای نشان دادن پلاریته ولتاژ استفاده می‌کنند در این صورت باید مشخص شود که نوک پیکان پایانه مثبت را نشان می‌دهد یا منفی.

پیکان جریان نیز عملی مشابه دارد. زیرنوشت، که در اینجا  $L$  است، ضروری نیست. مگر اینکه جریانهای دیگری نیز وجود داشته باشد. واضح است که جهت واقعی جریان در هر نیم سیکل برعکس می‌شود، جهتی را که پیکان نشان می‌دهد، جهت مثبت جریان می‌باشد، در صورتیکه جریان در جهت



شکل ۱-۱ مدار ac با نیروی محرکه الکتریکی  $E_g$  و امپدانس بار  $Z_L$

1- single - subscript notation

2- terminal

مخالف پیکان جاری شود، منفی است. فازور جریان برابر است با:

$$I_L = \frac{V_t - V_L}{Z_A} \quad (1-2)$$

و

$$V_t = E_g - I_L Z_g \quad (1-3)$$

از آن جا که گره های مدار با حروف خاصی مشخص شده اند، ولتاژهایی که با زیرنوشت تک حرف به نمایش در آمده نسبت به گره مبنا سنجیده می شوند. در شکل (۱-۱) ولتاژ لحظه ای،  $v_a$  و ولتاژ فازوری  $V_a$  ولتاژ گره  $a$  نسبت به گره مبنا  $o$  می باشد و هنگامی که  $a$  پتانسیل بیشتری از  $o$  دارد،  $V_a$  مثبت است. بنابراین:

$$\begin{aligned} v_a &= v_t & v_b &= v_L \\ V_a &= V_t & V_b &= V_L \end{aligned}$$

### ۱-۳ نمادهای با دو زیرنوشت

استفاده از علامت پلاریته برای ولتاژها و پیکان جهت برای جریانها با بهره گیری از نمادهای با دو زیرنوشت منتفی می شود. درک مدارهای سه فاز با به کارگیری نمادهای با دو زیرنوشت بسیار آسانتر می شود. قراردادی که در ادامه بیان خواهد شد، کاملاً ساده است.

هنگام مشخص کردن جریان، ترتیب زیرنوشتها، جهت جریان را زمانی که جریان مثبت فرض می شود معین می کند. در مدار شکل (۱-۱) جهت پیکان از  $a$  به  $b$  و  $I_L$  مثبت است. جریان لحظه ای  $i_L$  هنگامی که جریان واقعاً در جهت  $a$  به  $b$  باشد، مثبت بوده و با نماد دو زیرنوشت  $i_{ab}$  نشان داده می شود. جریان  $i_{ab}$  با جریان  $-i_{ba}$  برابر است. در نمادهای دو زیرنوشت، حروف زیرنوشت ولتاژ، گرههایی را مشخص می کند که ولتاژ بین آنها برقرار است. بنا به قرارداد، حرف اول زیرنوشت نشانگر گرهی است که ولتاژ آن نسبت به گره دیگر - که با حرف دوم زیرنوشت نشان داده شده است - سنجیده می شود. بنابراین، در مدار شکل (۱-۱)، ولتاژ لحظه ای  $v_{ab}$  دو سر  $Z_A$ ، ولتاژ گره  $a$  نسبت به گره  $b$  بوده در نیم سیکلی که پتانسیل  $a$  از  $b$  بیشتر است، مثبت می باشد. ولتاژ فازوری متناظر،  $V_{ab}$  است که ناشی از جریان  $I_{ab}$  (از گره  $a$  به گره  $b$ ) می باشد:

$$V_{ab} = I_{ab} Z_A \quad I_{ab} = Y_A V_{ab} \quad (1-4)$$

$Z_A$ ، امپدانس مختلط ( $Z_{ab}$  نیز نامیده می شود) و  $Y_A = 1/Z_A$ ، admittانس مختلط ( $Y_{ab}$  نیز نامیده می شود) می باشد.

تعویض محل حروف زیرنوشت، به معنای اختلاف فازی معادل  $180^\circ$  برای جریان یا ولتاژ می باشد، یعنی:

$$V_{ba} = V_{ab} \varepsilon^{j180^\circ} = V_{ab} \angle 180^\circ = -V_{ab}$$

کمیت های مدار شکل (۱-۱) را با نمادهای تک زیرنوشت و دو زیرنوشت، می توان به صورت زیر بیان نمود:

$$V_I = V_a = V_{ao} \quad V_L = V_b = V_{bo} \quad I_L = I_{ab}$$

ترتیب زیرنوشتها هنگام نوشتن قانون ولتاژ کیرشهف، همان ترتیب پیمودن مسیر بسته مدار می باشد. برای شکل (۱-۱) می توان نوشت:

$$V_{oa} + V_{ab} + V_{bn} = 0 \quad (1-5)$$

گره های  $n$  و  $o$  در این مدار یکی هستند و گره  $n$  برای نشان دادن دقیقتر مسیر معرفی شده است. از جایگزینی  $V_{oa}$  با  $-V_{ao}$  و توجه به رابطه  $V_{ab} = I_{ab} Z_A$  می توان نوشت:

$$-V_{ao} + I_{ab} Z_A + V_{bn} = 0 \quad (1-6)$$

و بنابراین:

$$I_{ab} = \frac{V_{ao} - V_{bn}}{Z_A} = (V_{ao} - V_{bn}) Y_A \quad (1-7)$$

#### ۱-۴ توان در مدارهای AC تکفاز

اگرچه نظریه اساسی انتقال انرژی، جابجایی انرژی را بر حسب رابطه متقابل میدانهای الکتریکی و مغناطیسی تعریف می کند، اما مهندسی سیستم قدرت تقریباً همیشه با میزان تغییر انرژی نسبت به زمان - که تعریف توان است - بر حسب ولتاژ و جریان برخورد دارد. واحد توان، وات است. توانی که بار در هر لحظه (بر حسب وات) دریافت می کند، برابر حاصلضرب ولتاژ لحظه ای (بر حسب ولت) در جریان لحظه ای (بر حسب آمپر) بار می باشد. چنانچه پایانه های بار با  $a$  و  $n$  مشخص و ولتاژ و جریان به صورت زیر بیان شوند:

$$v_{an} = V_{\max} \cos \omega t \quad i_{an} = I_{\max} \cos(\omega t - \theta)$$

آنگاه توان لحظه ای برابر خواهد بود با:

$$p = v_{an} i_{an} = V_{\max} I_{\max} \cos \omega t \cos(\omega t - \theta) \quad (1-8)$$



در معادله بالا، اگر جریان نسبت به ولتاژ پس فاز باشد، زاویه  $\theta$ ، مثبت و اگر پیش فاز باشد، زاویه  $\theta$ ، منفی خواهد بود. مقدار مثبت  $p$ ، بیانگر جذب توان به وسیله مدار بین نقطه  $a$  و  $n$  می باشد. اگر  $v_{an}$  و  $i_{an}$  هر دو مثبت باشند، توان لحظه‌ای، مثبت و اگر هم علامت نباشند، توان لحظه‌ای، منفی خواهد بود. در شکل (۱-۲) این امر نشان داده شده است. هنگامی که جهت جریان در مسیر افت ولتاژ روی بار باشد،  $v_{an}i_{an}$ ، مثبت و بیانگر میزان انتقال انرژی به بار است. در غیر اینصورت اگر توان منفی باشد، بار به سیستم توان تحویل خواهد داد. اگر  $v_{an}$  و  $i_{an}$  هم فاز باشند (در بارهای خازنی و سلفی خالص)، توان لحظه‌ای هیچگاه منفی نخواهد شد. چنانچه ولتاژ و جریان  $90^\circ$  اختلاف فاز داشته باشند (در بار مقاومتی خالص)، توان لحظه‌ای دارای نیم سیکل مثبت و منفی برابر خواهد بود و مقدار متوسط آن همیشه صفر خواهد شد.

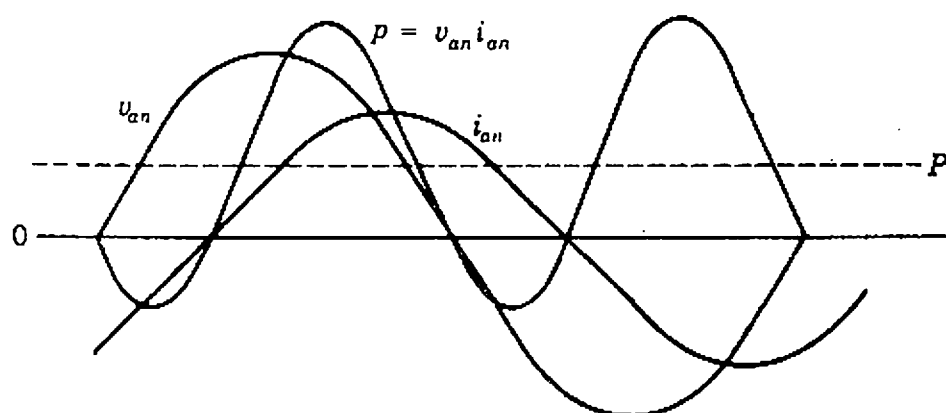
با کاربرد اتحادهای مثلثاتی، رابطه (۱-۸) به صورت زیر درمی آید:

$$p = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos \theta (1 + \cos 2\omega t) + \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \sin \theta \sin 2\omega t \quad (1-9)$$

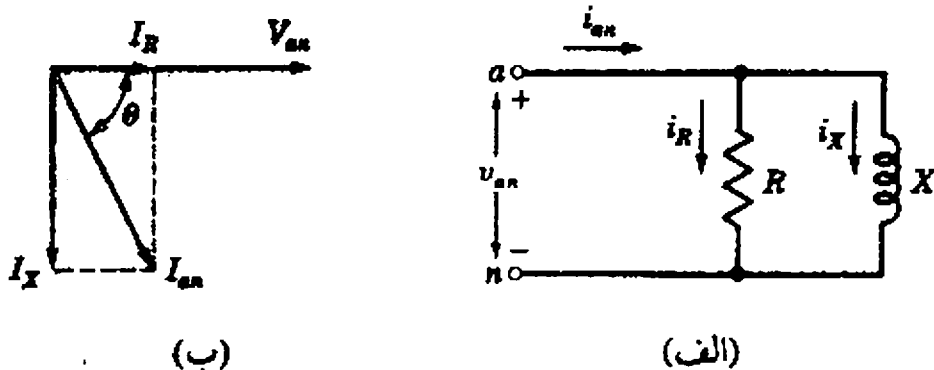
می توان به جای  $V_{\max} I_{\max}/2$ ، حاصلضرب ولتاژ و جریان rms یعنی  $|V_{an}| |I_{an}|$  یا  $|V| |I|$  را نوشت.

یک روش دیگر برای بیان توان لحظه‌ای در نظر گرفتن مؤلفه جریانی هم فاز با  $V_{an}$  و مؤلفه  $90^\circ$  اختلاف فاز با  $V_{an}$  است. بدین منظور در شکل (الف ۱-۳) یک مدار موازی و در شکل (ب ۱-۳) نمودار فازوری آن به نمایش در آمده است. مؤلفه‌ای از  $i_{an}$  که هم فاز با  $v_{an}$  است،  $i_R$  می باشد و با توجه به شکل (ب ۱-۳)،  $|I_R| = |I_{an}| \cos \theta$  می باشد. اگر مقدار ماکزیمم  $i_{an}$ ،  $I_{\max}$  باشد، مقدار ماکزیمم  $i_R$ ،  $I_{\max} \cos \theta$  خواهد بود. با توجه به  $v_{an} = V_{\max} \cos \omega t$  و هم فاز بودن  $i_R$  با  $v_{an}$  می توان نوشت:

$$i_R = \underbrace{I_{\max} \cos \theta}_{i_R \text{ مقدار ماکزیمم}} \cos \omega t \quad (1-10)$$



شکل ۱-۲ منحنی تغییرات جریان، ولتاژ و توان نسبت به زمان



شکل ۱-۳ مدار  $RL$  موازی و نمودار فازوری متناظر آن

به همین ترتیب، مؤلفه‌ای از  $i_{an}$  که نسبت به  $v_{an}$  به  $90^\circ$  پس فاز است،  $i_X$  بوده مقدار ماکزیمم آن  $I_{\max} \sin \theta$  می‌باشد. با توجه به اینکه  $i_X$  نسبت به  $v_{an}$  به  $90^\circ$  پس فاز است می‌توان نوشت:

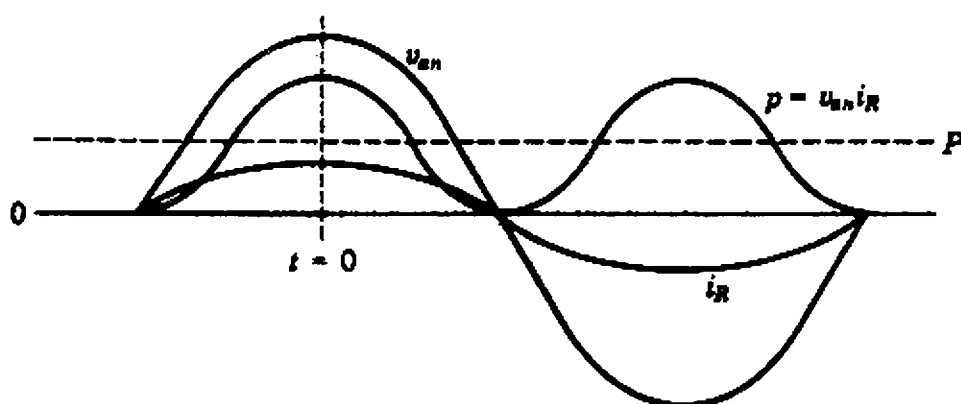
$$i_X = \underbrace{I_{\max} \sin \theta}_{\text{مقدار ماکزیمم } i_X} \sin \omega t \quad (1-11)$$

بنابراین

$$\begin{aligned} v_{an} i_R &= V_{\max} I_{\max} \cos \theta \cos^2 \omega t \\ &= \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos \theta (1 + \cos 2\omega t) \end{aligned} \quad (1-12)$$

عبارت بالا توان لحظه‌ای در مقاومت و اولین جمله معادله (۱-۹) می‌باشد. شکل (۱-۴) تغییرات  $v_{an} i_R$  را برحسب زمان  $t$  نشان می‌دهد. به گونه‌ای مشابه می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} v_{an} i_X &= V_{\max} I_{\max} \sin \theta \sin \omega t \cos \omega t \\ &= \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \sin \theta \sin 2\omega t \end{aligned} \quad (1-13)$$



شکل ۱-۴ منحنی تغییرات ولتاژ، جریان هم فاز با ولتاژ و توان حاصل نسبت به زمان

عبارت بالا، توان لحظه‌ای در سلف و دومین جمله معادله (۱-۹) می‌باشد. شکل (۱-۵) تغییرات  $v_{an}$ ،  $i_x$  و حاصلضرب آنها را برحسب  $t$  نشان می‌دهد.

بررسی معادله (۱-۹) نشان می‌دهد اولین جمله که دارای  $\cos \theta$  است همیشه مثبت و دارای مقدار میانگین زیر است:

$$P = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos \theta \quad (1-14)$$

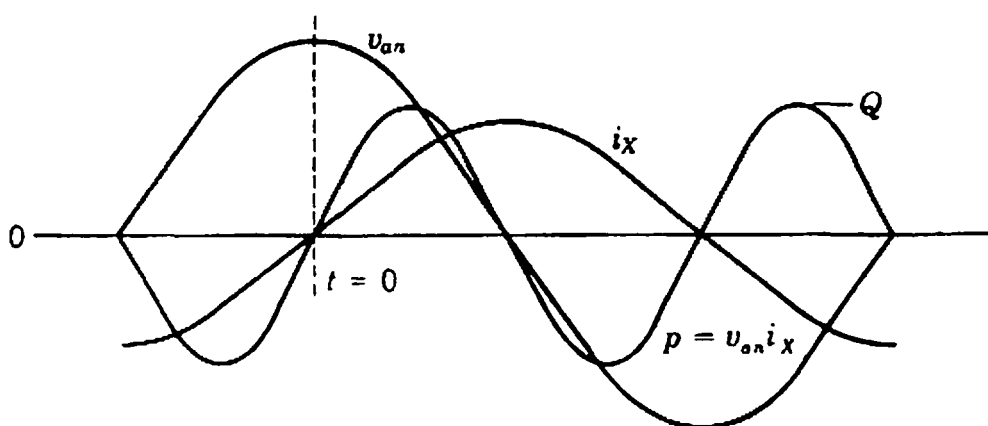
با جایگزینی مقدار rms ولتاژ و جریان می‌توان نوشت:

$$P = |V| |I| \cos \theta \quad (1-15)$$

$P$  نشانگر توان است، هنگامی که این کلمه با صفتی همراه نباشد. توان متوسط  $P$ ، توان حقیقی یا اکتیو نیز نامیده می‌شود. واحد اصلی توان لحظه‌ای و متوسط وات است اما در مقایسه با مقادیر سیستمهای قدرت مقدار کوچکی بوده معمولاً از کیلووات یا مگاوات استفاده می‌شود.

کسینوس زاویه بین ولتاژ جریان یعنی  $\theta$ ، ضریب توان نام دارد. مدار القایی دارای ضریب توان پس فاز و مدار خازنی دارای ضریب توان پیش فاز می‌باشد. به عبارت دیگر اصطلاحات ضریب توان پس فاز و ضریب توان پیش فاز نشان می‌دهند که به ترتیب جریان نسبت به ولتاژ دارای تأخیر یا تقدم فاز است.

جمله دوم از معادله (۱-۹) که دارای عبارت  $\sin \theta$  است، به طور متناوب مثبت و منفی شده دارای مقدار متوسط صفر است. این قسمت از توان لحظه‌ای  $P$ ، توان لحظه‌ای راکتیو<sup>۱</sup> نامیده می‌شود و بیانگر انرژی است که متناوباً به بار داده شده یا از آن گرفته می‌شود. مقدار ماکزیمم این توان تپشی<sup>۲</sup> ب  $Q$  مشخص و توان راکتیو یا ولت آمپر راکتیو نامیده می‌شود که در توصیف عملکرد سیستم بسیار مفید است



شکل ۱-۵ منحنی تغییرات ولتاژ، جریان با پیش فازی  $90^\circ$  نسبت به ولتاژ؛ و توان حاصل نسبت به زمان

1- instantaneous reactive power

2- pulsating power

و در مباحث آتی اهمیت آن آشکار می‌شود. توان راکتیو برابر است با:

$$Q = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \sin \theta \quad (1-16)$$

یا

$$Q = |V| |I| \sin \theta \quad (1-17)$$

چند مجموع توان دوم  $P$  و  $Q$  برابر حاصلضرب  $|V|$  در  $|I|$  است:

$$\sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(|V| |I| \cos \theta)^2 + (|V| |I| \sin \theta)^2} = |V| |I| \quad (1-18)$$

البته،  $P$  و  $Q$  دارای واحدهای دیمنسیون یکسان هستند، اما معمولاً  $Q$  را برحسب وار (ولت آمپر راکتیو) می‌سنجند. واحدهای عملی تر  $Q$ ، کیلووار و مگاوار می‌باشند.

برای یک مدار سری ساده که  $Z$  برابر  $R + jX$  است، می‌توان در معادله (1-15) و (1-17)،  $|I| |Z|$  را جایگزین  $|V|$  نمود، بنابراین:

$$P = |I|^2 |Z| \cos \theta \quad (1-19)$$

و

$$Q = |I|^2 |Z| \sin \theta \quad (1-20)$$

با توجه به  $R = |Z| \cos \theta$  و  $X = |Z| \sin \theta$ ، می‌توان نوشت:

$$P = |I|^2 R \quad Q = |I|^2 X \quad (1-21)$$

با توجه به  $Q/P = \tan \theta$ ، معادله‌های (1-15) و (1-17) روش دیگری را برای محاسبه ضریب توان ارائه می‌دهند. بنابراین ضریب توان برابر است با:

$$\cos \theta = \cos \left( \tan^{-1} \frac{Q}{P} \right)$$

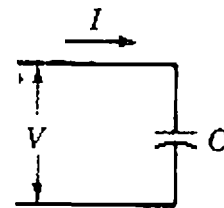
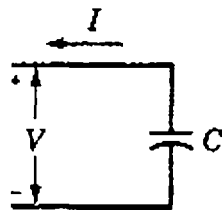
و یا با توجه به معادله (1-15) و (1-18):

$$\cos \theta = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

چنانچه توان لحظه‌ای بیان شده در معادله (1-9) مربوط به یک مدار با خاصیت خازنی غالب باشد، با همان ولتاژ اعمال شده،  $\theta$  منفی و بنابراین  $\sin \theta$  و  $Q$  نیز منفی خواهد بود. اگر مدار خازنی و القایی

موازی باشند، توان راکتیو لحظه‌ای مدار  $RL$  با توان راکتیو لحظه‌ای مدار  $RC$ ،  $180^\circ$  اختلاف فاز دارد. توان راکتیو کل، تفاضل  $Q$  مدار  $RL$  و  $Q$  مدار  $RC$  می‌باشد.  $Q$  مصرفی بارهای القایی، مثبت و  $Q$  مصرف شده در بارهای خازنی، منفی است. مهندسین سیستم قدرت معمولاً خازن را یک مولد توان راکتیو مثبت در نظر می‌گیرند تا یک بار مصرف کننده توان راکتیو منفی.

این کار کاملاً منطقی است، چون خازنی که موازی با بار القایی قرار گرفته است،  $Q$  منفی می‌کشد که در صورت عدم وجود آن باید سیستم این توان را برای بار القایی تأمین کند. به عبارت دیگر، خازن،  $Q$  بار القایی را تأمین می‌کند. همچنانکه در شکل (۱-۶) نشان داده شده، خازن قطعه‌ای است که جریان پس فاز تحویل می‌دهد و یا جریان پیش فاز می‌کشد. برای مثال اگر یک خازن متغیر با یک بار القایی موازی شود، می‌توان با تنظیم آن، مؤلفه پیش فاز جریان خازن را با مؤلفه پس فاز جریان بار - که از ولتاژ  $90^\circ$  عقب‌تر است - برابر ساخت. بنابراین مؤلفه حاصل با ولتاژ هم فاز خواهد شد. مدار القایی هنوز توان راکتیو مثبت دریافت می‌کند اما توان راکتیو مصرفی کل صفر است. به همین دلیل است که مهندسین سیستم قدرت از خازن به عنوان مولد توان راکتیو برای بارهای القایی استفاده می‌کنند. هنگامی که کلمات مثبت و منفی به کار نرود، منظور توان راکتیو مثبت است.



(الف)  $I$  نسبت به  $V$ ،  $90^\circ$  پیش فاز است (ب)  $I$  نسبت به  $V$ ،  $90^\circ$  پس فاز است.

شکل ۱-۶ در نظر گرفتن خازن (الف) به عنوان عنصر مداری غیرفعال که جریان پیش فاز می‌کشد (ب) به عنوان مولدی که جریان پس فاز تحویل می‌دهد.

## ۱-۵ توان مختلط

اگر بیان فازوری ولتاژ و جریان در دسترس باشد، محاسبه توان راکتیو و حقیقی به شکل مختلط به آسانی انجام می‌گیرد. چنانچه ولتاژ و جریان یک بار یا یک قسمت از مدار با  $V = |V| \angle \alpha$  و  $I = |I| \angle \beta$  بیان شود، حاصلضرب ولتاژ در مزدوج جریان برابر است با:

$$VI^* = |V| \varepsilon^{-j\alpha} \times |I| \varepsilon^{-j\beta} = |V| |I| \varepsilon^{j(\alpha-\beta)} = |V| |I| \angle \alpha - \beta \quad (1-22)$$

این کمیت، توان مختلط نام دارد و با  $S$  نشان داده می‌شود، در مختصات قائم<sup>۱</sup> می‌توان نوشت:

$$S = VI^* = |V| |I| \cos(\alpha - \beta) + j|V| |I| \sin(\alpha - \beta) \quad (1-23)$$

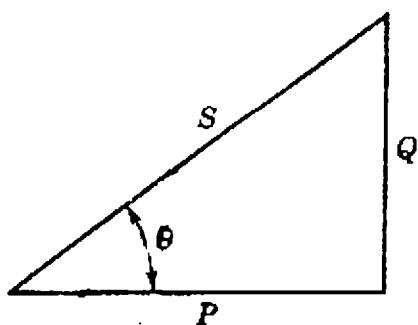
با توجه به اینکه  $\alpha - \beta$  زاویه فاز بین ولتاژ و جریان، یعنی  $\theta$  در معادله‌های پیشین است، می‌توان نوشت:

$$S = P + jQ \quad (1-24)$$

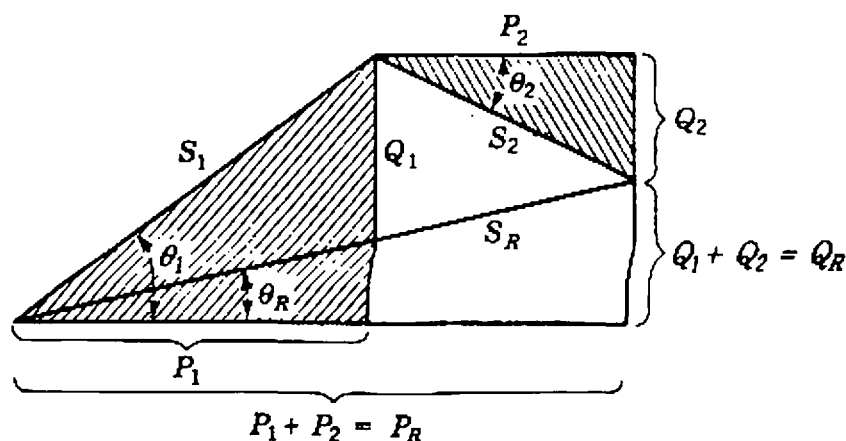
توان راکتیو  $Q$  هنگامی که زاویه فاز  $\alpha - \beta$  بین ولتاژ و جریان مثبت باشد، مثبت است، یعنی در حالت  $\alpha > \beta$  که جریان نسبت به ولتاژ پس فاز است. در حالتی که  $\alpha < \beta$  باشد،  $Q$  منفی و جریان نسبت به ولتاژ پیش فاز خواهد بود. این امر با در نظر گرفتن علامت مثبت برای توان راکتیو مدار القایی و منفی برای توان راکتیو مدار خازنی، همخوانی دارد. برای به دست آوردن علامت صحیح  $Q$ ، لازم است  $S$  به صورت  $VI^*$  محاسبه شود. در صورتی که  $VI^*$  محاسبه گردد، علامت  $Q$  عوض خواهد شد.

### ۱-۶ مثلث توان

معادله (۱-۲۴) یک روش ترسیمی را برای محاسبه  $P$ ،  $Q$  و زاویه فاز کل چند بار موازی پیشنهاد می‌نماید زیرا  $\cos \theta$  همان  $P/|S|$  می‌باشد. شکل (۱-۷) مثلث توان یک بار القایی را نشان می‌دهد. در حالتی که چند بار موازی شوند،  $P$  کل، مجموع توانهای متوسط تک تک بارهاست که در روش ترسیمی روی محور افقی نشان داده می‌شوند. با توجه به اینکه بارهای القایی مثبت است در امتداد محور عمودی و به سمت بالا رسم می‌شود. در بارهای خازنی به علت منفی بودن توان راکتیو،  $Q$  در امتداد محور عمودی و به سمت پایین رسم می‌گردد. شکل (۱-۸) مثلث توان حاصل از  $P_1$ ،  $Q_1$  و  $S_1$  را برای یک بار پس فاز با زاویه فاز  $\theta_1$  که با مثلث توان  $P_2$ ،  $Q_2$ ،  $S_2$  برای یک بار خازنی با زاویه فاز منفی  $\theta_2$  ترکیب شده است، نشان می‌دهد. نتیجه ترکیب این دو بار موازی، مثلی با اضلاع  $P_1 + P_2$ ،  $Q_1 + Q_2$  و وتر  $S_R$  می‌باشد. باید توجه داشت که  $|S_R|$  برابر  $|S_1| + |S_2|$  نمی‌باشد. زاویه فاز بین ولتاژ و جریان اعمالی به دو بار برابر  $\theta_R$  است



شکل ۱-۷ مثلث توان یک بار القایی



شکل ۱-۸ مثلث توان برای ترکیب دو بار.

یادآور می‌شود که  $Q_2$  منفی است.

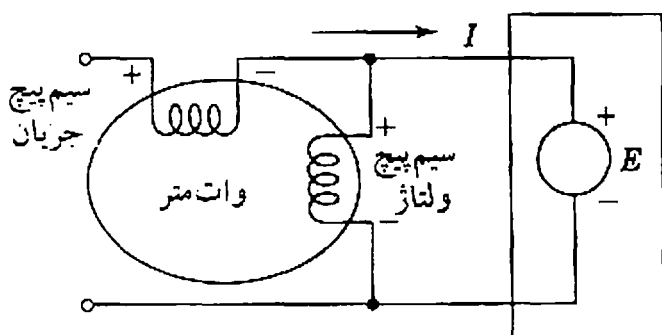
## ۱-۷ جهت پخش توان<sup>۱</sup>

هنگام بررسی پخش توان در سیستم، رابطه  $P$ ،  $Q$  و ولتاژ شینه  $V$  یا ولتاژ تولید شده  $E$  با توجه به علامتهای  $P$  و  $Q$  اهمیت پیدا می‌نماید. جهت پخش توان بدین معنی است که به ازای یک ولتاژ و جریان معین، توان جذب و یا تولید شده است.

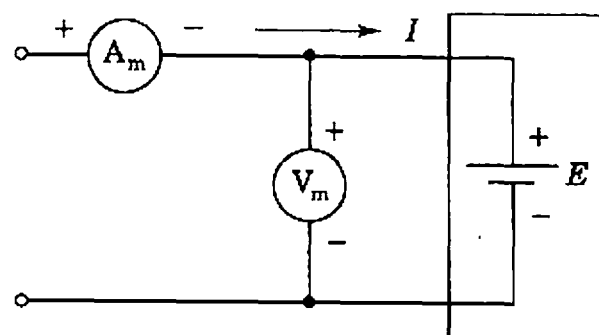
در یک سیستم dc، مسأله توان تحویلی یا جذب شده به وسیله یک مدار کاملاً مشخص است. رابطه جریان و ولتاژ شکل (الف ۱-۹) را که در آن جریان مستقیم  $I$  از طریق یک باتری برقرار می‌شود در نظر بگیرید. چنانچه ولت متر  $V_m$  و آمپر متر  $A_m$  به ترتیب مقدارهای  $E = 100\text{ V}$  و  $I = 10\text{ A}$  را قرائت نمایند، باتری با نرخ  $1000\text{ W}$  شارژ خواهد شد (دریافت انرژی) که از رابطه  $EI = 1000\text{ W}$  به دست می‌آید. از طرف دیگر با حفظ همین جهت برای پیکان، چنانچه آمپر متر جریان  $I = -10\text{ A}$  را نشان دهد، باتری تخلیه شده (دادن انرژی) حاصل ضرب  $EI = -1000\text{ W}$  خواهد بود. همین ملاحظات برای مدارهای ac نیز در نظر گرفته می‌شود.

برای سیستم ac شکل (ب ۱-۹) که منبع ولتاژ ایده‌آل  $E$  را (دامنه ثابت، فرکانس ثابت و امپدانس صفر) داخل یک جعبه نشان می‌دهد، پلاریته نشان داده، طبق معمول، اشاره به پایانه‌ای دارد که در نیم سیکل مثبت ولتاژ لحظه‌ای، مثبت است. به همین ترتیب، پیکان جهت جریان ورودی به جعبه را در نیم سیکل مثبت جریان نشان می‌دهد. وات متر شکل (ب ۱-۹) دارای یک سیم پیچ جریان و یک سیم پیچ ولتاژ است که به ترتیب دلالت بر آمپر متر  $A_m$  و ولت متر  $V_m$  شکل (الف ۱-۹) دارد. سیم پیچهای وات متر به گونه‌ای متصل شده است که عقربه آن به سمت اعداد مثبت (قسمت بالای مقیاس) منحرف می‌شود. با توجه به تعریفهای بیان شده، توان دریافتی به وسیله جعبه برابر است با:

$$S = VI^* = P + jQ = |V| |I| \cos \theta + j|V| |I| \sin \theta \quad (1-25)$$



(ب)



(الف)

شکل ۱-۹ (الف) اتصال آمپر متر و ولت متر برای اندازه‌گیری جریان مستقیم  $I$  و ولتاژ باتری  $E$ .  
(ب) اتصال وات متر برای اندازه‌گیری توان حقیقی دریافتی به وسیله منبع ac با ولتاژ  $E$ .

می‌شود. با توجه به تعریفهای بیان شده، توان دریافتی به وسیلهٔ جعبه برابر است با:

$$S = VI^* = P + jQ = |V| |I| \cos \theta + j|V| |I| \sin \theta \quad (1-25)$$

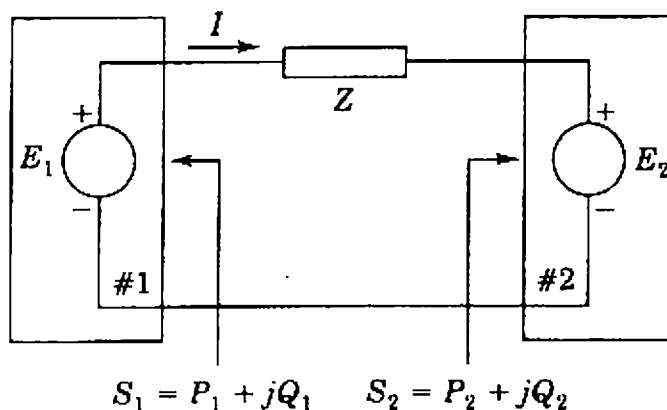
$\theta$  زاویهٔ پس فازی  $I$  نسبت به  $V$  است. بنابراین اگر وات متر با توجه به اتصالهای شکل (ب-۹-۱)، عدد مثبتی را نشان دهد،  $P = |V| |I| \cos \theta$  مثبت بوده توان حقیقی به وسیلهٔ منبع  $E$  دریافت می‌گردد. چنانچه نشانگر وات متر به سمت اعداد منفی منحرف شود،  $P = |V| |I| \cos \theta$  منفی بوده توان حقیقی به وسیلهٔ منبع  $E$  تولید خواهد شد. با معکوس کردن اتصال سیم‌پیچ جریان یا ولتاژ (اما نه هر دو) وات متر عدد مثبتی را نشان خواهد داد. چنانچه وات متر با یک دستگاه وارمتر جایگزین شود، مشابه حالت پیشین، با توجه به علامت  $Q$ ، توان راکتیو به وسیلهٔ منبع  $E$  تولید و یا دریافت خواهد شد. با توجه به پلاریتهٔ نشان داده شده برای جریان و ولتاژ در جدول (۱-۱) و مقدار آنها می‌توان  $P$  و  $Q$  تولیدی یا دریافتی بوسیلهٔ هر مدار داخل جعبه را تعیین نمود. مقدار عددی قسمت‌های حقیقی و مجازی حاصلضرب  $S = VI^*$ ،  $P$  و  $Q$  تولیدی یا دریافتی به وسیلهٔ مدار یا شبکهٔ داخل جعبه را نشان می‌دهد. هنگامی که جریان  $I$  نسبت به ولتاژ  $V$  به اندازهٔ زاویهٔ  $\theta$  بین  $0^\circ$  تا  $90^\circ$  پس فاز باشد،  $P = |V| |I| \cos \theta$  و  $Q = |V| |I| \sin \theta$  هر دو مثبت خواهد بود. این نشان می‌دهد که وات و وار به وسیلهٔ مدار القایی داخل جعبه جذب می‌گردد. چنانچه  $I$  نسبت به  $V$  با زاویه‌ای بین  $0^\circ$  تا  $90^\circ$  پیش فاز باشد،  $P$  هنوز مثبت اما  $Q = |V| |I| \sin \theta$  هر دو منفی خواهند شد. این نشان می‌دهد که وار منفی، دریافت و یا وار مثبت به وسیلهٔ مدار خازنی داخل جعبه تولید می‌گردد.

### جدول (۱-۱)

	<p>اگر <math>P &gt; 0</math> باشد، مدار توان حقیقی جذب می‌کند.  اگر <math>P &lt; 0</math> باشد، مدار توان حقیقی تحویل می‌دهد.  اگر <math>Q &gt; 0</math> باشد، مدار توان مجازی جذب می‌کند (<math>I</math> نسبت به <math>V</math> پس فاز است).  اگر <math>Q &lt; 0</math> باشد، مدار توان مجازی تحویل می‌دهد (<math>I</math> نسبت به <math>V</math> پیش فاز است).</p>
--	--

**مثال ۱-۱** دو منبع ولتاژ ایده‌آل یعنی ماشینهای ۱ و ۲، مانند شکل (۱-۱۰) به هم وصل شده‌اند. اگر  $E_1 = 100 \angle 0^\circ V$  و  $E_2 = 100 \angle 30^\circ V$  و  $Z = 0 + j5 \Omega$  باشد، (الف) اندازهٔ توانی را که هر ماشین دریافت یا تولید می‌کند به دست آورید. (ب) اندازهٔ توان راکتیو تولیدی یا دریافتی به وسیلهٔ هر





شکل ۱-۱۰ منابع ولتاژ ایده‌آل که توسط امپدانس  $Z$  به یکدیگر وصل شده‌اند.

ماشین را به دست آورید. (پ)  $P$  و  $Q$  دریافت شده به وسیله امپدانس چقدر است؟

$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} = \frac{100 + j0 - (86.6 + j50)}{j5}$$

پاسخ:

$$= \frac{13.4 - j50}{j5} = -10 - j2.68 = 10.35 \angle 195^\circ \text{ A}$$

جریان ورودی به جعبه ۱ برابر  $-I$  برابر و جعبه ۲ برابر  $I$  است. بنابراین:

$$S_1 = E_1 (-I)^* = P_1 + jQ_1 = 100(10 + j2.68)^* = 1000 - j268 \text{ VA}$$

$$S_2 = E_2 I^* = P_2 + jQ_2 = (86.6 + j50)(-10 + j2.68) = -1000 - j268 \text{ VA}$$

توان راکتیو دریافتی به وسیله امپدانس سری برابر است با:

$$|I|^2 X = 10.35^2 \times 5 = 536 \text{ var}$$

با توجه به جهت جریان و پلاریته نشان داده شده، انتظار می‌رفت ماشین ۱، ژنراتور باشد اما با توجه به اینکه  $P_1$  مثبت و  $Q_1$  منفی است، ماشین انرژی را با نرخ  $1000 \text{ W}$ ، مصرف و توان راکتیو  $268 \text{ var}$  را تولید می‌نماید. یعنی این ماشین واقعاً موتور است.

ماشین ۲، انتظار می‌رفت که موتور باشد اما دارای  $P_2$  و  $Q_2$  منفی است. بنابراین تولید کننده انرژی با نرخ  $1000 \text{ W}$  و توان راکتیو  $268 \text{ var}$  می‌باشد. این ماشین در واقع یک ژنراتور است.

توجه شود که توان راکتیو تولیدی،  $268 + 268 = 536 \text{ var}$  است. یعنی همان مقداری که راکتانس القایی  $5\Omega$  نیاز دارد. چون امپدانس کاملاً راکتیو است،  $P$  مصرفی آن صفر بوده همه وات تولید شده به وسیله ماشین ۲ به ماشین ۱ منتقل می‌شود.

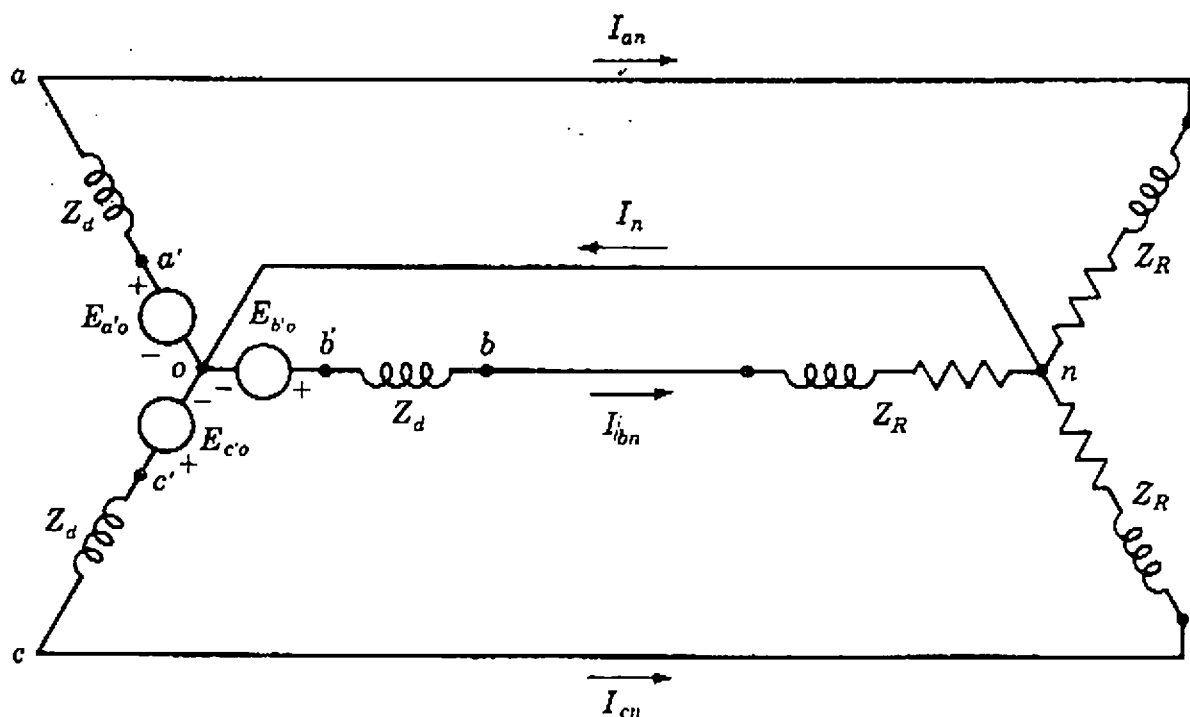
## ۸-۱ ولتاژ و جریان در مدارهای سه فاز متعادل

سیستمهای قدرت الکتریکی با ژنراتورهای سه فاز تغذیه می‌شوند. ژنراتورها معمولاً بارهای سه فاز متعادل را تغذیه می‌کنند، بدین معنا که امپدانس هر سه فاز یکسان است. البته بارهای روشنایی و موتورهای کوچک تکفاز هستند اما سیستم توزیع به گونه‌ای طراحی می‌شود که هر سه فاز متعادل گردند. شکل (۱۱-۱) یک ژنراتور با اتصال ستاره را نشان می‌دهد که نقطه خنثی در آن با  $o$  مشخص شده است و بار ستاره متعادل را - که نقطه خنثی در آن با  $n$  به نمایش درآمده است - تغذیه می‌کند. در این مدار از امپدانس متصل کننده پایانه‌های ژنراتور و بار و نقطه  $o$  و  $n$  چشم‌پوشی شده است.

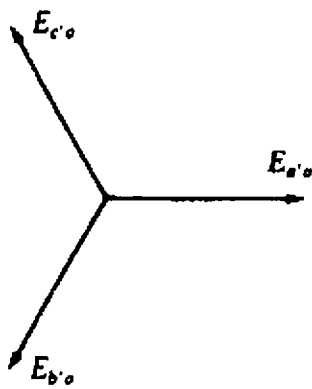
مدار معادل ژنراتور شامل یک  $emf$  در هر یک از سه فاز است که در نمودار با یک دایره مشخص شده‌اند. هر  $emf$  با یک مقاومت و راکتانس القایی سری شده است که امپدانس  $Z_d$  را تشکیل می‌دهد. نقطه‌های  $a'$ ،  $b'$  و  $c'$  فرضی هستند، چون نمی‌توان  $emf$  تولید شده را از امپدانس هر فاز جدا کرد. نقطه‌های  $a$ ،  $b$  و  $c$  پایانه‌های ماشین را نشان می‌دهد. در فصل ۳، این مدار معادل بیشتر مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ژنراتور،  $emf$  های  $E_{a'o}$ ،  $E_{b'o}$  و  $E_{c'o}$  از نظر اندازه برابر بوده از نظر فاز  $120^\circ$  با یکدیگر اختلاف فاز دارند. اگر اندازه هر یک  $100\text{ V}$  و  $E_{a'o}$  مبنا در نظر گرفته شود، می‌توان نوشت:

$$E_{a'o} = 100 \angle 0^\circ \text{ V} \quad E_{b'o} = 100 \angle 240^\circ \text{ V} \quad E_{c'o} = 100 \angle 120^\circ \text{ V}$$

در این صورت توالی فاز  $abc$  است، بدین معنا که  $E_{a'o}$  از  $E_{b'o}$ ،  $120^\circ$  جلوتر و  $E_{b'o}$  از  $E_{c'o}$ ،  $120^\circ$  جلوتر است. نمودار مداری اطلاعاتی در مورد توالی فاز ارائه نمی‌دهد اما شکل (۱۲-۱) این  $emf$  ها را با توالی فاز  $abc$  نشان می‌دهد.



شکل ۱۱-۱ نمودار مداری اتصال ژنراتور ستاره به بار ستاره متعادل



شکل ۱-۱۲ نمودار فازوری emf های مدار شکل ۱-۱۱

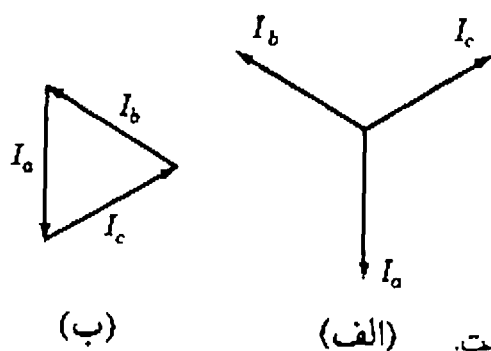
در پایانه‌های ژنراتور (و در این حالت پایانه‌های بار)، ولتاژ پایانه‌ها نسبت به خنثی عبارت است از:

$$\begin{aligned} V_{ao} &= E_{a'o} - I_{an} Z_d \\ V_{bo} &= E_{b'o} - I_{bn} Z_d \\ V_{co} &= E_{c'o} - I_{cn} Z_d \end{aligned} \quad (1-26)$$

با توجه به اینکه نقطه‌های  $o$  و  $n$  هم پتانسیل‌اند،  $V_{ao}$ ،  $V_{bo}$  و  $V_{co}$  به ترتیب  $V_{an}$ ،  $V_{bn}$  و  $V_{cn}$  برابر می‌باشد. جریانهای خط - که در اتصال ستاره جریان فاز نیز می‌باشند - عبارتند از:

$$\begin{aligned} I_{an} &= \frac{E_{a'o}}{Z_d + Z_R} = \frac{V_{an}}{Z_R} \\ I_{bn} &= \frac{E_{b'o}}{Z_d + Z_R} = \frac{V_{bn}}{Z_R} \\ I_{cn} &= \frac{E_{c'o}}{Z_d + Z_R} = \frac{V_{cn}}{Z_R} \end{aligned} \quad (1-27)$$

با توجه به اینکه  $E_{a'o}$ ،  $E_{b'o}$  و  $E_{c'o}$  از نظر اندازه برابر و از نظر فاز دارای  $120^\circ$  اختلاف فاز هستند و با توجه به یکسان بودن امپدانسهای هر فاز، جریانها نیز از نظر اندازه برابر و از نظر فاز دارای  $120^\circ$  اختلاف فاز می‌باشند. این امر در مورد  $V_{an}$ ،  $V_{bn}$  و  $V_{cn}$  نیز برقرار می‌باشد. در این صورت، ولتاژها و جریانها متعادل خوانده می‌شوند. شکل (الف ۱-۱۳) سه جریان خط یک سیستم متعادل را نشان می‌دهد. در شکل (ب ۱-۱۳)، این جریانها تشکیل یک مثلث بسته را می‌دهند و مشاهده می‌شود که مجموع آنها برابر صفر است. بنابراین  $I_n$  که جریان بین نقطه خنثی بار و ژنراتور در شکل (۱-۱۱) است، برابر صفر می‌باشد. پس چنانچه اتصال بین نقطه  $n$  و  $o$  دارای هر امپدانسی باشد و یا حتی مدار باز باشد، این دو نقطه، هم پتانسیل باقی خواهند ماند. اگر بار نامتعادل باشد، مجموع جریانها صفر نمی‌باشد و جریان بین نقطه  $n$  و  $o$  برقرار خواهد شد. در حالت بار نامتعادل، نقطه  $n$  و  $o$  دیگر هم پتانسیل نمی‌باشند



شکل ۱-۱۳ نمودار فازوری جریانهای بار سه فاز متعادل:

(الف) فازورها از یک نقطه مشترک رسم شده‌اند.

(ب) جمع فازورها تشکیل یک مثلث بسته داده است.

مگر اینکه توسط امیدانس صفر به هم وصل گردند.

به دلیل جابجایی و لثاژها و جریانها در یک سیستم سه فاز متعادل، کاربرد یک روش خلاصه نویسی برای نشان دادن چرخش فازوری  $120^\circ$  مناسب است. نتیجه ضرب دو عدد مختلط، یک عدد مختلط است که دامنه آن برابر حاصلضرب دامنه‌های دو عدد و زاویه فاز آن برابر مجموع زاویه‌های فاز دو عدد می‌باشد. چنانچه یک عدد مختلط دلخواه در عدد مختلطی با دامنه یک و فاز  $\theta$  ضرب گردد، دامنه عدد دلخواه تغییر نخواهد کرد ولی فاز آن به اندازه  $\theta$  جابجا می‌شود. عدد مختلط با دامنه یک و فاز  $\theta$ ، یک عملگر<sup>۱</sup> نامیده می‌شود که دامنه عملوند خود را تغییر نمی‌دهد ولی به اندازه زاویه  $\theta$ ، فاز آن را جابجا می‌نماید. مسلماً با عملگرهای متداول  $z$  و  $-1$  که به ترتیب  $90^\circ$  و  $180^\circ$  چرخش ایجاد می‌نمایند، آشنا هستید. دو بار استفاده متوالی از عملگر  $z$  چرخشی به اندازه  $90^\circ + 90^\circ$  ایجاد می‌کند. بنابراین  $z \times z$  سبب چرخش  $180^\circ$  خواهد شد و یا می‌توان نتیجه گرفت که  $z^2$  برابر  $-1$  می‌باشد. توانهای دیگر  $z$  به همین روش تجزیه و تحلیل می‌شوند.

حرف  $a$  نشانگر عملگری است که  $120^\circ$  چرخش در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت ایجاد می‌نماید. این عملگر دارای دامنه یک و زاویه فاز  $\theta$  می‌باشد و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$a = 1 \angle 120^\circ = 1e^{j2\pi/3} = -0.5 + j0.866$$

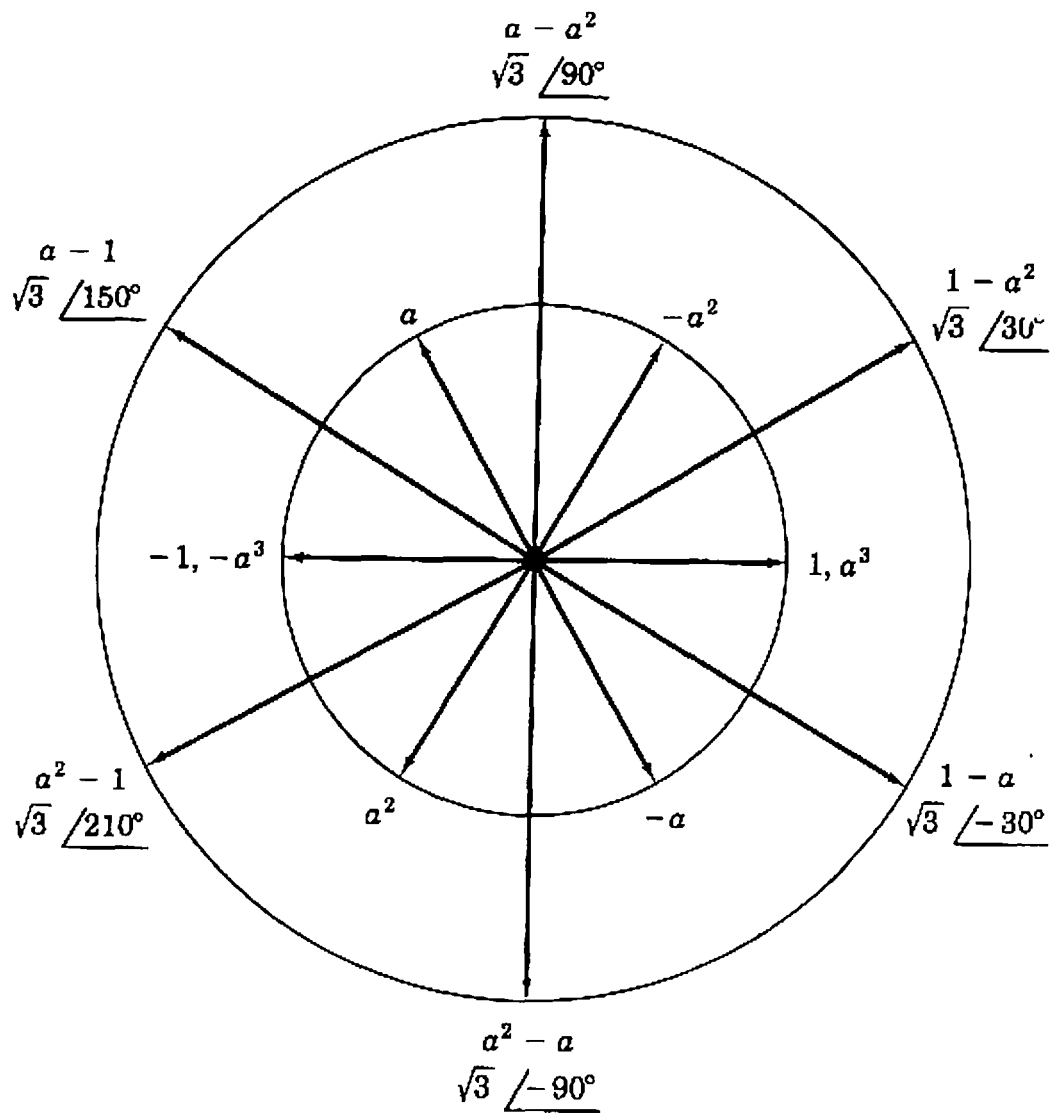
دو بار استفاده متوالی از عملگر  $a$  چرخشی به اندازه  $240^\circ$  ایجاد می‌نماید. سه بار استفاده متوالی از عملگر  $a$  سبب چرخش  $360^\circ$  خواهد شد. بنابراین:

$$a^2 = 1 \angle 240^\circ = 1e^{j4\pi/3} = -0.5 - j0.866$$

$$a^3 = 1 \angle 360^\circ = 1e^{j2\pi} = 1 \angle 0^\circ = 1$$

روشن است که  $1 + a + a^2 = 0$  می‌باشد. شکل (۱-۱۴) بیان فازوری توانها و توابع مختلف عملگر  $a$

1- operator



شکل ۱-۱۴ نمودار فازوری توانها و توابع مختلف عملگر  $a$

را نشان می دهد.

در شکل (۱-۱۱) ولتاژهای خط به خط عبارت از  $V_{ab}$ ،  $V_{bc}$  و  $V_{ca}$  می باشد. در صورت حرکت در مسیر  $a$  به  $b$  از طریق  $n$  می توان نوشت:

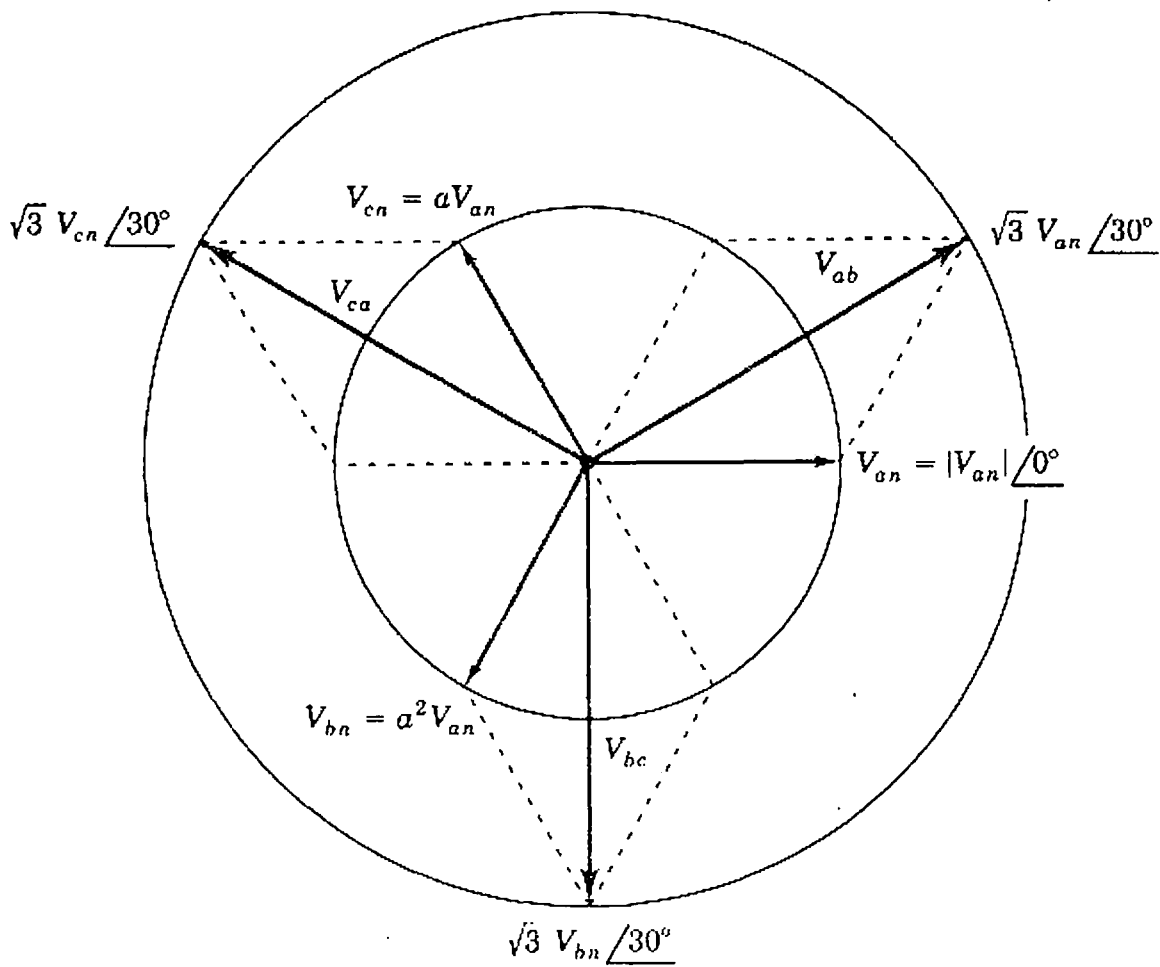
$$V_{ab} = V_{an} + V_{nb} = V_{an} - V_{bn} \quad (1-28)$$

اگرچه  $E_{a'o}$  و  $V_{an}$  از شکل ۱-۱۱ هم فاز نیستند، می توان به جای  $E_{a'o}$  از  $V_{an}$  به عنوان ولتاژ مرجع برای تعریف ولتاژها استفاده نمود. بر همین اساس، شکل ۱-۱۵ نمودار فازوری ولتاژها نسبت به خنثی و چگونگی به دست آوردن  $V_{ab}$  را نشان می دهد. با استفاده از عملگر  $a$  می توان نوشت  $V_{bn} = a^2 V_{an}$ ، بنابراین:

$$V_{ab} = V_{an} - a^2 V_{bn} = V_{an} (1 - a^2) \quad (1-29)$$

از شکل ۱-۱۴ می توان نتیجه گرفت  $1 - a^2 = \sqrt{3} \angle 30^\circ$ ، بنابراین:

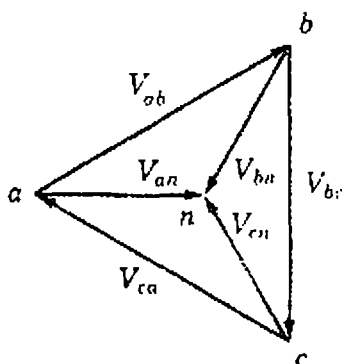
$$V_{ab} = \sqrt{3} V_{an} e^{j30^\circ} = \sqrt{3} V_{an} \angle 30^\circ \quad (1-30)$$



شکل ۱-۱۵ نمودار فازوری ولتاژهای خط به خط برحسب ولتاژهای خط به خنثی در مدار سه فاز متعادل

بنابراین به عنوان یک فازور،  $V_{ab}$  نسبت به  $V_{an}$ ،  $30^\circ$  پیش فاز و اندازه آن  $\sqrt{3}$  برابر بزرگتر است. به همین روش سایر ولتاژهای خط به خط به دست می‌آید. شکل ۱-۱۵ همه ولتاژهای خط به خط را بر حسب ولتاژهای خط به خنثی نشان می‌دهد. یادآوری این نکته مهم است که اندازه ولتاژهای خط به خط در مدار سه فاز متعادل، همیشه  $\sqrt{3}$  برابر اندازه ولتاژهای خط به خنثی می‌باشد.

در شکل ۱-۱۶ روشی دیگر برای نمایش ولتاژهای خط به خط و خط به خنثی آمده است. فازورهای ولتاژ خط به خط بر اساس یک مرجع انتخابی - که در اینجا  $V_{an}$  است - رسم شده یک مثلث بسته را تشکیل می‌دهند. رأسهای مثلث به گونه‌ای نامگذاری شده است که هر فاز و ولتاژ با توجه به ترتیب زیرنوشته‌های آن از رأسی شروع و به رأسی دیگر پایان می‌یابد. فازورهای ولتاژ خط به خنثی از رأسها به طرف مرکز مثلث رسم شده‌اند. با درک این نمودار فازوری می‌توان دید که ساده‌ترین راه تعیین ولتاژهای مختلف، همین روش می‌باشد.



شکل ۱-۱۶ روش دیگر رسم فازورهای شکل ۱-۱۵

ترتیب به دنبال هم آمدن رأسهای  $a$ ،  $b$  و  $c$ ، هنگامی که مثلث در جهت مثلثاتی حول نقطه  $n$  بچرخد، توالی فاز را نشان می‌دهد. هنگام بررسی خطاهای نامتعادل در سیستم قدرت با استفاده از مؤلفه‌های متقارن، اهمیت توالی فاز آشکار می‌گردد. نمودار جداگانه‌ای برای جریانها نیز می‌توان رسم نمود تا رابطه جریان هر فاز را نسبت به ولتاژ آن نشان دهد.

**مثال ۱-۲** در یک مدار سه فاز متعادل، ولتاژ  $V_{ab}$  برابر  $V = 173.2 \angle 0^\circ$  است. تمامی ولتاژها و جریانها را در باری با اتصال ستاره و دارای امپدانس  $Z_L = 10 \angle 20^\circ \Omega$  به دست آورید. توالی فاز  $abc$  فرض شود.

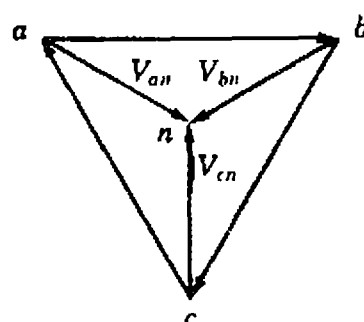
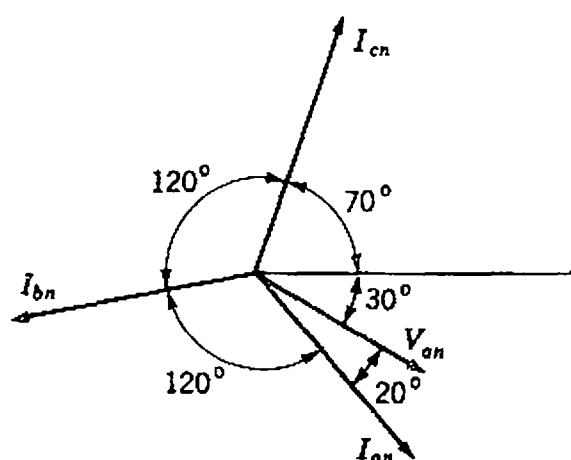
**پاسخ:** با مبنا در نظر گرفتن ولتاژ  $V_{ba}$ ، نمودار فازوری ولتاژها به صورت شکل ۱۷-۱ در می‌آید. با توجه به آن می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} V_{ab} &= 173.2 \angle 0^\circ \text{ V} & V_{an} &= 100 \angle -30^\circ \text{ V} \\ V_{bc} &= 173.2 \angle 240^\circ \text{ V} & V_{bn} &= 100 \angle 210^\circ \text{ V} \\ V_{ca} &= 173.2 \angle 120^\circ \text{ V} & V_{cn} &= 100 \angle 90^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

اندازه هر یک از جریانها  $A$  ۱۰ بوده و جریان هر فاز بار نسبت به ولتاژ دو سر آن  $20^\circ$  پس فاز است. شکل ۱۸-۱، نمودار فازوری جریانها را نشان می‌دهد.

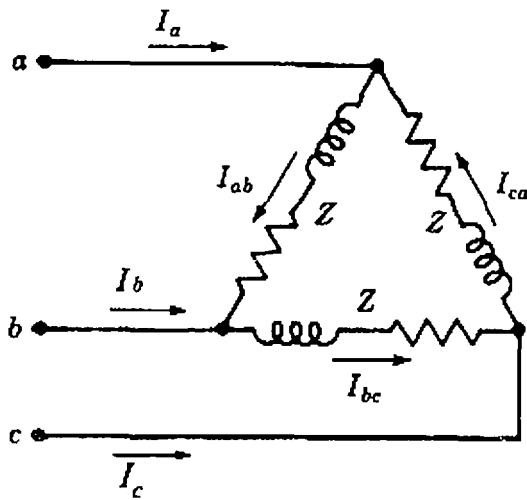
$$I_{an} = 10 \angle -50^\circ \text{ A} \quad I_{bn} = 10 \angle 190^\circ \text{ A} \quad I_{cn} = 10 \angle 70^\circ \text{ A}$$

بارهای متعادل معمولاً-همچنانکه در شکل ۱۹-۱ نشان داده شده است- به صورت مثلث بسته می‌شوند. اثبات این نکته با استفاده از عملگر  $a$  به خواننده واگذار شده است تا نشان دهد که اندازه جریان خط، مانند  $I_a$ ، برابر جریان فاز، مانند  $I_{ab}$  می‌باشد. در صورتیکه توالی فاز  $abc$  در نظر گرفته شود، نسبت به  $I_a$ ،  $30^\circ$  پس فاز است. شکل ۲۰-۱ ارتباطات جریان را هنگامی نشان می‌دهد که  $I_{ab}$  مرجع انتخاب می‌گردد.



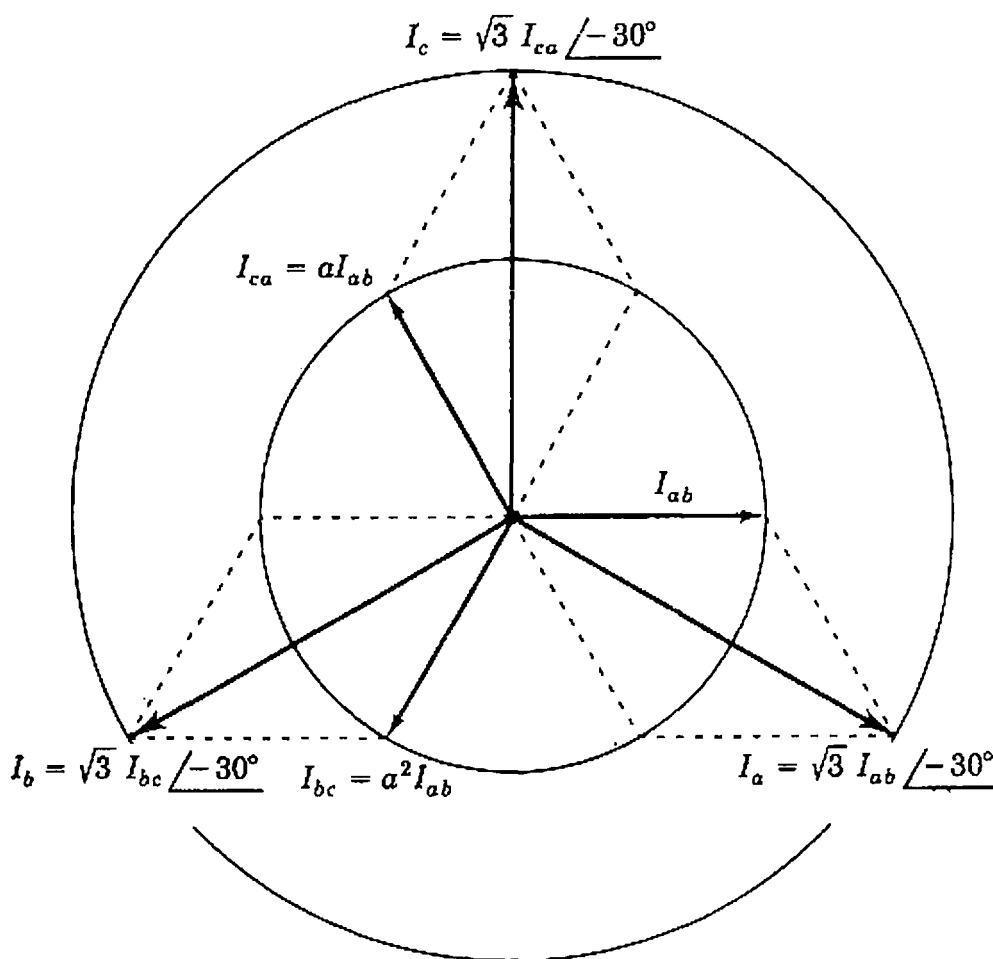
شکل ۱۸-۱ نمودار فازوری جریانهای مثال ۱-۲

شکل ۱۷-۱ نمودار فازوری ولتاژهای مثال ۱-۲



شکل ۱-۱۹ نمودار مداری  
بار سه فاز با اتصال مثلث

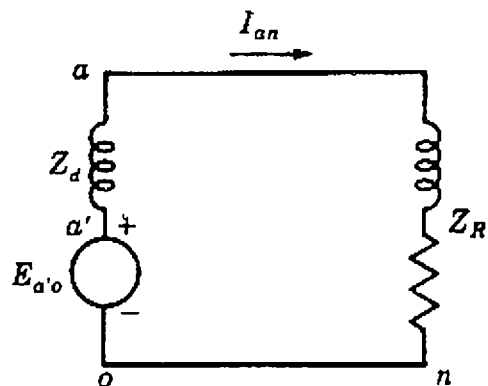
هنگام حل مدارهای سه فاز متعادل، نیازی به در نظر گرفتن کل نمودار مداری سه فاز شکل ۱-۱۱ نیست. برای حل مدار فرض می شود سیم خنثایی با امپدانس صفر وجود دارد و مجموع جریانهای هر سه فاز را - که البته در حالت تعادل صفر است - حمل می کند. با اعمال قانون ولتاژ کیرشهف حول مسیر بسته ای که شامل یک فاز و خنثی می باشد، مدار حل می شود. چنین مسیر بسته ای در شکل ۱-۲۱ نشان داده شده است. این مدار معادل تک فاز یا هر فاز<sup>۱</sup> مدار شکل ۱-۱۱ می باشد. محاسبات انجام شده در این



شکل ۱-۲۰ نمودار فازوری جریانهای خط بر حسب جریانهای فاز در بار سه فاز متعادل با اتصال مثلث

1- single - phase or per - phase equivalent





شکل ۲۱-۱ یک فاز از مدار شکل ۱۱-۱

مسیر با یادآوری این نکته که جریانهای دو فاز دیگر از نظر اندازه با این جریان برابرند و او نظر فاز  $120^\circ$  و  $240^\circ$  با آن اختلاف فاز دارند، برای کل سه فاز قابل تعمیم است. نوع اتصال بار سه فاز متعادل (که با ولتاژ خط به خط، توان کل و ضریب توان مشخص می شود) از لحاظ مثلث یا ستاره بودن اهمیتی ندارد زیرا همچنانکه در جدول ۱-۲ نشان داده شده است، از نظر محاسبات می توان به جای اتصال مثلث،

جدول ۱-۲ تبدیلهای  $Y-\Delta$  و  $\Delta-Y$  \*

<p><math>\Delta \rightarrow Y</math></p> $Z_A = \frac{Z_{AB}Z_{CA}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}$ $Z_B = \frac{Z_{BC}Z_{AB}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}$ $Z_C = \frac{Z_{CA}Z_{BC}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}$	<p><math>Y \rightarrow \Delta</math></p> $Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C}$ $Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A}$ $Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B}$
<p><math>\Delta \rightarrow Y</math></p> $Y_A = \frac{Y_{AB}Y_{CA} + Y_{BC}Y_{AB} + Y_{CA}Y_{BC}}{Y_{BC}}$ $Y_B = \frac{Y_{AB}Y_{CA} + Y_{BC}Y_{AB} + Y_{CA}Y_{BC}}{Y_{CA}}$ $Y_C = \frac{Y_{AB}Y_{CA} + Y_{BC}Y_{AB} + Y_{CA}Y_{BC}}{Y_{AB}}$	<p><math>Y \rightarrow \Delta</math></p> $Y_{AB} = \frac{Y_A Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}$ $Y_{BC} = \frac{Y_B Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$ $Y_{CA} = \frac{Y_C Y_A}{Y_A + Y_B + Y_C}$

\* امپدانسها و ادمیتانسهای با زیرنویست یکسان عکس یکدیگرند.

اتصال ستاره معادل آن را قرار داد. با توجه به جدول رابطه امپدانس ستاره  $Z_Y$  بر حسب امپدانس مثلث  $Z_\Delta$  به صورت زیر است:

$$Z_Y = \frac{\text{حاصل ضرب } Z_\Delta \text{ های نزدیک هم}}{\text{مجموع } Z_\Delta \text{ ها}} \quad (1-31)$$

بنابراین هنگامی که امپدانس سه فاز بار مثلث با هم برابرند، امپدانس  $Z_Y$  هر فاز از مدار معادل  $Y$  آن، یک سوم امپدانس هر فاز بار  $\Delta$  می باشد. به همین ترتیب با توجه به جدول، رابطه  $Z_\Delta$  ها بر حسب  $Z_Y$  ها به صورت زیر می باشد:

$$Z_\Delta = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب دو به دو } Z_Y \text{ ها}}{Z_Y \text{ مقابل}} \quad (1-32)$$

بیانهای مشابهی برای تبدیل ادیتانسها به کار می رود.

**مثال ۱-۳** ولتاژ پایانه یک بار با اتصال ستاره، شامل سه امپدانس مساوی  $20 \angle 30^\circ \Omega$  برابر  $4.4 \text{ kV}$  خط به خط است. امپدانس هر یک از سه خط متصل کننده بار به شینه پست  $Z_L = 1.4 \angle 75^\circ \Omega$  می باشد. ولتاژ خط به خط را در شینه پست به دست آورید.

**پاسخ:** اندازه ولتاژ خط به خنثای بار برابر  $2540 \text{ V} = 4400/\sqrt{3}$  است. با مبنا در نظر گرفتن  $V_{an}$ ، (ولتاژ روی بار)، می توان نوشت:

$$V_{an} = 2540 \angle 0^\circ \text{ V} \quad I_{an} = \frac{2540 \angle 0^\circ}{20 \angle 30^\circ} = 127 \angle -30^\circ \text{ A}$$

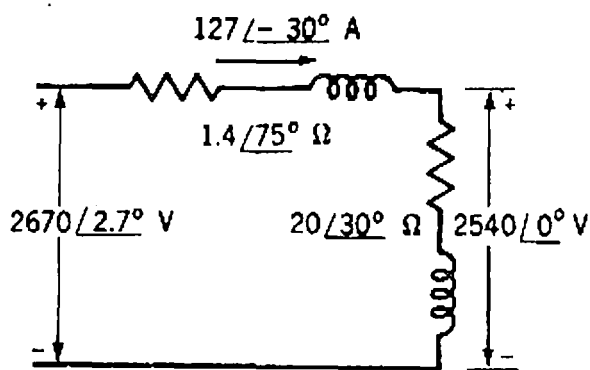
ولتاژ خط به خنثی در پست برابر است با:

$$\begin{aligned} V_{an} + I_{an} Z_L &= 2540 \angle 0^\circ + 127 \angle -30^\circ \times 1.4 \angle 75^\circ \\ &= 2540 \angle 0^\circ + 177.8 \angle 45^\circ \\ &= 2666 + j125.7 = 2670 \angle 2.7^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

و اندازه ولتاژ خط به خط در شینه پست برابر است با:

$$\sqrt{3} \times 2670 = 4.62 \text{ kV}$$

شکل ۱-۲۲، مدار معادل تکفاز و مقادیرهای به دست آمده را نشان می دهد.



شکل ۱-۲۲ مدار معادل تکفاز مثال ۱-۳

### ۱-۹ توان در مدارهای سه فاز متعادل

توان کل تولیدی ژنراتور سه فاز و یا توان کل مصرفی بار سه فاز برابر مجموع توان هر یک از فازها می باشد. در یک مدار متعادل، توان کل سه فاز برابر توان یک فاز ضرب در ۳ می باشد. زیرا توان هر سه فاز یکی است.

اگر اندازه ولتاژها نسبت به خنثی،  $V_p$ ، در یک بار با اتصال ستاره برابر باشد با:

$$|V_p| = |V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}| \quad (1-33)$$

و اندازه جریان فاز آن،  $I_p$ ، برابر باشد با:

$$|I_p| = |I_{an}| = |I_{bn}| = |I_{cn}| \quad (1-34)$$

توان کل سه فاز برابر خواهد شد با:

$$P = 3 |V_p| |I_p| \cos \theta_p \quad (1-35)$$

زاویه  $\theta_p$ ، میزان پس فاز بودن جریان فاز نسبت به ولتاژ فاز یا زاویه امپدانس هر فاز است. اگر  $V_L$  و  $I_L$  به ترتیب اندازه ولتاژ خط به خط و جریان خط باشند، می توان نوشت:

$$|V_p| = \frac{|V_L|}{\sqrt{3}} \quad |I_p| = |I_L| \quad (1-36)$$

جایگذاری این رابطه ها در معادله (۱-۳۵) نتیجه می دهد:

$$P = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \cos \theta_p \quad (1-37)$$

ولت آمپر راکتیو کل بار برابر است با:

$$Q = 3 |V_p| |I_p| \sin \theta_p \quad (1-38)$$

$$Q = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \sin \theta_p \quad (1-39)$$

ولت آمپر بار نیز به صورت زیر است:

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \quad (1-40)$$

معادله‌های (1-37)، (1-39) و (1-40)، معادله‌های متعارف برای محاسبه  $P$ ،  $Q$  و  $|S|$  در شبکه‌های سه فاز متعادل هستند. زیرا کمیت‌های معلوم شبکه‌ها معمولاً ولتاژ خط به خط، جریان خط و ضریب توان یعنی  $\cos \theta_p$  می‌باشد. مدارهای سه فاز، متعادل فرض می‌شوند مگر اینکه عدم تعادل آنها قید شود و اصطلاحات ولتاژ، جریان و توان به ترتیب ولتاژ خط به خط، جریان خط و توان کل سه فاز در نظر گرفته می‌شوند مگر اینکه مشخصه‌های دیگری بیان شود. چنانچه اتصال بار، مثلث باشد، ولتاژ هر یک از امپدانسها، ولتاژ خط به خط و اندازه جریان هر امپدانس، برابر اندازه جریان خط تقسیم بر  $\sqrt{3}$  می‌باشد، یا:

$$|V_p| = |V_L| \quad \text{و} \quad |I_p| = \frac{|I_L|}{\sqrt{3}} \quad (1-41)$$

توان کل سه فاز برابر است با:

$$P = 3 |V_p| |I_p| \cos \theta_p \quad (1-42)$$

با جایگذاری مقدار  $|V_p|$  و  $|I_p|$  از معادله 1-41 در این معادله، می‌توان نوشت:

$$P = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \cos \theta_p \quad (1-43)$$

که همان معادله (1-37) می‌باشد. بنابراین معادله‌های 1-39 و 1-40 با ستاره یا مثلث بودن اتصال بار بستگی ندارند و همواره برقرار می‌باشند.

## ۱-۱۰ کمیت‌های پریونیت

خطهای انتقال قدرت در سطحی از ولتاژ کار می‌کنند که استفاده از واحد کیلوولت برای بیان ولتاژ آنها، راحت‌تر است. به علت بزرگی میزان توان انتقالی، کیلووات یا مگاوات و کیلوولت آمپر یا مگاوات آمپر واحدهای معمول‌تری هستند. اما این کمیتها و آمپر و اهم، اغلب برحسب درصد یا پریونیت مقدار مرجع یا مبنای مشخص شده برای هر کدام به کار می‌روند. برای مثال، اگر ولتاژ مبنا  $120 \text{ kV}$  انتخاب شود، ولتاژهای  $108$ ،  $120$  و  $126 \text{ kV}$  به ترتیب برابر  $0.9$ ،  $1.0$  و  $1.05$  پریونیت یا  $90$ ،  $100$  و  $105$  درصد خواهند شد. مقدار پریونیت هر کمیت، نسبت همان کمیت به مقدار مبناست که به صورت

یک عدد اعشاری بیان می‌شود. این نسبت برحسب درصد، ۱۰۰ برابر مقدار پریونیت آن می‌باشد. استفاده از روشهای پریونیت و درصد در محاسبات، از کارکردن با مقادیر واقعی آمپر، اهم و ولت آسان‌تر است. مزیت پریونیت نسبت به درصد این است که حاصل ضرب پریونیت دو کمیت نیز بر حسب پریونیت است، اما حاصل ضرب درصد دو کمیت برای تبدیل به درصد، باید بر ۱۰۰ تقسیم شود.

رابطه ولتاژ، جریان، کیلوولت آمپر و امپدانس چنان است که انتخاب مقدار مبنا برای هر دو کمیت از آنها، مقدار مبنای دو کمیت دیگر را تعیین می‌کند. اگر مقدار مبنای ولتاژ و جریان مشخص باشد، از روی آن می‌توان مقدار مبنای امپدانس و کیلو ولت آمپر را نیز تعیین نمود. امپدانس مبنا، امپدانس است که ولتاژ دو سر آن، ولتاژ مبنا و جریان عبوری از آن، جریان مبنا باشد. کیلوولت آمپر مبنا در یک سیستم تکفاز، حاصل ضرب ولتاژ مبنا برحسب kV در جریان مبنا می‌باشند. در سیستم‌های تکفاز یا سیستم‌های سه فازی که اصطلاحات جریان بیانگر جریان خط، ولتاژ بیانگر ولتاژ به خنثی و کیلو ولت آمپر، کیلو ولت آمپر هر فاز باشد، رابطه‌های زیر، کمیت‌های مختلف را به هم مربوط می‌سازد:

$$\text{جریان مبنا، } A = \frac{kVA_{1\phi} \text{ مبنا}}{kV_{LN} \text{ مبنا}} \quad (1-44)$$

$$\text{امپدانس مبنا، } \Omega = \frac{V_{LN} \text{ مبنا}}{A \text{ مبنا}} \quad (1-45)$$

$$\text{امپدانس مبنا، } \Omega = \frac{(kV_{LN} \text{ مبنا})^2 \times 1000}{kVA_{1\phi} \text{ مبنا}} \quad (1-46)$$

$$\text{امپدانس مبنا، } \Omega = \frac{(kV_{LN} \text{ مبنا})^2}{MVA_{1\phi} \text{ مبنا}} \quad (1-47)$$

$$kW_{1\phi} \text{ مبنا} = kVA_{1\phi} \text{ مبنا} \quad (1-48)$$

$$MW_{1\phi} \text{ مبنا} = MVA_{1\phi} \text{ مبنا} \quad (1-49)$$

$$\text{امپدانس واقعی، } \Omega = \frac{\text{امپدانس پریونیت یک عنصر}}{\text{امپدانس مبنا، } \Omega} \quad (1-50)$$

در مدارهای سه فاز، زیرنوشته‌های  $1\phi$  و  $LN$  در این معادله‌ها به ترتیب بیانگر «در هر فاز» و «خط به خنثی» می‌باشند. اگر از این معادله‌ها در مدار تکفاز استفاده شود،  $kV_{LN}$  به معنی ولتاژ خط تکفاز یا ولتاژ خط به زمین در حالتی که یک طرف زمین شده باشد، خواهد بود.

از آنجا که مدارهای سه فاز به صورت یک خط با مسیر برگشت خنثی حل می‌شوند، مبنای کمیت‌ها

در نمودار امپدانس، کیلو ولت آمپر در هر فاز و کیلو ولت خط به خنثی می باشد. از طرف دیگر داده های سیستم قدرت معمولاً به صورت کیلو ولت آمپر یا مگا ولت آمپر کل سه فاز و کیلو ولت خط به خط می باشد. این نوع مشخص کردن ولتاژ خط به خط و کیلو ولت آمپر یا مگاوات آمپر کل سه فاز، ممکن است در رابطه بین مقدار پریونیت ولتاژ خط و پریونیت ولتاژ فاز ایجاد سرگردانی نماید. اگرچه ولتاژ خط را می توان مبنای در نظر گرفت ولی ولتاژی که در مدار معادل تکفاز برای حل آن لازم است، ولتاژ نسبت به خنثی است. مقدار مبنای برای ولتاژ نسبت به خنثی برابر ولتاژ مبنای خط به خط تقسیم بر  $\sqrt{3}$  است. از آن جا که این عدد نسبت بین ولتاژهای خط به خط و خط به خنثی در یک سیستم سه فاز متعادل است، مقدار پریونیت ولتاژ خط به خنثی بر مبنای ولتاژ خط به خنثی، برابر مقدار پریونیت ولتاژ خط به خط در همان نقطه بر مبنای ولتاژ خط به خط در صورت متعادل بودن سیستم است. به همین ترتیب، با توجه به اینکه کیلو ولت آمپر سه فاز سه برابر کیلو ولت آمپر هر فاز است، بنابراین مقدار پریونیت کیلو ولت آمپر سه فاز بر مبنای کیلو ولت آمپر سه فاز برابر با مقدار پریونیت کیلو ولت آمپر هر فاز بر مبنای کیلو ولت آمپر هر فاز است.

برای روشن شدن مطلب به مثال عددی زیر توجه شود:

$$kVA_{3\phi} = 30000 \text{ kVA} \text{ مبنای}$$

$$kV_{LL} = 120 \text{ kV} \text{ مبنای}$$

زیر نوشتهای  $3\phi$  و  $LL$  به ترتیب نشانگر «سه فاز» و «خط به خط» می باشند.

$$kVA_{1\phi} = \frac{30000}{3} = 10000 \text{ kVA} \text{ مبنای}$$

$$kV_{LN} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 69,2 \text{ kV} \text{ مبنای}$$

در یک سیستم سه فاز متعادل، به ازای ولتاژ خط به خط واقعی  $108 \text{ kV}$ ، ولتاژ خط به خنثی  $62,3 = 108/\sqrt{3} = \text{kV}$  به دست خواهد آمد. بنابراین می توان نوشت:

$$\text{ولتاژ پریونیت} = \frac{108}{120} = \frac{62,3}{69,2} = 0,90$$

به ازای توان کل سه فاز  $18000 \text{ kW}$ ، توان هر فاز برابر  $6000 \text{ kW}$  خواهد بود. بنابراین:

$$\text{توان پریونیت} = \frac{18000}{30000} = \frac{6000}{10000} = 0,6$$

البته واحدهای مگاوات و مگاولت آمپر را می توان در روابط بالا به جای کیلو وات و کیلو ولت آمپر به کار برد. در سیستمهای سه فاز، مقداری که برای ولتاژ مبنا داده می شود ولتاژ خط به خط و مقداری که برای کیلو ولت آمپر یا مگاولت آمپر مبنا داده می شود کیلو ولت آمپر یا مگاولت آمپر کل سه فاز است مگر اینکه چیز دیگری قید شود.

امپدانس مبنا و جریان مبنا را می توان مستقیماً از مقدارهای سه فاز کیلو ولت مبنا و کیلو ولت آمپر مبنا محاسبه نمود. چنانچه کیلو ولت آمپر مبنا و ولتاژ مبنا برحسب کیلو ولت، به ترتیب کیلو ولت آمپر مبنا برای کل سه فاز و ولتاژ مبنا خط به خط در نظر گرفته شوند، آنگاه می توان نوشت:

$$\text{ولتاژ مبنا، } kV_{LL} \times \sqrt{3} = \frac{\text{مبنا } kVA_{3\phi}}{\text{جریان مبنا، } A} \quad (1-51)$$

و با توجه به معادله ۱-۴۶ می توان نوشت:

$$\text{امپدانس مبنا} = \frac{(\sqrt{3} / \text{ولتاژ مبنا، } kV_{LL})^2 \times 10000}{\text{مبنا } kVA_{3\phi} / 3} \quad (1-52)$$

$$\text{امپدانس مبنا} = \frac{(\text{ولتاژ مبنا، } kV_{LL})^2 \times 10000}{\text{مبنا } kVA_{3\phi}} \quad (1-53)$$

$$\text{امپدانس مبنا} = \frac{(\text{ولتاژ مبنا، } kV_{LL})^2}{\text{مبنا } MVA_{3\phi}} \quad (1-54)$$

تنها تفاوت معادله های (۱-۴۶) و (۱-۴۷) با معادله های (۱-۵۳) و (۱-۵۴) در زیر نوشتهای آنها می باشد. زیر نوشتها برای متمایز کردن کمیتهای سه فاز از کمیتهای تکفاز به کار می روند. با در نظر گرفتن دو شرط زیر، می توان از زیر نوشتها چشم پوشی کرد:

■ از کیلو ولت خط به خط با کیلو ولت آمپر یا مگاوات آمپر سه فاز استفاده شود.

■ از کیلو ولت خط به خنثی با کیلو ولت آمپر یا مگاولت آمپر هر فاز استفاده شود.

جریان مبنا در سیستمهای تکفاز یا سیستمهای سه فازی که مبناها با کیلو ولت آمپر برای هر فاز و کیلو ولت به خنثی مشخص شده اند از معادله ۱-۴۴ تعیین می شود. در سیستمهای سه فازی که مبناها با کیلو ولت آمپر کل سه فاز و کیلو ولت خط به خط مشخص شده اند، جریان مبنا از رابطه ۱-۵۱ تعیین می شود.

مثال ۱-۴ مثال ۱-۳ را در سیستم پریونیت با استفاده از مقدارهای مبنا  $4.4 \text{ kV}$  و  $127 \text{ A}$  حل کنید. این مقدارها به گونه ای انتخاب شده است که اندازه ولتاژ و جریان،  $170$  پریونیت گردد. با توجه به اینکه

کیلو ولت آمپر در این مسأله مورد استفاده قرار نمی‌گیرد، به جای آن جریان مبنا داده شده است.

پاسخ: امپدانس مبنا برابر است با:

$$\frac{4400/\sqrt{3}}{127} = 20,0 \Omega$$

بنابراین اندازه امپدانس بار نیز  $17^\circ$  پریونیت است. امپدانس خط برابر است با:

$$Z = \frac{1,4 \angle 75^\circ}{20} = 0,07 \angle 75^\circ \text{ پریونیت}$$

$$\begin{aligned} V_{an} &= 1,0 \angle 0^\circ + 1,0 \angle -30^\circ \times 0,07 \angle 75^\circ \\ &= 1,0 \angle 0^\circ + 0,07 \angle 45^\circ \\ &= 1,0495 + j0,0495 = 1,051 \angle 2,7^\circ \text{ پریونیت} \end{aligned}$$

$$V_{LN} = 1,051 \times \frac{4400}{\sqrt{3}} = 2670 \text{ V یا } 2,67 \text{ kV}$$

$$V_{LL} = 1,051 \times 4,4 = 4,62 \text{ kV}$$

در صورت پیچیده‌تر شدن مسأله و به خصوص وجود ترانسفورماتور، مزیت‌های محاسبات پریونیت آشکارتر می‌گردد. هنگامی که امپدانسها و کمیت‌های دیگر یک عنصر سیستم قدرت بدون ذکر مبنا برحسب پریونیت بیان می‌شود، مبنا، کیلو ولت آمپر و کیلو ولت نامی عنصر می‌باشد.

## ۱-۱۱ تغییر مبنای کمیت‌های پریونیت

گاهی اوقات امپدانس پریونیت یک عنصر از سیستم بر مبنایی غیر از مبنای انتخاب شده برای آن بخش از سیستم - که عنصر در آن قرار دارد - بیان می‌شود. با توجه به اینکه هنگام محاسبه، امپدانس همه یخشهای سیستم باید برحسب امپدانس مبنای یکسان بیان شوند لازم است رابطه‌ای برای تبدیل پریونیت از یک مبنا به مبنا دیگر معرفی گردد. از قرار دادن رابطه امپدانس مبنای معادله ۱-۴۶ یا ۱-۵۳ به جای امپدانس مبنای رابطه ۱-۵۰ می‌توان نوشت:

$$\text{امپدانس پریونیت} = \frac{(\text{امپدانس واقعی، } \Omega) \times (\text{kVA مبنا})}{(\text{ولتاژ مبنا، kV})^2 \times 1000} \quad (1-55)$$



رابطه بالا نشان می‌دهد که امپدانس پریونیت با کیلو ولت آمپر مبنا نسبت مستقیم و با توان دوره و تناژ مبنا رابطه عکس دارد. بنابراین برای تبدیل امپدانس پریونیت از یک مبنا به امپدانس پریونیت در مبنا جدید، می‌توان از معادله زیر بهره برد:

$$(۱-۵۶) \quad \left( \frac{\text{داده شده kV مبنا}}{\text{جدید kV مبنا}} \right) \left( \frac{\text{جدید kVA مبنا}}{\text{داده شده kVA مبنا}} \right) = Z_{\text{پریونیت}} = Z_{\text{پریونیت}}$$

باید توجه داشت که این معادله با انتقال مقدار اهمی امپدانس از یک طرف ترانسفورماتور به طرف دیگر آن ارتباطی ندارد. کاربرد آن تغییر مقدار امپدانس پریونیت یک عنصر از مبنا داده شده به مبنا جدید است.

البته می‌توان به جای استفاده از معادله ۱-۵۶، با تبدیل مقدار پریونیت داده شده و تقسیم آن بر امپدانس مبنا جدید، عمل تغییر مبنا را انجام داد.

**مثال ۱-۵** ژنراتوری که مشخصات نامی ثبت شده روی پلاک آن ۱۸ kV و ۵۰۰ MVA است. دارای راکتانس  $X'' = ۰٫۲۵$  پریونیت است. چنانچه مبنا محاسبات ۱۰۰ MVA و ۲۰ kV باشد، مقدار  $X''$  برحسب مبنا جدید چقدر خواهد شد.

**پاسخ:** با توجه به معادله ۱-۵۶ می‌توان نوشت:

$$X'' = ۰٫۲۵ \left( \frac{۱۸}{۲۰} \right)^2 \left( \frac{۱۰۰}{۵۰۰} \right) = ۰٫۰۴۰۵ \text{ پریونیت}$$

و یا با تبدیل مقدار داده شده به اهم و تقسیم آن بر امپدانس مبنا جدید می‌توان نوشت:

$$X'' = \frac{۰٫۲۵(۱۸^2/۵۰۰)}{۲۰^2/۱۰۰} = ۰٫۰۴۰۵ \text{ پریونیت}$$

معمولاً کارخانه سازنده عنصر، مقاومت و راکتانس آن را برحسب درصد یا پریونیت مشخص می‌کند. امپدانس مبنا مقدارهای داده شده از کیلو ولت آمپر و کیلو ولت نامی عنصر به دست می‌آید. جدول (الف-۱) و (الف-۲) در فهرست ضمیمه‌ها برخی از مقدارهای راکتانس ترانسفورماتورها و ژنراتورها را نشان می‌دهد. در فصل ۲ که ترانسفورماتورها را بررسی می‌کند، مبحث کمیتهای پریونیت دنبال خواهد شد.

## ۱-۱۲ معادله‌های گره

نقطه اتصال پایه‌های دو یا چند عنصر مدار ( $C, L, R$ ) و منبع جریان یا ولتاژ ایده‌آل) به یکدیگر گره نامیده می‌شود. معادلات منظم گره که با استفاده از قانون جریان کیرشهف به دست می‌آید، مبنای یک سری راه‌حلهای برتر در مسائل سیستم قدرت است.

به منظور آشنایی بیشتر با بعضی از ویژگیهای معادله‌های گره، مدار ساده شکل ۱-۲۳ در نظر گرفته شود. شماره گره‌ها در داخل دایره نشان داده شده است. منابع جریان به گره ۳ و ۴ متصل و بقیه عناصر به صورت ادمیتانس نشان داده شده‌اند. نمادهای با یک زیرنوشت برای نشان دادن ولتاژ هر گره نسبت به گره مبنای ۰ به کار می‌رود. با توجه به قانون جریان کیرشهف، جریان وارد شده از منبع به گره ۱ برابر جریانه‌های خارج شده از آن است:

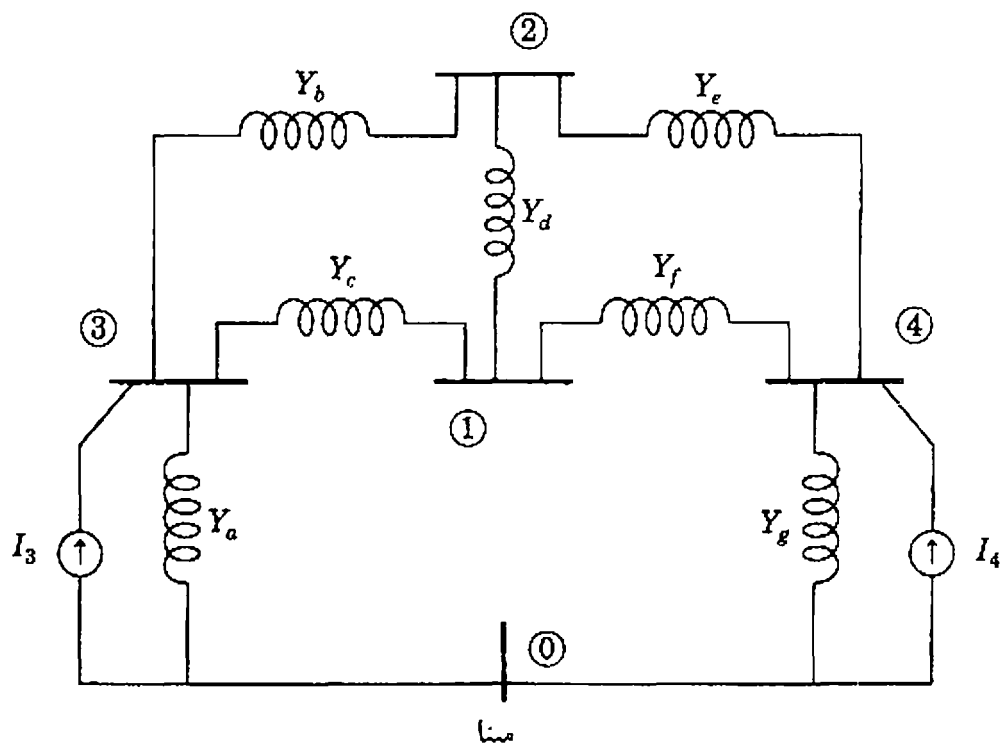
$$(V_1 - V_3) Y_c + (V_1 - V_2) Y_d + (V_1 - V_4) Y_f = 0 \quad (1-57)$$

برای گره ۳ نیز می‌توان نوشت:

$$V_3 Y_a + (V_3 - V_2) Y_b + (V_3 - V_1) Y_c = I_3 \quad (1-58)$$

پس از مرتب کردن رابطه‌های بالا، می‌توان نوشت:

$$V_1 (Y_c + Y_d + Y_f) - V_2 Y_d - V_3 Y_c - V_4 Y_f = 0 \quad (1-59)$$



شکل ۱-۲۳ یک نمودار مداری که در آن منابع جریان به گره‌های ۲ و ۴ متصل و بقیه عناصر به صورت ادمیتانس نشان داده شده است.

$$(1-60) \quad -V_1 Y_c - V_2 Y_b + V_3 (Y_a + Y_b + Y_c) = I_3 \quad \text{برای گره ۳}$$

معادله‌های مشابهی برای گره‌های ۲ و ۴ نوشته شده، از حل چهار معادله حاصل، ولتاژهای  $V_1$ ،  $V_2$ ،  $V_3$  و  $V_4$  به دست می‌آید. با استفاده از ولتاژهای به دست آمده، می‌توان جریان تمام شاخه‌ها را محاسبه کرد. معادله گره مبنا، اطلاعات جدیدی به دست نمی‌دهد. بنابراین تعداد معادله‌های مستقل گره یکی کمتر از تعداد گره‌هاست.

اگرچه معادله گره ۲ و ۳ نوشته نشد، ولی اکنون می‌توان روش نوشتن معادله‌های گره را با استفاده از نمادهای استاندارد بیان کرد. با توجه به معادله (۱-۵۹) و (۱-۶۰) مشاهده می‌شود که جریان ورودی به شبکه از منبع جریانهای متصل به گره برابر مجموع تعدادی حاصل ضرب است. در هر گره یکی از حاصل ضربها برابر ضرب ولتاژ گره در مجموع تمام ادمیتانسهای متصل به آن گره است. این حاصل ضرب بیانگر جریانی است که اگر ولتاژ همه گره‌های دیگر صفر باشد، از گره مورد نظر خارج می‌شود. هر یک از حاصل ضربهای دیگر برابر منفی ولتاژ یکی از گره‌های دیگر ضرب در ادمیتانس مشترک بین آن و گرهی که معادله آن نوشته می‌شود می‌باشد. برای مثال در معادله ۱-۶۰ برای گره ۳، یکی از حاصل ضربها  $-V_2 Y_b$  می‌باشد که بیانگر جریان خارج شده از گره ۳ است، وقتی ولتاژ همه گره‌ها بجز گره ۲ صفر است.

نمایش ماتریسی و معمول چهار معادله مستقل شکل ۱-۲۳ به صورت زیر است:

$$(1-61) \quad \begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} \\ \textcircled{1} & \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

تقارن معادله‌ها به صورت نشان داده شده، فراگیری آنها را آسان می‌سازد. همچنین گسترش آنها به تعداد گره‌های بیشتر به راحتی صورت می‌گیرد. انتخاب دو زیرنوشت برای  $Y$  به این منظور است که زیرنوشت اول شماره گرهی را که جریان آن بیان می‌شود نشان دهد و زیرنوشت دوم بیانگر ولتاژی باشد که این مؤلفه از جریان را به وجود آورده است. ماتریس  $Y$  به صورت  $Y_{bus}$  نشان داده شده ماتریس ادمیتانس شینه نامیده می‌شود. روش مرسوم برای به دست آوردن درآها  $Y_{bus}$  به صورت زیر است:

- درآیه قطری  $Y_{jj}$  برابر مجموع ادمیتانسهایی است که به طور مستقیم به گره زوصل می‌باشد.
- درآیه غیرقطری  $Y_{ij}$  برابر منهای مجموع ادمیتانسهایی است که به طور مستقیم به هر دو گره وصل

می باشد.

ادمیتانسهای قطری، ادمیتانسهای خودی<sup>۱</sup> گره و ادمیتانسهای غیرقطری، ادمیتانسهای متقابل<sup>۲</sup> گره نامیده می شوند. گاهی اوقات ادمیتانس خودی و متقابل را به ترتیب ادمیتانسهای نقطه تحریک<sup>۳</sup> و ادمیتانسهای انتقالی گره می نامند. با توجه به دو قانون بالا، ماتریس  $Y_{bus}$  مدار شکل ۱-۲۳ به صورت زیر به دست می آید:

$$Y_{bus} = \begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} \\ \textcircled{1} & (Y_c + Y_d + Y_f) & -Y_d & -Y_c & -Y_f \\ \textcircled{2} & -Y_d & (Y_b + Y_d + Y_c) & -Y_b & -Y_e \\ \textcircled{3} & -Y_c & -Y_b & (Y_a + Y_b + Y_c) & \circ \\ \textcircled{4} & -Y_f & -Y_e & \circ & (Y_e + Y_f + Y_g) \end{matrix} \quad (1-62)$$

عددهای داخل دایره، شماره گرههای مربوط به زیرنوشتیهای درآیه های ماتریس  $Y_{bus}$  است. با جداسازی یک از ادمیتانسها، مانند  $Y_c$  می توان نوشت:

$$Y_{bus} = \begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} \\ \textcircled{1} & (Y_d + Y_f) & -Y_d & \circ & -Y_f \\ \textcircled{2} & -Y_d & (Y_b + Y_d + Y_e) & -Y_b & -Y_e \\ \textcircled{3} & \circ & -Y_b & (Y_a + Y_b) & \circ \\ \textcircled{4} & -Y_f & -Y_e & \circ & (Y_e + Y_f + Y_g) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} \\ \textcircled{1} & Y_c & \circ & -Y_c & \circ \\ \textcircled{2} & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \textcircled{3} & -Y_c & \circ & Y_c & \circ \\ \textcircled{4} & \circ & \circ & \circ & \circ \end{matrix} \quad (1-63)$$

ماتریس  $Y_c$  می تواند به صورت نشان داده شده در معادله ۱-۶۳ و یا به صورت فشرده، مانند حالت زیر

1- self - admittance

2- mutual admittance

3- driving - point

نوشته شود:

$$\begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} \\ \textcircled{1} & Y & . & -Y & . \\ \textcircled{2} & . & . & . & . \\ \textcircled{3} & -Y & . & Y & . \\ \textcircled{4} & . & . & . & . \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{3} \\ \textcircled{1} & 1 & -1 \\ \textcircled{3} & -1 & 1 \end{matrix} Y_c \quad (1-64)$$

طرف چپ رابطه بالا، ماتریس واقعی را نشان می‌دهد که سهم توزیع  $Y_c$  در  $Y_{bus}$  را مشخص می‌نماید. ماتریس کوچکتر طرف راست رابطه، به عنوان یک ماتریس ذخیره فشرده بیان می‌شود که نشانگر همان سهم توزیع است. شماره‌های داخل دایره (۱) و (۳) نشانگر سطرها و ستونهایی است که در آیه‌های  $Y_c$  و  $-Y_c$  به آنها تعلق دارند. ماتریس  $2 \times 2$  ضرب شده در  $Y_c$ ، یک واحد ساختمانی<sup>۱</sup> مهم برای ساختن  $Y_{bus}$  شبکه‌های بزرگتر می‌باشد. این روش در فصل ۷ کتاب بیان خواهد شد.

از معکوس نمودن  $Y_{bus}$  ماتریسی مهم به نام ماتریس امپدانس شینه  $Z_{bus}$  به دست می‌آید. شکل استاندارد این ماتریس به صورت زیر است:

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \quad (1-65)$$

ساختمان و خاصیت‌های  $Z_{bus}$  در فصل ۸ خواهد آمد.

### ۱-۱۳ نمودار تک خطی<sup>۲</sup>

در فصل ۲ تا ۶ مدل مداری ترانسفورماتورها، ماشین‌های سنکرون و خط‌های انتقال به دست خواهد آمد. اکنون سعی بر آن است که روشن شود چگونه از کنار هم قرار دادن این اجزا، مدل مداری یک سیستم کامل به دست می‌آید. با توجه به اینکه سیستم سه فاز متعادل به صورت مدار معادل تک فاز - شامل یکی از سه فاز و سیم خنثی برگشت - حل می‌شود، به ندرت لازم است که بیش از یک فاز و سیم خنثی برگشت در نمودار مداری نشان داده شود. با حذف سیم خنثی برگشت و استفاده از نمادهای استاندارد به

1- building block

2- single - line or one - line diagram

جای معادل مداری عناصر، نمودار سیستم ساده تر می شود. در این حالت کمیتهای سیستم نشان داده نمی شود و خط انتقال با یک تک خط که ابتدا و انتهای آن را به هم وصل می کند، نشان داده می شود. چنین نمودار ساده شده ای از سیستم الکتریکی، نمودار تک خطی نامیده می شود. این نمودار با استفاده از تک خطها و نمادهای استاندارد نشان می دهد که چگونه خطهای انتقال و سایر اجزای مربوط به سیستم الکتریکی به هم وصل می شوند.

منظور از نمودار تک خطی ارائه اطلاعات مجمل و مفید درباره سیستم است. اهمیت ویژگیهای مختلف یک سیستم، بسته به محور مورد بحث تغییر می کند. بنابراین میزان اطلاعات نشان داده شده در نمودار تک خطی بستگی به محور مورد بحث دارد. برای مثال در مطالعه پخش بار محل قرار گرفتن رله ها و مدار شکنها اهمیتی ندارد. اگر منظور اصلی نمودار، ارائه اطلاعات درباره چنین مطالعه ای باشد، رله ها و مدار شکنها نیز می تواند - در برخی اوقات - مهم باشد. گاهی اوقات نمودارهای تک خطی شامل اطلاعاتی درباره ترانسفورماتورهای جریان و ولتاژ هستند. این ترانسفورماتورها جهت اتصال رله ها به سیستم و یا اندازه گیری به کار می رود. بنابراین اطلاعات روی نمودار تک خطی بسته به محور مورد بحث و روش کارخانه معینی که نمودار را تهیه کرده است، متفاوت است.



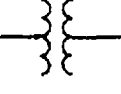

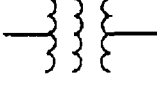

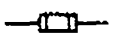

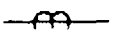
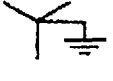
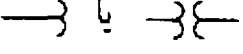
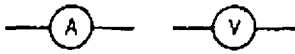
مؤسسه استاندارد ملی آمریکا (ANSI) و انجمن مهندسان برق و الکترونیک (IEEE) نمادهای استاندارد را برای نمودارهای الکتریکی منتشر نموده اند.<sup>۱</sup> البته این نمادها همیشه مورد استفاده نویسندگان قرار نمی گیرد، به ویژه نماد ترانسفورماتور. شکل ۱-۲۴ تعدادی از این نمادها را که کاربرد بیشتری دارد نشان می دهد. نماد اصلی برای ماشینهای الکتریکی یا آرمیچرهای چرخنده یک دایره است، اما اصلاحاتی در آن ایجاد می شود تا بتوان انواع ماشینهای الکتریکی را از هم تشخیص داد. برای افرادی که به طور مداوم با نمودارهای تک خطی کار نمی کنند، بهتر است هر ماشین خاص را با نماد اصلی به همراه اطلاعات مربوط به نوع موتور و مشخصه های نامی آن نشان داد.

دانستن نقطه های اتصال سیستم به زمین برای محاسبه جریان زمین هنگام وقوع اتصال کوتاه نامتقارن ضروری است. شکل ۱-۲۴ نماد استاندارد اتصال ستاره سه فاز را با نقطه خنثایی که به طور مستقیم زمین شده نشان می دهد. اگر یک مقاومت یا راکتور برای محدود کردن جریان زمین - هنگام وقوع عیب - بین نقطه خنثی  $Y$  و زمین قرار گیرد، نماد مناسب برای نشان دادن مقاومت یا اندوکتانس به نماد استاندارد ستاره زمین شده افزوده می گردد. نقطه خنثای بیشتر ترانسفورماتورهای سیستم انتقال به طور مستقیم زمین می شود. نقطه خنثای ژنراتورها نیز معمولاً از طریق مقاومتها بسیار بزرگ و گاهی وقتها پیچکهای اندوکتانس زمین می شود.

شکل ۱-۲۵ نمودار تک خطی یک سیستم قدرت بسیار ساده را نشان می دهد. دو ژنراتور، یکی

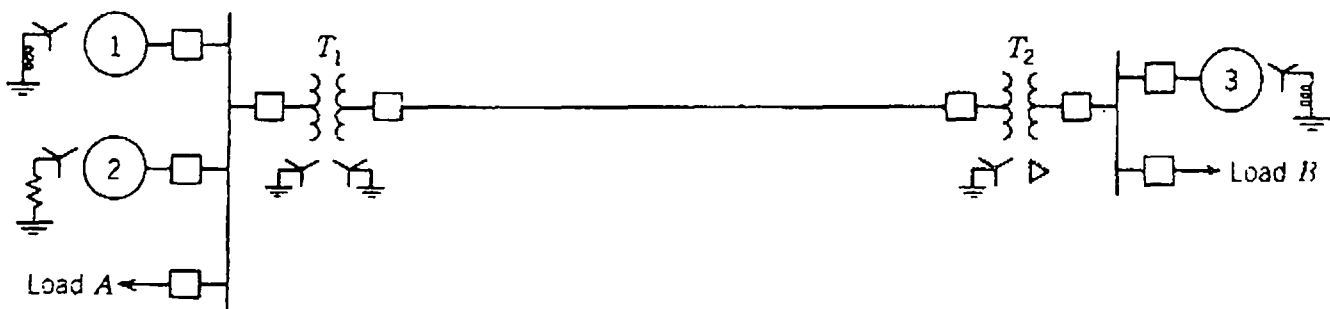
---

۱- نمادهای گرافیک برای نمودارهای الکتریکی و الکترونیک در 1975 - IEEE std 315 آمده است.

ماشین یا آرمیچر چرخنده (نماد اصلی)		مدار شکن قدرت روغنی و یا با مایع دیگر	
ترانسفورماتور قدرت دو سیم پیچه		مدار شکن هوایی	
ترانسفورماتور قدرت سه سیم پیچه		اتصال سه فاز سه سیمه	
فیوز		اتصال ستاره سه فاز با نقطه خنثای زمین نشده	
ترانسفورماتور		اتصال ستاره سه فاز با نقطه خنثای زمین شده	
ترانسفورماتور ولتاژ			
ولت متر و آمپر متر			

شکل ۲۴-۱ نماد اجزای سیستم.

زمین شده با راکتور و دیگری با مقاومت به یک شینه متصل شده‌اند. شینه از طریق یک ترانسفورماتور افزاینده به خط انتقال وصل شده است. ژنراتور دیگر - که توسط یک راکتور زمین شده است - به شینه دیگر سیستم اتصال دارد. این شینه نیز از طریق یک ترانسفورماتور به انتهای دیگر خط انتقال وصل است. به هر یک از شینه‌ها یک بار نیز وصل می‌باشد. در نمودار تک خطی معمولاً اطلاعاتی درباره بارها، مشخصه‌های نامی ژنراتورها و ترانسفورماتورها و راکتانسهای اجزای دیگر مدار داده می‌شود.



شکل ۲۵-۱ نمودار تک خطی یک سیستم قدرت الکتریکی

## ۱-۱۴ نمودار امپدانس و راکتانس

برای انجام محاسبات سیستم در حالت بارداری یا وقوع اتصال کوتاه از نمودار تک خطی رسم مدار معادل تکفاز سیستم استفاده می‌شود. با قرار دادن مدار معادل اجزای مختلف شکل ۲۵-۱، نمودار امپدانس سیستم برای یک فاز به دست می‌آید. چنانچه مطالعه بار نیز لازم باشد، بارهای پس فاز  $A$  و  $B$  به صورت یک مقاومت سری با یک راکتانس سلفی نشان داده می‌شود. در نمودار امپدانس، مپدانسهای

۷ ۲۴۰ و ضریب توان کل مدار در این حالت چقدر خواهد شد.

۶-۱ یک بار القایی، ۱۰ MW را با ضریب توان ۰/۶ پس فاز مصرف می‌نماید. مثلث توان را رسم نموده توان راکتیو خازنی را که باید با بار موازی شود تا ضریب توان به ۰/۸۵ برسد، تعیین کنید.

۷-۱ یک موتور القایی تکفاز ساعات بسیاری از روز را با بار سبک کار می‌کند و جریان A ۱۰ از منبع تغذیه می‌کشد. از قطعه‌ای برای «افزایش بازدهی» موتور بهره می‌گیریم. در یک آزمایش، این قطعه با موتور موازی شده جریان کشیده شده از منبع را به ۸ A کاهش می‌دهد. اگر دو عدد از این قطعه موازی شود، جریان A ۶ خواهد شد. این قطعه چیست. مزیت آن را شرح دهید. آیا بازده موتور با افزودن این قطعه افزایش یافته است؟ (در نظر داشته باشید که جریان موتور القایی پس فاز است.)

۸-۱ اگر امپدانس بین ماشینهای ۱ و ۲ در مثال ۱-۱ برابر  $5 \Omega - j$  باشد،  $Z = 0$  باشد، (الف) کدام ماشین تولید کننده توان است و کدام مصرف کننده؟ (ب) کدام ماشین دریافت کننده توان راکتیو است و کدام تأمین کننده؟ چقدر؟ (پ) مقدار  $P$  و  $Q$  جذب شده به وسیله امپدانس چقدر است؟

۹-۱ مسأله ۱-۸ را با  $Z = 5 + j0 \Omega$  تکرار کنید.

۱۰-۱ در یک منبع ولتاژ  $E_{an} = -120 \angle 210^\circ V$  و جریان داخل منبع  $I_{na} = 10 \angle 60^\circ A$  است. مقدار  $P$  و  $Q$  تولیدی یا مصرفی به وسیله منبع را تعیین کنید.

۱۱-۱ مثال ۱-۱ را با فرض  $E_1 = 100 \angle 0^\circ V$  و  $E_2 = 120 \angle 30^\circ V$  دوباره حل کنید. نتیجه را با مثال ۱-۱ مقایسه کرده اثر تغییر  $E_2$  را بر مدار بررسی کنید.

۱۲-۱ شکل قطبی عبارتهای زیر را محاسبه کنید.

(الف)  $\alpha - 1$  (ب)  $1 - \alpha^2 + a$  (پ)  $\alpha^2 + a + j$  (ت)  $j\alpha + \alpha^2$

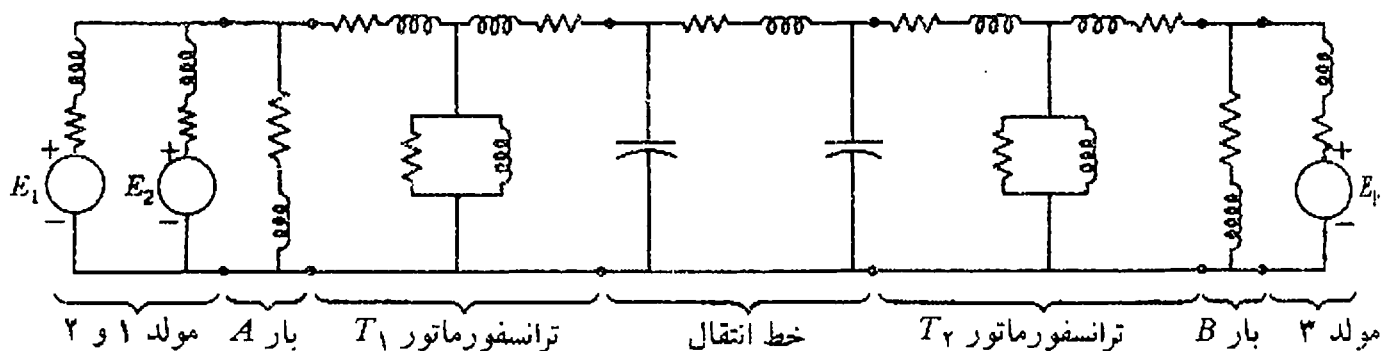
۱۳-۱ سه امپدانس یکسان  $10 \angle -15^\circ \Omega$ ، با اتصال ستاره، به ولتاژ خط سه فاز متعادل  $208 V$  متصل شده‌اند. با فرض مرجع بودن  $V_{ca}$  و توالی فاز  $abc$ ، شکل قطبی ولتاژهای خط و فاز و جریانها را به دست آورید.

۱۴-۱ در یک سیستم سه فاز متعادل با اتصال ستاره، امپدانسها  $10 \angle 30^\circ \Omega$  است. اگر  $V_{bc} = 416 \angle 90^\circ V$  باشد، شکل قطبی  $I_{cn}$  را به دست آورید.

۱۵-۱ پایانه‌های یک منبع تغذیه سه فاز،  $a$ ،  $b$  و  $c$  هستند. ولت متر، ولتاژ بین هر دو پایانه را  $115 V$  نشان می‌دهد. بین  $a$  و  $b$  یک مقاومت  $100 \Omega$  و یک خازن با مقاومتی معادل  $100 \Omega$  در فرکانس تغذیه به صورت سری قرار گرفته‌اند به گونه‌ای که مقاومت به  $a$  متصل است. نقطه اتصال این دو عنصر به هم  $n$  نام دارد. ولتاژ خوانده شده روی ولت متر را بین  $c$  و  $n$  برای توالی فاز  $abc$  و  $acb$  به روش ترسیمی به دست آورید.

۱۶-۱ جریان کشیده شده از یک خط سه فاز  $440 V$  به وسیله یک موتور سه فاز با قدرت ۱۵ اسب بخار





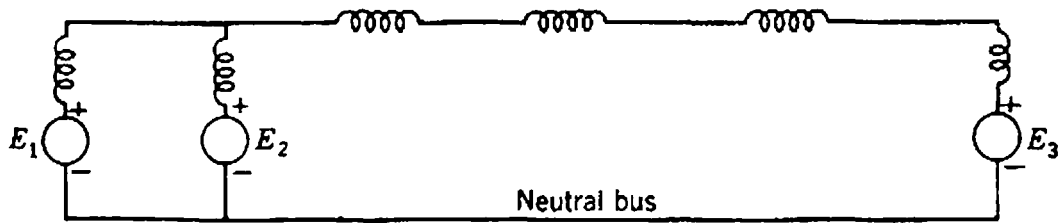
شکل ۱-۲۶ نمودار امیدانس متناظر با نمودار تک خطی شکل ۱-۲۵

محدود کننده جریان که در نمودار تک خطی بین زمین و نقطه خنثای ژنراتور قرار می‌گرفت، نشان داده نمی‌شود زیرا در حالت متعادل بودن شبکه جریانی از آنها عبور نمی‌کند و نقطه خنثای ژنراتور با نقطه خنثای سیستم هم‌پتانسیل است. با توجه به اینکه جریان مغناطیس کننده ترانسفورماتور در مقایسه با جریان بار کامل بسیار کوچک است، ادمیتانس موازی نیز در مدار معادل ترانسفورماتور حذف می‌شود. در محاسبات اتصال کوتاه، حتی در برنامه‌های رایانه‌ای، معمولاً مقاومت‌های اهمی در نظر گرفته نمی‌شود. البته حذف مقاومتها، محاسبات را دچار خطا می‌کند اما به دلیل اینکه راکتانس سلفی سیستم بسیار بزرگتر از مقاومت آن است، خطای ایجاد شده ناچیز است. مقاومت و راکتانس سلفی به طور مستقیم با هم جمع نمی‌شوند و در صورت کوچک بودن مقاومت، امیدانس چندان تفاوتی با راکتانس سلفی ندارد. بارهای فاقد ماشینهای چرخنده اثر چندانی بر جریان کل خط هنگام وقوع اتصال کوتاه ندارد و معمولاً از آن صرف‌نظر می‌شود. بارهای از نوع موتور سنکرون در محاسبات اتصال کوتاه در نظر گرفته می‌شود زیرا emf ایجاد شده به وسیله موتور، در افزایش جریان اتصال کوتاه مؤثر است. در صورتی که نمودار امیدانس برای تعیین جریان بلافاصله بعد از وقوع اتصال کوتاه به کار رود، موتورهای القایی در آن به صورت یک emf سری با راکتانس القایی نشان داده می‌شود. چند سیکل پس از وقوع اتصال کوتاه، موتور القایی دیگر در محاسبه جریان در نظر گرفته نمی‌شود زیرا جریان موتور القایی پس از اتصال کوتاه شدن آن سریعاً میرا می‌شود.

چنانچه برای ساده نمودن محاسبات جریان اتصال کوتاه، از بارهای استاتیکی، ادمیتانس موازی ترانسفورماتورها و ظرفیت خازنی خط انتقال صرف‌نظر شود، نمودار امیدانس به نمودار راکتانس شکل ۱-۲۷ تبدیل می‌شود. این ساده سازیها فقط برای محاسبات اتصال کوتاه (موضوع فصل ۱۰) به کار می‌رود و در مطالعه پخش بار (موضوع فصل ۹) نمی‌توان از آن استفاده کرد. در صورت استفاده از رایانه در محاسبات، این ساده سازیها ضروری نیست.

نمودار امیدانس و راکتانس یک - فاز مطرح شده در این بخش، گاهی اوقات نمودار توالی مثبت یک - فاز<sup>۱</sup>

1- per - phase positive - sequence diagram



شکل ۱-۲۷ نمودار راکتانس یک - فاز متناظر با شکل ۱-۲۶ که از حذف بارها، مقاومتها و ادمیتانسهای موازی در آن به دست آمده است.

نامیده می شود زیرا امپدانسهای یک فاز از سیستم سه فاز متقارن را در برابر جریانهای متعادل نشان می دهد. ارزش این نام گذاری در فصل ۱۱ مشخص خواهد شد.

### ۱-۱۵ چکیده

در این فصل مبنای اساسی مدارهای تکفاز و سه فاز متقارون مرور شد. همچنین بعضی از نشانه گذاریهای به کار رفته در سراسر کتاب معرفی شد. پیش درآمدی بر محاسبات پریونیت، نمودار تک خطی به همراه نمودار امپدانس مربوط به آن بیان گردید. همچنین روش تعیین معادله های گره برای مدارهای بدون تزویج متقابل نشان داده شد.

### مسئله ها

۱-۱ چنانچه  $v = 141.4 \sin(\omega t + 30^\circ) V$  و  $i = 11.31 \cos(\omega t - 30^\circ) A$  باشد، مقدارهای زیر را برای هر کدام به دست آورید:

(الف) مقدار ماکزیمم (ب) مقدار مؤثر (پ) با فرض مرجع بودن ولتاژ، عبارت فازوری به شکل قطبی و قائم. تعیین کنید مدار القایی است یا خازنی.

۱-۲ اگر مدار مسئله ۱-۲ دارای یک مقاومت خالص و یک عنصر راکتیو خالص باشد،  $R$  و  $X$  در حالت (الف) سری بودن دو عنصر (ب) موازی بودن آنها، چقدر خواهد شد.

۱-۳ در یک مدار تکفاز  $V_a = 120 \angle 45^\circ V$  و  $V_b = 100 \angle -15^\circ V$  نسبت به گره مبنای  $O$  می باشد. شکل قطبی  $V_{ba}$  را به دست آورید.

۱-۴ ولتاژ  $240 V$ ،  $ac$  تکفاز به مدار سری که امپدانس آن  $10 \angle 60^\circ \Omega$  است، اعمال می شود.  $Q$ ،  $P$ ،  $X$ ،  $R$  و ضریب توان مدار چقدر خواهد شد.

۱-۵ با مدار مسئله ۱-۴ خازنی موازی شده  $1250 \text{ Var}$  تولید می کند.  $P$  و  $Q$  تولید شده به وسیله منبع

- که در حالت بار کامل، بازده ۹۰٪ و ضریب توان ۸۰٪ پس فاز کار می‌کند - چقدر است. مقدار  $P$  و  $Q$  کشیده شده از خط را بیابید.

۱۷-۱ اگر امپدانس هر یک از سه خطی که موتور مسئله ۱۶-۱ را به شینه وصل می‌کند  $\Omega 170 + j0.3$  باشد، ولتاژ خط به خط شینه، هنگامی که موتور را با  $V 440$  تغذیه می‌کند، چقدر است.

۱۸-۱ یک بار مثلث متعادل شامل مقاومت‌های خالص  $\Omega 15$  در هر فاز، با یک بار ستاره متعادل با امپدانسهای فاز  $\Omega 8 + j6$  موازی شده است. این بار مرکب از طریق امپدانسهای همانند  $\Omega 2 + j5$  در سه خط به تغذیه سه فاز  $V 110$  متصل می‌شود. جریان کشیده از خط ولتاژ و خط در بار مرکب چقدر می‌باشد.

۱۹-۱ یک بار سه فاز،  $250 \text{ kW}$  با ضریب توان  $0.707$  پس فاز از خط  $V 440$  می‌کشد. یک مجموعه خازن سه فاز که  $60 \text{ kVA}$  می‌کشد با این بار موازی شده است. جریان کل و ضریب توان حاصل چقدر می‌باشد.

۲۰-۱ یک موتور سه فاز،  $20 \text{ kVA}$  با ضریب توان  $0.707$  پس فاز از منبع  $V 220$  می‌کشد. میزان کیلو ولت آمپر خازنهایی را که ضریب توان را به ۹۰٪ پس فاز برسانند و جریان خط را قبل و بعد از افزودن خازنها تعیین کنید.

۲۱-۱ یک ماشین زغال سنگ کنی هنگام استخراج زغال سنگ از دیواره معدن،  $0.92 \text{ MVA}$  با ضریب توان  $0.8$  پس فاز مصرف می‌کند و زمانی که بیل پر شده تحت تأثیر وزن خود از دیواره معدن دور می‌شود  $0.10 \text{ MVA}$  با ضریب توان پیش فاز  $0.8$  تولید می‌کند (به شبکه برق می‌دهد). در پایان مرحله کندن سنگ از دیواره تغییر ناگهانی جریان ممکن است باعث عمل کردن رله الکترونیکی حفاظت شود. برای کاهش میزان تغییر اندازه جریان، خازن با ماشین موازی می‌شود. ظرفیت خازن لازم (برحسب  $\text{kvar}$ ) را برای حذف تغییر در اندازه جریان به دست آورید. ماشین به وسیله یک منبع سه فاز  $36.5 \text{ kV}$  تغذیه می‌شود. ( $Q$  را ظرفیت مگاوار خازن لازم در نظر بگیرید. سپس جریان را در دو حالت کندن زغال سنگ و مولد بودن برحسب  $Q$  به دست آورید).

۲۲-۱ یک ژنراتور - که با یک  $\text{emf}$  و راکتانس القایی سری با آن نمایش داده می‌شود - دارای مقدارهای نامی  $500 \text{ MVA}$  و  $22 \text{ kV}$  است. سیم‌پیچهای اتصال ستاره آن دارای راکتانس  $1/1$  پریونیت می‌باشد. مقدار اهمی راکتانس سیم‌پیچها را به دست آورید.

۲۳-۱ ژنراتور مسئله ۲۲-۱ در مداری با مقدار مبنای  $100 \text{ MVA}$  و  $20 \text{ kV}$  قرار گرفته است. با شروع از مقدارهای پریونیت مسئله ۲۲-۱، مقدار پریونیت راکتانس سیم‌پیچهای ژنراتور را در مبنای جدید به دست آورید.

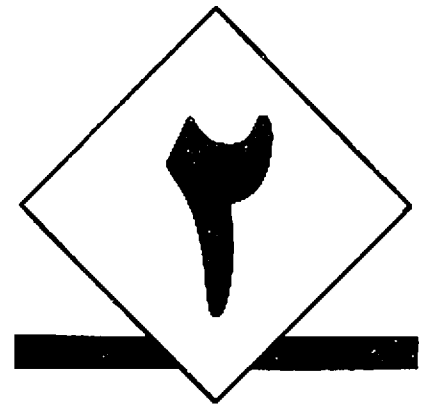
۲۴-۱ مدار معادل تکفاز یک موتور (یک  $\text{emf}$  سری با راکتانس القایی  $Z_m$ ) و اتصال آن به ولتاژ تغذیه

بیان شده در مسأله ۱-۱۶ و ۱-۱۷، ترسیم کنید. مقدار پریونیت امپدانس خط و ولتاژ پایانه‌های موتور را بر مبنای ۲۰ kVA و ۴۴۰ V بر روی نمودار حاصل نشان دهید. سپس با استفاده از مقادیرهای پریونیت، ولتاژ تغذیه را برحسب پریونیت به دست آورده، آن را به ولت تبدیل کنید. ۱-۲۵ دو معادلهٔ ادمیتانس گره لازم را برای تعیین ولتاژ گره‌های ۲ و ۴ شکل ۱-۲۳ مطابق معادله‌های ۱-۵۷ و ۱-۵۸ بنویسید. سپس چهار معادلهٔ ادمیتانس گره‌های مستقل شکل ۱-۲۳ را برای تشکیل  $Y_{bus}$  به صورت معادلهٔ ۱-۶۱، مرتب نمایید.

۱-۲۶ اندازه کمیت‌های شکل ۱-۲۳ برحسب پریونیت به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} Y_e &= -j5,0 & Y_d &= -j8,0 & Y_c &= -j4,0 \\ Y_b &= -j4,0 & Y_a &= -j0,8 & I_f &= 0,68 \angle -135^\circ \\ I_r &= 1,0 \angle 90^\circ & Y_g &= -j0,8 & Y_f &= -j2,5 \end{aligned}$$

مقادیرهای بالا را در معادله‌های به دست آمده از مسألهٔ ۱-۲۵ جایگزین نموده، ولتاژ گره‌های شکل ۱-۲۳ را محاسبه کنید. ماتریس  $Z_{bus}$  متناظر را نیز محاسبه کنید.



## ترانسفورماتورها

---

ترانسفورماتورها ژنراتورها را به سیستم قدرت و خطهای انتقال پیوند می دهند. همچنین پیوند دهنده خطهای انتقال با ولتاژهای گوناگون هستند. خطهای انتقال در ولتاژهای نامی تا  $765 \text{ kV}$  خط به خط عمل می کنند. امروزه ژنراتورها برای ولتاژهای نامی  $18 \text{ kV}$  تا  $24 \text{ kV}$  ساخته می شوند. ترانسفورماتورها همچنین ولتاژها را برای سطوح توزیع و سرانجام برای کاربردهای مسکونی ( $240/120 \text{ V}$ ) کاهش می دهند. ترانسفورماتورها دارای بازده بالا (نزدیک  $100\%$ ) و ضریب اطمینان زیادی هستند.

در این فصل، شبیه سازی ترانسفورماتورها و مزایای فراوان محاسبات پرینیت بررسی می شود. همچنین ترانسفورماتورهایی که برای تنظیم دامنه ولتاژ و تغییر فاز به کار می روند، بررسی می گردد. در این جا و فصل بعدی مشاهده می شود که چگونه این ترانسفورماتورها برای کنترل پخش توان حقیقی و مجازی به کار می رود.

شکل ۱-۲ ترانسفورماتو سه فازی را نشان می دهد که ولتاژ ژنراتور را به اندازه ولتاژ خط انتقال افزایش می دهد. مقدارهای نامی ترانسفورماتور  $525/22.8 \text{ kV}$  و  $750 \text{ MVA}$  می باشد.

شکل ۱-۲ تصویر یک ترانسفورماتور سه فاز با مقدار نامی ۷۵۰ MVA و ۵۲۵/۲۲/۸kV

## ۱-۲ ترانسفورماتور ایده‌ال

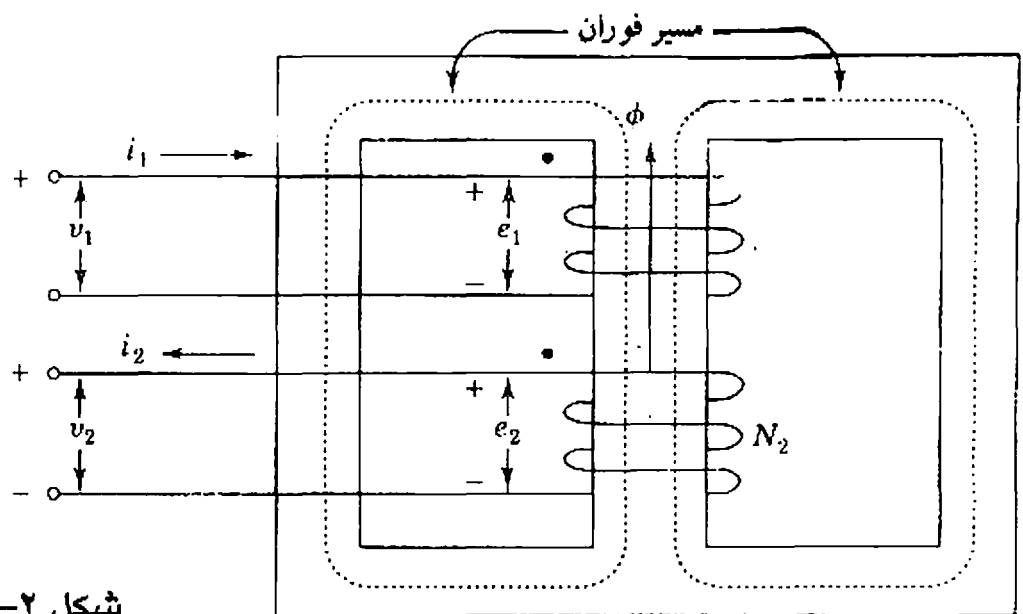
ترانسفورماتور دارای دو یا چند کلاف<sup>۱</sup> است و کلافها به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که فوران مغناطیسی یکسانی از آنها می‌گذرد. در ترانسفورماتور قدرت، کلافها بر روی یک هسته آهنی قرار می‌گیرد تا همه فورانی که از یک کلاف می‌گذرد، از سایر کلافها نیز بگذرد. کلافها با هم سری یا موازی شده تا یک کلاف تشکیل شود. کلافهای هر کلاف را می‌توان به تناوب با کلافهای کلاف یا کلافهای دیگر بر روی هسته پیچید.

شکل ۲-۲ نشان می‌دهد که چگونه دو سیم‌پیچ بر روی یک هسته آهنی قرار می‌گیرد تا یک ترانسفورماتور تکفاز از نوع لایه‌ای<sup>۲</sup> ساخته شود. تعداد دور هر سیم‌پیچ ممکن است از چند صد تا چند هزار دور باشد.

در ادامه بررسی، تغییر فوران در هسته، سینوسی و ترانسفورماتور ایده‌آل فرض می‌شود. بدین معنی که: (۱) نفوذپذیری مغناطیسی هسته  $\mu$  بی‌نهایت است، (۲) همه فوران موجود به هسته منحصر شده

1- coil

2- shell type



شکل ۲-۲ ترانسفورماتور دو سیم پیچ

هادیهای دو سیم پیچ را شار یکسان دربرمی گیرد و (۳) تلفات هسته و مقاومت سیم پیچ صفر است. بنابراین ولتاژ  $e_1$  و  $e_2$  ایجاد شده در اثر تغییر فوران به ترتیب با ولتاژ  $v_1$  و  $v_2$  پایانه ها برابر است. شکل ۲-۲ نشان می دهد که ولتاژهای  $e_1$  و  $e_2$  ناشی از تغییر شار با توجه به جهت های + و - انتخابی هم فازند. اکنون با توجه به قانون فاراده می توان نوشت:

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (2-1)$$

و

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (2-2)$$

$\phi$  مقدار لحظه ای فوران،  $N_1$  و  $N_2$  به ترتیب تعداد دور کلافهای ۱ و ۲ شکل ۲-۲ می باشد. فوران  $\phi$  بر اساس قانون دست راست در جهت مثبت کلاف ۱ می باشد. با توجه به این قانون، اگر کلاف در دست راست به گونه ای قرار گیرد که انگشتان هم جهت با جریان باشند، انگشت شست جهت فوران را نشان خواهد داد. با توجه به اینکه تغییرات شار سینوسی فرض شده است، حاصل تقسیم رابطه ۲-۱ بر ۲-۲ در حوزه فازور به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2-3)$$

معمولاً جهت پیچیدن کلافهای یک ترانسفورماتور قابل تشخیص نیست. یک روش ارائه اطلاعات درباره کلافها بدین ترتیب است که یکی از دو سر سیم پیچ نقطه گذاری می شود به گونه ای که همه سرهای نقطه گذاری شده کلافها در یک زمان مثبت می باشند و یا به عبارت دیگر ولتاژ سر نقطه دار نسبت به سر

بدون علامت هر سیم پیچ با سیم پیچهای دیگر هم فاز است. کلافهای ترانسفورماتور شکل ۲-۲ نیز بر اساس همین قرارداد نقطه گذاری شده اند. در روش دیگر نقطه گذاری به گونه ای انجام می گیرد که جریان وارد شده به سر نقطه دار دو سیم پیچ، دو mmf هم جهت در مدار مغناطیسی تولید نماید. شکل ۲-۳ شمای ترانسفورماتوری را نشان می دهد که مشخصات آن همان مشخصات ترانسفورماتور شکل ۲-۲ است. برای پیدا کردن رابطه بین جریانهای  $i_1$  و  $i_2$  از قانون آمپر استفاده می شود. با توجه به قانون آمپر نیروی محرکه مغناطیسی<sup>۱</sup> (mmf) پیرامون یک مسیر بسته با استفاده از انتگرال گیری خطی به دست می آید:

$$\oint H \cdot ds = i \quad (2-4)$$

که:

$i$  = جریان خالصی که از درون مسیر بسته عبور می کند.

$H$  = شدت میدان مغناطیسی

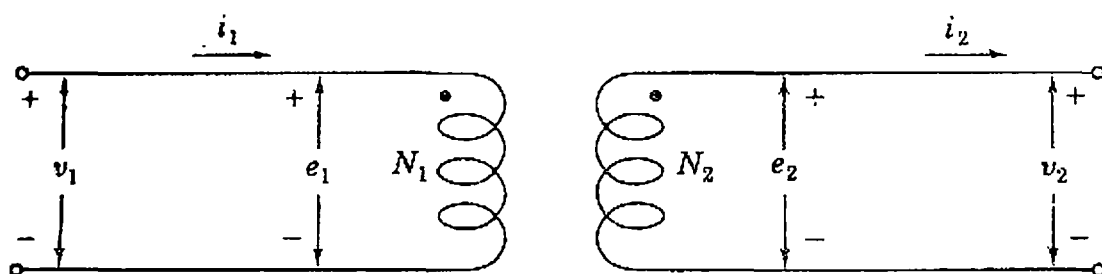
$H \cdot ds$  = حاصل ضرب مؤلفه مماسی  $H$  در مسافت جزئی  $ds$  از مسیر

با اعمال قانون آمپر به هریک از مسیرهای بسته شار شکل ۲-۲ که با نقطه چین نشان داده شده است، جریان  $i_1$ ،  $N_1$  بار و جریان  $i_2$ ،  $N_2$  بار، مسیر بسته را دور می زند. mmf ایجاد شده به وسیله  $N_1 i_1$  و  $N_2 i_2$  هم جهت نیستند، بنابراین:

$$\oint H \cdot ds = N_1 i_1 - N_2 i_2 \quad (2-5)$$

با معکوس شدن جهت جریان  $i_2$ ، علامت منفی به مثبت تبدیل می شود. هنگامی که نفوذ پذیری مغناطیسی<sup>۲</sup> بی نهایت است، انتگرال شدت میدان  $H$  پیرامون مسیر بسته صفر است. اگر این شرط برقرار نباشد، چگالی فوران<sup>۳</sup> - که برابر با  $\mu H$  است - بی نهایت خواهد شد. چگالی فوران باید یک مقدار محدود باشد تا یک  $e$  معین در هر سیم پیچ در اثر تغییر فوران تولید شود. بنابراین با تبدیل رابطه بالا به شکل فازوری می توان نوشت:

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0 \quad (2-6)$$



شکل ۲-۳ شمای یک ترانسفورماتور دو سیم پیچه

1- magneto motive force

2-Permeability

3- flux density



$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (2-7)$$

$I_1$  و  $I_2$  در این حالت هم فازند. باید توجه داشت که  $I_1$  و  $I_2$  زمانی هم فازند که جریان مثبت وارد شده به پایانه نقطه دار یکی از سیم پیچها، از پایانه نقطه دار سیم پیچ دیگر خارج شود. اگر جهت یکی از جریانها عوض شود، اختلاف فاز بین آنها  $180^\circ$  خواهد شد.

با توجه به معادله 2-7 می توان نوشت:

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \quad (2-8)$$

در یک ترانسفورماتور ایده آل اگر جریان  $I_2$  صفر باشد، جریان  $I_1$  نیز صفر خواهد شد. سیم پیچی که به آن امپدانس یا بار دیگری وصل می شود، سیم پیچ دومین نام دارد. به عنصری که به این سیم پیچ وصل است، عناصر طرف دوم گفته می شود. به سیم پیچ متصل به منبع تغذیه، سیم پیچ نخستین<sup>۱</sup> گفته می شود. از آن جا که در سیستمهای قدرت، انرژی در هر دو جهت جریان پیدا می کند، طرف نخستین و دومین در ترانسفورماتور مطرح نخواهد بود. با توجه به اینکه کاربرد این اصطلاحات معمول است، هر جا که امکان پیش آمدن خطا صفر باشد، از آنها استفاده می شود.

اگر امپدانس  $Z_2$  به سیم پیچ شماره ۲ از شکل ۲-۲، ۲-۳، ۲-۱۰ وصل شود، می توان نوشت:

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2} \quad (2-9)$$

با قراردادن مقدار  $V_2$  و  $I_2$  از معادله ۲-۳ و ۲-۷ در رابطه بالا می توان نوشت:

$$Z_2 = \frac{(N_2 / N_1) V_1}{(N_1 / N_2) I_1} \quad (2-10)$$

بنابراین امپدانس اندازه گیری شده از دو سر سیم پیچ نخستین برابر است با:

$$Z'_2 = \frac{V_1}{I_1} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2 \quad (2-11)$$

بنابراین برای آوردن امپدانس طرف دومین به طرف نخستین ترانسفورماتور، باید آن را در مربع نسبت ولتاژ طرف نخستین به دومین ضرب کرد.

همچنین با استفاده از معادله‌های ۲-۳ و ۲-۷ می‌توان نشان داد که  $V_1 I_1^*$  برابر  $V_2 I_2^*$  می‌باشد:

$$V_1 I_1^* = \frac{N_1}{N_2} V_2 \times \frac{N_2}{N_1} I_2^* = V_2 I_2^* \quad (2-12)$$

بنابراین:

$$S_1 = S_2 \quad (2-13)$$

یعنی در یک ترانسفورماتور ایده‌آل توان مختلط ورودی به سیم‌پیچ نخستین برابر توان مختلط خروجی از سیم‌پیچ دومین است.

مثال ۲-۱ در مدار شکل ۲-۳،  $N_2 = 500$ ،  $N_1 = 2000$ ،  $V_1 = 1200 \angle 0^\circ \text{V}$  و  $I_1 = 5 \angle -30^\circ \text{A}$  است. امپدانس  $Z_2$  به سیم‌پیچ شماره ۲ وصل می‌شود. مقدار  $V_2$ ،  $I_2$  و  $Z_2$  را تعیین کنید. همچنین مطلوب است تعیین امپدانس  $Z_1'$  که انتقال یافته امپدانس  $Z_2$  به طرف نخستین ترانسفورماتور است.

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 = \frac{500}{2000} (1200 \angle 0^\circ) = 300 \angle 0^\circ \text{V} \quad \text{پاسخ:}$$

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1 = \frac{2000}{500} (5 \angle -30^\circ) = 20 \angle -30^\circ \text{A}$$

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{300 \angle 0^\circ}{20 \angle -30^\circ} = 15 \angle 30^\circ \Omega$$

$$Z_1' = Z \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 = (15 \angle 30^\circ) \left( \frac{2000}{500} \right)^2 = 240 \angle 30^\circ \Omega$$

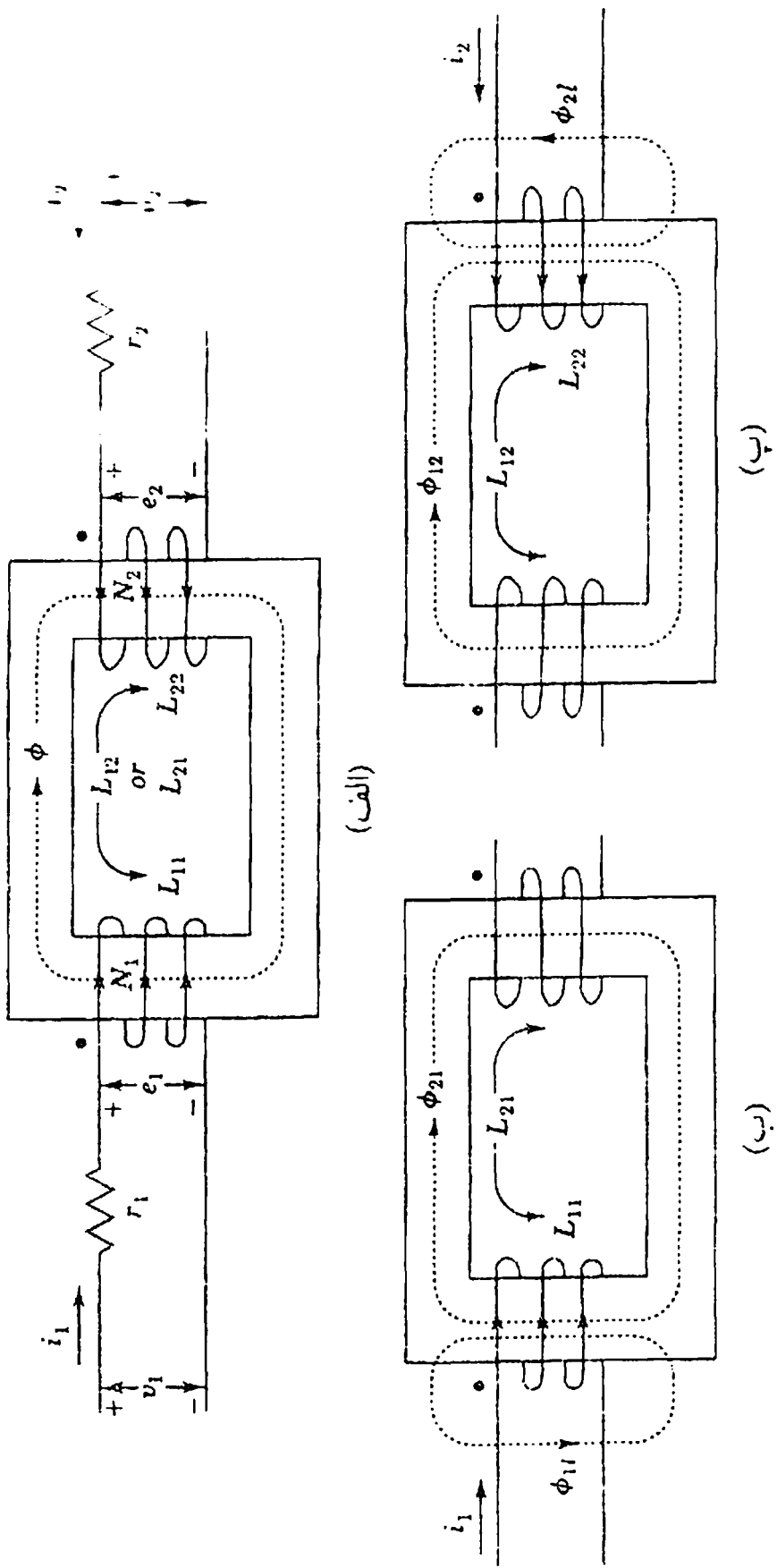
به روش دیگر:

$$Z_1' = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1200 \angle 0^\circ}{5 \angle -30^\circ} = 240 \angle 30^\circ \Omega$$

## ۲-۲ کلافهای با تزویج مغناطیسی

مطالعه ترانسفورماتور ایده‌آل گام نخست برای بررسی یک ترانسفورماتور واقعی می‌باشد. در یک ترانسفورماتور واقعی: (۱) نفوذپذیری مغناطیسی بی‌نهایت نیست و در نتیجه اندوکتانس دارای مقدار معینی است، (۲) تمام شار در برگیرنده یک سیم‌پیچ، سیم‌پیچهای دیگر را دربر نمی‌گیرد، (۳) سیم‌پیچ مقاومت اهمی دارد، (۴) به دلیل تغییرهای متناوب جهت شار، تلف آهنی هسته صفر نیست. به عنوان گام دوم، دو کلاف شکل ۲-۴ که کلافهای ترانسفورماتور با ساختمان نوع هسته‌ای<sup>۱</sup> را نشان می‌دهد، در

1- core type



شکل ۴-۲ کلافهای دارای توزیع متقابل با: (الف) فوران متقابل در اثر جریانهای  $i_1$  و  $i_2$ ;

(ب) فوران ناشی  $\phi_{12}$  و فوران متقابل  $\phi_{21}$  در اثر جریان  $i_1$  به تنهایی;

(پ) فوران ناشی  $\phi_{21}$  و فوران متقابل  $\phi_{12}$  در اثر جریان  $i_2$  به تنهایی.

نظر گرفته می شود. در ادامه بحث از تلف آهنی هسته چشم پوشی می گردد اما سه مشخصه فیزیکی دیگر ترانسفورماتورهای واقعی در نظر گرفته خواهد شد.

جهت جریان  $i_2$  در شکل ۲-۴ به گونه ای انتخاب شده است که فوران تولیدی به وسیله آن (براساس قانون دست راست) هم جهت با فوران ناشی از جریان  $i_1$  به هنگام مثبت یا منفی بودن هر دو جریان باشد. این نوع انتخاب، ضریبهای مثبت را در معادله هایی که پس از این آورده می شود، نتیجه می دهد. جهت جریان  $i_2$  در شکل ۲-۲ نیز مورد بررسی قرار خواهد گرفت. جریان  $i_1$  به تنهایی فوران  $\phi_{11}$  را ایجاد می نماید. این فوران دارای دو مؤلفه فوران متقابل  $\phi_{21}$  که از هر دو کلاف عبور می کند و مؤلفه فوران نشستی ناچیز  $\phi_{12}$  که فقط از کلاف ۱ عبور می کند، می باشد [شکل (ب) ۲-۴]. فوران در برگیرنده کلاف ۱ که تنها بر اثر جریان  $i_1$  ایجاد می شود، از رابطه زیر به دست می آید:

$$\lambda_{11} = N_1 \phi_{11} = L_{11} i_1 \quad (2-14)$$

$N_1$  تعداد دور و  $L_{11}$  اندوکتانس خودی کلاف ۱ است. در شرایط یکسان - که جریان  $i_1$  به تنهایی عمل می کند - فوران در برگیرنده کلاف ۲ برابر است با:

$$\lambda_{21} = N_2 \phi_{21} = L_{21} i_1 \quad (2-15)$$

$N_2$  تعداد دور کلاف ۲ و  $L_{21}$  اندوکتانس متقابل بین کلافها می باشد. به همین ترتیب، هنگامی که  $i_2$  به تنهایی عمل می کند، وضعیت مشابهی رخ می دهد. این جریان، فوران  $\phi_{22}$  را ایجاد می کند که دارای دو مؤلفه فوران نشستی  $\phi_{21}$  که فقط از کلاف ۲ عبور می کند و فوران متقابل  $\phi_{12}$  که از هر دو کلاف عبور می کند، می باشد. [شکل (پ) ۲-۴]. فوران در برگیرنده کلاف ۲ بر اثر جریان  $i_2$ ، هنگامی که به تنهایی عمل می کند، برابر است با:

$$\lambda_{22} = N_2 \phi_{22} = L_{22} i_2 \quad (2-16)$$

$L_{22}$ ، اندوکتانس خودی کلاف ۲ می باشد. فوران در برگیرنده کلاف ۱ که تنها در اثر جریان  $i_2$  ایجاد می شود، برابر است با:

$$\lambda_{12} = N_1 \phi_{12} = L_{12} i_2 \quad (2-17)$$

هنگامی که دو جریان با هم عمل می کنند، شارهای در برگیرنده با هم جمع می شوند:

$$\lambda_1 = \lambda_{11} + \lambda_{12} = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \quad (2-18)$$

$$\lambda_2 = \lambda_{21} + \lambda_{22} = L_{21} i_1 + L_{22} i_2$$

ترتیب زیرنوشته‌های  $L_{۱۲}$  و  $L_{۲۱}$  اهمیتی ندارد زیرا اندوکتانس متقابل یک خاصیت دو جبهه منحصر به فرد برای کلافها است و بنابراین  $L_{۱۲} = L_{۲۱}$  می‌باشد. جهت جریانها و جهت ییجی کلافها، علامت اندوکتانس متقابل را تعیین می‌کند. در شکل ۲-۴ این علامت، مثبت است زیرا فوراً معنایی حاصل از  $i_1$  و  $i_2$  هم جهت می‌باشد.

هنگامی که فوران دربرگیرنده با زمان تغییر می‌کند، افت ولتاژ دو سر کلافها در جهت جریان گردش آنها، برابر است با:

$$v_1 = r_1 i_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} = r_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (2-19)$$

$$v_2 = r_2 i_2 + \frac{d\lambda_2}{dt} = r_2 i_2 + L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt} \quad (2-20)$$

علامتهای مثبت معادله‌های ۲-۱۹ و ۲-۲۰ نشانگر این است که کلافها از منبع تغذیه توان دریافت می‌نمایند و یا در واقع، بار می‌باشند. برای مثال اگر در شکل ۲-۴،  $i_1$  و  $i_2$  هر دو هم‌زمان در یک مقدار لحظه‌ای مثبت باشند، آنگاه توان لحظه‌ای مثبت به وسیله کلاف ۲ دریافت خواهد شد. نتیجه ولتاژ دو سر کلاف ۲، معکوس شود به گونه‌ای که  $v_2 = -v_2'$ ، آنگاه می‌توان نوشت:

$$v_2 = -v_2' = -r_2 i_2 - \frac{d\lambda_2}{dt} = -r_2 i_2 - L_{21} \frac{di_1}{dt} - L_{22} \frac{di_2}{dt} \quad (2-21)$$

به ازای مقدارهای مثبت  $v_2'$  و  $i_2'$  (به طور هم‌زمان)، توان به وسیله کلاف ۲ تحویل می‌شود. بنابراین علامت منفی معادله ۲-۲۱ نشان می‌دهد که کلاف به عنوان مولد به بار خارجی توان تحویل می‌دهد. در حالت پایدار، به ازای ولتاژ و جریان ac در کلافها، شکل فازوری معادله‌های ۲-۱۹ و ۲-۲۰ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V_1 = \underbrace{(r_1 + j\omega L_{11})}_{Z_{11}} I_1 + \underbrace{(j\omega L_{12})}_{Z_{12}} I_2 \quad (2-22)$$

$$V_2 = \underbrace{(j\omega L_{21})}_{Z_{11}} I_1 + \underbrace{(r_2 + j\omega L_{22})}_{Z_{22}} I_2 \quad (2-23)$$

در اینجا از حرف کوچک  $Z_{ij}$  استفاده می‌شود تا امیدانسه‌های کلاف از امیدانسه‌های تریه به تعبیر داده شود.

شکل ماتریس برداری<sup>۱</sup> معادله‌های ۲-۲۲ و ۲-۲۳ به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{12} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2-24)$$

ولتاژهای  $V$ ، ولتاژ دو سر کلافها و جریانهای  $I$ ، جریان گردشی آنها می‌باشد. از معکوس نمودن ماتریس ضرایب، ماتریس ادمیتانس به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{12} & z_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(z_{11}z_{22} - z_{12}^2)} \begin{bmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{12} & z_{11} \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

از ضرب معادله ۲-۲۴ در ماتریس ادمیتانس می‌توان نتیجه گرفت:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

البته کمیت‌های  $y$  و  $z$  با زیرنوشته‌های یکسان، عکس یکدیگر نمی‌باشند ( $y \neq \frac{1}{z}$ ). اگر دو سر کلاف ۲، مدار باز باشد، در معادله ۲-۲۴، جریان  $I_2 = 0$  و امپدانس ورودی کلاف ۱ هنگام مدار باز بودن کلاف ۲ با توجه به معادله ۲-۲۴ برابر خواهد شد با:

$$\left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2 = 0} = z_{11} \quad (2-27)$$

اگر دو سر کلاف ۲ اتصال کوتاه باشد، آنگاه  $V_2 = 0$  و با توجه به معادله ۲-۲۶، امپدانس ورودی کلاف ۱ هنگام اتصال کوتاه بودن کلاف ۲ برابر خواهد شد با:

$$\left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2 = 0} = y_{11}^{-1} = z_{11} - \frac{z_{12}^2}{z_{22}} \quad (2-28)$$

با جایگزینی مقدارهای  $z_{ij}$  از معادله ۲-۲۲ و ۲-۲۳ در معادله ۲-۲۸، می‌توان نشان داد که راکتانس ظاهری کلاف ۱ با حضور کلاف ۲ کاهش می‌یابد. در فصل ۳، نتیجه مشابهی برای ماشینهای سنکرون در

حالت اتصال کوتاه به دست خواهد آمد.

مدار معادل مناسبی برای کلافهای با القای متقابل در شکل ۲-۵ نشان داده شده است. جریان در طرف کلاف ۲ برابر  $I_2/a$  و ولتاژ برابر  $aV_2$  می باشد.  $a$  یک عدد مثبت است. در طرف کلاف ۱،  $V_1$  و  $I_1$  همان مقادیرهای پیشین را دارا می باشند. با نوشتن رابطه kVL در مسیر جریانهای  $I_1$  و  $I_2/a$  از شکل ۲-۵، معادله های ۲-۲۲ و ۲-۲۳ به طور دقیق به دست خواهد آمد. چنانچه  $a = N_1/N_2$  در نظر گرفته شود، اندوکتانسهای داخل کרוشه در شکل ۲-۵، اندوکتانسهای نشی  $L_{11}$  و  $L_{22}$  خواهند بود. نتیجه با استفاده از معادله های ۲-۱۴ تا ۲-۱۷ به صورت زیر به دست می آید:

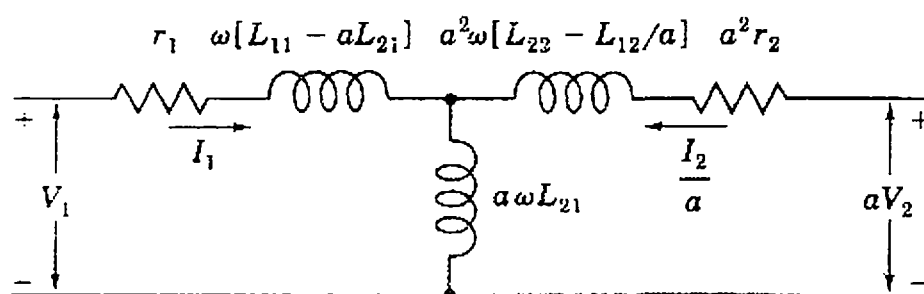
$$L_{11} \equiv L_{11} - aL_{21} = \frac{N_1\phi_{11}}{i_1} - \frac{N_1}{N_2} \frac{N_2\phi_{21}}{i_1} = \frac{N_1}{i_1} \underbrace{(\phi_{11} - \phi_{21})}_{\phi_{11}} \quad (2-29)$$

$$L_{22} \equiv L_{22} - L_{12}/a = \frac{N_2\phi_{22}}{i_2} - \frac{N_2}{N_1} \frac{N_1\phi_{12}}{i_2} = \frac{N_2}{i_2} \underbrace{(\phi_{22} - \phi_{12})}_{\phi_{22}} \quad (2-30)$$

$\phi_{11}$  و  $\phi_{22}$  فوران نشی کلافها می باشند. از طرف دیگر، به ازای  $a = N_1/N_2$ ، اندوکتانس موازی  $aL_{21}$ ، اندوکتانس مغناطیس کننده<sup>۱</sup> مربوط به فوران متقابل  $\phi_{21}$  است که در اثر جریان  $i_1$  کلاف ۱ در بر می گیرد، زیرا:

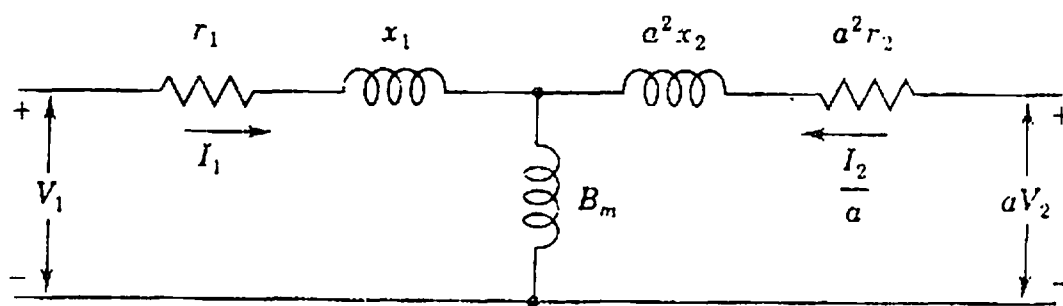
$$aL_{21} = \frac{N_1}{N_2} \frac{N_2\phi_{21}}{i_1} = \frac{N_1}{i_1} \phi_{21} \quad (2-31)$$

با در نظر گرفتن راکتانسهای نشی به صورت  $x_1 = \omega L_{11}$  و  $x_2 = \omega L_{22}$ ، و سوسپتانس معکوس کننده موازی به صورت  $B_m = (\omega aL_{21})^{-1}$ ، مدار معادل شکل ۲-۶ به دست می آید. این مدار، مدار معادل ترانسفورماتور واقعی را در بخش ۲-۳ تشکیل می دهد.



شکل ۲-۵ مدار معادل ac برای شکل ۲-۴ با تعریفی جدید برای جریان و ولتاژ طرف دوم و  $a = N_1/N_2$ .

1- magnetizing inductance



شکل ۲-۶ مدار معادل شکل ۲-۵ با نام‌گذاری دوباره برای اندوکتانسها.

### ۲-۳ مدار معادل یک ترانسفورماتور تکفاز

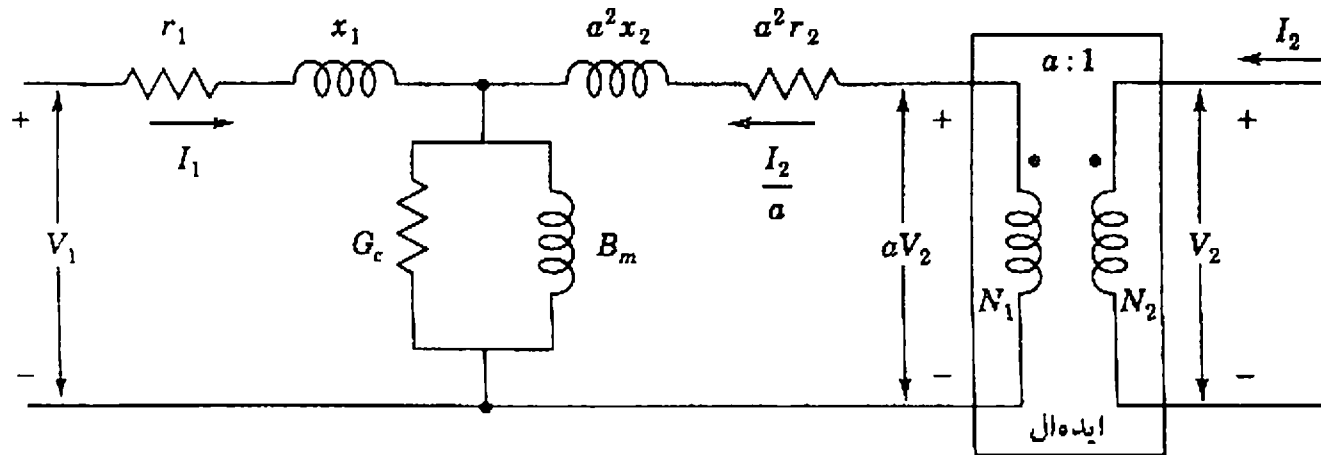
مدار معادل شکل ۲-۶ تا اندازه‌ای مشخصه‌های فیزیکی ترانسفورماتور واقعی را در برمی‌گیرد. سه کمبود مدار مورد نظر عبارت است از: (۱) تبدیل ولتاژ یا جریان را منعکس نمی‌کند، (۲) جدایی الکتریکی طرف نخستین از طرف دومین را نشان نمی‌دهد و (۳) تلفات هسته را به حساب نمی‌آورد. در یک ترانسفورماتور با هسته آهنی و سیم‌پیچ دومین مدار باز (در حالت بی‌باری)، هنگامی که یک ولتاژ سینوسی به سیم‌پیچ نخستین آن اعمال می‌شود، جریان ناچیز  $I_E$  از سیم‌پیچ نخستین عبور می‌کند. این جریان، جریان تحریک<sup>۱</sup> نام دارد. مؤلفه اصلی این جریان، جریان مغناطیس‌کننده نامیده می‌شود و به جریانی که از سوسپتانس مغناطیس‌کننده  $B_m$  شکل ۲-۶ می‌گذرد، اشاره دارد. جریان مغناطیس‌کننده در هسته فوران ایجاد می‌کند. مؤلفه کوچکتر  $I_E$  که نشانگر تلفات آهنی هسته است، جریان مغناطیس‌کننده را  $90^\circ$  پیش‌فاز می‌نماید و در شکل ۲-۶ نشان داده نشده است.

تلفات هسته دو علت دارد. عامل اول، تغییرات متناوب جهت فوران در هسته آهن است که احتیاج به انرژی دارد و به صورت گرما تلف می‌شود. به آن تلفات هیستریزس گفته می‌شود. عامل دوم، جریانهای گردشی ایجاد شده در هسته آهنی است که در اثر تغییر فوران در هسته القاء می‌شود. این جریانها اتلاف  $|I|^2 R$  را ایجاد می‌کند که تلفات جریان گردابی نامیده می‌شود. استفاده از فولاد آلیاژ با درجه معین بالا در ساخت هسته، تلفات هیستریزس را کاهش می‌دهد. تلفات جریانهای گردابی با ساختن هسته از ورقه‌های فولاد - به جای فولاد یک تکه - کاهش می‌یابد. در حالت بی‌باری ترانسفورماتور (سیم‌پیچ دومین مدار باز)، مدار معادل اولیه ترانسفورماتور یک اندوکتانس بزرگ است که ناشی از هسته آهنی می‌باشد. در مدار معادل ترانسفورماتور، اثر جریان  $I_E$  با قرار دادن کندوکتانس  $G_c$  موازی با سوسپتانس مغناطیس‌کننده  $B_m$  منظور می‌شود (شکل ۲-۷).

در یک ترانسفورماتور با طراحی مناسب، بیشتر چگالی فوران در هسته، در زانوی منحنی  $B-H$  یا اشباع ترانسفورماتور پدید می‌آید. بنابراین چگالی فوران نسبت به شدت میدان خطی نمی‌باشد. اگر چه

1- exciting current





شکل ۷-۲ مدار معادل ترانسفورماتور تکفاز واقعی با استفاده از

$$a = \frac{N_1}{N_2}$$

مفهوم ترانسفورماتور ایده‌آل با نسبت دور

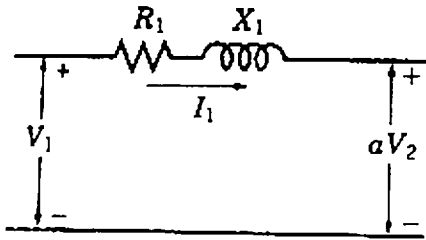
ولتاژ اعمالی سینوسی می‌باشد و فوران نیز برای تولید ولتاژ سینوسی  $e_1$  و  $e_2$  دارای تغییرت سینوسی است اما جریان مغناطیس‌کننده نمی‌تواند سینوسی باشد. جریان تحریک  $I_E$  دارای مؤلفه هارمونیک سوم با دامنه ۴۰٪ و همچنین هارمونیکها دیگر با دامنه‌ای کوچکتر می‌باشد. با توجه به اینکه  $I_E$  در مقایسه با جریان نامی ترانسفورماتور (جریان بار) کوچک است برای راحتی، سینوسی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین استفاده از  $G_c$  و  $B_m$  در مدار معادل قابل قبول می‌باشد.

انتقال ولتاژ و جریان و جداسازی الکتریکی<sup>۱</sup> طرف نخستین از دومین با افزودن یک ترانسفورماتور ایده‌آل به شکل ۶-۲ انجام می‌گیرد. نسبت دورهای ترانسفورماتور ایده‌آل همچنانکه در شکل ۷-۲ نشان داده شده است برابر  $a = N_1/N_2$  می‌باشد. محل قرارگیری ترانسفورماتور ایده‌آل را می‌توان تغییر داد. برای مثال می‌توان آن را در طرف چپ عنصرهای  $a^2 r_2$  و  $a^2 x_2$  قرار داد که در نتیجه این دو به  $r_2$  و  $x_2$  تبدیل می‌شوند. این کار با توجه به قانونی که برای ترانسفورماتور ایده‌آل در بخش ۱-۲ بیان شد، انجام گردید. بدین ترتیب که هرگاه امپدانس از یک طرف ترانسفورماتور ایده‌آل به طرف مقابل انتقال داده شود مقدار آن در مربع نسبت دور طرف مقابل به طرف مبدأ ضرب خواهد شد.

با انتقال همه کمیتها به یکی از دو طرف فشار قوی یا فشار ضعیف، ترانسفورماتور ایده‌آل از مدار معادل ترانسفورماتور واقعی حذف خواهد شد. برای مثال در شکل ۶-۲، همه ولتاژها، جریانها و امپدانسها به مدار نخستین ترانسفورماتور انتقال داده شده است.

بدون ترانسفورماتور ایده‌آل، باید دقت شود هنگام استفاده از مداربری معادل ترانسفورماتورهای پیچیده، اتصالهای کوتاه نادرست ایجاد نشود. معمولاً جریان تحریک از جریان بار ترانسفورماتور خیلی کوچکتر است، به همین دلیل در محاسبات در نظر گرفته نمی‌شود. جهت ساده‌تر کردن مدار فرض

1- electrical isolation



شکل ۸-۲ مدار معادل ترانسفورماتور با چشم‌پوشی از جریان مغناطیس‌کننده

می‌شود:

$$R_1 = r_1 + a^2 r_2 \quad X_1 = x_1 + a^2 x_2 \quad (2-32)$$

بنابراین مدار معادل ساده شده ترانسفورماتور واقعی به صورت شکل ۸-۲ درمی‌آید. اکنون همه امیدانها و ولتاژهای بخشی از مدار که به پایانه طرف دومین متصل است، باید به طرف نخستین منتقل شود.

تنظیم ولتاژ برابر است با تفاضل ولتاژ بار کامل و ولتاژ حالت بی‌باری بخش بر ولتاژ بار کامل در حالتی که ولتاژ ورودی ثابت باشد. تنظیم ولتاژ برحسب درصد بیان می‌شود و رابطه آن به صورت زیر است:

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_2, NL| - |V_2, FL|}{|V_2, FL|} \times 100 \quad (2-33)$$

$|V_2, NL|$ ، اندازه ولتاژ بار  $V_2$  در حالت بی‌باری و  $|V_2, FL|$ ، اندازه  $V_2$  در حالت بار کامل به ازای  $|V_1|$  ثابت می‌باشد.

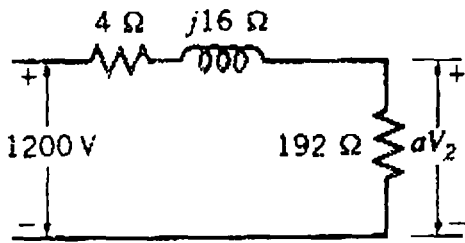
**مثال ۲-۲** سیم‌پیچ نخستین یک ترانسفورماتور تک‌فاز ۲۰۰۰ دور و سیم‌پیچ دومین آن ۵۰۰ دور دارد. مقاومت کلافها  $r_1 = 2.0 \Omega$  و  $r_2 = 0.125 \Omega$ ، راکتانس نشتی  $x_1 = 8.0 \Omega$  و  $x_2 = 0.5 \Omega$  و مقاومت بار  $Z_2 = 12 \Omega$  است. اگر ولتاژ اعمالی به پایانه سیم‌پیچ نخستین ۱۲۰۰V باشد، ولتاژ  $V_2$  و درصد تنظیم ولتاژ چقدر خواهد شد. از جریان مغناطیس‌کننده صرف‌نظر شود.

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{2000}{500} = 4 \quad \text{پاسخ:}$$

$$R_1 = 2 + 0.125 (4)^2 = 4.0 \Omega$$

$$X_1 = 8 + 0.5 (4)^2 = 16 \Omega$$

$$Z_2' = 12 \times (4)^2 = 192 \Omega$$



شکل ۲-۹ مدار مثال ۲-۲

با توجه به مدار معادل - که در شکل ۲-۹ نشان داده شده است - می توان نوشت:

$$I_1 = \frac{1200 \angle 0^\circ}{192 + 4 + j16} = 6,10 \angle -4,67^\circ \text{ A}$$

$$aV_2 = 6,10 \angle -4,67^\circ \times 192 = 1171,6 \angle -4,67^\circ \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{1171,6 \angle -4,67^\circ}{4} = 292,9 \angle -4,67^\circ \text{ V}$$

با توجه به  $V_2, NL = V_1/a$  می توان نوشت:

$$\text{تنظیم ولتاژ} = \frac{1200/4 - 292,9}{292,9} = 0,0242 \text{ یا } 2,42\%$$

کمیت‌های  $R$  و  $X$  ترانسفورماتور دو سیم‌پیچ با استفاده از آزمایش اتصال کوتاه به دست می‌آید. در این روش امپدانس دو سر یکی از کل‌افها در حالی که سیم‌پیچ دیگر اتصال کوتاه شده است، اندازه‌گیری می‌شود. معمولاً طرف فشار ضعیف اتصال کوتاه شده و ولتاژ کافی به طرف فشار قوی اعمال می‌شود تا جریان نامی برقرار گردد. انتخاب طرف فشار قوی به دلیل کوچکتر بودن جریان نامی آن است. ولتاژ، جریان و توان ورودی معلوم می‌باشند. با توجه به اینکه ولتاژ لازم کوچک خواهد بود، جریان تحریک نیز ناچیز و امپدانس اندازه‌گیری شده تقریباً برابر  $R + jX$  می‌شود.

**مثال ۲-۳** مشخصه‌های نامی یک ترانسفورماتور تک‌فاز ۱۵ MVA و ۱۱,۵/۶۹ kV می‌باشد. اگر سیم‌پیچ ۱۱,۵ kV (سیم‌پیچ شماره ۲) اتصال کوتاه و ولتاژ ۵,۵۰ kV به سیم‌پیچ ولتاژ شماره ۱ اعمال شود، جریان نامی از سیم‌پیچ شماره ۲ عبور خواهد کرد. توان ورودی ۱۰۵,۸ kW است. مطلوب است تعیین  $R_1$  و  $X_1$  برحسب اهم هنگامی که به طرف فشار قوی انتقال داده شوند.

**پاسخ:** اندازه جریان نامی سیم‌پیچ ۶۹ kV برابر است با:

$$\frac{|S_1|}{|V_1|} = |I_1| = \frac{15000}{69} = 217,4 \text{ A}$$

$$|I_1|^2 R_1 = (217,4)^2 R_1 = 105800$$

$$R_1 = 2,24 \Omega$$

$$|Z_1| = \frac{5500}{217,4} = 25,30 \Omega$$

$$X_1 = \sqrt{|Z_1|^2 - R_1^2} = \sqrt{(25,30)^2 - (2,24)^2} = 25,20 \Omega$$

مثال بالا نشان می دهد که بیشتر اوقات می توان با تقریب خوبی از مقاومت اهمی سیم پیچ در مدار معادل صرف نظر نمود. معمولاً  $R$  کمتر از ۱٪ است. اگرچه در بیشتر محاسبات سیستم قدرت (مانند مثال ۲-۲) از جریان تحریک صرف نظر می شود، برای مدار معادل را می توان از آزمایش مدار باز به دست آورد. ولتاژ نامی به پایانه فشار ضعیف اعمال شده، قدرت و جریان ورودی اندازه گیری می شود. طرف فشار ضعیف به این دلیل انتخاب می شود که ولتاژ تغذیه نامی کوچکتری دارد. امپدانس اندازه گیری شده شامل مقاومت و راکتانس نشتی سیم پیچ نیز می باشد اما این دو در مقایسه با  $1/(G_c - jB_m)$  ناچیز می باشند.

**مثال ۲-۴** برای ترانسفورماتور مثال ۲-۳ آزمایش مدار باز با ولتاژ  $11,5 \text{ kW}$  انجام شده توان ورودی برابر  $66,7 \text{ kW}$  و جریان ورودی  $30,4 \text{ A}$  می باشد. مطلوب است تعیین  $G_c$  و  $B_m$  هنگامی که به طرف سیم پیچ فشار قوی ۱ انتقال داده شوند. راندمان ترانسفورماتور برای بار  $12 \text{ MW}$  با ضریب توان  $0,8$  پس فاز در ولتاژ نامی چقدر است.

**پاسخ:** نسبت دورهای ترانسفورماتور برابر  $a = \frac{N_1}{N_2} = 6$  می باشد. اندازه گیریها در طرف فشار ضعیف انجام شده است. برای انتقال ادمیتانس موازی  $Y = G_c - jB_m$  از طرف فشار قوی ۱ به طرف فشار ضعیف ۲، ادمیتانس در  $a^2$  ضرب می شود زیرا برای انتقال امپدانس از طرف ۱ به طرف ۲ باید آن را بر  $a^2$  تقسیم نمود. در شرایط آزمایش مدار باز می توان نوشت:

$$|V_2|^2 a^2 G_c = (11,5 \times 10^3)^2 \times 36 \times G_c = 66,7 \times 10^3 \text{ W}$$

$$G_c = 14,0 \times 10^{-6} \text{ S}$$

$$|Y| = \frac{|I_2|}{|V_2|} \times \frac{1}{a^2} = \frac{30,4}{11500} \times \frac{1}{36} = 73,4 \times 10^{-6} \text{ S}$$

$$B_m = \sqrt{|Y|^2 - G_c^2} = 10^{-6} \sqrt{73,4^2 - 14,0^2} = 72,05 \times 10^{-6} S$$

در شرایط نامی، تلفات کل تقریباً برابر مجموع تلفات آزمایش مدار باز و اتصال کوتاه می‌باشد و با توجه به اینکه بازده برابر نسبت کیلو وات خروجی به ورودی می‌باشد می‌توان نوشت:

$$\text{بازده} = \frac{12000}{12000 + (105,8 + 66,7)} \times 100 = 98,6\%$$

مثال بالا نشان می‌دهد که  $G_c$  بسیار کوچکتر از  $B_m$  است و می‌توان آن را نادیده گرفت. خود  $B_m$  نیز بسیار کوچک است به گونه‌ای که می‌توان کلاً از جریان تحریک  $I_E$  صرف‌نظر نمود.

#### ۲-۴ امیدانس پرینیت در مدار ترانسفورماتورهای تکفاز

مقدار اهمی مقاومت و راکتانس نشتی ترانسفورماتور بستگی به این دارد که اندازه‌گیریها در کدام یک از دو طرف فشار ضعیف یا فشار قوی انجام گیرد. اگر مقادیر فوق برحسب پرینیت بیان شود، کیلوولت آمپر مبنا همان کیلووات آمپر نامی ترانسفورماتور است. در صورتی که تمام اندازه‌گیریها در طرف فشار ضعیف انجام شود و مقادیرهای اهمی مقاومت و راکتانس نشتی به این طرف منتقل شود، ولتاژ مبنا همان ولتاژ نامی طرف فشار ضعیف می‌باشد. چنانچه مقادیرهای اهمی مقاومت و راکتانس نشتی به طرف فشار قوی منتقل شود، ولتاژ مبنا، ولتاژ نامی طرف فشار قوی است. امیدانس پرینیت ترانسفورماتور چه در طرف فشار قوی محاسبه شود و چه در طرف فشار ضعیف، مقدار عددی آن یکسان خواهد شد. مثال زیر درستی مطلب بالا را نشان می‌دهد.

**مثال ۲-۵** ترانسفورماتور تکفازی دارای مقادیرهای نامی  $110/440V$  و  $2,5 kVA$  است. راکتانس نشتی اندازه‌گیری شده در طرف فشار ضعیف برابر  $0,06 \Omega$  است. راکتانس نشتی را برحسب پرینیت تعیین کنید.

**پاسخ:** با توجه به معادله (۱-۴۶) می‌توان نوشت:

$$\text{برحسب پرینیت: امیدانس مبناي طرف فشار ضعیف} = \frac{0,110^2 \times 1000}{2,5} = 4,84 \Omega$$

برحسب پرینیت:

$$X = \frac{0,06}{4,84} = 0,0124 \text{ پرینیت}$$

اگر راکتانس نشتی در طرف فشار قوی اندازه‌گیری شود، مقدار آن برابر است با:

$$X = 0,06 \left( \frac{440}{110} \right)^2 = 0,96 \Omega$$

$$\text{امپدانس مبنای طرف فشار قوی} = \frac{0.44^2 \times 1000}{2.5} = 77.5 \Omega$$

برحسب پریونیت:

$$X = \frac{0.96}{77.5} = 0.0124 \text{ پریونیت}$$

انجام محاسبات به صورت پریونیت زمانی سودمند خواهد بود که مبنای مناسب برای مدارهای متصل به دو طرف ترانسفورماتور انتخاب شود. برای رسیدن به این منظور باید نسبت ولتاژهای مبنای انتخاب شده در دو طرف ترانسفورماتور برابر نسبت دور سیم پیچهای ترانسفورماتور باشد. با انتخاب این ولتاژهای مبنا و کیلووات آمپر مبنای مشترک برای هر دو طرف، مقدار پریونیت امپدانس در دو طرف فشار قوی و فشار ضعیف یکسان خواهد شد.

بنابراین هنگامی که از جریان مغناطیس کننده صرف نظر می شود می توان یک ترانسفورماتور را به طور کامل با امپدانس  $(R + jX)$  پریونیت نشان داد. در این سیستم تبدیل ولتاژهای پریونیت با استفاده از نسبت ترانسفورماتور لازم نیست و اگر از جریان مغناطیس کننده صرف نظر شود، جریان هر دو طرف ترانسفورماتور نیز یکی خواهد بود.

**مثال ۶-۲** سه قسمت یک سیستم الکتریکی تکفاز به نامهای  $A$ ،  $B$  و  $C$  مطابق شکل (۱۰-۲) از طریق ترانسفورماتور به هم وصل شده است. مشخصات نامی ترانسفورماتورها به صورت زیر است:

$$A-B \quad 100000 \text{ kVA}, 137.8/138 \text{ kV}, 10\% \text{ راکتانس نشتی}$$

$$B-C \quad 100000 \text{ kVA}, 137.8/69 \text{ kV}, 8\% \text{ راکتانس نشتی}$$

اگر مقدار مبنا در مدار  $B$  برابر  $100000 \text{ kVA}$  و  $138 \text{ kV}$  انتخاب شود، امپدانس پریونیت بار مقاومتی  $300 \Omega$  زمانی که به مدار  $C$ ،  $B$  و  $A$  منتقل می شود، چقدر خواهد شد. با صرف نظر کردن از جریان مغناطیس کننده، مقاومت اهمی ترانسفورماتور و امپدانس خط، نمودار امپدانس را رسم کنید.

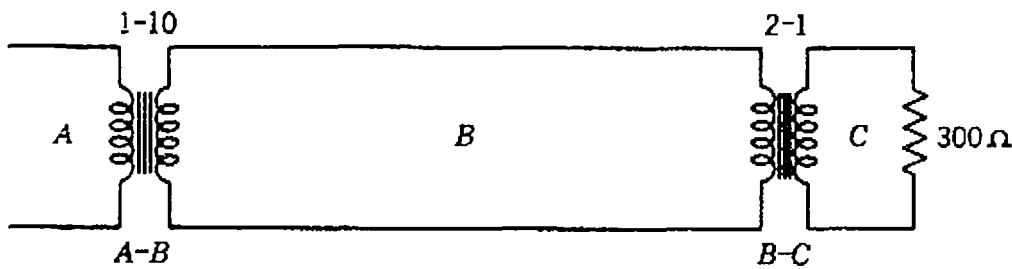
$$\text{پاسخ: ولتاژ مبنای مدار } A: 0.1 \times 138 = 13.8 \text{ kV}$$

$$\text{ولتاژ مبنای مدار } C: 0.5 \times 138 = 69 \text{ kV}$$

$$\text{امپدانس مبنای مدار } C: \frac{69^2 \times 1000}{100000} = 476 \Omega$$

$$\text{پریونیت } 300: \text{امپدانس پریونیت باز در مدار } C = \frac{300}{476} = 0.63$$

با توجه به اینکه ولتاژ مبنا در قسمتهای مختلف سیستم با استفاده از نسبت دور ترانسفورماتورها به



شکل ۱۰-۲ نمودار مثال ۶-۲

دست آمد و کیلو وات آمپر مبنا در تمام قسمتها یکسان است امپدانس پریونیت بار نیز در تمام قسمتها یکسان خواهد بود. درستی این مطلب در زیر نشان داده شده است:

$$\text{امپدانس مبنای مدار } B: \frac{138^2 \times 1000}{10000} = 1900 \Omega$$

$$\text{امپدانس بار منتقل شده به مدار } B: 300 \times 2^2 = 1200 \Omega$$

$$\text{پریونیت } B: \frac{1200}{1900} = 0,63$$

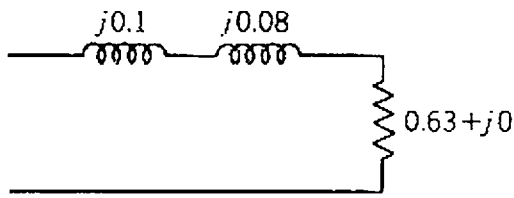
$$\text{امپدانس مبنای مدار } A: \frac{138^2 \times 1000}{10000} = 19 \Omega$$

$$\text{امپدانس بار منتقل شده به مدار } A: 300 \times 2^2 \times 0,1^2 = 12 \Omega$$

$$\text{پریونیت } A: \frac{12}{19} = 0,63$$

با توجه به اینکه مبناهای انتخاب شده برای کیلوولت و کیلوولت آمپر با مقادیر نامی ترانسفورماتور مطابق است، راکتانس نشستی ترانسفورماتور به ترتیب برابر ۰/۰۸ و ۰/۱ پریونیت می باشد. شکل ۱۱-۲، نمودار امپدانس را نشان می دهد که در آن امپدانسها برحسب پریونیت است.

در محاسبات پریونیت برای رسیدن به مزیتی که پیش از این به آن اشاره شد، باید روش مثال بالا را در انتخاب مبنا برای بخشهای مختلف سیستم به کاربرد. در این روش ابتدا کیلوولت آمپر مبنای یکسانی برای تمام قسمتها انتخاب می شود. سپس کیلوولت مبنا را برای یک قسمت از مدار انتخاب نموده، کیلوولت مبنای سایر قسمتها با استفاده از آن و نسبت دور ترانسفورماتورها به دست می آید. کاربرد روش بالا در انتخاب ولتاژ مبنا، امکان ترکیب امپدانسهای پریونیت تعیین شده در قسمتهای مختلف سیستم را در نمودار امپدانس می دهد.



شکل ۱۱-۲ نمودار امپدانس مثال ۶-۲. امپدانسها برحسب پریونیت است.

## ۲-۵ ترانسفورماتورهای سه فاز

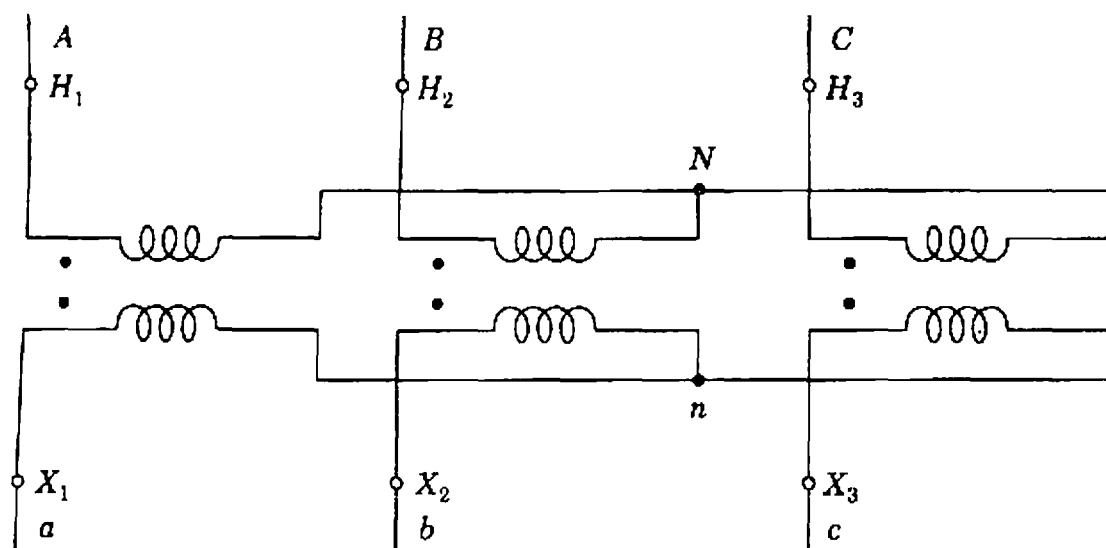
از اتصال سه ترانسفورماتور تکفاز یکسان به یکدیگر، ترانسفورماتور سه فاز به دست می آید. در این حالت سه سیم پیچ با ولتاژ نامی یکسان تشکیل اتصال مثلث و سه سیم پیچ دیگر - که ولتاژ نامی آنها نیز با هم برابر است - تشکیل اتصال ستاره می دهند. به چنین ترانسفورماتوری، ترانسفورماتور با اتصال  $Y-\Delta$  یا  $\Delta-Y$  گفته می شود. اتصالهای ممکن دیگر  $Y-Y$  و  $\Delta-\Delta$  است. اگر ترانسفورماتورهای تکفاز سه سیم پیچه باشند (سیم پیچ اولین، دومین و سومین)، دو دسته از آنها تشکیل اتصال ستاره و دسته دیگر تشکیل اتصال مثلث و یا دو دسته از آنها تشکیل اتصال مثلث و دسته دیگر تشکیل اتصال ستاره می دهد. به جای کاربرد سه ترانسفورماتور تکفاز مشابه، معمولاً از یک ترانسفورماتور سه فاز که هر سه فاز آن بر روی یک هسته آهنی قرار دارد استفاده می شود. مباحث تئوری برای هر دو حالت بالا یکسان است. استفاده از یک واحد سه فاز به جای سه واحد تکفاز دارای این برتری است که آهن کمتری برای ساخت هسته نیاز دارد و در نتیجه مقرون به صرفه تر و دارای حجم کوچکتر می باشد. اما سه واحد تکفاز نیز دارای این برتری است که هنگامی که یکی از واحدهای مجموعه خراب می شود، کل مجموعه از کار نمی افتد. اگر خطایی در یک مجموعه  $\Delta-\Delta$  با سه واحد جداگانه رخ دهد، یکی از ترانسفورماتورهای تکفاز می تواند برداشته شود و دو واحد باقیمانده می توانند به صورت یک ترانسفورماتور سه فاز به کیلوولت آمپر کمتر کار نمایند. به چنین حالتی مثلث باز گفته می شود.

در یک ترانسفورماتور تکفاز، یکی از سرهای هر سیم پیچ نقطه گذاری می شود و یا به روش دیگر، سر نقطه دار برای سیم پیچ فشار قوی با نشانه  $H_1$  و برای سیم پیچ فشار ضعیف با نشانه  $X_1$  مشخص می گردد. سر دیگر کلافها به ترتیب با  $H_2$  و  $X_2$  مشخص می شود.

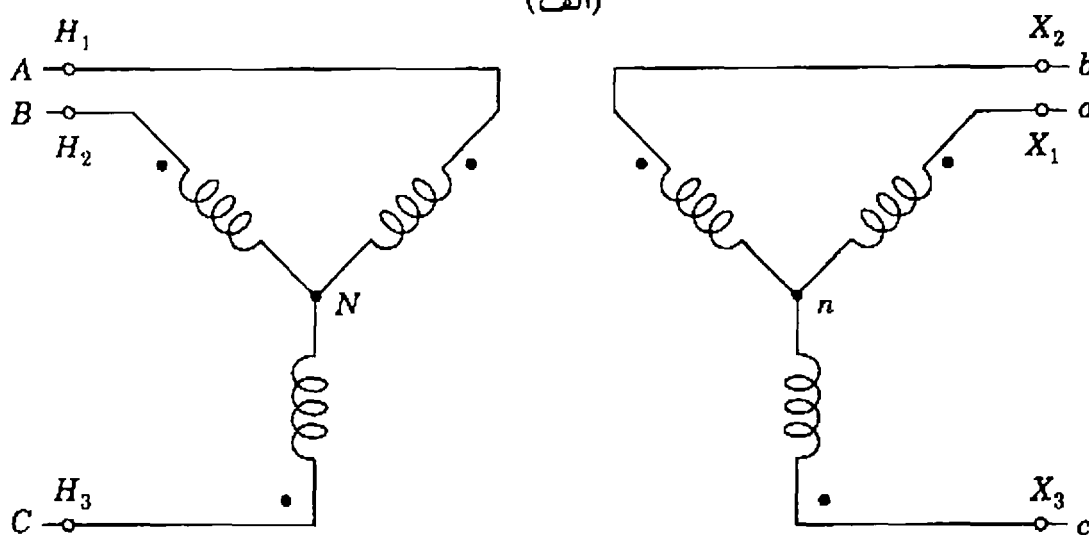
شکل ۱۲-۲ نشان می دهد که چگونه از اتصال سه ترانسفورماتور تکفاز، یک ترانسفورماتور سه فاز با اتصال  $Y-Y$  تشکیل گردیده است. در این کتاب از حروف بزرگ  $A$ ،  $B$  و  $C$  برای نام گذاری فازهای سیم پیچ فشار قوی و از حروف کوچک  $a$ ،  $b$  و  $c$  برای نام گذاری فازهای سیم پیچ فشار ضعیف استفاده خواهد شد. پایانه های فشار قوی ترانسفورماتورهای سه فاز با  $H_1$ ،  $H_2$  و  $H_3$  و پایانه های فشار ضعیف آنها با  $X_1$ ،  $X_2$  و  $X_3$  نام گذاری می شوند. در ترانسفورماتورهای  $Y-Y$  یا  $\Delta-\Delta$ ، نشانه گذاریها به گونه ای انجام می گیرد که ولتاژ به خنثای پایانه های  $H_1$ ،  $H_2$  و  $H_3$  به ترتیب هم فاز با ولتاژ به خنثای پایانه های

1- open delta





(الف)



(ب)

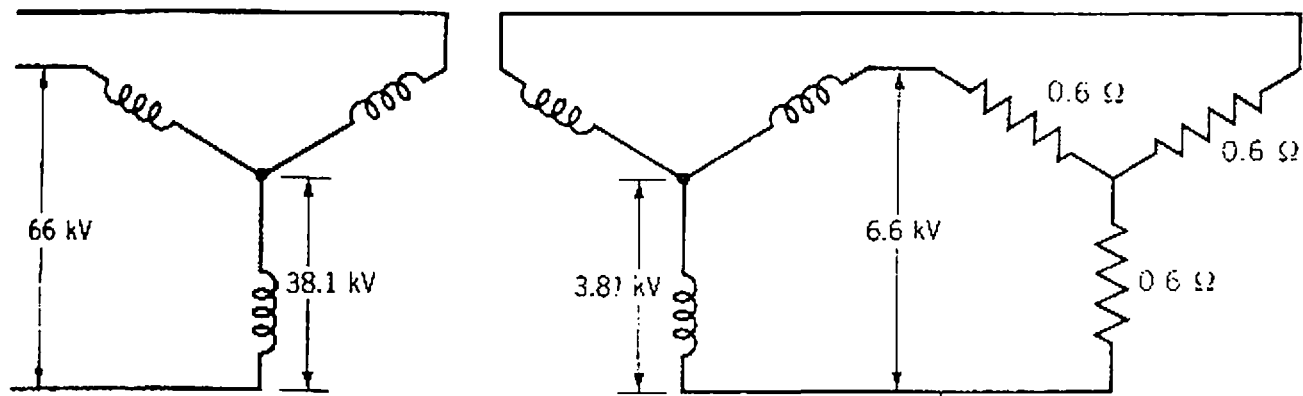
شکل ۱۲-۲ نمودار سیم‌بندی ترانسفورماتور Y-Y (الف) نمودار اتصال Y-Y (ب) شکل دیگری از اتصال

$X_1$ ،  $X_2$  و  $X_3$  باشد. البته کلافهای مثلث دارای نقطه خنثی نیستند لیکن قسمت‌هایی از سیستم که سیم‌پیچ مثلث به آن وصل است دارای اتصال به زمین خواهد بود. بنابراین زمین می‌تواند به عنوان نقطه خنثای مؤثر در شرایط تعادل به کار رود و ولتاژ به خنثی برای پایانه‌های  $\Delta$  وجود دارد.

بر اساس قرار داد امریکایی، پایانه‌های  $Y-\Delta$  و  $\Delta-Y$  به گونه‌ای نام‌گذاری می‌شوند که ولتاژ به خنثای پایانه‌های  $H_1$ ،  $H_2$  و  $H_3$  به ترتیب نسبت به ولتاژ به خنثای پایانه‌های  $X_1$ ،  $X_2$  و  $X_3$ ،  $30^\circ$  پیش‌فاز باشد. این اختلاف فاز در بخش بعدی به طور کاملتر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

شکل (ب) ۱۲-۲ همان اطلاعات شکل (الف) ۱۲-۲ را ارائه می‌دهد. کلافهایی از طرف اولین و نخستین که در یک جهت و موازی با هم هستند مربوط به یک ترانسفورماتور تک‌فاز هستند و روی یک بازوی یکسان از ترانسفورماتور سه فاز قرار می‌گیرند. برای مثال، سیم‌پیچ A تا N، همان شاری را در برمی‌گیرد که سیم‌پیچ a تا n و  $V_{AN}$  با  $V_{an}$  هم فاز است. شکل (ب) ۱۲-۲، فقط نمودار سیم‌بندی<sup>۱</sup> را

1- wiring diagram



شکل ۱۳-۲ ترانسفورماتور Y-Y با ولتاژ نامی ۶۶/۳۸٫۱ kV

می دهد و نمودار فازوری<sup>۱</sup> نمی باشد.

شکل ۱۳-۲ روش شماتیک نمایش اتصالات ترانسفورماتور سه فاز را نشان می دهد. ولتاژها برای یک ترانسفورماتور Y-Y، ۶۶/۳۸٫۱ kV که بار  $0.6 \Omega$  را تغذیه می کند، نشان داده شده است. شکل ۱۳-۲ یک سیستم متعادل را نشان می دهد که در آن هر فاز می تواند در حالت قطع یا وصل بودن نقطه های خنثی به هم جداگانه عمل نماید. برای انتقال امپدانس از طرف فشار ضعیف به طرف فشار قوی باید مقدار آن را در مربع نسبت ولتاژهای خط به خنثی - که همان مربع نسبت ولتاژهای خط به خط است - ضرب نمود. بنابراین:

$$0.6 \left( \frac{38.1}{66} \right)^2 = 0.6 \left( \frac{66}{66} \right)^2 = 0.6 \Omega$$

چنانچه از یک ترانسفورماتور Y-Δ با ولتاژ طرف نخستین ۶۶ kV برای داشتن ولتاژ ۶٫۶ kV در دو سر بار مقاومتی استفاده شود، ولتاژ نامی کلافهای Δ به جای ۳٫۸۱ kV برابر ۶٫۶ kV خواهد بود. تا آنجا که مربوط به دامنه ولتاژها می باشد، ترانسفورماتور Y-Δ می تواند با یک ترانسفورماتور Y-Y با نسبت دور فاز به خنثی  $66/\sqrt{3} : 38.1/\sqrt{3}$  یا  $N_1 : N_2/\sqrt{3}$ ، همچنان که در جدول ۱-۲ نشان داده شده است، جایگزین شود. به گونه ای که همان مقاومت  $0.6 \Omega$  در هر فاز از دید سیم پیچ نخستین به نظر آید. بنابراین مشاهده می شود، ملاک برای انتخاب ولتاژ مبنا، مربع نسبت ولتاژهای خط به خط می باشد نه مربع نسبت دورهای هر یک از کلافهای ترانسفورماتور Y-Δ.

از این بحث نتیجه می شود که برای انتقال مقدار اهمی امپدانس از یک طرف ترانسفورماتور سه فاز به طرف دیگر آن مستقل از نوع ترانسفورماتور (Y-Y یا Y-Δ)، مقدار امپدانس را باید در مربع نسبت ولتاژهای خط به خط ضرب نمود. این مطلب در جدول ۱-۲ که رابطه نسبت دور انواع ترانسفورماتور با اتصالات گوناگون را نشان می دهد، آمده است. بنابراین در محاسبات پرینیت مدارهای سه فاز دارای

1- phasor diagram

جدول ۲-۱ انتقال مقدار اهمی امپدانس هر فاز ترانسفورماتور سه فاز از یک طرف به طرف دیگر آن \*

<p>Y-Y</p>	<p><math>N_1 : N_2</math></p> $\left  \frac{V_{LN}}{V_{in}} \right  = \frac{N_1}{N_2} ; \left  \frac{V_{LL}}{V_{ll}} \right  = \frac{N_1}{N_2}$ $Z_H = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_L = \left  \frac{V_{LL}}{V_{ll}} \right ^2 Z_L$
<p>Y-Δ</p>	<p><math>N_1 : N_2/\sqrt{3}</math></p> $\left  \frac{V_{LN}}{V_{in}} \right  = \frac{N_1}{N_2} ; \left  \frac{V_{LL}}{V_{ll}} \right  = \sqrt{3} \frac{N_1}{N_2}$ $Z_H = \left( \frac{N_1}{N_2/\sqrt{3}} \right)^2 Z_L = \left  \frac{V_{LL}}{V_{ll}} \right ^2 Z_L$
<p>Δ-Y</p>	<p><math>N_1/\sqrt{3} : N_2</math></p> $\left  \frac{V_{LL}}{V_{in}} \right  = \frac{N_1}{N_2} ; \left  \frac{V_{LL}}{V_{ll}} \right  = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2}$ $Z_H = \left( \frac{N_1/\sqrt{3}}{N_2} \right)^2 Z_L = \left  \frac{V_{LL}}{V_{ll}} \right ^2 Z_L$
<p>Δ-Δ</p>	<p><math>N_1/\sqrt{3} : N_2/\sqrt{3}</math></p> $\left  \frac{V_{LN}}{V_{in}} \right  = \frac{N_1/\sqrt{3}}{N_2/\sqrt{3}} ; \left  \frac{V_{LL}}{V_{ll}} \right  = \frac{N_1}{N_2}$ $Z_H = \left( \frac{N_1/\sqrt{3}}{N_2/\sqrt{3}} \right)^2 Z_L = \left  \frac{V_{LL}}{V_{ll}} \right ^2 Z_L$

\* بار طرف دومین دارای امپدانسهای یکسان  $Z_L$  با اتصال ستاره می‌باشد.

ترانسفورماتور، دو ولتاژ مبنا برای دو طرف ترانسفورماتور لازم است که نسبت آنها برابر نسبت ولتاژ نامی خط به خط دو طرف آن است. کیلوولت آمپر مبنای هر دو طرف ترانسفورماتور یکسان فرض می‌شود.

مثال ۲-۷ سه ترانسفورماتور تکفاز با مقدارهای نامی ۲۵ MVA و ۳۸٫۱/۳٫۸۱ kV به صورت Y-Δ به هم بسته شده‌اند و بار ستاره متعادل با مقاومت ۰٫۶Ω در هر فاز را تغذیه می‌کنند. مقدار مبنا را در طرف فشار قوی ۷۵ MAV و ۶۶ kV انتخاب نموده، مقدار آن را در طرف فشار ضعیف به دست آورید. مقدار پریونیت مقاومت بار براساس مقدار مبنای طرف فشار ضعیف چقدر است. سپس مقدار مقاومت بار  $R_L$  را هنگامی که به طرف فشار قوی منتقل شود به دست آورده، مقدار پریونیت آن را براساس مبنای طرف فشار قوی تعیین کنید.

پاسخ: با توجه به اینکه  $\sqrt{3} \times ۳۸٫۱$  kV برابر ۶۶ kV می‌باشد، مقدارهای نامی ترانسفورماتور سه فاز حاصل برابر ۷۵ MVA و  $۶۶ \text{ Y}/۳٫۸۱ \text{ } \Delta$  kV خواهد شد. بنابراین مقدار مبنای طرف فشار ضعیف برابر ۷۵ MVA و ۳٫۸۱ kV می‌شود.

با توجه به معادله (۱-۵۴)، امپدانس مبنا در طرف فشار ضعیف برابر است با:

$$\frac{(kV_{LL} \text{ مبنا})^2}{\text{MVA}_{3\phi} \text{ مبنا}} = \frac{(۳٫۸۱)^2}{۷۵} = ۰٫۱۹۳۵ \Omega$$

بنابراین:

$$R_L = \frac{۰٫۶}{۰٫۱۹۳۵} = ۳٫۱۰ \text{ پریونیت}$$

امپدانس مبنا در طرف فشار ضعیف:

$$\frac{(۶۶)^2}{۷۵} = ۵۸٫۱ \Omega$$

مقاومت بار منتقل شده به طرف فشار قوی برابر است با:

$$۰٫۶ \left( \frac{۶۶}{۳٫۸۱} \right)^2 = ۱۸۰ \Omega$$

$$R_L = \frac{۱۸۰}{۵۸٫۱} = ۳٫۱۰ \text{ پریونیت}$$

مقاومت  $R$  و راکتانس نشتی  $X$  یک ترانسفورماتور سه فاز، مانند ترانسفورماتور تکفاز با استفاده از

آزمایش اتصال کوتاه به دست می‌آید. در مدار معادل سه فاز،  $R$  و  $X$  در هر خط به یک ترانسفورماتور سه فاز ایده‌آل وصل می‌شود. از آن جا که  $R$  و  $X$  مقدار پریونیت یکسانی در طرف فشار قوی و فشار ضعیف ترانسفورماتور دارند، اگر اختلاف فاز در محاسبات مهم نباشد و همه مقادارها برحسب پریونیت با مبنای مناسب باشند، مدار معادل هر فاز را می‌توان با امپدانس  $R+jX$  پریونیت بدون در نظر گرفتن ترانسفورماتور ایده‌آل نشان داد. جدول (الف - ۱) پیوست کتاب چند مقدار نمونه از امپدانسهای ترانسفورماتور را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه مقاومت اهمی ترانسفورماتور به طور معمول کمتر از ۰/۰۱ پریونیت است، امپدانس تقریباً برابر راکتانس نشتی ترانسفورماتور است.

**مثال ۲-۸** مقدارهای نامی یک ترانسفورماتور سه فاز برابر  $400 \text{ MVA}$  و  $22 \text{ kV } \Delta / 220 \text{ Y}$  است. امپدانس اتصال کوتاه اندازه‌گیری شده از طرف فشار ضعیف ترانسفورماتور برابر  $0.121 \Omega$  است که به دلیل ناچیز بودن مقاومت اهمی برابر راکتانس نشتی در نظر گرفته می‌شود. راکتانس پریونیت ترانسفورماتور را تعیین کنید. همچنین اگر مقدارهای مبنا در طرف فشار قوی ترانسفورماتور برابر  $100 \text{ MVA}$  و  $230 \text{ kV}$  باشد، راکتانس پریونیت ترانسفورماتور جهت نمایش در مدار معادل چقدر خواهد شد؟

**پاسخ:** راکتانس پریونیت ترانسفورماتور براساس مبناهای خودش برابر است با:

$$\frac{0.121}{(22)^2 / 400} = 0.10 \text{ پریونیت}$$

راکتانس پریونیت ترانسفورماتور بر اساس مبنای انتخاب شده برابر است با:

$$0.1 \left( \frac{220}{230} \right)^2 \frac{100}{400} = 0.0228 \text{ پریونیت}$$

## ۲-۶ ترانسفورماتورهای سه فاز: تغییر فاز ۱ و مدار معادل

همچنان که در بخش ۲-۵ اشاره شد، در ترانسفورماتورهای  $Y-\Delta$  تغییر فاز ایجاد می‌شود. در این بخش، تغییر فاز بیشتر مورد بررسی قرار گرفته و اهمیت توالی فاز ۲ آشکار می‌گردد. در بررسی خطاها با توالی فاز مثبت (ABC) و توالی فاز منفی (ACB) روبرو خواهیم شد. بنابراین لازم است تغییر فاز برای هر دو توالی مورد بررسی قرار گیرد. ولتاژها و جریانهای توالی فاز مثبت با زیرنویست ۱ و ولتاژها و

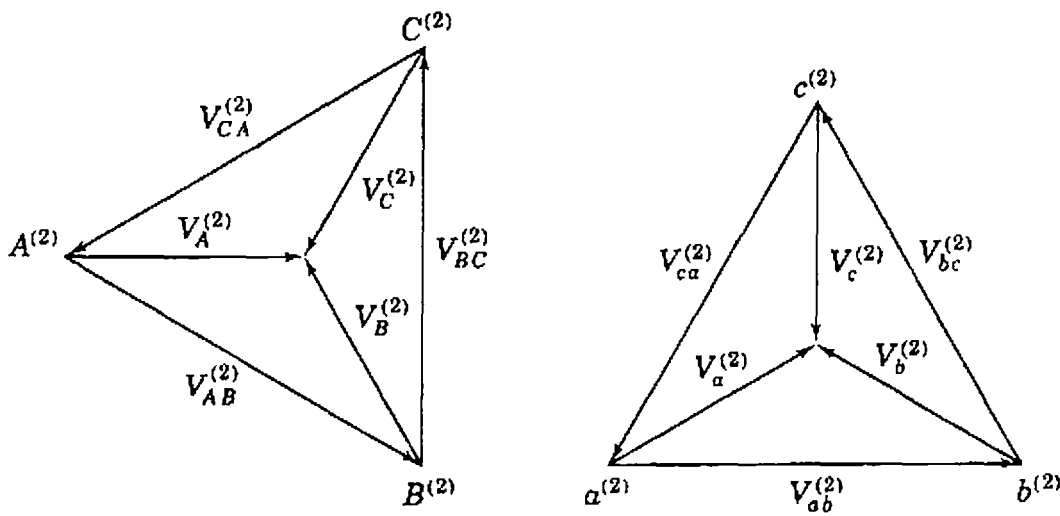
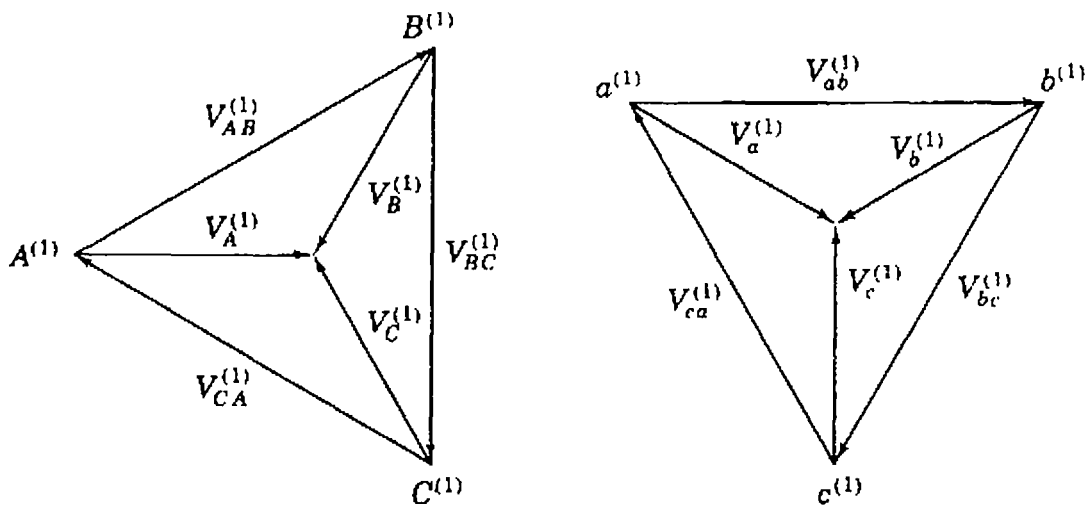
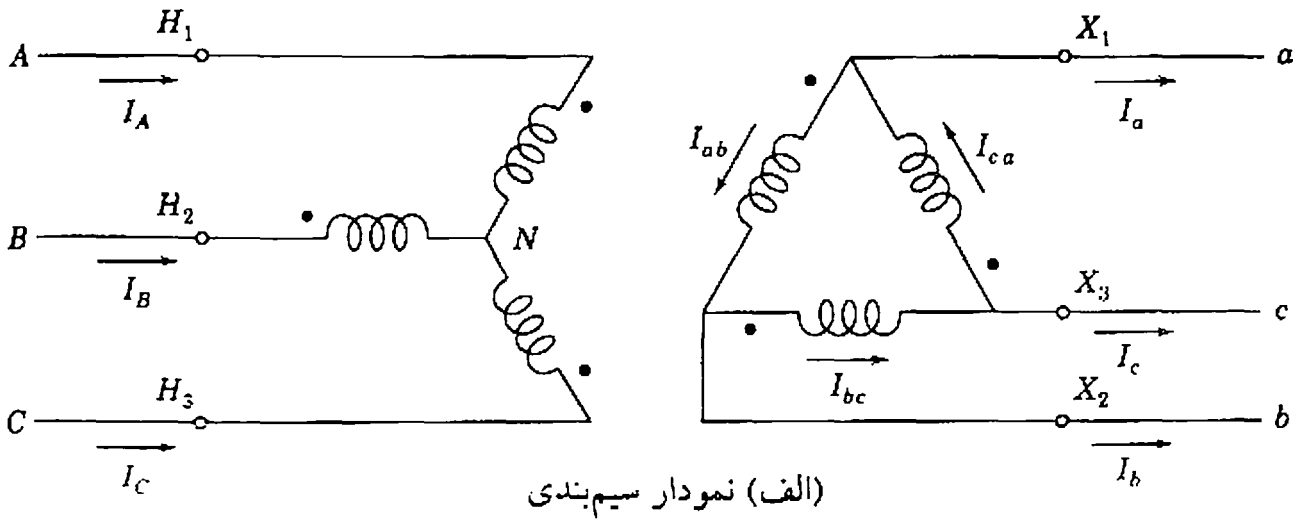
جریانهای توالی فاز منفی با زیرنوشت ۲ نشان داده می‌شوند. برای کاهش تعداد زیرنوشتها، ولتاژ پایانه  $A$  نسبت به  $N$ ، به جای  $V_{AN}^{(1)}$  با  $V_A^{(1)}$  نشان داده می‌شود. نمایش ولتاژ و جریان به خنثی‌های دیگر نیز به همین روش خواهد بود. در توالی مثبت، ولتاژ خط به خنثی  $V_B^{(1)}$  نسبت به  $V_A^{(1)}$ ،  $120^\circ$  پس فاز است در حالی که  $V_C^{(1)}$  نسبت به  $V_A^{(1)}$ ،  $240^\circ$  پس فاز می‌باشد. در توالی منفی ولتاژ خط به خنثی  $V_B^{(2)}$  نسبت به  $V_A^{(2)}$ ،  $120^\circ$  پیش فاز و  $V_C^{(2)}$  نسبت به  $V_A^{(2)}$ ،  $240^\circ$  پیش فاز است. هنگام بررسی جریانها و ولتاژهای نامتعادل (فصل ۱۱ و ۱۲)، باید توجه داشت که ولتاژ به خنثی و ولتاژ به زمین با هم تفاوت دارند زیرا در شرایط نامتعادل ممکن است یکسان نباشند.

شکل (الف ۱۴-۲) نمودار شماتیک سیم‌بندی ترانسفورماتور  $Y-\Delta$  را نشان می‌دهد. سیم‌پیچ ستاره طرف فشار قوی ترانسفورماتور است. لازم به یادآوری است که حروف بزرگ برای طرف فشار قوی به کار می‌روند و سیم‌پیچهای موازی، فورانی یکسان را دربرمی‌گیرند. در شکل (الف ۱۴-۲)، سیم‌پیچ  $AN$  در طرف  $Y$  با سیم‌پیچ  $ab$  در طرف مثلث از نظر مغناطیسی با هم جفت شده‌اند. محل نقطه در سیم‌پیچها نشان می‌دهد که جدای از نوع توالی،  $V_{AN}$  همیشه با  $V_{ab}$  هم فاز است. اگر  $H_1$  پایانه‌ای باشد که خط  $A$  به آن وصل می‌شود باید فازهای  $B$  و  $C$  به ترتیب به پایانه  $H_2$  و  $H_3$  وصل گردند.

براساس قراردادهای آمریکایی در نام‌گذاری پایانه‌های  $H_1$  و  $X_1$  ترانسفورماتور  $Y-\Delta$ ، ولتاژ توالی مثبت  $H_1$  به خنثی نسبت به ولتاژ توالی مثبت  $X_1$  به خنثی - جدای از  $Y$  یا  $\Delta$  بودن سیم‌پیچ فشار قوی - به اندازه  $30^\circ$  پیش فاز است. به همین ترتیب، ولتاژ  $H_2$  به خنثی نسبت به ولتاژ  $X_2$  به خنثی و ولتاژ  $H_3$  به خنثی نسبت به ولتاژ  $X_3$  به خنثی،  $30^\circ$  پیش فاز است. نمودار فازوری مؤلفه‌های توالی مثبت و منفی ولتاژها به ترتیب در شکل‌های (ب ۱۴-۲) و (پ ۱۴-۲) نشان داده شده است.

شکل (ب ۱۴-۲) رابطه فازورهای ولتاژ را به هنگام اعمال ولتاژهای توالی مثبت به پایانه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  نشان می‌دهد. ولتاژهای  $V_A^{(1)}$  (که همان  $V_{AN}^{(1)}$  است) و  $V_{ab}^{(1)}$  با توجه به نقطه‌ها هم فاز هستند. همین که  $V_A^{(1)}$  هم فاز با  $V_{ab}^{(1)}$  رسم شد، ولتاژهای دیگر نمودار فازوری را می‌توان رسم کرد. برای مثال در طرف فشار قوی،  $V_B^{(1)}$  نسبت به  $V_A^{(1)}$ ،  $120^\circ$  پیش فاز است. این دو ولتاژ و  $V_C^{(1)}$  در انتهای کمانها با یکدیگر تلافی دارند. سپس ولتاژهای خط به خط را می‌توان رسم نمود. برای نمودار فشار ضعیف، ابتدا  $V_{bc}^{(1)}$  و  $V_{ca}^{(1)}$  به ترتیب هم فاز با  $V_B^{(1)}$  و  $V_C^{(1)}$  رسم می‌شود و سپس ولتاژهای خط به خط رسم خواهد شد. مشاهده می‌شود که  $V_A^{(1)}$  نسبت به  $V_a^{(1)}$ ،  $30^\circ$  پیش فاز است. بنابراین بر اساس قراردادهای آمریکایی،  $a$  با  $X_1$  نام‌گذاری می‌گردد. پایانه‌های  $b$  و  $c$  نیز به ترتیب با  $X_2$  و  $X_3$  نام‌گذاری می‌شوند.

شکل (پ ۱۴-۲) رابطه فازورهای ولتاژ را هنگام اعمال ولتاژهای توالی منفی به پایانه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  نشان می‌دهد. با توجه به نقطه‌های نمودار سیم‌بندی مشاهده می‌شود که  $V_A^{(2)}$  (لازم نیست با  $V_A^{(1)}$  هم فاز باشد) با  $V_{ab}^{(2)}$  هم فاز است. پس از رسم  $V_A^{(2)}$  هم فاز با  $V_{ab}^{(2)}$ ، نمودار مانند نمودار توالی مثبت با در نظر گرفتن این که  $V_B^{(2)}$  نسبت به  $V_A^{(2)}$ ،  $120^\circ$  پیش فاز است، رسم می‌گردد. نمودار کامل شده شکل (پ ۱۴-۲)



شکل ۱۴-۲ نمودار سیم‌بندی و فازورهای ولتاژ ترانسفورماتور سه فاز با اتصال  $Y-\Delta$ . سیم‌پیچ  $Y$ ، طرف فشار قوی ترانسفورماتور است.

نشان می‌دهد که  $V_A^{(2)}$  نسبت به  $V_a^{(2)}$ ،  $30^\circ$  پس فاز است.

اگر  $N_1$  و  $N_2$  به ترتیب تعداد دور کلافهای هر فاز طرف فشار قوی و ضعیف باشد، آنگاه با توجه به شکل (الف ۱۴-۲) و عملکرد ترانسفورماتوری  $V_A^{(1)} = (N_1/N_2) V_{ab}^{(1)}$  و  $V_A^{(2)} = (N_1/N_2) V_{ab}^{(2)}$  می‌باشد. همچنین با توجه به هندسه<sup>۱</sup> شکل‌های (ب ۱۴-۲) و (پ ۱۴-۲) می‌توان نشان داد که:

$$V_A^{(1)} = \frac{N_1}{N_2} \sqrt{3} V_a^{(1)} \angle 30^\circ \quad V_A^{(2)} = \frac{N_1}{N_2} \sqrt{3} V_a^{(2)} \angle -30^\circ \quad (2-34)$$

به همین ترتیب، جریانها نیز در ترانسفورماتور  $Y-\Delta$  به اندازه  $30^\circ$  هم جهت با ولتاژها جابجا می‌شوند، زیرا زاویه فاز جریانها نسبت به ولتاژ آنها به وسیله امپدانس بار تعیین می‌شود. نسبت ولتاژ خط به خط نامی سیم پیچ  $Y$  به ولتاژ خط به خط نامی سیم پیچ  $\Delta$  برابر  $\sqrt{3} N_1/N_2$  می‌باشد به گونه‌ای که اگر نسبت ولتاژهای مبنا در دو طرف ترانسفورماتور برابر همین مقدار باشد، رابطه‌های زیر برحسب پریونیت برقرار خواهد بود:

$$\begin{aligned} V_A^{(1)} &= V_a^{(1)} \times 1 \angle 30^\circ & I_A^{(1)} &= I_a^{(1)} \times 1 \angle 30^\circ \\ V_A^{(2)} &= V_a^{(2)} \times 1 \angle -30^\circ & I_A^{(2)} &= I_a^{(2)} \times 1 \angle -30^\circ \end{aligned} \quad (2-35)$$

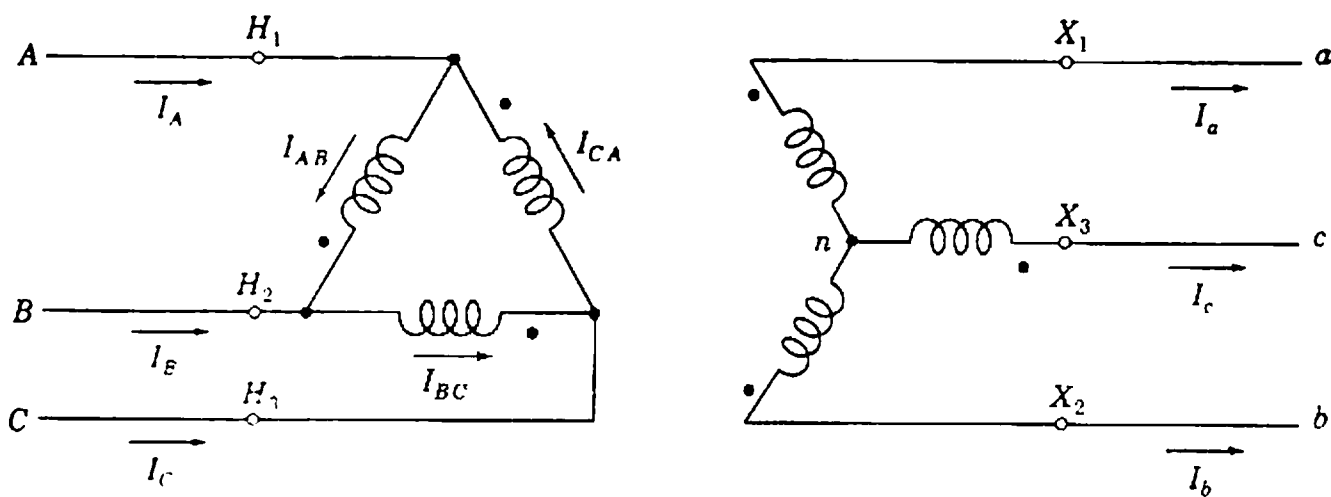
امپدانس و جریانهای مغناطیس کننده ترانسفورماتور اثری در تغییر فاز ندارند به گونه‌ای که می‌توان آن را با یک ترانسفورماتور ایده‌آل نشان داد. این نشان می‌دهد که چرا بر اساس معادله (۲-۳۵)، اندازه‌های پریونیت ولتاژ و جریان در دو طرف ترانسفورماتور به طور دقیق با هم برابر هستند (برای نمونه،  $|V_A^{(1)}| = |V_a^{(1)}|$ ).

معمولاً سیم پیچ فشار قوی در ترانسفورماتور  $Y-\Delta$  دارای اتصال  $Y$  است. در اثر این امر قیمت عایق به کار رفته به ازای افزایش ولتاژ داده شده کاهش می‌یابد زیرا در این حالت نسبت ولتاژ طرف فشار قوی به طرف فشار ضعیف برابر  $\sqrt{3} (N_1/N_2)$  خواهد بود.  $N_1$  و  $N_2$  همان مقادیرهای معادله (۲-۳۴) می‌باشند. اگر سیم پیچ فشار قوی دارای اتصال مثلث باشد، نسبت تبدیل ولتاژهای خط کاهش می‌یابد. شکل ۲-۱۵ نمودار شماتیک ترانسفورماتور  $Y-\Delta$  را نشان می‌دهد که سیم پیچ  $\Delta$  طرف فشار قوی ترانسفورماتور است. لازم است خواننده نشان دهد که فازورهای ولتاژ به طور دقیق مانند شکل‌های (ب ۱۴-۲) و (پ ۱۴-۲) می‌باشد و در نتیجه معادله‌های (۲-۳۴) و (۲-۳۵) همچنان برقرار است. با عکس شدن جهت همه جریانها در نمودار سیم‌بندی نیز معادله‌های بالا تغییر نخواهد کرد.

در شرایط عادی کارکرد فقط مقادیرهای توالی مثبت مورد بحث هستند، بنابراین قانون کلی برای

1- geometry





شکل ۱۵-۲ نمودار سیم‌بندی ترانسفورماتور سه فاز با اتصال  $\Delta$ -Y که سیم‌پیچ  $\Delta$  طرف فشار قوی آن است.

ترانسفورماتور  $Y-\Delta$  یا  $\Delta-Y$  این است که ولتاژ، هنگام افزایش یافتن،  $30^\circ$  پیش می‌افتد. همچنان که پیش از این اشاره گردید، می‌توان تغییر فاز ولتاژ را با یک ترانسفورماتور ایده‌ال با نسبت دور مختلط  $\varepsilon^{j\pi/6}$  : ۱ نشان داد. با توجه به  $V_A^{(1)}/I_A^{(1)} = V_a^{(1)}/I_a^{(1)}$  از معادله (۲-۳۵)، اندازه امپدانس پریونیت هنگامی که از یک طرف ترانسفورماتور ایده‌ال به طرف دیگر منتقل می‌شود، ثابت خواهد بود. گذر توان حقیقی و مجازی نیز تحت تأثیر تغییر فاز قرار نمی‌گیرد زیرا تغییر فاز جریان دقیقاً تغییر فاز ولتاژ را جبران می‌کند به گونه‌ای که اندازه‌های توان ثابت باقی می‌ماند. این موضوع را می‌توان با نوشتن توان مختلط پریونیت برای هر طرف ترانسفورماتور  $Y-\Delta$  (یا  $\Delta-Y$ ) ثابت نمود. با توجه به معادله (۲-۳۵) می‌توان نوشت:

$$V_A^{(1)} I_A^{(1)*} = V_a^{(1)} \angle 30^\circ \times I_a^{(1)*} \angle -30^\circ = V_a^{(1)} I_a^{(1)*} \quad (2-36)$$

بنابراین اگر فقط کمیتهای P و Q مورد نیاز باشد، لازم نیست در نمودار امپدانس ترانسفورماتورهای  $Y-\Delta$  و  $\Delta-Y$  برای نشان دادن تغییر فاز، ترانسفورماتور ایده‌ال در نظر گرفته شود. تنها حالتی که نمی‌توان از ترانسفورماتور ایده‌ال چشم‌پوشی نمود در حلقه بسته‌ای از سیستم است که حاصل ضرب همه نسبت‌های ولتاژ ترانسفورماتور واقعی پیرامون حلقه بسته یک نمی‌شود. با چنین حالتی در بخش ۲-۹ هنگام اتصال موازی ترانسفورماتورهای تنظیم‌کننده مواجه خواهید شد. در بیشتر حالت‌های دیگر، در نمودار امپدانس پریونیت از ترانسفورماتور ایده‌ال چشم‌پوشی می‌شود و در نتیجه جریانها و ولتاژهای محاسبه شده متناسب با جریانها و ولتاژهای واقعی می‌باشد. چنانچه زاویه فاز جریانها و ولتاژهای واقعی مورد نیاز باشد، با توجه به موقعیت ترانسفورماتورهای  $Y-\Delta$  و  $\Delta-Y$  در نمودار تک خطی و معادله ۲-۳۵ می‌توان آن را به دست آورد. یعنی:

هنگام افزایش ولتاژ از طرف فشار ضعیف به فشار قوی یک ترانسفورماتور  $\Delta-Y$  یا  $Y-\Delta$ ، ولتاژها و

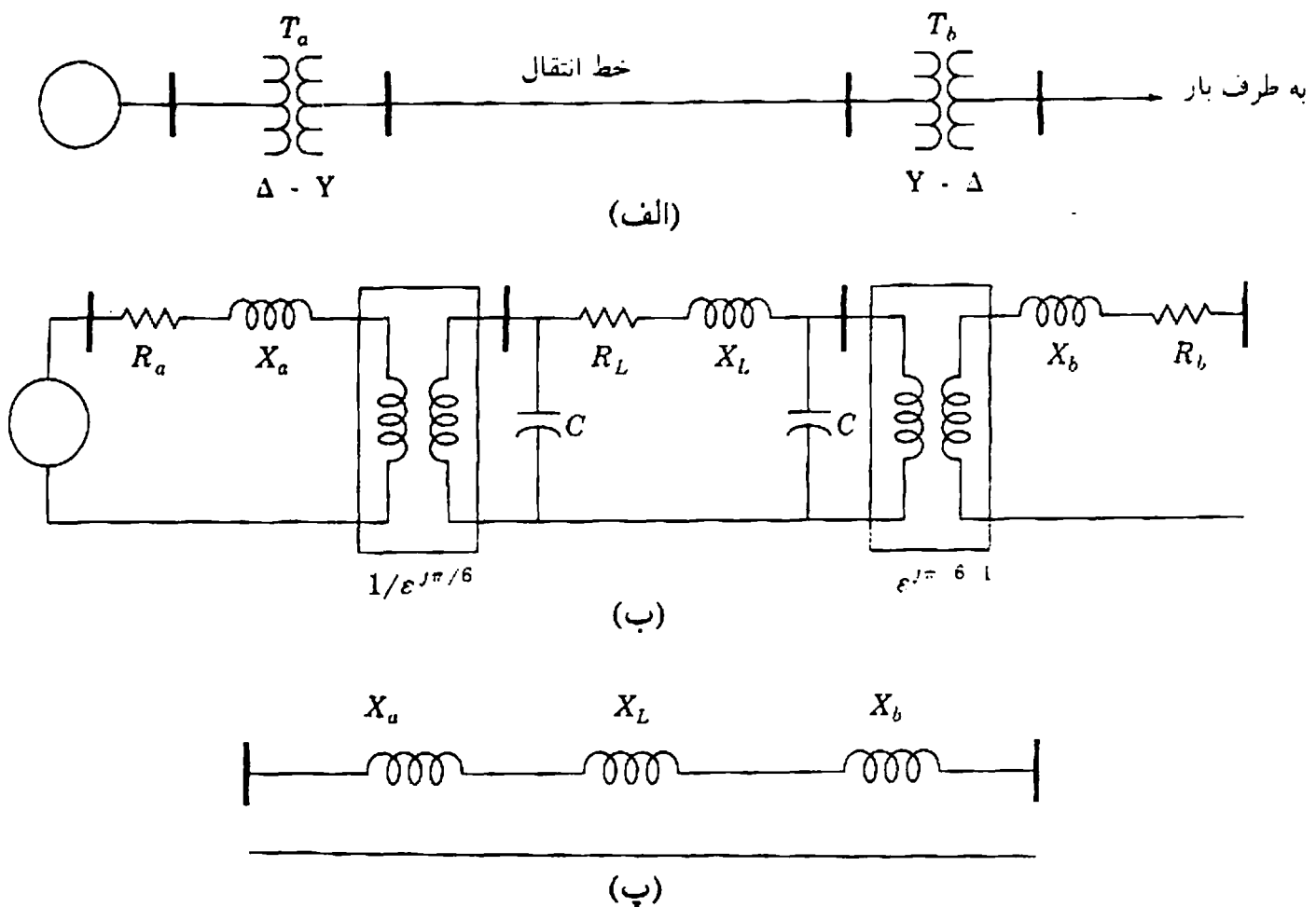
جریانهای توالی مثبت  $30^\circ$  پیش می‌افتد و ولتاژها و جریانهای توالی منفی  $30^\circ$  عقب می‌افتد. باید توجه داشت که با استفاده از معادله (۲-۳۶) می‌توان نوشت:

$$\frac{I_A^{(1)}}{I_a^{(1)}} = \left( \frac{V_A^{(1)*}}{V_a^{(1)*}} \right)^{-1} \quad (2-37)$$

معادله بالا نشان می‌دهد که نسبت جریانهای هر ترانسفورماتور - با تغییر فاز - رابطه معکوس با مزدوج مختلط<sup>۱</sup> نسبت ولتاژها دارد. به همین دلیل فقط نسبت ولتاژها در نمودار مداری نشان داده می‌شود و روشن است که نسبت جریانها عکس مزدوج مختلط نسبت ولتاژها می‌باشد.

در شکل (الف) (۲-۱۶)، نمودار تک خطی نشان می‌دهد که ترانسفورماتورهای  $\Delta$ - $Y$  ولتاژ مولد را برای خط انتقال افزایش داده سپس آن را برای شبکه توزیع کاهش می‌دهند. در مدار معادل شکل (ب) (۲-۱۶) مقاومت ترانسفورماتور و راکتانس نشتی برحسب پریونیت می‌باشد و از جریان تحریک صرف نظر شده است. قالبهای<sup>۲</sup> با ترانسفورماتور ایده‌ال برای نشان دادن تغییر فاز به کار رفته‌اند. مدار معادل خط انتقال در فصل ۶ به طور گسترده‌تر بررسی خواهد شد.

شکل (پ) (۲-۱۶) ساده‌سازی دوباره را نشان می‌دهد که در آن مقاومتها، خازنهای موازی و



شکل ۲-۱۶ (الف) نمودار تک خطی، (ب) مدار معادل تکفاز با کمیت‌های پریونیت، (پ) مدار معادل تکفاز که در آن از مقاومت‌ها، خازن‌ها و ترانسفورماتورهای ایده‌ال چشم‌پوشی شده است. مدار معادل هر فاز خط انتقال در فصل ۶ بررسی خواهد شد.

1- complex conjugate

2- blocks

ترانسفورماتورهای ایده‌ال حذف شده‌اند. بنابراین می‌توان مطمئن بود که نمودار تک خطی، تغییر فاز ناشی از ترانسفورماتورهای  $Y-\Delta$  را به ما نشان می‌دهد. باید به خاطر داشت که جریان‌ها و ولتاژهای توالی مثبت در خط انتقال - با ولتاژ بالاتر - نسبت به کمیت‌های متناظر با آنها در طرف مولد و مدار توزیع - با ولتاژ پایین‌تر - به اندازه  $30^\circ$  پیش‌فاز است.

پس از حذف مقاومت، خازن و ترانسفورماتور ایده‌ال، مدار معادل خط انتقال در فصل ۶ بررسی می‌شود.

مثال ۲-۹ شکل ۲-۱۷ یک مولد سه فاز با مقادارهای نامی  $300 \text{ MVA}$ ،  $23 \text{ kV}$  را نشان می‌دهد. مولد، بار  $240 \text{ MVA}$ ،  $230 \text{ kV}$  با ضریب زاویه  $0.9$  پس‌فاز را از طریق ترانسفورماتور افزایشنده  $330 \text{ kV}$ ،  $230 \text{ Y}$  با راکتانس نشتی  $11\%$  تغذیه می‌کند. از جریان مغناطیس‌کننده صرف‌نظر شود و مقادارهای مبنا در طرف بار برابر  $100 \text{ MVA}$  و  $230 \text{ kV}$  انتخاب شود. با در نظر گرفتن  $V_A$  به عنوان مرجع، جریان‌های  $I_A$ ،  $I_B$  و  $I_C$  تحویلی به بار را به دست آورید. برای مدار مولد، مبنای مناسب تعیین کرده، جریان‌های  $I_a$ ،  $I_b$  و  $I_c$  از مولد و ولتاژ پایانه‌های آن را به دست آورید.

$$\text{پاسخ: جریان تحویلی به بار برابر است با: } \frac{240000}{\sqrt{3} \times 230} = 602.42 \text{ A}$$

$$\text{جریان مبنا در طرف بار برابر است با: } \frac{100000}{\sqrt{3} \times 230} = 251.02 \text{ A}$$

زاویه ضریب توان جریان بار برابر است با:

$$\theta = \cos^{-1} 0.9 = 25.84^\circ \text{ پس‌فاز}$$

بنابراین با در نظر گرفتن  $V_A = 1 \angle 0^\circ$  به عنوان مرجع در شکل (ب ۲-۱۷)، جریان‌های خط بار برابر است با:

$$I_A = \frac{602.45}{251.02} \angle -25.84^\circ = 2.40 \angle -25.84^\circ \text{ پریونیت}$$

$$I_B = 2.40 \angle -25.84^\circ - 120^\circ = 2.40 \angle -145.84^\circ \text{ پریونیت}$$

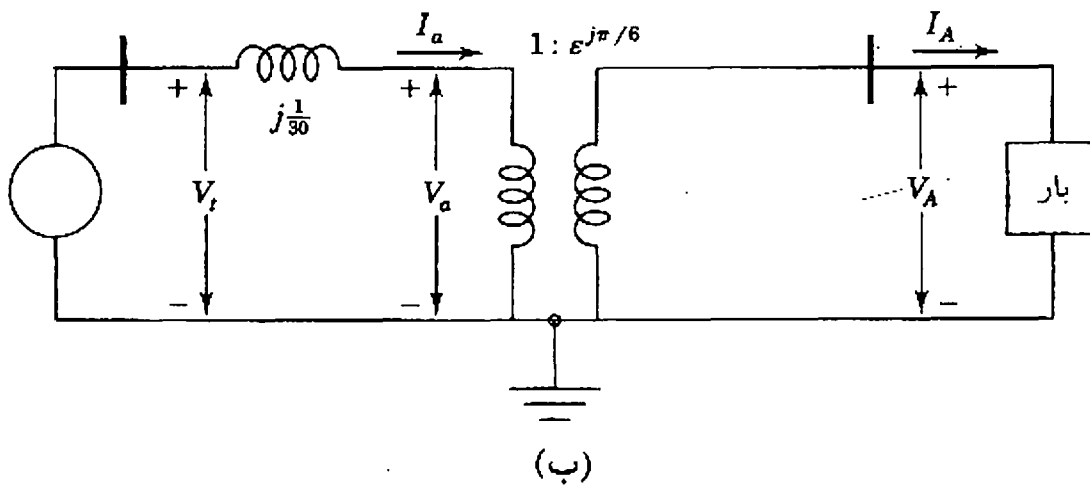
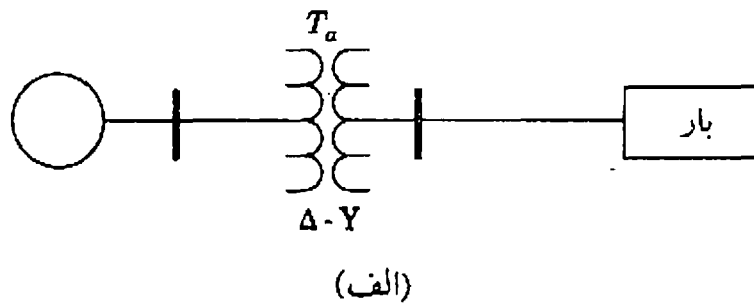
$$I_C = 2.40 \angle -25.84^\circ + 120^\circ = 2.40 \angle 94.16^\circ \text{ پریونیت}$$

جریان‌های طرف فشار ضعیف به اندازه  $30^\circ$  پس‌فاز هستند. بنابراین برحسب پریونیت می‌توان نشان داد:

$$I_a = 2.40 \angle -55.84^\circ \quad I_b = 2.40 \angle 115.84^\circ \quad I_c = 2.40 \angle 64.16^\circ$$

راکتانس ترانسفورماتور بر اساس مبنای جدید برابر است با:

$$0.11 \times \frac{100}{330} = \frac{1}{30} \text{ پریونیت}$$



شکل ۲-۱۷ (الف) نمودار تک خطی؛ (ب) مدار معادل تکفاز مثال ۲-۹، همه کمیتها پریونیت هستند

بنابراین با توجه به شکل (ب ۲-۱۷)، ولتاژ پایانه‌های مولد برابر است با:

$$\begin{aligned} V_t &= V_A \angle -30^\circ + jXI_a \\ &= 1,0 \angle -30^\circ + \frac{j}{30} \times 2,40 \angle -55,84^\circ \\ &= 0,9322 - j0,4551 = 1,0374 \angle -26,02^\circ \end{aligned}$$

پریونیت

ولتاژ مبنای مولد ۲۳ kV است. بنابراین ولتاژ پایانه مولد برابر  $23 \times 1,0374 = 23,86$  kV خواهد شد. توان حقیقی تولیدی به وسیله مولد برابر است با:

$$\text{Re} \{V_t I_a^*\} = 1,0374 \times 2,4 \cos(-26,02^\circ + 55,84^\circ) = 2,160$$

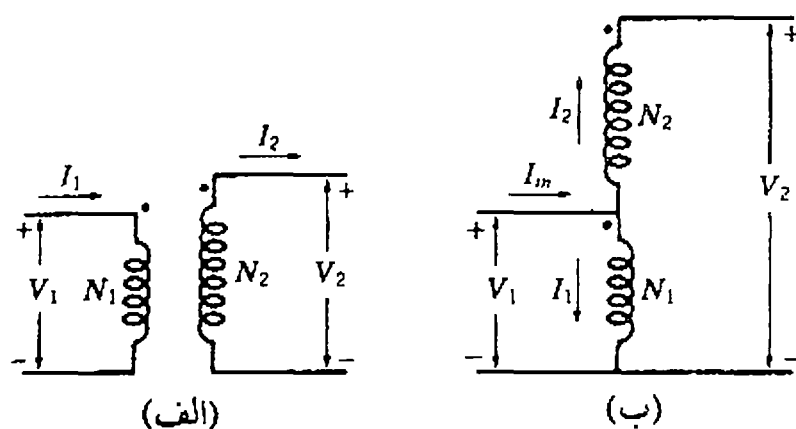
پریونیت

بنابراین ۲۱۶ MW به وسیله بار دریافت می‌شود زیرا تلف  $I^2R$  وجود ندارد.

خوانندگان علاقمند همین مقدار را برای  $|V_t|$  با حذف تغییر فاز ترانسفورماتور به طور کلی و یا محاسبه دوباره  $V_t$  به ازای راکتانس  $j/30$  پریونیت در طرف فشار قوی شکل (ب ۲-۱۷) به دست خواهند آورد.

## ۲-۷ اتوترانسفورماتور

تفاوت اتوترانسفورماتور با ترانسفورماتور معمولی در این است که سیم‌پیچهای آن علاوه بر تزویج



شکل ۱۸-۲ نمودار شماتیک یک ترانسفورماتور ایده‌آل: (الف) در حالت معمولی، (ب) به صورت یک اتوترانسفورماتور

مغناطیسی در اثر شار متقابل، دارای اتصال الکتریکی نیز هستند. با اتصال الکتریکی سیم‌پیچ‌های یک ترانسفورماتور ایده‌آل، اتوترانسفورماتور را مورد بررسی قرار می‌دهیم. شکل (الف ۱۸-۲) شمای یک ترانسفورماتور ایده‌آل و شکل (ب ۱۸-۲) روش اتصال سیم‌پیچ‌ها به هم را برای تشکیل یک اتوترانسفورماتور نشان می‌دهد. ولتاژ سیم‌پیچ‌ها در شکل با هم جمع می‌شود، اگرچه می‌توان آنها را به گونه‌ای به هم وصل کرد که ولتاژ آنها از هم کم شود. عیب مهم اتوترانسفورماتور جدا نبودن سیم‌پیچ نخستین از دومین است، اما مثال زیر افزایش توان نامی را در آن نشان می‌دهد.

مثال ۱۰-۲ یک ترانسفورماتور تک‌فاز ۹۰ MVA و ۸۰/۱۲۰ kV به صورت اتوترانسفورماتور مانند شکل (ب ۱۸-۲) بسته شده است. ولتاژ نامی  $|V_1| = 80 \text{ kV}$  به سیم‌پیچ فشار ضعیف ترانسفورماتور اعمال شده است. ترانسفورماتور ایده‌آل و بار به گونه‌ای فرض شود که جریان نامی  $|I_1|$  و  $|I_2|$  از سیم‌پیچ‌ها عبور کند. ولتاژ  $|V_2|$  و کیلوولت آمپر نامی اتوترانسفورماتور چقدر است؟

پاسخ:  $|I_1| = \frac{90000}{80} = 1125 \text{ A}$        $|I_2| = \frac{90000}{120} = 750 \text{ A}$

$$|V_2| = 80 + 120 = 200 \text{ A}$$

با توجه به جهت مثبت انتخابی برای جریانهای  $I_1$  و  $I_2$  و پایانه‌های نقطه‌گذاری شده، می‌توان نتیجه گرفت که این دو جریان هم‌فازند، بنابراین جریان ورودی برابر است با:

$$|I_{in}| = 1125 + 750 = 1875 \text{ A}$$

کیلوولت آمپر ورودی:

$$|I_{in}| \times |V_1| = 1875 \times 80 = 150000 \text{ kVA}$$

کیلوولت آمپر خروجی:

$$|I_2| \times |V_2| = 750 \times 200 = 150000 \text{ kVA}$$

افزایش کیلوولت آمپر نامی از ۹۰۰۰۰ به ۱۵۰۰۰۰ kVA و ولتاژ خروجی از ۱۲۰ به ۲۰۰ kV، مزیت اتوترانسفورماتور را نشان می‌دهد. اتوترانسفورماتور به ازای هزینه یکسان مقادارهای نامی بیشتری به دست می‌دهد. بنابراین بازده آن بیشتر است زیرا میزان تلفات آن برابر حالت با اتصال ترانسفورماتور معمولی است.

اتوترانسفورماتورهای تکفاز را می‌توان برای کارکرد سه فاز Y-Y یا ساخت یک مجموعه سه فاز به هم متصل کرد. اتوترانسفورماتورهای سه فاز، بیشتر برای اتصال دو خط انتقال با سطحهای ولتاژ گوناگون به کار می‌رود. چنانچه ترانسفورماتور مثال ۱۰-۲ به عنوان یک فاز از اتوترانسفورماتور سه فاز Y-Y وصل شود، اندازه‌های نامی مجموعه سه فاز برابر ۴۵۰ MVA و ۱۳۸/۳۴۵ kV خواهد شد (یا به طور دقیقتر، ۱۳۸/۵۶/۳۴۶/۴۱ kV).

## ۸-۲ امپدانس پریونیت ترانسفورماتور سه سیم‌پیچه<sup>۱</sup>

سیم‌پیچهای نخستین و دومین یک ترانسفورماتور دو سیم‌پیچه دارای کیلو ولت آمپر نامی یکسان هستند، اما هر یک از سیم‌پیچهای ترانسفورماتور سه سیم‌پیچه، کیلوولت آمپر نامی گوناگونی دارند. امپدانس پریونیت یا درصد هر یک از سیم‌پیچهای ترانسفورماتور سه سیم‌پیچه را می‌توان بر مبنای اندازه‌های نامی همان سیم‌پیچ و یا آزمایشهای تعیین امپدانس به دست آورد. لیکن جهت محاسبه امپدانس پریونیت در نمودار امپدانس، کیلوولت آمپر مبنا در هر مورد یکسان در نظر گرفته می‌شود.

یک ترانسفورماتور تکفاز سه سیم‌پیچه به صورت شماتیک در شکل (الف ۱۹-۲) نشان داده شده است. سیم‌پیچهای آن به ترتیب نخستین<sup>۲</sup>، دومین<sup>۳</sup> و سومین<sup>۴</sup> نامیده شده‌اند. سه امپدانس که از روش استاندارد آزمایش اتصال کوتاه به دست می‌آید، عبارت است از:

$Z_{ps}$  امپدانس نشتی اندازه‌گیری شده در سیم‌پیچ نخستین، هنگامی که سیم‌پیچ دومین اتصال کوتاه و سیم‌پیچ سومین مدار باز است.

$Z_{pt}$  امپدانس نشتی اندازه‌گیری شده در سیم‌پیچ نخستین، هنگامی که سیم‌پیچ سومین اتصال کوتاه و سیم‌پیچ دومین مدار باز است.

$Z_{st}$  امپدانس اندازه‌گیری شده در سیم‌پیچ دومین، هنگامی که سیم‌پیچ دومین اتصال کوتاه و سیم‌پیچ اولین مدار باز باشد.

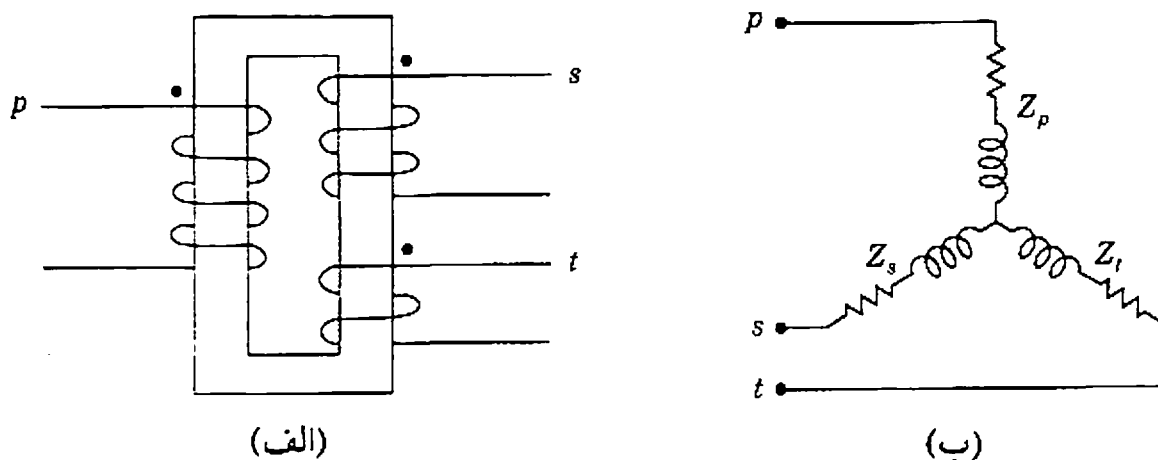
اگر امپدانسهای اندازه‌گیری شده در بالا برحسب اهم به همراه امپدانس هر یک از سیم‌پیچها به طرف یکی

1- three-winding transformer

2- primary

3- secondary

4- tertiary



شکل ۲-۱۹ (الف) نمودار شماتیک، (ب) مدار معادل ترانسفورماتور سه سیم پیچه. نقطه‌های  $p$ ،  $s$  و  $t$  مدار ترانسفورماتور را به مدار معادل بخشی از سیستم که به سیم پیچهای نخستین، دومین و سومین وصل است، متصل می‌کند.

از سیم پیچها منتقل شود، رابطه‌های زیر بین آنها برقرار خواهد بود:

$$Z_{ps} = Z_p + Z_s$$

$$Z_{pt} = Z_p + Z_t \quad (2-38)$$

$$Z_{st} = Z_s + Z_t$$

در صورتی که  $Z_{ps}$ ،  $Z_{pt}$  و  $Z_{st}$  امپدانس اندازه‌گیری شده در مدار سیم پیچ نخستین باشد، آنگاه  $Z_p$ ،  $Z_s$  و  $Z_t$  به ترتیب امپدانس سیم پیچ نخستین، دومین و سومین است که به مدار سیم پیچ نخستین منتقل شده است. از حل هم زمان معادله‌های (۲-۳۸) می‌توان نوشت:

$$Z_p = \frac{1}{2} (Z_{ps} + Z_{pt} - Z_{st})$$

$$Z_s = \frac{1}{2} (Z_{ps} + Z_{st} - Z_{pt}) \quad (2-39)$$

$$Z_t = \frac{1}{2} (Z_{pt} + Z_{st} - Z_{ps})$$

همچنان که در شکل (ب ۲-۱۹) نشان داده شده است، امپدانسهای سه سیم پیچ به مدار معادل تکفاز ترانسفورماتور سه سیم پیچه - که در آن از جریان مغناطیس‌کننده چشم‌پوشی شده است - وصل شده‌اند. نقطه مشترک ارتباطی با نقطه خنثی ندارد و یک نقطه فرضی است. نقطه‌های  $p$ ،  $s$  و  $t$  به بخشی از نمودار امپدانس متصلند که نشانگر آن بخش از سیستم است که به ترتیب به سیم پیچهای نخستین، دومین و سومین ترانسفورماتور وصل می‌باشد. همانند ترانسفورماتورهای دو سیم پیچه، برای تعیین امپدانس

پریونیت، کیلوولت آمپر مبنای در سه سیم پیچ یکسان است، لیکن هر یک از سیم پیچها، ولتاژ مبنای جداگانه دارد که نسبت آنها برابر نسبت ولتاژ خط به خط سیم پیچها است.

هنگامی که سه ترانسفورماتور سه سیم پیچ برای کارکرد سه فاز به هم وصل می شوند، سیم پیچهای نخستین و دومین به صورت Y و سیم پیچ سومین به صورت  $\Delta$  بسته می شود تا مسیری برای هارمونیک سوم جریان تحریک فراهم شود.

**مثال ۱۱-۲** اندازه های نامی یک ترانسفورماتور سه فاز سه سیم پیچ به صورت زیر است:

سیم پیچ نخستین: ۶۶ kV، ۱۵ MVA با اتصال Y

سیم پیچ دومین: ۱۳٫۲ kV، ۱۰ MVA با اتصال Y

سیم پیچ سومین: ۲٫۳ kV، ۵ MVA با اتصال  $\Delta$

با چشم پوشی از مقاومت اهمی، امپدانسهای ناشی آن برابر است با:

$$Z_{ps} = 7\% \text{ بر مبنای } 15 \text{ MVA و } 66 \text{ kV}$$

$$Z_{pt} = 9\% \text{ بر مبنای } 15 \text{ MVA و } 66 \text{ kV}$$

$$Z_{st} = 8\% \text{ بر مبنای } 10 \text{ MVA و } 13.2 \text{ kV}$$

به ازای مبنای ۱۵ MVA و ۶۶ kV در طرف سیم پیچ نخستین، امپدانس پریونیت مدار معادل هر فاز را پیدا کنید.

**پاسخ:** با در نظر گرفتن ۱۵ MVA و ۶۶ kV به عنوان مبنای در مدار سیم پیچ نخستین، مبنای مناسب برای امپدانسهای پریونیت مدار معادل به صورت ۱۵ MVA و ۶۶ kV برای کمیتهای مدار سیم پیچ نخستین، ۱۵ MVA و ۱۳٫۲ kV برای کمیتهای مدار سیم پیچ دومین، ۱۵ MVA و ۲٫۳ kV برای کمیتهای مدار سومین می باشد.

با توجه به اینکه  $Z_{ps}$  و  $Z_{pt}$  در مدار سیم پیچ نخستین اندازه گیری شده اند، نیازی به تغییر مبنای ندارند.  $Z_{st}$  احتیاج به تغییر مبنای ولتاژ ندارد ولی نیازمند تغییر مبنای مگاولت آمپر است، بنابراین:

$$Z_{st} = 8\% \times \frac{15}{10} = 12\%$$

بنابراین امپدانسهای پریونیت مدار معادل با توجه به مبنای مشخص شده برابر است با:

$$Z_p = \frac{1}{2} (j 0.107 + j 0.109 - j 0.12) = j 0.02 \text{ پریونیت}$$



$$Z_s = \frac{1}{4} (j 0,107 + j 0,12 - j 0,09) = j 0,05 \text{ پریونیت}$$

$$Z_t = \frac{1}{4} (j 0,09 + j 0,12 - j 0,07) = j 0,07 \text{ پریونیت}$$

مثال ۱۲-۲ یک منبع ولتاژ ثابت (مانند شینه بی نهایت) بار اهمی خالص سه فاز ۵ MW، ۲۷۳ kV را به همراه موتور سنکرون ۷,۵ MVA، ۱۳,۲ kV تغذیه می کند. راکتانس زیرگذرای موتور سنکرون برابر  $X'' = 20\%$  است. منبع بالا به سیم پیچ نخستین ترانسفورماتور سه سیم پیچۀ مثال ۱۱-۲ وصل شده است. موتور و بار مقاومتی به ترتیب به سیم پیچ دومین و سومین ترانسفورماتور وصلند. نمودار امپدانس سیستم را رسم کرده اندازه پریونیت امپدانسها را بر مبنای ۶۶ kV، ۱۵ MVA در طرف سیم پیچ نخستین، بر روی نمودار نشان دهید. از جریان تحریک و همه مقاومت های اهمی به جز مقاومت بار چشم پوشی شود.

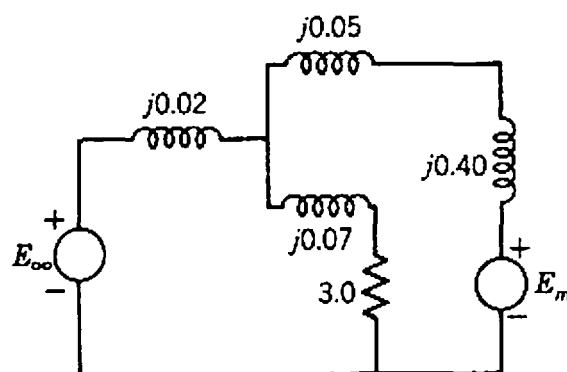
پاسخ: منبع ولتاژ را می توان به صورت یک مولد با امپدانس داخلی صفر نشان داد. مقاومت بار برابر ۱,۰ پریونیت بر مبنای ۵ MVA و ۲۷۳ kV در طرف سیم پیچ سومین می باشد. این مقاومت بر مبنای ۱۵ MVA و ۲۷۳ kV برابر است با:

$$R = 1,0 \times \frac{15}{5} = 3,0 \text{ پریونیت}$$

راکتانس موتور بر مبنای ۱۵ MVA و ۱۳,۲ kV برابر است با:

$$X'' = 0,20 \times \frac{15}{7,5} = 0,40 \text{ پریونیت}$$

شکل ۲۰-۲ نمودار امپدانس مورد نظر را نشان می دهد. باید به تغییر فازی که بین سیم پیچ نخستین با اتصالات سیم پیچ سومین با اتصال  $\Delta$  به وجود می آید، توجه داشت.



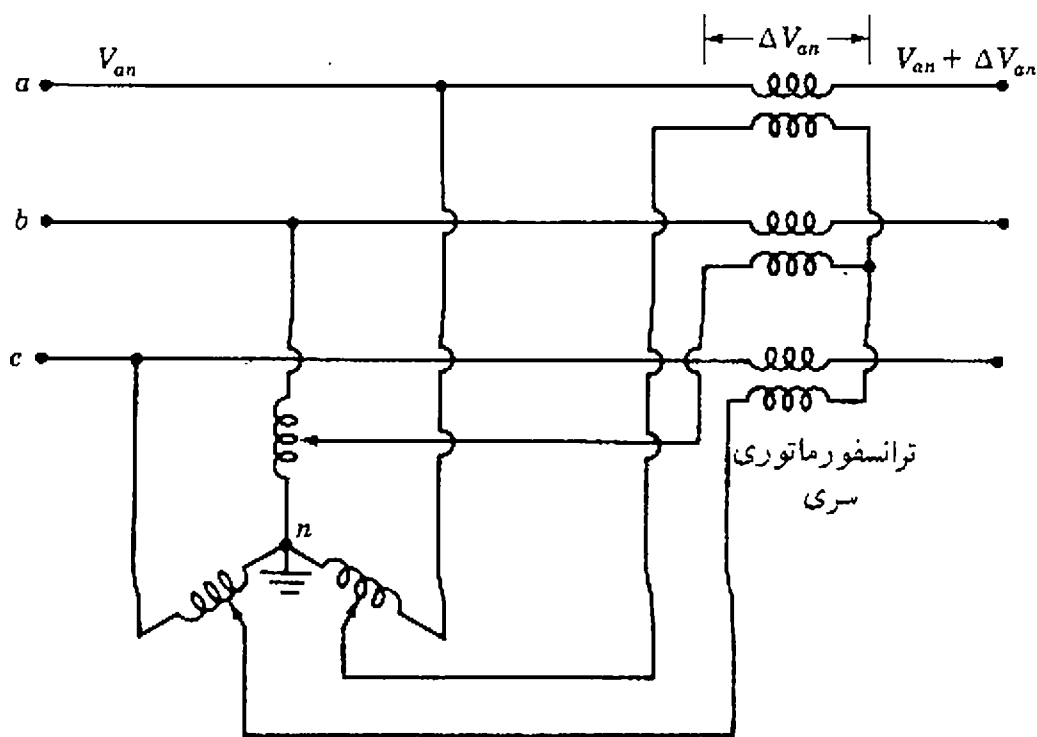
شکل ۲۰-۲ نمودار امپدانس مثال ۱۱-۲

## ۲-۹ ترانسفورماتورهای پله‌ای<sup>۱</sup> و تنظیم<sup>۲</sup>

ترانسفورماتورهایی که امکان تغییرهای کوچک دامنه ولتاژ را فراهم می‌کنند (معمولاً در محدوده  $\pm 10\%$ ) و آنهایی که تغییر زاویه فاز ولتاژ خط را ایجاد می‌نمایند، یکی از عناصر مهم سیستم قدرت به حساب می‌آیند. بعضی از ترانسفورماتورها هم دامنه و هم فاز را تنظیم می‌کنند.

بیشتر ترانسفورماتورها دارای انشعابهایی<sup>۳</sup> هستند که با تغییر آنها به هنگام قطع بودن ترانسفورماتور، نسبت تبدیل آن عوض می‌شود. ممکن است تغییر انشعاب هنگام وصل بودن ترانسفورماتور نیز انجام گیرد، چنین ترانسفورماتوری، ترانسفورماتور پله‌ای - بار<sup>۴</sup> (LTC) یا ترانسفورماتور پله‌ای - زیربار<sup>۵</sup> (TCUL) نامیده می‌شود. تغییر انشعاب خودکار است و به وسیله موتوری انجام می‌گیرد که توسط رله برای تنظیم سطح ولتاژ کنترل می‌شود. مدارهای ویژه‌ای امکان تغییر ولتاژ را بدون قطع جریان فراهم می‌سازد.

نوعی از ترانسفورماتور که فقط تغییرهای کوچکی در سطح ولتاژ ایجاد می‌کند، ترانسفورماتور تنظیم نام دارد. شکل (۲-۲۱)، یک ترانسفورماتور تنظیم برای کنترل دامنه ولتاژ و شکل (۲-۲۲) یک ترانسفورماتور تنظیم برای کنترل زاویه فاز را نشان می‌دهد. نمودار فازوری شکل ۲-۲۳، چگونگی تغییر فاز را روشن می‌سازد. هر یک از سیم‌پیچهای انشعاب‌دار با سیم‌پیچ فازی که ولتاژ آن با ولتاژ به خنثای نقطه اتصال مرکز سیم‌پیچ انشعاب‌دار  $90^\circ$  اختلاف فاز داشته باشد، روی یک هسته مغناطیسی قرار می‌گیرند. برای مثال، ولتاژ به خنثای  $V_{an}$  به اندازه  $\Delta V_{an}$  افزایش می‌یابد که  $\Delta V_{an}$  با  $V_{bc}$  هم فاز و یا  $180^\circ$  اختلاف فاز دارد. شکل ۲-۲۳ نشان می‌دهد که چگونه هر یک از سه ولتاژ خط تغییر فاز پیدا



شکل ۲-۲۱ ترانسفورماتور تنظیم برای کنترل دامنه ولتاژ

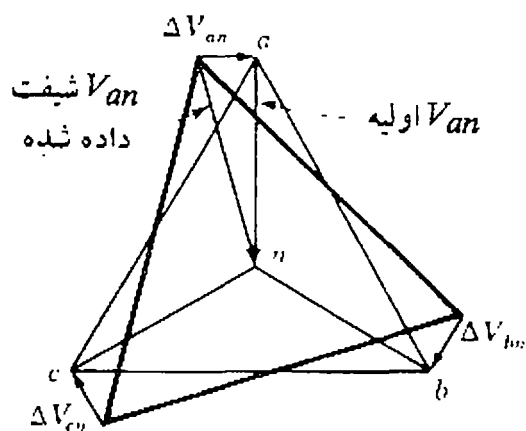
1- tap-changing

2- regulating

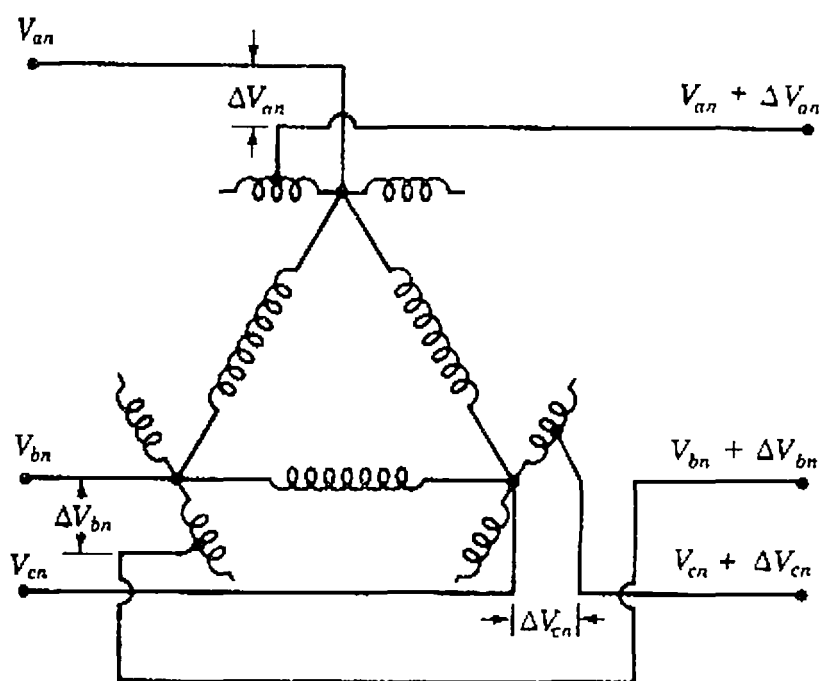
3- taps

4- load-tap-changing

5- tap-changing-under-load



شکل ۲-۲۳ نمودار فازوری برای ترانسفورماتور تنظیم شکل ۲-۲۲

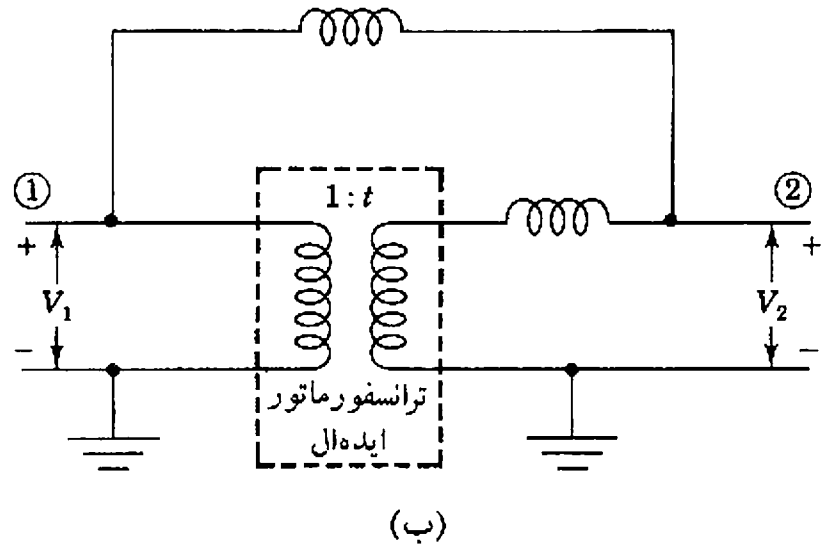
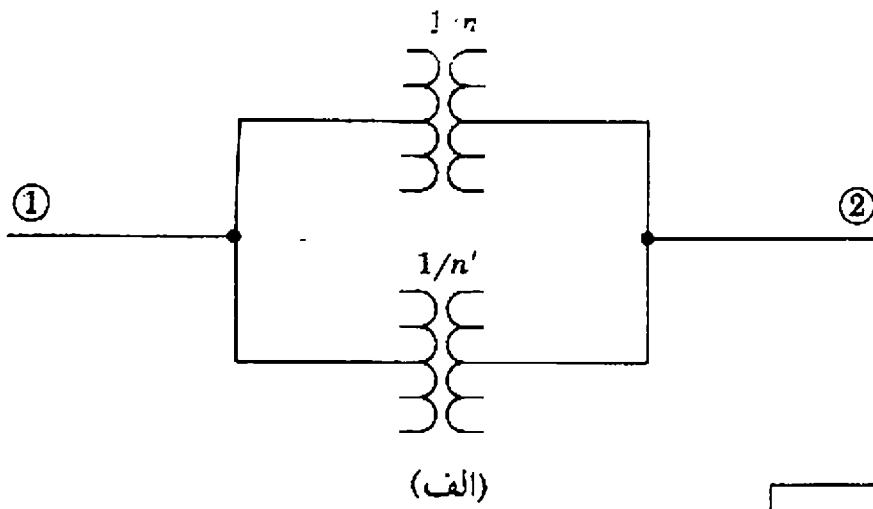


شکل ۲-۲۲ ترانسفورماتور تنظیم برای کنترل زاویه فاز. سیم‌پیچ‌های موازی روی یک هسته آهنی قرار دارند.

می‌کنند در حالی که تغییر دامنه آنها بسیار کوچک است.

روش تعیین ماتریس ادمیتانس شینه  $Y_{bus}$  برحسب پریونیت برای شبکه دارای ترانسفورماتور تنظیم مانند روش ترانسفورماتورهایی است که نسبت دور آنها با نسبت به کار رفته برای انتخاب ولتاژهای مبنای دو طرف ترانسفورماتور متفاوت می‌باشد. این روش در فصل ۹ به طور کامل بررسی خواهد شد. اکنون به بررسی سودمندی ترانسفورماتورهای تنظیم و پله‌ای پرداخته می‌شود.

چنانچه دو شینه توسط یک ترانسفورماتور به هم مربوط شوند و نسبت ولتاژهای خط به خط ترانسفورماتور برابر نسبت ولتاژهای مبنای دو شینه باشد، مدار معادل هر فاز (با چشم‌پوشی از جریان مغناطیس‌کننده) برابر امپدانس ترانسفورماتور بین دو شینه برحسب پریونیت بر مبنای انتخابی خواهد بود. شکل (الف ۲-۲۴) نمودار تک خطی دو ترانسفورماتور موازی را نشان می‌دهد. فرض شود نسبت ولتاژ (نسبت ولتاژهای مبنای دو طرف ترانسفورماتور) یکی از آنها برابر  $\frac{1}{n}$  و دیگری برابر  $\frac{1}{n'}$  می‌باشد. در این حالت مدار معادل به صورت شکل (ب ۲-۲۴) خواهد بود. به یک ترانسفورماتور ایده‌آل (بدون امپدانس) با نسبت دور  $\frac{1}{t}$  در نمودار راکتانس پریونیت نیاز است تا نسبت دورهای خاموش ترانسفورماتور دوم در نظر گرفته شود زیرا ولتاژهای مبنای دو شینه به وسیله نسبت دورهای ترانسفورماتور اولی تعیین می‌شود. شکل (ب ۲-۲۴) را می‌توان به صورت دو خط انتقال موازی که یکی از آنها دارای ترانسفورماتور تنظیم است در نظر گرفت.



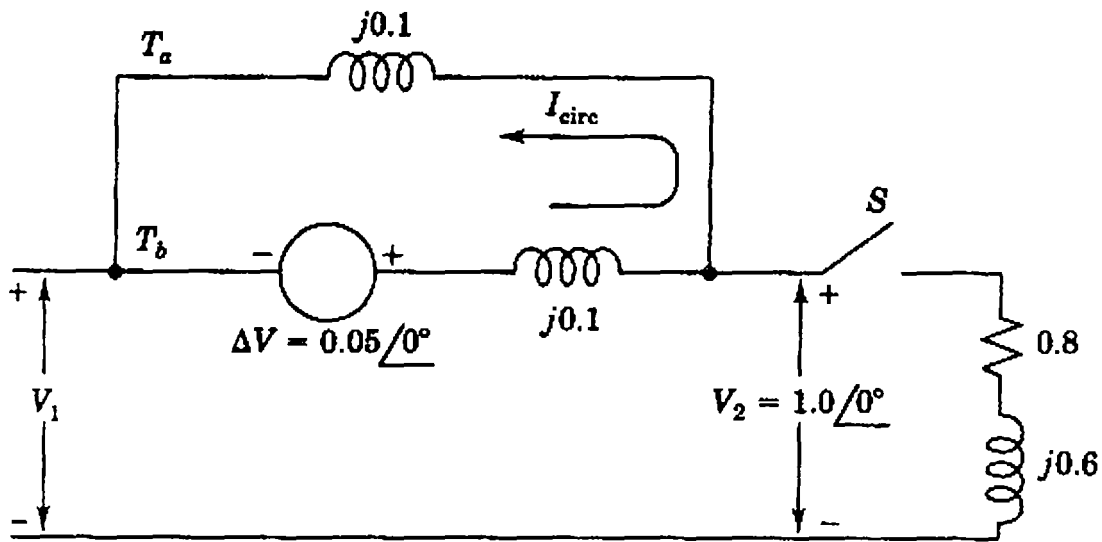
شکل ۲۴-۲ دو ترانسفورماتور موازی با نسبت دور گوناگون: (الف) نمودار تک خطی؛ (ب) نمودار راکتانس هر فاز بر حسب پریونیت. نسبت دور  $\frac{1}{t}$  برابر  $\frac{n}{n'}$  می باشد.

مثال ۱۳-۲ دو ترانسفورماتور برای تغذیه بار با امپدانس به خنثای  $0.16 + j0.18$  پریونیت در هر فاز و ولتاژ  $V_2 = 170 \angle 0^\circ$  پریونیت موازی شده اند. نسبت ولتاژ ترانسفورماتور  $T_a$  برابر نسبت ولتاژهای مبنای دو طرف ترانسفورماتور است. امپدانس این ترانسفورماتور برابر  $0.1$  زپریونیت بر اساس مبنای مناسب می باشد. دومین ترانسفورماتور ( $T_b$ ) دارای امپدانس  $0.1$  زپریونیت بر اساس همان مبنا است اما نسبت به  $T_a$  دارای یک ضریب افزایش  $170.5$  در طرف بار می باشد (سیم پیچ دومین بر روی انشعاب  $170.5$ ). شکل ۲۵-۲ مدار معادل را نشان می دهد که در آن ترانسفورماتور  $T_b$  به وسیله امپدانس خود و افزایش ولتاژ  $\Delta V$  نشان داده شده است. توان مختلط تحویلی به بار از طریق هر یک از ترانسفورماتورها چقدر است؟

پاسخ: جریان بار برابر است با:

$$\frac{170}{0.18 + j0.16} = 0.18 - j0.16$$

یک روش تقریبی برای حل این مسأله، در نظر گرفتن مدار معادل شکل ۲۵-۲ است با این شرط که  $\Delta V$ ، قرار گرفته در شاخه مدار معادل ترانسفورماتور  $T_b$ ، برابر  $t-1$  پریونیت باشد. به عبارت دیگر، چنانچه نسبت ولتاژ  $T_a$ ،  $5\%$  بزرگتر از  $T_b$  باشد،  $t$  برابر  $170.5$  و  $\Delta V$  برابر  $0.1705$  پریونیت خواهد شد.



شکل ۲-۲۵ مدار معادل مثال ۲-۱۳

هنگام باز بودن کلید  $S$ ، جریان حاصل از منبع  $\Delta V$  در حلقه بسته  $I_{circ}$  می‌چرخد. با بسته شدن کلید  $S$ ، کسر بسیار کوچکی از این جریان از امپدانس بار عبور می‌کند زیرا امپدانس بار بسیار بزرگتر از امپدانس ترانسفورماتور است. با کاربرد اصل جمع آثار برای منبع  $\Delta V$  و منبع تغذیه می‌توان جریان را محاسبه نمود. با در نظر گرفتن  $\Delta V$  به تنهایی می‌توان نوشت:

$$I_{circ} = \frac{0.05}{j0.2} = -j0.25 \text{ پریونیت}$$

با اتصال کوتاه کردن  $\Delta V$ ، نصف جریان بار، یعنی  $0.4 - j0.3$ ، از هر مسیر عبور خواهد کرد. بنابراین جریان کل هر مسیر با توجه به اصل جمع آثار برابر است با:

$$I_{T_a} = 0.4 - j0.3 - (-j0.25) = 0.4 - j0.05 \text{ پریونیت}$$

$$I_{T_b} = 0.4 - j0.3 + (-j0.25) = 0.4 - j0.55 \text{ پریونیت}$$

$$S_{T_a} = 0.40 + j0.05 \text{ بنابراین:}$$

$$S_{T_b} = 0.40 + j0.55 \text{ پریونیت}$$

مثال بالا نشان می‌دهد که ترانسفورماتور با تنظیم انشعاب بالاتر<sup>۲</sup>، توان مجازی<sup>۲</sup> بیشتری را به بار تحویل می‌دهد.

توان حقیقی به طور یکسان بین دو ترانسفورماتور تقسیم می‌شود. با توجه به اینکه هر دو ترانسفورماتور دارای امپدانس یکسان هستند، در صورت برابر بودن نسبت دورهای آنها، هر دو توان

1- higher tap setting

2- reactive power

حقیقی و مجازی بین آن دو یکسان تقسیم خواهد شد. در این حالت هر یک از آنها با راکتانس پیرونیته  $0.1$  ژبین دو شینه نمایش داده می شوند و جریان یکسانی خواهند داشت.

هنگامی که دو ترانسفورماتور موازی می شوند، توزیع توان مجازی بین آن دو را می توان با تنظیم نسبت دامنه ولتاژها تغییر داد. هنگامی که در دو ترانسفورماتور موازی با کیلوولت آمپر نامی یکسان، به دلیل یکی نبودن امپدانس آنها، کیلوولت آمپر یکسان تقسیم نمی شود، می توان با تنظیم نسبت دامنه ولتاژها با استفاده از تغییر انشعاب<sup>۱</sup>، کیلوولت آمپر هر دو را یکسان نمود.

مثال ۱۴-۲ مثال ۱۳-۲ را تکرار کنید با این تفاوت که  $T_b$  شامل یک ترانسفورماتور با نسبت دور برابر با  $T_a$  و یک ترانسفورماتور تنظیم با تغییر فاز  $3^\circ$  ( $1.0 \angle 3^\circ = e^{j\pi/60}$ ) می باشد. امپدانس دو قسمت  $T_b$  برابر  $0.1$  پیرونیته بر اساس مبنای انتخابی برای  $T_a$  می باشد.

پاسخ: مانند مثال (۱۳-۲)، می توان با قرار دادن منبع ولتاژ  $\Delta V$  سری با امپدانس ترانسفورماتور  $T_b$ ، یک روش تقریبی برای حل مسأله پیدا نمود. ولتاژ پیرونیته مناسب برابر است با:

$$I_{\text{piro}} = 1.0 \angle 3^\circ - 1.0 \angle 0^\circ = (2 \sin 1.5^\circ) \angle 91.5^\circ = 0.0524 \angle 91.5^\circ$$

$$I_{\text{circ}} = \frac{0.0524 \angle 91.5^\circ}{0.2 \angle 90^\circ} = 0.262 + j 0.0069 \text{ پیرونیته}$$

$$I_{T_a} = 0.4 - j 0.3 - (0.262 + j 0.0069) = 0.138 - j 0.307 \text{ پیرونیته}$$

$$I_{T_b} = 0.4 - j 0.3 + (0.262 + j 0.0069) = 0.662 - j 0.293 \text{ پیرونیته}$$

$$S_{T_a} = 0.138 + j 0.307 \text{ پیرونیته} \quad \text{بنابراین}$$

$$S_{T_b} = 0.662 + j 0.293 \text{ پیرونیته}$$

مثال بالا نشان می دهد که ترانسفورماتور تغییر فاز برای کنترل مقدار توان حقیقی سودمند است اما اثر کمی بر گذر توان مجازی دارد. مثال ۱۳-۲ و ۱۴-۲ نشان دهنده دو خط انتقال موازی با یک ترانسفورماتور تنظیم در یکی از آنها می باشد.

## ۱۰-۲ مزیت های محاسبات پیرونیته

هنگامی که برای بخش های گوناگون یک مدار -متصل شده به وسیله ترانسفورماتور- مبنای مناسب انتخاب می شود، اندازه پیرونیته امپدانسها در بخش خودشان برابر همان اندازه ای است که از

1- tap changing

بخشهای دیگر دیده می‌شود. بنابراین لازم است هر امیدانسی بر مبنای بخش خودش محاسبه گردد. برتری مهم کاربرد اندازه‌های پرینیت این است که برای انتقال امیدانس از یک طرف ترانسفورماتور به طرف دیگر محاسبات لازم نیست. نقطه‌نظرهای زیر قابل توجه است:

۱- یک کیلو ولت مینا و کیلوولت آمپر مینا برای یک بخش از سیستم انتخاب می‌شود. اندازه‌های مینا در سیستم سه فاز کیلوولت خط به خط و کیلوولت آمپر یا مگا ولت آمپر سه فاز می‌باشد.

۲- برای بخشهای دیگر سیستم که در طرف دیگر ترانسفورماتور قرار دارند، کیلوولت مینا برای هر بخش بر اساس نسبت ولتاژهای خط به خط ترانسفورماتور تعیین می‌شود. کیلوولت آمپر مینا در همه بخشها یکسان است. بهتر است کیلوولت مینای هر بخش از سیستم روی نمودر تک خطی نشان داده شود.

۳- امیدانس ارائه شده برای ترانسفورماتورهای سه فاز برحسب پرینیت یا درصد معمولاً بر مبنای اندازه‌های نامی ترانسفورماتور می‌باشد.

۴- برای سه ترانسفورماتور تکفاز که به صورت یک واحد سه فاز به هم وصل شده‌اند، اندازه‌های نامی سه فاز از اندازه‌های نامی تکفاز هر یک از ترانسفورماتورها به دست می‌آید. امیدانس برحسب درصد واحد سه فاز برابر امیدانس هر یک از ترانسفورماتورها است.

۵- امیدانس پرینیتی که بر مبنایی غیر از مبنای آن بخش سیستم که عنصر در آن قرار دارد تعیین شده است باید با استفاده از رابطه (۵۶-۱) مبنای آن عوض شود.

انجام محاسبات برحسب پرینیت در سیستمهای الکتریکی کار را آسان می‌سازد. شناخت برتریهای روش پرینیت در عمل میسر می‌گردد. بعضی از ویژگیهای روش پرینیت به طور خلاصه در زیر آمده است:

۱- معمولاً تولیدکنندگان، امیدانس وسیله را برحسب پرینیت یا درصد بر مبنای اندازه‌های نامی ثبت شده در پلاک آنها به دست می‌دهند.

۲- امیدانس پرینیت ماشینهای همسانی که دارای اندازه‌های نامی گوناگون هستند، تقریباً یکسان است. البته اندازه‌های نامی امیدانس در ماشینهای همسان ولی با اندازه‌های نامی گوناگون، بسیار متفاوت است. بنابراین هرگاه امیدانس اصلاً مشخص نیست، می‌توان آن را از جدول امیدانس پرینیت ماشینهای دیگر با تقریب مناسب انتخاب کرد. کار بیشتر با اندازه‌های پرینیت سبب آشنایی با امیدانس پرینیت عناصر گوناگون می‌شود.

۳- هرگاه در یک مدار معادل، امیدانسها برحسب اهم بیان شود، هر امیدانسی برای انتقال در آن مدار، باید در مربع نسبت ولتاژهای نامی دو طرف ترانسفورماتوری که مدار مقصد را به مدار شامل امیدانس وصل می‌کند، ضرب شود. اما امیدانس پرینیتی که بر مبنای مناسب به دست آمده است، در دو طرف تمام ترانسفورماتورها یکسان است.

۴- اگر چه نوع اتصال ترانسفورماتورها رابطه بین ولتاژهای مینا را در دو طرف ترانسفورماتور تعیین

می‌کند، ولی اثری بر امپدانس پریونیت مدار معادل ندارد.

## ۲-۱۱ چکیده

در این فصل، معرفی مدار معادل ساده شده ترانسفورماتور از اهمیت بسزایی برخوردار است. محاسبات پریونیت همواره در فصلهای آینده مورد استفاده قرار می‌گیرد. دیده شد که چگونه با کاربرد محاسبات پریونیت، ترانسفورماتور از مدار معادل حذف گردید. باید توجه داشت که ضریب  $\sqrt{3}$  در محاسبات پریونیت حذف می‌شود زیرا ولتاژ خط به خط مبنا،  $\sqrt{3}$  برابر ولتاژ خط به خنثای مبنا می‌باشد.

به منظور به دست آوردن مدار معادل از نمودار تک خطی، انتخاب مبنای مناسب در بخشهای گوناگون مدار که به وسیله ترانسفورماتور به هم وصل شده است و انجام محاسبات بر حسب پریونیت با توجه به مبناهای انتخاب شده برای هر بخش، اساس کار را تشکیل می‌دهد.

## مسئله‌ها

۲-۱ تعداد دور سیم‌پیچ نخستین ترانسفورماتور تک‌فاز با اندازه‌های نامی  $1/2kV/120V$  و  $7/2kVA$  برابر  $800$  دور است. مطلوب است: الف) نسبت دورها و تعداد دور سیم‌پیچ دومین (ب) جریان هر یک از سیم‌پیچها هنگامی که ترانسفورماتور  $kVA$  نامی را در ولتاژهای نامی تحویل می‌دهد. درستی معادله (۲-۷) را بررسی کنید.

۲-۲ ترانسفورماتور مسئله (۲-۱)،  $6kVA$  را در ولتاژ نامی با ضریب توان  $0.8$  پس‌فاز تحویل می‌دهد. الف) امپدانس  $Z_p$  را که به پایانه‌های سیم‌پیچ دومین وصل است، تعیین کنید. ب) اندازه این امپدانس هنگامی که به طرف نخستین منتقل شود، چقدر است ( $Z_p'$ )؟ پ) اندازه جریان سیم‌پیچ نخستین و  $kVA$  تغذیه شده به وسیله منبع را به دست آورید.

۲-۳ با مراجعه به شکل ۲-۲، فرض شود چگالی فوران در داخل بازوی مرکزی هسته ترانسفورماتور برابر  $B(t) = B_m \sin(2\pi ft)$  می‌باشد.  $B_m$  بیشترین مقدار چگالی فوران سینوسی و  $f$  فرکانس کارکرد بر حسب Hz است. چنانچه چگالی فوران در سطح مقطع ( $A \text{ m}^2$ ) بازوی مرکزی یکنواخت باشد، مطلوب است:

الف) فوران لحظه‌ای  $\phi(t)$  بر حسب  $B_m$ ،  $f$ ،  $A$  و  $t$ .

ب) ولتاژ لحظه‌ای القایی  $\mathcal{E}_1(t)$  بر اساس معادله (۲-۱).

پ) نشان دهید که اندازه موثر ولتاژ القایی سیم‌پیچ نخستین برابر  $|E_1| = \sqrt{2}\pi f N_1 B_m A$  می‌باشد.

ت) چنانچه  $A = 100 \text{ cm}^2$ ،  $f = 60 \text{ Hz}$ ،  $B_m = 1.5 \text{ T}$  و  $N_1 = 1000$  دور باشد،  $|E_1|$



چقدر خواهد شد؟

۲-۴ برای سیم‌پیچهای با القای متقابل شکل (۲-۴)،  $L_{11} = 1,9 \text{ H}$ ،  $L_{22} = 0,5 \text{ H}$  و  $L_{12} = L_{21} = 0,9 \text{ H}$ ، سیستم در فرکانس  $60 \text{ Hz}$  کار می‌کند.

(الف) شکل امپدانسی معادله‌های سیستم را با توجه به معادله (۲-۲۴) بنویسید.

(ب) شکل ادمیتانسی معادله‌های سیستم را با توجه به معادله (۲-۲۶) بنویسید.

(پ) در دو حالت زیر ولتاژ  $V_1$  و جریان  $I_1$  از سیم‌پیچ نخستین را به دست آورید.

(۱) سیم‌پیچ دومین مدار باز و دارای ولتاژ القایی  $V_2 = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$  است.

(۲) سیم‌پیچ دومین اتصال کوتاه و دارای جریان  $I_2 = 2 \angle 90^\circ \text{ A}$  است.

۲-۵ برای سیم‌پیچهای با القای متقابل شکل ۲-۴، مدار معادل  $T$  را به صورت شکل (۲-۵) به دست آورید. از اندازه‌کمیتهای مسأله ۲-۴ استفاده نموده، نسبت دور  $a$  را برابر ۲ در نظر بگیرید. اندازه

راکتانس نشتی سیم‌پیچها و سوسپانس مغناطیس‌کننده کلافهای تزویج شده<sup>۱</sup> چقدر است؟

۲-۶ در یک ترانسفورماتور تکفاز با اندازه‌های نامی  $120 \text{ V} / 1,2 \text{ kV}$  و  $7,2 \text{ kVA}$ ، مشخصات سیم‌پیچها به صورت  $r_1 = 0,18 \Omega$ ،  $r_2 = 0,1 \Omega$ ،  $x_1 = 1,2 \Omega$ ،  $x_2 = 0,1 \Omega$  می‌باشد. مطلوبست:

(الف) مقاومت سیم‌پیچ و راکتانس نشتی کل هنگامی که به طرف نخستین منتقل شود. (مطابق شکل ۲-۸).

(ب) اندازه کل کمیتهای هنگامی که به طرف دومین منتقل شود.

(پ) تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور هنگامی که  $7,5 \text{ kVA}$  را در ولتاژ  $120 \text{ V}$  با ضریب توان  $0,8$  پس‌فاز به بار تحویل می‌دهد.

۲-۷ اندازه‌های نامی یک ترانسفورماتور تکفاز  $440/220 \text{ V}$  و  $5,0 \text{ kVA}$  است. هنگامی که طرف فشار ضعیف اتصال کوتاه و  $35 \text{ V}$  به طرف فشار قوی اعمال می‌شود، جریان نامی از سیم‌پیچها عبور کرده توان ورودی  $100 \text{ W}$  است. چنانچه تلفات توان و نسبت راکتانس به مقاومت در هر دو سیم‌پیچ یکسان باشد، مقاومت و راکتانس سیم‌پیچها چقدر خواهد شد.

۲-۸ نتیجه آزمایشهای یک ترانسفورماتور تکفاز با اندازه‌های نامی  $7,2 \text{ kVA}$ ،  $120 \text{ V} / 1,2 \text{ kV}$  به صورت زیر است: آزمایش مدار باز (سیم‌پیچ نخستین مدار باز):

$$W_2 = 40 \text{ W} \quad I_2 = 1,2 \text{ A} \quad V_2 = 120 \text{ V}$$

آزمایش اتصال کوتاه (سیم‌پیچ دومین اتصال کوتاه):

$$V_1 = 20 \text{ V} \quad \text{و} \quad I_1 = 670 \text{ A} \quad W_1 = 36 \text{ W}$$

مطلوبست:

(الف) کمیت‌های  $X_1 = x_1 + a^2 x_2$ ،  $R_1 = r_1 + a^2 r_2$  و  $G_c$  و  $B_m$  هنگامی که به طرف نخستین منتقل شود (شکل ۷-۲).

(ب) اندازه کمیت‌های بالا هنگامی که به طرف دومین منتقل شود.

(پ) بازده ترانسفورماتور هنگامی که  $64 \text{ VA}$  را در ولتاژ  $120 \text{ V}$  و ضریب توان  $0.9$  تحویل می‌دهد.

۲-۹ کمیت‌های یک ترانسفورماتور تکفاز با اندازه‌های نامی  $7.2 \text{ kVA}$  و  $120 \text{ V}$  /  $1.2 \text{ kV}$  برابر  $R_1 = r_1 + a^2 r_2 = 170 \Omega$  و  $X_1 = x_1 + a^2 x_2 = 470 \Omega$  می‌باشد. در ولتاژ نامی تلفات هسته به ازای همه جریانها برابر  $40 \text{ W}$  فرض شود.

(الف) بازده و درصد تنظیم ولتاژ را هنگامی که ترانسفورماتور  $7.2 \text{ kVA}$  در ولتاژ  $120 \text{ V}$  را با ضریب توانهای (i)  $0.8$  پس‌فاز و (ii)  $0.8$  پیش‌فاز تحویل می‌دهد، به دست آورید.

(ب) برای یک بار با ولتاژ و ضریب توان خاص می‌توان نشان داد بازده به ازای کیلو ولت آمپری حداکثر می‌شود که تلفات سیم پیچ  $I^2 R$  برابر تلفات هسته گردد. به کمک این نتیجه، حداکثر بازده ترانسفورماتور بالا را در ولتاژ نامی و ضریب توان  $0.8$  به دست آورید. همچنین کیلو ولت آمپری را که حداکثر بازده به ازای آن اتفاق می‌افتد، پیدا کنید.

۲-۱۰ سیستم تکفاز شکل ۱۰-۲ دارای دو ترانسفورماتور  $A-B$  و  $B-C$  می‌باشد. این دو ترانسفورماتور به وسیله خط  $B$  به هم وصلند و بار  $C$  را تغذیه می‌کنند. اندازه‌های نامی و کمیت‌های اجزای سیستم به صورت زیر است:

ترانسفورماتور  $A-B$ :  $175 \text{ kV} / 500 \text{ V}$ ،  $9.6 \text{ kVA}$  با راکتانس نشتی برابر با  $5\%$

ترانسفورماتور  $B-C$ :  $120 \text{ V} / 172 \text{ kV}$ ،  $7.2 \text{ kVA}$  با راکتانس نشتی برابر با  $4\%$

خط  $B$ :  $(0.5 + j370) \Omega$  = امپدانس سری

بار  $C$ :  $6 \text{ kVA}$ ،  $120 \text{ V}$  با ضریب توان  $0.8$  پس‌فاز

(الف) اندازه امپدانس بار را برحسب اهم به دست آورید. همچنین امپدانس اهمی واقعی دو ترانسفورماتور را هنگامی که به طرف سیم پیچ نخستین و دومین آنها منتقل شود، پیدا کنید.

(ب) ولتاژ مبنا را برابر  $172 \text{ kV}$  در مدار  $B$  و کیلو ولت آمپر مبنا را  $10 \text{ kVA}$  در نظر گرفته، همه امپدانسهای سیستم را برحسب پریونیت به دست آورید.

(پ) ولتاژ دو سر بار  $C$  با توجه شرایط داده شده چقدر است؟

۲-۱۱ بار مثلث متعادل مقاومتی  $8000 \text{ kW}$  به طرف فشار ضعیف  $\Delta$  ترانسفورماتور  $Y-\Delta$  با اندازه‌های نامی  $10000 \text{ kVA}$ ،  $13.8 \text{ kV} / 138 \text{ kV}$  وصل شده است. بار مقاومتی هر فاز به خنثی را هنگامی که به طرف فشار قوی منتقل شود، به دست آورید. از امپدانس ترانسفورماتور

چشم‌پوشی شود. ولتاژ نامی به سیم‌پیچ نخستین اعمال شده است.

۲-۱۲ چنانچه اتصال بار مقاومتی مسأله ۱۱-۲ از  $\Delta$  به  $Y$  تبدیل گردد، مسأله را دوباره حل کنید.

۲-۱۳ سه ترانسفورماتور ۵ kVA با ولتاژ طرف دوم  $V = 220$  به صورت  $\Delta-\Delta$  به هم بسته شده‌اند و بار مقاومتی خالص متعادل ۱۵ kW را در ولتاژ  $V = 220$  تغذیه می‌کنند. بار به  $10$  kW کاهش یافته ولی همچنان مقاومتی و متعادل باقی می‌ماند. فردی پیشنهاد می‌کند که با  $\frac{2}{3}$  بار، یک ترانسفورماتور می‌تواند برداشته شود و سیستم به صورت مثلث-باز کار کند. در این حالت ولتاژهای سه فاز متعادل به بار اعمال خواهد شد زیرا دو ولتاژ خط و در نتیجه ولتاژ خط سوم بدون تغییر باقی می‌ماند.

برای بررسی درستی یا نادرستی این پیشنهاد:

(الف) جریان هر یک از خطها را (اندازه و زاویه) به ازای بار  $10$  kW هنگامی که ترانسفورماتور بین  $a$  و  $c$  برداشته شود، به دست آورید.  $V_{ab} = 220 \angle 0^\circ$  و توالی فاز،  $abc$  فرض شود.  
(ب) کیلو ولت آمپری را که به وسیله هر یک از دو ترانسفورماتور باقیمانده به بار تحویل می‌شود، پیدا کنید.

(پ) در حالت اتصال مثلث-باز این ترانسفورماتورها، بار باید دارای چه شرایطی (محدودیتی) باشد.  
(ت) چرا در حالی که بار مقاومتی خالص است، هر یک از ترانسفورماتورها  $Q$  تولید می‌کنند؟

۲-۱۴ ترانسفورماتور با اندازه‌های نامی  $345Y/20.5 \Delta$  kV و  $200$  MVA، بار متعادل  $180$  MVA،  $22.5$  kV،  $0.8$  پس‌فاز را به خط انتقال وصل می‌کند. مطلوبست:

(الف) اندازه‌های نامی هر یک از سه ترانسفورماتور تکفازی که به جای ترانسفورماتور سه فاز بالا قرار گیرد.

(ب) امپدانس مختلط بار برحسب پریونیت در نمودار امپدانس اندازه‌های مبنا برابر  $100$  MVA و  $435$  kV در خط انتقال است.

۲-۱۵ امپدانس سری هر فاز ترانسفورماتور با اندازه‌های نامی  $5$  MVA،  $13.2/115$  kV برابر  $(0.007 + j0.075)$  پریونیت است. ترانسفورماتور به یک خط توزیع کوتاه وصل شده است. این خط با امپدانس سری هر فاز  $(0.02 + j0.1)$  پریونیت بر مبنای  $10$  MVA و  $13.2$  kV نشان داده شده است. خط انتقال، بار سه فاز متعادل  $4$  MVA،  $13.2$  kV را با ضریب توان  $0.85$  پس‌فاز تغذیه می‌کند.

(الف) مدار معادل سیستم را که در آن امپدانسها برحسب پریونیت باشد، رسم کنید. مبنا برابر  $10$  MVA و  $13.2$  kV در طرف بار است.

(ب) چنانچه ولتاژ در سیم‌پیچ نخستین ترانسفورماتور در  $115$  kV ثابت نگه داشته شود و بار از انتهای خط جدا گردد، درصد تنظیم ولتاژ را در بار به دست آورید.

۲-۱۶ سه ترانسفورماتور تکفاز یکسان با اندازه نامی  $7,2 \text{ kVA}$ ،  $120 \text{ V}$  /  $1,2 \text{ kV}$  و راکتانس نشتی  $0,05$  پریونیت برای تشکیل یک ترانسفورماتور سه فاز به هم وصل شده‌اند. بار ستاره متعادل با مقاومت  $5 \Omega$  در هر فاز به طرف دومین ترانسفورماتور وصل شده است. امپدانس معادل هر فاز بار ستاره را برحسب اهم و پریونیت هنگامی که به طرف نخستین منتقل شود، در هر یک از حالت‌های زیر چقدر است؟ (الف)  $Y-Y$ ، (ب)  $Y-\Delta$ ، (پ)  $\Delta-Y$  و (ت)  $\Delta-\Delta$ . از جدول ۲-۱ استفاده شود.

۲-۱۷ ترانسفورماتور سه فاز شکل (الف ۱۷-۲) از طریق یک ترانسفورماتور سه فاز با اندازه نامی  $600 \text{ kVA}$  و  $600 \text{ V}$  /  $12 \text{ kV}$  باری را تغذیه می‌کند. راکتانس نشتی هر فاز ترانسفورماتور  $10\%$  است. ولتاژ خط به خط و جریان خط پایانه مولد به ترتیب برابر  $11,9 \text{ kV}$  و  $20 \text{ A}$  می‌باشد. ضریب توان دیده شده به وسیله ترانسفورماتور  $0,8$  پس فاز و تولی فاز  $ABC$  است. (الف) جریان ولتاژ خط بار را تعیین کنید. امپدانس هر فاز بار (با اتصال ستاره) چقدر است؟ (ب) ولتاژ خط به خنثای  $V_A$  در طرف نخستین ترانسفورماتور را مبنا در نظر گرفته نمودار فازوری جریانها و ولتاژهای همه فازها را رسم نماید. اختلاف فاز بین کمیت‌های طرف نخستین و دومین چقدر است؟

(پ) توان حقیقی و مجازی تولیدی به وسیله مولد و مصرفی به وسیله بار را به دست آورید.

۲-۱۸ مسأله ۲-۱۷ را با توالی فاز  $ACB$  دوباره حل کنید.

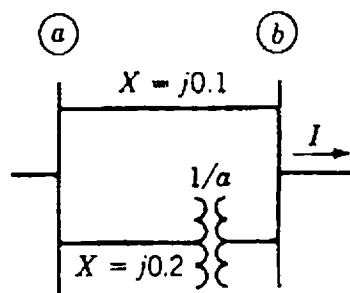
۲-۱۹ یک ترانسفورماتور تکفاز با اندازه‌های نامی  $30 \text{ kVA}$  و  $120 \text{ V}$  /  $12000 \text{ V}$  به صورت اتوترانسفورماتور بسته شده است تا ولتاژ  $1320 \text{ V}$  را از شینه  $1200 \text{ V}$  تغذیه نماید. (الف) نمودار اتصال‌های ترانسفورماتور را رسم کرده علامت پلاریته سیم‌پیچها و جهت مثبت انتخابی برای جریان هر سیم‌پیچ به گونه‌ای که جریانها هم فاز باشند را در آن مشخص کنید. (ب) اندازه جریان نامی سیم‌پیچها و جریان ورودی و خروجی آنها را در نمودار نشان دهید. (پ) کیلوولت آمپر نامی دستگاه را به عنوان یک اتوترانسفورماتور تعیین کنید.

(ت) اگر بازده ترانسفورماتور بسته شده به صورت  $1200/120 \text{ V}$  به ازای بار نامی مقاومتی برابر  $97\%$  باشد، بازده آن به عنوان یک اتوترانسفورماتور با جریان نامی در سیم‌پیچهای آن که بار با ضریب توان یک را در ولتاژ نامی تغذیه می‌کند، چقدر خواهد شد؟

۲-۲۰ مسأله ۲-۱۹ را چنانچه ترانسفورماتور ولتاژ  $1080 \text{ V}$  را از ولتاژ شینه  $1200 \text{ V}$  تغذیه نماید، دوباره حل کنید.

۲-۲۱ دو شینه  $a$  و  $b$  از طریق دو امپدانس موازی  $X_1 = 0,1$  پریونیت و  $X_2 = 0,2$  پریونیت به هم وصل شده‌اند. شینه  $b$ ، یک شینه بار بوده و جریان  $I = 1,0 \angle -30^\circ$  پریونیت را تغذیه می‌کند و ولتاژ شینه ( $V_b$ ) برابر  $1 \angle 0^\circ$  پریونیت می‌باشد. مطلوبست تعیین  $P$  و  $Q$  تحویلی به شینه  $b$  به

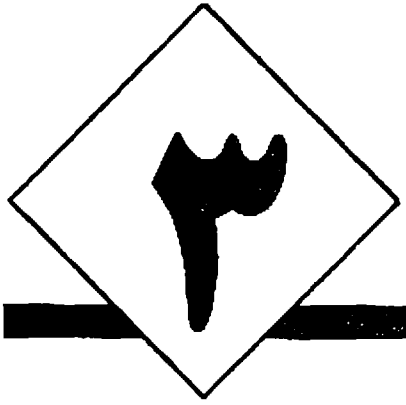
وسیله هر یک از شاخه‌ها (الف) در مدار توصیف شده، (ب) اگر یک ترانسفورماتور تنظیم در خطی که دارای راکتانس بزرگتر است به شینه  $b$  وصل گردد تا یک افزایش ۳ درصدی ولتاژ را در طرف بار ایجاد کند ( $a = 1.03$ )؛ (پ) چنانچه ترانسفورماتور تنظیم فاز را،  $2^\circ$  جلو ببرد ( $a = e^{j\pi/90}$ )، از روش جریانهای گردشی برای قسمت (ب) و (پ) استفاده کنید.  $V_a$  برای هر قسمت به گونه‌ای تنظیم می‌گردد که  $V_b$  ثابت بماند. شکل ۲-۲۶ نمودار تک خطی سیستم را به همراه ترانسفورماتور تنظیم نشان می‌دهد. از امیدانس ترانسفورماتور چشم‌پوشی شود.



شکل ۲-۲۶ مدار مسأله ۲-۲۱

۲-۲۲ دو راکتانس  $X_1 = 0.08$  و  $X_2 = 0.2$  پریونیت به صورت موازی بین دو شینه  $a$  و  $b$  از یک سیستم قدرت قرار گرفته‌اند. چنانچه  $V_a = 1.05 \angle 10^\circ$  و  $V_b = 1.0 \angle 0^\circ$  پریونیت باشد، نسبت دور ترانسفورماتور تنظیمی که سری با  $X_2$  در شینه  $b$  قرار می‌گیرد چقدر باشد تا هیچ ولت آمپر راکتیوی (Var) از شاخه  $X_1$  به شینه  $b$  وارد نشود. از روش جریانهای گردشی استفاده شود و از راکتانس ترانسفورماتور تنظیم چشم‌پوشی گردد.  $P$  و  $Q$  بار و ولتاژ  $V_b$  همواره ثابت است.

۲-۲۳ دو ترانسفورماتور با اندازه نامی  $115Y/137.2 \Delta kV$  به صورت موازی بار  $35 MVA$ ،  $137.2 kV$  با ضریب توان  $0.8$  پس‌فاز را تغذیه می‌کند. ترانسفورماتور ۱،  $20 MVA$  با  $X = 0.09$  پریونیت و ترانسفورماتور ۲،  $15 MVA$  با  $X = 0.07$  پریونیت است. اندازه جریان گذرنده از هر ترانسفورماتور برحسب پریونیت، مگا ولت آمپر خروجی هر ترانسفورماتور و بیشترین مگا ولت آمپر مجاز بار به گونه‌ای که ترانسفورماتورها اضافه بار پیدا نکنند چقدر است. اگر انشعاب ۱ ترانسفورماتور ۱ در حالت  $111 kV$  قرار گیرد به گونه‌ای که  $3.6\%$  افزایش ولتاژ در طرف فشار ضعیف نسبت به ترانسفورماتور ۲ ایجاد شود (انشعاب این ترانسفورماتور در  $115 kV$  ثابت می‌ماند)، مگا ولت آمپر خروجی هر ترانسفورماتور برای بار کل  $35 MVA$  چقدر خواهد شد. حداکثر مگا ولت آمپر بار چقدر باشد تا ترانسفورماتورها اضافه بار پیدا نکنند. مبنا را برابر  $35 MVA$  و  $137.2 kV$  در طرف فشار ضعیف در نظر بگیرید. روش جریانهای گردشی برای حل این مسأله مناسب است.



## ماشین سنکرون

ماشین سنکرون به عنوان یک مولد ac، به وسیله توربین به حرکت درآمده، انرژی مکانیکی را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند. این ماشین مهمترین تولیدکننده انرژی الکتریکی در جهان به حساب می‌آید. در حالت موتوری، ماشین انرژی الکتریکی را به مکانیکی تبدیل می‌کند. در این فصل، بیشتر بررسی مولدهای سنکرون مورد نظر است، ولی در کنار آن به طور مختصر موتورهای سنکرون نیز بررسی می‌شود. در این کتاب نمی‌توان به طور وسیع به بررسی ماشینهای سنکرون پرداخت. البته در این زمینه کتابهای فراوانی وجود دارد که به طور کامل ماشینها و مولدها را بررسی می‌کند<sup>۱</sup>. هدف کتاب بررسی کارکرد و کاربرد ماشین سنکرون در داخل یک سیستم قدرت به هم پیوسته بزرگ است. تأکید بر اصول و رفتار خارجی<sup>۲</sup> تحت شرایط پایدار<sup>۳</sup> و گذرا<sup>۴</sup> می‌باشد.

سیم‌پیچهای ماشین سنکرون چندفازه<sup>۵</sup> مجموعه‌ای از مدارهای تزویج مغناطیسی را تشکیل می‌دهند که برخی از آنها نسبت به برخی دیگر چرخیده در نتیجه اندوکتانس متقابل آنها تغییر می‌کند.

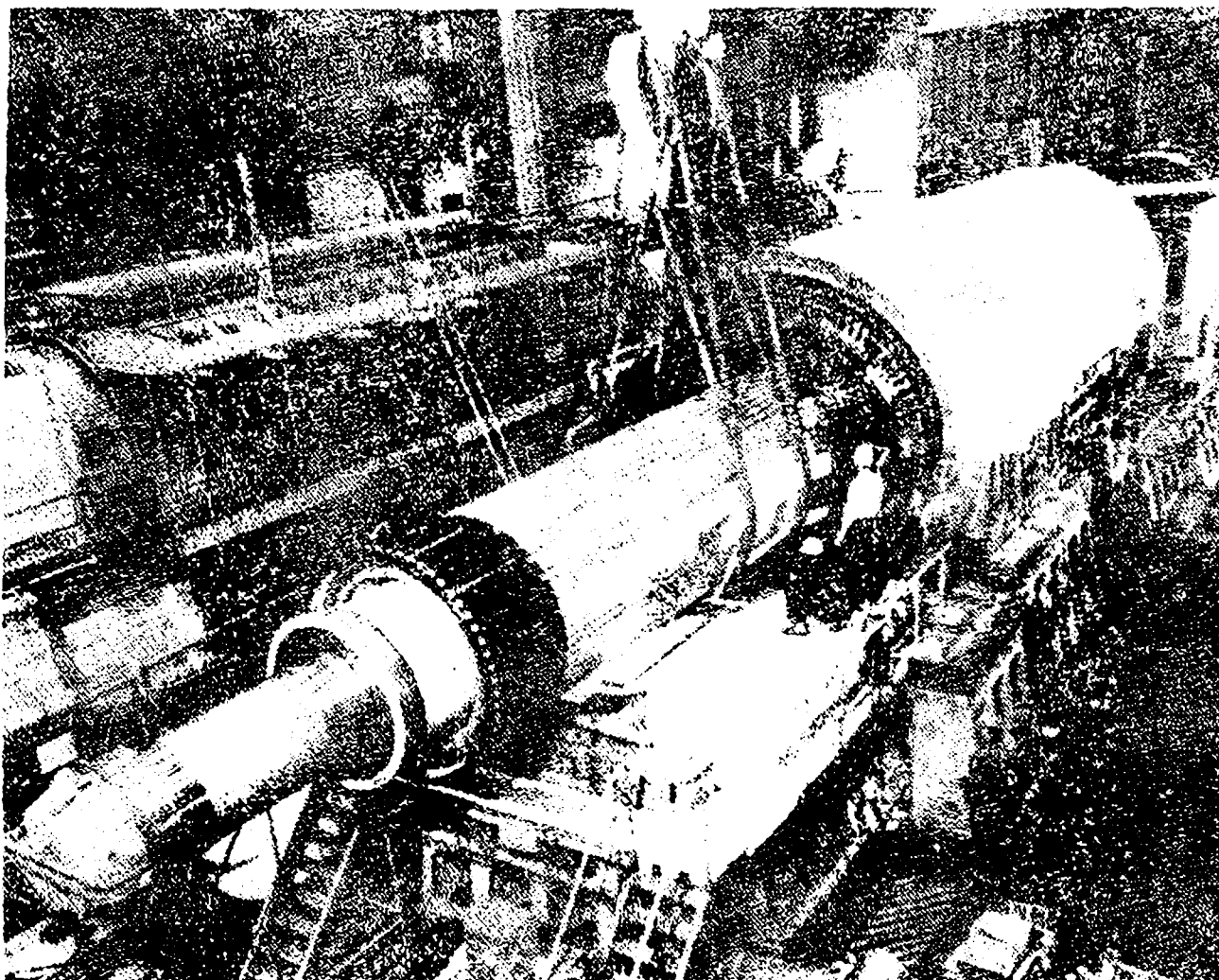
۱- برای اطلاع بیشتر از ماشینهای سنکرون به هر کتاب ماشینهای الکتریکی مانند کتاب ماشینهای الکتریکی، نوشته فیتز جرالده، کینگس‌لی، و اومانز ویرایش چهارم، انتشارات مک‌گرو هیل، نیویورک، ۱۹۸۳ مراجعه شود.

2- external behavior

3- steady-state

4- transient

5- poly Phase.



شکل ۱-۳ نمایش شیوه جای‌گیری یک روتور استوانه‌ای چهار قطب در استاتور یک مولد ۱۵۲۵ MVA

اصطکاک است. گشتاور الکترومغناطیسی در موتور، پس از کاهش تلفات هسته و اصطکاک از آن به محور تبدیل می‌شود تا بار مکانیکی را به گردش درآورد.

شکل (۲-۳) شمای ابتدایی یک مولد سه فاز را نشان می‌دهد. سیم‌پیچ میدان که با کلاف نشان داده شده دو قطب N و S را مطابق شکل ایجاد می‌کند. محور قطبهای میدان، محور مستقیم<sup>۱</sup> و یا به صورت ساده‌تر محور  $d$  نام دارد. در حالی که خط مرکزی بین فضای قطبها، محور عمودی<sup>۲</sup> یا به صورت ساده‌تر محور  $q$  نامیده می‌شود. همچنان که نشان داده شده است، جهت مثبت محور  $d$  نسبت به جهت مثبت محور  $q$ ، به اندازه  $90^\circ$  جلوتر است. مولد شکل (۲-۳)، ماشین غیر برجسته<sup>۳</sup> یا روتور-گرد<sup>۴</sup> نامیده می‌شود زیرا دارای روتور استوانه‌ای، مانند شکل ۱-۳ می‌باشد. در یک ماشین واقعی سیم‌پیچ تحریک دارای تعداد دور زیادی است که در شیارهای روتور توزیع می‌شوند. همچنان که محرک اولیه محور مولد را می‌چرخانند. میدان مغناطیسی قوی ایجاد شده به وسیله سیم‌پیچ تحریک، کلافهای آرمیچر را قطع کرده در آن ولتاژ ac القاء می‌کند.

1- direct axis  
4- round-rotor

2- quadrature axis

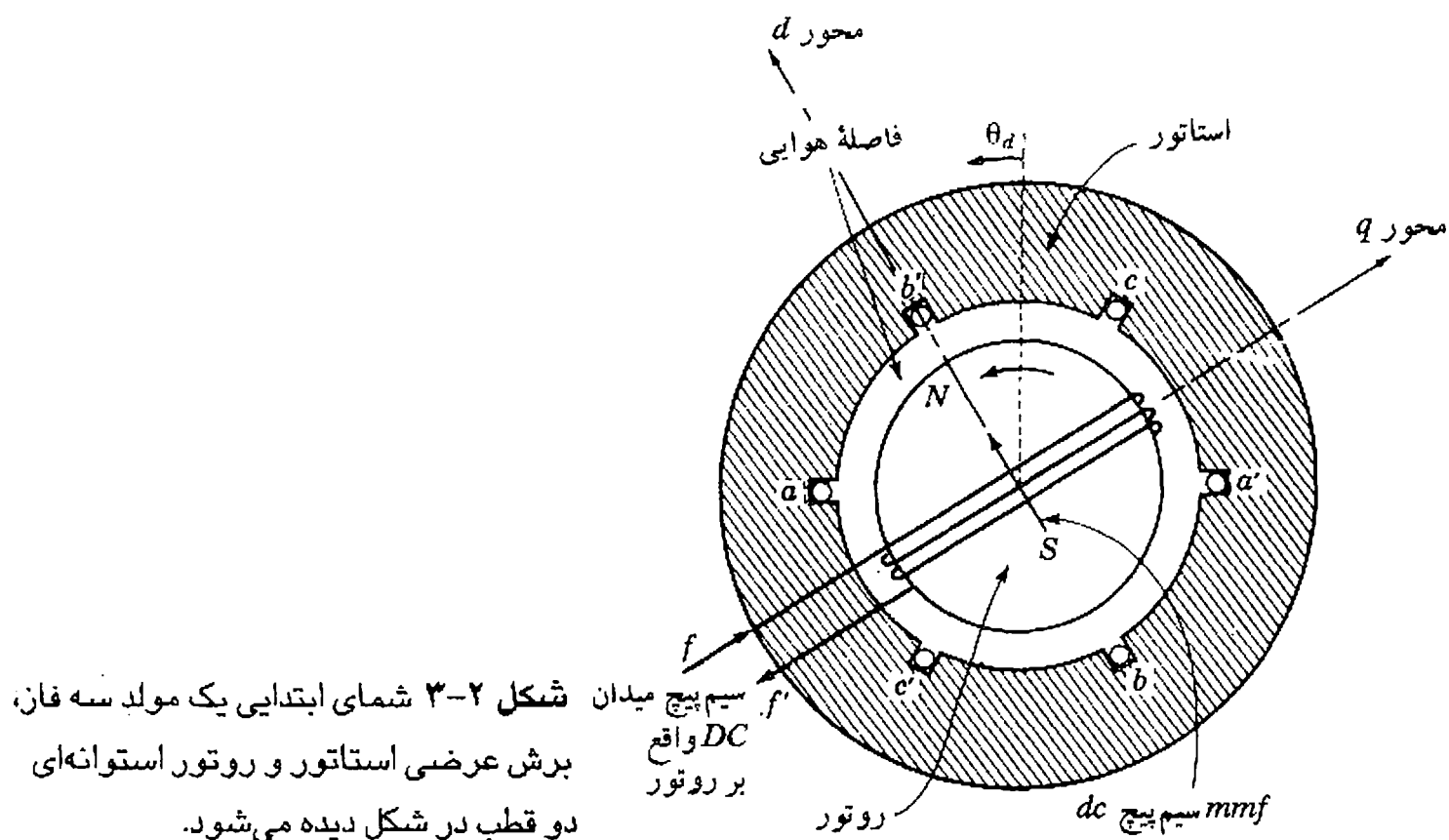
3- non salient

در شکل (۳-۲) مقطع عرضی استاتور نشان داده شده است. دو طرف کلاف‌ها، که تقریباً به شکل چهارگوش می‌باشند در شیارهای  $a$  و  $a'$  به فاصله  $180^\circ$  قرار می‌گیرند. در شیارهای  $b$  و  $b'$  در شیارهای  $c$  و  $c'$  نیز کلاف‌های مشابهی قرار دارند. بازوی کلاف‌های واقع در شیارهای  $a$ ،  $b$  و  $c$ ،  $120^\circ$  از یکدیگر فاصله دارند. در شکل کلاف‌هایی دیده می‌شوند که فقط یک دور دارند اما ممکن است کلاف‌های با چندین دور نیز وجود داشته باشند. معمولاً این کلاف‌ها با کلاف‌های مشابهی که در شیارهای مجاور قرار دارند سری وصل می‌شوند تا سیم‌پیچ  $a-a'$  را تشکیل دهند. سیم‌پیچ‌های  $b-b'$  و  $c-c'$  نیز کاملاً مشابه  $a-a'$  هستند بجز اینکه به ترتیب در موقعیت  $120^\circ$  و  $240^\circ$  در پیرامون آرمیچر واقع می‌شوند.

شکل (۳-۳) یک ماشین قطب برجسته چهارقطب را نشان می‌دهد. دو ضلع مقابل یک کلاف آرمیچر  $90^\circ$  با هم فاصله دارند. بنابراین برای هر فاز دو کلاف وجود دارد. ضلعهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  از کلاف‌های مجاور  $60^\circ$  از هم فاصله دارند. دو کلاف هر فاز می‌توانند با هم سری و یا موازی شوند.

ماشینهای با قطب برجسته معمولاً دارای سیم‌پیچهای میراکننده<sup>۱</sup> هستند. این سیم‌پیچها در شکل (۳-۳) نشان داده نشده است. سیم‌پیچهای میراکننده از میله‌های مسی اتصال کوتاه شده واقع در سطح قطبها (مانند قسمتی از سیم‌پیچ قفس سنجابی موتور القایی) تشکیل شده است. وظیفه این سیم‌پیچها میرا کردن نوسانهای مکانیکی روتور در نزدیکی سرعت سنکرون می‌باشد. سرعت سنکرون به تعداد قطبهای ماشین و فرکانس سیستمی که ماشین به آن وصل است بستگی دارد.

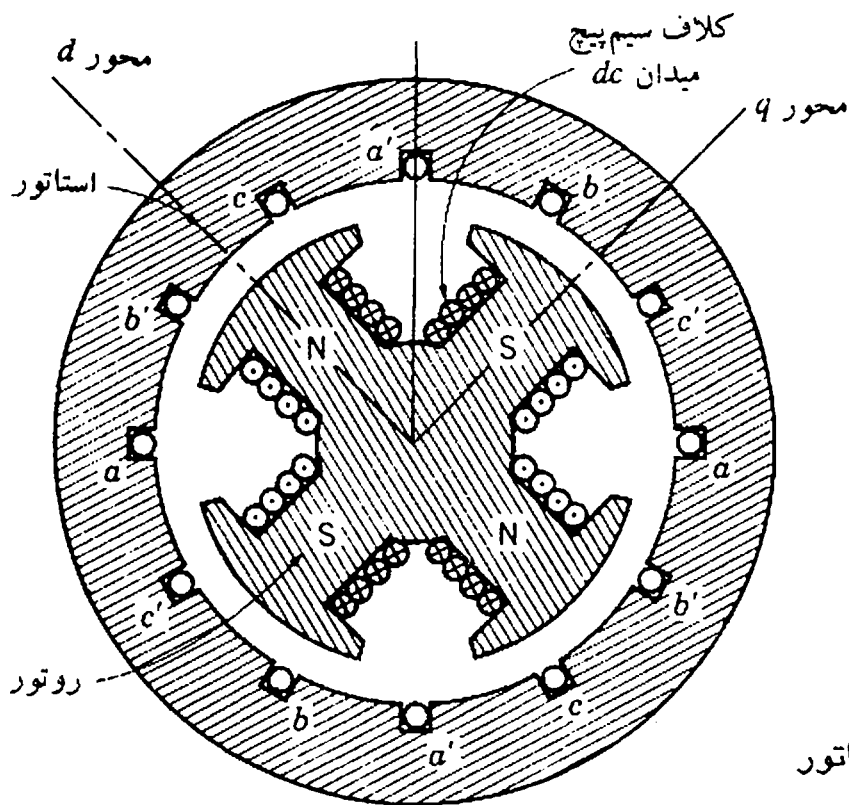
در ماشین دو قطبی به ازای هر دور چرخش روتور دو قطبی آن، یک سیکل ولتاژ ایجاد می‌شود. در



شکل ۳-۲ شمای ابتدایی یک مولد سه فاز، برش عرضی استاتور و روتور استوانه‌ای دو قطب در شکل دیده می‌شود.

1- damper winding





شکل ۳-۳ برشی عرضی یک استاتور  
به همراه روتور با قطب برجسته

ماشین چهارقطبی به ازای هر دور گردش روتور، دو سیکل ولتاژ در هر کلاف به وجود می‌آید. از آنجا که تعداد سیکلها به ازای هر دور چرخش برابر تعداد زوج قطبهاست، فرکانس ولتاژ ایجاد شده برابر است با:

$$f = \frac{P}{2} \frac{N}{60} = \frac{P}{2} f_m \text{ Hz} \quad (3-1)$$

$f$  = فرکانس الکتریکی بر حسب Hz

$P$  = تعداد قطبها

$N$  = سرعت روتور بر حسب دور بر دقیقه (rpm)

$f_m = \frac{N}{60}$  = فرکانس مکانیکی بر حسب دور بر ثانیه (rps)

معادله (۳-۱) نشان می‌دهد که سرعت یک ماشین دو قطب Hz ۶۰ برابر ۳۶۰۰ rpm و ماشین چهار قطب برابر ۱۸۰۰ rpm است. معمولاً توربو مولدهای بخاری سوخت فسیلی، ماشینهای دو قطبی هستند در حالیکه مولدهای نیروگاه آبی، ماشینهای کندتر با تعداد زوج قطب بیشتر می‌باشند.

هر بار که یک زوج قطب از روبروی یک کلاف می‌گذرد، یک سیکل کامل ولتاژ (۳۶۰° از موج ولتاژ) تولید می‌شود، بنابراین باید بین درجه الکتریکی<sup>۱</sup> - که برای بیان ولتاژ و جریان به کار می‌رود - و درجه

1- electrical degree

مکانیکی - که بیانگر موقعیت روتور است - تفاوت قائل شد. در ماشینهای دو قطب، درجه الکتریکی و مکانیکی با هم برابر است. در سایر ماشینها، درجه یا رادیان الکتریکی،  $P/2$  برابر درجه یا رادیان مکانیکی می باشد. این مطلب را می توان با ضرب دو طرف رابطه (۱-۳) در  $2\pi$  نشان داد. ماشین چهار قطب هر  $360^\circ$  مکانیکی (معادل یک دور چرخش روتور) دو سیکل ولتاژ یا  $720^\circ$  الکتریکی ایجاد می کند.

در این فصل، همه اندازه گیریهای زاویه ای بر حسب درجه الکتریکی بیان می شود مگر این که به گونه دیگری بیان شود. همچنین بدون توجه به تعداد قطبها یا نوع ساختمان روتور، محور مستقیم همیشه نسبت به محور عمودی،  $90^\circ$  درجه الکتریکی در خلاف جهت عقربه های ساعت جلوتر (پیش فاز) است.

### ۳-۲ تولید سه فاز

سیم پیچهای میدان و آرمیچر ماشین سنکرون توضیح داده شده در بخش (۱-۳)، در شیارهای پیرامون شکاف هوایی توزیع می شوند. بخش (الف-۱) ضمیمه نشان می دهد که این سیم پیچهای توزیع شده را می توان در امتداد محورشان به وسیله کلافهای متمرکز با اندوکتانس خودی و متقابل مناسب جایگزین کرد. در شکل ۳-۴، سه کلاف  $a$ ،  $b$  و  $c$ ، نشانگر سه سیم پیچ آرمیچر است که بر روی استاتور ماشین با روتور گرد<sup>۱</sup> واقعند، و کلاف متمرکز  $f$  نشانگر سیم پیچ توزیع شده میدان بر روی روتور می باشد. سه کلاف ساکن آرمیچر از هر نظر یکسان هستند و یکی از دو سر هر یک از آنها به نقطه مشترک  $o$  وصل می باشد. سه سر دیگر آنها با  $a$ ،  $b$  و  $c$  نام گذاری شده است. محور کلاف  $a$  در  $\theta_a = 0^\circ$  انتخاب گردیده و با حرکت پیرامون شکاف هوایی در جهت عکس حرکت عقربه های ساعت، محور کلاف  $b$  در  $\theta_b = 120^\circ$  و کلاف  $c$  در  $\theta_c = 240^\circ$  انتخاب می شود. برای ماشین با روتور گرد در بخش (الف-۱) ضمیمه نشان داده شده است که:

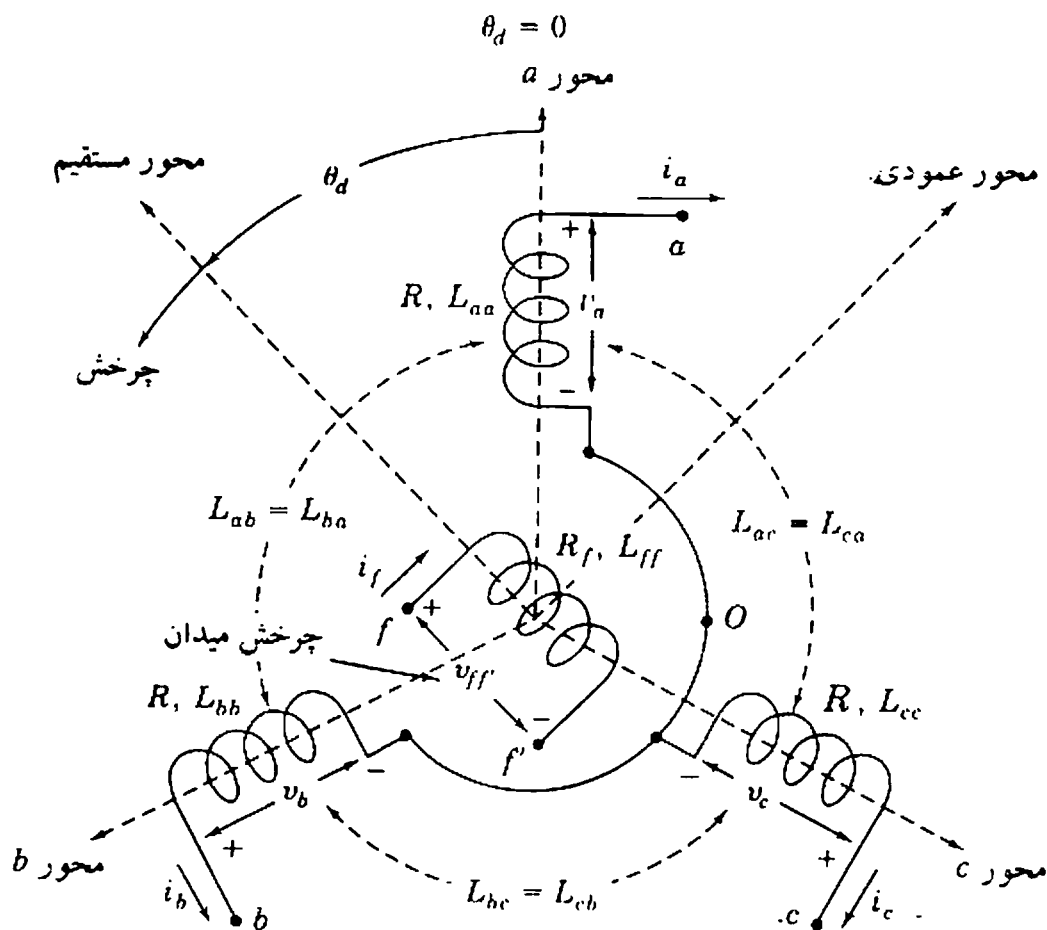
● اندوکتانس خودی  $L_s$  هر یک از کلافهای متمرکز<sup>۲</sup>  $a$ ،  $b$  و  $c$  برابر اندوکتانس خودی  $L_{aa}$ ،  $L_{bb}$  و  $L_{cc}$  سیم پیچهای توزیع شده ای<sup>۳</sup> است که کلافهای متمرکز نشانگر آنها می باشند. بنابراین:

$$L_s = L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} \quad (3-2)$$

● اندوکتانس متقابل  $L_{ab}$ ،  $L_{bc}$  و  $L_{ca}$  بین هر زوج کلاف متمرکز مجاور برابر ثابت منفی  $-M_s$  است. به گونه ای که:

$$-M_s = L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} \quad (3-3)$$

● اندوکتانس متقابل بین کلاف میدان  $f$  و هر یک از کلافهای استاتور با موقعیت روتور  $\theta_a$  به صورت



شکل ۳-۴ مولد سه فاز ایده آل که در آن کلافهای یکسان آرمیچر  $a$ ،  $b$  و  $c$  و کلاف میدان  $f$  نشان داده شده است. محور مستقیم نسبت به محور عمودی در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت  $90^\circ$  جلوتر است.

یک تابع سینوسی با دامنه حداکثر  $M_f$  تغییر می‌کند. به گونه‌ای که:

$$L_{af} = M_f \cos \theta_d$$

$$L_{bf} = M_f \cos (\theta_d - 120^\circ) \quad (3-4)$$

$$L_{cf} = M_f \cos (\theta_d - 240^\circ)$$

کلاف میدان دارای اندوکتانس خودی ثابت  $L_{ff}$  می‌باشد. زیرا در ماشینهای با روتور گرد و همچنین ماشینهای با قطب برجسته سیم‌پیچ میدان واقع بر محور  $d$ ، به ازای همه موقعیتهای روتور (با چشم‌پوشی از اثر ناچیز شکافهای آرمیچر)، از طریق مسیر مغناطیسی یکسانی در استاتور فوران تولید می‌کند.

فوران در برگیرنده<sup>۱</sup> هر یک از کلافهای  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و به جریان خود کلاف و سه کلاف دیگر بستگی دارد. بنابراین معادله شار دربرگیرنده هر یک از چهار کلاف به صورت زیر خواهد بود:

1- flux linkage

آرمیچر:

$$\begin{aligned}\lambda_a &= L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{af} i_f = L_s i_a - M_s (i_b + i_c) + L_{af} i_f \\ \lambda_b &= L_{ba} i_a + L_{bb} i_b + L_{bc} i_c + L_{bf} i_f = L_s i_b - M_s (i_a + i_c) + L_{bf} i_f \\ \lambda_c &= L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_{cc} i_c + L_{cf} i_f = L_s i_c - M_s (i_a + i_b) + L_{cf} i_f\end{aligned}\quad (3-5)$$

میدان:

$$\lambda_f = L_{af} i_a + L_{bf} i_b + L_{cf} i_c + L_{ff} i_f$$

چنانچه  $i_a$ ،  $i_b$  و  $i_c$  جریانهای یک سیستم سه فاز متعادل باشند، آنگاه می توان نوشت:

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (3-7)$$

با جای گذاری  $i_a = -(i_b + i_c)$ ،  $i_b = -(i_a + i_c)$  و  $i_c = -(i_a + i_b)$  در معادله (3-5) می توان نوشت:

$$\begin{aligned}\lambda_a &= (L_s + M_s) i_a + L_{af} i_f \\ \lambda_b &= (L_s + M_s) i_b + L_{bf} i_f\end{aligned}\quad (3-8)$$

$$\lambda_c = (L_s + M_s) i_c + L_{cf} i_f$$

بررسیها در شرایط پایدار انجام می گیرد. بدین منظور فرض می شود که  $i_f$ ، جریان dc با اندازه  $I_f$  باشد و میدان با سرعت زاویه ای ثابت  $\omega$  بچرخد. بنابراین برای یک ماشین دو قطب می توان نوشت:

$$\frac{d\theta_d}{dt} = \omega \quad \theta_d = \omega t + \theta_{do} \quad (3-9)$$

موقعیت نخستین سیم پیچ میدان به وسیله زاویه  $\theta_{do}$  داده می شود که می تواند به صورت اختیاری در  $t = 0$  انتخاب گردد. معادله های (3-4)، رابطه  $L_{af}$ ،  $L_{bf}$  و  $L_{cf}$  را بر حسب  $\theta_d$  نشان می دهند. جای گذاری  $(\omega t + \theta_{do})$  به جای  $\theta_d$  و کاربرد نتیجه های بالا به همراه  $i_f = I_f$  در معادله (3-8)، نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned}\lambda_a &= (L_s + M_s) i_a + M_f I_f \cos (\omega t + \theta_{do}) \\ \lambda_b &= (L_s + M_s) i_b + M_f I_f \cos (\omega t + \theta_{do} - 120^\circ) \\ \lambda_c &= (L_s + M_s) i_c + M_f I_f \cos (\omega t + \theta_{do} - 240^\circ)\end{aligned}\quad (3-10)$$

معادله اول،  $\lambda_a$  را نشان می دهد که دارای دو مؤلفه فوران در برگیرنده -یکی بر اثر جریان میدان  $I_f$  و

دیگری بر اثر جریان آرمیچر  $i_a -$  می باشد.

چنانچه کلاف  $a$  دارای مقاومت  $R$  باشد، آنگاه افت ولتاژ  $v_a$  دو سر کلاف (سر  $a$  نسبت به سر  $o$  در شکل ۳-۴) برابر خواهد بود با:

$$v_a = - Ri_a - \frac{d\lambda_a}{dt} = - Ri_a - (L_s + M_s) \frac{di_a}{dt} + \omega M_f I_f \sin(\omega t + \theta_{do}) \quad (3-11)$$

همچنان که در بخش ۲-۲ گفته شد، با توجه به این که ماشین به صورت مولد کار می کند، علامت منفی به کار رفته است. جمله آخر معادله (۳-۱۱)، بیانگر emf داخلی است که  $e_a'$  نامیده می شود. این emf را می توان به صورت زیر نوشت:

$$e_a' = \sqrt{2} |E_i| \sin(\omega t + \theta_{do}) \quad (3-12)$$

که اندازه موثر آن  $|E_i|$ ، متناسب با جریان میدان می باشد و برابر است با:

$$|E_i| = \frac{\omega M_f I_f}{\sqrt{2}} \quad (3-13)$$

جریان میدان به هنگام صفر بودن  $i_a$  سبب ایجاد  $e_a'$  در پایانه های  $a$  می گردد. به همین دلیل نامهای گوناگونی مانند ولتاژ بی باری، ولتاژ مدار باز، ولتاژ داخلی سنکرون<sup>۲</sup> یا emf تولیدی فاز  $a$  برای آن در نظر گرفته می شود. زاویه  $\theta_{do}$ ، نشانگر موقعیت سیم پیچ میدان (و محور  $d$ ) نسبت به فاز  $a$  در  $t = 0$  می باشد. بنابراین،  $\delta \triangleq \theta_{do} - 90^\circ$  نشان می دهد که موقعیت محور  $q$  در شکل (۳-۴)،  $90^\circ$  عقب تر از محور  $d$  می باشد. برای سادگی کار  $\theta_{do} = \delta - 90^\circ$  در نظر گرفته می شود و در نتیجه:

$$\theta_d = (\omega t + \theta_{do}) = (\omega t + \delta + 90^\circ) \quad (3-14)$$

اگر از معادله (۳-۱۴) در (۳-۱۲) جایگذاری کنیم و توجه نماییم که  $\sin(\alpha + 90^\circ) = \cos \alpha$ ، برای ولتاژ مدار باز فاز  $a$  خواهیم داشت:

$$e_a' = \sqrt{2} |E_i| \cos(\omega t + \delta) \quad (3-15)$$

بنابراین ولتاژ پایانه  $v_a$  از معادله (۳-۱۱) برابر است با:

$$v_a = - Ri_a - (L_s + M_s) \frac{di_a}{dt} + \underbrace{\sqrt{2} |E_i| \cos(\omega t + \delta)}_{e_a'} \quad (3-16)$$

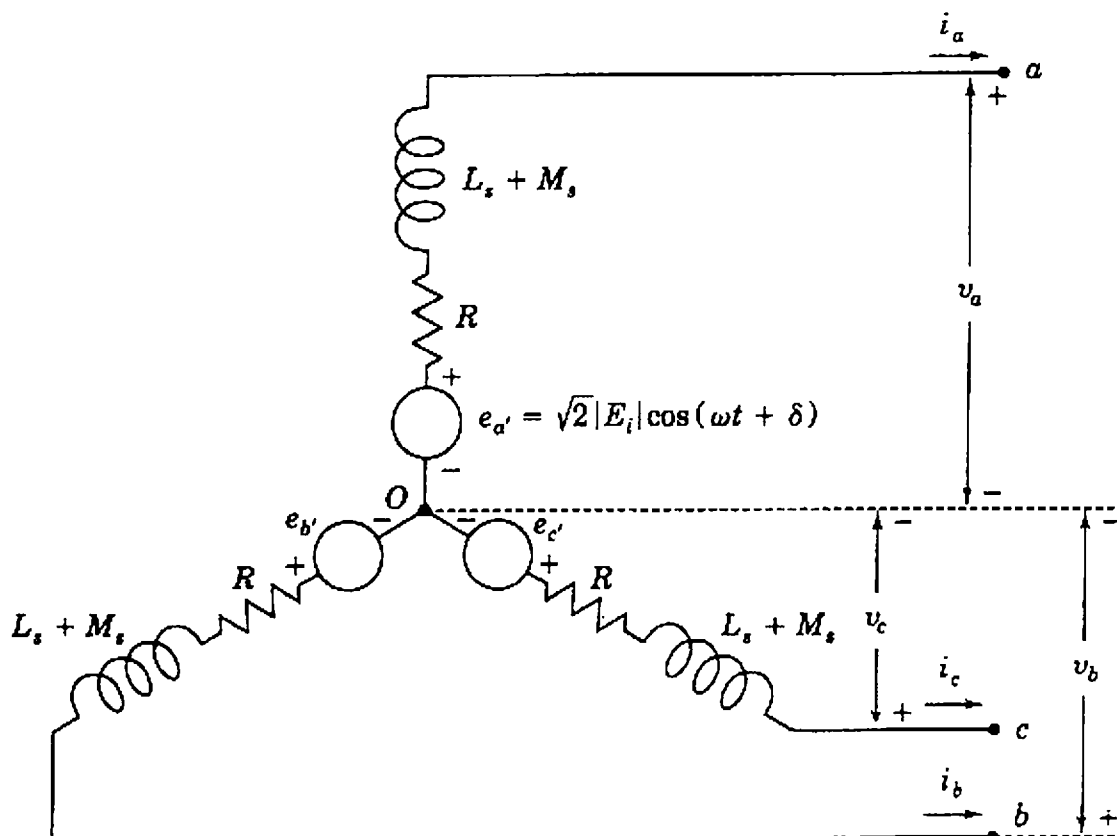
این معادله با مدار فاز  $a$  در شکل ۳-۵ تطابق دارد که در آن ولتاژ بی‌باری  $e_{a'}$  منبع بوده و بار خارجی در هر سه فاز متعادل می‌باشد.

به همین ترتیب که با  $\lambda_a$  برخورد شد می‌توان با فوران دربرگیرنده  $\lambda_b$  و  $\lambda_c$  که به وسیله معادله (۳-۱۰) داده شده است، برخورد نمود. از آن جا که سیم‌پیچهای آرمیچر یکسان هستند، نتایجی مانند معادله‌های (۳-۱۵) و (۳-۱۶) برای ولتاژهای بی‌باری  $e_{b'}$  و  $e_{c'}$  که به ترتیب نسبت به  $e_{a'}$ ،  $120^\circ$  و  $240^\circ$  پس فاز هستند به دست خواهد آمد (شکل ۳-۵). بنابراین  $e_{a'}$ ،  $e_{b'}$  و  $e_{c'}$  مجموعه سه فاز متعادل از emf ها را پایه‌ریزی می‌کنند که موجب جریانهای خط سه فاز متعادل زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} i_a &= \sqrt{2} |I_a| \cos (\omega t + \delta - \theta_a) \\ i_b &= \sqrt{2} |I_a| \cos (\omega t + \delta - \theta_a - 120^\circ) \\ i_c &= \sqrt{2} |I_a| \cos (\omega t + \delta - \theta_a - 240^\circ) \end{aligned} \quad (3-17)$$

که در آن  $|I_a|$ ، اندازه موثر و  $\theta_a$  زاویه پس‌فازی جریان  $i_a$  نسبت به  $e_{a'}$  است. هنگامی که emf ها و جریانها به صورت فازوری بیان می‌شود، شکل ۳-۵ بسیار شبیه مدار معادل شکل (۱-۱۱) می‌گردد. پیش از به کار بردن مدار معادل، به بررسی شار در برگیرنده فراسیم‌پیچ میدان می‌پردازیم. با جایگزینی  $L_{af}$ ،  $L_{bf}$  و  $L_{cf}$  از معادله‌های (۳-۴) در معادله (۳-۶) می‌توان نوشت:

$$\lambda_f = L_{ff} I_f + M_f [i_a \cos \theta_a + i_b \cos (\theta_a - 120^\circ) + i_c \cos (\theta_a - 240^\circ)] \quad (3-18)$$



شکل ۳-۵ مدار معادل آرمیچر مولد سه فاز ایده‌آل که در آن ولتاژهای بی‌باری  $e_{a'}$ ،  $e_{b'}$  و  $e_{c'}$  در حالت مانا نشان داده شده است.

جمله اول داخل کرشه را می توان بر اساس معادله (۳-۱۴) و (۳-۱۷) به صورت زیر گسترش داد:

$$i_a \cos \theta_d = \sqrt{2} |I_a| \cos (\omega t + \delta - \theta_a) \cos (\omega t + \delta + 90^\circ) \quad (3-19)$$

با اعمال اتحاد مثلثاتی  $2 \cos \alpha \cos \beta = \cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)$  در رابطه (۳-۱۹) می توان نوشت:

$$i_a \cos \theta_d = \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} \{-\sin \theta_a - \sin(2(\omega t + \delta) - \theta_a)\} \quad (3-20)$$

به همین ترتیب برای جمله های  $i_b$  و  $i_c$  معادله (۳-۱۸) می توان نوشت:

$$i_b \cos (\theta_d - 120^\circ) = \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} \{-\sin \theta_a - \sin(2(\omega t + \delta) - \theta_a - 120^\circ)\} \quad (3-21)$$

$$i_c \cos (\theta_d - 240^\circ) = \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} \{-\sin \theta_a - \sin(2(\omega t + \delta) - \theta_a - 240^\circ)\} \quad (3-22)$$

جمله های دربرگیرنده  $2\omega t$  در معادله های (۳-۲۰) تا (۳-۲۲) کمیت های سینوسی متعادل هارمونیک دوم هستند که جمع آنها در هر لحظه از زمان صفر است. مجموع جمله های داخل کرشه در معادله (۳-۱۸) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$[i_a \cos \theta_d + i_b \cos (\theta_d - 120^\circ) + i_c \cos (\theta_d - 240^\circ)] = -\frac{\sqrt{3}|I_a|}{\sqrt{2}} \sin \theta_a \quad (3-23)$$

بنابراین رابطه  $\lambda_f$  به شکل ساده تر زیر درمی آید:

$$\lambda_f = L_{ff} I_f - \frac{\sqrt{3} M_f |I_a|}{\sqrt{2}} \sin \theta_a = L_{ff} I_f + \sqrt{\frac{3}{2}} M_f i_d \quad (3-24)$$

که  $i_d$ ، جریان  $dc$  و برابر

$$i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} [i_a \cos \theta_d + i_b \cos (\theta_d - 120^\circ) + i_c \cos (\theta_d - 240^\circ)]$$

می باشد و یا با توجه به معادله (۳-۲۳) می توان نوشت:

$$i_d = -\sqrt{3} |I_a| \sin \theta_a \quad (3-25)$$

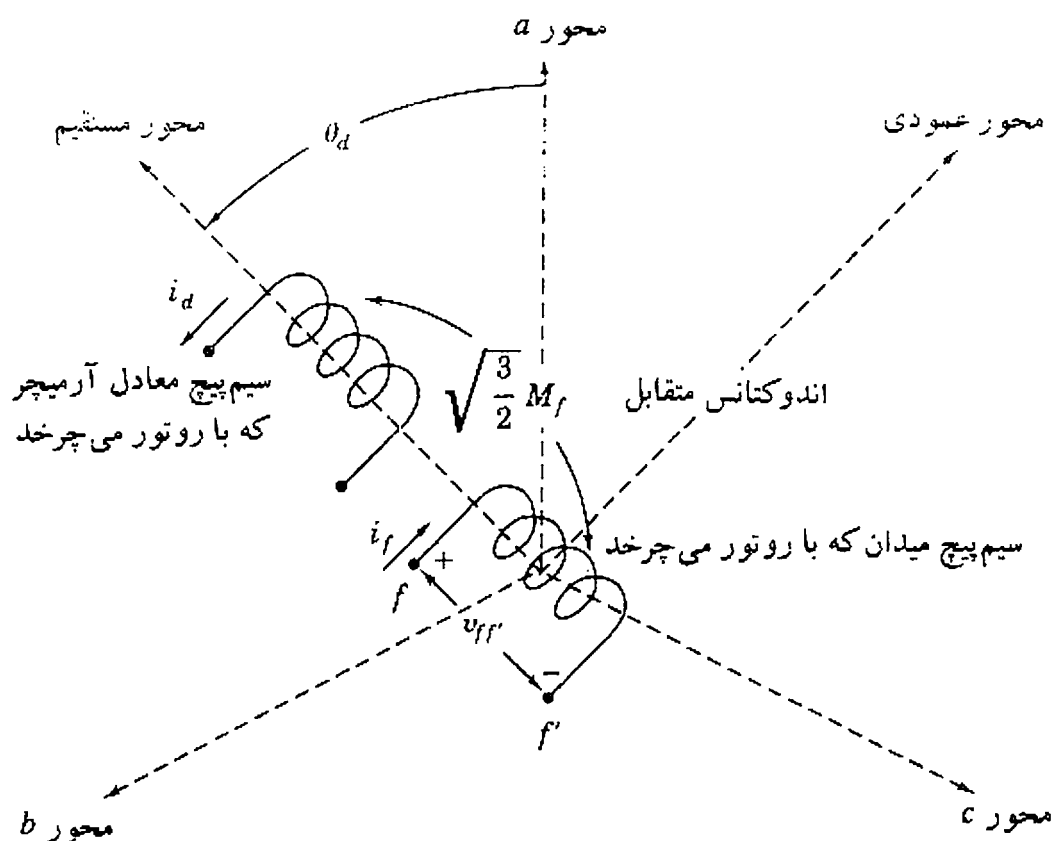
رابطه بالا در بخش های بعدی این فصل مفید خواهد بود. اکنون با توجه به معادله (۳-۲۴) مشاهده

می شود که فوران دربرگیرنده سیم پیچ میدان در اثر جریانهای  $i_a$ ،  $i_b$  و  $i_c$  با زمان تغییر نمی کند. به این ترتیب می توانیم تصور کنیم که این فورانها، از یک مدار dc فرضی می آیند که بر روی محور  $d$  قرار گرفته و یک جریان dc مانا<sup>۱</sup> از آن عبور می کند، بنابراین این مدار فرضی نسبت به سیم پیچ میدان ساکن می باشد. همچنان که در شکل ۳-۶ نشان داده شده است، دو مدار به طور همزمان با هم می چرخند و اندوکتانس متقابل بین آن دو برابر  $M_f(\sqrt{3}/2)$  می باشد. به طور معمول، سیم پیچ میدان با مقاومت  $R_f$ ، جریان  $i_f$  و ولتاژ پایانه  $v_{ff'}$  در نظر گرفته می شود، به گونه ای که:

$$v_{ff'} = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \quad (3-26)$$

از آن جا که در حالت مانا،  $\lambda_f$  با زمان تغییر نمی کند، ولتاژ میدان برابر  $v_{ff'} = R_f I_f$  خواهد شد و  $i_f = I_f$  می تواند به وسیله یک منبع dc تأمین شود.

معادله (۳-۲۵) نشان می دهد که اندازه عددی  $i_d$  به دامنه جریان آرمیچر  $|I_a|$  و زاویه پس فازی  $\theta_a$  آن نسبت به ولتاژ داخلی  $e_a'$ ، وابسته است. به ازای ضریب توان پس فاز،  $\theta_a$  مثبت است و بنابراین  $i_d$  منفی می باشد که نشان می دهد اثر مجموعه جریانهای آرمیچر  $i_a$ ،  $i_b$  و  $i_c$  مغناطیس زدای<sup>۲</sup> است، بدین معنا که  $i_d$



شکل ۳-۶ نمایش سیم پیچ آرمیچر ماشین سنکرون به وسیله یک سیم پیچ محور مستقیم با اندوکتانس متقابل  $M_f(\sqrt{3}/2)$  نسبت به سیم پیچ میدان. هر دو سیم پیچ به طور همزمان با هم می چرخند.

1- steady dc current

2- demagnetizing



با اثر مغناطیس‌کنندگی جریان میدان  $I_f$  مقابله می‌کند. برای غلبه بر این اثر مغناطیس‌زدایی،  $I_f$  باید به وسیله سیستم تحریک مولد افزایش یابد. به ازای ضریب توان پیش‌فاز،  $\theta_a$  مقدار کوچک‌تری پیدا می‌کند که نشان می‌دهد، اثر مغناطیس‌زدایی جریانهای آرمیچر (نشان داده شده با  $i_d = -\sqrt{3} |I_a| \sin\theta_a$ ) کاهش یافته و  $I_f$  می‌تواند به وسیله سیستم تحریک کم‌گردد. در یک ماشین واقعی، اثر جریانهای  $i_a$ ،  $i_b$  و  $i_c$ ، عکس‌العمل آرمیچر<sup>۱</sup> نام دارد و کنترل جریان میدان، کنترل سیستم تحریک نامیده می‌شود که در بخش ۳-۴ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

**مثال ۱-۳** کمیت‌های اندوکتانس یک مولد سنکرون سه فاز ۶۰ Hz با چشم‌پوشی از مقاومت آرمیچر برابر است با:

$$L_{aa} = L_s = ۲,۷۶۵۶ \text{ mH} \quad M_f = ۳۱,۶۹۵۰ \text{ mH}$$

$$L_{ab} = M_s = ۱,۳۸۲۸ \text{ mH} \quad L_{ff} = ۴۳۳,۶۵۶۹ \text{ mH}$$

اندازه‌های نامی ماشین، ۶۳۵ MVA، ضریب توان ۰٫۹۰ پس‌فاز، ۳۶۰۰ rpm و ۲۴ kV است. به ازای بار نامی، ولتاژ خط به خنثی و جریان خط فاز  $a$  برابر است با:

$$v_a = ۱۹۵۹۶ \cos \omega t \text{ V} \quad i_a = ۲۱۶۰۳ \cos(\omega t - ۲۵,۸۴۱۹^\circ) \text{ A}$$

اندازه ولتاژ داخلی سنکرون، جریان میدان  $I_f$  و فوران در برگیرنده سیم‌پیچ میدان را به دست آورید. همچنین این کمیتها را هنگامی که بار ۶۳۵ MVA در ولتاژ نامی با ضریب توان یک تغذیه می‌شود، پیدا کنید، جریان میدان به ازای ولتاژ نامی آرمیچر در حالت مدار باز چقدر است.

**پاسخ:** دامنه حداکثر داده شده برای  $v_a$  برابر  $۱۹۵۹۶ \text{ V}$  ( $۲۴۰۰۰ / \sqrt{3}$ )  $\sqrt{2}$  و برای  $i_a$  برابر  $۲۱۶۰۳ \text{ A}$  ( $۶۳۵۰۰ / \sqrt{3} \times ۲۴$ )  $\sqrt{2}$  می‌باشد. زاویه ضریب توان برابر  $\theta = \cos^{-1} ۰٫۹ = ۲۵,۸۴۱۹^\circ$  پس‌فاز است.

به ازای  $R = ۰$  در معادله (۱۶-۳)، ولتاژ داخلی سنکرون برابر خواهد بود با:

$$e_a = \sqrt{2} |E_i| \cos(\omega t + \delta)$$

$$= v_a + (L_s + M_s) \frac{di_a}{dt}$$

$$= v_a + (2,7656 + 1,3828) 10^{-3} \frac{di_a}{dt}$$

$$= 19596 \cos \omega t - (4,1484) 10^{-3} \times \omega \times 21603 \sin (\omega t - 25,8419^\circ)$$

با توجه به  $\omega = 120\pi$ ، می‌توان نوشت:

$$e_{a'} = \sqrt{2} |E_i| \cos (\omega t + \delta) = 19596 \cos \omega t - 33785 \sin (\omega t - 25,8419^\circ) \text{ V}$$

گسترش معادلهٔ دوم با استفاده از اتحاد مثلثاتی  $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$  نتیجه می‌دهد:

$$e_{a'} = \sqrt{2} |E_i| \cos (\omega t + \delta) = 34323 \cos \omega t - 30407 \sin \omega t$$

$$= 45855 \cos (\omega t + 41,5384^\circ) \text{ V}$$

بنابراین، دامنهٔ ولتاژ داخلی سنکرون برابر  $\sqrt{2} |E_i| = 45855 \text{ V}$  و زاویهٔ آن برابر  $\delta = 41,5384^\circ$  می‌گردد. با توجه به معادلهٔ (۳-۱۳) می‌توان نوشت:

$$I_f = \frac{\sqrt{2} |E_i|}{\omega M_f} = \frac{45855}{120\pi \times 31,695 \times 10^{-3}} = 3838 \text{ A}$$

فوران دربرگیرندهٔ سیم‌پیچ میدان از معادلهٔ (۳-۲۴) به دست می‌آید:

$$\lambda_f = L_{ff} I_f - \frac{3M_f}{\sqrt{2}} |I_a| \sin \theta_a$$

که در آن  $\theta_a$  زاویهٔ پس‌فازی  $i_a$  نسبت به  $e_{a'}$  می‌باشد. از آن جا که  $i_a$ ،  $25,8419^\circ$  عقب‌تر از  $v_a$  و  $v_a$ ،  $41,5384^\circ$  عقب‌تر از  $e_{a'}$  است، می‌توان نوشت:

$$\theta_a = 25,8419^\circ + 41,5384^\circ = 67,3803^\circ$$

$$|I_a| \sin \theta_a = \frac{21603}{\sqrt{2}} \sin 67,3803^\circ = 14100,6 \text{ A}$$

جایگزینی اندازه‌های بالا در رابطهٔ  $\lambda_f$  نتیجه می‌دهد:

$$\lambda_f = (433,6569 \times 10^{-3}) 3838 - \frac{3 \times 31,695 \times 10^{-3}}{\sqrt{2}} \times 14100,6$$

$$= 1664,38 - 948,06 = 716,32 \text{ و بر- دور}$$

به ازای ضریب توان یک، محاسبات بالا با همان ترتیب تکرار خواهد شد:

$$e_{a'} = \sqrt{2} |E_i| \cos(\omega t + \delta) = 19596 \cos \omega t - 33785 \sin \omega t$$

$$= 39057 \cos(\omega t + 59,8854^\circ) \text{ V}$$

از آن جا که  $|E_i|$ ، مستقیماً متناسب با  $I_f$  است، با توجه به محاسبات پیشین می توان نوشت:

$$I_f = \frac{39057}{45855} = 3269 \text{ A}$$

جریان  $i_a$  با  $v_a$  هم فاز است و به اندازه  $59,8854^\circ$  نسبت به  $e_{a'}$  پس فاز است. بنابراین:

$$|I_a| \sin \theta_a = 15276 \sin 59,8854^\circ = 13214 \text{ A}$$

$$\lambda_f = (433,6569 \times 10^{-3}) 3269 - \frac{3 \times 31,695 \times 10^{-3}}{\sqrt{2}} \times 13214$$

$$= 1417,62 - 888,43 = 529,19 \text{ و بر- دور}$$

بنابراین هنگامی که به ازای بار با مگا ولت آمپر و ولتاژ نامی، ضریب توان از ۰٫۹ پس فاز به ۱٫۰ افزایش می یابد، جریان میدان از ۳۸۳۸ به ۳۲۶۹ کاهش خواهد یافت. همچنین، فوران شکاف هوایی که سیم پیچ میدان مولد را دور می زند- به همراه اثر مغناطیس زدایی و اکشن آرمیچر کاهش می یابد. جریان میدان لازم برای نگه داشتن ولتاژ پایانه ماشین در مقدار نامی در حالت مدار باز، از معادله (۳-۱۳) و (۳-۱۶) به ازای  $i_a = 0$  به دست می آید:

$$I_f = \frac{\sqrt{2} |E_i|}{\omega M_f} = \frac{19596 \times 10^3}{120 \cdot \pi \times 31,695} = 1640 \text{ A}$$

### ۳-۳ راکتانس سنکرون و مدارهای معادل

شکل ۳-۴، مدل مداری- تزویجی<sup>۱</sup> یک ماشین سنکرون ایده آل روتور-گرد با اتصال ستاره را نشان می دهد. فرض شود که ماشین با سرعت سنکرون  $\omega$  می چرخد و جریان  $I_f$  میدان آن dc ثابت می باشد. با

این شرایط، مدار سه فاز متعادل شکل (۳-۵)، کارکرد حالت مانای ماشین را نشان می‌دهد. ولتاژهای بی‌باری، emf های  $e_{a'}$ ،  $e_{b'}$  و  $e_{c'}$  می‌باشد. با انتخاب فاز  $a$  به عنوان فاز مبنا برای ماشین، مدار معادل تکفاز شکل (الف ۳-۷) به دست می‌آید که در آن جریانها و ولتاژهای سینوسی حالت مانا نسبت به جریانها و ولتاژهای فاز  $b$  و  $c$  به ترتیب  $120^\circ$  و  $240^\circ$  پیش فاز هستند.

یادآوری می‌شود که زاویه فاز جریان  $i_a$  در معادله (۳-۱۷) بر اساس ولتاژ بی‌باری  $e_{a'}$  فاز  $a$  انتخاب می‌گردد. در عمل، در حالت بار داری نمی‌توان  $e_{a'}$  را اندازه‌گیری نمود، بنابراین بهتر است ولتاژ پایانه  $v_a$  به عنوان مبنا انتخاب و زاویه فاز جریان  $i_a$  نسبت به  $v_a$  سنجیده شود. پس، می‌توان نوشت:

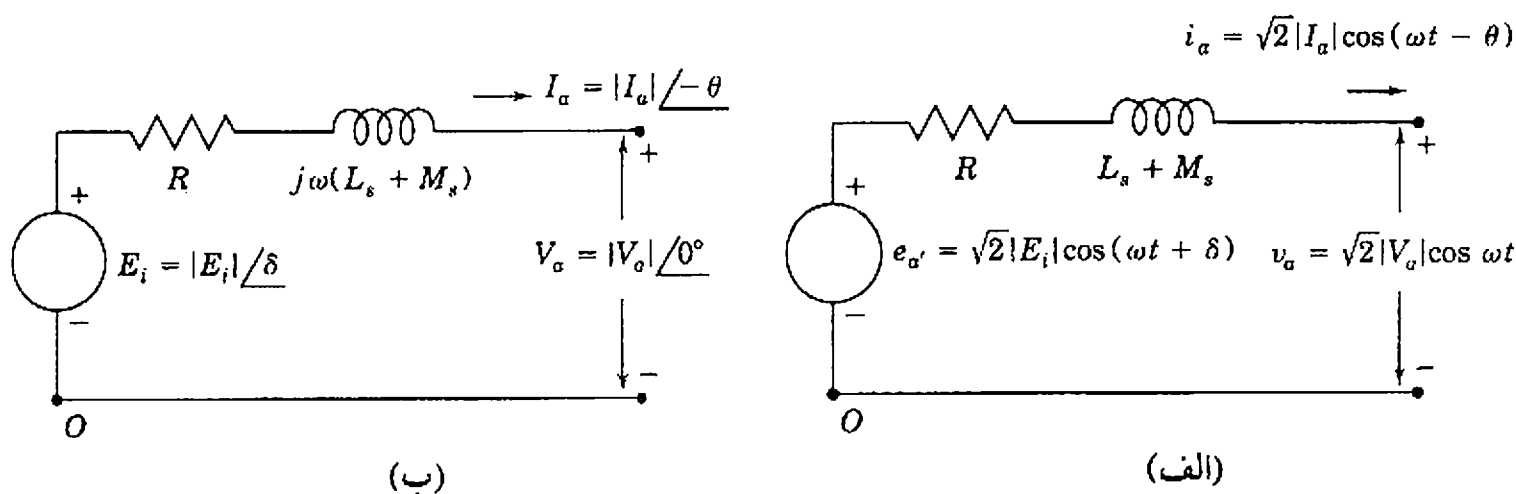
$$v_a = \sqrt{2} |V_a| \cos \omega t \quad e_{a'} = \sqrt{2} |E_i| \cos (\omega t + \delta) \quad i_a = \sqrt{2} |I_a| \cos (\omega t - \theta) \quad (3-27)$$

توجه شود که  $e_{a'}$ ، همان مقدار معادله (۳-۱۵) است، در حالی که تنها تفاوت جریان  $i_a$  با معادله (۳-۱۷)، زاویه فاز  $\theta = \theta_a - \delta$  است که در اینجا زاویه پس‌فازی  $i_a$  نسبت به ولتاژ پایانه  $v_a$  می‌باشد. معادل فازوری معادله‌های (۳-۲۷) به صورت زیر است:

$$V_a = |V_a| \angle 0^\circ \quad E_{a'} = |E_i| \angle \delta \quad I_a = |I_a| \angle -\theta \quad (3-28)$$

این کمیتها در مدار معادل شکل (ب ۳-۷) نشان داده شده است. شکل فازوری معادله ولتاژ مدار به صورت زیر است:

$$V_a = \underbrace{E_i}_{\text{ولتاژ تولیدی در بی‌باری}} - \underbrace{RI_a}_{\text{افت ولتاژ ناشی از مقاومت آرمیچر}} - \underbrace{j\omega L_s I_a}_{\text{افت ولتاژ ناشی از راکتانس خودی آرمیچر}} - \underbrace{j\omega M_s I_a}_{\text{افت ولتاژ ناشی از راکتانس متقابل}} \quad (3-29)$$



شکل ۳-۷ مدار معادل فاز مبنای  $a$  ماشین سنکرون که در آن ولتاژها و جریانها (الف) به صورت کسینوسی و (ب) به شکل فازوری نمایش داده شده است.

هنگامی که  $I_a$  نسبت به  $V_a$  پیش فاز است،  $\theta$  مقداری منفی و هنگامی که  $I_a$  نسبت به  $V_a$  پس فاز است،  $\theta$  مقداری مثبت خواهد داشت. از آن جا که شرایط تعادل برقرار است، معادله‌های فازوری (۳-۲۹) را برای فازهای  $b$  و  $c$  نیز می‌توان نوشت. مجموع  $\omega(L_s + M_s)$  از معادله (۳-۲۹) از جنس راکتانس بوده. راکتانس سنکرون  $X_d$  ماشین نامیده می‌شود. امپدانس سنکرون  $Z_d$  ماشین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z_d = R + jX_d = R + j\omega(L_s + M_s) \quad (3-30)$$

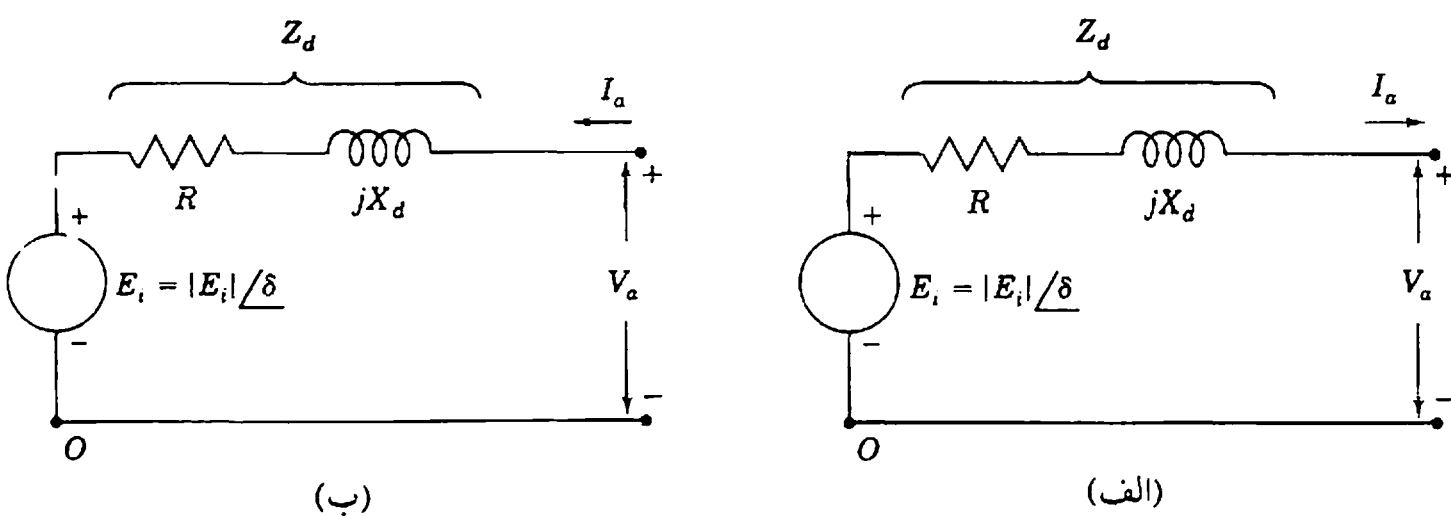
بنابراین معادله (۳-۲۹) را می‌توان به شکل فشرده‌تری نوشت:

$$V_a = E_i - I_a Z_d = E_i - I_a R - jI_a X_d \quad (3-31)$$

با توجه به معادله بالا، مدار معادل شکل (الف ۳-۸) به دست می‌آید. همچنان که در شکل (ب ۳-۸) نشان داده شده است، مدار معادل موتور سنکرون نیز مانند مولد سنکرون است، با این تفاوت که جهت جریان  $I_a$  عکس می‌گردد. بنابراین معادله ولتاژ آن به صورت زیر است:

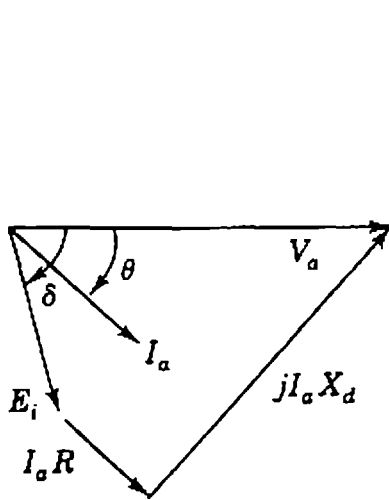
$$V_a = E_i + I_a Z_d = E_i + I_a R + jI_a X_d \quad (3-32)$$

در شکل (۳-۹) نمودار فازوری معادله‌های (۳-۳۱) و (۳-۳۲) در حالت پس فاز زاویه  $\theta$  نسبت به ولتاژ پایانه نشان داده شده است. در شکل (الف ۳-۹) برای مولد،  $E_i$  همیشه نسبت به  $V_a$  پیش فاز است و در شکل (ب ۳-۹) برای موتور،  $E_i$  همیشه نسبت به  $V_a$  پس فاز می‌باشد. بجز حالتی که یک مولد به طور جداگانه بار خاصی را تغذیه می‌کند، بیشتر ماشینهای سنکرون به



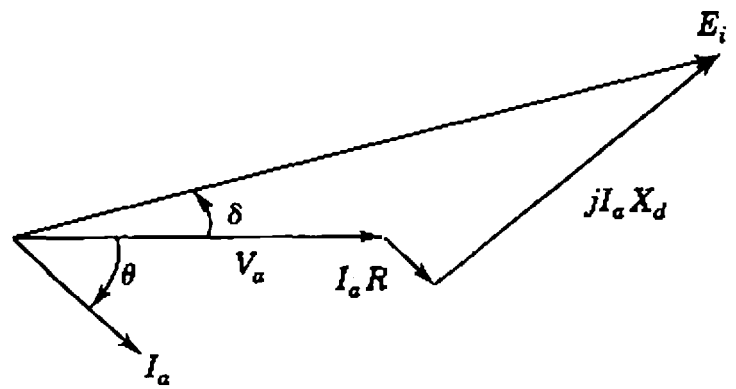
شکل ۳-۸ مدار معادل (الف) مولد سنکرون و

(ب) موتور سنکرون با امپدانس سنکرون ثابت  $Z_d = R + jX_d$



$$V_a = E_i + I_a R + j I_a X_d$$

(ب)



$$E_i = V_a + I_a R + j I_a X_d$$

(الف)

شکل ۹-۳ نمودار فازوری (الف) مولد در حالت فوق تحریک که جریان پس فاز  $I_a$  را تحویل می‌دهد؛ (ب) موتور در حالت زیر تحریک که جریان پس فاز  $I_a$  را می‌کشد.

سیستمهای قدرت بزرگ پیوسته وصل می‌شوند به گونه‌ای که ولتاژ پایانه  $V_a$  (به زودی برای تأکید  $V_t$  نامیده می‌شود) در اثر بارگذاری ماشین تغییر نمی‌کند. در این حالت، نقطه اتصال، شینه بی‌نهایت<sup>۱</sup> نامیده می‌شود بدین معنا که ولتاژ آن ثابت است و هیچ تغییر فرکانسی در اثر تغییر شرایط کار ماشین سنکرون در آن به وجود نمی‌آید.

کمیتها و مشخصات کارکرد ماشین سنکرون مانند ولتاژ و جریان معمولاً برحسب پریونیت یا اندازه‌های نرمالیزه شده بیان می‌شوند. در این حالت، مبنا داده‌های روی پلاک ماشین است. این داده‌ها به وسیله سازنده آن ارائه می‌شود. کمیتها نرمالیزه شده ماشینهای با طراحی یکسان، بدون توجه به توان نامی آنها تقریباً با هم برابرند. این حالت برای هنگامی که داده‌های یک ماشین خاص در دسترس نیست بسیار مفید است (به جدول الف-۲ ضمیمه مراجعه شود). در آرمیچر ماشین سه فاز، به طور معمول کیلو ولت آمپر مبنا همان کیلو ولت آمپر نامی سه فاز ماشین و ولتاژ مبنا بر حسب کیلو ولت، ولتاژ خط به خط نامی ماشین است. از اینرو در مدار معادل تکفاز شکل (۸-۳)، kVA مبنا برابر کیلو ولت آمپر نامی یک فاز و ولتاژ مبنا برابر ولتاژ خط به خطای ماشین می‌باشد. امیدانس مبنای آرمیچر نیز به کمک معادله (۵۴-۱) به دست می‌آید.

اگر چه ولتاژ تولید شده  $E_i$  به وسیله جریان میدان کنترل می‌شود، با این همه ولتاژ هر یک از فازهای آرمیچر می‌باشد و بر اساس مقدارهای مبنای آرمیچر نرمالیزه می‌شود. بنابراین معادله‌های (۳۱-۳) و

1- infinite bus

(۳-۳۲) را می توان بر اساس مبناهای آرمیچر، مستقیماً بصورت پریونیت نیز به کار برد.

مثال ۳-۲ مولد سنکرون  $60 \text{ Hz}$  مثال ۱-۳ بار نامی خود را در شرایط کارکرد حالت مانا تغذیه می نماید. مقادیر مبنا را همان مقادیر نامی ماشین در نظر گرفته، اندازه راکتانس سنکرون و نمایش فازوری کمیتهای استاتور  $V_a$ ،  $I_a$  و  $E_i$  را برحسب پریونیت به دست آورید. اگر جریان مبنای میدان، اندازه ای از  $I_f$  باشد که ولتاژ نامی را در حالت مدار باز در پایانه آرمیچر ایجاد نماید، اندازه  $I_f$  را در شرایط کارکرد تعیین شده پیدا نماید.

پاسخ: با توجه به مثال (۳-۱) برای آرمیچر می توان نوشت:

$$\text{مبنا kVA} = 635000 \text{ kVA}$$

$$\text{مبنا kV}_{LL} = 24 \text{ kV}$$

$$\text{جریان مبنا} = \frac{635000}{\sqrt{3} \times 24} = 15275,726 \text{ A}$$

$$\text{امپدانس مبنا} = \frac{24^2}{635} = 0,9071 \Omega$$

با استفاده از اندازه های داده شده برای کمیتهای اندوکتانس  $L_s$  و  $M_s$  آرمیچر می توان نوشت:

$$X_d = \omega (L_s + M_s) = 120\pi (2,7656 + 1,3828) \times 10^{-3} = 1,5639 \Omega$$

که اندازه آن برحسب پریونیت برابر است با:

$$X_d = \frac{1,5639}{0,9071} = 1,7241$$

بار با ولتاژ نامی که ولتاژ مبنا نیز می باشد، تغذیه می شود، بنابراین چنانچه ولتاژ  $V_a$ ، فازور مبنا در نظر گرفته شود، می توان نوشت:

$$V_a = 1,0 \angle 0^\circ \text{ پریونیت}$$

اندازه rms جریان بار برابر  $|I_a| = \frac{635000}{(\sqrt{3} \times 24)} \text{ A}$  است که جریان مبنای می باشد. بنابراین  $|I_a| = 1,0$  پریونیت است و از آن جا که زاویه ضریب توان بار برابر  $\theta = \cos^{-1} 0,9 = 25,8419^\circ$  پس فاز می باشد، شکل فازوری جریان پس فاز  $I_a$  برابر خواهد بود با:

$$I_a = |I_a| \angle -\theta = 1,0 \angle -25,8419^\circ \text{ پریونیت}$$

ولتاژ سنکرون داخلی  $E_i$  از معادله (۳-۳۱) به ازای  $R = 0$  به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} E_i &= V_a + jX_d I_a \\ &= 1,0 \angle 0^\circ + j1,7241 \times 1,0 \angle -25,8419^\circ \\ &= 1,7515 + j1,5517 = 2,340 \angle 41,5384^\circ \text{ پریونیت} \end{aligned}$$

در مثال (۳-۱) جریان میدان مبنا (که جریان لازم برای تولید ۱ پریونیت ولتاژ مدار باز آرمیچر می‌باشد) برابر  $A = 1640$  بود. بنابراین، از آن جا که  $|E_i|$  به طور مستقیم متناسب با  $I_f$  است، جریان تحریک در شرایط کار تعیین شده برابر  $A = 3838 = 1640 \times 2,34$  خواهد شد.

بهرتر است خوانندگان علاقمند، نمودار فازوری نتیجه‌های به دست آمده برای این مثال را رسم نمایند و روش محاسبه فازوری را با روش محاسبه در حوزه زمان (مثال ۳-۱) مقایسه کنند.

### ۳-۴ کنترل توان حقیقی و مجازی

هنگامی که ماشین سنکرون به یک شینه بی‌نهایت وصل می‌شود، سرعت و ولتاژ پایانه آن ثابت بوده تغییر نخواهد کرد. دو متغیر قابل کنترل ماشین، جریان میدان و گشتاور مکانیکی محور می‌باشد. با تغییر جریان میدان - که کنترل سیستم تحریک نامیده می‌شود - می‌توان اندازه توان مجازی تولیدی یا دریافتی به وسیله مولد یا موتور را کنترل نمود. از آن جا که ماشین سنکرون با سرعت ثابت می‌چرخد، تنها وسیله تغییر توان حقیقی، کنترل گشتاور اعمالی به محور به وسیله محرک اولیه<sup>۱</sup> در حالت مولد یا به وسیله بار در حالت موتور می‌باشد.

بهرتر است هنگام بررسی کنترل توان مجازی مولد با روتور گرد از مقاومت چشم‌پوشی شود. فرض شود که مولد در حال تحویل توان است به گونه‌ای که زاویه معین  $\delta$  بین ولتاژ پایانه  $V_t$  و ولتاژ تولیدی  $E_i$  ماشین وجود دارد (به شکل الف ۳-۱۰ مراجعه شود). توان مختلط تحویلی به سیستم به وسیله مولد برحسب پریونیت برابر است با:

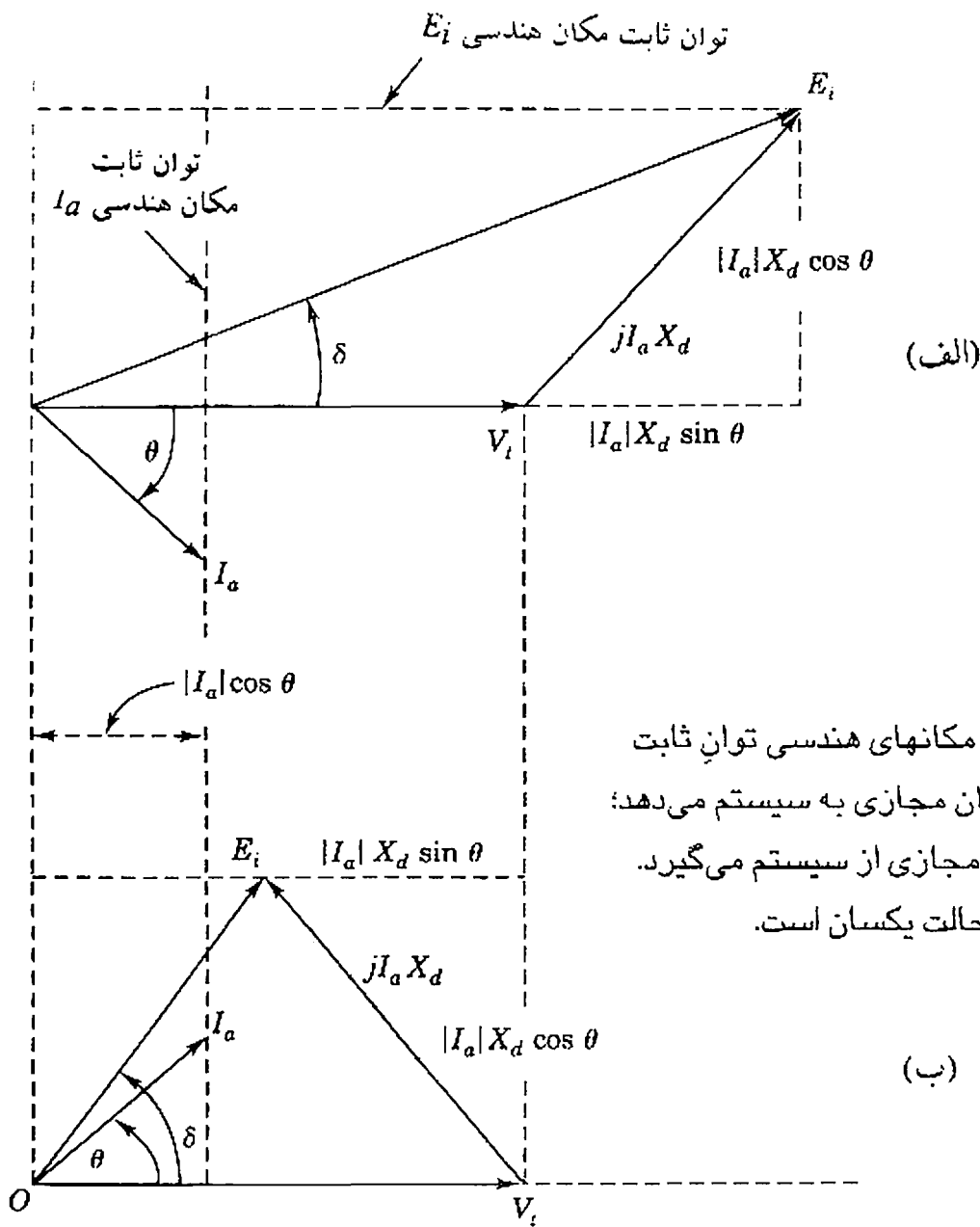
$$S = P + jQ = V_t I_a^* = |V_t| |I_a| (\cos \theta + j \sin \theta) \quad (3-33)$$

با توجه به رابطه بالا، توان حقیقی و مجازی برابر خواهد بود:

$$P = |V_t| |I_a| \cos \theta \quad Q = |V_t| |I_a| \sin \theta \quad (3-34)$$

1- prime mover





شکل ۱۰-۳ نمودار فازوری مکانهای هندسی توان ثابت (الف) مولد فوق تحریک که توان مجازی به سیستم می‌دهد؛ (ب) مولد زیر تحریک که توان مجازی از سیستم می‌گیرد. اندازه توان حقیقی در هر دو حالت یکسان است.

یادآور می‌شود که  $Q$  برای ضریب توانهای پس‌فاز مثبت است زیرا اندازه عددی زاویه  $\theta$  مثبت می‌باشد. چنانچه لازم باشد که توان معین  $P$  از مولد به سیستم با ولتاژ ثابت تحویل گردد، با توجه به معادله (۳-۳۴) روشن است که  $|I_a| \cos \theta$  باید ثابت بماند. همچنان که جریان dc میدان  $I_f$  به ازای این شرایط تغییر می‌کند، ولتاژ تولیدی  $E_i$  نیز متناسب با آن برای ثابت نگه‌داشتن  $|I_a| \cos \theta$  تغییر خواهد کرد. به مکانهای هندسی شکل (الف ۱۰-۳) مراجعه شود. شرط تحریک طبیعی<sup>۱</sup> عبارت است از:

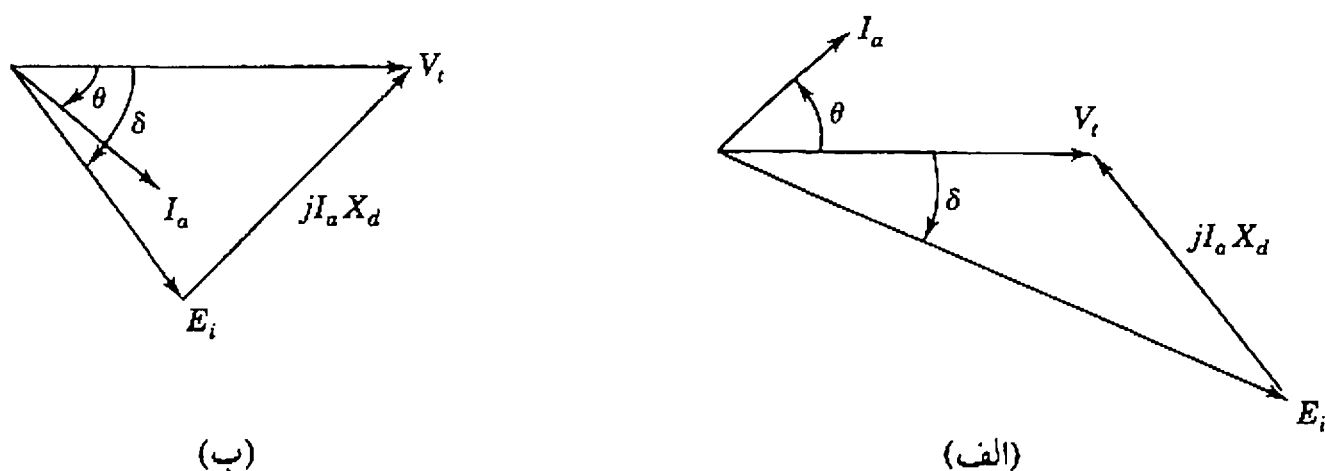
$$|E_i| \cos \delta = |V_t| \quad (۳-۳۵)$$

همچنین با توجه به  $|E_i| \cos \delta > |V_t|$  یا  $|E_i| \cos \delta < |V_t|$  ماشین در حالت فوق تحریک یا زیر تحریک قرار خواهد گرفت. با توجه به شرایط شکل (الف ۱۰-۳)، مولد در حالت فوق تحریک قرار دارد

و توان مجازی  $Q$  را به سیستم تحویل می دهد بنابراین، از دیدگاه سیستم ماشین همانند یک خازن عمل می کند. شکل (ب) (۳-۱۰) برای یک مولد زیر تحریک می باشد که همان مقدار توان حقیقی و یک جریان پیش فاز را به سیستم تحویل می دهد، و یا می توان گفت که جریان پس فاز از سیستم می کشد. مولد زیر تحریک توان مجازی از سیستم می گیرد و در این حالت مانند یک سلف عمل می کند. بهتر است خوانندگان این کارکرد را با توجه به واکنش آرمیچر که به وسیله معادله های (۳-۲۴) و (۳-۲۵) بیان گردید، تشریح نمایند.

شکل (۳-۱۱) یک موتور سنکرون فوق تحریک و زیر تحریک را - که همان توان حقیقی را در همان ولتاژ پایانه مصرف می کند - نشان می دهد. موتور فوق تحریک جریان پیش فاز می کشد و مانند یک مدار خازنی عمل می کند که از دیدگاه شبکه یک تولید کننده توان مجازی به حساب می آید. موتور زیر تحریک جریان پس فاز می کشد، توان مجازی جذب کرده و از دید شبکه مانند یک مدار سلفی عمل می کند. بنابراین به طور خلاصه از شکل (۳-۱۰) و (۳-۱۱) نتیجه می شود که مولد و موتور فوق تحریک به سیستم توان مجازی تحویل می دهند و مولد و موتور زیر تحریک از سیستم توان مجازی می گیرند.

اکنون توان حقیقی  $P$  که به وسیله باز و بسته کردن شیر بخار (یا آب) ورودی به توربین کنترل می شود، مورد بررسی قرار می گیرد. اگر توان ورودی به مولد افزایش یابد، سرعت موتور نیز بیشتر شده و چنانچه جریان میدان  $I_f$  و در نتیجه  $|E_i|$  ثابت نگه داشته شود، زاویه  $\delta$  بین  $E_i$  و  $V_t$  افزایش پیدا خواهد کرد. افزایش  $\delta$ ،  $|I_a| \cos\theta$  بزرگتر را نتیجه می دهد و چنین به نظر می رسد که در شکل های (الف) و (ب) (۳-۱۰) فازور  $E_i$  در جهت خلاف عقربه های ساعت می چرخد. بنابراین مولد با  $\delta$  بزرگتر، توان بیشتری به شبکه می دهد، گشتاور مقاوم<sup>۱</sup> بیشتری بر محرک اولیه اعمال می کند و در نتیجه ورودی آمده از محرک اولیه دوباره در سرعتی متناظر با فرکانس شینه بی نهایت برقرار می گردد. استدلال مشابهی نیز برای موتور به کار می رود.



شکل ۳-۱۱ نمودار فازوری موتور سنکرون (الف) فوق تحریک و

(ب) زیر تحریک که جریان  $I_a$  و توان ثابت را در ولتاژ پایانه ثابت مصرف می کند.

1- countertorque

وابستگی  $P$  به زاویه توان  $\delta$  را می‌توان به صورت زیر نشان داد. چنانچه:

$$|V_t| = |V_t| \angle 0^\circ \quad \text{و} \quad |E_i| = |E_i| \angle \delta$$

و  $V_t$  و  $E_i$  برحسب ولت نسبت به خنثی یا پرینیت باشد، آنگاه:

$$I_a = \frac{|E_i| \angle \delta - |V_t|}{jX_d} \quad \text{و} \quad I_a^* = \frac{|E_i| \angle -\delta - |V_t|}{-jX_d} \quad (3-36)$$

بنابراین، توان مختلط تحویلی به سیستم در پایانه‌های مولد برابر است با:

$$\begin{aligned} S = P + jQ = V_t I_a^* &= \frac{|V_t| |E_i| \angle -\delta - |V_t|^2}{-jX_d} \\ &= \frac{|V_t| |E_i| (\cos \delta - j \sin \delta) - |V_t|^2}{-jX_d} \end{aligned} \quad (3-37)$$

بخشهای حقیقی و مجازی معادله (۳-۳۷) برابر است با:

$$P = \frac{|V_t| |E_i|}{X_d} \sin \delta \quad Q = \frac{|V_t|}{X_d} (|E_i| \cos \delta - |V_t|) \quad (3-38)$$

هنگامی که  $V_t$  و  $E_i$  در معادله (۳-۳۸) به جای پرینیت برحسب ولت بیان می‌شود، باید دقت داشت که  $V_t$  و  $E_i$ ، ولتاژهای خط به خنثی و  $P$  و  $Q$  کمیت‌های مربوط به یک فاز است. چنانچه ولتاژهای خط به خط برای  $V_t$  و  $E_i$  در نظر گرفته شود،  $P$  و  $Q$  کمیت‌های سه فاز خواهند بود.  $P$  و  $Q$  پرینیت به دست آمده از معادله (۳-۳۸)، بسته به این که توان سه فاز یا توان تکفاز مورد نیاز باشد، در مگاوات آمپر سه فاز مینا یا مگا ولت آمپر تکفاز مینا ضرب خواهد شد.

چنانچه  $|E_i|$  و  $|V_t|$  ثابت باشد، معادله (۳-۳۸) به روشنی وابستگی  $P$  را به زاویه قدرت  $\delta$  نشان می‌دهد. با وجود این، اگر  $P$  و  $V_t$  ثابت باشند، معادله (۳-۳۸) نشان می‌دهد که چنانچه  $|E_i|$  به وسیله تقویت جریان dc میدان افزایش یابد،  $\delta$  کاهش خواهد یافت. به ازای  $P$  ثابت در معادله (۳-۳۸) اگر  $Q$  مثبت باشد، هم افزایش  $|E_i|$  و هم کاهش  $\delta$  سبب افزایش  $Q$  خواهد شد، ولی اگر پیش از تقویت تحریک،  $Q$  منفی بوده باشد، افزایش  $|E_i|$  یا کاهش  $\delta$  سبب کاهش اندازه  $Q$  و شاید هم مثبت شدن آن خواهد شد. این مشخصه‌های کارکرد مولد در بخش ۳-۵ به طور ترسیمی نمایان خواهند گردید.

**مثال ۳-۳** مولد مثال ۳-۱ دارای راکتانس سنکرون  $X_d = ۱,۷۲۴۱$  پریونیت بوده و به یک سیستم بسیار بزرگ وصل می‌باشد. ولتاژ پایانه  $۱,۰ \angle ۰^\circ$  پریونیت است و مولد جریان  $۰,۸$  پریونیت را در ضریب توان  $۰,۹$  پس فاز به سیستم تحویل می‌دهد. همه اندازه‌های پریونیت بر اساس مقادیر مبنای ماشین می‌باشند. از مقاومت چشم‌پوشی کرده، اندازه و زاویه ولتاژ داخلی سنکرون  $|E_i|$ ؛  $P$  و  $Q$  تحویلی به شینه بی‌نهایت را پیدا کنید. چنانچه توان حقیقی خروجی از مولد ثابت بماند اما تحریک آن (الف)  $۲۰\%$  افزایش و (ب)  $۲۰\%$  کاهش یابد، زاویه  $\delta$  بین  $E_i$  و ولتاژ پایانه شینه، و  $Q$  تحویلی به شینه به وسیله مولد چقدر خواهد شد.

**پاسخ:** زاویه ضریب توان برابر  $\theta = \cos^{-1} ۰,۹ = ۲۵,۸۴۱۹^\circ$  پس فاز است. بنابراین ولتاژ داخلی با استفاده از معادله (۳-۳۱) برابر است با:

$$\begin{aligned} E_i &= |E_i| \angle \delta^\circ = V_t + jX_d I_a \\ &= ۱,۰ \angle ۰^\circ + j۱,۷۲۴۱ \times ۰,۸ \angle -۲۵,۸۴۱۹^\circ \\ &= ۱,۶۰۱۲ + j ۱,۲۴۱۴ = ۲,۰۲۶۱ \angle ۳۷,۷۸۶۲^\circ \text{ پریونیت} \end{aligned}$$

معادله (۳-۳۸)،  $P$  و  $Q$  خروجی از مولد را به دست می‌دهد:

$$P = \frac{|V_t| |E_i|}{X_d} \sin \delta = \frac{۱,۰ \times ۲,۰۲۶۱}{۱,۷۲۴۱} \sin ۳۷,۷۸۶۲^\circ = ۰,۷۲۰۰ \text{ پریونیت}$$

$$Q = \frac{|V_t|}{X_d} (|E_i| \cos \delta - |V_t|) = \frac{۱,۰}{۱,۷۲۴۱} (۱,۶۰۱۲ - ۱,۰) = ۰,۳۴۸۷ \text{ پریونیت}$$

(الف) افزایش  $۲۰\%$  تحریک به ازای  $P$  و  $V_t$  ثابت، نتیجه می‌دهد:

$$\frac{|V_t| |E_i|}{X_d} \sin \delta = \frac{۱,۰ \times ۱,۲ \times ۲,۰۲۶۱}{۱,۷۲۴۱} \sin \delta = ۰,۷۲$$

$$\delta = \sin^{-1} \left( \frac{۰,۷۲ \times ۱,۷۲۴۱}{۱,۲۰ \times ۲,۰۲۶۱} \right) = ۳۰,۷۰۱۶^\circ$$

و اندازه جدید  $Q$  تحویلی به وسیله مولد برابر است با:

$$Q = \frac{۱,۰}{۱,۷۲۴۱} [۱,۲۰ \times ۲,۰۲۶۱ \cos (۳۰,۷۰۱۶^\circ) - ۱,۰] = ۰,۶۳۲۵ \text{ پریونیت}$$

(ب) به ازای کاهش ۲۰٪ تحریک می‌توان نوشت:

$$\frac{|V_i| \cdot |E_i|}{X_d} \sin \delta = \frac{1,0 \times 0,80 \times 2,0261}{1,7241} \sin \delta = 0,72$$

$$\delta = \sin^{-1} \left( \frac{0,72 \times 1,7241}{0,80 \times 2,0261} \right) = 49,9827^\circ$$

و  $Q$  تحویلی به وسیله مولد برابر است با:

$$Q = \frac{1,0}{1,7241} [0,80 \times 2,0261 \cos(49,9827^\circ) - 1,0] = 0,0245 \text{ پریونیت}$$

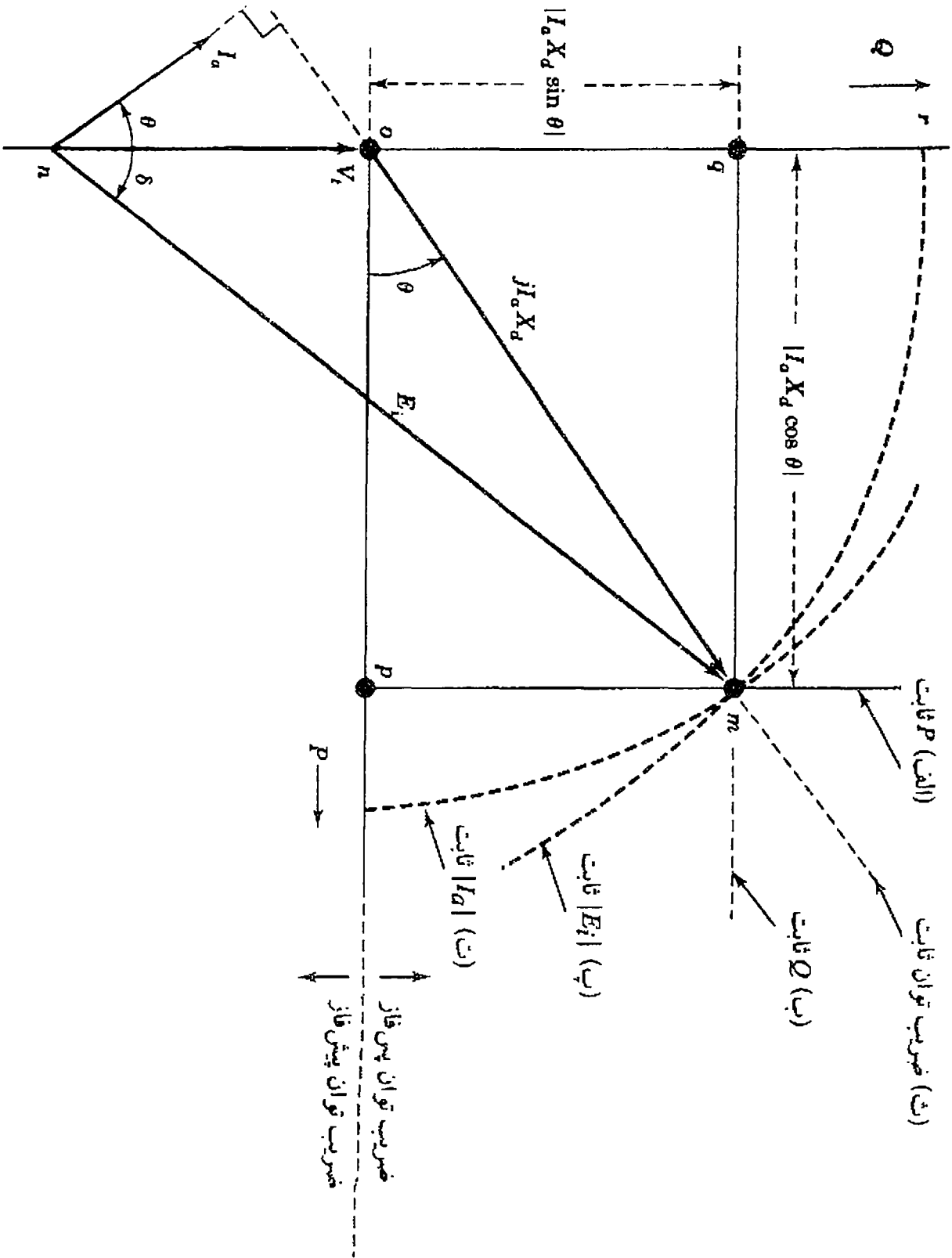
بدین ترتیب مشاهده گردید که چگونه تحریک، توان مجازی خروجی مولد را کنترل می‌کند.

### ۳-۵ نمودار توانایی بارگذاری

همه شرایط کارکرد طبیعی یک مولد با روتور گرد و متصل به شینه بی‌نهایت را می‌توان به وسیله یک نمودار نشان داد. این نمودار، نمودار توانایی بارگذاری<sup>۱</sup> یا نمودار بهره‌برداری<sup>۲</sup> ماشین نامیده می‌شود. این نمودار از نظر بهره‌برداران نیروگاه که مسئولیت بارگیری صحیح و بهره‌برداری مولد را برعهده دارند بسیار مهم است.

نمودار بر این اساس تشکیل شده است که ولتاژ پایانه مولد، ثابت و مقاومت آرمیچر آن ناچیز می‌باشد. تشکیل این نمودار، با نمودار فازوری شکل (الف ۱۰-۳) که در آن  $V_t$  به عنوان مبنا در نظر گرفته شده است، آغاز می‌گردد. با چرخاندن تصویر آینه‌ای شکل (الف ۱۰-۳)، نمودار فازوری شکل ۱۲-۳ به دست می‌آید. این نمودار، پنج مکان هندسی گذرنده از نقطه کار  $m$  را نشان می‌دهد. این مکانهای هندسی نشانگر پنج حالت کارکرد ممکن است که در هر یک از آنها یکی از کمیت‌های واحد تولیدکننده ثابت نگه داشته می‌شود.

تحریک ثابت: مرکز دایره تحریک ثابت، نقطه  $n$  و طول شعاع آن  $n-m$  است. شعاع  $n-m$  برابر با اندازه ولتاژ  $|E_i|$  است که بر اساس معادله (۱۳-۳) با ثابت نگه داشتن جریان dc سیم‌پیچ میدان  $(I_f)$ ، ثابت باقی خواهد ماند.



شکل ۳-۱۲ نمودار فازوری به دست آمده از تصویر آینه‌ای شکل (الف) ۱-۳ که پنج مکان هندسی گذرنده از نقطه  $m$  را نشان می‌دهد.  
 (الف) توان ثابت  $P$ ; (ب) توان مجازی ثابت  $Q$ ; (پ) ولتاژ داخلی ثابت  $|E_g|$ ; (ت) جریان آرمیچر ثابت  $|I_a|$ ; (ث) زاویه ضریب توان ثابت  $\theta$ .

$|I_a|$  ثابت: دایره جریان آرمیچر ثابت دارای مرکز  $o$  و شعاع  $o-m$  متناسب با اندازه ثابت  $|I_a|$  است. از آن جا که  $|V_t|$  ثابت است، نقطه‌های کار روی این مکان هندسی، بر مگاوات آمپر خروجی ثابت ( $|V_t| |I_a|$ ) از مولد دلالت دارد.

توان ثابت: توان حقیقی خروجی ماشین برابر  $P = |V_t| |I_a| \cos\theta$  پریونیت است. از آن جا که  $|V_t|$  ثابت است، خط عمودی  $m-p$  در فاصله ثابت  $|I_a| \cos\theta$  از محور عمودی  $o-n$  بیانگر نقاط کار با  $P$  ثابت می‌باشد. مگاوات خروجی مولد - بدون توجه به ضریب توان - همواره مثبت است.

توان مجازی ثابت: چنانچه زاویه  $\theta$  برای ضریب توانهای پس فاز، مثبت در نظر گرفته شود، توان مجازی خروجی ماشین برحسب پریونیت از رابطه  $Q = |V_t| |I_a| \sin\theta$  به دست می‌آید. هنگام ثابت بودن  $|V_t|$ ، خط افقی  $q-m$  در فاصله ثابت  $|I_a| |\sin\theta|$  از محور افقی نشانگر مکان هندسی نقطه‌های کار با  $Q$  ثابت است. به ازای ضریب توان یک،  $Q$  خروجی صفر بوده نقطه کار بر محور افقی  $o-p$  قرار می‌گیرد. به ازای ضریب توانهای پس فاز (پیش فاز)،  $Q$  خروجی مثبت (منفی) بوده و نقطه کار در نیم صفحه بالایی (پایینی) خط  $o-p$  قرار می‌گیرد.

ضریب توان ثابت: خط شعاعی  $o-m$  نشانگر زاویه ضریب توان ثابت  $\theta$  بین جریان آرمیچر  $I_a$  و ولتاژ پایانه  $V_t$  می‌باشد. در شکل ۳-۱۲، زاویه  $\theta$  برای بار پس فاز می‌باشد. هنگامی که  $\theta = 0$  باشد، ضریب توان برابر یک بوده نقطه کار بر محور افقی  $o-p$  قرار می‌گیرد نیم صفحه پایینی محور افقی برای ضریب توانهای پیش فاز به کار می‌رود.

شکل ۳-۱۲ بسیار سودمند خواهد بود اگر محورهای آن برای نمایش  $P$  و  $Q$  بارهای مولد درجه بندی شود. از اینرو معادلات (۳-۳۸) را چنین می‌نویسیم:

$$P = \frac{|E_i| |V_t|}{X_d} \sin \delta \quad \left( Q + \frac{|V_t|^2}{X_d} \right) = \frac{|E_i| |V_t|}{X_d} \cos \delta \quad (3-39)$$

از آن جا که  $\sin^2\delta + \cos^2\delta = 1$  است، به توان دو رساندن معادله‌های (۳-۳۹) و جمع کردن آنها با هم نتیجه می‌دهد:

$$(P)^2 + \left( Q + \frac{|V_t|^2}{X_d} \right)^2 = \left( \frac{|E_i| |V_t|}{X_d} \right)^2 \quad (3-40)$$

معادله بالا به شکل  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  است که معادله یک دایره با مرکز  $(x = a, y = b)$  و

شعاع ۲ می باشد. بنابراین مکان هندسی  $P$  و  $Q$ ، دایره به شعاع  $\frac{|E_i| |V_i|}{X_d}$  و مرکز  $(\frac{-|V_i|^2}{X_d}, 0)$  می باشد. این دایره را می توان از ضرب طول هر یک از فازورهای شکل (۱۲-۳) در  $\frac{|V_i|}{X_d}$  به دست آورد و یا آن را از نو درجه بندی کرد تا به شکل (۱۳-۳) تبدیل شود که در آن محور افقی  $P$ ، محور عمودی  $Q$  و مبدأ  $o$  است، در محور عمودی شکل (۱۳-۳)، فاصله  $o-n$  برابر  $\frac{|V_i|^2}{X_d}$  از توان مجازی می باشد که  $V_i$  ولتاژ پایانه است. معمولاً، نمودار بارگذاری برای  $|V_i| = 1.0$  پریونیت تشکیل می شود که در آن فاصله  $o-n$  نشانگر توان مجازی برابر  $\frac{1}{X_d}$  پریونیت می باشد. بنابراین فاصله  $o-n$  کلیدی برای درجه بندی توان حقیقی و مجازی روی محور  $P$  و  $Q$  است.

نمودار بارگذاری<sup>۱</sup> مولد سنکرون را می توان به شکل کاربردی تر با در نظر گرفتن حداکثر گرمای مجاز (تلفات  $I^2R$ ) در سیم پیچهای آرمیچر و میدان به همراه محدودیتهای توان محرک اولیه و گرما در هسته آرمیچر به دست آورد. برای روشن شدن موضوع، مرحله های تشکیل نمودار توانایی بارگذاری شکل ۱۴-۳ در زیر آمده است. این نمودار برای توربو ژنراتور با اندازه های نامی  $635 \text{ MVA}$ ،  $24 \text{ kV}$ ، ضریب توان  $0.9$  و  $X_d = 172.41\%$  رسم شده است.

●  $|V_i| = 1.0$  پریونیت بر مبنای ولتاژ نامی ماشین در نظر گرفته شود.

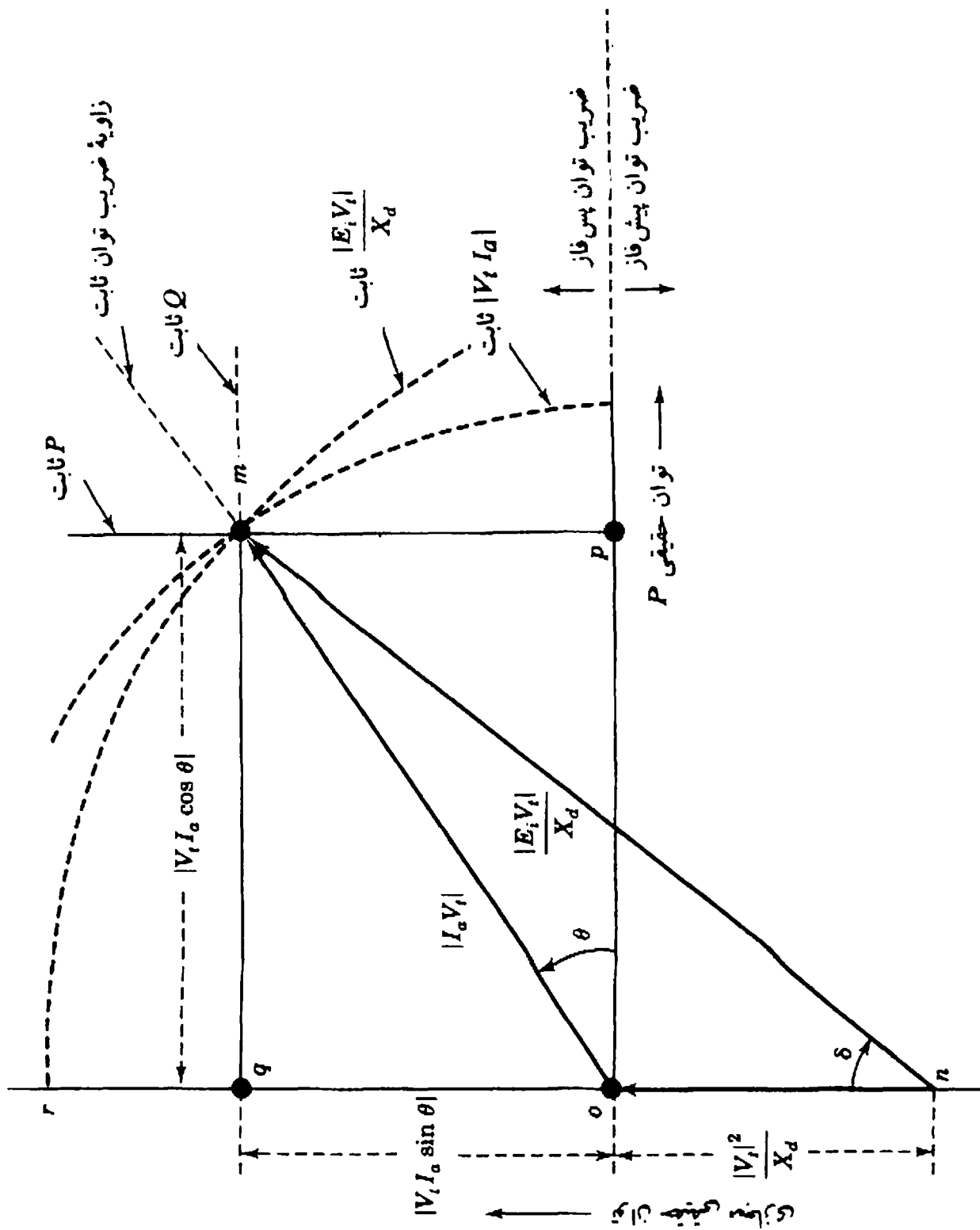
● از یک مقیاس ولت آمپر مناسب استفاده کرده، نقطه  $n$  را بر محور عمودی به گونه ای انتخاب کنید که طول  $o-n$  برابر  $\frac{1}{X_d}$  پریونیت بر مبنای اندازه های نامی ماشین گردد. در این مثال  $X_d = 172.41$  پریونیت می باشد. بنابراین فاصله  $o-n$  در شکل ۱۴-۳ برابر  $\frac{1}{X_d} = 0.58$  پریونیت بر محور عمودی  $Q$  خواهد شد. همان مقیاس قبلی برای توان حقیقی بر حسب پریونیت در محور افقی به کار می رود.

● در طول محور  $P$ ، فاصله ای را برای حداکثر توان خروجی محرک اولیه در نظر بگیرید. برای مثال مورد نظر، مگا وات مجاز توربین در شکل (۱۴-۳) برابر  $1700$  پریونیت بر مبنای مگا ولت آمپر نامی ماشین فرض شده است. یک خط عمودی برای  $P = 1700$  پریونیت رسم کنید.

● فاصله  $o-m = 1.0$  پریونیت را بر خط شعاعی گذرنده از مبدأ با زاویه ضریب توان نامی  $\theta$  که در این حالت برابر  $0.9$  است، انتخاب نمایید. به مرکز  $o$  و شعاع  $o-m$  کمان مگا ولت آمپر پریونیت را رسم کنید. این کمان، محدوده جریان آرمیچر را مشخص می سازد.

● برای تشکیل کمان  $m-r$  مربوط به حداکثر تحریک مجاز، دایره ای به مرکز  $n$  و شعاع  $n-m$  رسم کنید. این کمان دایره ای نشانگر حداکثر جریان میدان مجاز می باشد. دایره تحریک ثابت با شعاع  $o-n$  معمولاً تحریک  $100\%$  یا  $1.0$  پریونیت را نشان می دهد، بنابراین شکل (۱۴-۳) حد جریان میدان را که در تحریک  $2/340$  پریونیت رخ می دهد نشان می دهد که (طول  $o-n$ ) / (طول  $r-n$ ) بر محور  $Q$  می باشد.





شکل ۳-۱۳ نمودار فازوری که از ضریب (درجه بندی دوباره) همه فاصله های شکل (۳-۱۲) در  $|V_i/X_d|$  به دست آمده است.

● در تحریک‌های خیلی کوچک که واراز سیستم به ماشین وارد می‌شود، یک حد زیر تحریک نیز به کار می‌رود. این حد زیر تحریک مطابق بحث زیر توسط کارخانه سازنده طراحی می‌شود.

در شکل ۱۴-۳ نقطه  $m$  با مگا ولت آمپر نامی ژنراتور در ضریب قدرت نامی پس‌فاز تطابق دارد. طراح ماشین باید به قدر کافی جریان تحریک در نظر بگیرد تا از بهره‌برداری فوق تحریک مولد در نقطه نامی  $m$  حمایت کند. سطح جریان تحریک به این مقدار ماکزیمم در امتداد کمان دایره‌ای  $m-2$  محدود می‌شود، و بنابراین توانایی ژنراتور برای تحویل دادن  $Q$  به سیستم کاهش می‌یابد. در عمل، اشباع ماشین مقدار راکتانس سنکرون  $X_d$  را کاهش می‌دهد، و به این دلیل بیشتر منحنی‌های سازندگان نسبت به این منحنی تئوری حد مجاز گرم شدن تحریک - که در اینجا شرح داده شد - جابجا می‌شود.

تصویر آینه‌ای  $m$ ، نقطه کار  $m'$  در ناحیه زیر تحریک است. بهره‌برداران نیروگاه سعی دارند از شرایط کاری در ناحیه زیر تحریک منحنی توانایی به دو دلیل مختلف اجتناب کنند. اولین دلیل به پایداری حالت دائم سیستم ارتباط دارد و دومی مربوط به داغ شدن خود ماشین است.

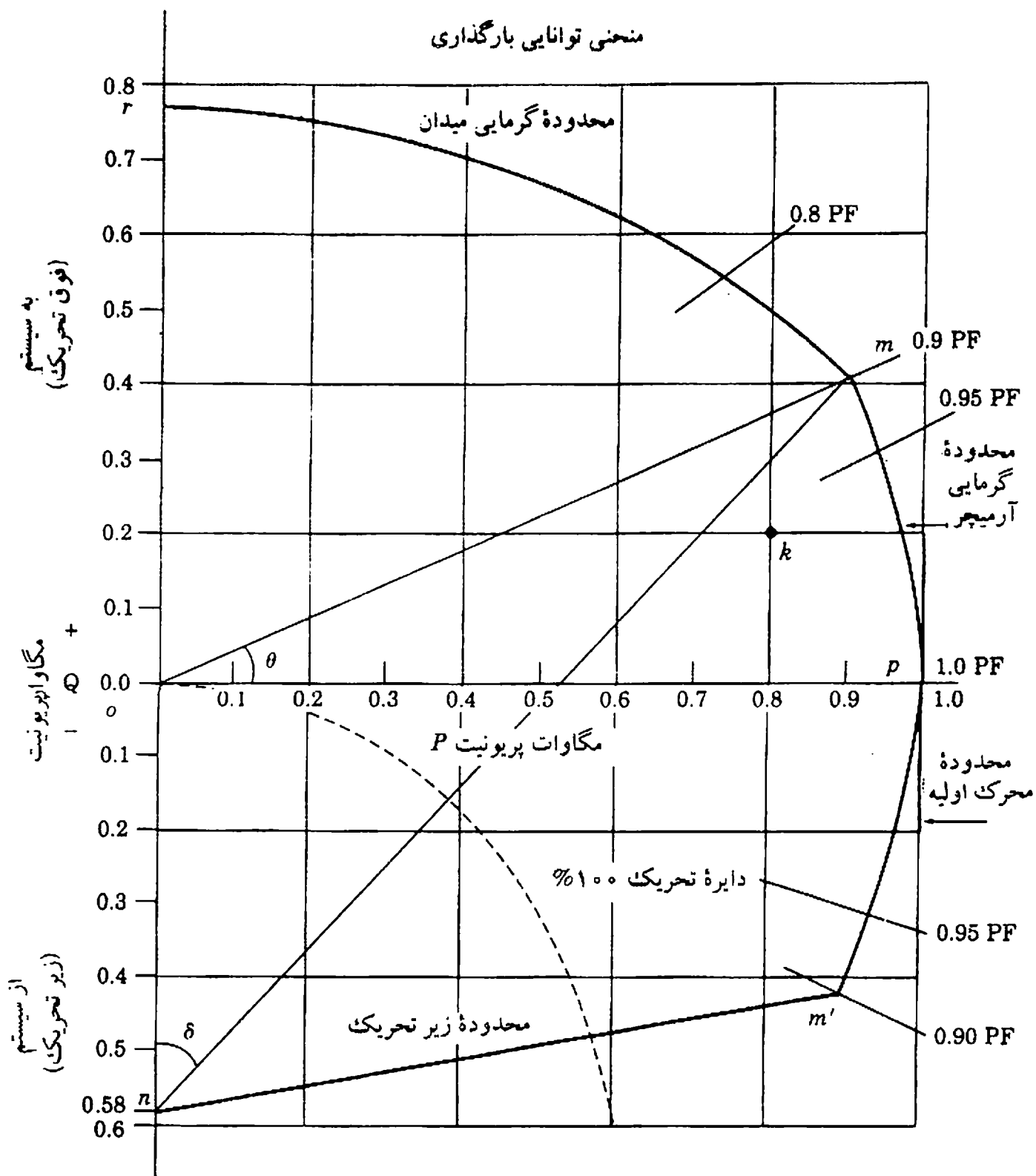
از نظر تئوری، آنچه حد پایداری حالت دائم<sup>۱</sup> نام دارد هنگامی اتفاق می‌افتد که زاویه  $\delta$  بین  $E_i$  و  $V_t$  در شکل‌های ۱۲-۳ و ۱۳-۳ به  $90^\circ$  می‌رسد. لیکن در عمل، دینامیک سیستم‌ها بر شکل تأثیر می‌گذارد و تعیین حد واقعی پایداری را پیچیده می‌سازد. به این دلیل بهره‌برداران نیروگاه ترجیح می‌دهند در هر زمان ممکن از زیر تحریک شدن ماشین پرهیز نمایند.

هنگامی که ماشین وارد ناحیه کار زیر تحریک می‌شود، جریان‌های گردابی<sup>۲</sup> که بوسیله سیستم در قسمت‌های آهنی آرمیچر القا می‌شوند شروع به افزایش می‌نمایند. همراه آن گرمای  $I^2R$  در ناحیه انتهایی آرمیچر نیز افزایش می‌یابد. به منظور محدود کردن چنین گرمایی، سازندگان ماشین منحنی‌های توانایی مختص طراحی خودشان تهیه می‌کنند و حدودی را توصیه می‌کنند تا در داخل آن بهره‌برداری شوند. بنابراین در شکل ۱۴-۳ خط  $m'-n$  فقط به منظورهای نمایشی کشیده می‌شود.

به منظور به دست آوردن مقادیر مگاوات و مگاوار برای هر نقطه کاری در شکل ۱۴-۳، مقادیر پرینیت  $P$  و  $Q$  که از نمودار خوانده می‌شوند در مگا ولت آمپر نامی ماشین که در این حالت  $635 \text{ MVA}$  است، ضرب می‌شوند. همچنین فاصله  $mn$  در شکل ۱۴-۳ مقدار مگا ولت آمپر پرینیت شده کمیت  $|E_i V_t| / X_d$  در نقطه کار  $m$  (همانند شکل ۱۳-۳) است. بنابراین در شکل ۱۴-۳، با ضرب کردن طول  $n-m$  (که برحسب ولت آمپر پرینیت بیان می‌شود) در نسبت پرینیت  $|V_t| / X_d$ ، یا بطور ساده در  $X_d$ ، زیرا که  $|V_t| = 1/0$  پرینیت است، می‌توانیم  $|E_i|$  را برحسب پرینیت در مبنای ولتاژ نامی (که در این حالت  $24 \text{ kV}$  است) محاسبه کنیم. سپس برای تبدیل به کیلوولت باید در ولتاژ نامی ماشین برحسب کیلو ولت ضرب شود.

1- steady-state stability limit

2- eddy currents



شکل ۱۴-۳ نمودار توانایی بارگذاری یک توربو مولد ۶۳۵MVA ۲۲kV با ضریب توان ۰/۹ و  $X_d = ۱۲۷/۴\%$ . حداکثر خروجی توربین برابر ۶۳۵MW است. نقطه  $k$  مربوط به مثال ۲-۳ می‌باشد.

اگر  $|V_t|$  ولتاژ واقعی پایانه ۱/۰ پریونیت نباشد، آنگاه مقدار پریونیت  $1/X_d$  که در شکل ۱۴-۳ به فاصله  $o-n$  نسبت داده می‌شود باید همانند شکل ۱۳-۳ به مقدار  $|V_t|^2 / X_d$  برحسب پریونیت تغییر داده شود. این تغییر، مقیاس شکل ۱۴-۳ را با ضریب  $|V_t|^2$  تغییر می‌دهد و بنابراین  $P$  و  $Q$  پریونیت خوانده شده از نمودار ابتدا باید در  $|V_t|^2$  پریونیت و سپس در مگا ولت آمپر مبنا (که در این حالت ۶۳۵ MVA است) ضرب شود تا مقادیر صحیح مگاوات و مگاوار را برای شرایط واقعی بهره‌برداری ارائه دهد. برای مثال، اگر مقدار واقعی ولتاژ پایانه ۱/۰۵ پریونیت باشد، آنگاه نقطه  $n$  روی محور  $Q$

شکل ۱۴-۳ با مقدار واقعی  $0.63945 = (1.05) \times 0.58$  پریونیت یا  $406 \text{ Mvar}$  مطابقت دارد، و نقطه‌ای که روی محور  $P$  با  $0.9$  پریونیت نشان داده شده دارای مقدار واقعی  $0.99225 = (1.05)^2 \times 0.9$  پریونیت یا  $630 \text{ MW}$  است.

هنگامی که ولتاژ پایانه دقیقاً برابر ولتاژ نامی نباشد، برای محاسبه ولتاژ تحریک صحیح  $E_i$  متناظر با یک نقطه کاری  $m$ ، می‌توانیم ابتدا طول  $n-m$  که مستقیماً از شکل ۱۴-۳ به دست آمده را در  $|V_t|^2$  پریونیت ضرب کنیم تا مقیاس تصحیح شود، و سپس همانند بحث قبلی، در نسبت  $X_d / |V_t|$  پریونیت ضرب کنیم تا به  $|E_i|$  تبدیل شود. نتیجه نهایی این می‌شود که طول  $n-m$  که به طور مستقیم از شکل ۱۴-۳ به دست می‌آید هنگامی که در مقدار پریونیت واقعی حاصل ضرب  $X_d \times |V_t|$  ضرب شود مقدار پریونیت صحیح  $|E_i|$  به دست می‌آید. آنگاه اگر واحدهای فیزیکی کیلوولت مورد نیاز باشند، با ضرب کردن در کیلو ولت نامی مبنای ماشین به دست می‌آیند. مهم است توجه کنیم که زاویه ضریب توان  $\theta$  زاویه داخلی  $\delta$  قبل و بعد از تغییر مقیاس یکسانند، زیرا هندسه شکل‌های ۱۲-۳ و ۱۳-۳ حفظ می‌گردد. لیکن خواننده باید توجه نماید که شرایط بهره‌برداری تشکیل مرزهایی می‌دهند که ناحیه کاری نمودار را بطور فیزیکی محدود می‌کنند. بنابراین مرزهای ناحیه کاری با تغییر مقیاس ممکن است تحت تأثیر قرار گیرند. مثال زیر این رویه را نشان می‌دهد.

**مثال ۴-۳** یک مولد سه فاز  $60 \text{ Hz}$  با توان نامی  $635 \text{ MVA}$ ، ضرب توان  $0.9$ ،  $24 \text{ kV}$ ،  $3600 \text{ rpm}$  دارای نمودار بهره‌برداری نشان داده شده در شکل ۱۴-۳ است. مولد  $458.47 \text{ MW}$  و  $114.62 \text{ Mvar}$  را در  $22.8 \text{ kV}$  به یک شینه بینهایت تحویل می‌دهد. ولتاژ تحریک  $E_i$  را با به کار بردن (الف) مدار معادل شکل (الف ۸-۳) و (ب) نمودار بارگذاری شکل ۱۴-۳ محاسبه کنید. راکتانس سنکرون برابر  $X_d = 1.7241$  پریونیت در مبنای ماشین بوده و مقاومت ناچیز است.

**پاسخ:** در محاسبات زیر همه مقادیرهای پریونیت بر مبنای مگاولت آمپر و کیلو ولت نامی ماشین می‌باشند.

الف- با انتخاب ولتاژ پایانه به عنوان فازور مینا داریم:

$$V_t = \frac{22.8}{24.0} \angle 0^\circ = 0.95 \angle 0^\circ \text{ پریونیت}$$

$$P + jQ = \frac{458.47 + j114.62}{635} = 0.722 + j0.1805 \text{ پریونیت}$$

$$I_a = \frac{0.722 - j0.1805}{0.95 \angle 0^\circ} = 0.76 - j0.19 \text{ پریونیت}$$

$$E_i = V_i + jX_d I_a = 0,95 \angle 0^\circ + j1,7241 (0,76 - j0,19)$$

$$= 1,2776 + j1,3103 = 1,830 \angle 45,7239^\circ \text{ پریونیت}$$

$$= 43,920 \angle 45,7239^\circ \text{ kV}$$

ب- محل نقطه  $k$  متناظر با شرایط کاری واقعی را در نمودار شکل ۱۴-۳ می‌توان چنین تعیین کرد:

$$P_k + jQ_k = \frac{P + jQ}{0,95^2} = \frac{0,722 + j0,1805}{0,95^2} = 0,8 + j0,2 \text{ پریونیت}$$

فاصله  $n-k$  با محاسبه و یا اندازه‌گیری با مقیاس نمودار شکل ۱۴-۳ برابر  $1,1173$   $\sqrt{0,8^2 + 0,2^2}$  پریونیت است. سپس مقدار واقعی  $|E_i|$  چنین محاسبه می‌شود:

$$|E_i| = (1,1173 \times 0,95^2) \frac{1,7241}{0,95} = 1,830 \text{ پریونیت}$$

که با آنچه در قبل به دست آمد یکسان است. زاویه  $\delta = 45^\circ$  را به آسانی می‌توان اندازه گرفت.

### ۳-۶ مدل دو محوری ماشین<sup>۱</sup>

نظریه رتور گرد که پیش از این در این فصل به طور کامل بررسی گردید برای کارکرد حالت مانای ماشین سنکرون نتایج بسیار خوبی ارائه می‌دهد. اما برای مطالعه گذرا به مدل دو محوری نیاز داریم. در این بخش به کمک معادلات ماشین قطب برجسته، که در آن فاصله هوایی در امتداد محور مستقیم خیلی باریک‌تر از امتداد محور عمودی بین قطب‌ها است، مدل دو محوری را معرفی می‌کنیم. بزرگترین واحدهای تولیدی، آلترناتورهای با ساختمان رتور گرد هستند که با توربین بخار چرخانیده می‌شوند؛ به دلایل طراحی و بازده کاری اقتصادی، واحدهای سوخت فسیلی دو قطبی بوده و واحدهای هسته‌ای چهار قطبی هستند. مولدهای برق آبی معمولاً جفت قطب‌های بیشتری دارند و از نوع قطب برجسته‌اند. این واحدها در سرعت‌های کمتری کار می‌کنند تا از آسیب‌های مکانیکی ناشی از نیروهای گریز از مرکز دور باشند.

ماشین سه فاز قطب برجسته، همانند نوع رتور گرد آن، دارای سه سیم پیچ آرمیچر توزیع شده  $a$ ،  $b$  و  $c$ ؛ یک سیم پیچ میدان گرروی رتور است که یک توزیع فوران سینوسی در اطراف فاصله هوایی<sup>۲</sup> ایجاد

1- two-axis machine model

۲- برای توضیح بیشتر پیرامون ماشین قطب برجسته به کتاب پایداری و کنترل سیستم قدرت Power system control and stability آندرسون و فواد، ۱۹۷۷، فصل ۴ مراجعه شود.

می‌کند. در هر دو نوع ماشین، میدان فاصله هوایی و مسیرهای مغناطیس کننده یکسانی را در استاتور بدون توجه به موقعیت رتور می‌بیند. در نتیجه سیم‌پیچ میدان ضریب خودالقایی  $L_{ff}$  ثابتی دارد. از این گذشته، هر دو نوع ماشین همانند معادله‌های ۳-۴ اندوکتانس‌های متقابل کسینوسی یکسان  $L_{bf}$ ،  $L_{af}$  و  $L_{cf}$  را با فازهای آرمیچر دارند. اما در ماشین قطب برجسته، در هر دور گردش رتور ضریب‌های خودالقایی  $L_{aa}$ ،  $L_{bb}$  و  $L_{cc}$  سیم‌پیچ‌های استاتور، و ضریب‌های القای متقابل بین آنها  $L_{ab}$ ،  $L_{bc}$  و  $L_{ca}$  ثابت نیستند بلکه به صورت تابعی از جابجایی زاویه‌ای رتور  $\theta_d$  تغییر می‌کنند. فوران دربرگیرنده<sup>۱</sup> فازهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  به وسیله ضریب‌های القایی به جریان‌ها مربوط می‌شوند به گونه‌ای که:

$$\lambda_a = L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{af} i_f$$

$$\lambda_b = L_{ba} i_a + L_{bb} i_b + L_{bc} i_c + L_{bf} i_f \quad (3-41)$$

$$\lambda_c = L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_{cc} i_c + L_{cf} i_f$$

این معادله‌ها، شبیه معادله‌های (۳-۵) برای ماشین رتور گرد هستند، اما همه ضریب‌های آنها همچنان که در جدول ۳-۱ نشان داده شده است، متغیراند. در نتیجه به کاربردن معادله‌های فوران‌های دربرگیرنده<sup>۱</sup>  $\lambda_a$ ،  $\lambda_b$  و  $\lambda_c$  ماشین قطب برجسته خیلی مشکل‌تر از مشابه رتور گرد آن است. خوشبختانه، معادله‌های ماشین قطب برجسته را با تبدیل متغیرهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  استاتور به مجموعه متناظری از متغیرهای جدید که کمیت‌های محور مستقیم، محور عمودی و توالی صفر نامیده می‌شوند می‌توان به شکل ساده‌ای بیان کرد که به ترتیب با زیرنویس‌های  $d$ ،  $q$  و  $o$  نشان داده می‌شوند. برای مثال، سه جریان استاتور  $i_a$ ،  $i_b$  و  $i_c$  می‌توانند به سه جریان معادل که جریان محور مستقیم  $i_d$ ، جریان محور عمودی  $i_q$  و جریان توالی صفر  $i_o$  نام دارند، تبدیل شوند. تبدیل به وسیله ماتریس  $P$  انجام می‌شود و تبدیل پارک نام دارد، و در آن:

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{matrix} & a & b & c \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} & \begin{bmatrix} \cos \theta_d & \cos (\theta_d - 120^\circ) & \cos (\theta_d - 240^\circ) \\ \sin \theta_d & \sin (\theta_d - 120^\circ) & \sin (\theta_d - 240^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3-42)$$

که توسط آر. اچ. پارک<sup>۲</sup> با اندکی اختلاف از آنچه در اینجا نشان داده شده، معرفی گردید. ماتریس  $P$  دارای این خاصیت مناسب است که معکوس آن  $P^{-1}$  با ترانزپوز آن  $P^T$  برابر است (ماتریس متعامد<sup>۳</sup> نام دارد) و به آسانی با جابجایی سطر و ستون‌های معادله (۳-۴۲) به دست می‌آید.

1- flux linkage

2- R. H. Park

3- orthogonality

جدول ۱-۳ رابطه اندوکتانس‌های مولد سنکرون سه فاز قطب برجسته با سیم‌پیچ‌های میدان،

میراگر  $D$  و میراگر  $Q$  روی رتور<sup>۱</sup>.

استاتور	اندوکتانس‌های خودی ( $L_s > L_m > 0$ )	$\begin{cases} L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta_d \\ L_{bb} = L_s + L_m \cos 2(\theta_d - 2\pi/3) \\ L_{cc} = L_s + L_m \cos 2(\theta_d + 2\pi/3) \end{cases}$
	اندوکتانس‌های متقابل ( $M_s > L_m > 0$ )	$\begin{cases} L_{ab} = L_{ba} = -M_s - L_m \cos 2(\theta_d + \pi/6) \\ L_{bc} = L_{cb} = -M_s - L_m \cos 2(\theta_d - \pi/2) \\ L_{ca} = L_{ac} = -M_s - L_m \cos 2(\theta_d + 5\pi/6) \end{cases}$
رتور	اندوکتانس‌های خودی	$\begin{cases} \text{سیم پیچ میدان} : L_{ff} \\ \text{سیم پیچ میراگر } D : L_D \\ \text{سیم پیچ میراگر } Q : L_Q \end{cases}$
	اندوکتانس‌های متقابل	$\begin{cases} \text{سیم پیچ میدان و } D : M_f \\ \text{سیم پیچ میدان و } Q : 0 \\ \text{سیم پیچ } D \text{ و } Q : 0 \end{cases}$
	آرمیچر/ میدان	$\begin{cases} L_{af} = L_{fa} = M_f \cos \theta_d \\ L_{bf} = L_{fb} = M_f \cos(\theta_d - 2\pi/3) \\ L_{cf} = L_{fc} = M_f \cos(\theta_d - 4\pi/3) \end{cases}$
اندوکتانس‌های متقابل استاتور- رتور	آرمیچر/ سیم پیچ $D$	$\begin{cases} L_{aD} = L_{Da} = M_D \cos \theta_d \\ L_{bD} = L_{Db} = M_D \cos(\theta_d - 2\pi/3) \\ L_{cD} = L_{Dc} = M_D \cos(\theta_d - 4\pi/3) \end{cases}$
	آرمیچر/ سیم پیچ $Q$	$\begin{cases} L_{aQ} = L_{Qa} = M_Q \cos \theta_d \\ L_{bQ} = L_{Qb} = M_Q \cos(\theta_d - 2\pi/3) \\ L_{cQ} = L_{Qc} = M_Q \cos(\theta_d - 4\pi/3) \end{cases}$

این خاصیت بسیار مهم است و همچنان که در بخش ۹-۸ بررسی خواهد شد، اطمینان می‌دهد که توان در متغیرهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  با تبدیل  $P$  تغییر نمی‌کند. جریان‌ها، ولتاژها، و فوران‌های دربرگیرنده فازهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  به صورت زیر به وسیله  $P$  به متغیرهای  $d$ ،  $q$  و  $o$  تبدیل می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_o \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_o \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (3-43)$$

۱- سیم‌پیچ‌های میراگر  $D$  و  $Q$  که در جدول به آن اشاره شده در بخش ۸-۳ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

تبدیل  $P$  مجموعه‌ای از جریان‌ها، ولتاژها، و فوران‌های دربرگیرنده را برای سه پیچک<sup>۱</sup> فرضی تعریف می‌کند، یکی از آن‌ها پیچک ساکن صفر است. دو پیچک دیگر پیچک  $d$  و پیچک  $q$  هستند که همراه رتور با سرعت سنکرون می‌چرخند. پیچک‌های  $d$  و  $q$  دارای فوران دربرگیرنده ثابتی با میدان و هر سیم‌پیچ دیگری که روی رتور باشد هستند. بخش الف-۲ ضمیمه جزئیات کار را در تبدیل جریان‌ها، ولتاژها و فوران‌های دربرگیرنده فازهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  به کمیت‌های  $d-q-o$  بر اساس معادله‌های (۳-۴۳) نشان می‌دهد. معادله‌های فوران‌های دربرگیرنده  $d$ ،  $q$  و  $o$  به دست آمده عبارتست از:

$$\lambda_d = L_d i_d + \sqrt{\frac{2}{3}} M_f i_f$$

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (3-44)$$

$$\lambda_o = L_o i_o$$

که در آن  $i_f$  جریان میدان واقعی است و اندوکتانس‌ها چنین تعریف می‌شوند:

$$L_d = L_s + M_s + \frac{2}{3} L_m \quad L_d = L_s + M_s - \frac{2}{3} L_m \quad L_o = L_s - 2M_s \quad (3-45)$$

کمیت‌های  $L_s$  و  $M_s$  همان مفاهیم پیشین را دارند و  $L_m$  یک عدد مثبت است. اندوکتانس  $L_d$  اندوکتانس محور مستقیم<sup>۲</sup> نامیده می‌شود،  $L_q$  اندوکتانس محور عمودی<sup>۳</sup> است، و  $L_o$  به عنوان اندوکتانس توالی صفر<sup>۴</sup> شناخته می‌شود. فوران‌های دربرگیرنده پیوستگی میدان هنوز به وسیله معادله (۳-۲۴) داده می‌شوند، که در اینجا به صورت زیر تکرار می‌شود:

$$\lambda_f = \sqrt{\frac{2}{3}} M_f i_d + L_{ff} I_f \quad (3-46)$$

معادله‌های (۳-۴۴) و (۳-۴۶) ضریب‌های القایی ثابتی دارند، و بنابراین کاربرد آن‌ها بسیار ساده است. از نظر فیزیکی، این معادله‌های ساده فوران دربرگیرنده، نشان می‌دهند که  $L_d$  اندوکتانس خودی معادل یک سیم‌پیچ آرمیچر روی محور  $d$  بوده که با سرعت میدان می‌چرخد و حامل جریان  $i_d$  است تا همانند جریان‌های واقعی  $i_a$ ،  $i_b$  و  $i_c$ ، روی محور  $d$  تولید mmf نماید. به همین ترتیب  $L_q$  و  $i_q$  برای محور  $q$  به کار می‌روند. بر این اساس،  $i_d$  و  $i_q$  mmf هایی تولید می‌کنند که نسبت به رتور ساکن‌اند. میدان فیزیکی بین سیم‌پیچ فرضی محور  $d$  و سیم‌پیچ  $f$  را می‌توان همانند میدان فیزیکی دو پیچک تزویج<sup>۵</sup> شده در نظر گرفت که با یکدیگر می‌چرخند و نسبت بهم ساکن‌اند و هم‌نصوب که معادله‌های (۳-۴۴) و

1- coil

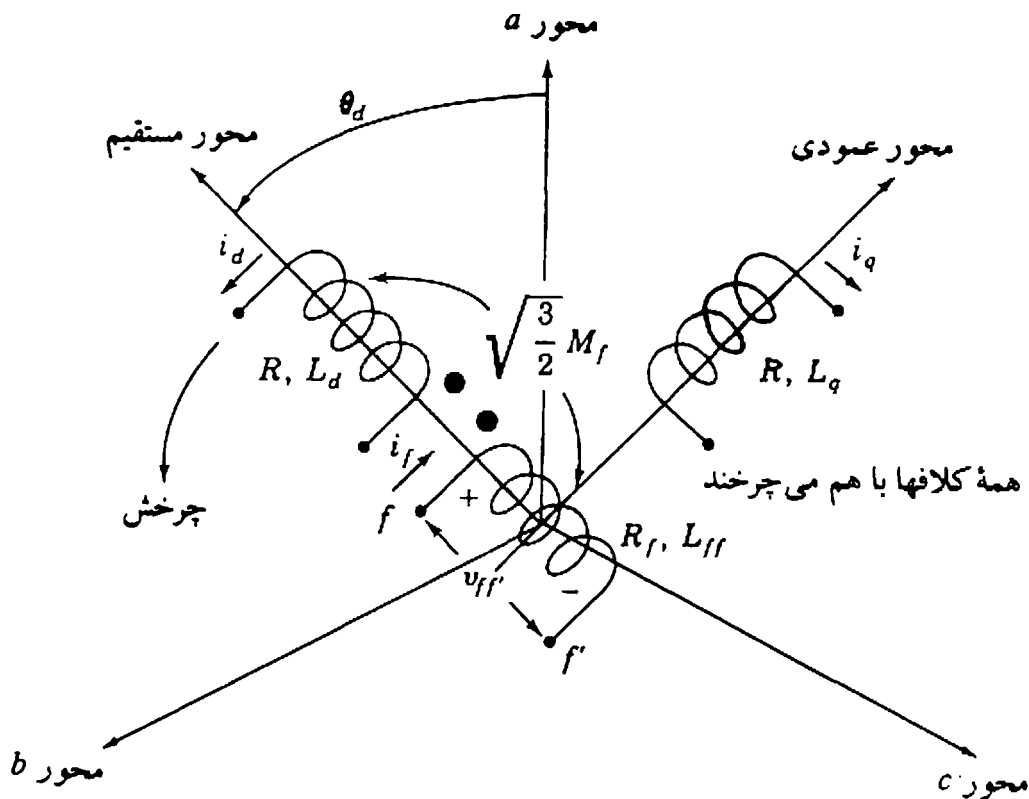
2- direct-axis inductance

3- quadrature-axis inductance

4- zero-sequence inductance

5- Coupled coils





شکل ۳-۱۵ نمایش مولد سنکرون قطب برجسته به وسیله پیچک‌های مستقیم و عمودی معادل آرمیچر که همزمان با سیم‌پیچ میدان رتور، می‌چرخند.

(۳-۴۶) نشان می‌دهند بین آنها اندوکتانس متقابل  $kM_f = \sqrt{\frac{2}{3}}$  برقرار است. البته پیچک‌های میدان و محور  $d$  با سیم‌پیچ فرضی محور  $q$  که از محور  $d$  در فضا  $90^\circ$  عقب‌تر است تزویج مغناطیسی ندارند. اندوکتانس توالی صفر  $L_0$  مربوط است به پیچک فرضی ساکن آرمیچر که با هیچ یک از پیچک‌ها تزویج ندارد. در شرایط تعادل<sup>۱</sup> این پیچک هیچ جریانی حمل نمی‌کند، و بنابراین آنرا از بحث‌های بعدی حذف می‌کنیم.

پیچک‌های محور  $d$  و محور  $q$  که سیم‌پیچ‌های استاتور را نمایش می‌دهند در شکل ۳-۱۵ نشان داده شده‌اند، که باید با نمودار تک محوری شکل ۳-۶ برای ماشین رتورگرد مقایسه شود.

مثال ۳-۵ در شرایط بهره‌برداری حالت دایم، آرمیچر یک مولد سنکرون قطب برجسته، جریانهای سه فاز سینوسی متقارن زیر را عبور می‌دهد:

$$i_a = \sqrt{2} |I_a| \sin(\theta_d - \theta_a)$$

$$i_b = \sqrt{2} |I_a| \sin(\theta_d - 120^\circ - \theta_a)$$

$$i_c = \sqrt{2} |I_a| \sin(\theta_d - 240^\circ - \theta_a)$$

1- balanced conditions

که در آنها، همانند معادله ۳-۱۴،  $\theta_d = \omega t + \delta + 90^\circ$  می‌باشد. با استفاده از ماتریس تبدیل  $P$ ، رابطه‌ای را برای جریان‌های  $d-q-o$  آرمیچر به دست آورید.

پاسخ: از معادله‌های (۳-۴۲) و (۳-۴۳) داریم:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_d & \cos (\theta_d - 120^\circ) & \cos (\theta_d - 240^\circ) \\ \sin \theta_d & \sin (\theta_d - 120^\circ) & \sin (\theta_d - 240^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

پس از انجام ضرب ماتریسی بالا می‌توان نوشت:

$$i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} [i_a \cos \theta_d + i_b \cos (\theta_d - 120^\circ) + i_c \cos (\theta_d - 240^\circ)]$$

$$i_q = \sqrt{\frac{2}{3}} [i_a \sin \theta_d + i_b \sin (\theta_d - 120^\circ) + i_c \sin (\theta_d - 240^\circ)]$$

$$i_o = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} (i_a + i_b + i_c) \right]$$

در شرایط تعادل  $i_a + i_b + i_c = 0$  و بنابراین  $i_o = 0$  است. با توجه به اتحاد مثلثاتی

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

می‌توان نوشت:

$$i_a \cos \theta_d = \sqrt{2} |I_a| \sin(\theta_d - \theta_a) \cos \theta_d$$

$$= \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} [\sin(2\theta_d - \theta_a) - \sin \theta_a]$$

به همین ترتیب می‌توان نوشت:

$$i_b \cos (\theta_d - 120^\circ) = \sqrt{2} |I_a| \sin(\theta_d - 120^\circ - \theta_a) \cos (\theta_d - 120^\circ)$$

$$= \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} [\sin(2\theta_d - 240^\circ - \theta_a) - \sin \theta_a]$$

$$i_c \cos (\theta_d - 240^\circ) = \sqrt{2} |I_a| \sin(\theta_d - 240^\circ - \theta_a) \cos (\theta_d - 240^\circ)$$

$$= \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} [\sin (2\theta_d - 48.0^\circ - \theta_a) - \sin \theta_a]$$

در هر سه رابطه مثلثاتی بالا اولین عبارت داخل کروشه‌ها، هارمونی دوم کمیت‌های سینوسی هستند که همانند بخش ۲-۳ در هر لحظه از زمان جمع آنها صفر می‌شود، و بنابراین داریم:

$$i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} [-3 \sin \theta_a] = -\sqrt{3} |I_a| \sin \theta_a$$

از بخش ۳-۳ یادآور می‌گردد که  $\theta_a = \theta + \delta$  می‌باشد.  $\theta$  زاویه تأخیر فاز  $i_a$  نسبت به ولتاژ پایانه و  $\theta_a$  زاویه تأخیر فاز  $i_a$  نسبت به ولتاژ داخلی ماشین است. بر این اساس:

$$i_d = -\sqrt{3} |I_a| \sin \theta_a = -\sqrt{3} |I_a| \sin (\theta + \delta)$$

به طریق مشابه می‌توانیم نشان دهیم که جریان محور عمودی برابر است با:

$$i_q = \sqrt{3} |I_a| \cos \theta_a = \sqrt{3} |I_a| \cos (\theta + \delta)$$

بنابراین، عبارت  $i_d$  به طور دقیق برای ماشین‌های قطب برجسته و رتورگرد یکسان است. فوران دربرگیرنده سیم‌پیچ میدان به وسیله معادله (۳-۴۶) داده شد، که نشان می‌دهد جریان محور مستقیم  $i_d$ ، وقتی  $\theta_a = \pi/2$  باشد به طور مستقیم با اثر مغناطیسی میدان مخالفت می‌کند. در این حالت جریان محور عمودی  $i_q$  صفر است.

### ۳-۷ معادله‌های ولتاژ: ماشین قطب برجسته

در بخش ۳-۶ معادله‌های فوران دربرگیرنده برای ماشین قطب برجسته هنگامی که برحسب متغیرهای  $d$ ،  $q$  و  $\theta$  بیان شدند بطور قابل ملاحظه‌ای ساده گردیدند. اکنون نیز ساده‌سازی مهم دیگری را در نظر می‌گیریم که وقتی تبدیل  $P$  را به معادله‌های ولتاژ آرمیچر اعمال کنیم روی می‌دهد. با به کار بردن پلاریته ولتاژها و جهت جریان‌های شکل ۳-۴، معادله‌های ولتاژ پایانه برای سیم‌پیچ‌های آرمیچر ماشین قطب برجسته به شکل زیر به دست می‌آید:

$$v_a = -Ri_a - \frac{d\lambda_a}{dt} \quad v_b = -Ri_b - \frac{d\lambda_b}{dt} \quad v_c = -Ri_c - \frac{d\lambda_c}{dt} \quad (3-47)$$

در این معادله‌ها، ولتاژهای  $v_a$ ،  $v_b$  و  $v_c$  ولتاژهای پایانه خط به خنثی در فازهای آرمیچر هستند؛ علامت

منفی ضربها از آنجاست که جهت جریانهای  $i_a$ ،  $i_b$  و  $i_c$  به طرف خارج از مولد است. کسارکردن با معادله‌های (۳-۴۷) اگر بر حسب  $\lambda_d$ ،  $\lambda_b$  و  $\lambda_c$  باقی بمانند بسیار مشکل است. دوباره با به کار بردن تبدیل  $P$ ، یک مجموعه معادله‌های بسیار ساده‌تر برای ولتاژهای  $v_d$ ،  $v_p$  و  $v_o$  به دست می‌آید. محاسباتی که منجر به معادله‌های جدید ولتاژ می‌شوند - همانطور که در بخش الف-۲ ضمیمه نشان داده شده است - سر راست ولی خسته‌کننده‌اند، که نتیجه می‌دهند:

$$\begin{aligned} v_d &= -Ri_d - \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega\lambda_q \\ v_q &= -Ri_q - \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega\lambda_d \\ v_o &= -Ri_o - \frac{d\lambda_o}{dt} \end{aligned} \quad (3-48)$$

که  $\omega$  سرعت چرخشی  $d\theta/dt$  است. معادله (۳-۲۶) برای سیم‌پیچ میدان نیاز به تبدیل ندارد. بنابراین با مرتب کردن معادله‌های فوران دربرگیرنده  $d-q-o$  و ولتاژ بر طبق محورهایشان داریم:  
محور  $d$ :

$$\begin{aligned} \lambda_d &= L_d i_d + kM_f i_f \\ \lambda_f &= kM_f i_d + L_{ff} i_f \end{aligned} \quad (3-49)$$

$$\begin{aligned} v_d &= -Ri_d - \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega\lambda_q \\ v_{ff'} &= R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \end{aligned} \quad (3-50)$$

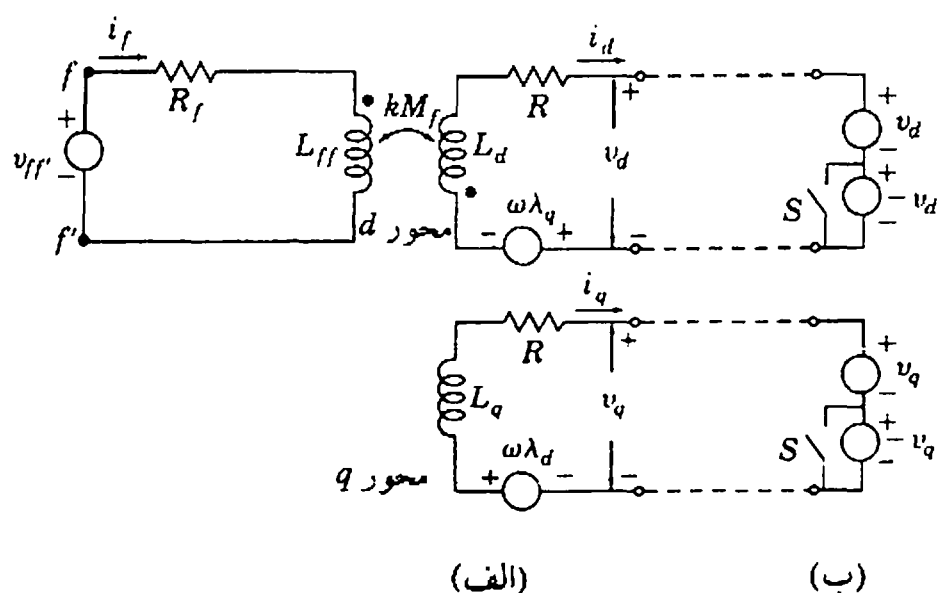
محور  $q$ :

$$\begin{aligned} \lambda_q &= L_q i_q \\ v_q &= -Ri_q - \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega\lambda_d \end{aligned} \quad (3-51)$$

که در آن  $K = \sqrt{\frac{3}{2}}$  است. معادله‌هایی که با  $i_o$  و  $\lambda_o$  سروکار دارند جدا هستند و در شرایط تعادل مورد توجه نمی‌باشند. حل معادله‌های (۳-۴۹) تا (۳-۵۱) خیلی ساده‌تر از حل معادله‌های ولتاژ و فوران دربرگیرنده متناظر بر حسب متغیرهای  $a-b-c$  می‌باشد. گذشته از این می‌توان یک مجموعه مدارهای

معادل همانند شکل ۱۶-۳ ترسیم نمود تا این معادله‌های ساده در آن صدق کنند. مدار  $f$  میدان واقعی را نشان می‌دهد زیرا تبدیل  $P$  فقط روی فازهای آرمیچر تأثیر می‌گذارد و آنها را با پیچک‌های  $d$  و  $q$  تعویض می‌کند. می‌بینیم که پیچک  $f$  با پیچک  $d$  واقع بر محور  $d$  دارای تزویج متقابل است. بنابراین معادله‌های فوران‌های دربرگیرنده و ولتاژ را می‌توان چنان نوشت که با معادله‌های (۳-۴۹) تا (۳-۵۰) موافق باشند. پیچک فرضی  $q$  به صورت بدون تزویج مغناطیسی با دو پیچک دیگر نشان داده شده است. زیرا محور  $d$  و محور  $q$  در فضا بصورت عمود بر هم قرار گرفته‌اند. ولیکن بین دو محور به وسیله منابع ولتاژ  $\omega\lambda_q$  و  $\omega\lambda_d$  رابطه متقابل<sup>۱</sup> وجود دارد، این‌ها  $emf$  های چرخشی یا ولتاژهای سرعتی<sup>۲</sup> داخلی ماشین بوده که ناشی از گردش رتور می‌باشند. یادآور می‌شود که ولتاژ سرعتی در محور  $d$  به  $\lambda_q$  بستگی دارد و بطور مشابه ولتاژ سرعتی در محور  $q$  به  $\lambda_d$  بستگی دارد. این منابع روند تبدیل انرژی الکترومکانیکی را نمایش می‌دهند. چنین تبدیل انرژی ای نمی‌تواند در حالت سکون ( $\omega = 0$ ) رخ دهد، زیرا آنگاه میدان و سایر مدارهای محور  $d$  نظیر یک ترانسفورماتور ساکن عمل می‌کنند و مدار محور  $q$  نیز نظیر یک اندوکتانس پیچک معمولی است.

- برای ساده‌سازی، تبدیل پارک سیم‌پیچ‌های ساکن واقعی آرمیچر را با مدارهای زیر جایگزین می‌کند:
- ۱- یک مدار محور مستقیم که با مدار میدان می‌چرخد و با آن دارای تزویج متقابل است،
  - ۲- یک مدار محور عمودی که  $90^\circ$  نسبت به محور  $d$  جابجا شده، و بنابراین با میدان یا سایر مدارهای محور  $d$  القای متقابل ندارد حتی اگر همراه آنها با سرعت سنکرون بچرخد، و
  - ۳- یک پیچک صفر، تنها و ساکن که تزویجی با هیچ یک از مدارها ندارد، و بنابراین در شکل ۱۶-۳ نشان داده نشده است.



شکل ۱۶-۳ مدار معادل مولد سنکرون قطب برجسته:  
 (الف) با ولتاژهای پایانه  $v_d$  و  $v_q$ ; (ب) با آرمیچر اتصال کوتاه شده

شکل ۱۶-۳ در بررسی عملکرد ماشین سنکرون در شرایط اتصال کوتاه بسیار سودمند است، این شرایط را در بخش بعد ملاحظه می‌کنیم.

**مثال ۳-۶** سیم‌پیچ میدان یک مولد سنکرون قطب برجسته بدون بار که با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\omega$  می‌چرخد، با جریان مستقیم  $I_f$  تغذیه می‌شود. ولتاژهای مدار باز آرمیچر و مؤلفه‌های  $d-q-o$  آن را تعیین کنید.

**پاسخ:** جریان‌های آرمیچر  $i_a$ ،  $i_b$  و  $i_c$  صفراند، زیرا مدار آرمیچر باز است، بنابراین:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

با جایگذاری این مقادیر در معادله‌های (۳-۴۹) تا (۳-۵۱) و به ازای  $k = \sqrt{3}/2$  می‌توان نوشت:

$$\lambda_d = L_d i_d + kM_f i_f = kM_f I_f$$

$$\lambda_q = L_q i_q = 0$$

$$\lambda_o = L_o i_o = 0$$

با توجه به معادله‌های (۳-۴۸) می‌توان نوشت:

$$v_d = -Ri_d - \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega\lambda_q = 0$$

$$v_q = -Ri_q - \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega\lambda_d = k\omega M_f I_f$$

$$v_o = -Ri_o - \frac{d\lambda_o}{dt} = 0$$

مشاهده می‌شود که فوران دربرگیرنده ثابت  $\lambda_d$  روی محور  $d$ ، emf چرخشی  $k\omega M_f I_f$  روی محور  $q$  را نتیجه می‌دهد. از آنجا که  $P^{-1} = P^T$  است، از معادله‌های (۳-۴۳) نتیجه می‌شود که:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = P^{-1} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_o \end{bmatrix} = P^T \begin{bmatrix} 0 \\ k\omega M_f I_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \sin \theta_d \\ \sin (\theta_d - 120^\circ) \\ \sin (\theta_d - 240^\circ) \end{bmatrix} k\omega M_f I_f$$

بنابراین، ولتاژهای حالت دائم آرمیچر مدار باز در ماشین قطب برجسته ایده‌آل کمیت‌های سینوسی متعادلی با دامنه  $\sqrt{2} |E_i| = \omega M_f I_f$  هستند؛ همانند آنچه که پیش از این برای ماشین قطب صاف به دست آمد.

### ۳-۸ اثرهای گذرا و زیرگذرا

هنگامی که خطایی در شبکه قدرت روی می‌دهد، اندازه جریان گذرنده، به وسیله  $emf$  داخلی ماشین‌های شبکه، امپدانس آنها و امپدانس بین ماشین‌ها و محل خطا تعیین می‌شود. جریانی که بلافاصله پس از روی دادن خطا از ماشین سنکرون می‌گذرد با جریان چند سیکل بعد و با جریان ماندگار یا حالت دائم خطا تفاوت دارد. این به سبب تأثیر جریان خطای آرمیچر روی فورانهای تولیدکننده ولتاژ در ماشین است. جریان از مقدار اولیه خود تا مقدار حالت دائم به آرامی تغییر می‌کند، زیرا راکتانس ماشین سنکرون تغییر می‌کند. نخست به بررسی اندوکتانس مؤثر در آرمیچر ماشین سنکرون، هنگامی که اتصال کوتاه سه فاز ناگهانی در پایانه‌های آن رخ می‌دهد علاقه‌مندیم. تصور کنید پیش از وقوع خطا ولتاژهای آرمیچر  $v_a$ ،  $v_b$  و  $v_c$  هستند و مطابق معادله (۳-۴۳) ولتاژهای  $v_d$ ،  $v_q$  و  $v_o$  را به دست می‌دهند. شکل (الف ۳-۱۶) ولتاژهای  $v_d$  و  $v_q$  را در پایانه‌های مدار معادل محور  $d$  و محور  $q$  نشان می‌دهد. اتصال کوتاه فازهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  شرایط  $v_a = v_b = v_c = 0$  را تحمیل می‌کند که به شرایط  $v_d = v_q = 0$  منجر می‌شود. بنابراین، برای شبیه‌سازی شرایط اتصال کوتاه، پایانه مدارهای محور  $d$  و محور  $q$  در شکل (الف ۳-۱۶) نیز باید اتصال کوتاه شوند. هر یک از این مدارها، وقتی همانند شکل (ب ۳-۱۶) منابع ولتاژ مساوی ولی مخالف بصورت سری به آنها وصل شود دارای ولتاژ خالص صفر در پایانه خواهند بود. در این شکل کلیدهای  $k$  را باید بصورت نشانه‌ای تفسیر کرد که وقتی هر دو کلید باز است، منابع  $v_d$  و  $v_q$  در مدارند، و وقتی کلیدها بسته‌اند، این دو منبع از مدار برداشته می‌شوند.

اگر فرض کنیم که سرعت رتور  $\omega$  در مقدار حالت دائم باقی بماند. آنگاه معادله‌های (۳-۴۹) تا (۳-۵۱) خطی بوده و اصل جمع آثار را می‌توان به این منابع سری شده اعمال نمود. با بسته بودن هر دو کلید در شکل (ب ۳-۱۶)، کار حالت دائم ماشین را داریم زیرا آنگاه منابع ولتاژ  $v_d$  و  $v_q$  کاملاً با ولتاژهای محور  $d$  و محور  $q$  درست پیش از وقوع خطا در پایانه‌ها تطابق دارند. باز شدن ناگهانی کلیدهای  $k$ ، منبع ولتاژ  $v_d$  را بصورت سری به منبع  $v_d$  و  $v_q$  را به صورت سری به منبع  $v_q$  اضافه می‌کند تا اتصال کوتاه مورد نظر را بوجود آورد. بنابراین منابع  $v_d$  و  $v_q$  هر دو تعیین‌کننده تغییرات ناگهانی از حالت دائم به سبب اتصال کوتاه ناگهانی هستند. طبق اصل جمع آثار، می‌توانیم تغییرات ناشی از اتصالی را

برای همه متغیرها با صفر قرار دادن منابع خارجی  $v_{ff}$ ،  $v_d$  و  $v_q$  در شکل (ب ۱۶-۳) و اعمال ناگهانی ولتاژهای  $-v_d$  و  $-v_q$  به ماشین گردان بدون تحریک همانند شکل ۱۷-۳، محاسبه کنیم. ولتاژهای سرعتی داخلی  $-\omega\lambda_q$  و  $\omega\lambda_d$  در ابتدا صفر هستند زیرا فوران‌های دربرگیرنده همه پیچک‌ها در شکل ۱۷-۳ پیش از اعمال منابع  $-v_d$  و  $-v_q$  صفر می‌باشند. تغییرات فوران دربرگیرنده روی محور  $d$  سازگار با معادله (۳-۴۹) می‌باشد و می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\Delta\lambda_d &= L_d \Delta i_d + k M_f \Delta i_f \\ \Delta\lambda_f &= k M_f \Delta i_d + L_{ff} \Delta i_f\end{aligned}\quad (3-52)$$

که در آن  $\Delta$  تغییرات نموی<sup>۱</sup> را نشان می‌دهد. از آنجا که سیم‌پیچ میدان یک سیم‌پیچ واقعی با مسیر بسته است، فوران دربرگیرنده آن برطبق اصل بقای فوران نمی‌تواند بطور ناگهانی تغییر کند. بنابراین با صفر قرار دادن  $\Delta\lambda_f$  در معادله (۳-۵۲) داریم:

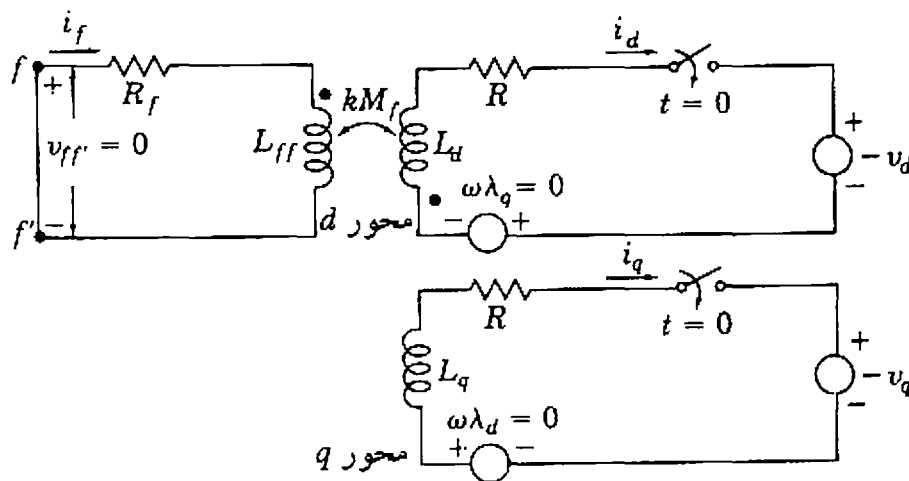
$$\Delta i_f = - (k M_f / L_{ff}) \Delta i_d$$

و با جایگذاری برای  $\Delta i_f$  در معادله  $\Delta\lambda_d$  داریم:

$$\Delta\lambda_d = \left[ L_d - \frac{(kM_f)^2}{L_{ff}} \right] \Delta i_d \quad (3-53)$$

در معادله (۳-۵۳) فوران دربرگیرنده به ازای واحد جریان، اندوکتانس گذرای محور  $d$  یعنی  $L'_d$  را نتیجه می‌دهد:

$$L'_d = \frac{\Delta\lambda_d}{\Delta i_d} = L_d - \frac{(kM_f)^2}{L_{ff}} \quad (3-54)$$



شکل ۱۷-۳ مدار معادل مولد سنکرون قطب برجسته که با میدان اتصال کوتاه شده در سرعت ثابتی می‌چرخد. بستن کلیدها در  $t = 0$  متناظر است با اعمال ناگهانی اتصال کوتاه به پایانه‌های ماشین.

1- incremental changes



از آنجا که  $L_{ff} / (KM_f)^2$  مثبت است، معادله (۳-۵۴) نشان می‌دهد که راکتانس گذرای محور مستقیم  $X_d = \omega L_d$  همیشه از راکتانس سنکرون محور مستقیم  $X_d = \omega L_d$  کوچکتر است. بنابراین ماشین سنکرون در پی تغییرات شدید در پایانه‌هایش، در آرمیچر راکتانس گذرای  $X_d$  را که از راکتانس حالت دائم  $X_d$  کوچکتر است انعکاس می‌دهد.

در تعریف  $X_d'$  فرض می‌کنیم که میدان تنها سیم‌پیچ رتور است. در حقیقت، اغلب ماشین‌های قطب برجسته عملی دارای سیم‌پیچ‌های میراگر<sup>۱</sup> هستند که از میله‌های مسی اتصال کوتاه بر روی سطح قطبهای رتور تشکیل شده است؛ و حتی در ماشین رتورگرد، در شرایط اتصال کوتاه، جریان‌های گردابی در بدنه رتور القا می‌شوند، درست مثل اینکه سیم‌پیچ میرایی وجود داشته باشد. اثر مدارهای میرایی جریان گردابی، با پیچک‌های بسته<sup>۲</sup> محور مستقیم و محور طولی نمایش داده می‌شوند که در بسیاری جهات شبیه سیم‌پیچ میدان رفتار می‌کنند، بجز اینکه ولتاژی به آنها اعمال نمی‌شود. برای منظورکردن سیم‌پیچ‌های میرای اضافه شده، تنها لازم است به شکل ۱۶-۳ مدارهای بسته  $D$  و  $Q$  را از شکل ۱۸-۳ اضافه کنیم، که دارای اندوکتانس‌های خودی  $L_D$  و  $L_Q$  و اندوکتانس‌های متقابل -مطابق آنچه نشان داده شده- می‌باشند. در حالت مانا فوران‌های دربرگیرنده بین همه مدارها در روی هر محور رتور ثابت است. مدارهای  $D$  و  $Q$  غیرفعال<sup>۳</sup> هستند (ولتاژ القایی یا ولتاژ اعمال شده‌ای ندارند) و در محاسبات حالت دائمی وارد نمی‌شوند. لیکن در شرایط اتصال کوتاه، از شکل ۱۸-۳ می‌توانیم تغییرات ابتدایی فوران دربرگیرنده محور  $d$  را در نتیجه اتصال کوتاه ناگهانی ماشین سنکرون به همراه اثر سیم‌پیچ میراکننده تعیین کنیم. روش همانند آن است که پیش از این بحث شد. مدارهای میدان و میرایی  $D$  که سیم‌پیچ‌های بسته واقعی<sup>۴</sup> را نمایش می‌دهند با هم و با پیچک  $d$  به نمایندگی از آرمیچر در امتداد محور مستقیم دارای تزویج متقابل هستند. فوران دربرگیرنده سیم‌پیچ‌های بسته تغییر ناگهانی را نمی‌پذیرد، بنابراین برای تغییرات فوران دربرگیرنده در امتداد محور  $d$  می‌توان نوشت:

$$\Delta \lambda_d = L_d \Delta i_d + k M_f \Delta i_f + k M_D \Delta i_D$$

$$\Delta \lambda_f = k M_f \Delta i_d + L_{ff} \Delta i_f + M_r \Delta i_D = 0 \quad (3-55)$$

$$\Delta \lambda_D = k M_D \Delta i_d + M_r \Delta i_f + L_D \Delta i_D = 0$$

این معادله‌ها همانند معادله‌های (۳-۵۲) هستند، با این تفاوت که مولفه‌هایی به آنها افزوده شده است که مربوط به اندوکتانس‌های خودی و متقابل مدار میرایی  $D$  است. ضریبهای مربوط به تزویج متقابل

1- damper windings

2- closed coils

3- passive

4- closed physical windings

استاتور با رتور دارای ضریب  $k = \sqrt{3/2}$  می‌باشند.  $M_r$  توزیع متقابل بین سیم‌پیچ‌های رتور بر روی محور  $d$  را بیان می‌کند و بنابراین ضریب  $k$  را ندارد. با حل معادله‌های (۳-۵۵) و بیان  $\Delta i_D$  و  $\Delta i_f$  بر حسب  $\Delta i_d$  خواهیم داشت:

$$\Delta i_f = - \left[ \frac{(kM_f) L_D - (k M_D) M_r}{L_{ff} L_D - M_r^2} \right] \Delta i_d$$

$$\Delta i_D = - \left[ \frac{(kM_D) L_{ff} - (k M_f) M_r}{L_{ff} L_D - M_r^2} \right] \Delta i_d$$

شکل ۱۸-۳ مدار معادل مولد سنکرون قطب برجسته با یک سیم‌پیچ میدان و دو سیم‌پیچ میرایی روی رتور جایگزینی این نتایج در عبارت  $\Delta \lambda_d$  از معادله (۳-۵۵)، اندوکتانس زیرگذرای محور مستقیم  $L_d''$  را به دست می‌دهد، که چنین تعریف می‌شود:

$$\frac{\Delta \lambda_d}{\Delta i_d} = L_d'' = L_d - k^2 \left( \frac{M_f^2 L_D + M_D^2 L_{ff} - 2 M_f M_D M_r}{L_{ff} L_D - M_r^2} \right) \quad (3-56)$$

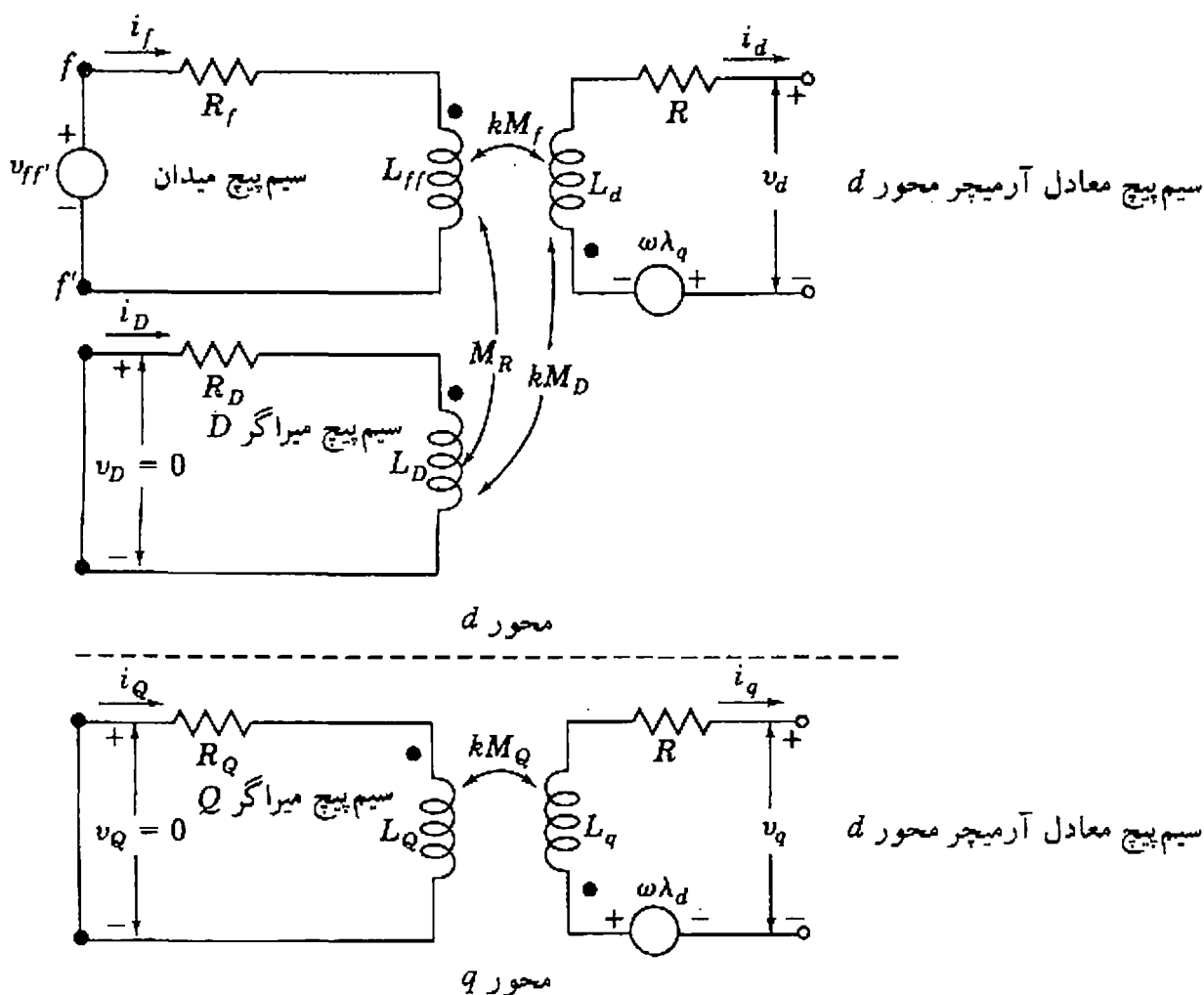
راکتانس زیرگذرای محور مستقیم  $X_d''$  که چنین تعریف می‌شود  $X_d'' = \omega L_d''$ ، به طور قابل ملاحظه‌ای کوچک‌تر از  $X_d'$  است، یعنی اینکه:

$$X_d'' < X_d' < X_d$$

خواننده می‌تواند مقادیر عددی را که به وسیله سازندگان ماشین در جدول الف-۲ ضمیمه داده شده بررسی کند تا این نامعادله را تأیید نماید. باید توجه کنیم که راکتانسهای مشابهی را می‌توان برای محور  $q$  تعریف نمود.

چنان که نشان داده شد، ماشین سنکرون هنگامی که در معرض اتصال کوتاه پایانه‌هایش قرار گیرد راکتانس‌های گوناگونی را از خود نشان می‌دهد. بلافاصله پس از وقوع اتصال کوتاه، آرمیچر ماشین راکتانس مؤثر  $X_d''$  را از خود نشان می‌دهد. این راکتانس با یک مقاومت مؤثر که به وسیله مدار میرایی تعیین می‌شود ترکیب می‌گردد تا ثابت زمانی زیرگذاری اتصال کوتاه محور مستقیم<sup>۱</sup> را که حدود ۰/۰۳ ثانیه است، مشخص سازد. دوره‌ای که در آن  $X_d''$ ، راکتانس مؤثر است دوره زیرگذرا نامیده می‌شود، و به طور معمول دوام آن ۳ تا ۴ سیکل فرکانس سیستم است. هنگامی که جریان‌های سیم‌پیچ میرایی تا سطح قابل صرف نظر کاهش می‌یابد، مدارهای  $D$  و  $Q$  دیگر مورد نیاز نیستند و شکل ۱۸-۳ به شکل ۱۶-۳

1- direct-axis, short-circuit subtransient time-constant



شکل ۱۸-۳ مدار معادل مولد سنکرون قطب برجسته با یک سیم‌پیچ میدان و دو سیم‌پیچ میرایی بر روی رتور.

برمی‌گردد. آنگاه جریان‌های ماشین خیلی آهسته‌تر با ثابت زمانی گذرای اتصال کوتاه محور مستقیم  $T'_d$  کاهش می‌یابند.  $T'_d$  به وسیله  $X'_d$  و یک مقاومت که به  $R_f$  میدان ماشین بستگی دارد تعیین می‌شود. دوره تأثیر  $X'_d$  دوره گذرا نامیده می‌شود و حدود ۱ ثانیه است. سرانجام، برای شرایط پایدار حالت دائم، راکتانس‌های محور  $d$  و  $q$ ،  $X_d = \omega L_d$  و  $X_q = \omega L_q$  کارکرد ماشین قطب برجسته را تعیین می‌کنند، درست همان طور که راکتانس سنکرون  $X_d$  در حالت دائم در ماشین سنکرون رتور گرد به کار گرفته می‌شود. راکتانس‌های گوناگونی که به وسیله سازندگان ماشین داده می‌شوند معمولاً برحسب پریونیت بر مبنای مقادیر نامی ماشین داده می‌شوند حال آنکه ثابت زمانی‌ها بر حسب ثانیه داده می‌شوند. جدول ۲- ضمیمه خلاصه‌ای از کمیته‌های نمونه‌ای ماشین سنکرون را که از اهمیت کاربردی برخوردارند

نشان می‌دهد.

مثال ۷-۳ مقدار پریونیت  $X'_d$  را برای مولد سنکرون ۶۰ Hz مثال ۱-۳ محاسبه کنید. اندازه‌های نامی

1- direct-axis, short-circuit transient time-constant

۶۳۵ MVA ، ۲۴ kV ماشین را به عنوان مبنا انتخاب کنید.

پاسخ: مقدار اندوکتانس های سیم پیچ آرمیچر و میدان در مثال ۱-۳ داده شده اند، و شکل ۱۰-۳ نشان می دهد که  $L_d = L_s + M_s$  . بنابراین:

$$L_d = L_s + M_s = ۲,۷۶۵۶ + ۱,۳۸۲۸ = ۴,۱۴۸۴ \text{ mH}$$

اکنون اندوکتانس گذاری  $L'_d$  از معادله (۳-۵۴) محاسبه می شود:

$$L'_d = L_d - \frac{(kM_f)^2}{L_{ff}}$$

$$= ۴,۱۴۸۴ - \frac{(\sqrt{3}/2 \times ۳۱,۶۹۵۰)^2}{۴۳۳,۶۵۶۹} = ۰,۶۷۳۶ \text{ mH}$$

و راکتانس گذرا عبارتست از:

$$X'_d = \omega L'_d = ۱۲۰\pi \times ۰,۶۷۳۶ \times ۱۰^{-۳} = ۰,۲۵۴۰ \Omega$$

مبنای امیدانس بر اساس اندازه های نامی ماشین برابر است با  $\Omega (۶۳۵ / ۲۴^2)$  . بنابراین:

$$X'_d = \frac{۰,۲۵۴۰ \times ۶۳۵}{۲۴^2} = ۰,۲۸ \text{ پریونیت}$$

بنابراین  $X'_d$  از راکتانس سنکرون  $X_d = ۱,۷۳۴۱ \text{ p.u.}$  خیلی کوچکتر است.

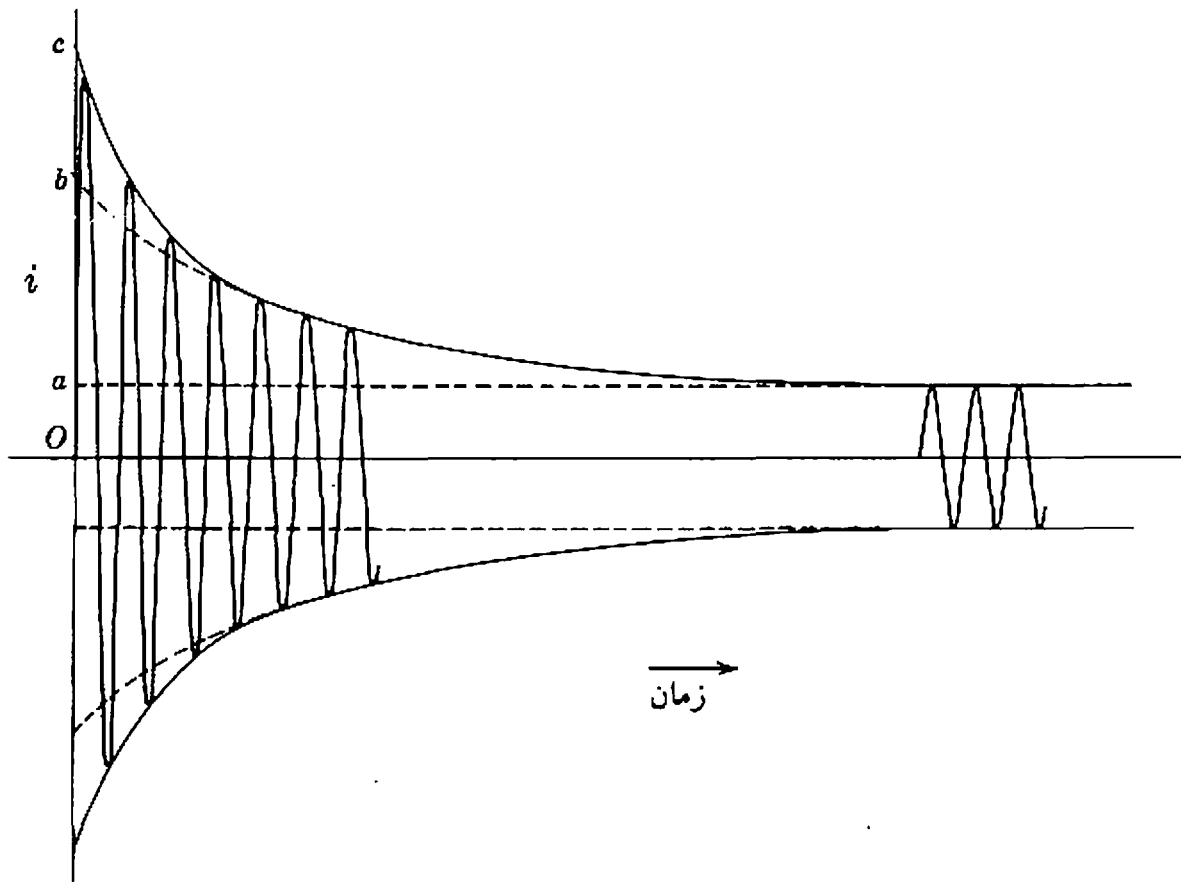
### ۳-۹ جریان های اتصال کوتاه

هنگامی که ولتاژ ac ناگهان به دو سر یک مدار R-L سری اعمال شود، جریانی که می گذرد به طور معمول دارای دو مولفه است. یک مولفه dc ، که با ثابت زمانی  $L/R$  مدار کاهش می یابد، و یک مولفه حالت دائم با تغییرات سینوسی و دامنه ثابت. وقتی یک اتصال کوتاه ناگهانی در پایانه های ماشین سنکرون ظاهر می شود، پدیده ای مشابه ولی پیچیده تر رخ می دهد. جریان های حاصل در فازهای ماشین، مولفه های dc خواهند داشت که سبب می شود جریان ها آفست داشته باشند یا اگر برحسب زمان رسم شوند نامتقارن باشند. در فصل ۱۰ بحث خواهیم کرد که چگونه قسمت متقارن جریان های اتصال کوتاه در محاسبه مقادیر نامی کلیدهای قدرت به کار می روند. اکنون چگونگی تأثیر اتصال کوتاه بر راکتانس های ماشین مورد بررسی قرار می گیرد.

یک روش خوب برای تحلیل اثر اتصال کوتاه سه فاز در پایانه‌های مولدی که از قبل بی‌بار بوده، این است که نوسانهای جریان یک فاز را در هنگام وقوع چنان اتصالی تهیه کنیم. از آنجا که ولتاژهای تولید شده در فازهای ماشین سه فاز نسبت به هم ۱۲۰ درجه الکتریکی جابجایی دارند، اتصال کوتاه برای هر فاز در نقطه‌های گوناگون شکل موج ولتاژ رخ می‌دهد. به این دلیل است که مولفه گذرای یک جهت<sup>۱</sup> یا dc جریان در هر فاز فرق می‌کند<sup>۲</sup>. اگر مولفه dc جریان را از جریان هر فاز حذف کنیم، دامنه مولفه ac هر فاز جریان که در شکل ۳-۱۹ برحسب زمان رسم شده است، تقریباً مطابق رابطه زیر تغییر می‌کند:

$$I(t) = |E_i| \frac{1}{X_d} + |E_i| \left( \frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + |E_i| \left( \frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{-t/T_d''} \quad (3-57)$$

که  $e_i = \sqrt{2} |E_i| \cos \omega t$  ولتاژ سنکرون داخلی یا ولتاژ بی‌باری ماشین است. معادله (۳-۵۷) به روشنی نشان می‌دهد، جریان فاز آرمیچر، با حذف dc، دارای سه مولفه است که دوتای آنها با سرعت‌های متفاوتی در دوره‌های زیرگذرا و گذرا از بین می‌روند. با چشم‌پوشی از مقاومت نسبتاً کوچک آرمیچر، فاصله  $a-o$  در شکل ۳-۱۹ حداکثر مقدار جریان اتصال کوتاه دائمی است، که مقدار



شکل ۳-۱۹ جریان اتصال کوتاه مولد سنکرون بی‌بار به صورت تابعی از زمان. مولفه گذرای یک جهت جریان در ترسیم دوباره از روی نوسان‌نگار حذف شده است.

## 1- Unidirectional

۲- برای بحث بیشتر بر روی مولفه dc به کتاب "ماشین‌های الکتریکی" نوشته فینز جرالده، ویرایش چهارم، مک‌گرو هیل، نیویورک، ۱۹۸۳، فصل ۱۰ مراجعه کنید.

مؤثر آن  $|I|$  چنین داده می‌شود:

$$|I| = \frac{o-a}{\sqrt{2}} = \frac{|E_i|}{X_d} \quad (3-58)$$

اگر پوش موج جریان روبه عقب به سمت صفر زمان کشیده شود و چند سیکل اولیه که کاهش در آن خیلی سریع ظاهر می‌شود را حذف کنیم، نقطه تقاطع فاصله  $o-b$  خواهد بود. مقدار rms جریانی که با این نقطه تلاقی نشان داده شد به عنوان جریان گذرای  $|I'|$  شناخته می‌شود، و چنین تعریف می‌گردد:

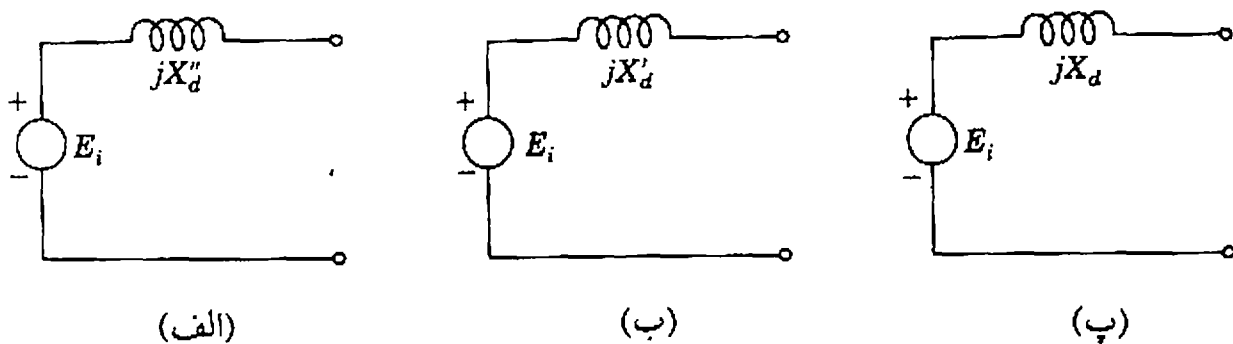
$$|I'| = \frac{o-b}{\sqrt{2}} = \frac{|E_i|}{X'_d} \quad (3-59)$$

مقدار مؤثر جریانی که با فاصله  $o-c$  در شکل ۳-۱۹ نشان داده شده است جریان زیرگذرای  $|I''|$  نامیده شده و چنین محاسبه می‌گردد:

$$|I''| = \frac{o-c}{\sqrt{2}} = \frac{|E_i|}{X''_d} \quad (3-60)$$

جریان زیرگذرا اغلب جریان rms متقارن اولیه نامیده می‌شود، که شایسته‌تر است، زیرا دارای مولفه dc نیست و از مقدار rms مولفه ac جریان بلافاصله بعد از وقوع خطا صحبت می‌کند. هنگامی که یک نوسان ثبت شده نظیر شکل ۳-۱۹ در دسترس باشد معادله‌های (۳-۵۹) و (۳-۶۰) را می‌توان برای محاسبه کمیت‌های  $X'_d$  و  $X''_d$  ماشین به کار برد. از طرف دیگر معادله‌های (۳-۵۹) و (۳-۶۰) همچنین روش تعیین جریان اتصالی در یک مولد را وقتی راکتانس‌های آن معلوم باشند نشان می‌دهد.

اگر هنگامی که خطا روی می‌دهد مولد بدون بار باشد، ماشین با ولتاژ بی‌باری نسبت به خنثی که با راکتانس مناسبی سری شده نمایش داده می‌شود. برای محاسبه جریان‌ها در شرایط زیرگذرا، مطابق



شکل ۳-۲۰ مدارهای معادل یک مولد سنکرون با ولتاژ داخلی  $E_i$  و (الف) راکتانس زیرگذرای  $X''_d$ ؛ (ب) راکتانس گذرای  $X'_d$ ؛ (پ) راکتانس سنکرون  $X_d$ . ولتاژ  $E_i$  همان‌گونه که در بخش ۲-۱۰ بحث خواهد شد با بار تغییر می‌کند.

شکل (الف ۳-۲۰) راکتانس  $X_d''$  را به صورت سری با ولتاژ بی باری  $E_i$  به کار می‌بریم و برای شرایط گذرا، مطابق شکل (ب ۳-۲۰) راکتانس  $X_d'$  را به صورت سری به کار می‌بریم. در حالت دائم مطابق شکل (پ ۳-۲۰) از  $X_d$  استفاده می‌کنیم. جریان زیرگذرای  $|I''|$  از جریان دائم  $|I|$  خیلی بزرگتر است زیرا  $X_d''$  خیلی کوچکتر از  $X_d$  است. ولتاژ داخلی  $E_i$  در همه مدارهای شکل ۳-۲۰ یکسان است، زیرا فرض شده که مولد در ابتدا بدون بار است. در فصل ۱۰ ملاحظه خواهیم کرد چگونه با منظور کردن بار در هنگام وقوع اتصالی مدار معادل ماشین تغییر می‌کند.

مثال ۳-۸ دو مولد به صورت موازی به طرف فشار ضعیف ترانسفورماتور سه فاز  $\Delta-Y$  مطابق شکل (الف ۳-۲۱) وصل شده‌اند. مولد ۱ دارای اندازه‌های نامی  $50000 \text{ kVA}$  و  $13.8 \text{ kV}$  است. مولد ۲ دارای اندازه‌های نامی  $25000 \text{ kVA}$  و  $13.8 \text{ kV}$  است. هر مولد راکتانس زیرگذرای  $25\%$  بر مبنای اندازه‌های نامی خود دارد. ترانسفورماتور دارای اندازه‌های نامی  $75000 \text{ kVA}$ ،  $69 \text{ Y kV} / 13.8 \Delta$  با راکتانس  $10\%$  است. پیش از وقوع خطا ولتاژ در سمت فشار قوی ترانسفورماتور  $66 \text{ kV}$  است. ترانسفورماتور بدون بار است و جریان گردشی بین مولدها وجود ندارد. وقتی اتصال کوتاه سه فازی در سمت فشار قوی ترانسفورماتور روی می‌دهد جریان زیرگذرای هر مولد را به دست آورید.

پاسخ: در مدار فشار قوی  $69 \text{ kV}$  و  $75000 \text{ kVA}$  را به عنوان مبنا انتخاب کنید. آنگاه ولتاژ مبنا در سمت فشار ضعیف  $13.8 \text{ kV}$  خواهد شد.

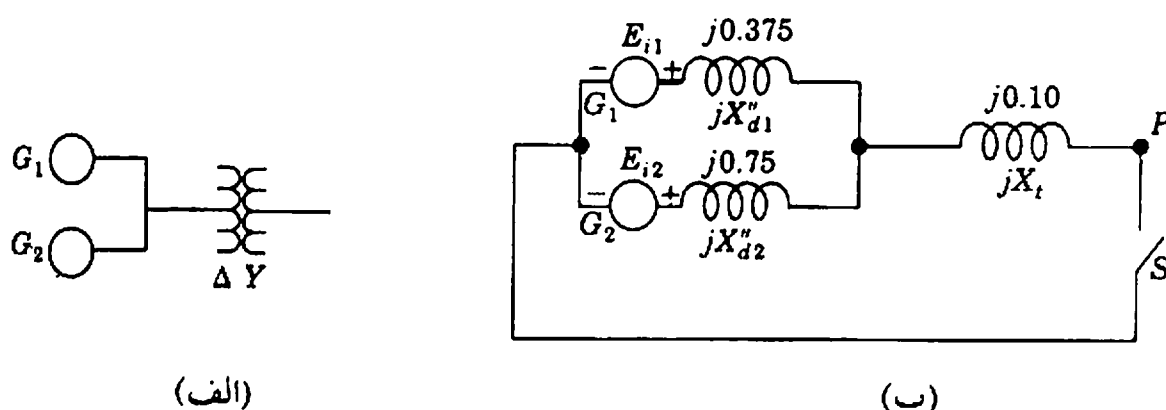
مولد ۱:

$$X_{d1}'' = 0.25 \frac{75000}{50000} = 0.375 \text{ پریونیت}$$

$$E_{i1} = \frac{66}{69} = 0.957 \text{ پریونیت}$$

مولد ۲:

$$X_{d2}'' = 0.25 \frac{75000}{25000} = 0.75 \text{ پریونیت}$$



شکل ۳-۲۱ (الف) نمودار تک خطی؛ (ب) نمودار راکتانس برای مثال ۳-۸

$$E_{i2} = \frac{66}{69} = 0,957 \text{ پریونیت}$$

ترانسفورماتور:

$$X_t = 0,10 \text{ پریونیت}$$

شکل (ب ۲۱-۳) نمودار راکتانس را پیش از خطا نشان می‌دهد. با بستن کلید  $K$  یک خطای سه فاز در  $P$  شبیه سازی می‌شود. ولتاژهای داخلی دو ماشین را می‌توان موازی در نظر گرفت زیرا آنها از نظر دامنه و فاز یکسانند و بین آنها جریان گردشی وجود ندارد. راکتانس زیرگذرای معادل موازی برابر است با:

$$X_d'' = \frac{X_{d1}'' X_{d2}''}{X_{d1}'' + X_{d2}''} = \frac{0,375 \times 0,75}{0,375 + 0,75} = 0,25 \text{ پریونیت}$$

بنابراین با مبنای گرفتن فازور  $E_i \triangleq E_{i1} = E_{i2}$ ، جریان زیرگذرا در اتصال کوتاه عبارتست از:

$$I'' = \frac{E_i}{jX_d'' + jX_t} = \frac{0,957}{j0,25 + j0,10} = -j2,735 \text{ پریونیت}$$

ولتاژ  $V_t$  در طرف  $\Delta$  ترانسفورماتور عبارتست از:

$$V_t = I'' \times jX_t = (-j2,735)(j0,10) = 0,2735 \text{ پریونیت}$$

در مولدهای ۱ و ۲:

$$I_1'' = \frac{E_{i1} - V_t}{jX_{d1}''} = \frac{0,957 - 0,2735}{j0,375} = -j1,823 \text{ پریونیت}$$

$$I_2'' = \frac{E_{i2} - V_t}{jX_{d2}''} = \frac{0,957 - 0,2735}{j0,75} = -j0,912 \text{ پریونیت}$$

### ۱۰-۳ چکیده

در این فصل مدارهای معادل ساده شده مولد سنکرون مورد بررسی قرار گرفت تا در ادامه کتاب از آن استفاده شود.

دیدیم که کارکرد حالت دائم ماشین سنکرون به راکتانس سنکرون  $X_d$ ، که پایه مدار معادل حالت دائم ماشین است تکیه دارد. در بهره‌برداری حالت دائم مشاهده گردید که با افزایش تحریک توان مجازی که مولد سنکرون به سیستم تحویل می‌دهد افزایش می‌یابد. برعکس، وقتی تحریک کاهش می‌یابد، مولد سنکرون توان مجازی کمتری تحویل می‌دهد، و هنگامی که زیر تحریک می‌شود از شبکه توان مجازی می‌کشد. همه حالت‌های بهره‌برداری حالت دائم مولد رتور استوانه‌ای - که به یک سیستم بزرگ



همانند یک شینه بینهایت متصل است - با نمودار توانایی بارگذاری ماشین نشان داده می‌شود.

تحلیل گذرای مولد سنکرون به مدل دو محوری ماشین نیاز دارد. دیدیم که معادله‌های مربوطه که با متغیرهای فازی واقعی  $a-b-c$  سروکار دارند، با تبدیل پارک که جریان‌ها، ولتاژها و فوران‌های دربرگیرنده  $d-q-o$  را معرفی می‌کند می‌توانند ساده‌تر شوند. مدار معادل‌های ساده شده‌ای که از معادله‌های  $d-q-o$  ماشین به دست می‌آیند تعریف‌های راکتانس زیرگذرای  $X_d''$  و راکتانس گذرای  $X_d'$  را ارائه می‌دهند. همچنان که در فصل ۱۰ بحث خواهد شد راکتانس زیرگذرای  $X_d''$  در محاسبه جریان‌های ناشی از اتصال کوتاه در مولد سنکرون یا در نزدیکی آن اهمیت دارد. راکتانس گذرای  $X_d'$  همچنان که در فصل ۱۶ نشان داده خواهد شد برای مطالعه پایداری به کار می‌رود.

## مسئله‌ها

- ۳-۱ بالاترین سرعتی که دو مولد هم محور می‌توانند چنان چرخانده شوند که فرکانس یکی  $60 \text{ Hz}$  و فرکانس دیگری  $25 \text{ Hz}$  باشد را تعیین کنید. هر ماشین چند قطب دارد؟
- ۳-۲ مولد سنکرون سه فاز مثال ۳-۱ در سرعت  $3600 \text{ rpm}$  کار می‌کند و باری را با ضریب توان یک تغذیه می‌کند. اگر ولتاژ پایانه ماشین  $22 \text{ kV}$  و جریان میدان  $2500 \text{ A}$  باشد، جریان خط و کل توان مصرفی بار را تعیین کنید.
- ۳-۳ در یک مولد سنکرون سه فاز رتور گرد مقاومت آرمیچر قابل چشم‌پوشی بوده و راکتانس سنکرون  $X_d$  برابر  $1.65$  پریونیت است. ماشین به طور مستقیم به شینه بینهایت با ولتاژ  $40^\circ$  پریونیت متصل است. وقتی ماشین جریان‌های زیر را تحویل می‌دهد ولتاژ داخلی  $E_i$  را به دست آورید: (الف) پریونیت  $430^\circ$  (ب) پریونیت  $40^\circ$  (پ)  $30^\circ - 40^\circ$  پریونیت. نمودار فازوری نشان دهنده کارکرد ماشین در هر حالت را ترسیم کنید.
- ۳-۴ یک مولد سنکرون سه فاز رتور گرد، دارای اندازه‌های نامی  $10 \text{ kV}$ ،  $50 \text{ MVA}$  و مقاومت آرمیچر  $R = 0.1$  پریونیت و راکتانس سنکرون  $X_d = 1.65$  پریونیت است. ماشین روی یک شینه بینهایت  $10 \text{ kV}$  کار می‌کند و  $2000 \text{ A}$  در ضریب توان  $0.9$  پیش فاز تحویل می‌دهد. (الف) ولتاژ داخلی  $E_i$  و زاویه توان  $\delta$  ماشین را تعیین کنید. نمودار فازوری کارکرد آن را رسم نمایید.
- (ب) ولتاژ مدار باز ماشین در همان مقدار تحریک چقدر است؟
- (پ) جریان اتصال کوتاه حالت دائم در همان مقدار تحریک چقدر است؟ از اثر اشباع چشم‌پوشی شود.

- ۳-۵ در یک مولد سنکرون سه فاز رتور استوانه‌ای، با اندازه‌های نامی  $16 \text{ kV}$  و  $200 \text{ MVA}$ ، تلفات قابل چشم‌پوشی می‌باشد و راکتانس سنکرون  $1.65$  پریونیت است. مولد روی یک شینه

بینهایت با ولتاژ ۱۵ kV کار می‌کند. emf داخلی  $E_i$  و زاویه توان  $\delta$  ماشین به ترتیب ۲۴ kV (خط به خط) و  $۲۷/۴^\circ$  می‌باشد.

(الف) جریان خط و توان حقیقی و مجازی سه فاز تحویلی به سیستم را تعیین کنید.

(ب) حال اگر توان مکانیکی ورودی و جریان تحریک مولد چنان تغییر کند که جریان خط ماشین در همان ضریب توان قسمت (الف) ۲۵٪ کاهش یابد، emf داخلی  $E_i$  و زاویه توان  $\delta$  جدید را به دست آورید.

(پ) در حالی که ماشین جریان خط قسمت (ب) را تحویل می‌دهد، توان مکانیکی ورودی و تحریک دوباره تنظیم می‌گردد تا ضریب توان در پایانه‌هایش یک شود. مقدار جدید  $E_i$  و  $\delta$  را محاسبه کنید.

۳-۶ مولد سنکرون سه فاز مسأله ۳-۵ بر روی شینه بینهایت با ولتاژ ۱۵ kV کار می‌کند و ۱۰۰ MVA در ضریب توان ۰/۸ پس فاز تحویل می‌دهد.

(الف) ولتاژ داخلی  $E_i$ ، زاویه توان  $\delta$ ، و جریان خط ماشین را تعیین کنید.

(ب) اگر جریان میدان ماشین ۱۰٪ کاهش یابد، در حالی که توان مکانیکی ورودی به ماشین ثابت بماند، مقدار جدید  $\delta$  و توان مجازی تحویلی به سیستم را تعیین کنید.

(پ) سپس بدون تغییر دادن تحریک، محرک اولیه (توربین) را چنان تنظیم می‌کنیم تا توان مجازی که ماشین به سیستم می‌دهد صفر گردد. زاویه توان جدید  $\delta$  و توان حقیقی تحویلی به سیستم را تعیین کنید.

(ت) اگر مقدار تحریک همانند قسمت‌های (ب) و (پ) نگه داشته شود، حداکثر توان مجازی که ماشین می‌تواند تحویل دهد چقدر است؟

نمودار فازوری را برای کارکرد ماشین در قسمت‌های (الف)، (ب) و (پ) ترسیم کنید.

۳-۷ از معادله (۳-۳۱) شروع کنید، معادله (۳-۳۸) را اصلاح کنید تا نشان دهد وقتی مقاومت آرمیچر  $R$  مولد سنکرون صفر نیست داریم:

$$P = \frac{|V_t|}{R^2 + X_d^2} \{ |E_i| (R \cos \delta + X_d \sin \delta) - |V_t| R \}$$

$$Q = \frac{|V_t|}{R^2 + X_d^2} \{ X_d (|E_i| \cos \delta - |V_t|) - R |E_i| \sin \delta \}$$

۳-۸ مولد سنکرون سه فاز مثال ۳-۴ اکنون بر روی شینه بی‌نهایت ۲۵/۲ kV کار می‌کند. دامنه ولتاژ

داخلی آن  $|E_i| = ۴۹/۵$  kV و زاویه توان  $\delta = ۳۸/۵^\circ$  به دست آمده است. با استفاده از نمودار توانایی بارگذاری شکل ۳-۱۴، بصورت ترسیمی توان حقیقی و مجازی که ماشین به سیستم

می‌دهد را تعیین کنید. با استفاده از معادله‌ها (۳-۳۸) جوابهایتان را تأیید کنید.

۳-۹ یک مولد سنکرون قطب برجسته سه فاز که مقاومت آرمیچر آن ناچیز است، دارای مقدارهای زیر برای کمیت‌های اندوکتانس مشخص شده در جدول ۳-۱ است:

$$L_s = ۲,۷۶۵۶ \text{ mH} \quad M_f = ۳۱,۶۹۵۰ \text{ mH} \quad L_m = ۰,۳۷۷۱ \text{ mH}$$

$$M_s = ۱,۳۸۲۸ \text{ mH} \quad L_{ff} = ۴۳۳,۶۵۶۹ \text{ mH}$$

در حین کارکرد متعادل حالت دائم، جریان میدان و جریان آرمیچر فاز  $a$  ماشین به ترتیب برابرند با:

$$i_f = ۴۰۰۰ \text{ A} \quad i_a = ۲۰۰۰۰ \sin(\theta_d - ۳۰^\circ) \text{ A}$$

(الف) به کمک معادله (۳-۴۱) مقدار لحظه‌ای فوران‌های دربرگیرنده  $\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c$  و  $\lambda_f$  را وقتی  $\theta_d = ۶۰^\circ$  است تعیین کنید.

(ب) به کمک تبدیل پارک که به وسیله معادله‌های (۳-۴۲) و (۳-۴۳) داده شده است، مقدار لحظه‌ای فوران‌های دربرگیرنده  $\lambda_d, \lambda_q$  و  $\lambda_o$  و جریان‌های  $i_d, i_q$  و  $i_o$  را وقتی  $\theta_d = ۶۰^\circ$  است تعیین کنید.

(پ) با به کار بردن معادله‌های (۳-۴۵) و (۳-۴۶) نتایج را تأیید کنید.

۳-۱۰ آرمیچر مولد قطب برجسته سه فاز جریان‌های زیر را حمل می‌کند:

$$i_a = \sqrt{2} \times ۱۰۰۰ \sin(\theta_d - \theta_a) \text{ A}$$

$$i_b = \sqrt{2} \times ۱۰۰۰ \sin(\theta_d - ۱۲۰^\circ - \theta_a) \text{ A}$$

$$i_c = \sqrt{2} \times ۱۰۰۰ \sin(\theta_d - ۲۴۰^\circ - \theta_a) \text{ A}$$

(الف) ماتریس تبدیل  $P$  معادله (۳-۴۲) را به کار برده، جریان محور مستقیم  $i_d$  و جریان محور عمودی  $i_q$  را به دست آورید. جریان توالی صفر  $i_o$  چقدر است؟

(ب) فرض کنید جریان‌های آرمیچر عبارتند از:

$$i_a = \sqrt{2} \times ۱۰۰۰ \sin(\theta_d - \theta_a) \text{ A}$$

$$i_b = i_c = ۰$$

$i_d, i_q$  و  $i_o$  را تعیین کنید.

۳-۱۱ راکتانس سنکرون محور مستقیم  $X_d$ ، راکتانس گذرای محور مستقیم  $X'_d$  و راکتانس زیرگذرای

محور مستقیم  $X_d''$  یک ماشین سنکرون قطب برجسته  $60\text{ Hz}$  با کمیت‌های زیر را تعیین کنید:

$$L_s = 2,7656 \text{ mH} \quad L_{ff} = 433,6569 \text{ mH} \quad L_D = 4,2898 \text{ mH}$$

$$M_s = 1,3828 \text{ mH} \quad M_f = 31,6950 \text{ mH} \quad M_D = 3,1523 \text{ mH}$$

$$L_m = 0,3771 \text{ mH} \quad M_r = 37,0281 \text{ mH}$$

۳-۱۲ نمودار تک خطی یک سیستم قدرت بدون بار در شکل ۲۲-۳ نشان داده شده است. راکتانس‌های

دو قسمت خط انتقال در نمودار نشان داده شده‌اند. اندازه‌های نامی مولدها و ترانسفورماتورها به قرار زیرند:

مولد ۱: پریونیت  $20 \text{ MVA}$ ,  $13,8 \text{ kV}$ ,  $X_d'' = 0,20$

مولد ۲: پریونیت  $30 \text{ MVA}$ ,  $18 \text{ kV}$ ,  $X_d'' = 0,20$

مولد ۳: پریونیت  $30 \text{ MVA}$ ,  $20 \text{ kV}$ ,  $X_d'' = 0,20$

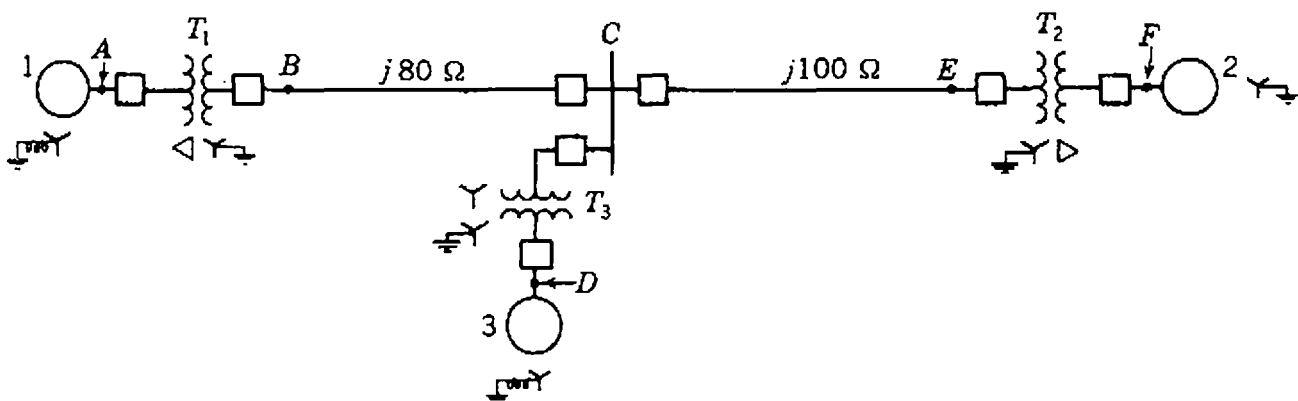
ترانسفورماتور  $T_1$ :  $25 \text{ MVA}$ ,  $220\text{Y} / 13,8\Delta \text{ kV}$ ,  $X = 10\%$

ترانسفورماتور  $T_2$ : واحدهای تکفاز هر کدام  $10 \text{ MVA}$ ,  $127 / 18 \text{ kV}$ ,  $X = 10\%$

ترانسفورماتور  $T_3$ :  $35 \text{ MVA}$ ,  $220\text{Y} / 22\text{Y} \text{ kV}$ ,  $X = 10\%$

(الف) نمودار امپدانس را با همه راکتانس‌های آن برحسب پریونیت و با حروف برای نشان دادن نقاط متناظر نمودار تک خطی ترسیم کنید. مبنا را در مدار مولد ۱،  $13,8 \text{ kV}$ ,  $50 \text{ MVA}$  انتخاب کنید.

(ب) فرض کنید که سیستم بی‌بار است و ولتاژ سیستم بر مبنای انتخاب شده در قسمت الف  $170$  پریونیت است. اگر یک اتصال کوتاه سه فاز از شینه  $C$  به زمین رخ دهد، و اگر هر مولد با راکتانس زیرگذرایش نمایش داده شود، مقدار فازوری جریان اتصال کوتاه را به آمپر به دست آورید. (پ) مگاولت آمپر تغذیه شده به وسیله هر مولد را در شرایط قسمت (ب) تعیین کنید.



شکل ۲۲-۳ نمودار تک خطی مسأله ۳-۱۲

۱۳-۳ اندازه‌های نامی مولدها، موتورها، و ترانسفورماتورهای شکل ۲۳-۳ عبارتند از:

مولد ۱:  $20 \text{ MVA}, 18 \text{ kV}, X_d'' = 20\%$

مولد ۲:  $20 \text{ MVA}, 18 \text{ kV}, X_d'' = 20\%$

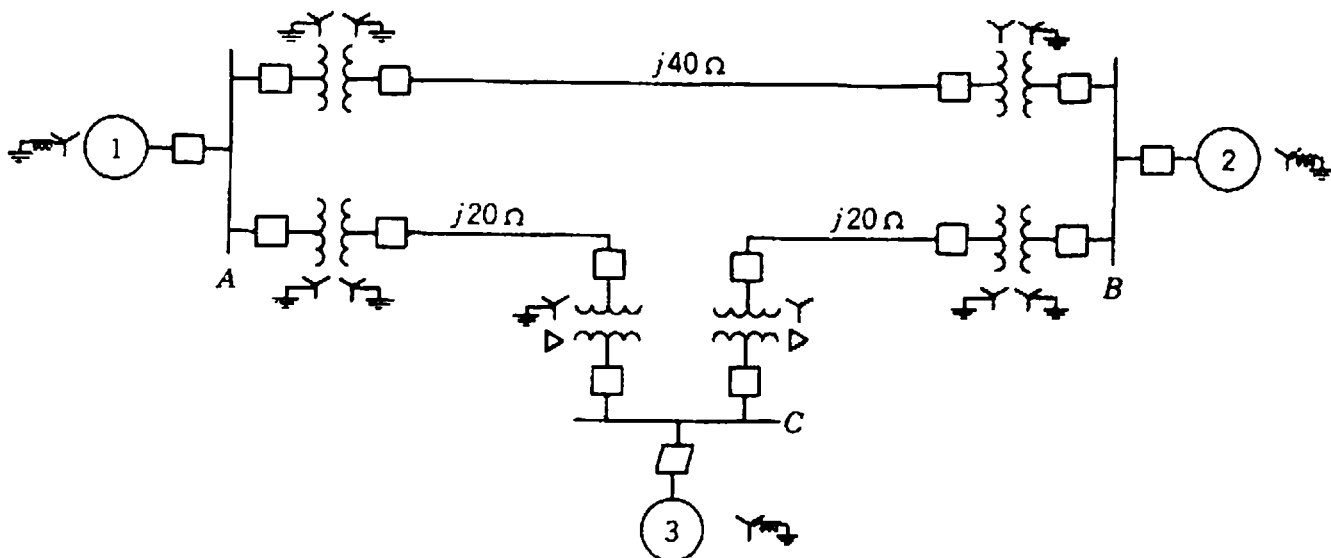
موتور سنکرون ۳:  $30 \text{ MVA}, 13.8 \text{ kV}, X_d'' = 20\%$

ترانسفورماتور Y-Y سه فاز:  $20 \text{ MVA}, 13.8 \text{ Y} / 20 \text{ Y kV}, X = 10\%$

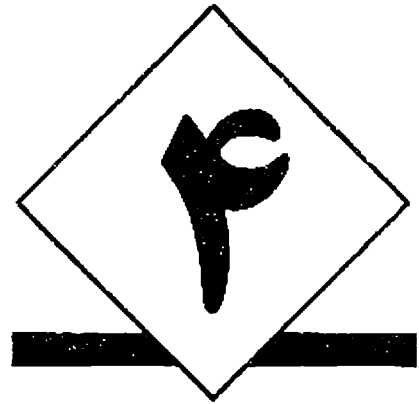
ترانسفورماتور Y-Δ سه فاز:  $15 \text{ MVA}, 13.8 \text{ Y} / 13.8 \Delta \text{ kV}, X = 10\%$

(الف) نمودار امپدانس را برای سیستم قدرت رسم کنید. امپدانس‌ها را برحسب پریونیت مشخص کنید. از مقاومت صرف نظر کنید و در خط  $40 \Omega$  مینا را  $50 \text{ MVA}, 13.8 \text{ kV}$  بگیرید.  
 (ب) فرض کنید سیستم بدون بار است و ولتاژ سیستم بر مبنای انتخاب شده در قسمت (الف)  $1 \text{ pu}$  پریونیت است. اگر یک اتصال کوتاه سه فاز از شینه C به زمین روی دهد، مقدار فازور جریان اتصال کوتاه را (به آمپر) وقتی هر مولد با راکتانس زیرگردایش نشان داده شود به دست آورید.

(پ) مگاولت آمپری را که به وسیله هر ماشین سنکرون در شرایط قسمت (ب) تغذیه می‌شود به دست آورید.



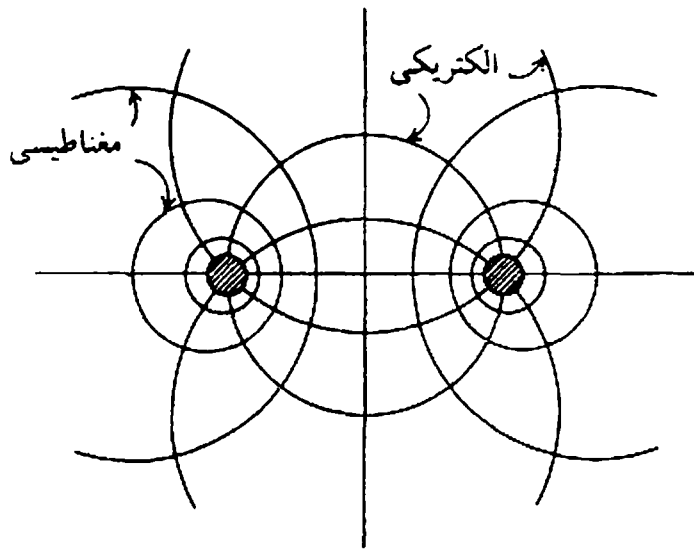
شکل ۲۳-۳ نمودار تک خطی مسأله ۱۲-۲



## امپدانس سری خط انتقال

در یک خط انتقال، چهار کمیت مقاومت، اندوکتانس، ظرفیت خازنی و کنداکتانس روی کارکرد کامل آن به عنوان بخشی از سیستم قدرت اثر می‌گذارند. دو کمیت اول، در این فصل و ظرفیت خازنی در فصل بعد بررسی خواهد شد. کمیت چهارم، یعنی کنداکتانس بین هادیها یا بین هادیها و زمین، باعث جریان نشتی در مقره‌های<sup>۱</sup> خطوط هوایی و عایق کابلها می‌شود. چون می‌توان از جریان نشتی در مقره‌های خطوط هوایی چشم پوشید، کنداکتانس بین هادیها در یک خط هوایی صفر فرض می‌شود. دلیل دیگر چشم‌پوشی از کنداکتانس، متغیر بودن آن و نبودن روش مناسب برای محاسبه آن می‌باشد. جریان نشتی مقره‌ها، عامل اصلی کنداکتانس، به طور محسوسی با شرایط هوایی و رطوبتی که بر مقره‌ها می‌نشیند تغییر می‌کند. کرونا نیز که نتیجه جریان نشتی بین خطوط می‌باشد، با شرایط هوایی تغییر می‌کند. این مایه خوشحالی است که اثر کنداکتانس در ادمیتانس موازی خط ناچیز است. بعضی از خاصیت‌های یک مدار الکتریکی را می‌توان به وسیله میدانهای الکتریکی و مغناطیسی که در اثر عبور جریان از آن به وجود می‌آید، بررسی نمود. شکل (۱-۴)، یک خط تکفاز و میدانهای مغناطیسی و الکتریکی آن را نشان می‌دهد. خطوط فوران مغناطیسی پیرامون مدار تشکیل یک حلقه بسته می‌دهند و خطوط فوران الکتریکی از بارهای الکتریکی مثبت در یک هادی شروع شده، به بارهای منفی روی هادی

1- insulators



شکل ۱-۴ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یک خط دوسیمه

دیگر ختم می‌شوند. تغییر جریان در هادی باعث تغییر تعداد خطوط فوران مغناطیسی پیرامون مدار می‌شود. هر تغییری در فوران مدار، ولتاژی متناسب با میزان این تغییر، به مدار القا می‌کند. اندوکتانس مدار، ولتاژ القاء شده ناشی از تغییر فوران را به میزان تغییر جریان مربوط می‌کند. بین هادیها ظرفیت خازنی وجود دارد که میزان بار جمع شده روی هادیها به ازای اختلاف پتانسیل یک ولت بین آنهاست.

مقاومت و اندوکتانس توزیع شده به طور یکنواخت در طول خط، امپدانس سری خط را تشکیل می‌دهد. کندانس و ظرفیت خازنی بین هادیهای خط تکفاز یا بین هادی و خنثی در خط سه فاز، ادیتانس موازی خط را تشکیل می‌دهند. اگر چه، مقاومت، اندوکتانس و ظرفیت خازنی در طول خط توزیع شده هستند اما در مدار معادل خط، چنانکه خواهیم دید، از کمیتهای فشرده و متمرکز استفاده می‌شود.

#### ۴-۱ انواع هادیها

در انتقال قدرت الکتریکی، در آغاز از هادیهای مسی استفاده می‌شد، اما امروزه هادیهای آلومینیومی به علت ارزانتر و سبکتر بودن نسبت به هادیهای مسی با همان مقاومت در خطوط هوایی به طور کامل جای آنها را گرفته‌اند. یکی دیگر از مزیت‌های هادی آلومینیومی این است که در یک مقاومت مشخص، قطر آن از هادی مسی بیشتر است. در حالت با قطر بزرگتر به ازای ولتاژ یکسان، خطوط فوران الکتریکی که در هادی ایجاد می‌شوند، در سطح هادی از یکدیگر دورتر می‌باشند. این امر موجب می‌شود که گرادیان ولتاژ در سطح هادی پایین آمده، امکان یونیزه شدن هوای اطراف هادی کاهش یابد. یونیزه شدن هوا باعث بروز پدیده‌ای ناخوشایند به نام کرونا می‌شود.

نمادهای زیر، انواع مختلف هادیهای آلومینیومی را نشان می‌دهند:

AAC هادی تمام آلومینیومی

AAAC هادی تمام آلیاژ آلومینیوم

ACSR هادی آلومینیومی تقویت شده با فولاد

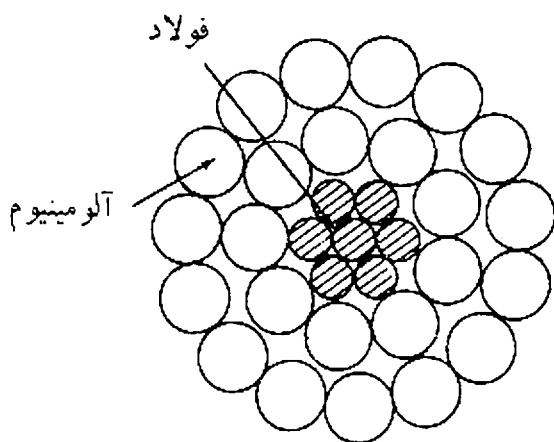
ACAR هادی آلومینیومی تقویت شده با آلیاژ

هادیهای آلیاژ آلومینیوم دارای قدرت کششی بیشتری نسبت به هادیهای الکتریکی آلومینیومی معمولی هستند. ACSR دارای یک هسته مرکزی از رشته‌های فولادی است که بالایه‌هایی از رشته‌های آلومینیوم نوع هادی الکتریکی احاطه شده است. ACAR دارای هسته مرکزی از جنس آلومینیوم بسیار قویتر است که گرداگرد آن را آلومینیوم نوع هادی الکتریکی فرا گرفته است. لایه‌های یک در میان سیم یک هادی رشته‌ای برای جلوگیری از باز شدن، در جهت‌های مختلف پیچیده می‌شوند به گونه‌ای که شعاع خارجی یک لایه، بر شعاع داخلی لایه بعدی منطبق می‌گردد. رشته‌ای بودن هادیها موجب می‌شود که هادیهای با سطح مقطع بزرگ انعطاف پذیر گردند. تعداد رشته‌ها به هم قطر بودن یا نبودن آنها و تعداد لایه‌ها بستگی دارد. مجموع تعداد رشته‌ها در یک کابل رشته‌ای هم مرکز که کل فضای حلقوی آن با رشته‌های داری قطر یکنواخت پر شده است، برابر ۷، ۱۹، ۳۷، ۶۱، ۹۱ و یا بیشتر می‌باشد.

سطح مقطع نمونه‌ای از کابل آلومینیومی تقویت شده با فولاد (ACSR) در شکل (۲-۴) نشان داده شده است. این هادی دارای ۷ رشته فولادی است که هسته مرکزی را تشکیل می‌دهند و اطراف آنها را دو لایه، رشته آلومینیومی فرا گرفته است. در این دو لایه ۲۴ رشته آلومینیومی وجود دارد. این هادی به صورت  $24Al/7St$  یا به طور ساده  $24/7$  مشخص می‌شود. از ترکیبهای مختلف آلومینیوم و فولاد می‌توان هادیهایی با قدرت کششی، ظرفیت جریان و سطح مقطع‌های گوناگون به دست آورد.

در جدول (الف-۳) ضمیمه، برخی از مشخصه‌های الکتریکی ACSR ارائه و نام صنعتی هر هادی نیز برای راحتی مراجعه نوشته شده است.

یک نوع هادی که تحت عنوان ACSR گسترش یافته<sup>۱</sup> شناخته می‌شود، دارای ماده پُرکننده‌ای مانند کاغذ است که رشته‌های فولادی داخلی را از رشته‌های آلومینیومی خارجی جدا می‌کند. این صفحه کاغذی به



شکل ۲-۴ مقطع عرضی یک هادی تقویت شده با فولاد،  
۷ رشته فولادی و ۲۴ رشته آلومینیومی.

1- expanded ACSR



ازای هدایت و قدرت کششی مشخص، قطر هادی را افزایش می‌دهد (و بنابراین کرونا کاهش می‌یابد).  
ACSR گسترش یافته، در برخی از خطوط ولتاژ خیلی بالا (EHV)<sup>۱</sup> مورد استفاده قرار می‌گیرد.

## ۲-۴ مقاومت

مقاومت هادیهای خط انتقال، مهمترین علت افت توان در یک خط انتقال است. منظور از "مقاومت"، مقاومت مؤثر<sup>۲</sup> است مگر این که به نحو دیگری مشخص شود. مقاومت مؤثر یک هادی برابر است با:

$$R = \frac{\text{تلف توان در هادی}}{|I|^2} \Omega \quad (4-1)$$

توان، برحسب وات و  $I$ ، جریان rms هادی برحسب آمپر است. اگر توزیع جریان در هادی یکنواخت باشد، مقاومت مؤثر، همان مقاومت dc می‌باشد. پس از مرور مفاهیم اساسی مقاومت dc، توزیع غیر یکنواخت جریان را نیز بررسی خواهیم کرد.  
مقاومت جریان مستقیم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R_o = \frac{\rho l}{A} \Omega \quad (4-2)$$

$\rho$  = مقاومت ویژه هادی

$l$  = طول

$A$  = سطح مقطع

در انتخاب واحدها می‌توان از دستگاه‌های گوناگون اندازه‌گیری استفاده نمود. در ایالات متحده، در صنعت برق معمولاً  $l$  را با فوت،  $A$  را با میل مدور<sup>۳</sup> (cmil) و  $\rho$  را با اهم-میل مدور بر فوت که اهم بر میل مدور-فوت نیز نامیده می‌شود، می‌سنجند. در واحدهای SI<sup>۴</sup>،  $L$  برحسب متر،  $A$  برحسب متر مربع و  $\rho$  برحسب اهم-متر می‌باشد.

یک میل مدور، مساحت یک دایره با شعاع ۱ میل و هر میل  $10^{-3}$  اینچ است. سطح مقطع یک هادی استوانه‌ای توپر به میل مدور، برابر با مربع قطر هادی است در صورتی که به میل بیان شده باشد. چنانچه میل مدور در  $\frac{\pi}{4}$  ضرب شود، میل مربع به دست می‌آید. از آن جا که سازندگان در ایالات متحده، هادیها را با سطح مقطعیان برحسب میل مدور مشخص می‌کنند، گاهی مجبور به استفاده از این واحدها هستیم. اگر مساحت

1- extra high voltage

2- effective resistance

3- circular mill

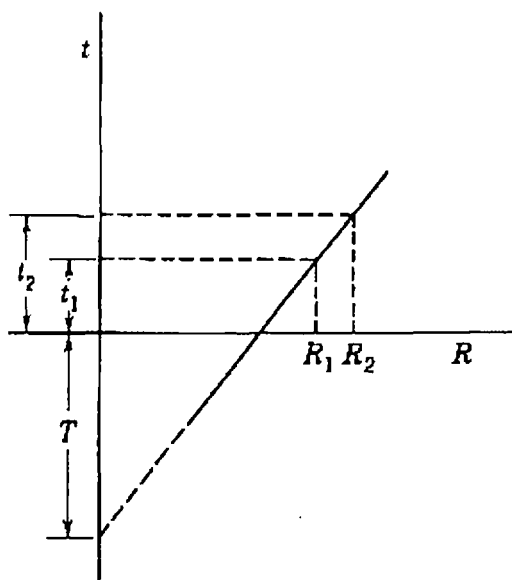
۴- SI عنوان رسمی برای دستگاه بین المللی واحدها.

بیان شده برحسب میل مدور در  $5.067 \times 10^{-4}$  ضرب شود، حاصل بر حسب میلیمتر مربع خواهد بود.  
 استاندارد بین‌المللی هدایت، هدایت ویژه مس بازپخته<sup>۱</sup> است. سیم مسی سخت کشیده شده تجاری<sup>۲</sup>،  $3.97\%$  و آلومینیوم  $61\%$  هدایت ویژه مس باز پخته استاندارد را دارا می‌باشد. در  $20^\circ\text{C}$  برای مس سخت کشیده شده  $1.77 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{cmil/ft}$  ( $10.66 \Omega \cdot \text{cmil/ft}$ ) و برای آلومینیوم  $2.83 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  ( $17.00 \Omega \cdot \text{cmil/ft}$ ) می‌باشد.

مقاومت dc برای هادیهای رشته‌ای بیشتر از مقدار محاسبه شده به وسیله معادله (۲-۴) است، زیرا پیچیده شدن رشته‌ها باعث افزایش طول آنها نسبت به یک هادی معمولی می‌شود. در واقع جریانی که در یک هادی رشته‌ای یک مایلی برقرار می‌شود، غیر از رشته مرکزی، در سایر رشته‌ها مسیری بیش از یک مایل را می‌پیماید. افزایش مقاومت هادی رشته‌ای،  $1\%$  برای هادیهای سه رشته‌ای و  $2\%$  برای هادیهای رشته‌ای هم مرکز<sup>۳</sup> تخمین زده می‌شود.

تغییر مقاومت هادیهای فلزی نسبت به درجه حرارت در گستره عادی کار خطی می‌باشد. چنانچه مطابق شکل ۳-۴، درجه حرارت بر محور عمودی و مقاومت بر محور افقی نشان داده شود، ادامه دادن خط راستی که در شکل دیده می‌شود، روش آسانی برای پیدا کردن مقدار درست مقاومت در درجه حرارتهای گوناگون است. نقطه برخورد خط با محور درجه حرارت در مقاومت صفر، یکی از ثابتهای ماده است. با توجه به نمودار شکل (۳-۴) می‌توان نوشت:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T + t_2}{T + t_1} \quad (4-3)$$



شکل ۳-۴ تغییرات مقاومت یک هادی فلزی در اثر تغییر درجه حرارت

1- annealed copper

۲- hard - drawn copper wire سیم مسی که برای افزایش استحکام و سختی آن کاملاً کشیده شده است.

3- concentrically stranded conductors.

مثال ۱-۴ مشخصه‌های الکتریکی هادی رشته‌ای تمام آلومینیومی ماری گلد<sup>۱</sup> با توجه به جدول مشخصه‌های الکتریکی به صورت مقاومت dc برابر با  $0.1558 \Omega$  در  $1000 \text{ ft}$  و دمای  $20^\circ\text{C}$  و مقاومت ac برابر با  $0.956 \Omega/\text{mil}$  در  $50^\circ\text{C}$  می‌باشد. هادی دارای ۶۱ رشته و اندازه آن  $1113000 \text{ cmil}$  است. درستی مقاومت dc را بررسی کنید و نسبت مقاومت ac به dc را به دست آورید.

پاسخ: در  $20^\circ\text{C}$  با توجه به معادله (۲-۴) و ۲٪ به خاطر پیچیدن سیمها می‌توان نوشت:

$$R_s = \frac{170 \times 1000}{1113 \times 10^3} \times 1.02 = 0.1558 \Omega \quad \text{در هر } 1000 \text{ ft}$$

در درجه  $50^\circ\text{C}$  با توجه به معادله (۳-۴) می‌توان نوشت:

$$R_s = 0.1558 \frac{228 + 50}{228 + 20} = 0.1746 \Omega \quad \text{در هر } 1000 \text{ ft}$$

$$\frac{R}{R_s} = \frac{0.956}{0.1746 \times 5.280} = 1.037$$

بنابراین اثر پوستی مقاومت هادی را ۳۷٪ افزایش می‌دهد.

#### ۴-۴ اندوکتانس ناشی از فوران داخلی یک هادی

اندوکتانس یک خط انتقال برابر فوران در برگیرنده آن به ازای عبور جریان یک آمپر است. اگر نفوذپذیری مغناطیسی<sup>۲</sup>  $\mu$  ثابت باشد، جریان سینوسی، فوران سینوسی هم فاز با خود تولید خواهد کرد. فوران در برگیرنده حاصل در حوزه فازور با  $\lambda$  نشان داده می‌شود و می‌توان نوشت:

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad (4-4)$$

چنانچه به جای فازور  $I$  در معادله (۴-۴)، اندازه لحظه‌ای جریان  $i$  قرار گیرد، آنگاه  $\lambda$  اندازه لحظه‌ای فوران در برگیرنده ناشی از جریان  $i$  خواهد بود. فوران در برگیرنده برحسب وبر - دور (wbt) اندازه‌گیری می‌شود.

تنها خطوط خارجی فوران در شکل ۱-۴ نشان داده شده است. البته همچنان که هنگام بررسی اثر

1- marigold

2- permeability

پوستی گفته شد، میدان مغناطیسی در داخل هادی نیز وجود دارد. تغییر خطوط فوران داخل هادی نیز در تولید ولتاژ القایی و بنابراین اندوکتانس مدار سهم خواهد داشت. اندازه درست اندوکتانس ناشی از فوران داخلی از نسبت فوران در برگیرنده به جریان به دست خواهد آمد، البته باید در نظر داشت که هر خط فوران داخلی فقط کسری از کل جریان را در برمی گیرد.

برای به دست آوردن اندازه درست اندوکتانس خط انتقال، لازم است فوران داخلی هر هادی نیز به همراه فوران خارجی آن در نظر گرفته شود. یک هادی استوانه‌ای بلند را که سطح مقطع آن در شکل ۴-۴ نشان داده شده است، در نظر بگیرید. می توان فرض کرد که مسیر برگشت جریان به اندازه‌ای از این هادی دور است که تأثیر قابل توجهی بر میدان مغناطیسی هادی ندارد. بنابراین خطوط شار با هادی هم مرکز می باشند.

بر اساس قانون آمپر، نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) بر حسب آمپر - دور پیرامون هر مسیر بسته، برابر است با جمع جبری جریانهایی (بر حسب آمپر) که به وسیله مسیر بسته احاطه شده باشد. این موضوع در بخش (۲-۱) بررسی شده. از دیدگاه ریاضیات، mmf برابر انتگرال خطی مؤلفه مماسی شدت میدان مغناطیسی پیرامون مسیر بسته می باشد، که به وسیله معادله (۲-۴) داده شد و اکنون به عنوان معادله (۴-۵) نوشته می شود:

$$\text{mmf} = \oint H \cdot ds = I At \quad (4-5)$$

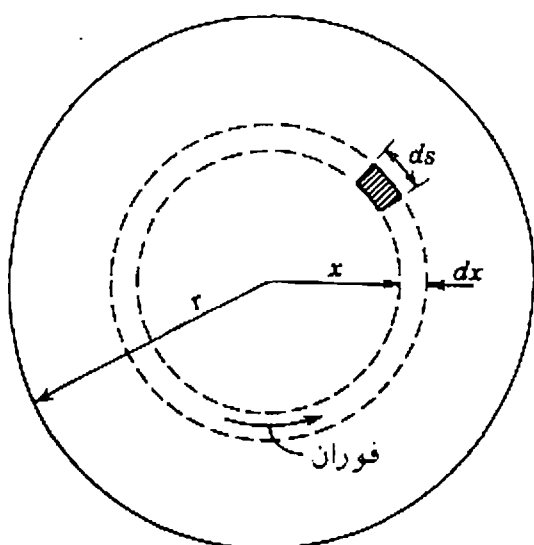
که در آن:

$H$  = شدت میدان مغناطیسی بر حسب At/m

$S$  = فاصله‌ای از مسیر بر حسب m

$I$  = جریان گذرنده از مسیر بسته بر حسب آمپر

از شکل فازوری  $H$  و  $I$  برای نشان دادن تغییرات سینوسی کمیتها استفاده شده است. رابطه بالا برای جریان مستقیم و متناوب یکسان است. برای سادگی می توان  $I$  را جریانی مستقیم و  $H$  را عددی حقیقی



شکل ۴-۴ برش عرضی یک هادی استوانه‌ای

در نظر گرفت. نقطه بین  $H$  و  $ds$  بیانگر این نکته است که مقدار  $H$  مؤلفه‌ای از شدت میدان است که بر  $ds$  مماس می‌باشد.

فرض کنید شدت میدان در فاصله  $x$  متر از مرکز هادی،  $H_x$  باشد. به دلیل متقارن بودن میدان مغناطیسی،  $H_x$  در همه نقاطی که فاصله آنها از مرکز هادی یکسان است، ثابت می‌باشد. اگر انتگرال گیری معادله (۴-۵) پیرامون مسیر دایره‌ای هم مرکز با هادی در  $x$  متری مرکز انجام شود،  $H_x$  در کل مسیر ثابت و بر آن مماس خواهد بود؛ و معادله (۴-۵) به صورت زیر در می‌آید:

$$\oint H_x ds = I_x \quad (4-6)$$

و

$$2\pi x H_x = I_x \quad (4-7)$$

$I_x$  جریان در برگرفته به وسیله مسیر بسته است. بنابراین با فرض یکنواختی چگالی جریان می‌توان نوشت:

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I \quad (4-8)$$

$I$  جریان کل هادی است. جایگزینی معادله (۴-۸) در معادله (۴-۷) و حل آن برحسب  $H_x$  نتیجه می‌دهد:

$$H_x = \frac{x}{2\pi r^2} I \text{ At/m} \quad (4-9)$$

چگالی فوران در فاصله  $x$  متری از مرکز هادی برابر است با:

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} \text{ Wb/m}^2 \quad (4-10)$$

$\mu$  نفوذپذیری مغناطیسی هادی می‌باشد.<sup>۱</sup>

برای جزء لوله‌ای شکل از هادی به ضخامت  $dx$ ، فوران  $d\phi$  مساوی  $B_x$  برابر اندازه سطح مقطعی از دیواره جزء است که در امتداد عمود بر خطوط فوران می‌باشد. در این حالت اندازه سطح مقطع،  $dx$  برابر طول محوری هادی است. فوران مغناطیسی هر متر طول برابر است با:

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} \text{ Wb/m} \quad (4-11)$$

۱- در سیستم SI نفوذپذیری فضای آزاد برابر  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$  و نفوذپذیری برابر  $\mu_r = \mu / \mu_0$  است.

فوران در برگیرنده  $d\lambda$  در هر متر از طول، که در اثر فوران جزء لوله‌ای شکل ایجاد می‌شود، برابر حاصل ضرب فوران هر متر طول در کسری از جریان است که فوران آن را در برمی‌گیرد. بدین ترتیب:

$$d\lambda = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\mu I x^2}{2\pi r^2} dx \quad \text{Wbt/m} \quad (4-12)$$

برای به دست آوردن کل فوران در برگیرنده داخلی هادی  $\lambda_{int}$ ، از مرکز هادی تا لبه خارجی آن انتگرال‌گیری می‌شود:

$$\lambda_{int} = \int_0^r \frac{\mu I x^2}{2\pi r^2} dx = \frac{\mu I}{4\pi} \quad \text{Wbt/m} \quad (4-13)$$

به ازای نفوذپذیری نسبی ۱،  $\mu = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$  خواهد شد. بنابراین:

$$\lambda_{int} = \frac{1}{4} \times 10^{-7} \quad \text{Wbt/m} \quad (4-14)$$

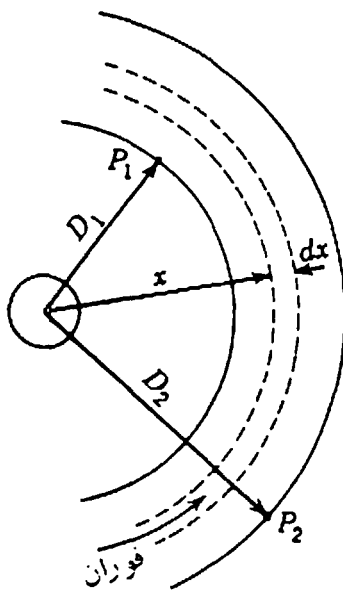
$$L_{int} = \frac{1}{4} \times 10^{-7} \quad \text{H/m} \quad (4-15)$$

تا این جا اندوکتانس واحد طول (هانری بر متر) یک هادی گرد، ناشی از فوران شار داخلی به دست آمد. از این پس اندوکتانس واحد طول به طور خلاصه اندوکتانس نامیده می‌شود اما باید در به کار بردن واحدهای صحیح دقت نمود.

درستی محاسبات اندوکتانس داخلی سیم گرد توپر که با استفاده از روش فوران در برگیرنده جزئی انجام گرفت با روشی کاملاً متفاوت، قابل اثبات است. از برابر قرار دادن انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی هادی در واحد طول در هر لحظه با  $\frac{L_{int} i^2}{4}$  و حل آن برحسب  $L_{int}$ ، همان معادله (۴-۱۵) به دست خواهد آمد.

#### ۴-۵ فوران در برگیرنده بین دو نقطه خارجی یک هادی منفرد

می‌خواهیم به عنوان گامی از محاسبه اندوکتانس یک هادی ناشی از فوران خارجی، عبارتی برای فوران یک هادی منفرد بین دو نقطه با فاصله  $D_1$  و  $D_2$  از مرکز هادی به دست آوریم. این نقطه‌ها در شکل ۴-۵ با  $P_1$  و  $P_2$  نشان داده شده است. جریان هادی،  $I$  آمپر می‌باشد. از آن جا که مسیره‌های فوران، دایره‌های هم مرکز پیرامون هادی هستند، فوران بین نقطه‌های  $P_1$  و  $P_2$  در دو سطح استوانه‌ای هم مرکز



شکل ۴-۵ یک هادی و نقطه‌های خارجی  $P_1$  و  $P_2$

قرار می‌گیرند که از  $P_1$  و  $P_2$  می‌گذرند (با خطهای دایره‌ای پیوسته نمایش داده شده‌اند). در یک جزء لوله‌ای شکل که  $x$  متر از مرکز هادی فاصله دارد، شدت میدان  $H_x$  است.  $\text{mmf}$  پیرامون این جزء برابر است با:

$$2\pi x H_x = I \quad (4-16)$$

از حل این معادله،  $H_x$  به دست می‌آید و از ضرب آن در  $\mu$ ، چگالی فوران  $B_x$  در جزء حاصل می‌شود:

$$B_x = \frac{\mu I}{2\pi x} \text{ Wb/m}^2 \quad (4-17)$$

فوران  $d\phi$  در جزء لوله‌ای شکل با ضخامت  $dx$  برابر است با:

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \text{ Wb/m} \quad (4-18)$$

فوران در برگیرنده  $d\lambda$  در هر متر از نظر عددی با فوران  $d\phi$  برابر است زیرا فوران خارج هادی، کل جریان هادی را فقط یکبار دور می‌زند. بنابراین فوران در برگیرنده بین  $P_1$  و  $P_2$  برابر است با:

$$\lambda_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ Wbt/m} \quad (4-19)$$

به ازای نفوذپذیری مغناطیسی نسبی برابر با ۱ می‌توان نوشت:

$$\lambda_{12} = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ Wbt/m} \quad (4-20)$$

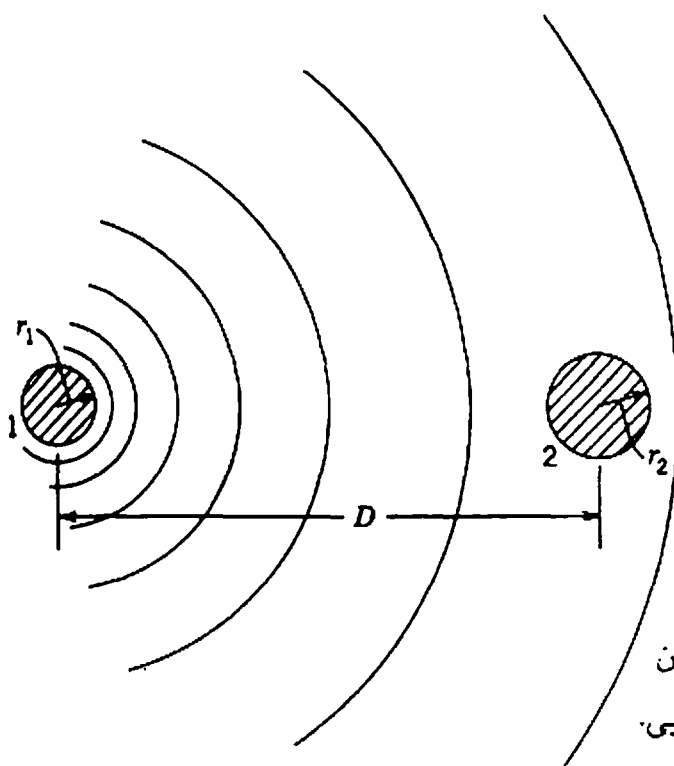
اندوکتانس هادی ناشی از فوران بین  $P_1$  و  $P_2$  برابر است با:

$$L_{12} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ H/m} \quad (4-21)$$

#### ۴-۶ اندوکتانس یک خط دو سیمه تکفاز

اکنون می‌توان اندوکتانس یک خط دو سیمه ساده را که دارای هادیهای گرد توپری<sup>۱</sup> می‌باشد، محاسبه نمود. شکل ۴-۶ مداری را با دو هادی به شعاعهای  $r_1$  و  $r_2$  نشان می‌دهد. یک هادی مسیر برگشت هادی دیگر است. ابتدا، تنها فوران در برگیرنده ناشی از جریان هادی ۱ در نظر گرفته می‌شود. خطوط فوران ناشی از جریان هادی ۱، که در فاصله  $D + r_2$  یا بیشتر، از مرکز هادی شماره ۱ واقع است، جریان صفر را در بر می‌گیرد. کسری از کل جریان که به وسیله خطوط فوران در فاصله کمتر از  $D - r_2$  در برگرفته میشود، برابر ۱ است. بنابراین، چنانچه  $D$  بسیار بزرگتر از  $r_1$  و  $r_2$  باشد منطقی است که  $D$  به جای  $D - r_2$  و  $D + r_2$  به کار رود. در حقیقت می‌توان نشان داد که حتی اگر  $D$  کوچک هم باشد، این فرض صحیح است. از جمع نمودن اندوکتانس ناشی از فوران در برگیرنده داخلی، تعیین شده به وسیله معادله (۴-۱۵)، با اندوکتانس ناشی از فوران خارجی، تعیین شده به وسیله معادله (۴-۲۱) هنگامی که  $r_1$  با  $D_1$  و  $D_2$  با  $D_2$  جایگزین گردد، می‌توان نوشت:

$$L_1 = \left( \frac{1}{r_2} + 2 \ln \frac{D}{r_1} \right) \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad (4-22)$$



شکل ۴-۶ هادیهای با شعاع مختلف و میدان مغناطیسی ناشی از جریان هادی ۱ به تنهایی.

1- solid round conductor



که اندوکتانس مدار ناشی از جریان هادی ۱ به تنهایی می‌باشد.

با فاکتورگیری از معادله (۴-۲۲) و با توجه به  $\frac{1}{p} = \ln \varepsilon^{1/4}$  می‌توان رابطه اندوکتانس را به صورت ساده‌تر زیر در آورد:

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \left( \ln \varepsilon^{1/4} + \ln \frac{D}{r_1} \right) \quad (4-23)$$

از ترکیب مؤلفه‌های رابطه بالا می‌توان نوشت:

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1 \varepsilon^{-1/4}} \quad (4-24)$$

با جایگزینی  $r'_1 = r_1 \varepsilon^{-1/4}$ :

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_1} \text{ H/m} \quad (4-25)$$

در این رابطه،  $r'_1$  را می‌توان شعاع یک هادی فرضی در نظر گرفت که فوران داخلی ندارد اما اندوکتانس آن با هادی واقعی به شعاع  $r_1$  برابر است. اندازه  $\varepsilon^{-1/4}$  برابر ۰٫۷۷۸۸ است. در معادله (۴-۲۵) جمله مربوط به فوران داخلی حذف شده اما در عوض با انتخاب مقداری تصحیح شده برای شعاع هادی، نتیجه یکسان است. ضریب ۰٫۷۷۸۸ که برای تصحیح شعاع در اثر فوران داخلی به کار رفته است، تنها برای هادیهای گرد توپر کاربرد دارد. سایر هادیها پس از این بررسی خواهد شد.

چون جریان در هادی شماره ۲ در جهت مخالف هادی شماره ۱ برقرار می‌شود (با اختلاف فاز  $180^\circ$ )، فوران در برگیرنده ناشی از جریان هادی شماره ۲ در صورتی که به تنهایی در نظر گرفته شود در همان جهت فوران ناشی از جریان هادی شماره ۱ است. فوران کل ناشی از دو هادی، از جمع mmf های هر دو هادی به دست می‌آید. به هر حال برای نفوذپذیر ثابت، فوران در برگیرنده (و به طور مشابه اندوکتانس) دو هادی را می‌توان به طور جداگانه جمع کرد.

در مقایسه با معادله (۴-۲۵)، اندوکتانس ناشی از جریان هادی شماره ۲ برابر است با:

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_2} \text{ H/m} \quad (4-26)$$

و برای کل مدار:

$$L = L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{\sqrt{r'_1 r'_2}} \text{ H/m} \quad (4-27)$$

با فرض  $r'_1 = r'_2 = r'$  اندوکتانس کل به صورت زیر ساده می‌شود:

$$L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \text{ H/m} \quad (4-28)$$

گاهی برای تمایز این اندوکتانس از اندوکتانس مداری که تنها یک هادی دارد، آن را اندوکتانس هر متر حلقه یا مایل حلقه می‌نامند. اندوکتانس یک هادی که از معادله (4-25) به دست می‌آید، یک دوم اندوکتانس کل یک خط تکفاز دوسیمه است که به آن اندوکتانس هر سیم می‌گویند.

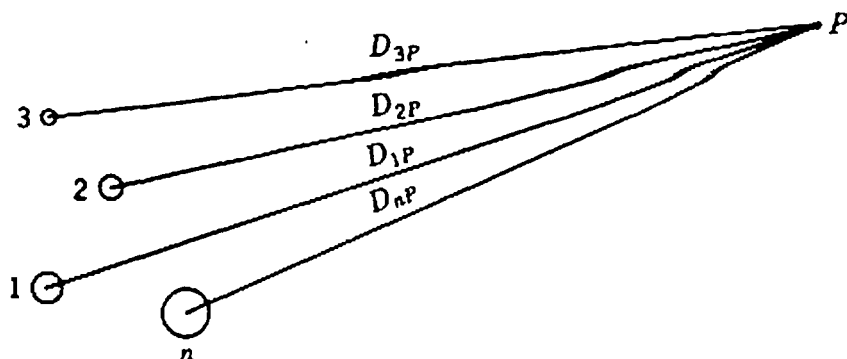
#### 4-7 فوران در برگیرنده هر هادی از یک گروه

شکل کلی تر مسأله خط دوسیمه، هنگامی است که یک هادی در دسته‌ای از هادیها قرار گیرد و مجموع جریان همه هادیها صفر باشد. این گروه در شکل 4-7 نشان داده شده است. هادیهای 1، 2، 3، ... و  $n$  دارای جریانهای فازوری  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$  هستند. فاصله این هادیها از نقطه دور  $P$  همچنان که در شکل نشان داده شده است برابر  $D_{1P}, D_{2P}, D_{3P}, \dots, D_{nP}$  میباشد. اکنون  $\lambda_{1P}$  یعنی فوران در برگیرنده هادی 1 ناشی از جریان  $I_1$  را، با در نظر گرفتن فوران در برگیرنده داخلی و چشم پوشی از فوران دورتر از نقطه  $P$ ، به دست می‌آوریم. با توجه به معادله (4-14) و (4-20) می‌توان نوشت:

$$\lambda_{1P} = \left( \frac{I_1}{2} + 2I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r'_1} \right) 10^{-7} \quad (4-29)$$

$$\lambda_{1P} = 2 \times 10^{-7} I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r_1} \text{ Wbt/m} \quad (4-30)$$

فوران در برگیرنده هادی شماره 1، یعنی  $\lambda_{1P}$ ، ناشی از  $I_2$ ، با چشم پوشی از فوران دورتر از نقطه  $P$ ، برابر فوران تولیدی به وسیله  $I_2$  بین نقطه  $P$  و هادی شماره 1 است (که به ترتیب بین فاصله‌های  $D_{2P}$  و



شکل 4-7 برش عرضی یک گروه شامل  $n$  هادی که مجموع جریان آنها صفر است. نقطه  $P$  از هادیها دور است.

$D_{12}$  از هادی ۲ می باشد). بنابراین:

$$\lambda_{1P2} = 2 \times 10^{-7} I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} \quad (4-31)$$

فوران در برگیرنده هادی شماره ۱، یعنی  $\lambda_{1P}$ ، ناشی از همه هادیهای گروه با چشم پوشی از فوران دورتر از نقطه  $P$ ، برابر است با:

$$\lambda_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left( I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r_1'} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \quad (4-32)$$

از گسترش جمله های لگاریتمی و گروه بندی دوباره آنها می توان نوشت:

$$\lambda_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left( I_1 \ln \frac{1}{r_1'} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right. \\ \left. + I_1 \ln D_{1P} + I_2 \ln D_{2P} + I_3 \ln D_{3P} + \dots + I_n \ln D_{nP} \right) \quad (4-33)$$

از آن جا که مجموع جریان همه هادیهای گروه صفر است، می توان نوشت:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0$$

از رابطه بالا  $I_n$  برابر است با:

$$I_n = - (I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_{n-1}) \quad (4-34)$$

قرار دادن رابطه (۴-۳۴) به جای دومین  $I_n$  در معادله (۴-۳۳) و ترکیب دوباره بعضی از جمله های لگاریتمی نتیجه می دهد:

$$\lambda_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left( I_1 \ln \frac{1}{r_1'} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right. \\ \left. + I_1 \ln \frac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{nP}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{nP}} + \dots + I_{n-1} \ln \frac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}} \right) \quad (4-35)$$

چنانچه نقطه  $P$  بی نهایت دور شود، جمله های دارای لگاریتم نسبت فاصله ها از نقطه  $P$ ، به دلیل میل کردن این نسبتها به سمت یک، بی نهایت کوچک خواهند شد. بنابراین با نادیده گرفتن آنها،

می توان نوشت:

$$\lambda_1 = 2 \times 10^{-7} \left( I_1 \ln \frac{1}{r'_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right) \text{ Wbt/m} \quad (4-36)$$

در واقع با دور کردن نقطه  $P$  تا بی نهایت، همه فوران در برگیرنده هادی شماره ۱ به حساب می آید. بنابراین معادله (۴-۳۶)، کل فوران در برگیرنده هادی شماره ۱ در دسته ای از هادیها است که مجموع جریان همه آنها صفر می باشد. در صورت متناوب بودن جریانها، باید از جریان لحظه ای استفاده کرد تا فوران به دست آمده نیز، فوران در برگیرنده لحظه ای باشد. چنانچه از مقدارهای مؤثر مختلط استفاده شود، مقدار rms فوران در برگیرنده نیز عددی مختلط به دست خواهد آمد.

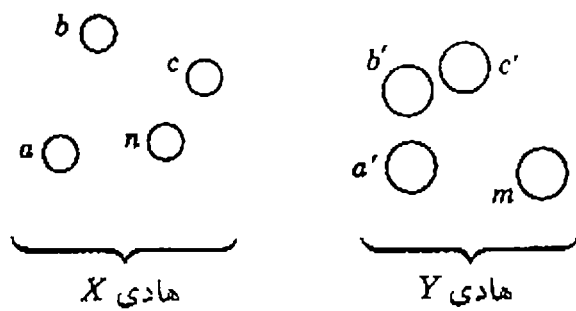
#### ۴-۸ اندوکتانس خطهای با هادی مرکب ۱

در طبقه بندی کلی، هادیهای رشته ای در گروه هادیهای مرکب قرار می گیرند، یعنی هادیهایی که از دو یا چند جزء یا رشته موازی تشکیل می شوند. بحث را به حالتی محدود می کنیم که همه رشته ها یکسان بوده جریان آنها یکی باشد. اندازه اندوکتانس داخلی هادیهای خاص معمولاً به وسیله سازندگان گوناگون در دسترس قرار می گیرد و در کتابچه های راهنما نیز یافت می شود. در اینجا حالت پیچیده تر مسأله که مربوط به هادیهای ناهمگن با تقسیم نابرابر جریان بین رشته ها می باشد، بررسی می گردد. این روش را برای تعیین اندوکتانس خطوط دارای مدارهایی که از نظر الکتریکی موازیند، می توان به کار برد. زیرا هر دو سیم موازی با هم را می توان رشته های یک هادی مرکب منفرد به حساب آورد.

شکل ۴-۸، یک خط تکفاز با دو هادی را نشان می دهد. برای عمومیت دادن به مسأله، هادی هر طرف خط، دارای آرایش اختیاری از تعداد نامعینی رشته است. تنها محدودیت این است که رشته های موازی، استوانه ای بوده جریان یکسان دارند. هادی  $X$ ، مرکب از  $n$  رشته موازی یکسان است که هر کدام دارای جریان  $I/n$  هستند. هادی  $Y$  که مدار برگشت جریان هادی  $X$  است، دارای  $m$  رشته موازی یکسان است که جریان هر کدام  $\frac{I}{m}$  می باشد. فاصله بین رشته ها با  $D$  و زیرنوشت مناسب نشان داده می شود. از به کارگیری معادله (۴-۳۶) برای رشته  $a$  از هادی  $X$ ، فوران در برگیرنده رشته  $a$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{n} \left( \ln \frac{1}{r'_a} + \ln \frac{1}{D_{ab}} + \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{an}} \right) - 2 \times 10^{-7} \frac{I}{m} \left( \ln \frac{1}{D_{aa'}} + \ln \frac{1}{D_{ab'}} + \ln \frac{1}{D_{ac'}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{am}} \right) \quad (4-37)$$

1- composite conductor



شکل ۴-۸ خط تکفاز با دو هادی مرکب

پس از ساده کردن رابطه بالا می توان نوشت:

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}}}{n \sqrt{r_a' D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}}} \text{ Wbt/m} \quad (4-38)$$

از تقسیم معادله (۴-۳۸) بر جریان  $I/n$ ، اندوکتانس رشته  $a$  به دست می آید:

$$L_a = \frac{\lambda_a}{I/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}}}{n \sqrt{r_a' D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}}} \text{ H/m} \quad (4-39)$$

به همین ترتیب، اندوکتانس رشته  $b$  برابر است با:

$$L_b = \frac{\lambda_b}{I/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \dots D_{bm}}}{n \sqrt{D_{ba} r_b' D_{bc} \dots D_{bn}}} \text{ H/m} \quad (4-40)$$

اندوکتانس میانگین رشته های هادی  $X$  برابر است با:

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n} \quad (4-41)$$

هادی  $X$  مرکب از  $n$  رشته است که از نظر الکتریکی موازی می باشند. اگر اندوکتانس همه رشته ها یکسان باشد، اندوکتانس کل هادی،  $\frac{1}{n}$  اندوکتانس یک رشته خواهد بود. در اینجا، اندوکتانس رشته ها متفاوت است اما اندوکتانس موازی همه آنها،  $\frac{1}{n}$  برابر اندوکتانس میانگین می باشد. بنابراین اندوکتانس هادی  $X$  برابر است با:

$$L_X = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n^2} \quad (4-42)$$

از جای گذاری رابطه لگاریتمی اندوکتانس هر یک از رشته ها در معادله (۴-۴۲) و ترکیب جمله ها

می توان نوشت:

$$L_X = 2 \times 10^{-7}$$

$$\times \ln \frac{\sqrt[mn]{(D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}) (D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \dots D_{bm}) \dots (D_{na'} D_{nb'} D_{nc'} \dots D_{nm})}}{n^2 \sqrt{(D_{aa} D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}) (D_{ba} D_{bb} D_{bc} \dots D_{bn}) \dots (D_{na} D_{nb} D_{nc} \dots D_{nn})}} H/m \quad (4-43)$$

که در آن،  $r'_a, r'_b$  و  $r'_n$  با  $D_{aa}, D_{bb}$  و  $D_{nn}$  جایگزین شده‌اند تا عبارت متقارنتر به نظر آید. دقت شود که صورت کسر آرگومان لگاریتم معادله (4-43) ریشه  $mn$  ام  $mn$  جمله‌ایست که حاصل ضرب فاصله همه  $n$  رشته هادی  $X$  تا همه  $m$  رشته هادی  $Y$  است. به ازای هر رشته در هادی  $X$ ،  $m$  فاصله تا رشته‌های هادی  $Y$  وجود دارد و هادی  $X$  نیز دارای  $n$  رشته است. حاصل ضرب  $m$  فاصله برای  $n$  رشته، منجر به  $mn$  جمله می‌گردد. ریشه  $mn$  ام حاصل ضرب  $mn$  فاصله، فاصله میانگین هندسی<sup>۱</sup> بین هادی  $X$  و  $Y$  نامیده می‌شود که به طور خلاصه با  $D_m$  یا GMD نمایش داده شده، به آن GMD متقابل بین دو هادی نیز می‌گویند. مخرج کسر آرگومان لگاریتم معادله (4-43)، ریشه  $n^2$  ام،  $n^2$  جمله است.  $n$  رشته داریم که به ازای هر یک از آنها،  $n$  جمله شامل حاصل ضرب  $r'_a$  آن رشته در فاصله آن رشته تا رشته‌های دیگر هادی  $X$  وجود دارد. بنابراین  $n^2$  جمله وجود دارد. گاهی  $r'_a$  را فاصله رشته  $a$  تا خودش می‌نامند، به خصوص هنگامی که به صورت  $D_{aa}$  مشخص می‌شود. در این صورت، جمله‌های زیر رادیکال مخرج را می‌توان به صورت حاصل ضرب فاصله هر رشته هادی تا خودش و رشته‌های دیگر همان هادی در نظر گرفت. ریشه  $n^2$  حاصل ضرب این جمله‌ها را، GMD خودی هادی  $X$  و  $r'$  هر رشته مجزا را GMD خودی آن رشته می‌نامند. به GMD خودی، شعاع میانگین هندسی<sup>۲</sup> یا GMR نیز می‌گویند. بیان صحیح ریاضی آن، GMD خودی است اما در عمل GMR به کار برده می‌شود. ما نیز به همین دلیل از GMR استفاده کرده آن را با  $D_s$  نشان می‌دهیم.

معادله (4-43) برحسب  $D_m$  و  $D_s$  به صورت زیر در می‌آید:

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} H/m \quad (4-44)$$

لازم است خواننده معادله (4-44) و (4-25) را با هم مقایسه کند.

اندوکتانس هادی  $Y$  به روشی مشابه به دست می‌آید و اندوکتانس خط برابر است با:

$$L = L_X + L_Y$$

1- geometric mean distance      2- geometric mean radius

مثال ۲-۴ مدار یک خط انتقال تکفاز دارای سه سیم توپر به شعاع ۰٫۲۵cm میباشد. مدار برگشت دارای دو سیم به شعاع ۰٫۵cm است. شکل (۹-۴) آرایش هادیها را نشان می دهد. اندوکتانس ناشی از جریان در هر طرف خط و اندوکتانس خط کامل را برحسب هانری بر متر (و میلی هانری بر مایل) به دست آورید.

پاسخ ابتدا GMD بین طرف  $X$  و  $Y$  را پیدا کنید:

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ad} D_{ae} D_{bd} D_{be} D_{cd} D_{ce}}$$

$$D_{ad} = D_{be} = 9 \text{ m}$$

$$D_{ae} = D_{bd} = D_{ce} = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117}$$

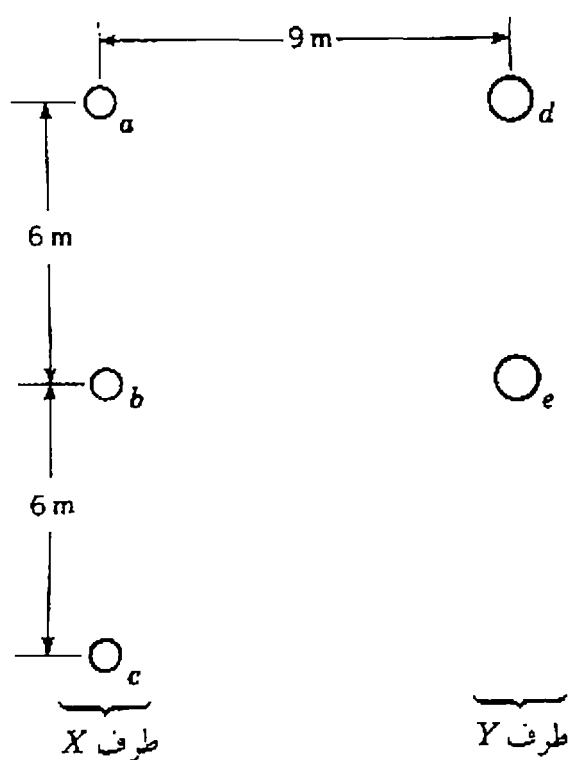
$$D_{cd} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ m}$$

$$D_m = \sqrt[3]{9^2 \times 15 \times 117^{3/2}} = 10,743 \text{ m}$$

سپس GMR طرف  $X$  را پیدا کنید:

$$D_s = \sqrt[9]{D_{aa} D_{ab} D_{ac} D_{ba} D_{bb} D_{bc} D_{ca} D_{cb} D_{cc}}$$

$$= \sqrt[9]{(0,25 \times 0,7788 \times 10^{-2})^3 \times 6^4 \times 12^2} = 0,481 \text{ m}$$



شکل ۹-۴ آرایش هادیهای مثال ۲-۴

برای طرف Y:

$$D_s = \sqrt{(0,5 \times 0,7788 \times 10^{-2})^2 \times 6^2} = 0,153 \text{ m}$$

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10,743}{0,481} = 6,212 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L_Y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10,743}{0,153} = 8,503 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L = L_X + L_Y = 14,715 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$(L = 14,715 \times 10^{-7} \times 1609 \times 10^3 = 2,37 \text{ mH/mi})$$

در مثال ۲-۴، فاصله هادیهای موازی یک طرف خط، ۶m و فاصله بین دو طرف خط، ۹m است. در این حالت محاسبه GMD متقابل اهمیت دارد. در هادیهای رشته‌ای، فاصله بین طرفهای یک خط شامل یک هادی در هر طرف به طور معمول به اندازه‌ای بزرگ است که GMD متقابل را با خطای ناچیز می‌توان برابر فاصله مرکز به مرکز در نظر گرفت.

اگر از اثر هسته فولادی ACSR در محاسبه اندوکتانس چشم پوشی شود، چنانچه تعداد لایه‌های رشته‌های آلومینیوم زوج باشد، درجه درستی محاسبات، بالا خواهد بود. هنگامی که تعداد لایه‌های رشته‌های آلومینیوم فرد باشند، اثر هسته آشکارتر خواهد شد، اما در این حالت نیز چنانچه محاسبات براساس رشته‌های آلومینیوم به تنهایی انجام گیرد، درستی محاسبات خوب خواهد گردید.

## ۴-۹ کاربرد جدولها

GMR هادیهای استاندارد و سایر اطلاعات لازم برای محاسبه راکتانس القایی، راکتانس خازنی موازی و مقاومت در جدولها قابل دسترسی می‌باشد. از آن جا که هنوز صنایع ایالات متحده از واحدهای اینچ، فوت و مایل استفاده می‌کنند، این جدولها نیز بر همین اساس تهیه شده‌اند. به همین دلیل در بعضی از مثالهای کتاب از فوت و مایل و در برخی از متر و کیلومتر استفاده شده است. راکتانس القایی معمولاً از اندوکتانس مطلوبتر است. راکتانس القایی یک هادی از خط تک‌فاز دو سیمه برابر است با:

$$\begin{aligned} X_L &= 2\pi fL = 2\pi f \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \\ &= 4\pi f \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \Omega/\text{m} \end{aligned} \quad (4-45)$$

$$X_L = 2,022 \times 10^{-3} f \ln \frac{D_m}{D_s} \Omega/\text{mi} \quad \text{یا: (4-46)}$$



$D_m$  فاصله بین هادیهاست. واحدهای  $D_s$  و  $D_m$  باید یکسان باشد که به طور معمول، متر یا فوت است. GMR داده شده در جدولها،  $D_s$  معادلی است که در صورت قابل توجه بودن اثر پوستی بر اندوکتانس، آن را نیز در نظر می‌گیرد.

البته اثر پوستی در فرکانسهای بالا برای یک هادی با قطر مشخص، مشهودتر است. اندازه‌های GMR داده شده در جدول (الف - ۳) ضمیمه برای فرکانس ۶۰ Hz می‌باشد.

در برخی از جدولها، علاوه بر GMR، مقدار راکتانس القایی نیز داده می‌شود. یک روش به دست آوردن آن، گسترش جمله لگاریتمی معادله (۴-۴۶) می‌باشد:

$$X_L = \underbrace{2,022 \times 10^{-3} f \ln \frac{1}{D_s}}_{X_a} + \underbrace{2,022 \times 10^{-3} f \ln D_m}_{X_d} \quad \Omega/\text{mi}$$

چنانچه  $D_s$  و  $D_m$  برحسب فوت بیان شده باشد، جمله اول معادله (۴-۴۷)، راکتانس القایی یک هادی از یک خط دوسیمه، که فاصله بین هادیهای آن ۱ ft است، می‌باشد. این نتیجه از مقایسه معادله (۴-۴۷) با معادله (۴-۴۶) نیز قابل مشاهده است. بنابراین جمله اول معادله (۴-۴۷)، راکتانس القایی با فاصله گذاری ۱ فوت،  $X_a$  نامیده می‌شود که وابسته به GMR هادی و فرکانس است. جمله دوم معادله (۴-۴۷) را ضریب فاصله گذاری راکتانس القایی،  $X_d$  می‌نامند که مستقل از نوع هادی ولی وابسته به فرکانس و فاصله گذاری می‌باشد. جدول (الف - ۳) ضمیمه، اندازه راکتانس القایی برای فاصله گذاری ۱ فوت و جدول (الف - ۴) ضریبهای فاصله گذاری راکتانس القایی را نشان می‌دهد.

مثال ۳-۴ راکتانس القایی هر مایل یک خط تکفاز را فرکانس ۶۰ Hz را به دست آورید. هادی از نوع پارتریج و فاصله بین مرکزها برابر ۲۰ ft می‌باشد.

پاسخ: با توجه به جدول (الف - ۳)، برای این هادی  $D_s = 0,0217 \text{ ft}$  است. از معادله (۴-۴۶) برای یک هادی می‌توان نوشت:

$$X_L = 2,022 \times 10^{-3} \times 60 \ln \frac{20}{0,0217} \\ = 0,828 \quad \Omega/\text{mi}$$

محاسبه بالا در صورتی انجام پذیر است که  $D_s$  معلوم باشد. در جدول (الف-۳)، راکتانس القایی برای فاصله گذاری ۱ فوت برابر  $X_a = 0,465 \Omega/\text{mil}$  است. ضریب فاصله گذاری راکتانس القایی با توجه به جدول (الف-۴) برابر  $X_a = 0,3635 \Omega/\text{mil}$  می باشد. بنابراین راکتانس القایی یک هادی از خط برابر است با:

$$0,465 + 0,3635 = 0,8285 \Omega/\text{mi}$$

از آن جا که هادیهای دو طرف خط یکسان هستند، راکتانس القایی کل خط برابر است با:

$$2 \times X_L = 2 \times 0,8285 = 1,657 \Omega/\text{mi}$$

### ۴-۱۰ اندوکتانس خط سه فاز با فاصله گذاری یکسان

تاکنون تنها خطهای تکفاز مورد بررسی قرار گرفت، اما معادله‌هایی که به دست آمد به آسانی برای محاسبه اندوکتانس خط سه فاز تعمیم پذیر است. شکل ۴-۱۰ هادیهای یک خط سه فاز را که در رأسهای یک مثلث مساوی الاضلاع قرار گرفته‌اند نشان می دهد. چنانچه فرض شود که سیم خنثی نداریم یا جریانه‌های فازوری سه فاز یکسان هستند،  $I_a + I_b + I_c = 0$  خواهد شد. فوران در برگیرنده هادی  $a$  از معادله (۴-۳۶) به دست می آید:

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \left( I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D} + I_c \ln \frac{1}{D} \right) \text{ Wbt/m} \quad (4-48)$$

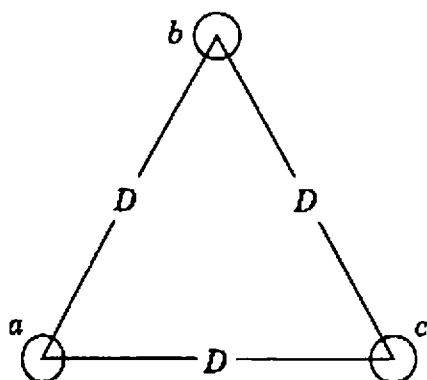
از آن جا که  $I_a = -(I_b + I_c)$  می باشد، معادله (۴-۴۸) به صورت زیر در می آید:

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \left( I_a \ln \frac{1}{D_s} - I_b \ln \frac{1}{D} \right) = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \frac{D}{D_s} \text{ Wbt/m} \quad (4-49)$$

و

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s} \text{ H/m} \quad (4-50)$$

معادله (۴-۵۰) مانند معادله (۴-۲۵) برای خط تکفاز است که در آن  $r'$  با  $D_s$  جایگزین شده است. اندوکتانس هادیهای  $b$  و  $c$ ، به علت تقارن، با اندوکتانس هادی  $a$  برابر می باشد. از آن جا که هر فاز فقط



شکل ۴-۱۰ نمای برش عرضی یک خط سه فاز با فاصله گذاری یکسان بین هادیها

یک هادی دارد، معادله (۴-۵۰) اندوکتانس هر فاز خط سه فاز را به دست می‌دهد.

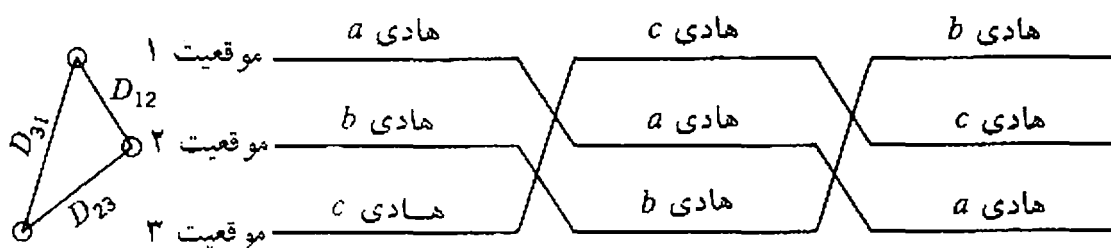
### ۴-۱۱ اندوکتانس خط سه فاز با فاصله گذاری نامتقارن

هنگامی که فاصله گذاری هادیهای خط سه فاز یکسان نباشد، به دست آوردن اندوکتانس سختتر می‌شود. در این حالت فوران در برگیرنده و اندوکتانس هر فاز یکسان نخواهد بود. اندوکتانس گوناگون هر فاز منجر به نامتعادل شدن مدار می‌شود. با جابجا کردن هادیه‌ها در فاصله معین و با یک ترتیب مشخص، به گونه‌ای که هر هادی جای ابتدایی دو هادی دیگر را در فاصله یکسان اشغال نماید، می‌توان سه فاز را متعادل نمود. جابجایی هادیه‌ها، جایگشت<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. شکل ۴-۱۱، یک دوره کامل جایگشت را نشان می‌دهد. هادیهای فاز با  $a$ ،  $b$  و  $c$  و مکان آنها به ترتیب با ۱، ۲ و ۳ مشخص شده‌اند. جایگشت باعث می‌شود که در یک دوره کامل، اندوکتانس هادیه‌ها یکسان شود.

معمولاً خطوط قدرت امروزی در فاصله‌های منظم جابجا نمی‌شوند و جایگشت هادیه‌ها برای متعادل کردن اندوکتانس فازها، ممکن است در پست کلید زنی صورت گیرد. خوشبختانه، نامتقارنی بین فازهای یک خط جایگشت نشده کم بوده در بیشتر محاسبات اندوکتانس از آن چشم پوشی می‌شود. اگر از عدم تقارن چشم پوشی گردد، اندوکتانس هر فاز خط جایگشت نشده برابر میانگین اندوکتانس یک فاز از همان خط است که به طور صحیح جایگشت شده باشد. محاسبات زیر برای خطهایی است که در آنها جایگشت صورت گرفته است.

برای به دست آوردن اندوکتانس میانگین یک هادی خط جایگشت شده، فوران در برگیرنده یک هادی در مکانهایی که در دوره جایگشت اشغال کرده است، محاسبه شده سپس فوران در برگیرنده میانگین تعیین می‌شود. با استفاده از معادله ۴-۳۶ برای هادی  $a$  در شکل ۴-۱۱، عبارت فازوری فوران در برگیرنده هادی  $a$  در مکان ۱، هنگامی  $b$  در مکان ۲ و  $c$  در مکان ۳ است به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\lambda_{a1} = 2 \times 10^{-7} \left( I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{12}} + I_c \ln \frac{1}{D_{31}} \right) \text{ Wbt/m} \quad (4-51)$$



شکل ۴-۱۱ دوره جایگشت

هنگامی که  $a$  در مکان ۲،  $b$  در مکان ۳ و  $c$  در مکان ۱ باشد، می توان نوشت:

$$\lambda_{a2} = 2 \times 10^{-7} \left( I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{23}} + I_c \ln \frac{1}{D_{12}} \right) \text{ Wbt/m} \quad (4-52)$$

هنگامی که  $a$  در مکان ۳،  $b$  در مکان ۱ و  $c$  در مکان ۲ باشد، می توان نوشت:

$$\lambda_{a3} = 2 \times 10^{-7} \left( I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{31}} + I_c \ln \frac{1}{D_{23}} \right) \text{ Wbt/m}$$

اندازه میانگین فوران دربرگیرنده  $a$  برابر است با:

$$\lambda_a = \frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a2} + \lambda_{a3}}{3}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-7}}{3} \left( 3I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{12} D_{23} D_{31}} + I_c \ln \frac{1}{D_{12} D_{23} D_{31}} \right) \text{ Wbt/m} \quad (4-54)$$

با توجه به  $I_a = -(I_b + I_c)$  می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \lambda_a &= \frac{2 \times 10^{-7}}{3} \left( 3I_a \ln \frac{1}{D_s} - I_a \ln \frac{1}{D_{12} D_{23} D_{31}} \right) \\ &= 2 \times 10^{-7} I_a \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}}{D_s} \text{ Wbt/m} \end{aligned}$$

بنابراین اندوکتانس میانگین هر فاز برابر است با:

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \text{ H/m}$$

که در آن:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}$$

و  $D_s$ ، GMR هادی می باشد.  $D_{eq}$ ، میانگین هندسی سه فاصله خط نامتقارن است و همچنان که مقایسه معادله (۴-۵۶) و (۴-۵۰) نشان می دهد، فاصله گذاری متقارن معادل هادیهای خط است. یادآوری این نکته مفید است که شباهتی بین همه معادله های اندوکتانس یک هادی وجود دارد. چنانچه اندوکتانس بر حسب هانری بر متر بیان گردد، ضریب  $2 \times 10^{-7}$  در همه معادله ها ظاهر می شود و مخرج

جمله لگاریتمی همیشه GMR هادی خواهد بود. صورت کسر، فاصله بین سیمهای یک خط دو سیمه، GMD متقابل بین طرفهای یک خط تکفاز با هادی مرکب، مسافت بین هادیهای یک خط سه فاز با فاصله گذاری یکسان یا فاصله گذاری متقارن معادل یک خط سه فاز نامتقارن است.

مثال ۴-۴ یک خط سه فاز تک مداره که در فرکانس ۶۰ Hz کار می کند دارای آرایش شکل ۴-۱۲ می باشد. هادیها از نوع ACSR Drake می باشند. راکتانس القایی هر فاز در هر مایل را به دست آورید.

پاسخ: با توجه به جدول (الف-۳):

$$D_s = 0.0373 \text{ ft} \quad D_{eq} = \sqrt[3]{20 \times 20 \times 38} = 24.8 \text{ ft}$$

$$L_L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{24.8}{0.0373} = 13,000 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$X_L = 2\pi 60 \times 1609 \times 13,000 \times 10^{-7} = 0.788 \text{ } \Omega/\text{mi} \quad \text{در هر فاز}$$

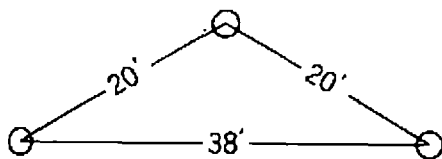
معادله (۴-۴۶) را نیز می توان به کاربرد یا از جدول (الف-۳) و (الف-۴) می توان نوشت:

$$X_a = 0.399$$

و برای فاصله ۲۴.۸ ft:

$$X_d = 0.3896$$

$$X_L = 0.399 + 0.3896 = 0.7886 \text{ } \Omega/\text{mi} \quad \text{در هر فاز}$$



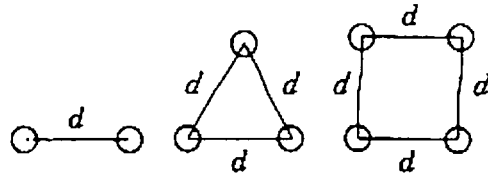
شکل ۴-۱۲ آرایش هادیهای مثال ۴-۱۲

## ۴-۱۲ محاسبه اندوکتانس برای هادیهای گروهی<sup>۱</sup>

در ولتاژهای بسیار بالا (EHV)<sup>۲</sup>، یعنی ولتاژهای بالاتر از ۲۳۰ kV، اگر هر فاز دارای یک هادی باشد، کرونا و افت قدرت ناشی از آن و به ویژه تداخل با خطوط مخابراتی پدید می آید. چنانچه هر فاز دارای دو یا چند هادی باشد که در مقایسه با فاصله گذاری فازها به یکدیگر نزدیک باشند، گرادیان ولتاژ

1- bundled conductors

2- extra - high voltage



شکل ۱۳-۴ آرایشهای گروهی

بالا در هادی در محدوده EHV کاهش می یابد. چنین خطی را خط با هادیهای گروهی می نامند. گروه دارای دو، سه یا چهار هادی است. شکل ۱۳-۴ این آرایشها را نشان می دهد. اگر هادیهای یک گروه جایگشت نشوند، جریان به طور مساوی بین آنها تقسیم نخواهد شد اما این اختلاف از نظر عملی چندان مهم نیست و روش GMD برای محاسبات قابل کاربرد است.

مزیت مهم گروهی بودن هادیها، کاهش یافتن راکتانس است. افزایش تعداد هادیهای گروه، راکتانس و اثر کرونا را کاهش می دهد. کاهش راکتانس، ناشی از افزایش GMR گروه است. محاسبه GMR، دقیقاً مانند هادیهای رشته ای است. برای نمونه، هر یک از هادیهای یک گروه دو سیمه مانند یک رشته هادی دو رشته ای می باشد. چنانچه GMR هادی گروهی را با  $D_s^b$  و GMR هادیهای تشکیل دهنده گروه را با  $D_s$  نشان دهیم. با توجه به شکل ۱۳-۴ می توان نوشت:

برای گروه دو رشته ای:

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s \times d)^2} = \sqrt{D_s \times d} \quad (4-58)$$

گروه سه رشته ای:

$$D_s^b = \sqrt[3]{(D_s \times d \times d)^2} = \sqrt[3]{D_s \times d^2} \quad (4-59)$$

گروه چهار رشته ای:

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s \times d \times d \times \sqrt{2}d)^2} = 1.09 \sqrt[4]{D_s \times d^3} \quad (4-60)$$

در محاسبه اندوکتانس به وسیله معادله (۴-۵۶)،  $D_s^b$  گروه به جای  $D_s$  یک هادی جایگزین می شود. برای محاسبه  $D_{eq}$ ، فاصله مرکز گروه تا مرکز گروههای دیگر را با تقریب خوب می توان  $D_{ab}$ ،  $D_{bc}$  و  $D_{ca}$  در نظر گرفت. به دست آوردن GMD واقعی بین هادیهای یک گروه و هادیهای گروه دیگر تقریباً با فاصله های مرکز به مرکز، در صورت فاصله گذاری معمول، تفاوتی ندارد.

مثال ۴-۵ هر یک از هادیهای خط گروهی نمایش داده شده در شکل (۴-۱۴)، ACSR، pheasant، ۱۲۷۲۰۰۰ cmil می باشند. راکتانس القایی را برحسب اهم بر کیلومتر (و بر مایل) برای هر فاز به ازای

$d = 45\text{cm}$  به دست آورید. همچنین، راکتانس سری پریونیت خط را در صورتی که طول آن  $160\text{ km}$  و مینا  $100\text{MVA}$ ،  $345\text{ kV}$  باشد، پیدا کنید.

پاسخ: با توجه به جدول (الف-۳)،  $D_s = 0.4666\text{ft}$  است که با ضرب این عدد در  $0.3048$ ، اندازه آن بر حسب متر به دست خواهد آمد:

$$D_s^b = \sqrt{0.4666 \times 0.3048 \times 0.45} = 0.1080\text{ m}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{8 \times 8 \times 16} = 10.108\text{ m}$$

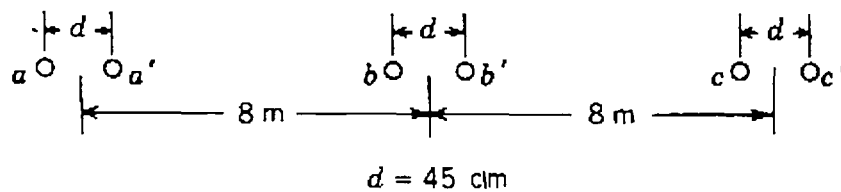
$$X_L = 2\pi 60 \times 2 \times 10^{-7} \times 10^3 \ln \frac{10.108}{0.108}$$

$$= 0.365\ \Omega/\text{km} \text{ در هر فاز}$$

$$= 0.365 \times 1.609 = 0.587\ \Omega/\text{mi} \text{ در هر فاز}$$

$$Z \text{ مینا} = \frac{(345)^2}{100} = 1190\ \Omega$$

$$X = \frac{0.365 \times 160}{1190} = 0.049 \text{ پریونیت}$$



شکل ۴-۱۴ فاصله گذاری هادیهای یک خط با هادی گروهی

### ۴-۱۳ چکیده

اگر چه در مورد همه خطوط، برنامه‌های رایانه‌ای محاسبه اندوکتانس موجود و یا به سادگی قابل نوشتن است. درک چگونگی تشکیل این معادله‌ها از نظر دریافتن میزان تأثیر کمیت‌های گوناگون در طراحی خط سودمند خواهد بود. جدول‌هایی مانند جدول (الف-۳) و (الف-۴) بجز در خطوط سه فاز دو مداره<sup>۱</sup> محاسبات را آسان کرده‌اند. جدول (الف-۳) مقاومت را نیز فهرست کرده است.

1- parallel- circuit lines

برای آسانی کار، معادله مهم اندوکتانس هر فاز خط سه فاز تک مداره در اینجا آورده می شود:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \text{ H/m فاز} \quad (4-61)$$

راکتانس القایی (برحسب اهم بر کیلومتر) در فرکانس  $60 \text{ Hz}$ ، از ضرب اندوکتانس (برحسب هاتری بر متر) در  $2\pi \times 60 \times 1000$  به دست می آید:

$$X_L = 0.10754 \times \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \text{ } \Omega/\text{km فاز} \quad (4-62)$$

یا:

$$X_L = 0.1213 \times \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \text{ } \Omega/\text{mi فاز} \quad (4-63)$$

واحدهای  $D_{eq}$  و  $D_s$  باید یکسان باشد که معمولاً فوت است. اگر هر فاز خط دارای یک هادی باشد،  $D_s$  را می توان مستقیماً از جدول به دست آورد. همچنان که در بخش ۱۲-۴ گفته شد، برای هادیهای گروهی  $D_s^b$  جایگزین  $D_s$  می شود. برای هر دو خط تکی و گروهی می توان نوشت:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}$$

در خط با هادیهای گروهی،  $D_{ab}$ ،  $D_{bc}$  و  $D_{ca}$  فاصله بین مرکز گروههای فازهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  می باشد. برای خطوطی که در هر فاز آنها یک هادی وجود دارد، تعیین  $X_L$  با استفاده از افزودن  $X_a$  هادی از جدول (الف-۳) به  $X_d$  متناظر با  $D_{eq}$  از جدول (الف-۴)، روشی آسانتر می باشد.

## مسئله‌ها

- ۴-۱ یک هادی تمام آلومینیومی (AAC) به نام Bluebell، دارای ۳۷ رشته با قطر  $0.1672$  اینچ است. جدول، مساحت این هادی را  $1033500 \text{ cmil}$  نشان می دهد ( $1 \text{ cmil} = \frac{\pi}{4} \times 10^{-6} \text{ in}^2$ ). آیا این دو مقدار با هم سازگارند. سطح مقطع را به میلیمتر مربع به دست آورید.
- ۴-۲ با استفاده از معادله (۴-۲) و داده‌های مسئله (۴-۱)، برای bluebell، مقاومت dc را برحسب اهم بر کیلومتر به دست آورده نتیجه را با مقدار  $0.1678 \Omega$  در  $1000 \text{ ft}$  که در جدول آمده است، مقایسه کنید. مقاومت dc را برحسب اهم بر کیلومتر در  $50^\circ \text{C}$  محاسبه کرده آن را با مقاومت ac،  $60 \text{ Hz}$  برابر با  $0.1024 \Omega/\text{mi}$  در دمای  $50^\circ \text{C}$  که در جدول آمده است، مقایسه کنید. علت اختلافها را بنویسید. افزایش مقاومت در اثر پیچاندن سیمها ۲٪ فرض شود.
- ۴-۳ یک هادی تمام آلومینیومی (AAC) دارای ۳۷ رشته که هر یک دارای قطر  $0.333 \text{ cm}$  است،



می باشد. مقاومت dc را برحسب اهم بر کیلومتر در  $70^{\circ}\text{C}$  به دست آورید. افزایش مقاومت در اثر پیچاندن سیمها ۲٪ فرض شود.

۴-۴ چگالی انرژی (انرژی در واحد حجم) در یک نقطه از میدان مغناطیسی برابر  $\frac{B^2}{2\mu}$  می باشد.  $B$ ، چگالی فوران و  $\mu$ ، نفوذپذیری مغناطیسی است. به کمک این رابطه و معادله (۴-۱۰) نشان دهید که کل انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی واحد طول یک هادی گرد توپر برابر  $\frac{\mu I^2}{16\pi}$  می باشد.  $I$ ، جریان هادی است. اثر پوستی را نادیده گرفته و در نتیجه معادله (۴-۱۵) را اثبات کنید.

۴-۵ هادی یک خط تکفاز  $60\text{Hz}$ ، سیم گرد توپر آلومینیومی با قطر  $0.412\text{cm}$  است. فاصله گذاری هادی  $3\text{m}$  است. اندوکتانس خط را برحسب میلی هانری بر مایل به دست آورید. چقدر از این اندوکتانس ناشی از فوران در برگیرنده داخلی است. اثر پوستی را نادیده بگیرید.

۴-۶ یک خط قدرت هوایی تکفاز  $60\text{Hz}$  به وسیله بازوهای افقی دکل به صورت متقارن (در دو طرف دکل) نگه داشته می شود. فاصله بین مرکز هادیها (هادی  $a$  و  $b$ ) برابر  $2.5\text{m}$  است. یک خط تلفن که روی بازوی افقی دیگر استوار است، درست  $1.8\text{m}$  زیر خط قدرت با فاصله گذاری  $1.0\text{m}$  بین مرکز هادیها (هادی  $c$  و  $d$ ) به صورت متقارن قرار گرفته است. (الف) به کمک معادله (۴-۳۶) نشان دهید که اندوکتانس متقابل بین مدار  $a-b$  و مدار  $c-d$  در واحد طول از رابطه زیر به دست می آید.

$$4 \times 10^{-7} \ln \sqrt{\frac{D_{ad} D_{bc}}{D_{ac} D_{bd}}} \text{ H/m}$$

برای نمونه،  $D_{ad}$  نشانگر فاصله بین مرکز هادی  $a$  و  $d$  می باشد.

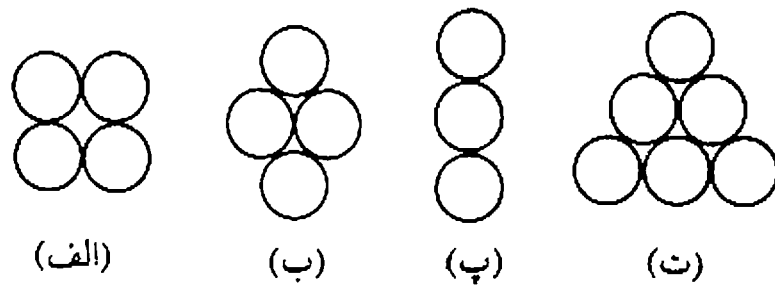
(ب) اندوکتانس متقابل بین خط قدرت و تلفن در هر کیلومتر چقدر خواهد شد.

(پ) ولتاژ  $60\text{Hz}$  القایی در خط تلفن را در هر کیلومتر، در صورتی که جریان خط قدرت  $150\text{A}$  باشد، به دست آورید.

۴-۷ اگر خطوط تلفن و قدرت مسأله ۴-۶ در یک صفحه افقی باشند و فاصله بین نزدیکترین هادیهای دو خط  $1.8\text{m}$  باشد، به کمک نتایج مسأله (الف ۴-۶)، اندوکتانس متقابل بین مدار قدرت و تلفن را پیدا کنید. همچنین ولتاژ  $60\text{Hz}$  القاء شده در هر کیلومتر خط تلفن را به ازای جریان  $150\text{A}$  خط قدرت به دست آورید.

۴-۸ GMR یک هادی سه رشته ای را برحسب شعاع  $2$  هر یک از رشته ها به دست آورید.

۴-۹ GMR هر یک از هادیهای نامتداول نشان داده شده در شکل (۴-۱۵) را برحسب شعاع  $2$  هر یک از رشته ها به دست آورید.



شکل ۱۵-۴ نمای برش عرضی هادیهای نامتداول مسأله ۹-۴

۴-۱۰ فاصله بین هادیهای یک خط تکفاز ۱۰ft و هر هادی دارای هفت رشته یکسان است. یک رشته در مرکز و شش رشته دیگر به صورت متقارن پیرامون آن قرار گرفته‌اند. قطر هر رشته ۰/۱ اینچ می‌باشد. نشان دهید که  $D_s$  هادی،  $2/177$  برابر شعاع هر یک از رشته‌هاست. اندوکتانس خط بر حسب میلی هانری بر مایل چقدر است.

۴-۱۱ مثال ۴-۲ را برای حالتی که طرف Y خط تکفاز مانند طرف X باشد و دو طرف همچنان که در شکل ۴-۹ نشان داده شده است، با هم ۹ متر فاصله داشته باشند، دوباره حل کنید.

۴-۱۲ راکتانس القایی هادی ACSR Rail را برحسب اهم بر کیلومتر با فاصله گذاری ۱m به دست آورید.

۴-۱۳ کدام هادی جدول (الف-۳) دارای راکتانس القایی  $0/651 \Omega/mi$  با فاصله گذاری ۷ فوت است.

۴-۱۴ هادیهای یک خط سه فاز بر رآسهای یک مثلث مساوی الاضلاع قرار گرفته از جنس ACSR Dove می‌باشند. اگر فاصله هادیها ۱۰ فوت باشد، راکتانس هر فاز خط برحسب اهم بر کیلومتر در فرکانس ۶۰Hz چقدر خواهد شد.

۴-۱۵ خط انتقال سه فازی با فاصله گذاری منتظم ۱۶ft طراحی شده است. می‌خواهیم خط را با فاصله گذاری افقی ( $D_{12} = 2D_{23} = 2D_{13}$ ) اجرا کرده عمل جایگشت را نیز انجام دهیم. فاصله بین هادیهای مجاور چقدر باشد تا همان اندوکتانس طراحی نخستین به دست آید.

۴-۱۶ هادیهای یک خط انتقال سه فاز ۶۰Hz دارای آرایش مثلثی هستند، به گونه‌ای که دو ضلع آن ۲۵ft و ضلع سوم ۲۴ft است. هادیها از نوع ACSR osprey می‌باشند. اندوکتانس و راکتانس القایی هر فاز را بر یک مایل به دست آورید.

۴-۱۷ یک خط انتقال سه فاز ۶۰Hz دارای فاصله گذاری افقی تخت است. GMR هر یک از هادیها  $0/133m$  و فاصله هادیهای مجاور ۱۰m می‌باشد. راکتانس القایی هر فاز را برحسب اهم بر کیلومتر به دست آورید. نام این هادی چیست.

۴-۱۸ اگر از مقاومت خط انتقال کوتاه چشم پوشی شود، بیشترین قدرت قابل انتقال هر فاز برابر است با:

$$\frac{|V_S| \times |V_R|}{|X|}$$

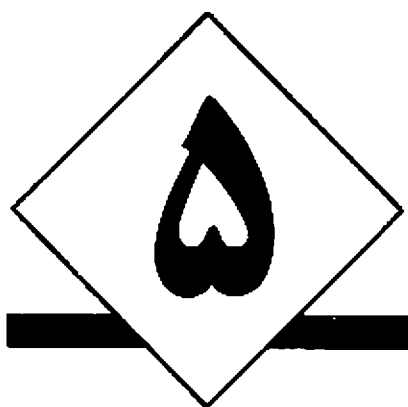
$V_R$  و ولتاژهای خط به خنثی در ابتدا و انتهای خط و  $X$  راکتانس القایی خط است. این رابطه در فصل ۶ بیشتر مورد بررسی قرار می‌گیرد. اگر دامنه  $V_R$  و  $V_S$  ثابت نگه داشته شود و قیمت هادیها براساس سطح مقطع آنها تعیین شود، از جدول (الف-۳) یک هادی انتخاب کنید که بیشترین توان رابه ازای هزینه هادی برای فاصله گذاری هندسی داده شده، انتقال دهد.

۴-۱۹ یک خط توزیع سه فاز زیرزمینی در ولتاژ ۲۳kV کار می‌کند. سه هادی این خط با  $0.5\text{cm}$  عایق پلی اتیلن سیاه جامد پوشانده شده، در کف یک کانال خاکی پهلوی هم در یک سطح قرار گرفته‌اند. سطح مقطع هر هادی دایره‌ای شکل و دارای ۳۳ رشته آلومینیوم است. قطر هادی  $1.46\text{cm}$  می‌باشد. کارخانه سازنده هادی، GMR آن را  $0.561\text{cm}$  و سطح مقطع را  $1.267\text{cm}^2$  اعلام کرده است. ظرفیت نامی جریان خط در زیر خاک معمولی که بیشترین درجه حرارت آن  $30^\circ\text{C}$  است،  $350\text{A}$  می‌باشد. مقاومت dc و ac را در دمای  $50^\circ\text{C}$  و راکتانس القایی را برحسب اهم بر کیلومتر به دست آورید. برای تصمیم گیری در مورد در نظر گرفتن اثر پوستی یا در نظر نگرفتن آن، درصد اثر پوستی را در  $50^\circ\text{C}$  برای هادی ACSR ای از جدول که نزدیکترین اندازه را به هادی زیرزمینی مزبور دارد، تعیین کنید. توجه کنید که امپدانس سری این خط توزیع به علت پایین بودن اندوکتانس ناشی از فاصله کم بین هادیها، بیشتر مقاومتی است تا القایی.

۴-۲۰ خط تکفاز مسأله (۴-۶) را با خط سه فاز که بر بازوی افقی در همان مکان اولیه خط تکفاز استوار است جایگزین می‌کنیم. فاصله گذاری هادیهای خط قدرت  $2D_{23} = 2D_{12} = D_{13}$  و فاصله گذاری منتظم معادل آنها،  $3\text{m}$  می‌باشد. خط تلفن مسأله (۴-۶) در همان مکان پیشین باقی می‌ماند. چنانچه جریان خط قدرت  $150\text{A}$  باشد، ولتاژ القاء شده در هر کیلومتر خط تلفن چقدر خواهد شد. درباره اختلاف فاز ولتاژ القایی نسبت به جریان خط قدرت بحث کنید.

۴-۲۱ یک خط سه فاز  $60\text{Hz}$  با یک هادی ACSR Bluejay در هر فاز، دارای فاصله گذاری تخت  $11\text{m}$  بین هادیهای مجاور می‌باشد. راکتانس القایی برحسب اهم بر کیلومتر در هر فاز این خط را با خطی که در آن از هادی گروهی دو سیمه ACSR  $26/7$  با سطح مقطع کل آلومینیوم برابر با سطح مقطع خط نخستین استفاده شده و فاصله گذاری آن از مرکز گروه‌ها  $11\text{m}$  است، مقایسه کنید. فاصله بین هادیهای هر گروه،  $40\text{cm}$  می‌باشد.

۴-۲۲ راکتانس القایی یک خط سه فاز  $60\text{Hz}$  گروهی را که دارای سه هادی ACSR Rail در هر گروه با فاصله  $45\text{cm}$  بین آنهاست، برحسب اهم بر کیلومتر به دست آورید. فاصله بین مرکز گروه‌ها ۹، ۹ و  $18\text{m}$  است.



## ظرفیت خازنی خط انتقال

ادمیتانس موازی خط انتقال، همان گونه که در آغاز فصل ۴ به اختصار گفته شد، شامل کنداکتانس و راکتانس خازنی است. یادآوری می‌شود که کنداکتانس معمولاً قابل چشم پوشی است زیرا سهم آن در ادمیتانس موازی بسیار کم است. به همین علت، عنوان این فصل را به جای ادمیتانس موازی، ظرفیت خازنی برگزیده‌ایم.

ظرفیت خازنی خط انتقال ناشی از اختلاف پتانسیل بین هادیهاست که باعث می‌شود هادیها مانند صفحه‌های خازن باردار شوند. ظرفیت خازنی بین هادیها، میزان بار به ازای واحد اختلاف پتانسیل است و در مورد هادیهای موازی مقداری است ثابت که به اندازه و فاصله بین هادیها بستگی دارد. در خطوط قدرت کمتر از ۸۰ km (۵۰ mil)، اثر ظرفیت خازنی کم بوده قابل چشم پوشی می‌باشد اما در خطوط بلندتر با ولتاژ بیشتر به صورت فزاینده‌ای اهمیت می‌یابد.

ولتاژ متناوبی که به خط انتقال اعمال می‌گردد، باعث می‌شود که میزان بار الکتریکی در هر نقطه، هماهنگ با مقدار لحظه‌ای ولتاژ بین دو هادی در آن نقطه، کم و زیاد شود. تغییر بار همان جریان الکتریکی است و این جریان که حاصل باردار و بی‌بار شدن متناوب خط در اثر ولتاژ متناوب است،

جریان باردار کننده خط<sup>۱</sup> نامیده میشود. از آنجا که ظرفیت خازنی بین هادیها به صورت موازی می باشد، جریان باردار کننده حتی در حالت مدار باز شدن خط وجود دارد. این جریان علاوه بر افت ولتاژ در طول خط بر بازده، ضریب توان خط و پایداری سیستمی که خط جزئی از آن است نیز اثر می گذارد. پایه بررسی ظرفیت خازنی، قانون گوس در میدانهای الکتریکی می باشد. براساس این قانون، بار الکتریکی کل داخل یک سطح بسته برابر فوران الکتریکی است که از سطح بیرون می آید. به عبارت دیگر، بار کل داخل سطح بسته برابر انتگرال مؤلفه چگالی فوران الکتریکی روی سطح می باشد. خطوط فوران الکتریکی، از بار مثبت سرچشمه گرفته به بار منفی ختم می گردد. چگالی فوران قائم به سطح با  $D_f$  نشان داده می شود و برابر  $KE$  می باشد.  $K$ ، نفوذپذیری الکتریکی<sup>۲</sup> ماده پیرامون سطح و  $E$ ، چگالی میدان الکتریکی است.

### ۱-۵ میدان الکتریکی یک هادی مستقیم بلند

چنانچه یک هادی استوانه ای مستقیم بلند، واقع در محیطی یکنواخت مانند هوا، دارای بار الکتریکی یکنواخت در سراسر طول خود باشد و از بارهای دیگر به گونه ای جدا باشد که بار روی سطحش یکنواخت توزیع گردد، فوران الکتریکی آن شعاعی خواهد بود. همه نقطه هایی که با این هادی فاصله ای یکسان دارند، نقطه های هم پتانسیل بوده چگالی فوران آنها، همانند است. شکل (۱-۵)، چنین هادی منفردی را با توزیع بار یکنواخت نشان می دهد. چگالی فوران الکتریکی در فاصله  $x$  متری هادی را می توان با در نظر گرفتن یک سطح استوانه ای هم مرکز با هادی و فاصله شعاعی  $x$ ، محاسبه کرد. از آن جا که فاصله همه نقطه های این سطح تا هادی یکسان می باشد، سطح استوانه ای یک سطح هم پتانسیل بوده چگالی فوران الکتریکی بر روی سطح آن برابر فوران بیرون آمده از هر متر طول تقسیم بر مساحت بخشی از سطح استوانه به طول محوری  $1m$  می باشد. چگالی فوران الکتریکی برابر است با:

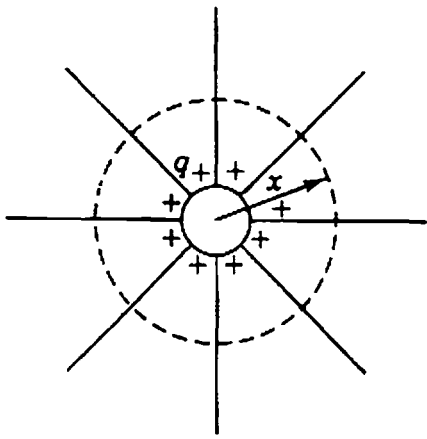
$$D_f = \frac{q}{2\pi x} \text{ C/m}^2 \quad (5-1)$$

که در آن  $q$ ، بار هادی بر حسب کولمب بر متر و  $x$  بر حسب متر، فاصله هادی تا نقطه ای که چگالی فوران الکتریکی در آن محاسبه می شود. شدت میدان الکتریکی یا منهای گرادیان پتانسیل برابر چگالی فوران الکتریکی تقسیم بر نفوذ پذیری الکتریکی<sup>۳</sup> محیط بین دو هادی است. بنابراین شدت میدان الکتریکی

1- charging current

2- Permittivity

۳- در واحدهای SI، نفوذ پذیری الکتریکی فضای آزاد  $\frac{f}{m} = 8.85 \times 10^{-12}$  می باشد. نفوذپذیری نسبی  $K_r$ ، نسبت نفوذپذیری واقعی یک ماده به نفوذپذیری فضای آزاد است ( $K_r = \frac{k}{k_0}$ ). در هوای خشک  $K_r = 1.00054$  است که در محاسبات خطوط هوایی ۱ فرض می شود.



شکل ۱-۵ خطهای فوران الکتریکی بیرون آمده از بارهای مثبتی که به طور یکنواخت روی سطح یک هادی استوانه‌ای منفرد توزیع شده‌اند.

برابر است با:

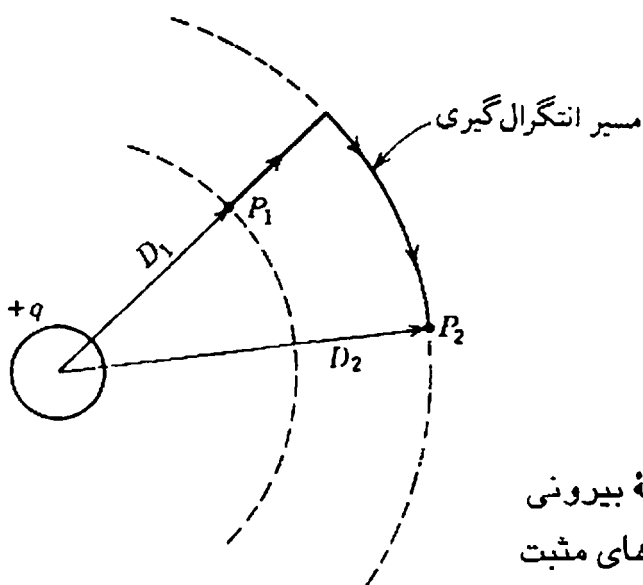
$$E = \frac{q}{2\pi x k} \text{ V/m} \quad (5-2)$$

$E$  و  $q$  می‌توانند کمیت لحظه‌ای، فازور یا dc باشند.

## ۵-۲ اختلاف پتانسیل بین دو نقطه ناشی از بار

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه برحسب ولت از نظر عددی برابر کار لازم بر حسب ژول بر کولن برای جابجایی یک کولن بار بین آن دو نقطه می‌باشد. شدت میدان الکتریکی در یک نقطه برابر میزان نیروی وارده (برحسب نیوتن بر کولن) بر یک کولن بار در آن نقطه است. انتگرال خطی نیروی وارده بر یک کولن بار مثبت بر حسب نیوتن همان کار انجام شده برای انتقال آن از پتانسیل کمتر به پتانسیل بیشتر می‌باشد و از نظر عددی برابر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه است.

یک سیم مستقیم بلند را که مطابق شکل (۵-۲) دارای بار مثبت  $q$  c/m است، در نظر بگیرید. نقطه‌های  $P_1$  و  $P_2$  به ترتیب در فاصله‌های  $D_1$  و  $D_2$  متر از مرکز سیم قرار دارند. سیم یک سطح همپتانسیل بوده از دیدگاه محاسبه فوران خارجی سیم، بار توزیع شده یکنواخت روی سیم معادل بار



شکل ۲-۵ مسیر انتگرال گیری بین دو نقطه بیرونی یک هادی استوانه‌ای با توزیع یکنواخت بارهای مثبت

جمع شده در مرکز آن است. بار مثبت روی سیم، نیروی دافعه‌ای بر هر بار مثبت واقع در میدان اعمال می‌کند. به این دلیل و همچنین بزرگتر بودن  $D_2$  از  $D_1$ ، برای آوردن بار مثبت از نقطه  $P_2$  به  $P_1$  باید کاری انجام شود و  $P_1$  در پتانسیل بالاتری نسبت به  $P_2$  قرار دارد. این اختلاف پتانسیل، میزان کار انجام شده برای جابجایی یک کولن بار بین دو نقطه است. از طرف دیگر اگر یک کولن بار از  $P_1$  به  $P_2$  منتقل شود، انرژی صرف کرده، میزان کار یا انرژی بر حسب نیوتن - متر، ولتاژ افت کرده از  $P_1$  تا  $P_2$  است. اختلاف پتانسیل به مسیر وابسته نیست. ساده‌ترین روش برای محاسبه افت ولتاژ بین دو نقطه، محاسبه ولتاژ بین سطحهای هم پتانسیل گذرنده از  $P_1$  و  $P_2$  به وسیله انتگرال‌گیری شدت میدان روی مسیر شعاعی بین سطحهای هم پتانسیل است. بنابر این افت ولتاژ لحظه‌ای بین  $P_1$  و  $P_2$  برابر است با:

$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} E dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi kx} dx = \frac{q}{2\pi k} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (5-3)$$

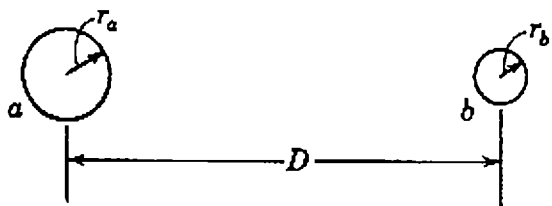
$q$  بار لحظه‌ای روی واحد طول سیم بر حسب کولن بر متر است. یادآور می‌شود که افت ولتاژ بین دو نقطه، بنابر رابطه (5-3)، بسته به این که بار الکتریکی پدیدآورنده اختلاف پتانسیل مثبت باشد یا منفی؛ یا افت ولتاژ محاسبه شده از یک نقطه نزدیک به هادی تا نقطه دور از هادی، یا برعکس، محاسبه شود ممکن است مثبت یا منفی باشد. علامت  $q$  ممکن است مثبت یا منفی باشد و جمله لگاریتمی نیز بسته به این که  $D_2$  بزرگتر یا کوچکتر از  $D_1$  باشد، مثبت یا منفی است.

### 5-3 ظرفیت خازنی یک خط دو سیمه

ظرفیت خازنی بین دو هادی از یک خط دو سیمه، برابر بار روی هادیه‌ها به ازای اختلاف پتانسیل یک ولت بین آنها می‌باشد. معادله ظرفیت خازنی واحد طول خط برابر است با:

$$C = \frac{q}{v} \text{ F/m} \quad (5-4)$$

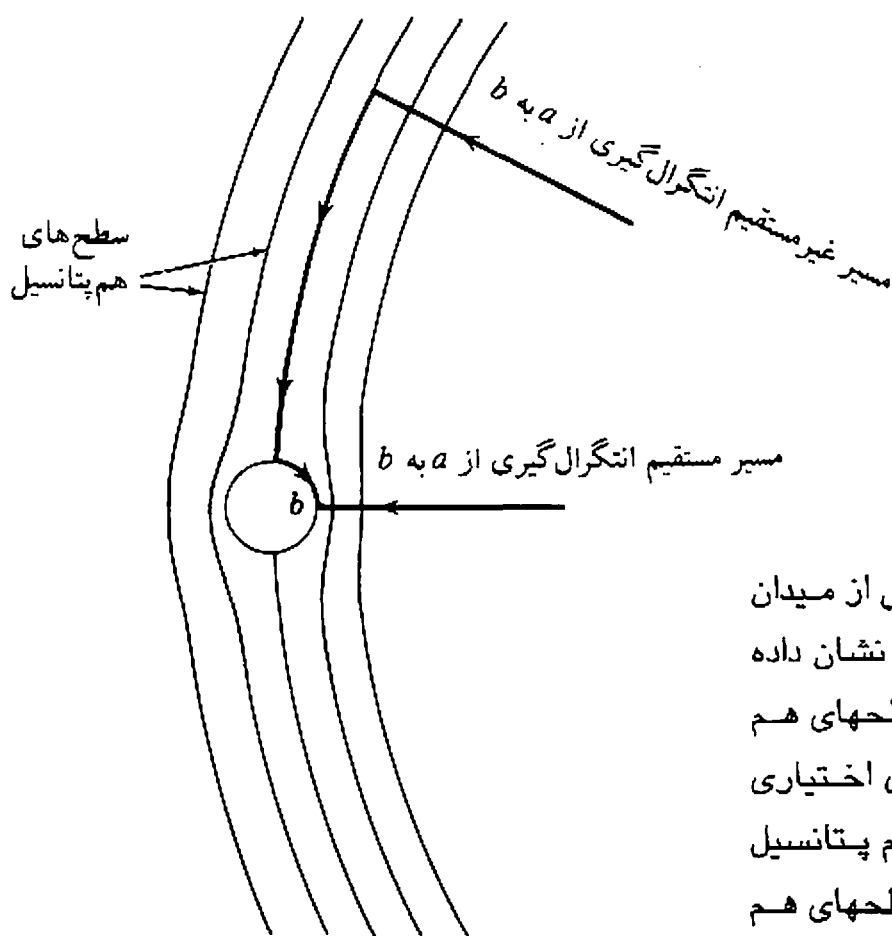
$q$  بار روی خط بر حسب کولن بر متر و  $v$  اختلاف پتانسیل بین هادیه‌ها بر حسب ولت است. از این پس، برای سادگی، ظرفیت خازنی واحد طول را با انتخاب واحدهای مناسب برای معادله، به طور خلاصه ظرفیت خازنی می‌نامیم. از نوشتن  $v$  بر حسب  $q$  از معادله (5-3) و جایگذاری آن در معادله (5-4)، ظرفیت خازنی بین دو هادی به دست می‌آید. ولتاژ  $v_{ab}$  بین دو هادی خط دو سیمه شکل (5-3) را می‌توان با تعیین اختلاف پتانسیل بین دو هادی خط، ابتدا با محاسبه افت ولتاژ ناشی از بار روی هادی  $a$ ،  $q_a$  و سپس افت ولتاژ ناشی از بار روی هادی  $b$ ،  $q_b$  به دست آورد. افت ولتاژ از هادی  $a$  تا هادی  $b$  ناشی از بار روی هر دو هادی، بنابر اصل جمع آثار، برابر با مجموع افت و ولتاژ ایجاد شده به وسیله هر یک از بارها است.



شکل ۵-۳ برش عرضی یک خط با سیمهای موازی

بار  $q_a$  هادی  $a$  از شکل (۵-۳) سطحهای هم پتانسیلی پیرامون هادی  $b$  ایجاد می‌کند که در شکل (۵-۴) نشان داده شده است. برای پرهیز از سطحهای هم پتانسیل دارای آشفتگی، انتگرال‌گیری معادله (۵-۳) به جای مسیر مستقیم روی یک مسیر غیرمستقیم از شکل (۵-۴) انجام می‌گیرد. در تعیین  $V_{ab}$  ناشی از  $q_a$ ، با پیمودن مسیری از منطقه بدون آشفتگی، فاصله‌های  $D_1$  و  $D_2$  از معادله (۵-۳) به ترتیب با شعاع هادی  $a$ ،  $r_a$  و فاصله مرکز به مرکز هادیهای  $a$  و  $b$  جایگزین می‌شوند. به همین ترتیب، در تعیین  $V_{ab}$  ناشی از  $q_b$ ، فاصله‌های  $D_1$  و  $D_2$  به ترتیب با  $r_b$  و  $D$  جایگزین می‌گردند. با کاربرد شکل فازوری کمیتها ( $q_a$  و  $q_b$  فازور باشند) می‌توان نوشت:

$$V_{ab} = \underbrace{\frac{q_a}{2\pi k} \ln \frac{D}{r_a}}_{\text{ناشی از } q_a} + \underbrace{\frac{q_b}{2\pi k} \ln \frac{r_b}{D}}_{\text{ناشی از } q_b} V \quad (5-5)$$



شکل ۵-۴ سطحهای هم پتانسیل بخشی از میدان الکتریکی ناشی از هادی باردار  $a$  (هادی نشان داده نشده است). هادی  $b$  باعث آشفتگی سطحهای هم پتانسیل می‌شود. پیکانها، مسیرهای اختیاری انتگرال‌گیری بین یک نقطه از سطح هم پتانسیل هادی  $b$  و هادی  $a$  که بار  $q_a$  آن، سطحهای هم پتانسیل را ایجاد می‌کند، نشان می‌دهند.



از آن جا که در یک خط دو سیمه  $q_a = -q_b$  می‌باشد.

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi k} \left( \ln \frac{D}{r_a} - \ln \frac{r_b}{D} \right) V \quad (5-6)$$

از ترکیب جمله‌های لگاریتمی می‌توان نوشت:

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi k} \ln \frac{D^2}{r_a r_b} V \quad (5-7)$$

ظرفیت خازنی بین هادیها برابر است با:

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{2\pi k}{\ln (D^2 / r_a r_b)} \text{ F/m} \quad (5-8)$$

اگر  $r_a = r_b = r$  باشد:

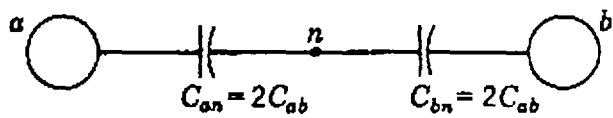
$$C_{ab} = \frac{\pi k}{\ln (D / r)} \text{ F/m} \quad (5-9)$$

معادله (5-9) نشانگر ظرفیت خازنی بین هادیهای یک خط دو سیمه است. چنانچه خط به وسیله یک ترانسفورماتور که سر وسط آن زمین شده است، تغذیه شود، اختلاف پتانسیل بین هر هادی و زمین، یک دوم اختلاف پتانسیل بین دو هادی بوده ظرفیت خازنی به زمین یا ظرفیت خازنی به خشی برابر خواهد بود با:

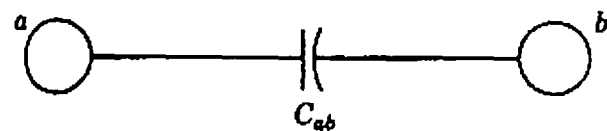
$$C_n = C_{an} = C_{bn} = \frac{q_a}{V_{ab} / 2} = \frac{2\pi k}{\ln (D / r)} \text{ F/m} \quad (5-10)$$

مفهوم ظرفیت خازنی به خشی در شکل (5-5) نشان داده شده است.

معادله (5-10) متناظر با معادله (4-25) برای اندوکتانس است. به اختلاف بین این دو معادله باید به دقت توجه نمود. شعاع در معادله ظرفیت خازنی، شعاع بیرونی واقعی هادی است و GMR هادی نمی‌باشد اما در رابطه اندوکتانس، شعاع، همان GMR یعنی شعاع میانگین هندسی هادی است. در معادله (5-3) که معادله‌های (5-5) تا (5-10) از آن به دست آمده‌اند، فرض بر این است که توزیع بار روی سطح هادی یکنواخت می‌باشد. در حضور بارهای دیگر، توزیع بار روی سطح هادی یکنواخت نبوده معادله‌های به دست آمده از معادله (5-3)، به طور دقیق درست نمی‌باشند. اما چون خطای ناشی از یکنواخت نبودن توزیع بار در خطهای هوایی در معادله (4-10)، حتی برای فاصله‌گذاریهای بسیار کم با نسبت  $D / r = 50$  حدود 0.1٪ است، می‌توان از آن چشم پوشید.



(ب) نمایش ظرفیت خازنی خط به خنثی



(الف) نمایش ظرفیت خازنی خط به خط

شکل ۵-۵ رابطه بین مفاهیم ظرفیت خازنی خط به خط و خط به خنثی

در این جا این سوال مطرح می شود که در مخرج آرگومان لگاریتم معادله (۵-۱۰)، هنگامی که هادی، یک کابل رشته‌ای است، باید چه مقداری قرارداد، چون معادله برای سیمهای گرد توپر به دست آمده است. از آن جا که خطوط فوران الکتریکی، بر سطح یک هادی ایده‌آل عمود هستند، میدان الکتریکی در سطح یک هادی رشته‌ای مانند سطح یک هادی استوانه‌ای نیست. بنابراین، قرارداد شعاع بیرونی هادی به جای  $r$  در معادله (۵-۱۰) برای محاسبه ظرفیت خازنی هادی رشته‌ای کمی خطا دارد، چون میدان پیرامون هادی رشته‌ای با میدان پیرامون هادی مفتولی که معادله (۵-۱۰) برای آن به دست آمده متفاوت است. البته خطا بسیار کوچک است، چون میدان تنها در فاصله خیلی نزدیک به هادی از این اختلاف تأثیر می پذیرد. بنابراین در محاسبه ظرفیت خازنی هادیهای رشته‌ای نیز شعاع بیرونی به کار می رود. پس از یافتن ظرفیت خازنی به خنثی  $C$  از رابطه (۵-۱۰)، راکتانس خازنی بین یک هادی و خنثی به ازای نفوذپذیری نسبی  $K_r = 1$ ، به صورت زیر به دست می آید:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{4.862}{f} \times 10^9 \ln \frac{D}{r} \Omega.m \quad \text{به خنثی} \quad (5-11)$$

از آن جا که  $C$  در معادله (۵-۱۱) بر حسب فاراد است، واحد مناسب برای  $X_C$ ، اهم - متر می باشد. معادله (۵-۱۱)، راکتانس خط به خنثی  $1m$  از طول خط را نشان می دهد. چون راکتانس خازنی در طول خط موازی پخش شده است، برای به دست آوردن راکتانس خازنی کل طول خط بر حسب اهم، باید  $X_C$  بر حسب اهم - متر بر طول خط (بر حسب متر) تقسیم شود. از تقسیم معادله (۵-۱۱) بر  $16.9$ ، راکتانس بر حسب اهم - مایل به دست خواهد آمد:

$$X_C = \frac{1.779}{f} \times 10^6 \ln \frac{D}{r} \Omega.mi \quad \text{به خنثی} \quad (5-12)$$

جدول (الف-۳)، قطر بیرونی بیشتر هادیهای متداول ACSR را فهرست نموده است. چنانچه  $D$  و  $r$  در معادله (۵-۱۲) بر حسب فوت بیان شوند، در معادله زیر، جمله اول به نام  $X'_a$ ، راکتانس خازنی برای فاصله گذاری  $1 ft$  و جمله دوم، ضرب فاصله گذاری راکتانس خازنی ( $X'_a$ ) می باشد:

$$X_C = \frac{1.779}{f} \times 10^6 \ln \frac{1}{r} + \frac{1.779}{f} \times 10^6 \ln D \Omega. mil \quad \text{به خنثی} \quad (5-13)$$

در جدول (الف - ۳)، اندازه  $X'_d$  برای اندازه‌های متداول هادیهای ACSR فهرست شده است. جدولهای مشابهی برای انواع و اندازه‌های دیگر هادیها وجود دارد. جدول (الف - ۵) ضمیمه، اندازه‌های  $X'_d$  را نشان می‌دهد. البته  $X'_d$  بار اکتانس گذاری ماشین سنکرون که با همین نماد نشان داده می‌شود، تفاوت دارد.

**مثال ۵-۱** سوسپتانس خازنی هر مایل از یک خط تک‌فاز که در فرکانس ۶۰ Hz کار می‌کند، چقدر است؟ هادی از نوع Partridge و فاصله گذاری بین مرکز هادیها، ۲۰ ft می‌باشد.

**پاسخ:** قطر بیرونی این هادی، برابر جدول (الف - ۳) برابر ۰٫۶۴۲ in است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$r = \frac{0.642}{2 \times 12} = 0.0268 \text{ ft}$$

و از معادله (۵-۱۲):

$$X_C = \frac{1.779}{60} \times 10^6 \ln \frac{20}{0.0268} = 0.1961 \times 10^6 \Omega \cdot \text{mi} \text{ به خنثی}$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = 5.10 \times 10^{-6} \text{ S/mi} \text{ به خنثی}$$

یا این که با خواندن راکتانس خازنی برای فاصله گذاری ۱ فوت و ضریب فاصله گذاری راکتانس خازنی به ترتیب از جدولهای (الف-۳) و (الف-۵) می‌توان نوشت:

$$X'_d = 0.1074 \text{ M}\Omega \cdot \text{mi}$$

$$X'_d = 0.10889 \text{ M}\Omega \cdot \text{mi}$$

$$X'_C = 0.1074 + 0.10889 = 0.1963 \text{ M}\Omega \cdot \text{mi} \text{ برای هر هادی}$$

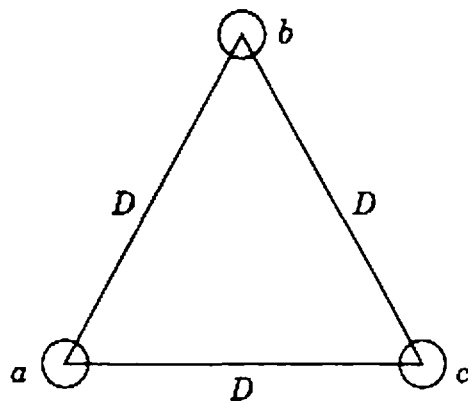
راکتانس و سوسپتانس خازنی خط به خط برابر است با:

$$X_C = 2 \times 0.1963 \times 10^6 = 0.3926 \times 10^6 \Omega \cdot \text{mi}$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = 2.55 \times 10^{-6} \text{ S/mi}$$

#### ۵-۴ ظرفیت خازنی خط سه فاز با فاصله گذاری یکسان

سه هادی یکسان با شعاع ۲ از یک خط سه فاز با فاصله گذاری یکسان در شکل (۵-۶) نشان داده است. معادله (۵-۵) ولتاژ بین دو هادی ناشی از بارهای روی هر یک را با فرض یکنواخت بودن توزیع بار



شکل ۵-۶ برش عرضی یک خط سه فاز با فاصله گذاری یکسان

نشان می دهد. بنابراین ولتاژ  $V_{ab}$  یک خط سه فاز در حالی که فقط دو هادی  $a$  و  $b$  دارای بار باشند، برابر است با:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \underbrace{\left( q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} \right)}_{\text{ناشی از } q_a \text{ و } q_b} V \quad (5-14)$$

به کمک معادله (۵-۳)، می توان اثر بار  $q_c$  را نیز در نظر گرفت، زیرا اثر بار الکتریکی یکنواخت توزیع شده بر سطح هادی با اثر بار متمرکز در محور هادی معادل است. بنابراین اختلاف پتانسیل ناشی از  $q_c$  به تنهایی برابر است با:

$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi k} \ln \frac{D}{D} V$$

که برابر صفر است زیرا فاصله  $q_c$  از هادی  $a$  و  $b$  یکسان است. با وجود این، برای این که نشان دهیم هر سه بار در نظر گرفته شده است، می توان نوشت:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left( q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} + q_c \ln \frac{D}{D} \right) V \quad (5-15)$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left( q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{D}{D} + q_c \ln \frac{r}{D} \right) V \quad (5-16)$$

از جمع معادله های (۵-۱۵) و (۵-۱۶) می توان نوشت:

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left[ 2q_a \ln \frac{D}{r} + (q_b + q_c) \ln \frac{r}{D} \right] V \quad (5-17)$$

در به دست آوردن این معادله ها، زمین را به اندازه کافی دور و اثر آن را ناچیز فرض کرده ایم. چون ولتاژها

سینوسی فرض و به صورت فازور نشان داده شده‌اند، بارها نیز سینوسی بوده به شکل فازوری بیان می‌شوند. اگر در همسایگی، بار دیگری نباشد، مجموع بارهای روی سه هادی صفر است و می‌توان به جای  $q_b + q_c$  در معادله (۵-۱۷)،  $-q_a$  را جایگزین نمود:

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{3q_a}{2\pi k} \ln \frac{D}{r} V \quad (5-18)$$

نمودار فازوری ولتاژ در شکل (۵-۷) نشان داده شده است. به کمک این نمودار می‌توان، رابطه بین ولتاژهای خط  $V_{ab}$  و  $V_{ac}$  را با ولتاژ خط به خنثای  $V_{an}$  (خط  $a$  نسبت به خنثی) مدار سه فاز به دست آورد:

$$V_{ab} = \sqrt{3} V_{an} \angle 30^\circ = \sqrt{3} V_{an} (0.866 + j 0.5) \quad (5-19)$$

$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3} V_{an} \angle -30^\circ = \sqrt{3} V_{an} (0.866 - j 0.5) \quad (5-20)$$

از جمع معادله (۵-۱۹) و (۵-۲۰) می‌توان نوشت:

$$V_{ab} + V_{ac} = 3 V_{an} \quad (5-21)$$

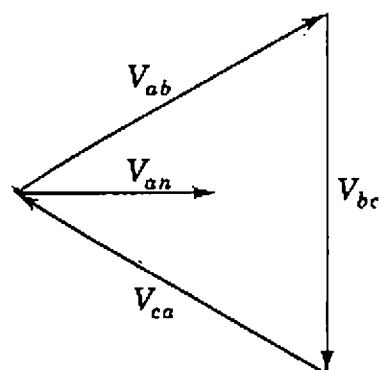
جایگزینی  $3V_{an}$  به جای  $V_{ab} + V_{ac}$  در معادله (۵-۱۸)، نتیجه زیر را در بر دارد:

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi k} \ln \frac{D}{r} V \quad (5-22)$$

چون ظرفیت خازنی به خنثی، نسبت بار هادی به اختلاف پتانسیل آن هادی نسبت به خنثی است، می‌توان نوشت:

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\ln(D/r)} \text{ F/m به خنثی} \quad (5-23)$$

مقایسه معادله (۵-۲۳) و (۵-۱۰) بر یکسان بودن آنها دلالت دارد. این معادله‌ها ظرفیت خازنی به



شکل ۵-۷ نمودار فازوری ولتاژهای متعادل یک خط سه فاز

خنثی را به ترتیب برای خط تکفاز و سه فاز با فاصله گذاری یکسان نشان می دهند. در فصل ۴، در مورد اندوکتانس نیز همین شباهت مشاهده گردید.

عبارت جریان باردار کننده به جریانی گفته می شود که به ظرفیت خازنی یک خط وابسته است. برای مدار تکفاز، جریان باردار کننده برابر حاصل ضرب ولتاژ خط به خط در سوسپیتانس خط به خط می باشد، یا به صورت فازوری:

$$I_{chg} = j\omega C_{ab} V_{ab} \quad (5-24)$$

در یک خط سه فاز، جریان باردار کننده، از ضرب ولتاژ به خنثی در سوسپیتانس خازنی به خنثی به دست می آید. این مقدار جریان باردار کننده هر فاز است و با محاسبات مدارهای سه فاز متقارن بر مبنای یک فاز و بازگشت از زمین سازگار است. جریان باردار کننده فازوری در فاز  $a$  برابر است با:

$$I_{chg} = j\omega C_n V_{ab} \text{ A/mi} \quad (5-25)$$

از آن جا که ولتاژ  $rms$  در طول خط تغییر می کند، جریان باردار کننده در همه جا یکسان نیست. ولتاژی که به طور معمول برای به دست آوردن جریان باردار کننده به کار می رود، ولتاژ نامی است که خط برای آن طراحی می شود (مانند ۲۲۰ یا ۵۰۰ kV) که احتمالاً ولتاژ واقعی در نیروگاه (ابتدای خط) یا بار (انتهای خط) نمی باشد.

## ۵-۵ ظرفیت خازنی خط سه فاز با فاصله گذاری نامتقارن

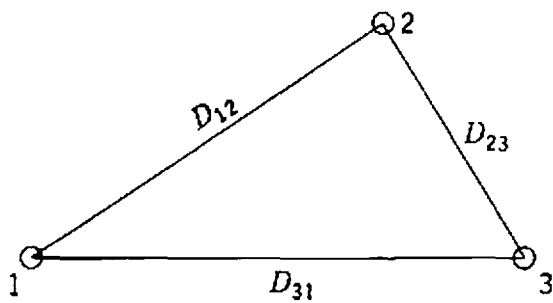
هنگامی که فاصله گذاری هادیهای یک خط سه فاز یکمان نباشد، محاسبه ظرفیت خازنی مشکلتر می شود. در یک خط معمولی جایگشت نشده، ظرفیت خازنی هر یک از فازها نسبت به خنثی برابر نیستند. در یک خط جایگشت شده، ظرفیت خازنی به خنثی میانگین هر فاز در دوره کامل جایگشت با ظرفیت خازنی به خنثی میانگین فازهای دیگر برابر است، چون هادی هر فاز در دوره کامل جایگشت، مکان فازهای دیگر را در فاصله های یکسان اشغال می کند. عدم تقارن خط جایگشت نشده در بیشتر حالتها کم بوده محاسبات ظرفیت خازنی مانند خط جایگشت شده انجام می شود.

برای خط نشان داده شده در شکل (۵-۸)، سه معادله برای  $V_{ab}$  در بخشهای گوناگون دوره جایگشت به دست می آید. هنگامی که فاز  $a$  در مکان ۱،  $b$  در مکان ۲ و  $c$  در مکان ۳ قرار دارد:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left( q_a \ln \frac{D_{12}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{12}} + q_c \ln \frac{D_{23}}{D_{31}} \right) \text{ V} \quad (5-26)$$

هنگامی که فاز  $a$  در مکان ۲،  $b$  در مکان ۳ و  $c$  در مکان ۱ باشد:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left( q_a \ln \frac{D_{23}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{23}} + q_c \ln \frac{D_{31}}{D_{12}} \right) \text{ V} \quad (5-27)$$



شکل ۸-۵ برش عرضی یک خط سه فاز با فاصله گذاری نامتقارن

در حالت سوم، یعنی  $a$  در مکان ۳،  $b$  در مکان او  $c$  در مکان ۲، میتوان نوشت:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left( q_a \ln \frac{D_{31}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{31}} + q_c \ln \frac{D_{12}}{D_{23}} \right) V \quad (5-28)$$

معادله‌های (۵-۲۶) تا (۵-۲۸)، شبیه معادله‌های (۴-۵۱) تا (۴-۵۳) برای فوران در برگیرنده یک هادی از خط جایگشت شده می‌باشد. اما، در معادله‌های فوران در برگیرنده، یادآور شدیم که جریان هر فاز در همه بخشهای دوره جایگشت یکسان است. در معادله‌های (۵-۲۶) تا (۵-۲۸)، اگر به افت و لتاژ در طول خط توجه نشود، و لتاژ هر فاز به خنثی در همه قسمت‌های سیکل جایگشت یکسان است. بنابراین و لتاژ بین هر دو هادی نیز در همه بخشهای دوره جایگشت یکسان می‌باشد. پس باید بار یک هادی، هنگامی که مکان آن با هادیهای دیگر عوض می‌شود، تغییر نماید. بنابراین برخورد یکسان با معادله‌های (۵-۲۶) تا (۵-۲۸) و معادله‌های (۴-۵۱) تا (۴-۵۳) دقیق نخواهد بود.

به دست آوردن ظرفیت خازنی خط سه فاز به طور دقیق کاری مشکل است مگر این که فاصله گذاری تخت<sup>۱</sup> بوده فاصله بین هادیهای مجاور یکسان باشد. در فاصله گذاری معمولی با هادیهای متداول با فرض اینکه بار واحد طول هادی در همه بخشهای دوره جایگشت یکسان باشد، ظرفیت خازنی با دقت کافی به دست خواهد آمد. با چنین فرضی در مورد بارها، و لتاژ بین یک زوج هادی در هر یک از بخشهای دوره جایگشت یکسان نمی‌باشد، پس باید اندازه میانگین برای و لتاژ بین هادیها به دست آورد و ظرفیت خازنی را با این اندازه میانگین محاسبه نمود. و لتاژ میانگین از جمع معادله‌های (۵-۲۶) تا (۵-۲۸) و تقسیم حاصل جمع بر ۳ به دست می‌آید. و لتاژ میانگین بین هادیهای  $a$  و  $b$  با فرض یکسان بودن بار روی هادی در بخشهای گوناگون دوره جایگشت برابر است با:

$$V_{ab} = \frac{1}{6\pi k} \left( q_a \ln \frac{D_{12} D_{23} D_{31}}{r^3} + q_b \ln \frac{r^3}{D_{12} D_{23} D_{31}} + q_c \ln \frac{D_{12} D_{23} D_{31}}{D_{12} D_{23} D_{31}} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi k} \left( q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{eq}} \right) \quad (3-29)$$

1- flat

که در آن:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}} \quad (5-30)$$

به همین ترتیب، افت ولتاژ از هادی  $a$  به هادی  $c$  برابر است با:

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left( q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_c \ln \frac{r}{D_{eq}} \right) V \quad (5-31)$$

کاربرد معادله (5-21) برای یافتن ولتاژ به خنثی، نتیجه زیر را در بر دارد:

$$3V_{an} = V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi k} \left( 2q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{eq}} + q_c \ln \frac{r}{D_{eq}} \right) V \quad (5-32)$$

چون در مدار سه فاز  $q_a + q_b + q_c = 0$  می توان نوشت:

$$3V_{an} = \frac{3}{2\pi k} q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} V$$

و:

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\ln(D_{eq}/r)} \text{ F/m} \quad \text{به خنثی} \quad (5-34)$$

معادله (5-34) برای ظرفیت خازنی به خنثی در یک خط سه فاز جایگشت شده، متناظر با معادله (4-56) برای اندوکتانس هر فاز همین نوع خط است. برای پیدا کردن راکتانس خازنی به خنثی وابسته به  $C_n$ ، می توان راکتانس را مانند معادله (5-13) به مؤلفه های راکتانس خازنی به خنثی در فاصله گذاری  $1 \text{ ft}$  ( $X'_a$ ) و ضریب فاصله گذاری راکتانس خازنی ( $X'_d$ ) تقسیم کرد.

مثال 2-5 ظرفیت و راکتانس خازنی،  $1 \text{ mi}$  از خط مثال (4-4) را به دست آورید. اگر طول خط  $175 \text{ mi}$  و ولتاژ کار  $220 \text{ kV}$  باشد، راکتانس خازنی به خنثی کل طول خط، جریان باردار کننده هر مایل خط و مگاوات آمپر باردار کننده کل خط چقدر خواهد شد.

$$r = \frac{1/108}{2 \times 12} = 0.0462 \text{ ft} \quad \text{پاسخ:}$$

$$D_{eq} = 24.8 \text{ ft}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln(24.8 / 0.0462)} = 8.8466 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$



$$X_C = \frac{10^{12}}{2\pi \times 60 \times 8.854 \times 10^{-12}} = 0.1864 \times 10^6 \Omega \cdot \text{mi}$$

و یا با استفاده از جدول:

$$X'_a = 0.0912 \times 10^6 \quad X'_d = 0.0953 \times 10^6$$

$$X_C = (0.0912 + 0.0953) \times 10^6 = 0.1865 \times 10^6 \Omega \cdot \text{mi} \text{ به خنثی}$$

برای طول ۱۷۵mi :

$$\text{به خنثی } \Omega = \frac{0.1865 \times 10^6}{175} = 1066 \text{ راکتانس خازنی}$$

$$|I_{\text{chg}}| = \frac{220000}{\sqrt{3}} \frac{1}{X_C} = \frac{220000 \times 10^{-6}}{\sqrt{3} \times 0.1865} = 0.681 \text{ A/mi}$$

و یا  $Q = \sqrt{3} \times 220 \times 119 \times 10^{-3} = 43.5 \text{ Mvar}$  توان مجازی برابر  $0.681 \times 175 = 119 \text{ A}$  می باشد. این مقدار توان مجازی که به وسیله ظرفیت خازنی توزیع شده دریافت می شود، بنابر قراردادی که در فصل ۱ بیان گردید، منفی می باشد. به بیان دیگر، ظرفیت خازنی توزیع شده در طول خط، توان راکتیو مثبت تولید می کند.

## ۵-۶ اثر زمین بر ظرفیت خازنی خط انتقال سه فاز

زمین بر ظرفیت خازنی خط انتقال به علت تغییر دادن میدان الکتریکی خط، اثر می گذارد، اگر زمین را یک هادی کامل به صورت یک صفحه افقی بی نهایت فرض کنیم، در می یابیم که میدان الکتریکی ناشی از هادی باردار نزدیک سطح زمین با حالتی که سطح هم پتانسیل زمین وجود ندارد، یکسان نمی باشد. میدان الکتریکی هادی باردار شده برای سازگار شدن با سطح زمین نیرویی را متحمل می شود. البته، فرض مسطح بودن و پستی و بلندیهای آن کاملاً معتبر نیست. اما این فرض ما را توانا می سازد تا اثر هدایت زمین را در محاسبه ظرفیت خازنی بفهمیم.

مداری شامل یک هادی هوایی با مسیر برگشت از زمین در نظر بگیرید. هنگام باردار شدن هادی، بارها از زمین روی هادی قرار می گیرند و اختلاف پتانسیل بین هادی و زمین به وجود می آید. زمین دارای بار مساوی ولی از نظر علامت مخالف با هادی می باشد. خطوط فوران الکتریکی از بارهای روی هادی به بارهای روی زمین به سطح هم پتانسیل زمین عمود است چون سطح را، هادی کامل فرض کرده ایم. تصور کنید در زیر زمین در فاصله ای برابر با فاصله هادی هوایی اصلی تا زمین، یک هادی فرضی با همان اندازه و شکل هادی اصلی وجود داشته باشد. اگر زمین را حذف کرده و باری مساوی ولی مخالف بار هادی اصلی روی هادی فرضی قرار دهیم، صفحه میانی هادی اصلی و هادی فرضی یک سطح هم

پتانسیل بوده و همان مکان را به عنوان سطح هم پتانسیل زمین اشغال می کند. فوران الکتریکی بین هادی هوایی و این سطح هم پتانسیل، همان فوران الکتریکی است که بین هادی و زمین وجود داشت. بنابراین برای محاسبه ظرفیت خازنی باید به جای زمین، یک هادی باردار شده فرضی در زیرزمین با فاصله ای برابر با فاصله زمین تا هادی اصلی قرار دهیم. این هادی دارای باری مساوی ولی مختلف علامه با بار هادی اصلی است و هادی تصویری<sup>۱</sup> یا هادی قرینه نامیده می شود.

روش کاربرد هادی قرینه به جای زمین برای محاسبه ظرفیت خازنی یک هادی هوایی را می توان برای بیش از یک هادی نیز به کاربرد. در این صورت اگر به جای هر هادی هوایی، یک هادی قرینه در نظر گرفته شود، فوران الکتریکی بین هادیهای اصلی و قرینه های آنها بر صفحه ای که به جای زمین قرار می گیرد عمود بوده و این سطح، یک سطح هم پتانسیل می باشد. فورانهای الکتریکی بالای این صفحه با حالتی که زمین به جای هادیهای قرینه قرار داشت، برابر است.

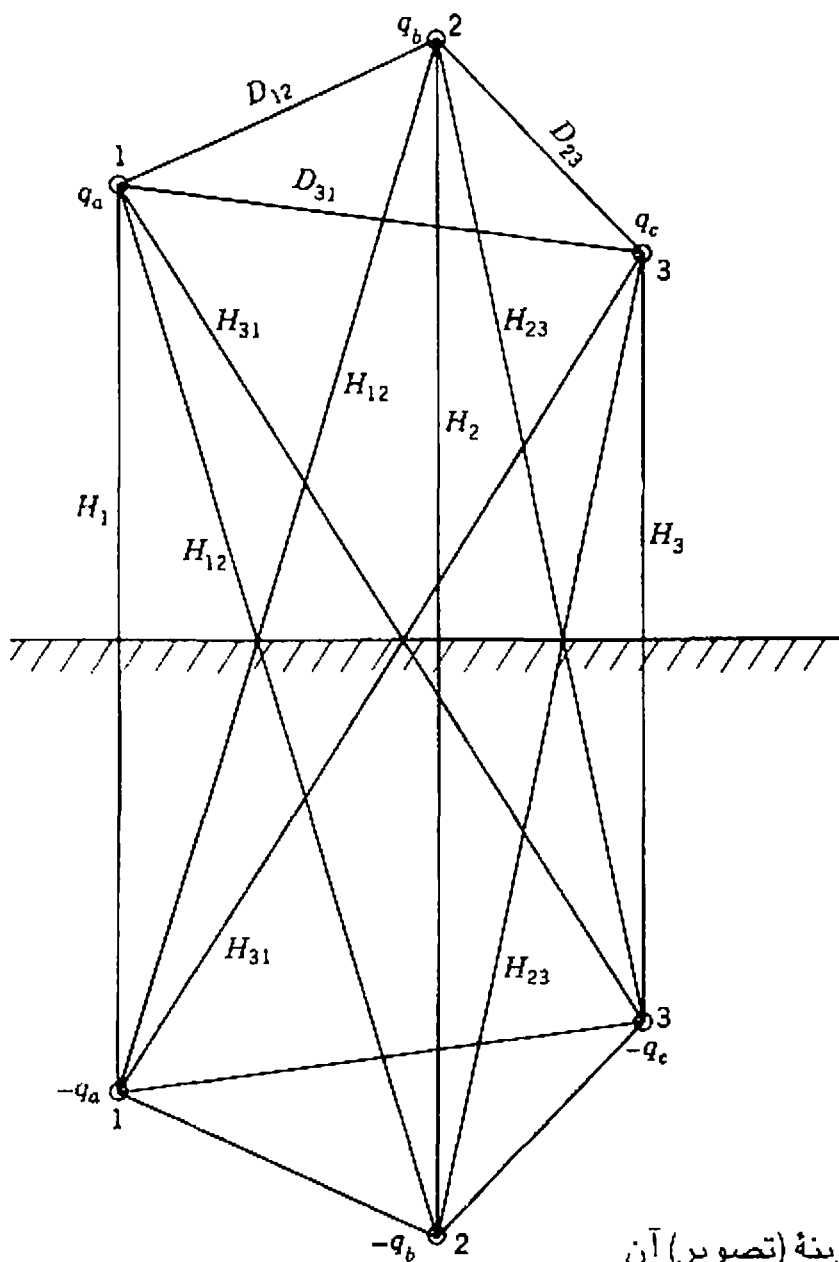
برای کاربرد روش هادی قرینه برای محاسبه ظرفیت خازنی یک خط سه فاز، شکل (۵-۹) را در نظر بگیرید. فرض کنید جایگشت انجام گرفته هادیهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  به ترتیب دارای بار  $q_a$ ،  $q_b$  و  $q_c$  می باشند و در اولین مکانهای دوره جایگشت در حالت ۱، ۲ و ۳ قرار دارند. صفحه زمین نشان داده شده در زیر آن هادیهای با بار قرینه  $-q_a$ ،  $-q_b$  و  $-q_c$  وجود دارد. می توان برای افت ولتاژ هادی  $a$  تا هادی  $b$  که به وسیله سه هادی باردار و قرینه های آنها به دست می آید، در هر سه حالت دوره جایگشت معادله هایی نوشت. هنگامی که هادی  $a$  در مکان ۱،  $b$  در مکان ۲ و  $c$  در مکان ۳ قرار دارد، با توجه به معادله (۵-۳) می توان نوشت:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left[ q_a \left( \ln \frac{D_{12}}{r} - \ln \frac{H_{12}}{H_1} \right) + q_b \left( \ln \frac{r}{D_{12}} - \ln \frac{H_2}{H_{12}} \right) + q_c \left( \ln \frac{D_{23}}{D_{31}} - \ln \frac{H_{23}}{H_{31}} \right) \right] \quad (5-35)$$

معادله های مشابهی برای  $V_{ab}$ ، در مرحله های دیگر دوره جایگشت نوشته می شود. با فرض ثابت بودن تقریبی بار واحد طول هر هادی در سراسر دوره جایگشت، می توان مقدار میانگینی برای فازور  $V_{ab}$  به دست آورد. معادله مقدار میانگین فازور  $V_{ac}$  نیز همین ترتیب به دست می آید و از جمع مقدار میانگین  $V_{ab}$  و  $V_{ac}$ ، مقدار  $V_{an}$  به دست خواهد آمد. با توجه به صفر بودن مجموع بارها می توان نوشت:

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln \left( \frac{D_{eq}}{r} \right) - \ln \left( \frac{\sqrt[3]{H_{12} H_{23} H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1 H_2 H_3}} \right)} \quad \text{به خنثی F/m} \quad (5-36)$$

1- Image conductor



شکل ۵-۹ خط سه فاز و قرینه (تصویر) آن

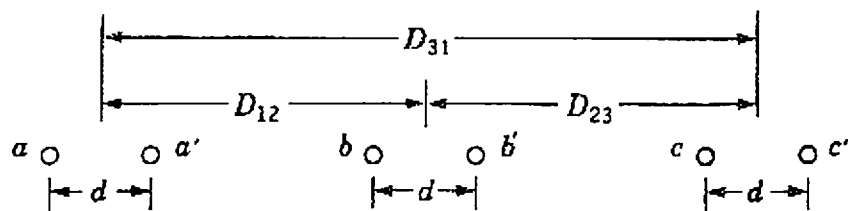
مقایسه معادله‌های (۵-۳۴) و (۵-۳۶) نشان می‌دهد که اثر زمین، ظرفیت خازنی خط را افزایش می‌دهد. برای به حساب آوردن زمین در معادله (۵-۳۴)، باید از مخرج آن جمله زیر کم گردد:

$$\ln \left( \frac{\sqrt[3]{H_{12} H_{23} H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1 H_2 H_3}} \right)$$

اگر فاصله هادیها تا زمین نسبت به فاصله هادیها از خودشان، زیاد باشد، فاصله‌های قطری صورت جمله بالا تقریباً با فاصله‌های عمودی مخرج برابر و در نتیجه جمله تصحیح کننده بسیار کوچک خواهد شد. درنتیجه نیز چنین است و معمولاً اثر زمین در خطهای سه فاز، بجز محاسباتی که به وسیله مولفه‌های متقارن هنگام صفر نبودن مجموع جریانهای سه خط انجام می‌گیرد، نادیده گرفته می‌شود.

### ۵-۷ ظرفیت خازنی هادیهای گروهی

شکل (۵-۱۰) خطی را با هادیهای گروهی نشان می‌دهد که می‌توان معادله‌ای برای ولتاژ هادی  $a$  تا



شکل ۵-۱۰ برش عرضی یک خط سه فاز با هادی گروهی

هادی  $b$  مانند معادله (۵-۲۶) نوشت با این تفاوت که باید بار روی هر یک از شش هادی را در نظر گرفت. هادیهای هر گروه موازی بوده می‌توان فرض کرد بار هر گروه به طور یکسان روی هادیهای آن گروه تقسیم می‌شود زیرا معمولاً فاصله بین مرکز گروهها، ۱۵ برابر فاصله بین هادیهای هر گروه است. همچنین از آن جا که  $D_{12}$  خیلی بزرگتر از  $d$  است، به جای  $D_{12} - d$  و  $D_{12} + d$  از  $D_{12}$  می‌توان استفاده نمود و در سایر موارد مشابه نیز این کار انجام می‌گیرد تا  $V_{ab}$  به آسانی به دست آید. خطایی که در سایه کاربرد این تقریبها پدید می‌آید، در نتیجه نهایی برای فاصله گذاریهای متداول ناچیز خواهد بود، حتی اگر محاسبات با پنج یا شش رقم معنی دار انجام شود.

چنانچه فاز  $a$  دارای بار  $q_a$  باشد، هر کدام از هادیهای  $a$  و  $a'$ ، بار  $\frac{q_a}{2}$  دارند و این تقسیم بار برای فازهای  $b$  و  $c$  نیز وجود دارد. بنابراین:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left[ \frac{q_a}{2} \left( \underbrace{\ln \frac{D_{12}}{r}}_a + \underbrace{\ln \frac{D_{12}}{d}}_{a'} \right) + \frac{q_b}{2} \left( \underbrace{\ln \frac{r}{D_{12}}}_b + \underbrace{\ln \frac{d}{D_{12}}}_{b'} \right) + \frac{q_c}{2} \left( \underbrace{\ln \frac{D_{23}}{D_{31}}}_c + \underbrace{\ln \frac{D_{23}}{D_{31}}}_{c'} \right) \right] \quad (5-37)$$

حروف زیر هر یک از جمله‌های لگاریتمی نشانگر آن هادی است که بار وی در آن جمله به حساب آمده است. پس از ترکیب جمله‌ها می‌توان نوشت:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k} \left( q_a \ln \frac{D_{12}}{\sqrt{rd}} + q_b \ln \frac{\sqrt{rd}}{D_{12}} + q_c \ln \frac{D_{23}}{D_{31}} \right) \quad (5-38)$$

معادله (۵-۳۸) همانند معادله (۵-۲۶) است با این تفاوت که  $\sqrt{rd}$  جایگزین  $r$  شده است. بنابراین اگر خط را جایگشت شده در نظر بگیریم:

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln \left( \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}} \right)} \text{ F/m خشی} \quad (5-39)$$

$\sqrt{rd}$  همان  $D_b^s$  گروه دو سیمه است که در آن  $r$  جایگزین  $D_s$  شده است. این مسأله ما را به نتیجه‌ای بسیار مهم رهنمون می‌سازد که برای محاسبه ظرفیت خازنی یک خط سه فاز با هادی گروهی دو سیمه می‌توان از روش GMD اصلاح شده، استفاده کرد. منظور از کلمه اصلاح، کاربرد شعاع خارجی به جای GMR یک هادی است.

تعمیم روش GMD اصلاح شده به سایر آرایشهای گروهی، امری منطقی است. چنانچه GMR اصلاح شده را در محاسبه ظرفیت خازنی با  $D_{SC}^b$  نشان دهیم تا از  $D_s^b$  به کار رفته در محاسبه اندوکتانس متمایز باشد، خواهیم داشت:

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln\left(\frac{D_{eq}}{D_{SC}^b}\right)} \text{ F/m به خنثی} \quad (5-40)$$

برای گروه دو سیمه:

$$D_{SC}^b = \sqrt{(r \times d)^2} = \sqrt{rd} \quad (5-41)$$

برای گروه سه سیمه:

$$D_{SC}^b = \sqrt[3]{(r \times d \times d)^2} = \sqrt[3]{rd^2} \quad (5-42)$$

برای گروه چهارسیمه:

$$D_{SC}^b = \sqrt[4]{(r \times d \times d \times d \times \sqrt{2})^2} = 1,09 \sqrt[4]{rd^3} \quad (5-43)$$

مثال ۳-۵ راکتانس خازنی هر فاز نسبت به خنثی را برای خط مثال (۴-۵) برحسب اهم - کیلومتر (و اهم - مایل) به دست آورید.

پاسخ: با توجه به قطر داده شده در جدول (الف - ۳):

$$r = \frac{1,382 \times 0,3048}{2 \times 12} = 0,01755 \text{ m}$$

$$D_{SC}^b = \sqrt{0,01755 \times 0,45} = 0,0889 \text{ m}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{8 \times 8 \times 16} = 10,08 \text{ m}$$

$$C_m = \frac{2\pi \times 8,85 \times 10^{-12}}{\ln 10,08 \div 0,0889} = 11,754 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$X_C = \frac{10^{12} \times 10^{-3}}{2\pi 60 \times 11,754} = 0,2257 \times 10^6 \Omega \cdot \text{km} \text{ برای هر فاز نسبت به خنثی}$$

$$(X_C = \frac{0,2257 \times 10^6}{1,609} = 0,1403 \times 10^6 \Omega \cdot \text{mil} \text{ برای هر فاز نسبت به خنثی})$$

### ۵-۸ خط سه فاز با مدار موازی (دو مداره)

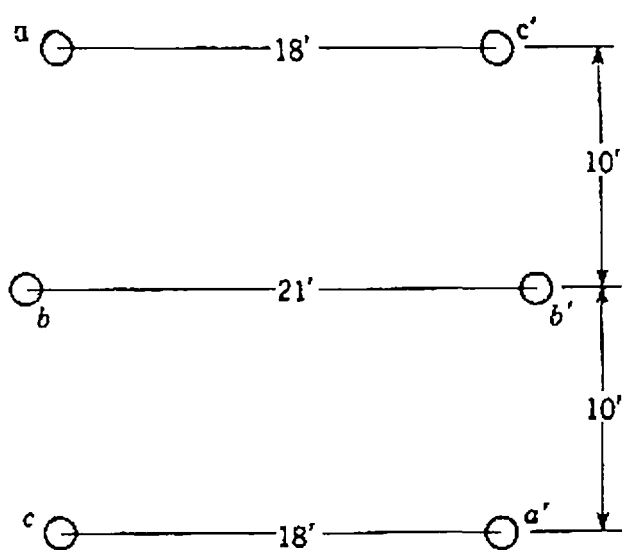
اگر دو مدار سه فاز که از نظر ساختمان، یکسان و از نظر الکتریکی موازی هستند، به اندازه‌ای به هم نزدیک باشند که تزویج متقابل بین آنها وجود داشته باشد، روش GMD را می‌توان برای محاسبهٔ راکتانس سلفی و خازنی مدار معادل آنها به کار برد.

شکل (۵-۱۱) نمونه‌ای از آرایش خط سه فاز با مدار موازی را بر یک دکل نشان می‌دهد. اگر چه ممکن است خط بدون جایگشت باشد، می‌توان با فرض انجام جایگشت، مقادارهای عملی برای راکتانس خازنی و سلفی به دست آورد. هادیهای  $a$  و  $a'$  با هم موازی بوده فاز  $a$  را تشکیل می‌دهند. فازهای  $b$  و  $c$  نیز به همین گونه‌اند. فرض کنید  $a$  و  $a'$  به ترتیب در مکانهای  $b$  و  $b'$  و سپس در مکانهای  $c$  و  $c'$  قرار گرفته هادیهای دیگر نیز به همین ترتیب دورهٔ جایگشت را بپیمایند.

برای محاسبهٔ  $D_{eq}$  از روش GMD، از  $D_{ab}^P$ ،  $D_{bc}^P$  و  $D_{ca}^P$  استفاده می‌شود که با توجه به زیرنوشتها، خود اینها نیز GMD هستند. برای نمونه،  $D_{ab}^P$  به معنای GMD بین هادیهای فاز  $a$  و هادیهای فاز  $b$  می‌باشد.

برای محاسبهٔ اندوکتانس  $D_s$  از معادلهٔ (۴-۵۶) با  $D_s^P$  جایگزین می‌شود که میانگین هندسی اندازه‌های GMR دو هادی است که ابتدا در مکانهای  $a$  و  $a'$ ، سپس در مکانهای  $b$  و  $b'$  و سرانجام در مکانهای  $c$  و  $c'$  قرار می‌گیرند.

به دلیل شباهت بین محاسبهٔ اندوکتانس و ظرفیت خازنی، فرض می‌شود که  $D_{sc}^P$  برای ظرفیت خازنی همان  $D_s^P$  برای اندوکتانس است با این تفاوت که به جای  $D_s$  هر یک از هادیها،  $r$  به کار می‌رود. پیگیری مرحله‌های مثال (۴-۵) بهترین وسیله برای درک این روش است.



شکل ۵-۱۱ نمونه‌ای از آرایش خط سه‌فاز با هادیهای موازی

مثال ۴-۵ یک خط دو مداره سه فاز از هادیهای ۳۰۰۰۰۰۰ cmil از نوع ACSR ostrich ۲۶/۷ با آرایش شکل (۵-۱۱) تشکیل شده است. راکتانس سلفی و سوسپتانس خازنی ۶۰ Hz هر فاز را به ترتیب بر حسب اهم بر مایل و مهو بر مایل به دست آورید.

پاسخ: با توجه به جدول (الف - ۳) برای هادی ostrich:

$$D_s = 0,0229 \text{ ft}$$

$$\text{فاصله } a \text{ تا } b \text{ در مکان ابتدایی} = \sqrt{10^2 + 1,5^2} = 10,1 \text{ ft}$$

$$\text{فاصله } a \text{ تا } b' \text{ در مکان ابتدایی} = \sqrt{10^2 + 19,5^2} = 21,9 \text{ ft}$$

GMD های بین فازها:

$$D_{ab}^p = D_{bc}^p = \sqrt{(10,1 \times 21,9)^2} = 14,88 \text{ ft}$$

$$D_{ca}^p = \sqrt{(20 \times 18)^2} = 18,97 \text{ ft}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{14,88 \times 14,88 \times 18,97} = 16,1 \text{ ft}$$

برای محاسبه اندوکتانس، پس از محاسبه مقدار GMR هر سه مکان، می توان GMR خط با مدار موازی را به دست آورد. فاصله ابتدایی یا واقعی  $a$  تا  $a'$  برابر  $\sqrt{20^2 + 18^2} = 26,9 \text{ ft}$  است. بنابراین GMR هر فاز برابر است با:

$$a - a' \text{ در مکان: } \sqrt{26,9 \times 0,0229} = 0,785 \text{ ft}$$

$$b - b' \text{ در مکان: } \sqrt{21 \times 0,0229} = 0,693 \text{ ft}$$

$$c - c' \text{ در مکان: } \sqrt{26,9 \times 0,0229} = 0,785 \text{ ft}$$

بنابراین:

$$D_s^p = \sqrt[3]{0,785 \times 0,693 \times 0,785} = 0,753 \text{ ft}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{16,1}{0,753} = 6,13 \times 10^{-7} \text{ H/m در هر فاز}$$

$$X_L = 2\pi 60 \times 1609 \times 6,13 \times 10^{-7} = 0,372 \text{ } \Omega/\text{mi در هر فاز}$$

محاسبه  $D_{sc}^p$  برای ظرفیت خازنی مانند محاسبه  $D_s^p$  است با این تفاوت که شعاع بیرونی هادی

ostrich به جای GMR به کار می رود. قطر بیرونی هادی ostrich برابر  $0.680 \text{ in}$  است:

$$r = \frac{0.680}{2 \times 12} = 0.0283 \text{ ft}$$

$$D_{SC}^P = (\sqrt{26.9 \times 0.0283} \sqrt{21 \times 0.0283} \sqrt{26.9 \times 0.0283})^{1/3}$$

$$= \sqrt{0.0283} (26.9 \times 21 \times 26.9)^{1/6} = 0.837 \text{ ft}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 1.85 \times 10^{-12}}{\ln 16.1 \div 0.837} = 18.807 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$B_c = 2\pi \times 60 \times 18.807 \times 1609$$

$$= 11.41 \times 10^{-6} \text{ S/mi} \text{ خنثی هر فاز به}$$

## ۵-۹ چکیده

طی مباحث این فصل بر شباهت بین محاسبات اندوکتانس و ظرفیت خازنی تأکید گردید. چنانچه مانند محاسبات اندوکتانس، محاسبات ظرفیت خازنی نیز طولانی باشد، استفاده از برنامه های رایانه ای توصیه می شود. جدولهایی مانند جدول (الف-۳) و (الف-۵)، بجز برای خطوط دو مداره، محاسبات را کاملاً ساده می کنند.

معادله مهم ظرفیت خازنی به خنثی برای خط سه فاز تک مداره به صورت زیر است:

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln \left( \frac{D_{eq}}{D_{SC}} \right)} \text{ F/m} \text{ به خنثی} \quad (5-44)$$

$D_{SC}$  شعاع بیرونی ۳ هادی برای خطی است که در هر فاز، یک هادی دارد. برای خط هوایی  $k = 1.85 \times 10^{-12}$  است زیرا برای هوا  $k_r = 1$  می باشد. راکتانس خازنی بر حسب اهم متر برابر  $\frac{1}{2\pi f C}$  است که در آن  $C$  بر حسب فاراد بر متر می باشد، بنابراین در فرکانس  $60 \text{ Hz}$ :

$$X_C = 4.77 \times 10^4 \ln \frac{D_{eq}}{D_{SC}} \text{ } \Omega \cdot \text{km} \text{ به خنثی} \quad (5-45)$$

و یا با تقسیم رابطه بالا بر  $1.609 \text{ km/mi}$  برای تبدیل کیلومتر به مایل می توان نوشت:

$$X_C = 2.965 \times 10^4 \ln \frac{D_{eq}}{D_{SC}} \text{ } \Omega \cdot \text{mi} \text{ به خنثی} \quad (5-46)$$



مقدار سوسپتانس خازنی بر حسب مهو بر کیلومتر (زیمنس بر کیلومتر) و مهو بر مایل (زیمنس بر مایل) به ترتیب عکس معادله‌های (۵-۴۵) و (۵-۴۶) می‌باشد.  $D_{eq}$  و  $D_{sc}$  باید واحدهای یکسان داشته باشند که معمولاً فوت است. برای هادیهای گروهی  $D_{sc}^b$  جایگزین  $D_{sc}$  می‌شود. برای خطوط با هادی تکی و گروهی می‌توان نوشت:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} \quad (5-47)$$

در خط با هادی گروهی،  $D_{ab}$ ،  $D_{bc}$  و  $D_{ca}$  فاصله بین مرکز گروه‌های فاز  $a$ ،  $b$  و  $c$  می‌باشد. برای خطهایی که در هر فاز یک هادی دارند،  $X_c$  از جمع  $X'_a$  از جدول (الف-۳) و  $X'_d$  از جدول (الف-۵) متناظر با  $D_{eq}$  به دست می‌آید.

ظرفیت و راکتانس خازنی خط دو مداره با استفاده از فرآیند مثال (۵-۴) به دست می‌آید.

## مسئله‌ها

- ۵-۱ یک خط انتقال سه فاز دارای فاصله گذاری افقی تخت ۲m بین هادیهای مجاور می‌باشد. در یک لحظه معین، باروری یکی از هادیهای کناری،  $60 \mu C/km$  و باروری هادی مرکزی و هادی کناری دیگر  $30 \mu C/km$  است. شعاع هر یک از هادیها  $0.8cm$  است. از اثر زمین صرف نظر کرده افت ولتاژ بین آن دو هادی که به طور یکسان باردار شده‌اند را در لحظه مشخص شده به دست آورید.
- ۵-۲ راکتانس خازنی  $60 Hz$  به خنثی برای یک هادی گرد توپر که یک هادی از خط سه فاز با فاصله گذاری  $5ft$  است،  $196/1 k\Omega-mi$  می‌باشد. اندازه راکتانس این هادی در جدولی که راکتانس خازنی به خنثی را بر حسب اهم - مایل با فاصله گذاری  $1ft$  در  $25Hz$  به دست می‌دهد چقدر می‌شود. سطح مقطع هادی را بر حسب میل مدور بیابید.
- ۵-۳ مثال ۵-۱ را برای فرکانس  $50 Hz$  و فاصله گذاری  $10ft$  دوباره حل کنید.
- ۵-۴ از معادله (۵-۲۳) استفاده کرده ظرفیت خازنی به خنثی (بر حسب  $\mu F/km$ ) را برای یک خط سه فاز با هادی cardinal ACSR و فاصله گذاری یکسان  $20ft$  پیدا کنید. جریان باردار کننده خط (بر حسب  $A/km$ ) در فرکانس  $60 Hz$  و ولتاژ خط به خط  $100 kV$  چقدر است.
- ۵-۵ سه هادی یک خط انتقال سه فاز  $60 Hz$  دارای آرایش مثلثی بوده، دو فاصله بین هادیها  $25ft$  و فاصله سوم  $42ft$  است. هادیها از نوع ACSR Osprey هستند. ظرفیت خازنی به خنثی را بر حسب میکروفاراد بر مایل راکتانس خازنی به خنثی را بر حسب اهم مایل پیدا کنید. اگر طول خط  $150mi$  باشد، ظرفیت خازنی به خنثی و راکتانس خازنی خط چقدر خواهد شد.
- ۵-۶ یک خط سه فاز  $60 Hz$  دارای فاصله گذاری افقی تخت است. شعاع بیرونی هادیها  $3/28cm$  و فاصله بین هادیها  $12m$  است. راکتانس خازنی به خنثی را به دست آورده چنانچه طول خط

۱۲۵mi باشد راکتانس خازنی خط را برحسب اهم پیدا کنید.

۵-۷ (الف) معادله‌ای برای ظرفیت خازنی به خنثی برحسب فاراد بر متر یک خط تکفاز با احتساب اثر زمین به دست آورید. از اصطلاحات به کار رفته در معادله ظرفیت خازنی خط سه فاز که اثر زمین با بارهای قرینه نمایش داده شده است، استفاده کنید. (ب) معادله بدست آمده در قسمت (الف) را به کار برده، ظرفیت خازنی به خنثی را برحسب فاراد بر متر برای یک خط تکفاز مرکب از دو هادی تک رشته‌ای (گرد توپر) که هر کدام قطری برابر  $0.229 \text{ in}$  دارند، به دست آورید. فاصله هادیها  $10 \text{ ft}$  و فاصله آنها تا زمین  $25 \text{ ft}$  است. پاسخ به دست آمده را با پاسخ به دست آمده از کاربرد معادله (۵-۱۰) مقایسه کنید.

۵-۸ مسأله (۵-۶) را با در نظر گرفتن اثر زمین دوباره حل کنید. هادیها در فاصله  $20$  متری بالای زمین به صورت افقی قرار گرفته‌اند.

۵-۹ یک خط سه فاز  $60 \text{ Hz}$ ، دارای یک هادی ACSR Bluejay در هر فاز با فاصله گذاری افقی تخت  $11 \text{ m}$  بین هادیهای مجاور است. راکتانس خازنی برحسب اهم - کیلومتر هر فاز این خط را با خطی مقایسه کنید که از گروه دو سیمه با هادیهای ACSR  $26/7$  و فاصله گذاری  $11 \text{ m}$  بین مرکز گروهها تشکیل شده است. سطح مقطع کل آلومینیوم این خط با خط تک سیمه برابر می‌باشد. فاصله بین دو هادی هر گروه  $40 \text{ cm}$  است.

۵-۱۰ راکتانس خازنی برحسب اهم - کیلومتر را برای یک خط سه فاز  $60 \text{ Hz}$  گروهی که دارای سه هادی ACSR Rail در هر گروه با فاصله  $45 \text{ cm}$  بین هادیهای گروه است، به دست آورید. فاصله گذاری بین مرکز گروهها  $9$ ،  $9$  و  $18 \text{ m}$  است.

۵-۱۱ شش هادی ACSR Drake، یک خط سه فاز دو مداره  $60 \text{ Hz}$  را با آرایش شکل (۵-۱۱) تشکیل می‌دهند. اما در اینجا فاصله عمودی  $14 \text{ ft}$ ، فاصله افقی بزرگتر  $32 \text{ ft}$  و فاصله افقی کوچکتر  $25 \text{ ft}$  است. مطلوبیست:

(الف) اندوکتانس هر فاز (برحسب  $\text{H/mi}$ ) و راکتانس القایی (برحسب  $\Omega/\text{mi}$ ).

(ب) راکتانس خازنی به خنثی (برحسب  $\Omega/\text{mi}$ ) و جریانی باردار کننده هر فاز و هر هادی برحسب  $\text{A/mi}$  در ولتاژ  $138 \text{ KV}$ .



## رابطه‌های جریان و ولتاژ یک خط انتقال

پس از بررسی کمیتهای یک خط انتقال، آماده‌ایم تا خط انتقال را به عنوان بخشی از یک سیستم قدرت بررسی کنیم. شکل (۱-۶) یک خط انتقال ۵۰۰ kV را با هادیهای گروهی نشان می‌دهد. در خطوط هوایی، هادیها از دکل آویزان شده به وسیله مقره از دکل و از یکدیگر عایق می‌شوند. تعداد مقره‌ها بستگی به ولتاژ خط دارد. هر یک از رشته‌های مقره شکل (۱-۶)، ۲۲ مقره دارند. دو بازوی کوتاه‌تر بالای هادیهای فاز، سیمهای از جنس فولاد را حمل می‌کنند. این سیمها که قطری بسیار کمتر از هادیهای فاز دارند، در تصویر دیده نمی‌شوند، اما از نظر الکتریکی به دکل وصل بوده بنابراین در پتانسیل زمین قرار دارند. از این سیمها به عنوان سیمهای زمین و محافظ<sup>۱</sup> هادیهای فاز در برابر ضربه‌های ناشی از صاعقه استفاده می‌شود.

یک مسأله بسیار مهم در طراحی و کارکرد سیستم قدرت، ثابت نگه داشتن ولتاژ در یک محدوده مشخص در هر نقطه از سیستم است. در این فصل، رابطه‌هایی ارائه می‌شود که با کمک آنها می‌توان ولتاژ، جریان و توان را در هر نقطه از خط انتقال به دست آورد. البته باید این کمیتهای در یک نقطه از خط که معمولاً یکی از دو سر خط است، معلوم باشد.

1- shield

---

شکل ۱-۶ یک خط انتقال ۵۰۰ kV هادیها از نوع ACSR ۷۶/۱۹ با سطح مقطع آلومینیوم ۲۵۱۵۰۰۰ cmil هستند. فاصله گذاری بین فازها ۲۰ ft و ۳ in بوده و دو هادی هر گروه ۱۸ in فاصله دارند. (با تأیید شرکت کارولینا پاور و لایت)

اما هدف از این فصل، تنها ارائه معادله‌های مربوطه نیست بلکه فرصتی را برای درک اثر کمیتهای خط بر ولتاژهای شینه و پخش توان فراهم می‌آورد. بدین ترتیب، علاوه بر آگاهی از اهمیت طراحی خط، زمینه‌ای مناسب برای فهم بهتر فصل‌های بعدی فراهم می‌شود. در این فصل همچنین مقدمه‌ای دربارهٔ مطالعهٔ حالت‌های گذرای خطوط بدون تلفات به منظور مشخص کردن مسائلی که در اثر ضربه‌های ولتاژ ناشی از صاعقه و کلید زنی بروز می‌کند، ارائه می‌شود.

در سیستم‌های قدرت امروزی، اطلاعات تمام سیستم به طور پیوسته به رایانه‌های در حال کار برای ثبت اطلاعات و کنترل ارسال می‌شود. مطالعات پخش بار به آسانی به وسیلهٔ رایانه انجام شده، به سرعت نتایج مربوط به اثر کلیدزنی و داخل و خارج کردن خطوط از سیستم یا تغییر کمیتهای خط را پاسخ می‌دهد. اما این مطلب، از اهمیت معادله‌های به دست آمده در این فصل نمی‌کاهد زیرا این معادله‌ها دربارهٔ رخدادهای سیستم و محاسبه بازده انتقال، اتلافها و محدودیتهای پخش توان یک خط در حالت ماندگار و گذرا، بینشی کلی برای ما فراهم می‌آورند.

## ۱-۶ نمایش خطوط

معادله‌های عمومی<sup>۲</sup> ولتاژ و جریان یک خط انتقال با توجه به این نکته به دست می‌آیند که چهار کمیت خط انتقال بررسی شده در دو فصل پیشین در طول خط به طور یکنواخت توزیع شده‌اند. پیش از به دست آوردن این معادله‌های عمومی، از کمیتهای متحدی<sup>۳</sup> استفاده می‌شود که دقت آنها برای خطوط کوتاه و متوسط خوب است. اگر یک خط هوایی در دسته بندی خطوط کوتاه قرار گیرد، ظرفیت خازنی موازی آن به اندازه‌ای کم است که می‌توان بدون خطای بالا، آن را حذف کرده تنها مقاومت سری  $R$  و اندوکتانس سری  $L$  را برای کل خط در نظر گرفت.

یک خط با طول متوسط را مطابق شکل (۲-۶) می‌توان با کمیتهای متحد  $R$  و  $L$  نمایش داد که در هر یک از دو انتهای خط نیمی از ظرفیت خازنی نسبت به خنثای خط به طور فشرده یا متحد در مدار معادل، قرار دارد. معمولاً هنگام محاسبهٔ جریان و ولتاژ در خطوط انتقال قدرت هوایی، چنانکه پیش از این اشاره شد، از کندانس موازی  $G$  چشم پوشی می‌شود. چنانچه خازنهای این مدار حذف گردد، مدار معادل خط کوتاه به دست می‌آید.

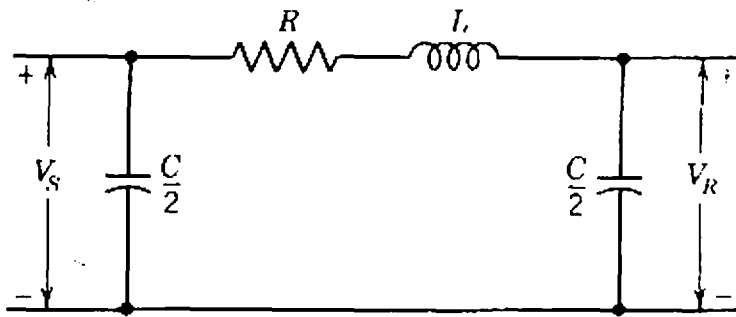
از دیدگاه ظرفیت خازنی، خطوط هوایی  $60\text{ Hz}$  بدون عایق، با طول کمتر از  $80\text{ km}$  ( $50\text{ mi}$ )، خطوط کوتاه هستند. خطوط متوسط به طور تقریبی بین  $80\text{ km}$  ( $50\text{ mi}$ ) تا  $240\text{ km}$  ( $150\text{ mi}$ ) طول دارند. در خطوط بلندتر از  $240\text{ km}$  ( $150\text{ mi}$ )، چنانچه دقت بالایی مورد نیاز باشد، محاسبات برحسب کمیتهای توزیع شده<sup>۴</sup> انجام می‌گیرد. اگر چه برای بعضی منظوره‌های خاص می‌توان برای

1- surges

2- general equation

3- Lumped parameters

4- distributed constants



شکل ۶-۲ مدار معادل تکفاز یک خط متوسط. برای خط کوتاه، خازن‌ها حذف می‌گردند.

نمایش خط‌های به طول تا  $320 \text{ km}$  ( $200 \text{ mi}$ ) نیز کمیتهای متحد را به کار برد. خطوط انتقال در حالت عادی با بارهای سه فاز متعادل کار می‌کنند. حتی اگر فاصله گذاریها یکسان نبوده و جایگشت انجام نشود، عدم تقارن حاصله کم بوده می‌توان فازها را متعادل در نظر گرفت. برای تشخیص دادن امپدانس سری کل خط از امپدانس سری واحد طول خط، نمادها زیر به کار گرفته می‌شود:

$$z = \text{امپدانس سری واحد طول هر فاز}$$

$$y = \text{ادمیتانس موازی واحد طول هر فاز نسبت به خنثی}$$

$$l = \text{طول خط}$$

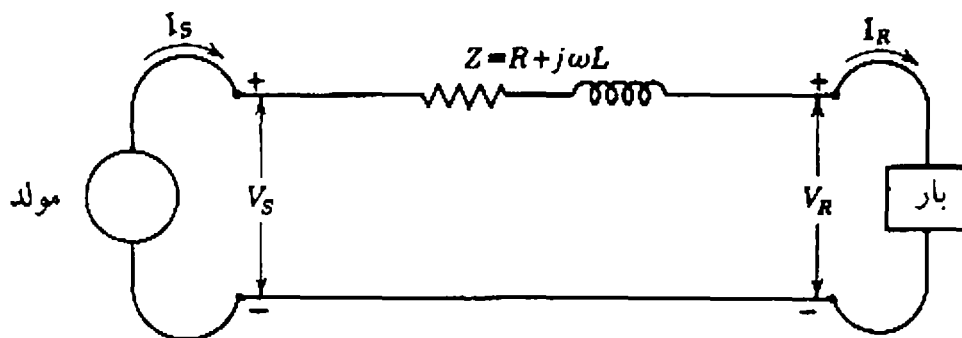
$$Z = zl = \text{امپدانس سری کل هر فاز}$$

$$Y = yl = \text{ادمیتانس موازی کل هر فاز نسبت به خنثی}$$

## ۶-۲ خط انتقال کوتاه

مدار معادل یک خط انتقال کوتاه در شکل (۶-۳) نشان داده شده است.  $I_S$  و  $I_R$ ، جریان ابتدا و انتهای خط<sup>۱</sup> و  $V_S$  و  $V_R$ ، ولتاژ خط به خنثی ابتدا و انتهای خط می‌باشد. مدار مانند یک مدار ac سری ساده حل می‌شود. بنابراین:

$$I_S = I_R \quad (6-1)$$



شکل ۶-۳ مدار معادل خط انتقال کوتاه که مقاومت  $R$  و اندوکتانس  $L$  کمیتهای کل طول خط می‌باشند.

1- sending - and receiving - end current

$$V_S = V_R + I_R Z \quad (6-2)$$

که در آن  $Z = zl$ ، امپدانس سری کل خط می باشد.

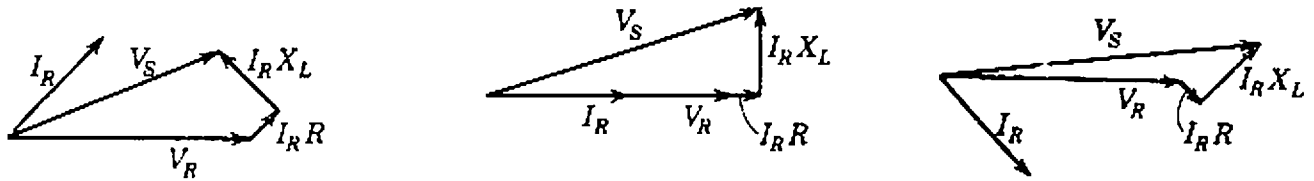
اثر تغییرات ضریب توان بار بر تنظیم ولتاژ<sup>۱</sup> خط، در مورد خط کوتاه به آسانی قابل درک است و بنابراین در این جا بررسی خواهد شد. تنظیم ولتاژ یک خط انتقال، افزایش ولتاژ انتهای خط است که به صورت در صدی از ولتاژ بار کامل، هنگامی که در یک ضریب توان مشخص، بار کامل حذف شده و ولتاژ ابتدای خط ثابت نگه داشته شود؛ بیان می گردد. متناظر با معادله (۲-۳۳) می توان نوشت:

$$\text{درصد تنظیم} = \frac{|V_{R, NL}| - |V_{R, FL}|}{|V_{R, FL}|} \times 100 \quad (6-3)$$

که در آن  $|V_{R, NL}|$  اندازه ولتاژ انتهای خط در حالت بی باری و  $|V_{R, FL}|$  همان ولتاژ در حالت بار کامل با  $|V_S|$  ثابت است. در یک خط انتقال کوتاه که با مدار شکل (۶-۳) نمایش داده شده، پس از حذف بار، ولتاژهای ابتدا و انتهای خط برابر می باشد. در شکل (۶-۳)، هنگامی که بار متصل است، ولتاژ انتهای خط با  $V_R$  که  $|V_R| = |V_{R, FL}|$  و ولتاژ ابتدای خط با  $V_S$  که  $|V_S| = |V_{R, NL}|$  است، نشان داده می شود. نمودارهای فازوری شکل (۶-۴) برای جریانها و ولتاژهای انتهای خط یکسانی رسم شده اند و نشان می دهند هنگامی که جریان انتهای خط نسبت به ولتاژ انتهای خط پس فاز است، مقدار بیشتری از ولتاژ ابتدای خط برای نگه داشتن ولتاژ انتهای خط در یک مقدار معین لازم است تا حالتی که همان جریان و ولتاژ انتهای خط هم فاز باشند، و اگر جریان انتهای خط نسبت به ولتاژ انتهای خط، پیش فاز باشد، ولتاژ ابتدای خط می تواند از حالتی که جریان و ولتاژ هم فازند، کمتر هم باشد. افت ولتاژ امپدانس سری در همه حالات، یکی است، اما به علت اختلاف ضریب توانها، افت ولتاژ در هر حالت با زاویه ای متفاوت به ولتاژ انتهای خط اضافه می شود. تنظیم ولتاژ برای ضریب توانهای پس فاز بیشترین مقدار و برای ضریب توانهای پیش فاز کمترین مقدار را دارد و یا حتی ممکن است منفی باشد. راکتانس القایی خط انتقال از مقاومت آن بیشتر است و اصل تنظیم ولتاژ نشان داده شده در شکل (۶-۴) برای هر باری که به وسیله مداری با خاصیت القایی شدید تغذیه شود، درست است. اندازه افت ولتاژهای  $IRR$  و  $IRXL$  خط انتقال کوتاه بسیار بزرگتر از واقع نسبت به  $V_R$  رسم شده اند تا شکل مشخص تر گردد. رابطه بین ضریب توان و تنظیم ولتاژ در خطهای بلندتر مانند خط کوتاه است اما به این روشنی آشکار نمی گردد.

مثال ۶-۱ یک مولد سه فاز ۳۰۰ MVA، ۲۰ kV دارای راکتانس زیر گذرای ۲۰٪ است. مولد تعدادی

1- voltage regulation



(الف) ضریب توان بار = ۷۰٪ پس فاز      (ب) ضریب توان بار = ۱۰۰٪      (پ) ضریب توان بار = ۷۰٪ پیش فاز

شکل ۴-۶ نمودارهای فازوری خط انتقال کوتاه. اندازه  $V_R$  و  $I_R$  در هر سه نمودار یکسان است.

موتور سنکرون را از طریق خط انتقال ۶۴ Km تغذیه می‌کند. در دو انتهای خط انتقال مطابق شکل (۵-۶) دو ترانسفورماتور قرار دارد. ولتاژ نامی همه موتورها ۱۳/۲ kV بوده و تنها با دو موتور نشان داده، معادل شده‌اند. نقطه خنثای موتور  $M_1$  از طریق یک راکتانس زمین شده است ولی در موتور دیگر به زمین وصل نیست (یک حالت غیرمعمول). قدرت نامی ورودی موتور  $M_1$  برابر ۲۰۰ MVA و موتور  $M_2$  برابر ۱۰۰ MVA است. برای هر دو موتور  $X_d'' = ۲۰\%$  است. اندازه‌های نامی ترانسفورماتور  $T_1$  برابر ۳۵۰ MVA و ۳۲۰/۲۰ kV می‌باشد. راکتانس نشتی آن ۱۰٪ است. ترانسفورماتور  $T_2$  از سه ترانسفورماتور تکفاز با اندازه نامی ۱۲۷/۱۳/۲ kV ؛ ۱۰۰ MVA و راکتانس نشتی ۱۰٪ تشکیل شده است. راکتانس سری خط انتقال  $۰/۵ \Omega/km$  است. مطلوبست رسم نمودار راکتانس سیستم که در آن همه راکتانها برحسب پریونیت نشان داده شود. اندازه‌های نامی مولد به عنوان مبنا در مدار مولد در نظر گرفته شود.

پاسخ: اندازه‌های نامی سه فاز ترانسفورماتور  $T_2$ :

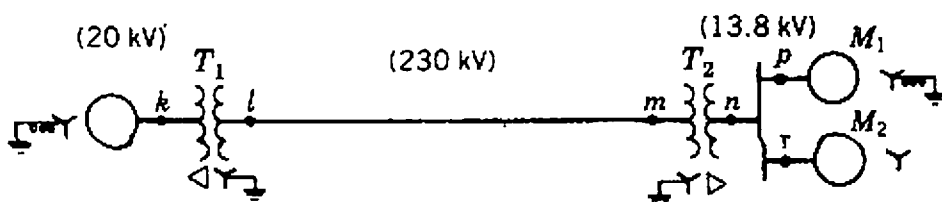
$$3 \times 100 = 300 \text{ MVA}$$

نسبت ولتاژ خط به خط در آن برابر است با:

$$\sqrt{3} \times \frac{127}{13/2} = \frac{220}{13/2} \text{ kV}$$

با توجه به مبنای ۳۰۰ MVA، ۲۰ kV در مدار مولد، مگا ولت آمپر مبنا در تمام سیستم ۳۰۰ MVA است. ولی کیلو ولت مبنا در بخشهای گوناگون سیستم به صورت زیر به دست می‌آید:

در خط انتقال: ۲۳۰ kV (زیرا نسبت نامی ترانسفور  $T_1$  برابر ۲۳۰/۲۰ kV می‌باشد).



شکل ۵-۶ نمودار تک خطی مثال ۵-۶



$$\text{در مدار موتور: } 230 \times \frac{13/2}{220} = 13/8 \text{ kV}$$

اندازه‌های مبنای به دست آمده، در نمودار تک خطی شکل (۵-۶) داخل پراکنش نشان داده شده است. تغییر مبنای راکتانس ترانسفورماتور:

$$X = 0.1 \times \frac{300}{350} = 0.0857 \text{ پریونیت } T_1 \text{ ترانسفورماتور}$$

$$X = 0.1 \times \left(\frac{13/2}{13/8}\right)^2 = 0.0915 \text{ پریونیت } T_2 \text{ ترانسفورماتور}$$

امپدانس مبنای خط انتقال برابر است با:

$$\frac{(230)^2}{300} = 176.3 \Omega$$

راکتانس خط انتقال برحسب پریونیت:

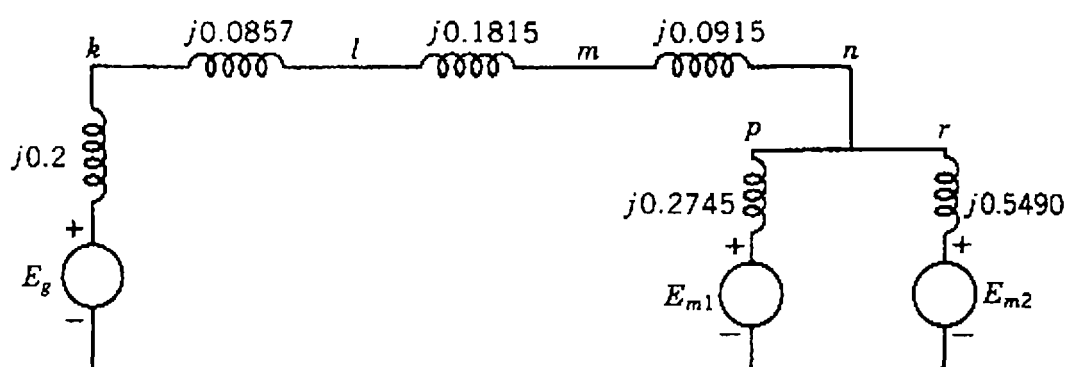
$$\frac{0.5 \times 64}{176.3} = 0.1815 \text{ پریونیت}$$

$$M_1 \text{ راکتانس موتور} = X_d'' = 0.2 \left(\frac{300}{200}\right) \left(\frac{13/2}{13/8}\right)^2 = 0.2745 \text{ پریونیت}$$

$$M_2 \text{ راکتانس موتور} = X_d'' = 0.2 \left(\frac{300}{100}\right) \left(\frac{13/2}{13/8}\right)^2 = 0.5490 \text{ پریونیت}$$

شکل (۶-۶)، نمودار راکتانس مورد نظر را نشان می‌دهد. البته در آن، ترانسفورماتورهای جابجایی فاز نشان داده نشده است.

مثال ۲-۶ اگر موتورهای  $M_1$  و  $M_2$  مثال (۱-۶) به ترتیب دارای توان ورودی ۱۲۰ و ۶۰ MW در ولتاژ



شکل ۶-۶ نمودار راکتانس مثال (۱-۶) راکتانسها برحسب پریونیت در مبنای داده شده می‌باشد.

۱۳/۲kV باشد، ولتاژ پایانه‌های<sup>۱</sup> مولد و تنظیم ولتاژ خط را بیابید.

پاسخ: دو موتور با هم ۱۸۰ MW مصرف می‌کنند. بنابراین:

$$\frac{۱۸۰}{۳۰۰} = ۰/۶ \text{ پریونیت}$$

برای ولتاژ و جریان موتور می‌توان نوشت:

$$|V| \times |I| = ۰/۶ \text{ پریونیت}$$

با مبنا در نظر گرفتن ولتاژ فاز  $a$  در پایانه موتور، می‌توان نوشت:

$$V = \frac{۱۳/۲}{۱۳/۸} = ۰/۹۵۶۵ \angle ۰^\circ \text{ پریونیت}$$

$$I = \frac{۰/۶}{۰/۹۵۶۵} = ۰/۶۲۷۳ \angle ۰^\circ \text{ پریونیت}$$

ولتاژهای پریونیت فاز  $a$  در نقطه‌های دیگر شکل (۶-۶):

$$V = ۰/۹۵۶۵ + ۰/۶۲۷۳(j۰/۰۹۱۵) \quad \text{در نقطه } m:$$

$$= ۰/۹۵۶۵ + j۰/۰۵۷۴ = ۰/۹۵۸۲ \angle ۳/۴۳۴^\circ \text{ پریونیت}$$

$$V = ۰/۹۵۶۵ + ۰/۶۲۷۳(j۰/۰۹۱۵ + j۰/۱۸۱۵) \quad \text{در نقطه } I:$$

$$= ۰/۹۵۶۵ + j۰/۱۷۱۳ = ۰/۹۷۱۷ \angle ۱۰/۱۵۴^\circ \text{ پریونیت}$$

$$V = ۰/۹۵۶۵ + ۰/۶۲۷۳(j۰/۰۹۱۵ + j۰/۱۸۱۵ + j۰/۰۸۵۷) \quad \text{در نقطه } k:$$

$$= ۰/۹۵۶۵ + j۰/۲۲۵۰ = ۰/۹۸۲۶ \angle ۱۳/۲۳۷^\circ \text{ پریونیت}$$

تنظیم ولتاژ خط برابر است با:

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{۰/۹۸۲۶ - ۰/۹۵۸۲}{۰/۹۵۸۲} \times ۱۰۰ = ۲/۵۵\%$$

اندازه ولتاژ در پایانه مولد برابر است با:

$$۰/۹۸۲۶ \times ۲۰ = ۱۹/۶۵۲ \text{ kV}$$

بهرتر بود جانجایی فازها در اثر ترانسفورماتور  $\Delta - Y$ ، نشان داده می‌شود. زاویه ولتاژهای فاز  $a$  در  $m$  و  $l$  به اندازه  $30^\circ$  افزایش می‌یابد. بنابراین زاویه جریان فاز  $a$  نیز در خط انتقال از  $0^\circ$  به  $30^\circ$  افزایش می‌یابد.

### ۶-۳ خط متوسط

در محاسبات خط متوسط، معمولاً ادمیتانس موازی به صورت ظرفیت خازنی خالص در نظر گرفته می‌شود. چنانچه ادمیتانس موازی کل خط را به دو جزء تقسیم کنیم و یکی را در ابتدا و دیگری را در انتهای خط قرار دهیم، مدار حاصل،  $\pi$  نامی<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. برای یافتن معادله‌ها از شکل (۶-۷) استفاده می‌شود. جریان انتهای خط برابر  $\frac{V_R Y}{2}$  و جریان شاخه سری برابر  $I_R + V_R \frac{Y}{2}$  است. بنابراین:

$$V_S = \left( V_R \frac{Y}{2} + I_R \right) Z + V_R \quad (6-4)$$

$$V_S = \left( \frac{ZY}{2} + 1 \right) V_R + Z I_R \quad (6-5)$$

جریان خازن موازی ابتدای خط برابر  $V_S \frac{Y}{2}$  است که به جریان شاخه سری افزوده شده،  $I_S$  به صورت زیر به دست می‌آید:

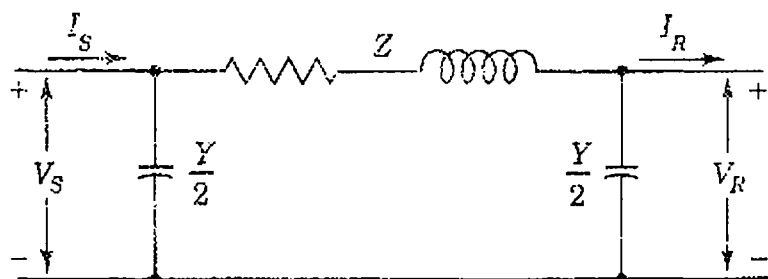
$$I_S = V_S \frac{Y}{2} + V_R \frac{Y}{2} + I_R \quad (6-6)$$

جایگذاری  $V_S$  از معادله (۶-۵) در معادله (۶-۶)، نتیجه زیر را در بر خواهد داشت:

$$I_S = V_R Y \left( 1 + \frac{ZY}{4} \right) + \left( \frac{ZY}{2} + 1 \right) I_R \quad (6-7)$$

معادله‌های (۶-۷) و (۶-۵) را می‌توان به شکل کلی زیر بیان کرد:

$$V_S = A V_R + B I_R \quad (6-8)$$



شکل ۶-۷ مدار  $\pi$  نامی  
یک خط انتقال متوسط

1- nominal  $\pi$

$$I_S = CV_R + DI_R \quad (6-9)$$

که در آن:

$$B = Z \quad C = Y \left( 1 + \frac{ZY}{4} \right)$$

$$A = D = \frac{ZY}{2} + 1 \quad (6-10)$$

گاهی، ثابتهای ABCD را ثابتهای عمومی مدار<sup>۱</sup> خط انتقال می‌نامند که عموماً عدد مختلط می‌باشند.  $A$  و  $D$  بدون بعد<sup>۲</sup> بوده هنگامی که خط از هر طرف یکسان باشد، برابر هستند. بعد  $B$  و  $C$ ، به ترتیب اهم و مهور یا زیمنس می‌باشد. این ثابتها برای شبکه‌های چهار سر خطی، غیرفعال و دو طرفه که دو جفت پایانه دارند، به کار می‌رود. به این شبکه‌ها، شبکه دو قطبی گفته می‌شود.

به آسانی می‌توان به این ثابتهای معنای فیزیکی داد. چنانچه در معادله (۶-۸)،  $I_R = 0$  باشد،  $A$  برابر نسبت  $V_S/V_R$  در حالت بی‌باری خواهد شد. به همین ترتیب،  $B$  برابر نسبت  $V_S/I_R$  است، هنگامی که انتهای خط اتصال کوتاه شود. ثابت  $A$  در تعیین تنظیم ولتاژ خط سودمند است. اگر  $V_{R, FL}$ ، ولتاژ انتهای خط در بار کامل به ازای ولتاژ ابتدای خط  $V_S$  باشد، معادله (۶-۳) برابر خواهد بود با:

$$\text{درصد تنظیم} = \frac{|V_S| / |A| - |V_{R, FL}|}{|V_{R, FL}|} \times 100 \quad (6-11)$$

در جدول (الف-۶) ضمیمه، ثابتهای ABCD برای شبکه‌های گوناگون و ترکیبهای آنها نشان داده شده است.

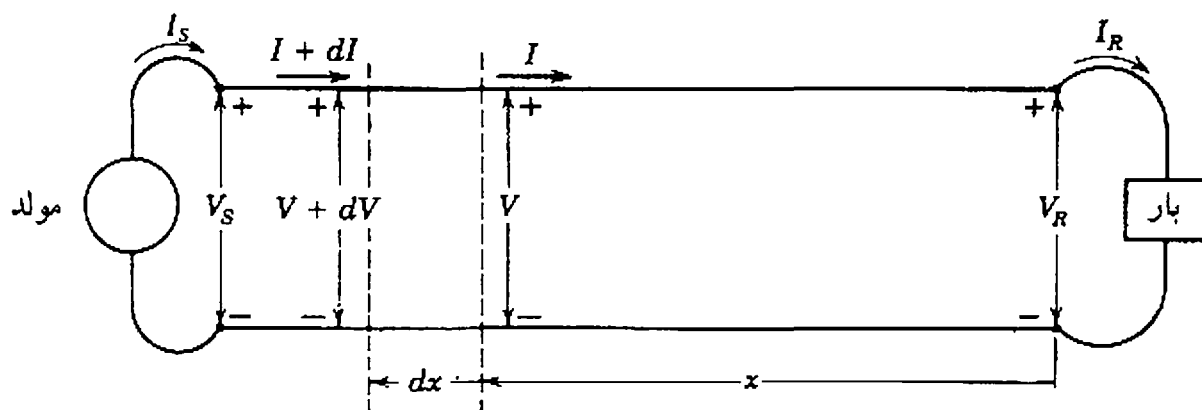
#### ۶-۴ خط انتقال بلند: حل معادله‌های دیفرانسیل

برای حل دقیق خط بلند، خط  $60\text{ Hz}$  که طولی بیشتر از  $150\text{ mi}$  دارد، باید توجه داشت که کمیتهای چنین خطی متمرکز نبوده به صورت یکنواخت در طول خط توزیع شده‌اند. شکل (۶-۸)، یک فاز و سیم زمین یک خط سه فاز را نشان می‌دهد. کمیتهای متحد را مشخص نکرده‌ایم زیرا قصد داریم خط با ادمیتانس و امپدانس توزیع شده به طور یکنواخت را حل کنیم. در شکل (۶-۸)، جزء کوچکی<sup>۳</sup> از طول خط به نام  $dx$  را در فاصله  $x$  از انتهای خط در نظر بگیرید.  $zdx$ ، امپدانس سری این بخش کوچک و  $ydx$ ، ادمیتانس موازی آن است.  $V$  و  $I$  فازورهایی هستند که با  $x$  تغییر می‌کنند.

1- generalized circuit constants

2- dimensionless

3- differential element



شکل ۸-۶ نمودار شماتیک یک خط انتقال که یک فاز و سیم برگشت خنثی را نشان می‌دهد. نمادهای به کار رفته برای خط و جزء طولی نشان داده شده است.

جریان میانگین خط در جزء طولی برابر  $(I + I + dI)/2$  می‌باشد. بنابراین افزایش ولتاژ در اثر فاصله  $dx$  با چشم پوشی از حاصل ضرب کمیت‌های جزئی ( $dx$  و  $dI$ ) برابر خواهد شد با:

$$dV = \frac{I + I + dI}{2} z dx = Iz dx \quad (6-12)$$

به همین ترتیب می‌توان نوشت:

$$dI = \frac{V + V + dV}{2} y dx = Vy dx \quad (6-13)$$

با توجه به معادله (۶-۱۲) و (۶-۱۳) می‌توان نوشت:

$$\frac{dV}{dx} = Iz \quad (6-14)$$

$$\frac{dI}{dx} = Vy \quad (6-15)$$

با مشتق‌گیری از معادله (۶-۱۴) و (۶-۱۵) نسبت به  $x$  می‌توان نوشت:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = z \frac{dI}{dx} \quad (6-16)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = y \frac{dV}{dx} \quad (6-17)$$

چنانچه به جای  $dI/dx$  و  $dV/dx$ ، مقدار آنها از معادله (۶-۱۵) و (۶-۱۴)، به ترتیب در معادله (۶-۱۶) و

(۶-۱۷) قرار گیرد، می‌توان نوشت:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = yzV \quad (6-18)$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = yzI \quad (6-19)$$

اکنون در معادله (۶-۱۸) تنها متغیرهای  $V$  و  $x$  در معادله (۶-۱۹) تنها متغیرهای  $I$  و  $x$  وجود دارند. پاسخهای به دست آمده برای  $V$  و  $I$  از معادله‌های بالا به گونه‌ای است که مشتق دوم آنها نسبت به  $x$  برابر حاصل ضرب آنها در  $yz$  است. برای مثال، مشتق دوم  $V$  نسبت به  $x$  برابر  $yzV$  می‌باشد. بنابراین پاسخ به صورت نمایی است. فرض کنید جواب معادله (۶-۱۸) به صورت زیر باشد:

$$V = A_1 \varepsilon^{\sqrt{yz}x} + A_2 \varepsilon^{-\sqrt{yz}x} \quad (6-20)$$

با دوبار مشتق‌گیری از معادله (۶-۲۰) نسبت به  $x$  می‌توان نوشت:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = yz [A_1 \varepsilon^{\sqrt{yz}x} + A_2 \varepsilon^{-\sqrt{yz}x}] \quad (6-21)$$

عبارت بالا،  $yz$  برابر جواب فرض شده برای  $V$  است. بنابراین، معادله (۶-۲۰)، پاسخ معادله (۶-۱۸) است. هنگامی که مقدار داده شده به وسیله معادله (۶-۲۰) برای  $V$  در معادله (۶-۱۴) جایگزین گردد، می‌توان نوشت:

$$I = \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_1 \varepsilon^{\sqrt{yz}x} - \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_2 \varepsilon^{-\sqrt{yz}x} \quad (6-22)$$

ثابت‌های  $A_1$  و  $A_2$  را می‌توان با توجه به شرایط انتهای خط یعنی به ازای  $x = 0$ ،  $V = V_R$  و  $I = I_R$  به دست آورد. جایگذاری این مقادارها در معادله (۶-۲۰) و (۶-۲۲)، نتیجه زیر را در بر دارد:

$$V_R = A_1 + A_2 \quad \text{و} \quad I_R = \frac{1}{\sqrt{z/y}} (A_1 - A_2)$$

به دست آوردن  $A_1$  و  $A_2$  از معادله‌های بالا و گذاردن  $Z_c$  به جای  $\sqrt{z/y}$  نتیجه زیر را در بر دارد:

$$A_1 = \frac{V_R + I_R Z_c}{2} \quad \text{و} \quad A_2 = \frac{V_R - I_R Z_c}{2}$$

سپس با جایگزینی مقادارهای به دست آمده برای  $A_1$  و  $A_2$  در معادله‌های (۶-۲۰) و (۶-۲۲) و در نظر

گرفتن  $\gamma = \sqrt{yz}$  می توان نوشت:

$$V = \frac{V_R + I_R Z_c}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_R - I_R Z_c}{2} e^{-\gamma x} \quad (6-23)$$

$$I = \frac{V_R / Z_c + I_R}{2} e^{\gamma x} - \frac{V_R / Z_c - I_R}{2} e^{-\gamma x} \quad (6-24)$$

$Z_c = \sqrt{z/y}$ ، امپدانس مشخصه<sup>۱</sup> خط و  $\gamma = \sqrt{zy}$ ، ثابت انتشار<sup>۲</sup> نامیده می شود.

معادله های (۶-۲۳) و (۶-۲۴) در صورت معلوم بودن  $V_R$  و  $I_R$  و کمیت های خط، مقدار مؤثر و زاویه فاز  $V$  و  $I$  را در هر نقطه از طول خط بر حسب فاصله  $x$  از انتهای خط تا آن نقطه، ارائه میکنند.

### ۶-۵ خط انتقال بلند: تفسیر معادله ها

$\gamma$  و  $Z_c$  کمیت های مختلط هستند. بخش حقیقی ثابت انتشار  $\gamma$ ، ثابت تضعیف<sup>۳</sup>  $\alpha$  نامیده شده، بر حسب نپربر واحد طول سنجیده می شود. بخش موهومی  $j\beta$ ، ثابت فاز<sup>۴</sup> نام دارد و با واحد رادیان بر واحد طول اندازه گیری می شود. بنابراین:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (6-25)$$

و معادله های (۶-۲۳) و (۶-۲۴) به صورت زیر در می آید:

$$V = \frac{V_R + I_R Z_c}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} + \frac{V_R - I_R Z_c}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \quad (6-26)$$

و:

$$I = \frac{V_R / Z_c + I_R}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} - \frac{V_R / Z_c - I_R}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \quad (6-27)$$

خواص  $e^{\alpha x}$  و  $e^{j\beta x}$  برای تشریح تغییرات مقادیر فازوری ولتاژ و جریان به عنوان تابعی از فاصله در طول خط مفید هستند. با تغییر  $x$ ، اندازه جمله  $e^{\alpha x}$  تغییر می کند اما اندازه  $e^{j\beta x}$  که معادل  $\cos\beta x + j\sin\beta x$  است همیشه ۱ می باشد و سبب تغییر فاز به میزان  $\beta$  رادیان بر واحد طول خط می شود.

اولین جمله معادله (۶-۲۶)، یعنی  $[(V_R + I_R Z_c)/2] e^{\alpha x} e^{j\beta x}$ ، با افزایش فاصله از انتهای خط، از نظر اندازه افزایش یافته و از نظر فاز تقدم پیدا می کند (پیش فاز). بر عکس آن، هنگام پیشروی از ابتدا به

1- characteristic impedance

2- propagation constant

۳- attenuation constant

4- phase constant

انتهای خط، از نظر اندازه دچار کاهش و از نظر فاز دچار تأخیر می‌شود (پس فاز). این مشخصه یک موج سیار<sup>۱</sup> است و شبیه رفتار یک موج در آب می‌باشد که از نظر اندازه نسبت به زمان در هر نقطه تغییر می‌کند در حالی که متناسب با فاصله از منشأ، فاز آن دچار تأخیر (پس فاز) می‌شود و مقدار حداکثرش کاهش می‌یابد. این تغییر لحظه‌ای در عبارت دیده نمی‌شود اما از آن جایی که  $V_R$  و  $I_R$ ، فازور هستند، قابل درک است. اولین جمله معادله (۶-۲۶) را ولتاژ تابشی<sup>۲</sup> می‌نامند.

دومین جمله معادله (۶-۲۶)، یعنی  $\varepsilon^{-\alpha x} \varepsilon^{-j\beta x} [(V_R - I_R Z_C)/2]$ ، از انتها به ابتدای خط از نظر اندازه کاهش یافته از نظر فاز دچار تأخیر می‌شود که به آن ولتاژ بازتابی<sup>۳</sup> گفته می‌شود. ولتاژ هر نقطه، حاصل جمع ولتاژهای تابشی و بازتابی در آن نقطه است.

از آن جا که معادله‌های جریان مانند معادله‌های ولتاژ هستند، جریان نیز، مرکب از دو مولفه جریان تابشی و بازتابی در نظر گرفته می‌شود.

اگر یک خط به امپدانس مشخصه‌اش، یعنی  $Z_C$  ختم شود، ولتاژ انتهای آن،  $V_R$ ، برابر  $I_R Z_C$  خواهد بود و هیچ ولتاژ یا جریان بازتابی وجود نخواهد داشت. می‌توان این امر را با جایگذاری  $I_R Z_C$  به جای  $V_R$  در معادله (۶-۲۶) و (۶-۲۷) مشاهده کرد. خطی را که به امپدانس مشخصه‌اش ختم شود، خط تخت<sup>۴</sup> یا خط نامحدود<sup>۵</sup> می‌نامند. اصطلاح دوم بدین سبب به کار می‌رود که خط با طول بی‌نهایت هیچ‌گاه موج برگشتی ندارد. معمولاً خطوط قدرت به امپدانس مشخصه خود ختم نمی‌شوند اما خطوط مخابراتی به منظور حذف موج برگشتی، غالباً به امپدانس مشخصه خود ختم می‌گردند. نمونه مقدار  $Z_C$  در یک خط هوایی تک مداره برابر  $400\ \Omega$  و برای دو مداره موازی  $200\ \Omega$  است. زاویه فاز  $Z_C$  معمولاً بین  $0^\circ$  و  $15^\circ$  می‌باشد. مقدار  $Z_C$  در خط‌های با هادی گروهی کمتر است، چون این خطها نسبت به خط‌هایی که دارای یک هادی در هر فاز می‌باشد،  $L$  کوچکتر و  $C$  بزرگتر دارند.

در بحث سیستم قدرت، گاهی امپدانس مشخصه را امپدانس ضربه‌ای<sup>۶</sup> (موجی) می‌نامند. اما معمولاً، اصطلاح «امپدانس ضربه‌ای» برای حالت خاص خط بدون تلفات به کار می‌رود. در یک خط بدون تلفات، مقاومت سری و کندانکتانس موازی صفر بوده امپدانس مشخصه به مقدار حقیقی  $\sqrt{L/C}$  کاهش می‌یابد. اگر  $L$ ، اندوکتانس سری خط بر حسب هانری و  $C$ ، ظرفیت خازنی خط بر حسب فاراد باشد،  $\sqrt{L/C}$  بر حسب اهم خواهد بود. همچنین ثابت انتشار  $\gamma = \sqrt{ZY}$  برای خط با طول  $l$  به مقدار موهومی  $\beta z = j\omega \sqrt{LC}/l$  کاهش می‌یابد زیرا ثابت تضعیف  $\alpha$  در خط بدون تلفات برابر صفر است. هنگامی که در مورد فرکانسهای بالا و یا ضربه‌های ناشی از صاعقه بحث می‌شود، اغلب از افتها چشم‌پوشی شده امپدانس ضربه‌ای اهمیت می‌یابد. بارگذاری امپدانس ضربه‌ای<sup>۷</sup> (SIL) یک خط عبارت است از توان

1- traveling wave

2- incident voltage

3- reflected voltage

4- flat line

5- infinite line

6- surge impedance

7- surge Impedance loading



تحویلی خط به یک بار مقاومتی خالص که اندازه آن برابر با اندازه امپدانس ضربه‌ای خط می‌باشد. هنگام وجود چنین باری، جریان تغذیه خط برابر است با:

$$|I_L| = \frac{|V_L|}{\sqrt{3} \times \sqrt{L/C}} \text{ A}$$

که در آن  $|V_L|$ ، اندازه ولتاژ خط به خط بار است. از آن جا که بار مقاومتی خالص است، می‌توان نوشت:

$$\text{SIL} = \sqrt{3} |V_L| \frac{|V_L|}{\sqrt{3} \times \sqrt{L/C}} \text{ W}$$

و یا هنگامی که  $|V_L|$  بر حسب کیلوولت است:

$$\text{SIL} = \frac{|V_L|^2}{\sqrt{L/C}} \text{ MW} \quad (6-28)$$

گاهی مهندسین سیستم قدرت، برای سادگی، توان انتقال یافته به وسیله یک خط را با واحد SIL بیان می‌کنند، یعنی نسبت توان انتقال یافته به بارگذاری امپدانس ضربه‌ای. برای نمونه، بارگذاری مجاز یک خط انتقال را ممکن است به صورت تابعی از SIL بیان کرد، در این صورت SIL ملاکی برای مقایسه ظرفیت بارگذاری یا توانایی انتقال توان خطوط خواهد بود.<sup>۱</sup>

طول موج  $\lambda$ ، فاصله بین دو نقطه یک موج در طول خط است که با یکدیگر  $360^\circ$  یا  $2\pi$  رادیان اختلاف فاز داشته باشند. اگر  $\beta$  تغییر فاز بر حسب رادیان بر مایل باشد، طول موج بر حسب مایل برابر است با:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (6-29)$$

سرعت انتشار یک موج بر حسب مایل بر ثانیه برابر حاصل ضرب طول موج بر حسب مایل در فرکانس بر حسب هرتز است، یا:

$$\text{سرعت} = f\lambda = \frac{2\pi f}{\beta} \quad (6-30)$$

برای خط بدون تلفات به طول  $l$  متر،  $\beta = 2\pi f \sqrt{LC}/l$  خواهد شد و معادله (6-29) و (6-30) برابر

۱- به مقاله "بررسی تحلیلی توانایی بارگذاری خطوط انتقال EHV و UHV اثر آر. دی. دانلوب، آر. گات من و پی‌پی مارکنکو در IEEE Transactions on power Apparatus and systems. Vol. PAS-98, no.2, 1979, pp.606-617" مراجعه شود.

خواهد شد یا:

$$\lambda = \frac{l}{f \sqrt{L/C}} \text{ m} \quad \text{سرعت} = \frac{l}{\sqrt{L/C}} \text{ m/s}$$

چنانچه مقدار  $L$  و  $C$  خطوط هوایی کم تلفات در این معادله‌ها جایگزین گردد، در فرکانس  $60 \text{ Hz}$ ، طول موج  $3000 \text{ mi}$  به دست خواهد آمد و سرعت انتشار خیلی نزدیک به سرعت نور در هوا خواهد شد (به طور تقریبی  $18600 \text{ mi/s}$  یا  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ).

چنانچه خط بی بار باشد،  $I_R$  صفر بوده، بنابراین معادله‌های (۶-۲۶) و (۶-۲۷)، ولتاژهای تابشی و بازتابی در انتهای خط از نظر اندازه و فاز برابر خواهند بود. در این حالت جریانهای تابشی و بازتابی انتهای خط، از نظر اندازه برابر بوده اما  $180^\circ$  اختلاف فاز دارند. بنابراین جریانهای تابشی و بازتابی یکدیگر را در انتهای خط مدار باز، خنثی می‌کنند اما نه در هیچ نقطه دیگر مگر این که خط کاملاً بدون تلفات باشد تا ثابت تضعیف  $\alpha$  برابر صفر شود.

## ۶-۶ خط انتقال بلند: شکل هذلولوی معادله‌ها

هنگام محاسبه ولتاژ یک خط قدرت، موجهای تابشی و بازتابی به ندرت خود را نشان می‌دهند. علت بررسی ولتاژ و جریان یک خط برحسب مؤلفه‌های تابشی و بازتابی، درک بهتر برخی از پدیده‌های خط انتقال است. شکل ساده‌تر معادله‌های محاسبه جریان و ولتاژ خط انتقال با معرفی توابع هذلولوی، به دست می‌آید. توابع هذلولوی به صورت نمایی زیر بیان می‌شوند:

$$\sin \theta = \frac{\varepsilon^\theta - \varepsilon^{-\theta}}{2} \quad (6-31)$$

$$\cos h \theta = \frac{\varepsilon^\theta + \varepsilon^{-\theta}}{2} \quad (6-32)$$

با مرتب کردن دوباره معادله‌های (۶-۲۳) و (۶-۲۴) و جایگذاری توابع هذلولوی به جای جمله‌های نمایی، مجموعه تازهای از معادله‌ها به دست می‌آید. این معادله‌های تازه که ولتاژ و جریان را در هر نقطه‌ای از خط مشخص می‌کنند، به صورت زیر هستند:

$$V = V_R \cosh \gamma x + I_R Z_c \sinh \gamma x \quad (6-33)$$

$$I = I_R \cosh \gamma x + \frac{V_R}{Z_c} \sinh \gamma x \quad (6-34)$$

با جایگذاری  $x = l$  برای به دست آوردن ولتاژ و جریان ابتدای خط می توان نوشت:

$$V_S = V_R \cosh \gamma l + I_R Z_c \sinh \gamma l \quad (6-35)$$

$$I_S = I_R \cosh \gamma l + \frac{V_R}{Z_c} \sinh \gamma l \quad (6-36)$$

با توجه به معادله‌های بالا، ثابتهای عدومی خط بلند به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A = \cosh \gamma l \quad C = \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} \quad (6-37)$$

$$B = Z_c \sinh \gamma l \quad D = \cosh \gamma l$$

معادله‌های (6-35) و (6-37) را می‌توان برای به دست آوردن  $V_R$  و  $I_R$  بر حسب  $V_S$  و  $I_S$  به شکل زیر نوشت:

$$V_R = V_S \cosh \gamma l - I_S Z_c \sinh \gamma l \quad (6-38)$$

$$I_R = I_S \cosh \gamma l - \frac{V_S}{Z_c} \sinh \gamma l \quad (6-39)$$

برای خط سه فاز متعادل، جریان در معادله‌های بالا، جریان خط و ولتاژ، ولتاژ خط به خنثی، یعنی ولتاژ خط تقسیم بر  $\sqrt{3}$  می‌باشد. برای حل معادله‌های بالا باید مقدار توابع هذلولوی محاسبه شود. از آنجا که  $\gamma l$  معمولاً مختلط است، توابع هذلولوی نیز مختلط بوده به کمک ماشین حساب یا رایانه می‌توان آنها را محاسبه کرد.

برای حل این گونه مسائل بدون استفاده از رایانه، چندین روش گوناگون وجود دارد. یکی از این راه‌ها بسط سینوس و کسینوس هذلولوی با آرگومان مختلط بر حسب توابع مثلثاتی و هذلولوی با آرگومان حقیقی است:

$$\cosh (\alpha l + j\beta l) = \cosh \alpha l \cos \beta l + j \sinh \alpha l \sin \beta l \quad (6-40)$$

$$\sinh (\alpha l + j\beta l) = \sinh \alpha l \cos \beta l + j \cosh \alpha l \sin \beta l \quad (6-41)$$

معادله‌های (6-40) و (6-41) محاسبه توابع هذلولوی با آرگومان مختلط را ممکن می‌سازند. واحد صحیح ریاضی برای  $\beta l$ ، رادیان است. که از محاسبه مؤلفه موهومی  $\gamma l$  یافت می‌شود. می‌توان معادله‌های (6-40) و (6-41) را با جایگذاری شکل نمایی توابع هذلولوی و مثلثاتی اثبات کرد.

یک روش دیگر برای محاسبه توابع هذلولوی مختلط به وسیله معادله (۶-۳۱) و (۶-۳۲) پیشنهاد می‌شود. با جایگذاری  $\alpha + j\beta$  به جای  $\theta$  می‌توان نوشت:

$$\cosh(\alpha + j\beta) = \frac{\varepsilon^{\alpha} \varepsilon^{j\beta} + \varepsilon^{-\alpha} \varepsilon^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2}(\varepsilon^{\alpha} \angle \beta + \varepsilon^{-\alpha} \angle -\beta) \quad (6-42)$$

$$\sinh(\alpha + j\beta) = \frac{\varepsilon^{\alpha} \varepsilon^{j\beta} - \varepsilon^{-\alpha} \varepsilon^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2}(\varepsilon^{\alpha} \angle \beta - \varepsilon^{-\alpha} \angle -\beta) \quad (6-43)$$

مثال ۶-۳ یک خط انتقال ۶۰ Hz تک مداره دارای طول (۲۳۰ mi) (۳۷۰ km) می‌باشد. هادیها Rook، فاصله گذاری افقی و فاصله بین هادیها (۲۳/۸ ft) (۷/۲۵ m) است. بار روی خط ۱۲۵ MW در ۲۱۵ kV با ضریب توان ۰/۱۰۰ می‌باشد. ولتاژ، جریان، توان ابتدای خط و تنظیم ولتاژ خط را به دست آورید. همچنین، طول موج و سرعت انتشار خط را پیدا کنید.

پاسخ: برای استفاده از جدول (الف-۳) و (الف-۵) ضمیمه، به جای متر و کیلومتر از فوت و مایل بهره می‌گیریم:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{23/8 \times 23/8 \times 47/6} \cong 30/10 \text{ ft}$$

با توجه به جدول برای هادی Rook می‌توان نوشت:

$$z = 0/1603 + j(0/415 + 0/4127) = 0/8431 \angle 79/04^{\circ} \Omega/\text{mi}$$

$$y = j [1/(0/0950 + 0/1009)] \times 10^{-6} = 5/105 \times 10^{-6} \angle 90^{\circ} \text{ S/mi}$$

$$\gamma l = \sqrt{yz} l = 230 \sqrt{0/8431 \times 5/105 \times 10^{-6}} \angle \frac{79/04^{\circ} + 90^{\circ}}{2}$$

$$= 0/4772 \angle 84/52^{\circ} = 0/0456 + j0/4750$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0/8431}{5/105 \times 10^{-6}}} \angle \frac{79/04^{\circ} - 90^{\circ}}{2} = 406/4 \angle -5/48^{\circ} \Omega$$

$$V_R = \frac{215000}{\sqrt{3}} = 124130 \angle 0^{\circ} \text{ V به خنثی}$$

$$I_R = \frac{125000000}{\sqrt{3} \times 215000} = 335/7 \angle 0^{\circ} \text{ A به خنثی}$$

با توجه به معادله‌های (۶-۴۲) و (۶-۴۳) و با توجه به این که  $27,22^\circ = 0,475 \text{ rad}$  است، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \cosh \gamma l &= \frac{1}{2} \varepsilon^{0,475} \angle 27,22^\circ + \frac{1}{2} \varepsilon^{-0,475} \angle -27,22^\circ \\ &= 0,4654 + j0,2394 + 0,4248 - j0,2185 \\ &= 0,8902 + j0,0209 = 0,8904 \angle 1,34^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sinh \gamma l &= 0,4654 + j0,2394 - 0,4248 + j0,2185 \\ &= 0,0406 + j0,4579 = 0,4597 \angle 84,93^\circ \end{aligned}$$

سپس با توجه به معادله (۶-۳۵):

$$\begin{aligned} V_S &= 124130 \times 0,8904 \angle 1,34^\circ + 335,7 \times 406,4 \angle -5,48^\circ \times 0,4597 \angle 84,93^\circ \\ &= 110495 + j2585 + 11483 + j61656 = 137860 \angle 27,77^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

و از معادله (۶-۳۶):

$$\begin{aligned} I_S &= 335,7 \times 0,8904 \angle 1,34^\circ + \frac{124130}{406,4 \angle -5,48^\circ} \times 0,4597 \angle 84,93^\circ \\ &= 298,83 + j6,99 - 1,00 + j140,41 = 332,31 \angle 26,33^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

در ابتدای خط:

$$\text{ولتاژ خط} = \sqrt{3} \times 137,86 = 238,8 \text{ kV}$$

$$\text{جریان خط} = 332,3 \text{ A}$$

$$\text{ضریب توان} = \cos(27,77^\circ - 26,33^\circ) = 0,9997 \approx 1,0$$

$$\text{توان} = \sqrt{3} \times 238,8 \times 332,3 \times 1,0 = 137443 \text{ kW}$$

با توجه به معادله (۶-۳۵) برای حالت بی‌باری ( $I_R = 0$ ) می‌توان نوشت:

$$V_R = \frac{V_S}{\cosh \gamma l}$$

بنابراین تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$\frac{137,86/0,8904 - 124,13}{124,13} \times 100 = \%24,7$$

طول موج و سرعت انتشار به صورت زیر به دست می آید:

$$\beta = \frac{0.475^\circ}{230} = 0.002065 \text{ rad / mi}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.002065} = 3043 \text{ mi}$$

$$\text{سرعت} = f\lambda = 60 \times 3043 = 182580 \text{ mi/s}$$

در این مثال، باید مخصوصاً به این نکته توجه داشت که در معادله  $V_S$  و  $I_S$ ، ولتاژ بر حسب ولت و از نوع خط به خنثی می باشد.

مثال ۴-۶ ولتاژ و جریان ابتدای خط مثال ۳-۶ را به کمک محاسبات پریونیت به دست آورید.

پاسخ: برای دست یابی به ساده ترین مقدارهای پریونیت،  $125 \text{ MVA}$  و  $215 \text{ kV}$  مبنا انتخاب شده، امپدانس مبنا و جریان مبنا به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\text{امپدانس مبنا} = \frac{215^2}{125} = 370 \Omega$$

$$\text{جریان مبنا} = \frac{125000}{\sqrt{3} \times 215} = 337.5 \text{ A}$$

$$Z_c = \frac{406/48 - 5/48^\circ}{370} = 1.098 \angle -5/48^\circ \text{ پریونیت}$$

بنابراین:

$$V_R = \frac{215}{215} = \frac{215/\sqrt{3}}{215/\sqrt{3}} = 1.0 \text{ پریونیت}$$

برای استفاده از معادله (۳۵-۶)،  $V_R$  ولتاژ مبنا انتخاب می شود. بنابراین:

$$V_R = 1.0 \angle 0^\circ \text{ پریونیت (ولتاژ خط به خنثی)}$$

چون ضریب توان بار برابر یک است:

$$I_R = \frac{337.5 \angle 0^\circ}{337.5} = 1.0 \angle 0^\circ$$

چنانچه ضریب توان کمتر از ۱۰۰٪ باشد،  $I_R$  بزرگتر از ۱٪ و دارای زاویه‌ای است که به وسیله ضریب توان تعیین می‌شود. از معادله (۳۵-۶):

$$\begin{aligned} V_S &= 1/0 \times 0/8904 + 1/0 \times 1/098 \angle -5/48^\circ \times 0/4597 \angle 84/93^\circ \\ &= 0/8902 + j0/0208 + 0/0923 + j0/4961 \\ &= 1/1102 \angle 27/75^\circ \text{ پریونیت} \end{aligned}$$

و از معادله (۳۶-۶):

$$\begin{aligned} I_S &= 1/0 \times 0/8904 \angle 1/34^\circ + \frac{1/0 \angle 0^\circ}{1/098 \angle -5/48^\circ} \times 0/4597 \angle 84/93^\circ \\ &= 0/8902 \times j0/0208 - 0/0031 + j0/4186 \\ &= 0/990 \angle 26/35^\circ \text{ پریونیت} \end{aligned}$$

در ابتدای خط:

$$\text{ولتاژ خط} = 1/1102 \times 215 = 238/7 \text{ kV}$$

$$\text{جریان خط} = 0/990 \times 335/7 = 332/3 \text{ A}$$

یادآوری می‌شود که مبنای ولتاژ خط به خط را در اندازه پریونیت ولتاژ ضرب می‌کنیم تا اندازه ولتاژ خط به خط به دست آید. می‌توان مبنای ولتاژ خط به خنثی را در ولتاژ پریونیت ضرب کرد و اندازه ولتاژ خط به خنثی را به دست آورد. ضریب  $\sqrt{3}$  هنگامی که کمیتها بر حسب پریونیت بیان شود، در محاسبات وارد نمی‌شود.

## ۶-۷ مدار معادل یک خط بلند

مدار  $\pi$  نامی، یک خط انتقال را به طور دقیق نشان نمی‌دهد، زیرا در آن کمیت‌های خط به صورت توزیع شده در نظر گرفته نمی‌شود. اختلاف بین مدار  $\pi$  نامی با خط واقعی هنگام افزایش طول خط بیشتر می‌شود اما تا آن جا که فقط اندازه گیرهای دو طرف خط مطرح باشد، امکان یافتن مدار معادلی به کمک شبکه‌ای از کمیت‌های متحد که خط را به طور صحیح نشان دهد، وجود دارد. فرض کنید یک مدار  $\pi$  مانند شکل (۶-۷)، مدار معادل یک خط بلند باشد، اما اجازه دهید شاخه سری مدار  $\pi$  معادل  $Z'$  را و شاخه موازی آن را  $\frac{Y'}{2}$  بنامیم تا از شاخه‌های مدار  $\pi$  نامی متمایز شوند. معادله (۵-۶)، ولتاژ ابتدای خط

یک مدار  $\pi$  متقارن<sup>۱</sup> را برحسب شاخه‌های سری و موازی آن، و ولتاژ و جریان انتهای خط نشان می‌دهد. از جایگذاری  $Z'$  و  $\frac{Y'}{2}$  به جای  $Z$  و  $\frac{Y}{2}$  در معادله (۶-۵)، ولتاژ ابتدای خط مدار معادل بر حسب شاخه‌های سری و موازی آن و ولتاژ و جریان انتهای خط به دست می‌آید:

$$V_S = \left( \frac{Z'Y'}{2} + 1 \right) V_R + Z'I_R \quad (6-44)$$

برای این که این مدار، معادل یک خط انتقال بلند باشد، ضریبهای  $V_R$  و  $I_R$  معادله (۶-۴۴) باید به ترتیب با ضریبهای  $V_R$  و  $I_R$  معادله (۶-۳۵) یکسان باشد. برابر قرار دادن ضریب  $I_R$  در دو معادله، منجر به نتیجه زیر می‌گردد:

$$Z' = Z_c \sinh \gamma l \quad (6-45)$$

$$Z' = \sqrt{\frac{Z}{y}} \sinh \gamma l = z l \frac{\sinh \gamma l}{\sqrt{zy} l}$$

$$Z' = Z \frac{\sinh \gamma l}{\gamma l} \quad (6-46)$$

که در آن  $Z = z l$ ، امپدانس سری کل خط است. جمله  $(\sinh \gamma l)/\gamma l$ ، ضریبی است که امپدانس سری  $\pi$  نامی باید در آن ضرب شود تا امپدانس سری مدار  $\pi$  معادل خط انتقال بلند به دست آید. برای اندازه‌های کوچک  $\gamma l$ ،  $\sinh \gamma l$  و  $\gamma l$  به طور تقریبی با هم برابرند و این امر نشان می‌دهد که  $\pi$  نامی، یک خط انتقال متوسط را از نظر شاخه سری، به طور صحیح نشان می‌دهد.

برای بررسی شاخه موازی مدار  $\pi$  معادل، ضریب  $V_R$  را در معادله (۶-۳۵) و (۶-۴۴) با هم برابر قرار داده، می‌توان نوشت:

$$\frac{Z'Y'}{2} + 1 = \cosh \gamma l \quad (6-47)$$

جایگزینی  $Z_c \sinh \gamma l$  به جای  $Z'$ ، نتیجه می‌دهد:

$$\frac{Y' Z_c \sinh \gamma l}{2} + 1 = \cosh \gamma l \quad (6-48)$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \frac{\cosh \gamma l - 1}{\sinh \gamma l} \quad (6-49)$$

1- symmetrical -  $\pi$  circuit



شکل دیگر رابطهٔ ادمیتانس موازی مدار معادل را می‌توان با جایگزینی اتحاد زیر در معادلهٔ (۶-۴۹) به دست آورد:

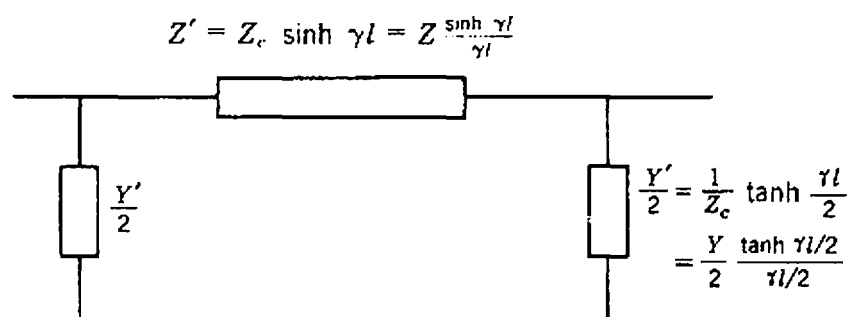
$$\tanh \frac{\gamma l}{2} = \frac{\cosh \gamma l - 1}{\sinh \gamma l} \quad (6-50)$$

این اتحاد را می‌توان با جایگزینی شکل نمایی معادله‌های (۶-۳۱) و (۶-۳۲) به جای توابع هذلولوی و به کمک رابطهٔ  $\tanh \theta = \frac{\sinh \theta}{\cosh \theta}$  اثبات نمود. بنابراین با توجه به اتحاد می‌توان نوشت:

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2} \quad (6-51)$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{Y}{2} \frac{\tanh (\gamma l/2)}{\gamma l/2} \quad (6-52)$$

که در آن  $Y = \gamma l$ ، ادمیتانس موازی کل خط است. معادلهٔ (۶-۵۲) یک ضریب تصحیح را نشان می‌دهد که برای تبدیل ادمیتانس شاخهٔ موازی  $\pi$  نامی به ادمیتانس شاخهٔ موازی  $\pi$  معادل به کار می‌رود. از آن جا که به ازای اندازه‌های کوچک  $\gamma l$ ،  $\tanh(\frac{\gamma l}{2})$  و  $\frac{\gamma l}{2}$  به طور تقریبی برابر شوند و با توجه به این که پیش از این دیدیم که ضریب تصحیح شاخهٔ سری برای خط متوسط قابل چشم پوشی است، مدار  $\pi$  نامی می‌تواند با دقت خوب معرف یک خط انتقال متوسط باشد. شکل (۶-۹)، مدار  $\pi$  معادل را نشان می‌دهد. می‌توان مدار  $T$  معادل را نیز برای خط انتقال پیدا کرد.



شکل ۶-۹ مدار  $\pi$  معادل یک خط انتقال

مثال ۶-۵ مدار  $\pi$  معادل را برای خط مثال ۶-۳ به دست آورده آن را با مدار  $\pi$  نامی مقایسه کنید.

پاسخ: از آنجا که مقدار  $\sin \gamma l$  و  $\cos \gamma l$  در مثال ۶-۳ تعیین گردید، از معادله‌های (۶-۴۵) و (۶-۴۹) استفاده می‌شود:

در شاخهٔ سری  $Z' = 406.4 \angle -5.48^\circ \times 0.4597 \angle 84.93^\circ = 186.82 \angle 79.45^\circ \Omega$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{0,18902 + j0,0208 - 1}{186,82 \angle 79,45^\circ} = \frac{0,1118 \angle 169,27^\circ}{186,82 \angle 79,45^\circ}$$

$$= 0,000599 \angle 89,82^\circ \text{ S} \quad \text{در هر شاخه موازی}$$

با توجه به مقدار  $Z$  و  $Y$  در مثال (۳-۶)، امپدانس سری مدار  $\pi$  نامی برابر است با:

$$Z = 230 \times 0,18431 \angle 79,04^\circ = 193,9 \angle 79,04^\circ \Omega$$

و شاخه‌های موازی برابر با هم:

$$\frac{Y}{2} = \frac{0,105 \times 10^{-6} \angle 90^\circ}{2} \times 230 = 0,000587 \angle 90^\circ \text{ S}$$

در این خط، امپدانس شاخه سری  $\pi$  نامی نسبت به  $\pi$  معادل  $3/8\%$  بیشتر است. کنداکتانس شاخه‌های موازی  $\pi$  نامی  $20\%$  کمتر از  $\pi$  معادل است.

بنابراین از مثال بالا نتیجه می‌شود که هنگامی که دقت زیاد مورد نظر نیست، خط بلند را می‌توان با استفاده از  $\pi$  نامی نمایش داد.

## ۶-۸ پخش توان در یک خط انتقال

اگر چه پخش توان<sup>۱</sup> در هر نقطه از خط را همیشه می‌توان با دانستن ولتاژ، جریان و ضریب توان به دست آورد، اما می‌توان معادله‌های بسیار جالبی برحسب ثابتهای ABCD برای توان پیدا کرد. البته این معادله‌ها برای هر شبکه دو قطبی یا شبکه‌ای که دو جفت پایانه داشته باشد قابل کاربرد هستند. با تکرار معادله (۶-۸) و حل آن برای جریان انتهای خط ( $I_R$ ) می‌توان نوشت:

$$V_S = AV_R + BI_R \quad (6-53)$$

$$I_R = \frac{V_S - AV_R}{B} \quad (6-54)$$

با فرض این که:

$$A = |A| \angle \alpha \quad B = |B| \angle \beta$$

$$V_R = |V_R| \angle 0^\circ \quad V_S = |V_S| \angle \delta$$

1- power flow

معادله زیر به دست می آید:

$$I_R = \frac{|V_S|}{|B|} \angle \delta - \beta - \frac{|A| |V_R|}{|B|} \angle \alpha - \beta \quad (6-55)$$

بنابراین، توان مختلط  $V_R I_R^*$  انتهای خط برابر است با:

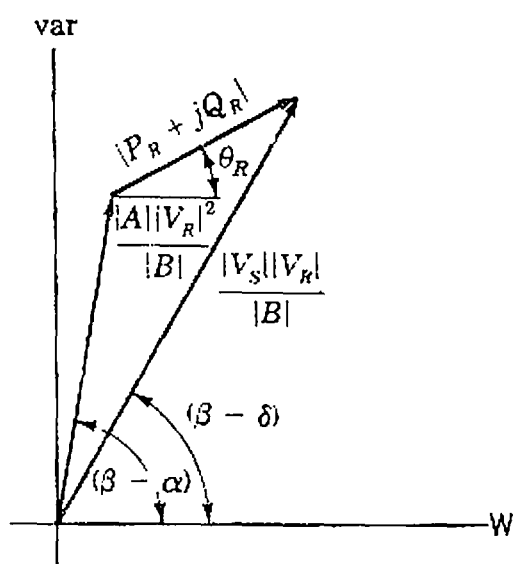
$$P_R + jQ_R = \frac{|V_S| |V_R|}{|B|} \angle \beta - \delta - \frac{|A| |V_R|^2}{|B|} \angle \beta - \alpha \quad (6-56)$$

و توان حقیقی و مجازی انتهای خط برابر است با:

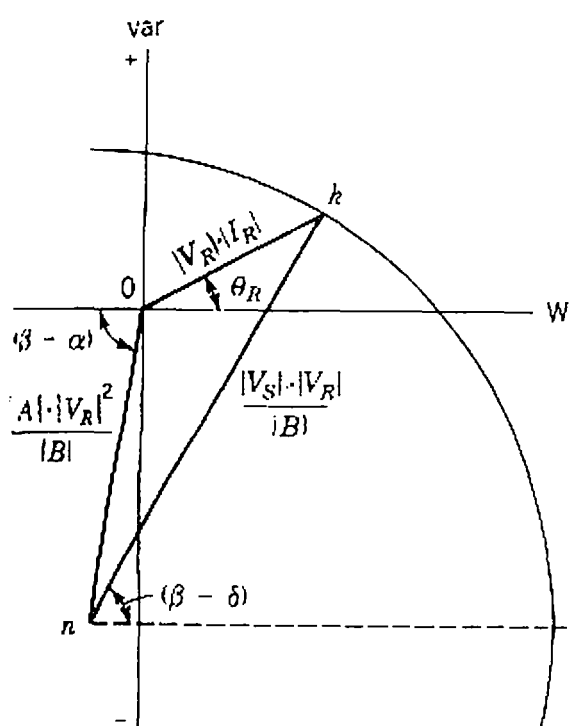
$$P_R = \frac{|V_S| |V_R|}{|B|} \cos(\beta - \delta) - \frac{|A| |V_R|^2}{|B|} \cos(\beta - \alpha) \quad (6-57)$$

$$Q_R = \frac{|V_S| |V_R|}{|B|} \sin(\beta - \delta) - \frac{|A| |V_R|^2}{|B|} \sin(\beta - \alpha) \quad (6-58)$$

رابطه توان مختلط  $P_R + jQ_R$  که با معادله (6-56) نشان داده شده است مجموع دو کمیت فازوری به شکل قطبی است. بنابراین می توان این فازورها را در صفحه مختلطی که محورهای افقی و عمودی آن برحسب واحدهای توان (وات و وار) هستند، رسم کرد. شکل (6-10)، این دو کمیت مختلط و تفاضل آنها را که با معادله (6-56) بیان شده، نشان می دهد. در شکل (6-11)، همان فازورها با مبدأ محور مختصات جابجا شده به نمایش در آمده اند. این شکل نمودار توانی است که بردار آن دارای اندازه  $|P_R + jQ_R|$  یا  $|V_R| |I_R|$  با زاویه  $\theta_R$  نسبت به محور افقی می باشد. چنان که انتظار می رفت،



شکل 6-10 فازورهای معادله (6-56) که در صفحه مختلط با اندازه و زوایه های داده شده، رسم شده اند.



شکل ۱۱-۶ نمودار توان پس از  
جابجایی مبدأ مختصات شکل (۱۰-۶) —

مؤلفه‌های حقیقی و موهومی  $|P_R + jQ_R|$  برابرند با:

$$P_R = |V_R| |I_R| \cos \theta_R \quad (6-59)$$

$$Q_R = |V_R| |I_R| \sin \theta_R \quad (6-60)$$

$\theta_R$  همان گونه که در فصل ۱ گفته شد، زاویهٔ پیش فازی  $V_R$  نسبت به  $I_R$  است. علامت  $Q$  براساس این قرارداد تعیین می‌شود که اگر جریان نسبت به ولتاژ پس فاز باشد، مقدار  $Q$  مثبت است. اکنون چند نقطه از نمودار توان شکل ۱۱-۶ را برای بارهای گوناگون به ازای اندازه‌های ثابت  $|V_S|$  و  $|V_R|$  تعیین می‌کنیم. نخست به این نکته توجه کنید که محل نقطهٔ  $n$ ، به جریان  $I_R$  وابسته نبوده و تا هنگامی که  $|V_R|$  ثابت است، تغییر نمی‌کند. همچنین فاصلهٔ نقطهٔ  $n$  تا نقطهٔ  $k$  برای اندازه‌های  $|V_S|$  و  $|V_R|$  ثابت است. بنابراین با توجه به این که فاصلهٔ  $o$  تا  $k$  با مقدار بار تغییر می‌کند و فاصلهٔ نقطهٔ  $k$  تا  $n$  همواره ثابت است، مکان نقطهٔ  $k$  به ازای بارهای گوناگون باید دایره‌ای به مرکز  $n$  باشد. برای باقی ماندن نقطهٔ  $k$  روی دایره، در صورت تغییر  $P_R$ ،  $Q_R$  نیز باید تغییر کند. چنانچه مقدار جدیدی به  $|V_S|$  داده شود، به گونه‌ای که  $|V_R|$  ثابت بماند، محل نقطهٔ  $n$  تغییری نداشته اما دایرهٔ جدیدی به شعاع  $nk$  پدید می‌آید.

بررسی شکل (۱۱-۶) نشان می‌دهد که به ازای اندازه‌های مشخص ولتاژ ابتدا و انتهای خط، توان انتقالی به انتهای خط دارای محدودیت است. افزایش توان تحویلی بدین معناست که نقطهٔ  $k$  روی دایره حرکت می‌کند تا زاویهٔ  $\delta - \beta$  صفر شود، یعنی بیشترین توان وقتی انتقال می‌یابد که زاویهٔ  $\delta$  با  $\beta$  برابر

گردد. افزایش بیشتر  $\delta$  منجر به کاهش توان دریافتی می‌شود. بیشترین توان برابر است با:

$$P_{R, \max} = \frac{|V_S| |V_R|}{|B|} - \frac{|A| |V_R|^2}{|B|} \cos(\beta - \alpha) \quad (6-61)$$

برای رسیدن به بیشترین توان دریافتی، لازم است بار جریان پیش فاز بزرگی بکشد. معمولاً با ننگ داشتن  $\delta$  کمتر از حدود  $35^\circ$  عملکرد خط محدود می‌شود و  $\frac{|V_S|}{|V_R|}$  برابر یا بزرگتر از  $0.95$  خواهد شد. برای خطهای کوتاه، ظرفیت دمایی خط، بارگذاری آن را محدود می‌کند.

در معادله‌های (6-53) تا (6-61)،  $|V_S|$  و  $|V_R|$  ولتاژهای خط به خنثی و مختصات هر نقطه از شکل (6-11)، وات و وار هر فاز است. اما چنانچه  $|V_S|$  و  $|V_R|$  ولتاژهای خط به خط باشند، هر فاصله در شکل (6-11) با ضریب 3 افزایش یافته، مختصات روی نمودار، وات و وار کل سه فاز خواهد بود. چنانچه ولتاژها برحسب کیلوولت باشد، مختصات هر نقطه برحسب مگاوات و مگاوار خواهد بود.

## 6-9 جبران سازی راکتیو خطهای انتقال

کارکرد خطهای انتقال، به خصوص خطهای متوسط بلند، باید با جبران سازی راکتیو سری یا موازی بهبود یابد. جبران سازی سری، قرار دادن یک مجموعه خازن به صورت سری با هر یک از هادیهای فاز خط انتقال است. در جبران سازی موازی، القاگرهایی بین هر خط و خنثی قرار می‌گیرد تا بخشی و یا کل سوسپتانس موازی خطهای فشار قوی را کاهش دهد. جبران موازی در بارهای سبک، اهمیت ویژه‌ای دارد زیرا ممکن است در این حالت ولتاژ انتهای خط خیلی بالا رود.

جبران سازی سری، امپدانس سری خط را که علت اصلی افت ولتاژ و مهمترین عامل تعیین حداکثر توانی است که خط می‌تواند انتقال دهد، کاهش می‌دهد. برای آگاهی از اثر امپدانس سری  $Z$  روی حداکثر توان انتقالی، از بررسی معادله (6-61) در می‌یابیم که حداکثر توان انتقال یافته بستگی معکوس با ثابت  $B$  خط که در  $\pi$  نامی برابر  $Z$  و در  $\pi$  معادل برابر  $Z(\sinh \gamma l)/\gamma l$  است، دارد. ثابتهای  $A$ ،  $C$  و  $D$  نیز به  $Z$  وابسته بوده مقدار آنها با  $Z$  تغییر می‌کند، اما این تغییر در مقایسه با تغییر  $B$  کم است.

مقدار راکتانس خازنی مورد نیاز با توجه به این که چه مقدار از راکتانس القایی کل خط باید جبران شود، تعیین می‌گردد. این امر منجر به تعریف اصطلاح «ضریب جبران سازی<sup>۲</sup>» می‌شود که به صورت  $X_C/X_L$  بیان می‌شود.  $X_C$  راکتانس خازنی سری با هر فاز و  $X_L$  راکتانس القایی کل هر فاز خط انتقال است.

1- reactive compensation

2- compensation factor

هنگامی که مدار  $\pi$  نامی برای نمایش خط و مجموعه خازن<sup>۱</sup> به کار می‌رود، محل فیزیکی مجموعه خازن در طول خط اهمیتی ندارد. اگر تنها شرایط انتها و ابتدای خط مدنظر باشد، این مسأله ایجاد خطای بزرگی نمی‌کند. اما هنگامی که شرایط کاری در طول خط مورد نظر باشد باید به محل نصب مجموعه خازن اهمیت داد. این کار را می‌توان به راحتی با تعیین ثابتهای ABCD دو بخشی از خط که در هر طرف مجموعه خازن قرار می‌گیرد و نمایش دادن مجموعه خازن به کمک ثابتهای ABCD آن انجام می‌داد. ثابتهای معادل ترکیب سری خط - خازن - خط با کاربرد معادله‌های جدول (الف - ۶) ضمیمه به دست می‌آید. (به اتصال متوالی شبکه‌ها رجوع شود).

در ناحیه جنوب غربی ایالات متحده، جبران سازی سری اهمیت ویژه‌ای دارد؛ چون بین مرکزهای بار و نیروگاه‌های بزرگ، صدها مایل فاصله وجود دارد و قدرت خیلی زیادی باید در این فاصله انتقال یابد. برتری دیگر جبران سازی سری، کاستن افت ولتاژ خط است. خازنهای سری برای متعادل کردن افت ولتاژ دو خط موازی نیز سودمند است.

**مثال ۶-۶** برای نشان دادن تغییر نسبی ثابت  $B$  در مقایسه با تغییر ثابتهای  $A$ ،  $C$  و  $D$  خط، هنگام جبران سازی سری، ثابتهای خط مثال (۶-۳) را بدون جبران سازی و با ضریب جبران سازی ۷۰٪ به دست آورید.

**پاسخ:** مدار  $\pi$  معادل و کمیت‌های به دست آمده در مثال (۶-۳) و (۶-۵) را می‌توان همراه با معادله‌های (۶-۳۷) برای پیدا کردن ثابتهای خط پیش از جبران سازی سری به کار برد:

$$A = D = \cosh \gamma l = 0.8904 \angle 1.34^\circ$$

$$B = Z' = 186.78 \angle 79.46^\circ \Omega$$

$$C = \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} = \frac{0.4596 \angle 84.94^\circ}{406.4 \angle -5.48^\circ}$$

$$= 0.001131 \angle 90.42^\circ S$$

جبران سازی سری، تنها شاخه سری مدار  $\pi$  معادل را تغییر می‌دهد. امپدانس شاخه سری جدید، ثابت عمومی  $B$  جدید نیز می‌باشد. بنابراین:

$$B = 186.78 \angle 79.46^\circ - j0.7 \times 230 (0.415 + 0.4127j)$$

$$= 34.17 + j50.38 = 60.88 \angle 55.85^\circ \Omega$$

1- capacitor bank

و به کمک معادله‌های (۱۰-۶):

$$A = 60,88 \angle 55,85^\circ \times 0,0000599 \angle 89,81^\circ + 1 = 0,970 \angle 1,24^\circ$$

$$C = 2 \times 0,0000599 \angle 89,81^\circ + 60,88 \angle 55,85^\circ (0,0000599 \angle 89,81^\circ)^2$$

$$= 0,001180 \angle 90,41^\circ S$$

مثال بالا نشان می‌دهد که جبران سازی بدون اثر قابل توجه بر ثابت  $A$  و  $C$ ، ثابت  $B$  را تا یک سوم اندازه آن در خط جبران سازی نشده کاهش می‌دهد. بنابراین، حداکثر توان انتقالی حدود ۳۰٪ افزایش می‌یابد.

هنگامی که یک خط انتقال، با جبران سازی سری یا بدون آن، توانایی انتقال بار مطلوب را دارد، لازم است که به کارکرد خط در حالت بی‌باری یا کم باری پرداخته شود. در این حالت جریان باردار کننده، عامل مهمی است که باید در نظر گرفته شود و نباید مقدار آن از جریان نامی خط دربار کامل بیشتر شود. معادله (۲۵-۵) نشان می‌دهد که جریان باردار کننده معمولاً به صورت  $|V| B_C$  بیان می‌شود که در آن  $B_C$ ، سوسپتانس خازنی کل خط و  $|V|$ ، ولتاژ نامی به خنثی می‌باشد. همان گونه که در ادامه معادله (۲۵-۵) یادآور شدیم، این محاسبه، تعیین دقیق جریان باردار کننده نیست، چون  $|V|$  در طول خط متغیر است. چنانچه القاگرهایی را در نقطه‌های گوناگون خط بین خط و خنثی قرار دهیم به گونه‌ای که سوسپتانس القایی کل،  $B_L$  شود، جریان باردار کننده به صورت زیر خواهد شد:

$$I_{chg} = (B_C - B_L) |V| = B_C |V| \left( 1 - \frac{B_L}{B_C} \right) \quad (6-62)$$

جریان باردار کننده به اندازه جمله داخل پرانتز کاهش می‌یابد. ضریب جبران سازی موازی می‌باشد. برتری دیگر جبران سازی موازی، کاهش ولتاژ انتهای خط در خطهای فشار قوی است که در آنها ولتاژ انتهای خط در حالت بی‌باری خیلی بالا است. در بررسی معادله (۱۱-۶)، گفته شد که  $|V_S|/|A|$  برابر  $|V_R, NL|$  می‌باشد. همچنین دیده شد هنگامی که از ظرفیت خازنی موازی چشم پوشی شود،  $A$  برابر  $1/0$  می‌گردد. اما در خطهای بلند، حضور خازنها باعث کاهش  $A$  می‌شود. بنابراین کاهش سوسپتانس موازی به اندازه  $(B_C - B_L)$  به وسیله القاگرهای موازی، می‌تواند افزایش ولتاژ حالت بی‌باری را در انتهای خط محدود کند.

با اعمال هر دو جبران سازی سری و موازی به خطهای انتقال بلند، امکان انتقال قدرت زیاد با بازده و ولتاژ مطلوب فراهم می‌گردد. در حالت ایده‌ال، عناصر سری و موازی باید در فاصله‌های معین از طول خط قرار داده شوند و هر وقت که لازم باشد، باید بتوانیم آنها را از خط خارج کنیم. ثابتهای ABCD در

حالت جبران سازی موازی، مانند جبران سازی سری، روشی آسان را برای تحلیل فراهم می‌آورند.

مثال ۶-۷ تنظیم ولتاژ خط مثال (۳-۶) را در حالتی به دست آورید که یک القاگر موازی در انتهای خط در شرایط بی‌باری متصل شده، ۰.۷۰٪ ادمیتانس موازی کل خط را جبران کند.

پاسخ: با توجه به مثال (۳-۶)، ادمیتانس موازی خط برابر است با:

$$y = j5,105 \times 10^{-6} \text{ S/mi}$$

و برای کل خط:

$$B_c = 5,105 \times 10^{-6} \times 230 = 0,001174 \text{ S}$$

به ازای جبران سازی ۰.۷۰٪:

$$B_L = 0,7 \times 0,001174 = 0,000822 \text{ S}$$

ثابت‌های ABCD خط در مثال (۶-۶) به دست آمد. جدول (الف-۶) ضمیمه نشان می‌دهد که یک القاگر منفرد با ثابت‌های عمومی زیر به نمایش در می‌آید:

$$A = D = 1 \quad B = 0 \quad C = -jB_L = -j 0,000822 \text{ S}$$

با توجه به معادله جدول (الف-۶) درباره ترکیب سری دو شبکه، برای خط و القاگر می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} A_{eq} &= 0,8904 \angle 1,34^\circ + 186,78 \angle 79,46^\circ (0,000822 \angle -90^\circ) \\ &= 1,0411 \angle -0,40^\circ \end{aligned}$$

تنظیم ولتاژ در حالتی که القاگر موازی در بی‌باری متصل است، برابر است با:

$$\frac{137,86/1,0411 - 124,13}{124,13} = 0,667$$

که کاهش فاحشی را نسبت به مقدار ۰.۲۴/۷٪ در خط جبران سازی نشده نشان می‌دهد.

## ۱۰-۶ پدیده‌های گذرا در خط انتقال

اضافه ولتاژهای گذرای که در سیستم قدرت پدید می‌آید، یا علت خارجی دارد (مانند صاعقه)، یا



در داخل سیستم با عمل کلید زنی ایجاد می‌شوند. به طور کلی، پدیده‌های گذرا در سیستم‌های انتقال بر اثر هر تغییر ناگهانی در شرایط کار یا آرایش سیستم به وجود می‌آیند. صاعقه یا رعد و برق همیشه یک خطر بالقوه برای تجهیزات سیستم قدرت به شمار می‌آید. البته عملیات کلید زنی نیز می‌تواند به تجهیزات صدمه بزند. درجه عایق بندی خطهای انتقال و تجهیزات با ولتاژهای تا حدود  $230\text{ kV}$ ، با توجه به محافظت آنها در برابر صاعقه یا رعد و برق تعیین می‌شود. در سیستم‌هایی که ولتاژ آنها بین  $230\text{ kV}$  تا  $700\text{ kV}$  می‌باشد، علاوه بر رعد و برق، کلید زنی نیز عامل بالقوه‌ای در آسیب دیدن عایق بندی به شمار می‌آید. در ولتاژهای بیش از  $700\text{ kV}$ ، ضربه‌های کلید زنی، ملاک اصلی تعیین درجه عایق بندی می‌باشد.

البته، کابل‌های زیرزمینی در برابر ضربه‌های مستقیم رعد و برق ایمن هستند و مسائلی که در خطهای هوایی به چشم می‌خورد در آنها دیده نمی‌شود. اما به دلیل‌های اقتصادی و فنی، خطهای هوایی برتری دارند مگر در شرایط غیرمعمول و فاصله‌های کوتاه مانند عبور از زیر رودخانه که استفاده از خط زیرزمینی بهتر است.

همان گونه که در بررسی شکل (۱-۶) گفته شد، خطهای هوایی را می‌توان در بسیاری از حالتها با یک یا چند سیم که هم پتانسیل زمین باشد و بالای هادیها خط قدرت واقع شود از خطر برخورد مستقیم صاعقه محافظت کرد. این سیم‌های را سیم زمین<sup>۱</sup> یا سیم محافظ<sup>۲</sup> می‌نامند که از طریق دکل نگه دارنده خط به زمین وصل می‌شوند. ناحیه حفاظت معمولاً،  $30^\circ$  در هر طرف از خط قائم زیر سیم زمین در نظر گرفته می‌شود. یعنی خطهای قدرت باید در یک قطاع  $60^\circ$  قرار بگیرند. در بیشتر مواقع سیم‌های زمین، به جای خطهای قدرت، صاعقه را می‌گیرند و اجازه برخورد آن به خطهای قدرت را نمی‌دهند.

برخورد صاعقه به سیم‌های زمین و یا هادیهای قدرت باعث تزریق جریانی می‌شود که نیمی از آن در یک جهت و نیمی دیگر در جهت دیگر نقطه برخورد برقرار می‌شود. بیشترین دامنه جریان در طول هادی که صاعقه با آن برخورد کرده است به شدت تغییر می‌کند زیرا شدت ضربه صاعقه دارای تغییرات گسترده‌ای است، مقدار نمونه این جریان  $10000\text{ A}$  و یا بیشتر است. در حالتی که یک خط قدرت دچار ضربه می‌شود، تجهیزات پایانه‌های خط به علت ولتاژهای بین خط و زمین ناشی از بارهای تزریق شده که به شکل جریان در طول خط حرکت می‌کنند، آسیب می‌بینند. این ولتاژهای طول معمول بیش از یک میلیون ولت می‌باشند. صاعقه‌هایی که به سیم‌های زمین برخورد می‌کنند نیز می‌توانند با القای الکترومغناطیسی باعث ضربه‌های ولتاژ - بالا روی خطهای قدرت شوند.

## ۱۱-۶ بررسی پدیده‌های گذرا: موجهای سیار<sup>۳</sup>

بررسی ضربه‌های وارده بر خط انتقال جدای از علت پیدایش آنها، خیلی پیچیده است. به همین دلیل

1- ground wire

2- shield wire

3- traveling waves

در اینجا تنها حالت خط بدون تلفات مطالعه می‌شود.<sup>۱</sup>

یک خط بدون تلفات، نمایش خوبی از خطهای فرکانس بالاست که در آنها،  $\omega L$  و  $\omega C$  در مقایسه  $R$  و  $G$  خیلی بزرگند. در بررسی ضربه‌های ناشی از صاعقه، مطالعه خطهای بدون تلفات ما را توانا می‌سازد که بدون پرداختن به نظریه‌های پیچیده، برخی از پدیده‌های خط انتقال را به آسانی درک کنیم. روش ما درباره این مسأله، مانند روشی است که در به دست آوردن رابطه‌های ولتاژ و جریان حالت مانا برای خطهای بلند با کمیت‌های توزیع شده به کار بردیم. در اینجا فاصله  $x$  تا جزء دیفرانسیلی به طول  $\Delta x$  که در شکل (۶-۱۲) نشان داده شده است، از ابتدای خط (به جای انتهای خط) در نظر گرفته می‌شود. ولتاژ  $v$  و جریان  $i$ ، تابعی از  $x$  و  $t$  هستند، بنابراین باید از مشتق‌های جزئی استفاده کرد. افت ولتاژ سری در جزء طولی برابر است با:

$$i (R \Delta x) + (L \Delta x) \frac{\partial i}{\partial t}$$

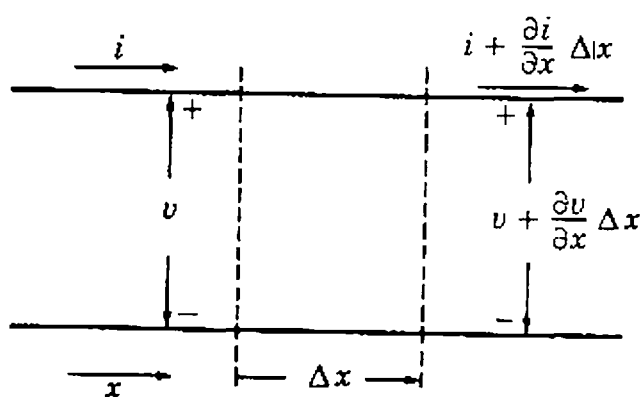
و می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial v}{\partial x} \Delta x = - \left( Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \right) \Delta x \quad (6-63)$$

علامت منفی ضروری است زیرا  $v + (\partial v / \partial x) \Delta x$  باید به ازای مقادیر مثبت  $i$  و  $\partial i / \partial t$ ، کمتر از  $v$  باشد. به همین ترتیب:

$$\frac{\partial i}{\partial x} \Delta x = - \left( Gv + C \frac{\partial v}{\partial t} \right) \Delta x \quad (6-64)$$

با تقسیم دو معادله (۶-۶۳) و (۶-۶۴) بر  $\Delta x$  و با توجه به صفر بودن  $R$  و  $G$  به سبب بدون تلفات



شکل ۶-۱۲ نمودار شماتیک یک قطعه از خط انتقال که یک فاز و برگشت خنثی را نشان می‌دهد. ولتاژ  $v$  و جریان  $i$  تابعی از  $x$  و  $t$  هستند. فاصله  $x$  از ابتدای خط اندازه‌گیری شود.

۱- برای مطالعه بیشتر به کتاب، پدیده‌های گذرای الکتریکی در سیستمهای قدرت، نوشته آ. گرین وود، ویرایش دوم انتشارات وایلی، نیویورک، ۱۹۹۱ مراجعه شود.

در نظر گرفتن خط، می توان نوشت:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (6-65)$$

و

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C \frac{\partial v}{\partial t} \quad (6-66)$$

حال چنانچه از دو طرف معادله (6-65) نسبت به  $x$  و از دو طرف معادله (6-66) نسبت به  $t$  مشتق جزئی گرفته شود، می توان  $i$  را حذف کرد. این کار منجر به پیدایش  $\partial^2 i / \partial x \partial t$  در هر دو معادله می شود و حذف این مشتق جزئی  $i$  بین دو معادله، نتیجه زیر را در بر دارد:

$$\frac{1}{LC} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (6-67)$$

معادله (6-67)، معادله موج سیار خط انتقال بدون تلفات نامیده می شود. پاسخ معادله، تابعی از  $(x - vt)$  است و ولتاژ به صورت زیر بیان می شود:

$$v = f(x - vt) \quad (6-68)$$

این تابع تعریف نشده است اما باید یک تابع تک مقدار باشد. اگر  $x$  بر حسب متر و  $t$  بر حسب ثانیه باشد، واحد ثابت  $v$ ، متر بر ثانیه خواهد بود. می توان درستی این پاسخ را با جایگذاری آن به جای  $v$  در معادله (6-67) و به منظور تعیین  $v$  اثبات نمود. نخست، تغییر متغیر زیر انجام می گیرد:

$$u = x - vt \quad (6-69)$$

و می توان نوشت:

$$v(x, t) = f(u) \quad (6-70)$$

بنابراین:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial f(u)}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} = -v \frac{\partial f(u)}{\partial u} \quad (6-71)$$

و:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f(u)}{\partial u^2} \quad (6-72)$$

به همین ترتیب، می توان نوشت:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f(u)}{\partial u^2} \quad (6-73)$$

جایگذاری مشتق جزئی مرتبه دوم  $v$  در معادله (۶-۶۷)، نتیجه زیر را در بر دارد:

$$\frac{1}{LC} \frac{\partial^2 f(u)}{\partial u^2} = v^2 \frac{\partial^2 f(u)}{\partial u^2} \quad (6-74)$$

چنانچه  $v$  به صورت زیر باشد، معادله (۶-۶۸)، پاسخ معادله (۶-۶۷) خواهد بود:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (6-75)$$

ولتاژ بیان شده به وسیله معادله (۶-۶۸)، موجی سیار در جهت مثبت  $x$  می باشد. شکل (۶-۱۳) تابعی از  $(x - vt)$  را که مانند شکل موج ولتاژ سیار در طول خطی است که مورد صاعقه واقع شده، نشان می دهد. تابع در دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  نشان داده شده است که  $t_2 > t_1$  می باشد. یک ناظر متحرک که همراه موج روی خط حرکت می کند و بر نقطه ثابتی از موج سوار است، هیچ تغییر ولتاژی را در آن نقطه مشاهده نمی کند. از دید چنین ناظری:

$$x - vt = \text{ثابت}$$

بنابراین:

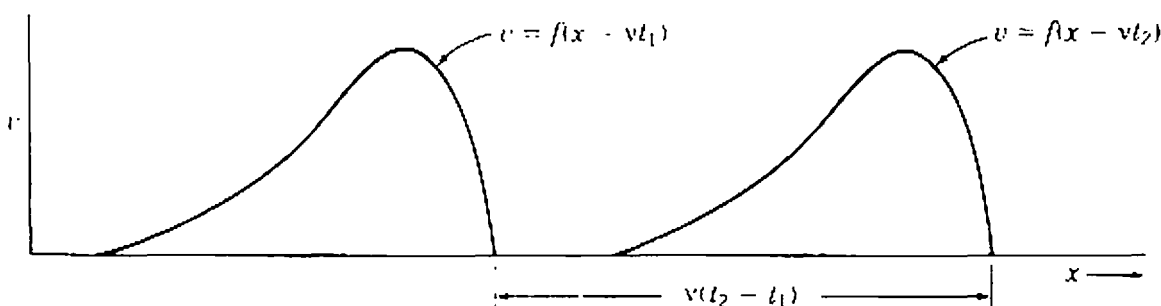
$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ m/s} \quad (6-76)$$

$L$  و  $C$  به ترتیب برحسب  $H/m$  و  $F/m$  هستند. بنابراین موج ولتاژ در جهت مثبت  $x$  با سرعت  $v$  حرکت می کند.

همچنین می توان نشان داد که تابعی از  $(x + vt)$ ، پاسخی بری معادله (۶-۶۷) بوده، با استدلالی مانند بالا، می تواند موج سیاری در جهت منفی  $x$  باشد. بنابراین پاسخ عمومی معادله (۶-۶۷) برابر است با:

$$v = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) \quad (6-77)$$

که پاسخی برای وقوع هم زمان مؤلفه های پیش رو و پس رو<sup>۱</sup> روی خط است. شرایط اولیه و مرزی



شکل ۶-۱۳ نمایش موج ولتاژی که تابعی از  $(x - vt)$  می باشد و در لحظه های  $t_1$  و  $t_2$  رسم شده است.

(مقدارهای معلوم در پایانه‌ها)، مقدارهای خاص هر مؤلفه را تعیین می‌کند.

اگر یک موج سیار پیش رو که موج تابشی نیز نامیده می‌شود، به صورت زیر نشان داده شود:

$$v^+ = f_1(x - vt) \quad (6-78)$$

موج جریان که ناشی از بارهای متحرک است، به صورت زیر نشان داده خواهد شد:

$$i^+ = \frac{1}{\sqrt{LC}} f_1(x - vt) \quad (6-79)$$

درستی رابطه بالا را با جایگذاری این مقدارهای ولتاژ و جریان در معادله (6-65) و در نظر گرفتن این حقیقت که  $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  است، می‌توان اثبات نمود.

به همین ترتیب برای موج سیار پس رو ولتاژ می‌توان نوشت:

$$v^- = f_2(x + vt) \quad (6-80)$$

جریان متناظر با آن برابر است با:

$$i^- = -\frac{1}{\sqrt{LC}} f_2(x + vt) \quad (6-81)$$

با توجه به معادله (6-68) و (6-79) می‌توان نوشت:

$$\frac{v^+}{i^+} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6-82)$$

و از معادله‌های (6-80) و (6-81):

$$\frac{v^-}{i^-} = -\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6-83)$$

اگر جهت مثبت جریان را برای  $i^-$  در جهت حرکت موج سیار پس رو در نظر بگیریم علامت منفی در معادله (6-81) و (6-83) به مثبت تبدیل می‌شود. اما در اینجا جهت مثبت  $x$  به عنوان جهت مثبت جریان برای هر دو موجب سیار پیش رو و پس رو در نظر گرفته می‌شود.

نسبت  $v^+$  به  $i^+$ ، امپدانس مشخصه  $Z_C$  خط نامیده می‌شود که به طور گسترده در بررسی پاسخ حالت مانای خطهای بلند مشاهده شد در آنجا،  $Z_C$  به صورت  $\sqrt{Z/Y}$  بیان شد و هنگام صفر بودن  $R$  و  $G$  برابر  $\sqrt{L/C}$  گردید.

## ۶-۱۲ بررسی حالت‌های گذرا: بازتابها<sup>۱</sup>

اکنون حالتی را در نظر می‌گیریم که ولتاژی به ابتدای یک خط انتقال، که به امپدانس  $Z_R$  ختم شده است، اعمال می‌شود. برای سادگی،  $Z_R$  مقاومتی خالص فرض گردد. اگر چنین نباشد، بایستی از تبدیل لاپلاس کمک گرفت. در این صورت تبدیل لاپلاس ولتاژ، جریان و امپدانس تابعی از متغیر  $s$  می‌باشد. هنگامی که کلید اعمال ولتاژ به خط، بسته می‌شود، موج ولتاژ  $v^+$  به همراه موج جریان  $i^+$  شروع به حرکت در طول خط می‌کند. نسبت ولتاژ  $v_R$  به  $i_R$  در انتهای خط، همواره برابر با مقاومت  $Z_R$  است. بنابراین رسیدن  $v^+$  و  $i^+$  به انتهای خط که در آنجا به ترتیب برابر  $v_R^+$  و  $i_R^+$  می‌باشند، باید باعث موجهای پس رو یا بازتابی شود که مقدارشان در انتهای خط برابر  $v_R^-$  و  $i_R^-$  است، به گونه‌ای که:

$$\frac{v_R}{i_R} = \frac{v_R^+ + v_R^-}{i_R^+ + i_R^-} = Z_R \quad (6-84)$$

$v_R^-$  و  $i_R^-$  مقدار موجهای بازتابی  $v^-$  و  $i^-$  در انتهای خط هستند. چنانچه  $Z_c = \sqrt{L/C}$  باشد، از معادله‌های (۶-۸۲) و (۶-۸۳) نتیجه می‌شود:

$$i_R^+ = \frac{v_R^+}{Z_c} \quad (6-85)$$

$$i_R^- = -\frac{v_R^-}{Z_c} \quad (6-86)$$

از جایگذاری این مقادارها به جای  $i_R^+$  و  $i_R^-$  در معادله (۶-۸۴)، می‌توان نوشت:

$$v_R^- = \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c} v_R^+ \quad (6-87)$$

تغییرات ولتاژ  $v_R^-$  نسبت به زمان در انتهای خط مانند تغییرات  $v_R^+$  نسبت به زمان است (اما با دامنه کوچک‌تر، مگر این که  $Z_R$ ، صفر یا بی‌نهایت باشد). ضریب بازتاب  $\rho_R$  برای ولتاژ انتهای خط به صورت  $\frac{v_R^-}{v_R^+}$  تعریف می‌شود. بنابراین برای ولتاژ می‌توان نوشت:

$$\rho_R = \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c} \quad (6-88)$$

1- reflections

2- reflection coefficient

با توجه به معادله‌های (۶-۸۵) و (۶-۸۶):

$$\frac{i_R^+}{i_R^-} = - \frac{v_R^+}{v_R^-} \quad (6-89)$$

بنابراین، ضریب بازتاب جریان، همیشه منفی ضریب بازتاب ولتاژ است.

اگر خط به امپدانس مشخصه‌اش،  $Z_C$  ختم شود، ضریب بازتاب ولتاژ و جریان صفر خواهد شد. در این حالت هیچ بازتابی وجود نداشته خط به صورت خطی با طول بی‌نهایت عمل می‌کند. تنها هنگامی که یک موج بازتابی به ابتدای خط برمی‌گردد، مشخص می‌شود که خط بی‌نهایت نیست و یا به امپدانس مشخصه‌اش،  $Z_C$  ختم نشده است. چنانچه انتهای خط اتصال کوتاه باشد،  $\rho_R$  برای ولتاژ برابر ۱- خواهد شد. اگر خط به مدار باز ختم شود،  $Z_R$  بی‌نهایت بوده،  $\rho_R$  از تقسیم صورت و مخرج معادله (۶-۸۸) بر  $Z_R$  و میل دادن  $Z_R$  به سمت بی‌نهایت، برابر ۱ به دست می‌آید.

در اینجا باید یادآور شد که موجهای سیار برگشتی از انتهای خط به ابتدای خط می‌توانند باعث بازتابهای جدید با ضریب بازتاب  $\rho_S$  در ابتدای خط شوند. چنانچه امپدانس ابتدای خط  $Z_S$  باشد، معادله (۶-۸۸) به صورت زیر در می‌آید:

$$\rho_S = \frac{Z_S - Z_C}{Z_S + Z_C} \quad (6-90)$$

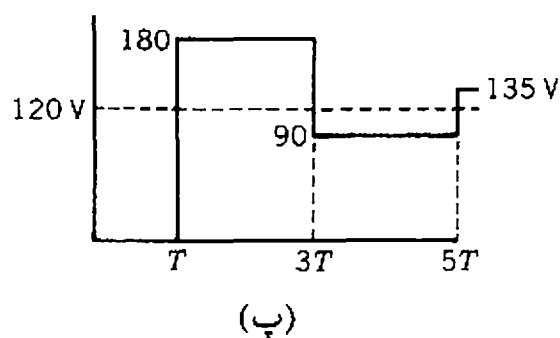
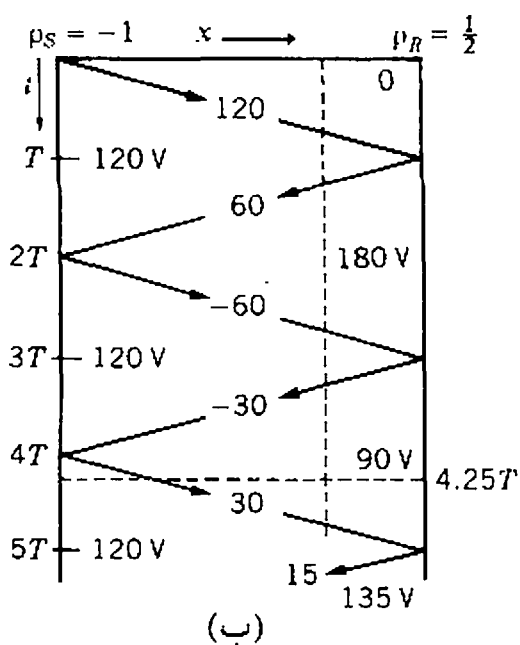
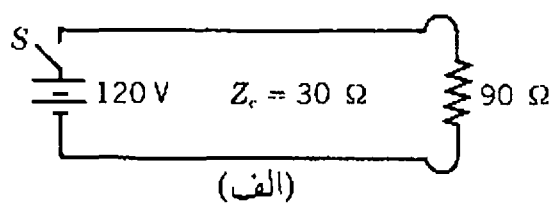
ولتاژ اعمال شده به خط، هنگامی که امپدانس ابتدای خط  $Z_S$  است، برابر ولتاژ ضرب در  $Z_C/(Z_S+Z_C)$  می‌باشد. معادله (۶-۸۲) نشان می‌دهد که موج تابشی ولتاژ در برابر خود امپدانس  $Z_C$  را می‌بیند و هنگام اتصال منبع به خط،  $Z_C$  و  $Z_S$  به صورت سری، به عنوان تقسیم‌کننده ولتاژ عمل می‌کنند.

**مثال ۶-۸** یک منبع  $dc$  با ولتاژ  $120V$  با مقاومت داخلی ناچیز، از طریق کلید  $S$  به یک خط انتقال بدون تلفات با  $Z_C = 30\Omega$  وصل شده است. خط به مقاومت  $90\Omega$  ختم می‌شود. اگر کلید در لحظه  $t = 0$  بسته شود،  $v_R$  را نسبت به زمان تا لحظه  $t = 5T$  رسم کنید.  $T$  زمانی است که موج ولتاژ، طول خط را طی می‌کند. مدار در شکل (الف ۶-۱۴) نشان داده شده است.

**پاسخ:** هنگامی که کلید  $S$  بسته می‌شود، موج تابشی ولتاژ شروع به حرکت در طول خط کرده با معادله زیر بیان می‌شود:

$$v = 120U(vt - x)$$

$U(vt - x)$  تابع پله واحد است که در صورت منفی بودن  $(vt - x)$ ، صفر و در صورت مثبت بودن آن.



شکل ۶-۱۴ نمودار مداری، نمودار نردبانی و منحنی تغییرات ولتاژ نسبت به زمان برای مثال (۶-۸) که در آن مقاومت انتهای خط  $90\Omega$  است.

برابر یک است. با امیدانس  $Z_c = 30\Omega$  در برابر موج تابشی، مقاومت منبع صفر و  $v^+ = 120V$  ضریب بازتاب برابر خواهد بود با:

$$\rho_R = \frac{90 - 30}{90 + 30} = \frac{1}{2}$$

هنگام رسیدن  $v^+$  به انتهای خط، موج بازتابی با مقدار زیر شروع می شود:

$$v^- = \left(\frac{1}{2}\right) 120 = 60V$$

و بنابراین:

$$v_R = 120 + 60 = 180V$$

در لحظه  $t = 2T$ ، موج بازتابی به ابتدای خط می رسد که در آنجا ضریب بازتابی  $\rho_S$  از معادله (۶-۹۰)



به دست می‌آید. خط برای موج بازتابی به امپدانس  $Z_S$  ختم می‌شود که مقدار آن صفر است. بنابراین:

$$\rho_S = \frac{0 - 30}{0 + 30} = -1$$

و یک موج بازتابی  $60V$ - به طرف انتهای خط شروع به حرکت می‌کند، تا ولتاژ ابتدای خط را برابر  $120V$  نگه دارد. این موج جدید در لحظه  $t = 3T$  به انتهای خط رسیده و موج بازتابی زیر به سمت ابتدای خط فرستاده می‌شود:

$$\frac{1}{2}(-60) = -30V$$

و ولتاژ انتهای خط برابر خواهد بود با:

$$v_R = 180 - 60 - 30 = 90V$$

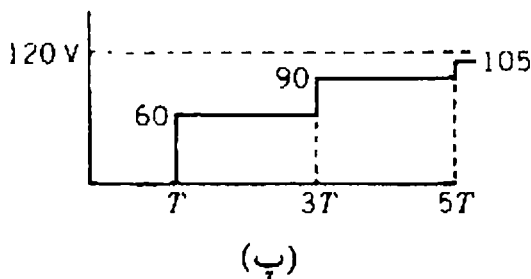
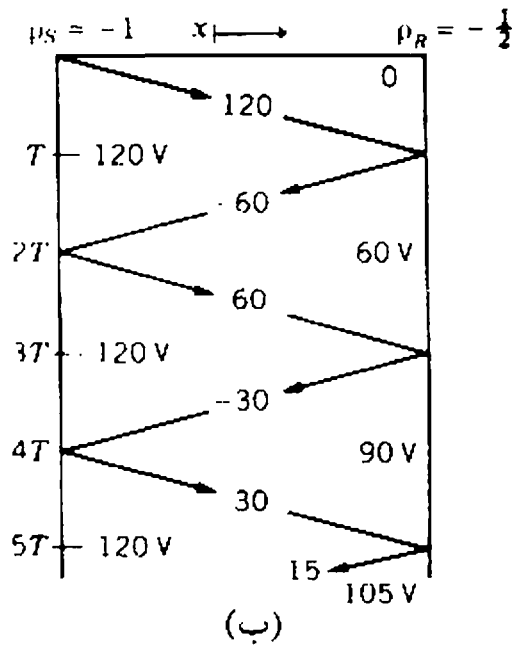
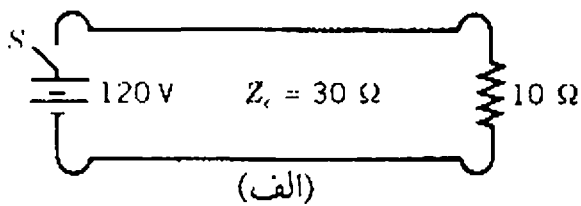
نمودار نردبانی<sup>۱</sup> شکل (ب ۱۴-۶) بهترین روش برای دنبال کردن بازتابهای مختلف موج ولتاژ است. در این نمودار، زمان روی محور عمودی و برحسب بازه‌های زمانی  $T$  سنجیده می‌شود. بر روی خطهای مایل مقدار ولتاژهای تابشی و بازتابی نشان داده شده است. در فاصله بین خطهای مایل، مجموع همه موجهای بالای آن فاصله و جریان یا ولتاژ هر نقطه آن ناحیه از نمودار نشان داده شده است. برای مثال در نقطه‌ای که  $x$  آن، برابر با سه چهارم طول خط و  $t = 4/25T$  است، محل برخورد خطوط خط چین در ناحیه‌ای قرار دارد که ولتاژ  $90V$  را نشان می‌دهد.

شکل (پ ۱۴-۶) تغییرات ولتاژ انتهای خط نسبت به زمان را نشان می‌دهد. ولتاژ به سمت مقدار مانای خود که  $120V$  است میل می‌کند.

می‌توان نمودار نردبانی جریان را نیز رسم کرد. اما لازم به یادآوری است که ضریب بازتاب جریان، همیشه منفی ضریب بازتاب ولتاژ است.

چنانچه مقاومت انتهای خط مثال (۸-۶) همچنان که در شکل (الف ۱۵-۶) نشان داده شده به  $10\Omega$  کاهش یابد، نمودار نردبانی و ولتاژ آن مانند شکل (ب ۱۵-۶) و (پ ۱۵-۶) خواهد شد. در این حالت مقاومت  $10\Omega$  باعث منفی شدن ضریب بازتاب ولتاژ می‌شود که همیشه در صورت کوچکتر بودن  $Z_R$  از  $Z_C$  برای بارهای مقاومتی، این گونه است. چنان که شکل‌های (۱۴-۶) و (۱۵-۶) نشان می‌دهد،  $\rho_R$  منفی باعث می‌شود که ولتاژ انتهای خط به صورت تدریجی به  $120V$  برسد در صورتی که،  $\rho_R$  مثبت باعث جهش ولتاژ به مقداری بیش از ولتاژ اعمالی اولیه به ابتدای خط می‌شود.

1- lattice diagram



شکل ۶-۱۵ نمودار مداری، نمودار نردبانی و منحنی تغییرات ولتاژ نسبت به زمان هنگامی که مقاومت انتهای خط مثال (۶-۸) به  $10\Omega$  کاهش یابد.

بازتابهای موج تنها در پایانه‌های خط صورت نمی‌گیرد. اگر یک خط به خط دومی با امپدانس مشخصه متفاوت وصل شود، مانند اتصال خط هوایی به کابل زیرزمینی، موج تابشی در محل اتصال به گونه‌ای رفتار می‌کند که گویی خط اول به امپدانس  $Z_c$  خط دوم ختم شده است. اما بخشی از موج تابشی که باز نمی‌گردد (موج شکسته شده)، در ابتدای خط دوم به حرکت در می‌آید و در انتهای این خط باعث پدید آمدن موج بازتابی می‌شود. دو شاخه شدن خط نیز باعث بازتاب و شکست موجها می‌شود. اکنون روشن شد که بررسی دقیق حالت‌های گذرا در خط انتقال عموماً مسألهٔ مشکلی است. اما دیدیم که یک ضربهٔ ولتاژ مانند آنچه که در شکل (۶-۱۳) نشان داده شده است، هنگام رویارویی با امپدانس انتهای خط بدون تلفات (برای مثال رسیدن به شینهٔ یک ترانسفورماتور)، باعث برگشت موج ولتاژی با همان شکل به سمت منبع ضربه می‌شود. اگر امپدانس انتهای خط اتصال کوتاه یا مدار باز نباشد، دامنهٔ موج بازتابی کاهش می‌یابد، اما اگر  $Z_R$  بزرگتر از  $Z_c$  باشد، ماکزیمم ولتاژ در انتهای خط بزرگتر از - حدود دو برابر - ماکزیمم ولتاژ ضربه خواهد بود.

تجهیزات انتهای خط، به وسیله بازدارنده ضربه<sup>۱</sup> که برق گیر<sup>۲</sup> و منحرف کننده ضربه<sup>۳</sup> نیز نامیده می شوند، محافظت می گردد. یک برق گیر ایده‌ال که از خط به نقطه خنثی وصل شده باید (الف) در ولتاژی بالاتر از ولتاژ نامی خود هادی شود، (ب) افت ولتاژ دو سر خود را به مقدار طراحی شده محدود کند، و (پ) هنگامی که ولتاژ به خنثی به زیر مقدار طراحی شده برسد، هدایت به زمین را قطع کند.

در آغاز، برق گیرها یک شکاف هوایی بودند. در این نوع ضربه گیر، هنگامی که ولتاژ ضربه‌ای به مقداری که شکاف هوایی برای آن طراحی شده است می‌رسد، قوس الکتریکی ایجاد شده از طریق مسیری یونیزه شده که در اصل اتصال کوتاه است، به زمین منتهی می‌شود. اما پس از پایان یافتن موج ضربه‌ای نیز جریان  $60\text{ Hz}$  تولیدی مولدها هنوز از طریق قوس الکتریکی به زمین جاری می‌شود. این قوس الکتریکی تنها با عمل کردن مدار شکنها قطع می‌شود.

برق گیرهایی که توانایی قطع جریان  $60\text{ Hz}$  را پس از هدایت جریان ضربه‌ای به زمین داشته باشند، بعدها طراحی شدند. این برق گیرها از مقاومتهای غیرخطی که با فاصله هوایی دارای وسایل خاموش کننده قوس الکتریکی، سری شده‌اند، ساخته می‌شود. مقدار مقاومت غیرخطی با افزایش ولتاژ به سرعت کاهش می‌یابد. نمونه این مقاومتهای از کربید سیلیکن ساخته شده، جریانی متناسب با توان چهارم ولتاژ روی مقاومت را هدایت می‌کند. هنگامی که در فاصله هوایی به علت ضربه ولتاژ، قوس الکتریکی ایجاد می‌شود، مسیری با مقاومت کم از طریق مقاومت غیرخطی برای عبور جریان به زمین پدید می‌آید. پس از پایان ضربه و بازگشت ولتاژ برق‌گیر به ولتاژ عادی خط به خنثی، مقاومت جریان قوس الکتریکی را محدود می‌کند تا فاصله هوایی بتواند آن را حذف کند. خاموش کردن قوس معمولاً با افزودن طول قوس بین صفحات عایق به کمک یک میدان مغناطیسی و در نتیجه خنک کردن و غیر یونیزه کردن مسیر آن صورت می‌گیرد.

در جدیدترین برق گیرهای ضربه، به جای کربید سیلیکن از اکسید روی استفاده شده است. افت ولتاژ مقاومت اکسید روی، در گستره بسیار وسیعی از جریان به شدت ثابت است، بنابراین مقاومت آن در ولتاژ عادی خط به اندازه‌ای بالاست که برای محدود کردن عبور جریان  $60\text{ Hz}$  در ولتاژ عادی نیازی به فاصله هوایی سری ندارد.<sup>۴</sup>

### ۱۳-۶ انتقال جریان مستقیم

انتقال انرژی به وسیله جریان مستقیم در مقایسه با انتقال ac تنها هنگامی اقتصادی است که هزینه

1- surge arresters

2- arresters

3- surge diverters

۴- به مقاله "جزئیات تازه در طراحی برقگیر پستها" نوشته ای. سی. ساک شانگک، جی. اس کرسج و اس. آ. مایسک در نشریه Transactions on power Apparatus and systems, vol.PAS-96, no.2, March/April (1977, PP.647- 656. مراجعه شود.

فوق العاده بالای تجهیزات پایانه‌های خط dc با کاهش هزینه خود خط برابری کند. مبدلهایی که در دو انتهای خط وجود دارند، هم به عنوان یکسوساز برای تبدیل جریان متناوب تولید شده به جریان مستقیم و هم به عنوان اینورتر برای تبدیل دوباره جریان مستقیم به جریان متناوب به کار می‌روند تا انرژی الکتریکی بتواند در هر دو جهت از خط بگذرد.

سال ۱۹۵۴ به عنوان تاریخ شروع انتقال dc با شیوه‌ای جدید، شناخته می‌شود. در این تاریخ یک خط انتقال dc با ولتاژ ۱۰۰ kV از واستروویک در سوئد تا ویسبی در جزیره گوتلند به طول ۱۰۰ Km (mi) (۶۲/۵) در عرض دریای بالتیک شروع به کار کرد. البته خیلی پیش از این، تجهیزات مبدل استاتیک برای اتصال سیستم ۶۰ Hz به ۲۵ Hz که در اصل خط انتقال جریان مستقیمی به طول صفر بود، به کار می‌رفت. در ایالات متحده، یک خط dc که در ولتاژ ۸۰۰ kV کار می‌کند، قدرت تولید شده در پاسیفیک نورث وست را به بخش جنوبی کالیفرنیا انتقال می‌دهد. با کاهش روز افزون هزینه تجهیزات مبدلهای استاتیکی در مقایسه با هزینه ساخت خط، کمترین طول اقتصادی خط نیز کاهش می‌یابد و این مقدار اکنون به مقدار ۶۰۰ Km (۳۷۵ mi) رسیده است.

در سال ۱۹۷۷، خط dc برای انتقال قدرت از نیروگاهی که با سوخت ذغال سنگ در مرکز داکوتای شمالی کار می‌کرد تا نزدیکی دالاس مینه‌سوتا، در فاصله‌ای معادل ۷۴۰ Km (۴۶۰ mi)، مورد استفاده قرار گرفت. مطالعه‌های ابتدایی برای این خط نشان داد که خط dc به همراه تجهیزات پایانه‌ای، حدود ۳۰٪ ارزانتر از خط ac مشابه با تجهیزات کمکی است. این خط در ولتاژ  $\pm 250 \text{ kV}$  (۵۰۰ kV) خط به خط) کار کرده، ۵۰۰ MW را انتقال می‌دهد.

خطهای جریان مستقیم از دو هادی با پتانسیل مثبت و منفی یکسان نسبت به زمین تشکیل می‌شوند. چنین خطی را دو قطبی<sup>۱</sup> می‌نامند. خط dc می‌تواند تنها با یک هادی نیز کار کند. مسیر برگشت زمین است که مقاومت بسیار کمتری در برابر جریان dc، نسبت به ac دارد. در این حالت، یا حالت زمین شدن هادی برگشت، خط را تک قطبی<sup>۲</sup> می‌نامند.

انتقال dc، علاوه بر پایین بودن هزینه آن در مسافتهای طولانی، برتریهای دیگری نیز دارد. مشکل افت ولتاژ تا حدودی برطرف می‌شود، زیرا در فرکانس صفر، عامل  $\omega L$  که در خط ac یکی از مهمترین عوامل افت ولتاژ است از بین می‌رود. یکی دیگر از برتریهای جریان مستقیم این است که در هنگام زمین شدن ناخواسته یکی از هادیهای خط می‌توان از خط به صورت تک قطبی بهره‌برداری کرد.

از آن جا که در مسافتهای بیش از ۵ Km امکان استفاده از انتقال ac زیرزمینی به علت افزایش بیش از حد جریان باردار کننده ممکن نیست، برای انتقال قدرت بین بریتانیای کبیر و فرانسه از زیر کانال مانژ از جریان مستقیم استفاده گردید. بهره‌برداری از جریان مستقیم در این رابطه، مشکل همزمانی (سنکرون

1- bipolar

2- monopolar

بودن) سیستمهای ac کشور را نیز همراه نداشت.

هنوز امکان برقراری شبکه‌های برق جریان مستقیم وجود ندارد، چون در مقایسه با مدار شکنهای پیشرفته ac، مدار شکن dc کارآمدی طراحی نشده است. مدار شکنهای ac می‌توانند به علت دوبرابر صفر شدن جریان در هر سیکل به آسانی و بدون جرقه مدار را در حال عبور جریان قطع کنند. جهت و مقدار توان را در خط dc، می‌توان به وسیله مبدلهایی که در آنها از یکسوکننده‌های نیمه هادی<sup>۱</sup> (SCR) به جای یکسوکننده‌های جیوه‌ای با قوس الکتریکی<sup>۲</sup> استفاده شده است، کنترل کرد. یک واحد یکسوکننده می‌تواند تا دو بیست SCR را دارا باشد.

برتری دیگر جریان مستقیم، کوچک بودن گذرگاه مورد نیاز برای هادیهای خط می‌باشد. فاصله بین دو هادی خط 500 kV داکوتای شمالی به دالاس، 25 فوت است، در صورتی که فاصله هادیهای کناری خط ac 500 kV شکل (1-6)، 60/5 فوت می‌باشد. ملاحظه دیگر، ولتاژ قله<sup>۳</sup> خط ac، یعنی  $707 \text{ kV} = 500 \times \sqrt{2}$  است. بنابراین خط نیاز به عایق‌بندی بیشتری بین دکل و هادیها و ارتفاع بیشتر نسبت به زمین دارد.

بنابراین نتیجه می‌گیریم که انتقال dc نسبت به جریان متناوب برتریهای فراوانی دارد، اما انتقال dc بجز برای خطهای طولانی، کاربرد چندانی ندارد، چون در dc، جانشین مناسبی برای مدار شکنهای ac جهت محافظت و کلید زنی سیستم یافت نمی‌شود. همچنین ابزاری که بتوان با آن به آسانی سطح ولتاژ را تغییر داد، مانند ترانسفورماتور در سیستمهای dc، وجود ندارد.

## ۱۴-۶ چکیده

معادله‌های (۳۵-۶) و (۳۶-۶) که برای خط بلند ارائه شدند، برای هر طولی معتبر هستند. اما تقریبهایی که برای خط کوتاه و متوسط ارائه شد در صورت نبود رایانه، تحلیل را آسانتر می‌کنند. نمودار دایره‌ای، هم به دلیل ارزش آموزشی آن در نشان دادن بیشترین قدرت قابل انتقال در یک خط و هم نشان دادن اثر ضریب توان روی بار یا اثر افزودن خازن، بررسی شد.

تابتهای ABCD، راهی آسان برای نوشتن معادله‌ها به شکلی ساده‌تر و حل مسائلی که به نوعی با ساده‌تر کردن شبکه‌ها سروکار دارد، می‌باشد. سودمندی آنها در مبحث جبران سازی راکتیو موازی و سری بیشتر آشکار می‌شود.

بررسی ساده‌ای در مورد حالت‌های گذرای خط بدون تلفات با منبع dc انجام گرفت تا پیچیده بودن مطالعه حالت‌های گذرای ناشی از صاعقه و کلید زنی در سیستمهای قدرت آشکار گردد.

1- semi conductor rectifier      2- grid - controlled mercury - arc devices.  
3- peak

## مسأله‌ها

- ۶-۱ یک خط سه فاز تک مداره  $60\text{ Hz}$  با طول  $18\text{ Km}$ ، دارای هادیهای partridge با فاصله گذاری یکسان  $1/6\text{ m}$  بین مرکزها می‌باشد. خط،  $2500\text{ kw}$  را با ولتاژ  $11\text{ kV}$  به بار متعادل تحویل می‌دهد. درجه حرارت سیم  $5^\circ\text{C}$  است.  
 (الف) امپدانس سری هر فاز خط را پیدا کنید.  
 (ب) ولتاژ ابتدای خط با ضریب توان؛ (۱)  $0.8$  پس فاز؛ (۲) واحد؛ (۳)  $0.9$  پیش فاز چقدر خواهد شد.  
 (پ) درصد تنظیم ولتاژ خط را برای ضریب توانهای بالا به دست آورید.  
 (ت) نمودار فازوری خط را برای نشان دادن رفتار خط در همه حالتها رسم کنید.
- ۶-۲ یک خط انتقال سه فاز تک مداره  $100$  مایلی،  $55\text{ MVA}$  با ضریب توان  $0.8$  پس فاز در ولتاژ  $132\text{ kV}$  (خط به خط) را به بار تحویل می‌دهد. خط از هادیهای Drake با فاصله گذاری تخت  $11/9$  بین هادیهای مجاور تشکیل شده است. درجه حرارت سیم  $5^\circ\text{C}$  فرض شود.  
 (الف) امپدانس سری و ادمیتانس موازی خط را پیدا کنید.  
 (ب) ثابتهای ABCD خط را به دست آورید.  
 (پ) ولتاژ، جریان، توانهای حقیقی و مجازی ابتدای خط و ضریب توان را به دست آورید.  
 (ت) درصد تنظیم ولتاژ خط چقدر است.
- ۶-۳ ثابتهای ABCD مدار  $\pi$  را با مقاومت  $600\ \Omega$  در شاخه موازی ابتدای خط، مقاومت  $1\ \text{K}\Omega$  در شاخه موازی انتهای خط و مقاومت  $80\ \Omega$  در شاخه سری، به دست آورید.
- ۶-۴ ثابتهای ABCD یک انتقال سه فاز برابر است با:

$$A = D = 0.936 + j0.016 = 0.936 \angle 0.98^\circ$$

$$B = 33.5 + j138 = 142.0 \angle 76.4^\circ \ \Omega$$

$$C = (-5.18 + j914) \times 10^{-6} \text{ S}$$

بار انتهای خط،  $50\text{ Mw}$  در  $220\text{ kV}$  با ضریب توان  $0.9$  پس فاز می‌باشد. اندازه ولتاژ ابتدای خط و تنظیم ولتاژ را به دست آورید. اندازه ولتاژ ابتدای خط ثابت فرض شود.

- ۶-۵ یک خط سه فاز تک مداره  $70\text{ mi}$  دارای هادیهای ostrich با فاصله گذاری تخت است. فاصله بین هادیهای مجاور  $15\text{ ft}$  می‌باشد. خط بار  $60\text{ Mw}$ ،  $230\text{ kV}$  با ضریب توان  $0.8$  پس فاز را تغذیه می‌کند.

(الف) سبناهای  $230\text{ kV}$ ،  $100\text{ MVA}$  را به کاربرده، امپدانس سری و ادمیتانس موازی خط را

برحسب پریونیت به دست آورید.

(ب) ولتاژ، جریان، توان حقیقی، مجازی و ضریب توان ابتدای خط را برحسب پریونیت و واحدهای متناظر پیدا کنید.

(پ) درصد تنظیم ولتاژ خط چقدر است.

۶-۶ یک خط سه فاز تک مداره دارای هادیهای Parakeet با فاصله گذاری تخت است. فاصله بین هادیهای مجاور ۱۹/۸۵ft است. امپدانس مشخصه و ثابت انتشار خط را در فرکانس ۶۰Hz و دمای ۵۰°C به دست آورید.

۶-۷ به کمک معادله‌های (۶-۲۳) و (۶-۲۴) نشان دهید که اگر یک خط به امپدانس مشخصه اش  $Z_c$  ختم شود، امپدانس دیده شده از ابتدای خط، مستقل از طول خط، همان  $Z_c$  خواهد بود.

۶-۸ یک خط انتقال ۲۰۰mi دارای کمیت‌های زیر در فرکانس ۶۰Hz است:

$$\text{در هر فاز } r = 0.21 \Omega/\text{mi} = \text{مقاومت } r$$

$$\text{در هر فاز } x = 0.778 \Omega/\text{mi} = \text{راکتانس سری } x$$

$$\text{در هر فاز } b = 5.42 \times 10^{-6} \text{ S/mi} = \text{سوسپتانس موازی } b$$

(الف) ثابت تضعیف  $\alpha$ ، طول موج  $\lambda$  و سرعت انتشار خط را در فرکانس ۶۰Hz پیدا کنید.

(ب) اگر انتهای خط مدار باز و ولتاژ انتهای آن ۱۰۰ kV خط به خط باشد، به کمک معادله‌های

(۶-۲۶) و (۶-۲۷)، مؤلفه‌های تابشی و بازتابی ولتاژ و جریان ابتدای خط را پیدا کنید.

(پ) و در نتیجه، ولتاژ و جریان ابتدای خط را به دست آورید.

۶-۹  $\cosh\theta$  و  $\sinh\theta$  را به ازای  $\theta = 0.5 \angle 82^\circ$  پیدا کنید.

۶-۱۰ به کمک معادله‌های (۶-۱)، (۶-۲)، (۶-۱۰) و (۶-۳۷) نشان دهید که برای ثابت‌های عمومی هر

سه مدل خط انتقال می‌توان نوشت:

$$AD - BC = 1$$

۶-۱۱ ولتاژ، جریان و ضریب توان ابتدای خط مثال (۶-۳)، به ترتیب برابر ۲۶۰kV خط به خط،

۳۰۰A و ۰/۹ پس فاز به دست آمد. ولتاژ، جریان و ضریب توان انتهای این خط را پیدا کنید.

۶-۱۲ یک خط انتقال سه فاز ۶۰Hz، ۱۷۵mi طول دارد. امپدانس سری کل آن  $35 + j140 \Omega$  و

ادمیتانس موازی آن  $930 \times 10^{-6} \angle 90^\circ \text{ S}$  می‌باشد. این خط، ۴۰MW را در ۲۲۰kV با ضریب

توان ۰/۹۰ پس فاز تحویل می‌دهد. ولتاژ را در ابتدای خط به کمک (الف) تقریب خط کوتاه،

(ب) تقریب  $\pi$  نامی و (پ) معادله خط بلند، به دست آورید.

۶-۱۳ درصد تنظیم ولتاژ خط مسأله (۶-۱۲) را پیدا کنید. ولتاژ ابتدای خط ثابت میماند.

۶-۱۴ یک خط انتقال ۶۰Hz سه فاز، ۲۵۰ mi طول دارد. ولتاژ ابتدای خط ۲۲۰kV است. کمیت‌های خط برابر  $R = ۰٫۲ \Omega/mi$ ،  $X = ۰٫۸ \Omega/mi$  و  $Y = ۵٫۳ \mu S/mi$  می‌باشد. جریان ابتدای خط را در حالت بی‌باری به دست آورید.

۶-۱۵ اگر بار خط مسئله (۶-۱۴)، ۸۰Mw، ۲۲۰kV با ضریب توان واحد باشد، جریان، ولتاژ و توان ابتدای خط چقدر خواهد شد. با فرض ثابت بودن ولتاژ ابتدای خط، درصد تنظیم ولتاژ را برای بار مورد نظر به دست آورید.

۶-۱۶ خط انتقال سه فازی ۳۰۰ mi طول داشته بار ۴۰۰ MVA را با ضریب توان ۰٫۸ پس فزدر ولتاژ ۳۴۵ kV تغذیه می‌کند. ثابت‌های ABCD خط برابر است با:

$$A = D = ۰٫۸۱۸۰ \angle ۱٫۳^\circ$$

$$B = ۱۷۲٫۲ \angle ۸۴٫۲^\circ \Omega$$

$$C = ۰٫۰۰۱۹۳۳ \angle ۹۰٫۴^\circ S$$

(الف) ولتاژ خط به خنثی ابتدای خط، جریان ابتدای خط و درصد تنظیم ولتاژ را در بار کامل به دست آورید.

(ب) ولتاژ خط به خنثی در انتهای خط، جریان انتهای خط و درصد تنظیم ولتاژ را در حالت بی‌باری پیدا کنید.

۶-۱۷ درستی معادله (۶-۵۰) را با جایگذاری شکل نمایی تابعهای هذلولوی، نشان دهید.

۶-۱۸ مدار  $\pi$  معادل خط مسئله (۶-۱۲) را تعیین کنید.

۶-۱۹ از معادله‌های (۶-۱) و (۶-۲) استفاده کرده، شکل ساده‌تری برای معادله‌های (۶-۵۷) و (۶-۵۸) جهت خط انتقال کوتاه در حالت‌های زیر به دست آورید:

(الف) راکتانس سری  $X$  و مقاومت سری  $R$

(ب) راکتانس سری  $X$  و مقاومت ناچیز.

۶-۲۰ ایجاد مسیر برای مدارهای انتقال در منطقه‌های شهری دشوار بوده و خط‌های موجود نیز، نیاز به

تعویض هادیها با هادی بزرگتر و عایق‌بندی دوباره برای ولتاژ بالاتر دارند. مسائل حرارتی و

بیشترین قدرت قابل انتقال به وسیله خط از نکات قابل توجه میباشد. یک خط ۱۳۸kV،

۵۰Km طول داشته، از هادیهای partridge با فاصله‌گذاری تخت ۵m بین هادیهای مجاور،

تشکیل شده است. از مقاومت چشم پوشی کرده، درصد افزایش قدرت قابل انتقال را برای  $|V_s|$

و  $|V_R|$  ثابت، هنگامی که  $\delta$  به  $۴۵^\circ$  محدود می‌شود در حالت‌های زیر به دست آورید:

(الف) به جای هادی partridge، هادی osprey که سطح مقطع آلومینیوم آن برحسب میلی‌متر

مربع دو برابر است، قرار گیرد.



(ب) با افزودن یک هادی partridge دیگر، خطی گروهی که فاصله هادیهای هر گروهش از هم ۴۰ cm و فاصله مرکز تا مرکز گروهها ۵m باشد، تشکیل شود.

(پ) اگر ولتاژ خط اولیه تا ۲۳۰ kV بالا رفته و فاصله گذاری هادیها ۸m شود.

۶-۲۱ نمودار دایره‌ای قدرت انتهای خط مسئله (۶-۱۲) را مانند شکل (۶-۱۱) رسم کنید. محل نقطه متناظر با بار مسئله (۶-۱۲) و مرکز دایره‌های مربوط به مقادیرهای گوناگون  $|V_S|$  را به ازای  $|V_R| = ۲۲۰ \text{ kV}$  بر روی این نمودار نشان دهید. دایره‌ای را که از نقطه بار می‌گذرد، رسم کنید.  $|V_S|$  را از شعاع این دایره پیدا کرده، این مقدار را با مقدار به دست آمده در مسئله (۶-۱۲) مقایسه کنید.

۶-۲۲ یک خازن سنکرون<sup>۱</sup> با بار مسئله (۶-۱۲) موازی می‌شود تا ضریب توان انتهای خط را اصلاح نماید. ولتاژ ابتدای خط همواره به گونه‌ای تنظیم می‌شود که ولتاژ انتهای خط در ۲۲۰ kV ثابت بماند. به کمک نمودار دایره‌ای قدرت مسئله (۶-۲۱)، ولتاژ ابتدای خط و توان مجازی تغذیه شده به وسیله خازن سنکرون را هنگامی که ضریب توان در انتهای خط، (الف) واحد و (ب) ۰/۹ پیش فاز است، به دست آورید.

۶-۲۳ یک مجموعه خازن سری با راکتانس  $۱۴۶/۶ \Omega$  در نقطه میانی خط ۳۰۰ mi مسئله (۶-۱۶) نصب می‌شود. ثابتهای ABCD برای هر ۱۵۰ mi از خط برابر است با:

$$A = D = ۰/۹۵۳۴ \angle ۰/۳^\circ$$

$$B = ۹۰/۳۳ \angle ۸۴/۱^\circ \Omega$$

$$C = ۰/۰۰۱۰۱۴ \angle ۹۰/۱^\circ \text{ S}$$

(الف) ثابتهای ABCD معادل ترکیب پشت سر هم خط - خازن - خط را به دست آورید (جدول الف - ۶ ضمیمه را ببینید).

(ب) مسئله (۶-۱۶) را به کمک این ثابتها دوباره حل کنید.

۶-۲۴ ادمیتانس موازی یک خط انتقال ۳۰۰ mi برابر است با:

$$y_c = ۰ + j۶/۸۷ \times ۱۰^{-۶} \text{ S/mi}$$

ثابتهای ABCD راکتور موازی را که ۶۰٪ ادمیتانس موازی کل را جبران کند، به دست آورید.

۶-۲۵ یک راکتور موازی ۲۵۰ Mvar، ۳۴۵ kV که ادمیتانس آن  $۰/۰۰۲۱ \angle -۹۰^\circ \text{ S}$  می‌باشد به انتهای خط ۳۰۰ mi مسئله (۶-۱۶) در حالت بی‌باری وصل شده است.

1- synchronous condenser

(الف) ثابتهای ABCD معادل خط را که با راکتور موازی سری شده است، به دست آورید (جدول الف-۶ ضمیمه را ببینید).

(ب) قسمت (ب) مسأله (۶-۱۶) را به کمک این ثابتهای ABCD معادل و ولتاژ ابتدای خط به دست آمده در مسأله (۶-۱۶)، دوباره حل کنید.

۶-۲۶ نمودار نردبانی جریان و منحنی تغییرات جریان نسبت به زمان را در ابتدای خط مثال (۶-۸) در حالتی که انتهای خط، (الف) مدار باز و (ب) اتصال کوتاه باشد، رسم کنید.

۶-۲۷ منحنی تغییرات ولتاژ نسبت به زمان را برای خط مثال (۶-۸) در نقطه‌ای به فاصله یک چهارم طول خط از ابتدای خط و در حالتی که خط به مقاومت  $10\Omega$  ختم می‌شود، رسم کنید.

۶-۲۸ مثال (۶-۸) را در صورت وجود مقاومت  $54\Omega$  سری با منبع دوباره حل نمایید.

۶-۲۹ ولتاژ یک منبع dc، با بستن کلید به یک خط انتقال هوایی اعمال می‌شود. انتهای خط هوایی به یک کابل زیرزمینی وصل است، فرض کنید خط و کابل بدون تلفات بوده و ولتاژ اولیه در طول خط  $v^+$  می‌باشد. اگر امپدانس مشخصه خط و کابل به ترتیب،  $400\Omega$  و  $50\Omega$  و انتهای کابل مدار باز باشد، مقادیرهای زیر را برحسب  $v^+$  به دست آورید:

(الف) ولتاژ نقطه اتصال خط و کابل را درست پس از رسیدن موج تابشی.

(ب) ولتاژ انتهای باز کابل را درست پس از رسیدن اولین موج ولتاژ.

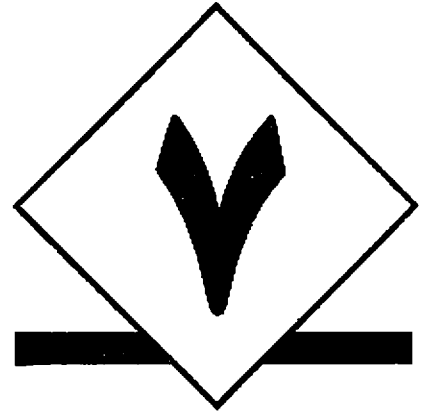
۶-۳۰ منبع ولتاژ dc،  $V_s$  با مقاومت داخلی  $R_s$  از طریق کلید به یک خط بدون تلفات با امپدانس مشخصه  $R_c$  وصل شده است. خط به مقاومت  $R_R$  ختم می‌شود. مدت عبور ولتاژ از طول خط برابر  $T$  است. کلید در  $t = 0$  بسته می‌شود.

(الف) یک نمودار نردبانی رسم کنید که ولتاژ خط را در دوره  $t = 0$  تا  $t = 7T$  نشان دهد. مؤلفه‌های ولتاژ را برحسب  $V_s$  و ضریبهای انعکاس  $\rho_R$  و  $\rho_S$  نشان دهید.

(ب) ولتاژ انتهای خط را در  $2T$  و  $4T$  و  $6T$  و  $t = 0$  و در نتیجه در  $t = 2nT$  به دست آورید.  $n$  عددی غیر منفی است.

(پ) و در نتیجه، ولتاژ حالت مانا را در انتهای خط برحسب  $V_s$ ،  $R_s$ ،  $R_R$  و  $R_c$  به دست آورید.

(ت) درستی پاسخ قسمت (پ) را با در نظر گرفتن سیستم به عنوان یک مدار dc ساده بررسی کنید. (یادآوری می‌شود که خط بدون تلفات است و سلف و خازن در برابر ولتاژ dc به ترتیب به صورت اتصال کوتاه و مدار باز رفتار می‌کنند).



## بررسی پخش توان<sup>۱</sup>

بررسی پخش توان همانطور که در بهره‌برداری بهینه از سیستم‌های قدرت موجود اهمیت دارد در برنامه‌ریزی و توسعه آینده سیستم‌های قدرت نیز از اهمیت زیادی برخوردار است. اطلاعات اساسی که از مطالعه پخش توان به دست می‌آید عبارتند از دامنه و زاویه فاز ولتاژ در هر شینه و توان حقیقی و مجازی که از خط عبور می‌کند. علاوه بر این، اطلاعات عددی زیادی از چاپ برنامه رایانه‌ای مورد استفاده شرکت‌های برق به دست می‌آید. بیشتر این ویژگی‌ها در مطالعه پخش توان این فصل بررسی خواهند شد.

برخی از روشهایی را که حل مسائل پخش توان بر اساس آنهاست بررسی خواهیم کرد. ارزش والای برنامه رایانه‌ای پخش توان در طراحی و بهره‌برداری از سیستم‌های قدرت نیز خاطرنشان خواهد شد.

### ۱-۷ مسائل پخش توان

در حل مسائل پخش توان هم می‌توان از ادمیتانس خودی و متقابل شینه که تشکیل ماتریس ادمیتانس شینه  $Y_{bus}$  را می‌دهند استفاده نمود و هم می‌توان از امپدانسهای نقطه تحریک<sup>۲</sup> و امپدانسهای انتقالی که  $Z_{bus}$  را تشکیل می‌دهند سود جست. بررسی را به روشهایی که از ادمیتانس استفاده می‌کنند

1- power - flow solutions

2- driving— point Impedances

محدود می‌کنیم. نقطه آغازین در به‌دست آوردن داده‌هایی که باید برای رایانه تهیه گردد نمودار تک خطی سیستم است. خطهای انتقال مطابق شکل (۶-۷) به وسیله مدار معادل  $\pi$  نامی<sup>۱</sup> در هر فاز نشان داده می‌شوند. برای هر خط مقادیر عددی امپدانسهای سری  $Z$  و ادمیتانس بارگیری کل<sup>۲</sup> خط  $Y$  (معمولاً برحسب مگاوار بارگیری خط در ولتاژ نامی سیستم) لازم است تا رایانه بتواند همه عناصر ماتریس  $N \times N$  ادمیتانس شینه را تعیین کند. عنصر عمومی آن عبارتست از:

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij} = |Y_{ij}| \cos \theta_{ij} + j |Y_{ij}| \sin \theta_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (۷-۱)$$

سایر اطلاعات ضروری عبارتند از توان نامی ترانسفورماتورها و امپدانسهای نامی آنها، مقادیر نامی خازنهای موازی، و تنظیم تپهای ترانسفورماتور. پیش از هر مطالعه پخش توان، باید ولتاژ برخی شینه‌های معین و توانهای تزریق شده، به شرحی که در زیر بحث می‌شود، معلوم باشند. ولتاژ در یک شینه نمونه ( $i$ ) سیستم در مختصات قطبی به صورت زیر داده می‌شود:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = |V_i| (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) \quad (۷-۲)$$

و ولتاژ شینه ( $j$ ) بطور مشابه با تغییر زیرنویس  $i$  به  $j$  نوشته می‌شود. جریان خالص تزریق شده به شبکه در شینه  $i$  بر حسب درآیه‌های  $Y_{in}$  از  $Y_{bus}$  به وسیله جمع زیر داده می‌شود:

$$I_i = Y_{i1} V_1 + Y_{i2} V_2 + \dots + Y_{iN} V_N = \sum_{n=1}^N Y_{in} V_n \quad (۷-۳)$$

اگر  $P_i$  و  $Q_i$  توان حقیقی و مجازی خالص ورودی به شبکه در شینه  $i$  را نشان دهد، مزدوج توان مختلط تزریق شده به این شینه عبارتست از:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{n=1}^N Y_{in} V_n \quad (۷-۴)$$

از معادله‌های (۷-۱) و (۷-۲) در آن جایگزین می‌کنیم:

$$P_i - jQ_i = \sum_{n=1}^N |Y_{in} V_i V_n| \angle \theta_{in} + \delta_n - \delta_i \quad (۷-۵)$$

با بسط این رابطه و معادل قرار دادن قسمت‌های حقیقی و مجازی، به‌دست خواهیم آورد:

1- nominal -  $\pi$  equivalent circuit

2- total line-charging admittance

$$P_i = \sum_{n=1}^N |Y_{in} V_i V_n| \cos (\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad (V-6)$$

$$Q_i = - \sum_{n=1}^N |Y_{in} V_i V_n| \sin (\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad (V-7)$$

معادله‌های (V-6) و (V-7) معادله‌های پخش توان به صورت قطبی بوده و مقادیر محاسبه شده توانهای خالص حقیقی  $P_i$  و مجازی  $Q_i$  که در شینه نمونه ( $i$ ) به شبکه وارد می‌شوند را نشان می‌دهند. اگر  $P_{gi}$  توان تولیدی برنامه‌ریزی شده در شینه ( $i$ ) و  $P_{di}$  توان درخواستی برنامه‌ریزی شده بار در همان شینه باشد، عبارتست از توان خالص برنامه‌ریزی شده که در شینه ( $i$ ) به شبکه تزریق می‌گردد، همان گونه که در شکل (الف ۱-۷) نشان داده شده است. اگر مقدار محاسبه شده  $P_i$  را با  $P_{i, calc}$  نشان دهیم به تعریف انحراف  $\Delta P_i$  می‌رسیم که تفاضل مقدار برنامه‌ریزی شده  $P_{i, sch}$  و مقدار محاسبه شده  $P_{i, calc}$  است:

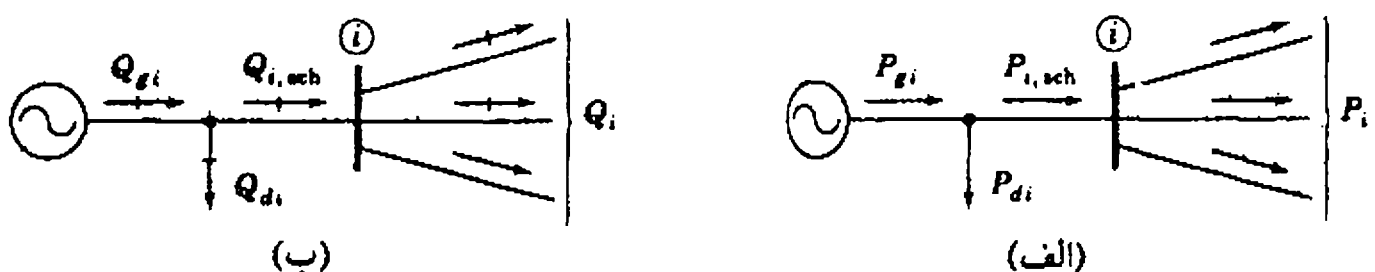
$$\Delta P_i = P_{i, sch} - P_{i, calc} = (P_{gi} - P_{di}) - P_{i, calc} \quad (V-8)$$

همچنان‌که در شکل (ب ۱-۷) نشان داده شده است برای توان مجازی شینه ( $i$ ) به طریق مشابه خواهیم داشت:

$$\Delta Q_i = Q_{i, sch} - Q_{i, calc} = (Q_{gi} - Q_{di}) - Q_{i, calc} \quad (V-9)$$

انحراف هنگامی به وجود می‌آید که در مسأله پخش توان مقادیر محاسبه شده  $P_i$  و  $Q_i$  با مقدار برنامه‌ریزی شده مطابقت نداشته باشد. اگر مقادیر محاسبه شده  $P_{i, calc}$  و  $Q_{i, calc}$  بر مقادیر برنامه‌ریزی شده  $P_{i, sch}$  و  $Q_{i, sch}$  کاملاً منطبق باشد در این صورت گوئیم انحرافهای  $\Delta P_i$  و  $\Delta Q_i$  در شینه ( $i$ ) صفر شده‌اند و معادله‌های توازن توانها<sup>۳</sup> را می‌نویسیم:

$$g_i = P_i - P_{i, sch} = P_i - (P_{gi} - P_{di}) = 0 \quad (V-10)$$



شکل ۷-۱ نمادگذاری توانهای الف) حقیقی ب) مجازی در یک شینه نمونه ( $i$ ) در بررسی پخش توان

1- net scheduled

2- mismatch

3- Power - balance equations

$$g_i = Q_i - Q_{i, sch} = Q_i - (Q_{gi} - Q_{di}) = 0 \quad (V-11)$$

همچنان‌که در بخش (۷-۳) خواهیم دید توابع  $g_i'$  و  $g_i''$  برای نوشتن معادله‌های مشخصی که با انحرافهای  $\Delta P_i$  و  $\Delta Q_i$  سروکار دارند متداول می‌باشند. اگر شینه  $(i)$  دارای تولید یا بار نباشد مقدار آنها در معادله‌های (۷-۱۰) و (۷-۱۱) برابر صفر قرار داده می‌شود. هر شینه شبکه دارای ۲ معادله این چنین می‌باشد و در مسأله پخش توان باید معادله‌های (۷-۶) و (۷-۷) را حل کرد تا مقادیر مجهول ولتاژها که سبب معادله‌های (۷-۱۰) و (۷-۱۱) هستند به صورت عددی در هر شینه صدق نمایند. اگر در شینه  $i$  مقدار برنامه‌ریزی شده  $P_{i, sch}$  وجود نداشته باشد، آنگاه انحراف  $\Delta P_i = P_{i, sch} - P_{i, calc}$  نمی‌تواند تعریف شود و نیازی به این که در مراحل حل مسأله پخش توان، معادله متناظر (۷-۱۰) برقرار بماند نیست. بطور مشابه اگر  $Q_{i, sch}$  در شینه  $(i)$  مشخص نباشد، آنگاه معادله (۷-۱۱) برقرار نخواهد بود.

چهار کمیتی که معمولاً در شینه  $(i)$  ناشناخته‌اند عبارتند از  $Q_i$ ،  $P_i$ ، زاویه ولتاژ  $\delta_i$  و دامنه ولتاژ  $|V_i|$ . اغلب ۲ معادله، نظیر (۷-۱۰) و (۷-۱۱) برای هر گره وجود دارد و بنابراین پیش از حل مسأله پخش توان باید در نظر بگیریم که چگونه می‌توان تعداد کمیت‌های مجهول را کاهش داد تا با تعداد معادله‌های موجود هماهنگ باشد. روش عمومی در مطالعه پخش توان این است که ۳ نوع شینه در شبکه شناسایی کنیم. در هر شینه  $(i)$ ، ۲ تا از ۴ کمیت  $\delta_i$ ،  $|V_i|$ ،  $P_i$  و  $Q_i$  مشخص بوده و ۲ تای باقیمانده محاسبه می‌شوند. کمیت‌های مورد نظر بر طبق بحث زیر انتخاب می‌شوند:

۱- شینه‌های بار: در هر شینه غیر مولد که شینه بار نامیده می‌شود، هر دو کمیت  $P_{gi}$  و  $Q_{gi}$  صفر هستند و توان حقیقی  $P_{di}$  و توان مجازی  $Q_{di}$  که به وسیله بار از شبکه کشیده می‌شود (ورودی‌های منفی به سیستم) از سوابق قبلی، پیش‌بینی بار و یا اندازه‌گیری شناخته شده می‌باشند. در عمل، اغلب فقط توان حقیقی معلوم است و توان مجازی بستگی دارد به اینکه ضریب توان را چقدر فرض کرده‌ایم (۰/۸۵ یا بیشتر). شینه بار  $(i)$  اغلب شینه  $P - Q$  نامیده می‌شود زیرا مقادیر برنامه‌ریزی  $P_{i, sch} = -P_{di}$  و  $Q_{i, sch} = -Q_{di}$  معلوم هستند و انحراف‌های  $\Delta P_i$  و  $\Delta Q_i$  را می‌توان تعیین نمود. آنگاه معادله‌های متناظر (۷-۱۰) و (۷-۱۱) بطور صریح در عبارتهای مسأله پخش توان وارد می‌شود، و ۲ کمیت مجهول که باید برای شینه تعیین نمود عبارتند از  $\delta_i$  و  $|V_i|$ .

۲- شینه‌های کنترل ولتاژ: هر شینه سیستم که دامنه ولتاژ آن ثابت نگهداشته شود شینه کنترل ولتاژ نامیده می‌شود. در هر شینه که مولد به آن متصل است مگاوات تولیدی را می‌توان به وسیله تنظیم محرک اولیه کنترل نمود، و دامنه ولتاژ را می‌توان به وسیله تنظیم تحریک کنترل کرد. بنابراین در هر شینه مولد  $(i)$  می‌توانیم بطور صحیحی  $P_{gi}$  و  $|V_i|$  را کنترل نماییم. و نیز با معلوم بودن  $P_{di}$  می‌توانیم

1- load buses

2- voltage- controlled buses.

انحراف  $\Delta P_i$  را از معادله (۷-۸) به دست آوریم. توان مجازی مولد  $Q_{gi}$  را که وابسته به ولتاژ برنامه‌ریزی شده  $|V_i|$  است نمی‌توان از پیش تعیین کرد و لذا انحراف  $\Delta Q_i$  نامشخص است. بنابراین در یک شینه مولد ( $i$ ) زاویه ولتاژ  $\delta_i$  کمیت مجهولی است که باید تعیین شود و معادله موجود  $P_i$  معادله (۷-۱۰) می‌باشد. پس از این که مسأله پخش توان حل شد  $Q_i$  را می‌توان از معادله (۷-۷) محاسبه کرد.

بنا به دلایلی روشن، یک شینه مولد معمولاً شینه ولتاژ کنترل شده یا شینه  $PV$  نامیده می‌شود. بعضی شینه‌های خاص بدون مولد هم ممکن است قابلیت کنترل ولتاژ داشته باشند؛ چنین شینه‌هایی نیز شینه کنترل ولتاژ با توان حقیقی تولیدی صفر نامیده می‌شوند.

۳- شینه اصلی<sup>۱</sup>: به عنوان قرارداد در این فصل شینه (۱) تقریباً همیشه به عنوان شینه اصلی مشخص می‌شود. زاویه ولتاژ شینه اصلی به عنوان مرجعی برای زاویه سایر شینه‌ها در نظر گرفته می‌شود. اندازه زاویه شینه اصلی مهم نیست زیرا اختلاف زاویه ولتاژها است که مقدار محاسبه شده  $P_i$  و  $Q_i$  را در معادله‌های (۷-۶) و (۷-۷) تعیین می‌کند. معمولاً برای این است که  $\delta_1 = 0^\circ$  قرار داده شود. برای شینه اصلی - همان‌گونه که در زیر توضیح داده خواهد شد - مقدار انحراف تعیین نمی‌گردد، و در نتیجه دامنه ولتاژ  $|V_1|$  به عنوان یک کمیت معلوم دیگر با زاویه  $\delta_1 = 0^\circ$  مشخص می‌گردد. بنابراین نیازی نیست که در مسأله پخش توان معادله‌های (۷-۱۰) و (۷-۱۱) برای شینه اصلی در نظر گرفته شوند.

برای درک این مطلب که چرا  $P_1$  و  $Q_1$  در شینه اصلی برنامه‌ریزی شده نیستند، در نظر بگیرید که در هر یک از  $N$  شینه سیستم معادله‌ای نظیر (۷-۱۰) را می‌توان با قراردادن  $i$  از ۱ تا  $N$  نوشت. اگر  $N$  معادله به دست آمده را با یکدیگر جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$\underbrace{P_L}_{\text{تلفات توان حقیقی}} = \sum_{i=1}^N P_i = \underbrace{\sum_{i=1}^N P_{gi}}_{\text{تولید کل}} - \underbrace{\sum_{i=1}^N P_{di}}_{\text{بار کل}} \quad (7-12)$$

بدیهی است عبارت  $P_L$  در این معادله مجموع تلفات  $I^2R$  در خط‌های انتقال و ترانسفورماتورهای شبکه است. جریانه‌های خاص هر خط انتقال شبکه را نمی‌توان محاسبه کرد تا اینکه دامنه و زاویه ولتاژ در هر شینه سیستم معلوم شود. بنابراین  $P_L$  در ابتدا مجهول است و امکان ندارد که همه کمیتها در جمع‌های معادله (۷-۱۲) از قبل تعیین شوند. در فرموله کردن مسأله پخش توان، یک شینه را، شینه اصلی انتخاب

1- slack bus

می‌کنیم که در آن  $P_g$ ، برنامه‌ریزی شده یا از قبل مشخص شده نیست. پس از این که مسألهٔ پخش توان حل شد اختلاف بین  $P$  کل تعیین شده که در شینه‌های دیگر به سیستم وارد می‌شود و کل  $P$  خروجی به اضافهٔ تلفات  $I^2R$ ، در شینهٔ اصلی مشخص می‌شود. به این دلیل یک شینهٔ مولد باید به عنوان شینهٔ اصلی انتخاب شود. اختلاف بین کل مگاوار تغذیه شده به وسیلهٔ مولدها در شینه‌ها و مگاوار دریافتی به وسیلهٔ بار توسط رابطهٔ زیر داده می‌شود:

$$\sum_{i=1}^N Q_i = \sum_{i=1}^N Q_{gi} - \sum_{i=1}^N Q_{di} \quad (7-13)$$

این معادله در هر شینه صدق می‌کند زیرا معادله (7-11) در مراحل حل مسألهٔ پخش توان در هر شینهٔ  $(i)$  صدق می‌نمورد. پس از این که پاسخ پخش توان به دست آمد از معادله (7-7) می‌توان  $Q_i$  را به دست آورد. بنابراین کمیت سمت چپ معادله (7-13)، مجموعهٔ مگاوار حاصل از بارگیری خط<sup>۱</sup>، خازنهای موازی و راکتورهای نصب شده در شینه‌ها، و آنچه که تلفات  $I^2X$  در راکتانسهای سری خطهای انتقال نامیده می‌شود را در بر می‌گیرد.

دامنه و زاویهٔ ولتاژ شینه‌های برنامه‌ریزی نشده، در داده‌های ورودی مطالعه پخش توان، متغیرهای حالت یا متغیرهای وابسته نامیده می‌شوند زیرا مقدار آنها، که حالت سیستم را توصیف می‌کند، به کمیت‌هایی که در همه شینه‌ها مشخص می‌شوند بستگی دارد. بنابراین مسألهٔ پخش توان این است که مقدار همهٔ متغیرهای حالت را با حل کردن تعداد متناظری از معادله‌های پخش توان براساس داده‌های مشخص شده ورودی تعیین کند. اگر در یک سیستم  $N$  شینه،  $N_g$  شینه کنترل ولتاژ وجود داشته باشد (غیر از شینه اصلی)، مطابق جدول (7-1) تعداد  $(2N - N_g - 2)$  معادله وجود دارد که باید برای  $(2N - N_g - 2)$  متغیر حالت حل شود. وقتی متغیرهای حالت محاسبه شوند حالت کامل سیستم شناخته

جدول 7-1 چکیده‌ای از مسألهٔ پخش توان

نوع شینه	شمارهٔ شینه	کمیت‌های معلوم	تعداد معادله‌های در دسترس	تعداد متغیرهای حالت $ V_i , \delta_i$
$i=1$ : شینهٔ اصلی	۱	$\delta_1,  V_1 $	۰	۰
شینهٔ کنترل ولتاژ ( $i = 2, \dots, N_g + 1$ )	$N_g$	$P_i,  V_i $	$N_g$	$N_g$
شینهٔ بار ( $i = N_g + 2, \dots, N$ )	$N - N_g - 1$	$P_i, Q_i$	$2(N - N_g - 1)$	$2(N - N_g - 1)$
جمع کل	$N$	$2N$	$2N - N_g - 2$	$2N - N_g - 2$

1- line charging



می‌شود و همه کمیت‌های دیگر که به متغیرهای حالت وابسته‌اند تعیین می‌گردند. کمیت‌هایی نظیر  $P_1$  و  $Q_1$  در شینه اصلی،  $Q_i$  در هر شینه کنترل ولتاژ، و توان تلف شده سیستم  $P_L$  مثالهایی از تابع‌های وابسته هستند.

تابع‌های  $P_i$  و  $Q_i$  در معادله‌های (۷-۶) و (۷-۷) تابع‌های غیرخطی از متغیرهای حالت  $\delta_i$  و  $|V_i|$  می‌باشند. بنابراین محاسبات پخش توان معمولاً روش‌های تکراری نظیر گوس-سایدل و نیوتن-رافسون را که در همین فصل شرح خواهیم داد به خدمت می‌گیرند. روش نیوتن رافسون شکل قطبی معادله‌های پخش توان را حل می‌کند تا انحراف‌های  $\Delta P$  و  $\Delta Q$  در همه شینه‌ها در محدوده خطای مجاز مشخص شده قرار گیرد. روش گوس-سایدل معادله‌های پخش توان را در مختصات دکارتی (متغیرهای مختلط) حل می‌کند تا اختلاف بین ولتاژ شینه در یک تکرار با تکرار بعدی به اندازه کافی کوچک شود. هر دو روش براساس معادله‌های ادمیتانس شینه می‌باشند.

مثال ۷-۱ فرض کنید بار  $P - Q$  در هر یک از ۹ شینه یک سیستم قدرت کوچک معلوم است و مولدهای سنکرون به شینه‌های (۱)، (۲)، (۵) و (۷) متصل هستند. جهت بررسی پخش توان، انحراف‌های  $\Delta P$  و  $\Delta Q$  و متغیرهای حالت متناظر با هر شینه را تعیین کنید. شینه (۱) را به عنوان شینه اصلی انتخاب کنید.

پاسخ: ۹ شینه سیستم به صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند:

شینه‌های  $P - Q$ : (۳)، (۴)، (۶)، (۸) و (۹).

شینه‌های  $P - V$ : (۲)، (۵) و (۷)

شینه اصلی: (۱)

انحراف‌های متناظر با  $P$  و  $Q$  تعیین شده عبارتند از:  
در شینه‌های  $P - Q$ :

$$\Delta P_3, \Delta Q_3; \Delta P_4, \Delta Q_4; \Delta P_6, \Delta Q_6; \Delta P_8, \Delta Q_8; \Delta P_9, \Delta Q_9$$

در شینه‌های  $P - V$ :

$$\Delta P_2, \Delta P_5, \Delta P_7$$

و متغیرهای حالت عبارتند از:

$$|V_9|, \delta_9; |V_8|, \delta_8; |V_6|, \delta_6; |V_4|, \delta_4; |V_3|, \delta_3: P - Q$$

شینه‌های  $P - V$ :  $\delta_2$ ،  $\delta_5$  و  $\delta_7$

از آنجا که  $N = 9$  و  $N_g = 3$  است، بنابراین  $2N - N_g - 2 = 13$  معادله را باید برای ۱۳ متغیر حالت نشان داده شده حل کرد.

## ۷-۲ روش گوس - سایدل

پیچیدگی تعیین یک پاسخ دقیق برای پخش توان در یک سیستم قدرت از آنجا ناشی می‌شود که برای انواع گوناگون شینه‌ها تنوع اطلاعات داده شده وجود دارد. اگر چه چنان که خواهیم دید، فرموله کردن معادله‌های کافی که با تعداد متغیرهای حالت مجهول مطابقت داشته باشد، کار مشکلی نیست، ولی شکل بسته پاسخ عملی نیست. راه حل‌های رایانه‌ای مسأله پخش توان یک فرایند تکراری را دنبال می‌کند، به این صورت که برای شینه‌های مجهول، ولتاژی تخمین می‌زند، سپس از روی مقادیر تخمینی، ولتاژ سایر شینه‌ها و توان‌های حقیقی و مجازی معلوم، اقدام به محاسبه مقدار جدید ولتاژ هر شینه می‌نماید. بنابراین یک دسته جدید مقادیر برای ولتاژ شینه‌ها به دست می‌آید و از آن نیز برای محاسبه دسته دیگری از ولتاژ شینه‌ها استفاده می‌شود. محاسبه هر دسته ولتاژ جدید شینه‌ها، یک تکرار نامیده می‌شود. فرایند تکرار تا آنجا ادامه می‌یابد تا تغییرات هر شینه از یک مقدار حداقل تعیین شده کمتر گردد. ابتدا معادله‌ها را برای یک سیستم چهار شینه به دست می‌آوریم و بعد از آن معادله‌های کلی را می‌نویسیم. با مشخص کردن شینه شماره (۱) به عنوان شینه اصلی، محاسبات با شینه (۲) شروع می‌شود. اگر  $P_{2, sch}$  و  $Q_{2, sch}$  به ترتیب توان‌های حقیقی و مجازی برنامه‌ریزی شده‌ای باشند که در شینه (۲) به شبکه وارد می‌شوند، از معادله (۷-۴) با قرار دادن  $i$  برابر ۲ و  $N$  برابر ۴ نتیجه می‌شود:

$$\frac{P_{2, sch} - jQ_{2, sch}}{V_2^*} = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 + Y_{23} V_3 + Y_{24} V_4 \quad (7-14)$$

با حل بر حسب  $V_2$  داریم:

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{P_{2, sch} - jQ_{2, sch}}{V_2^*} - (Y_{21} V_1 + Y_{23} V_3 + Y_{24} V_4) \right] \quad (7-15)$$

حال فرض می‌کنیم که شینه‌های (۳) و (۴) شینه‌های بار هستند که توان حقیقی و مجازی آنها مشخص است. رابطه‌ای مانند معادله (۷-۱۵) را برای هر شینه می‌توان نوشت. در شینه (۳) داریم:

$$V_3 = \frac{1}{Y_{33}} \left[ \frac{P_{3, sch} - jQ_{3, sch}}{V_3^*} - (Y_{31} V_1 + Y_{32} V_2 + Y_{34} V_4) \right] \quad (7-16)$$

1- closed form of solution

اگر بخشهای حقیقی و موهومی را در طرفین معادله‌های (۷-۱۵) و (۷-۱۶) برابر قرار دهیم و همین کار را برای معادله‌های شینه (۴) نیز انجام دهیم، شش معادله بر حسب شش متغیر حالت  $\delta_2$  تا  $\delta_4$  و  $|V_2|$  تا  $|V_4|$  به دست خواهیم آورد. گرچه می‌توان این معادله‌ها را به طور مستقیم نیز بر حسب ولتاژهای مختلط حل کرد، حل بر اساس تکرار پیش می‌رود و این تکرار بر مبنای توانهای حقیقی و مجازی برنامه‌ریزی شده در شینه‌های (۲)، (۳) و (۴)، ولتاژ برنامه‌ریزی شده شینه اصلی  $V_1 = |V_1| \angle \delta_1$  و تخمین اولیه ولتاژها  $V_2^{(0)}$ ،  $V_3^{(0)}$  و  $V_4^{(0)}$  در سایر شینه‌ها است.

حل معادله (۷-۱۵) ولتاژ تصحیح شده  $V_2^{(1)}$  را می‌دهد که از رابطه زیر محاسبه شده است:

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{P_{2, \text{sch}} - jQ_{2, \text{sch}}}{V_2^{*(0)}} - (Y_{21} V_1 + Y_{23} V_3^{(0)} + Y_{24} V_4^{(0)}) \right] \quad (7-17)$$

که در آن همه کمیت‌های عبارت سمت راست یا مقادیر کاملاً مشخص هستند و یا تخمین‌های اولیه می‌باشند. مقدار محاسبه شده  $V_2^{(1)}$  و مقدار تخمین  $V_2^{(0)}$  با هم تطابق ندارند. تطابق آنها بعد از چندین تکرار به درجه خوبی از دقت می‌رسد و مقدار صحیح  $V_2$  از روی ولتاژهای تخمینی - بدون توجه به توان سایر شینه‌ها - به دست می‌آید. ولیکن این مقدار، پاسخ  $V_2$  به ازای شرایط خاص پخش توان نخواهد بود، زیرا ولتاژهایی که این محاسبه  $V_2$  به آنها بستگی داشته عبارتند از مقادیر تخمین زده شده برای  $V_3^{(0)}$  و  $V_4^{(0)}$  در سایر شینه‌ها، و مقدار واقعی ولتاژها هنوز معلوم نیست.

همچنان‌که ولتاژ تصحیح شده در هر شینه به دست می‌آید، ولتاژ تصحیح شده به دست آمده در محاسبه ولتاژ تصحیح شده شینه بعدی به کار خواهد رفت. بنابراین با جایگزین نمودن  $V_2^{(1)}$  در معادله (۷-۱۶) اولین مقدار محاسبه شده در شینه (۳) را به دست می‌آوریم:

$$V_3^{(1)} = \frac{1}{Y_{33}} \left[ \frac{P_{3, \text{sch}} - jQ_{3, \text{sch}}}{V_3^{*(0)}} - (Y_{31} V_1 + Y_{32} V_2^{(1)} + Y_{34} V_4^{(0)}) \right] \quad (7-18)$$

این مراحل در شینه (۴) و سایر شینه‌های شبکه (غیر از شینه اصلی) پیایی تکرار می‌شود تا اینکه اولین تکرار پایان برسد و در طی آن مقادیر همه متغیرهای حالت محاسبه شوند. سپس کل این مراحل دوباره تکرار می‌گردد تا مقادیر تصحیح شده ولتاژ هر شینه از یک حد دقت تعیین شده برخوردار باشد.

در این حالت معادله‌های پخش توان به عنوان روش تکراری گوس - سایدل شناخته می‌شود.

اگر مقادیر اولیه دارای دامنه قابل قبولی بوده و فاز آنها نیز تفاوت چندانی با مقدار اصلی نداشته باشد، اغلب از همگرایی حول یک پاسخ نادرست اجتناب خواهد شد. معمولاً مقادیر اولیه ولتاژهای مجهول در همه شینه‌های بار  $1 \leq 0$  پریونیت تخمین زده می‌شود. چنین شروعی به خاطر یکنواخت فرض شدن

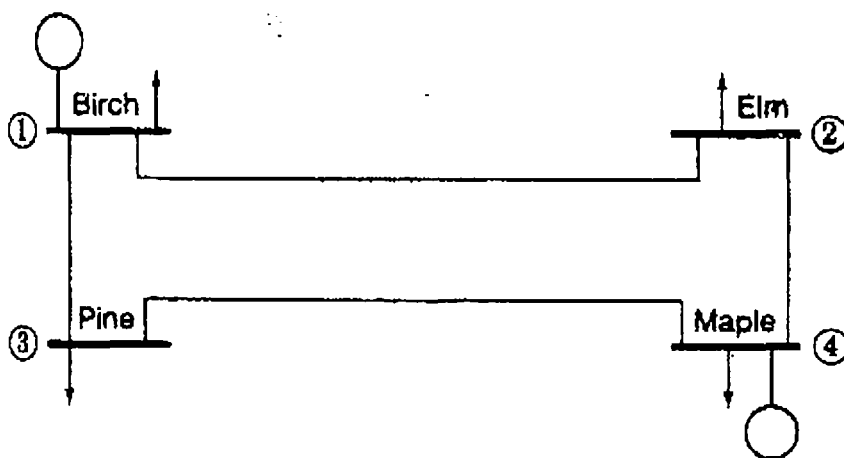
نمودار ولتاژ<sup>۱</sup>، شروع تخت<sup>۲</sup> نامیده می‌شود.

برای یک سیستم  $N$  شینه معادله‌های عمومی برای محاسبه ولتاژ در هر شینه  $(i)$  با  $P$  و  $Q$  برنامه‌ریزی شده عبارتست از:

$$V_i^{(k)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[ \frac{P_{i, \text{sch}} - jQ_{i, \text{sch}}}{V_i^{(k-1)*}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} V_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^N Y_{ij} V_j^{(k-1)} \right] \quad (7-19)$$

بالانویس  $(k)$  نشان دهنده شماره تکراری است که اکنون ولتاژ آن در حال حساب شدن است و بالانویس  $(k-1)$  نشان دهنده شماره تکرار پیش است. بنابراین مشاهده می‌کنیم که مقادیر ولتاژهای سمت راست معادله، مقادیری هستند که در مرحله پیش از این برای شینه‌های مربوطه محاسبه شده‌اند (یا اینکه ولتاژهای تخمینی هستند اگر  $k$  برابر ۱ است و هنوز در آن شینه خاص تکراری صورت نگرفته است). از آنجا که معادله (7-19) فقط در شینه‌های بار که توان حقیقی و مجازی آن مشخص است به کار می‌رود، برای شینه‌های کنترل ولتاژ که دامنه ولتاژ آن ثابت نگه داشته می‌شود، یک مرحله اضافی لازم است. پیش از بررسی این مرحله اضافی، بگذارید به مثالی درباره محاسبات در یک شینه بار پردازیم.

**مثال 7-2** شکل (7-2) نمودار تک خطی یک سیستم قدرت ساده را نشان می‌دهد. مولدها به شینه‌های (۱) و (۴) وصلند در حالی که بارها در هر ۴ شینه نشان داده شده‌اند. مقادیر مبنا در سیستم انتقال  $100 \text{ MVA}$  و  $230 \text{ kV}$  می‌باشند. داده‌های خط جدول (7-2) امپدانسهای سری و سوسپتانس‌های بارگیری خط را در مدار معادل  $\pi$  نامی چهارخطی که به وسیله شینه‌های ابتدا و انتها شناسایی شده‌اند برحسب پیرونیته بیان می‌کند. اطلاعات شینه در جدول (7-3) مقادیر  $P$ ،  $Q$  و  $V$  را در هر شینه ارائه می‌دهد. اندازه  $Q$  بارها از روی  $P$  متناظر آنها و ضریب توان مفروض  $0.85$  محاسبه می‌شود. مقادیر خالص برنامه ریزی شده  $P_{i, \text{sch}}$  و  $Q_{i, \text{sch}}$  در شینه‌های بار (۲) و (۳) منفی هستند. جایی که دامنه ولتاژ ثابت است، مقدار



شکل 7-2 نمودار تک خطی مثال 7-2 که اسامی و شماره شینه‌ها را نشان می‌دهد.

1- Voltage profile      2- flat start

$Q_{gi}$  معلوم نمی‌باشد. در ستون ولتاژ، مقادارها برای شینه‌های بار، تخمین‌های شروع تخت هستند. دامنه ولتاژ  $|V_1|$  و زاویه  $\delta_1$  در شینه اصلی، و همچنین دامنه  $|V_4|$  در شینه (۴) باید در مقدار داده شده ثابت نگه داشته شوند. مطالعه پخش توان به روش گوس - سایدل انجام شود. فرض کنید که محاسبات تکراری از شینه (۲) شروع می‌شود. مقدار  $V_2$  را در اولین تکرار به دست آورید.

**پاسخ:** برای رسیدن به یک دقت خوب در محاسبه با رایانه رقمی، محاسبات تا ۶ رقم اعشار در نظر گرفته می‌شود. از داده‌های خط که در جدول (۷-۲) داده شده  $Y_{bus}$  سیستم را در جدول (۷-۴) ساخته‌ایم. برای مثال، در ارتباط با شینه (۲) شکل (۷-۲) درآیه‌های غیر صفر و غیر قطری  $Y_{24}$  و  $Y_{21}$  را داریم که به ترتیب برابر با ادمیتانس خط مربوطه با علامت منفی می‌باشند:

$$Y_{21} = - (3/815629 - j 19/078144) \quad Y_{24} = - (5/169561 - j 25/847809)$$

از آنجا که  $Y_{22}$  مجموع همه ادمیتانسهای متصل به شینه ۲ است، دربرگیرنده سوسپتانسهای موازی

جدول ۷-۲ داده‌های خط مثال ۷-۲ در مبنای ۲۳۰kV و ۱۰۰MVA

خط شینه به شینه	Z سری		$Y = Z^{-1}$ سری		Y موازی	
	R پریونیت	X پریونیت	G پریونیت	B پریونیت	بارگیری کل Mvar	Y/۲ پریونیت
۱-۲	۰/۰۱۰۰۸	۰/۰۵۰۴۰	۳/۸۱۵۶۲۹	-۱۹/۰۷۸۱۴۴	۱۰/۲۵	۰/۰۵۱۲۵
۱-۳	۰/۰۰۷۴۴	۰/۰۳۷۲۰	۵/۱۶۹۵۶۱	-۲۵/۸۴۷۸۰۹	۷/۷۵	۰/۰۳۸۷۵
۲-۴	۰/۰۰۷۴۴	۰/۰۳۷۲۰	۵/۱۶۹۵۶۱	-۲۵/۸۴۷۸۰۹	۷/۷۵	۰/۰۳۸۷۵
۳-۴	۰/۰۱۲۷۲	۰/۰۶۳۶۰	۳/۰۲۳۷۰۵	-۱۵/۱۱۸۵۲۸	۱۲/۷۵	۰/۰۶۳۷۵

جدول ۷-۳ داده‌های شینه مثال ۷-۲ (مقادیر  $Q$  از روی  $P$  و ضریب توان ۰/۸۵ محاسبه شده‌اند)

شماره شینه	تولیدی		بار		پریونیت V	نام
	P و MW	Q و Mvar	P و MW	Q و Mvar		
۱	-	-	۵۰	۳۰/۹۹	۱/۰۰ $\angle 0^\circ$	شینه اصلی
۲	۰	۰	۱۷۰	۱۰۵/۳۵	۱/۰۰ $\angle 0^\circ$	شینه بار (القایی)
۳	۰	۰	۲۰۰	۱۲۳/۹۴	۱/۰۰ $\angle 0^\circ$	شینه بار (القایی)
۴	۳۱۸	-	۸۰	۴۹/۵۸	۱/۰۲ $\angle 0^\circ$	کنترل ولتاژ

جدول ۴-۷ ماتریس ادمیتانس شینه مثال ۲-۷ (پریونیت با ۶ رقم اعشار)

شماره شینه	۱	۲	۳	۴
۱	۸,۹۸۵۱۹۰ -j۴۴,۸۳۵۹۵۳	-۳,۸۱۵۶۲۹ +j۱۹,۰۷۸۱۴۴	-۵,۱۶۹۵۶۱ +j۲۵,۸۴۷۸۰۹	۰
۲	-۳,۸۱۵۶۲۹ +j۱۹,۰۷۸۱۴۴	۸,۹۸۵۱۹۰ -j۴۴,۸۳۵۹۵۳	۰	-۵,۱۶۹۵۶۱ +j۲۵,۸۴۷۸۰۹
۳	-۵,۱۶۹۵۶۱ +j۲۵,۸۴۷۸۰۹	۰	۸,۱۹۳۲۶۷ -j۴۰,۸۶۳۸۲۸	-۳,۰۲۳۷۰۵ +j۱۵,۱۱۸۵۲۸
۴	۰	-۵,۱۶۹۵۶۱ +j۲۵,۸۴۷۸۰۹	-۳,۰۲۳۷۰۵ +j۱۵,۱۱۸۵۲۸	۸,۱۹۳۲۶۷ -j۴۰,۸۶۳۸۲۸

مربوط به بارگیری خطوط ۱-۲ و ۲-۴ نیز می باشد و داریم:

$$Y_{22} = (-Y_{21}) + j_{0,05125} + (-Y_{24}) + j_{0,03875} = ۸,۹۸۵۱۹۰ - j۴۴,۸۳۵۹۵۳$$

از قرار دادن مقدار بالا در معادله (۷-۱۷) ولتاژ بر حسب پریونیت به دست می آید:

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{-1,7 + j_{1,0535}}{1,0 + j_{0,10}} - 1,00 (-3,815629 + j_{19,078144}) - 1,02 (-5,169561 + j_{25,847809}) \right]$$

$$= \frac{1}{Y_{22}} [-1,7 + j_{1,0535} + 9,088581 - j_{45,442909}]$$

$$= \frac{7,388581 - j_{44,389409}}{۸,۹۸۵۱۹۰ - j۴۴,۸۳۵۹۵۳} = ۰,۹۸۳۵۶۴ - j_{۰,۳۲۳۱۶}$$

تجربه کار با روش گوس - سایدل در حل مسایل پخش توان نشان می دهد که تعداد تکرارهای لازم را می توان بطور قابل ملاحظه ای کاهش داد اگر تصحیح ولتاژ را در ضریبی ضرب کنیم تا مقدار آن را افزایش دهد و در نتیجه ولتاژ نزدیک تر به مقدار واقعی ارائه نماید. ضریبی که این بهبود همگرایی را به دست می دهد ضریب تسریع نامیده می شود. اختلاف بین ولتاژی که جدیداً محاسبه شده و بهترین ولتاژ قبلی شینه، در ضریب تسریع مناسبی ضرب می شود تا یک تصحیح بهتر به دست آید و به مقدار قبلی افزوده

-1 acceleration factor

شود. برای مثال، در شینه (۲) در اولین تکرار مقدار تسریع شده  $V_{\gamma, acc}^{(1)}$  را داریم که با رابطه سرراست زیر تعریف می‌شود:

$$V_{\gamma, acc}^{(1)} = (1 - \alpha) V_{\gamma}^{(0)} + \alpha V_{\gamma}^{(1)} = V_{\gamma}^{(0)} + \alpha (V_{\gamma}^{(1)} - V_{\gamma}^{(0)}) \quad (7-20)$$

که در آن  $\alpha$  ضریب تسریع است. اغلب، برای شینه (i) در حین تکرار  $k$  ام مقدار تسریع به وسیله رابطه زیر داده می‌شود:

$$V_{i, acc}^{(k)} = (1 - \alpha) V_{i, acc}^{(k-1)} + \alpha V_i^{(k)} = V_{i, acc}^{(k-1)} + \alpha (V_i^{(k)} - V_{i, acc}^{(k-1)}) \quad (7-21)$$

اگر  $\alpha = 1$  باشد، آنگاه مقدار  $V_i$  محاسبه شده به وسیله گوس - سایدل به عنوان مقدار جاری<sup>۱</sup> نگه داشته می‌شود. اگر  $0 < \alpha < 1$ ، آنگاه مقداری که باید نگه داشته شود میانگین وزنی مقدار گوس - سایدل و مقدار نگه داشته شده تکرار قبلی است. اگر  $1 < \alpha < 2$ ، آنگاه مقداری که باید نگه داشته شود اساساً یک مقدار برون‌یابی<sup>۲</sup> شده است. در مطالعه پخش توان  $\alpha$  معمولاً حدود ۱/۶ قرار داده می‌شود و اگر بخواهیم همگرایی به دست آوریم نمی‌توانیم آن را بزرگتر از ۲ انتخاب کنیم.

با جایگزینی نتیجه مثال (۷-۱) و ضریب تسریع ۱/۶ در معادله (۷-۲۰) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} V_{\gamma, acc}^{(1)} &= 1 + 1/6 [(0,983564 - j0,032316) - 1] \\ &= 0,973703 - j0,051706 \text{ پیونیت} \end{aligned}$$

با به کار گرفتن  $V_{\gamma, acc}^{(1)}$  در محاسبات مشابهی برای شینه (۳) مقدار اولین تکرار به دست می‌آید:

$$V_{\gamma, acc}^{(1)} = 0,953949 - j0,066708 \text{ پیونیت}$$

از آنجا که شینه (۴) از نوع کنترل ولتاژ است، باید هم‌چنانکه در زیر شرح می‌دهیم رفتار متفاوتی با آن داشته باشیم. ضریب تسریع برای مولفه حقیقی تصحیح ممکن است با ضریب تسریع مربوط به مولفه موهومی متفاوت باشد. برای هر سیستم، مقادیر بهینه‌ای برای ضریب‌های تسریع وجود دارد و انتخاب ضریب‌ها ضعیف می‌تواند سبب کم‌شدن سرعت همگرایی شود و یا اینکه همگرایی را غیرممکن سازد. ضریب تسریع ۱/۶ برای هر دو مولفه حقیقی و موهومی معمولاً انتخاب خوبی است ولی می‌توان با بررسی دقیق، بهترین انتخاب را برای یک سیستم مفروض به دست آورد.

شینه‌های کنترل ولتاژ. هنگامی که در شینه (i) به جای توان مجازی، دامنه ولتاژ معلوم باشد، مولفه‌های

1- current value

2- extrapolated value

حقیقی و موهومی ولتاژ در هر تکرار با محاسبه مقدار برای توان مجازی به دست می آیند. از معادله (۷-۴) داریم:

$$Q_i = -\text{Im} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_j \right\} \quad (7-22)$$

عبارت الگوریتمی معادل آن چنین است:

$$Q_i^{(k)} = -\text{Im} \left\{ V_i^{(k-1)*} \left[ \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} V_j^{(k)} + \sum_{j=i}^N Y_{ij} V_j^{(k-1)} \right] \right\} \quad (7-23)$$

$\text{Im}$  به معنی بخش موهومی است و بالانویس دلالت بر تکرار مربوطه دارد. توان مجازی  $Q_i^{(k)}$  به وسیله معادله (۷-۲۳) به ازای بهترین مقادیر ولتاژ قبلی شینه‌ها تعیین می‌شود و این مقدار  $Q_i^{(k)}$  در معادله (۷-۱۹) جای‌گذاری می‌شود تا یک مقدار جدید  $V_i^{(k)}$  به دست آید. آنگاه مولفه‌های  $V_i^{(k)}$  جدید در نسبت دامنه ثابت مفروض  $|V_i|$  به دامنه  $V_i^{(k)}$  که به وسیله معادله (۷-۱۹) تعیین می‌شود ضرب می‌گردد. نتیجه آن یک ولتاژ مختلط تصحیح شده با دامنه مفروض خواهد بود. در مثال چهار شینه اگر شینه (۴) از نوع کنترل ولتاژ باشد، معادله (۷-۲۳) مقدار محاسبه شده زیر را می‌دهد:

$$Q_F^{(1)} = -\text{Im} \left\{ V_F^{(0)*} (Y_{F1} V_1 + Y_{F2} V_{2,acc}^{(1)} + Y_{F3} V_{3,acc}^{(1)} + Y_{FF} V_F^{(0)}) \right\} \quad (7-24)$$

که در آن ولتاژهای محاسبه شده شینه‌های (۲) و (۳) مقادیر تسریع شده اولین تکرار می‌باشند. با جای‌گذاری  $Q_F^{(1)}$  در معادل رابطه (۷-۱۹) برای شینه (۴) داریم:

$$V_F^{(1)} = \frac{1}{Y_{FF}} \left[ \frac{P_{F,sch} - jQ_F^{(1)}}{V_F^{(0)*}} - (Y_{F1} V_1 + Y_{F2} V_{2,acc}^{(1)} + Y_{F3} V_{3,acc}^{(1)}) \right] \quad (7-25)$$

و همه کمیت‌های سمت راست اکنون معلومند. از آنجا که اندازه  $|V_F|$  مشخص است، دامنه  $V_F^{(1)}$  را به صورت زیر تصحیح می‌کنیم:

$$V_{F,corr}^{(1)} = |V_F| \frac{V_F^{(1)}}{|V_F^{(1)}|} \quad (7-26)$$

و با مقدار نگه‌داری شده  $V_{F,corr}^{(1)}$  از ولتاژ شینه (۴) که در مابقی تکرارها دامنه آن مشخص است به مرحله بعدی می‌رویم.



همچنان‌که در بخش (۷-۱) بحث شد، یا دامنه ولتاژ و یا توان مجازی باید در هر شینه غیر از شینه اصلی مشخص باشد، در مورد ولتاژ هم دامنه و هم زاویه لازم است معلوم باشد. در شینه‌هایی که مولد دارند، همان‌طور که توان حقیقی تغذیه شده به وسیله مولد معلوم است، دامنه ولتاژ نیز معلوم است. آنگاه توان مجازی که از طریق مولد به شبکه وارد می‌شود،  $Q_g$ ، به وسیله رایانه در حل مسأله پخش توان تعیین می‌گردد. از دیدگاه عملی،  $Q_g$  خروجی مولد باید در محدوده معینی قرار گیرد که به وسیله نامعادله زیر داده می‌شود:

$$Q_{\min} \leq Q_g \leq Q_{\max}$$

که در آن  $Q_{\min}$  حد پایین و  $Q_{\max}$  حد بالای توان مجازی خروجی مولد در آن شینه است. در حین حل پخش توان اگر مقدار محاسبه شده  $Q_g$  خارج از یکی از حدود قرار گیرد باید  $Q_g$  را برابر آن مقدار حدی قرار داد، دامنه ولتاژی که در ابتدا برای آن تعیین شده بود دیگر مورد قبول نیست، و از این به بعد آن شینه به عنوان یک شینه  $P-Q$  رفتار می‌کند که مقدار جدید ولتاژ آن باید به وسیله برنامه رایانه‌ای محاسبه شود. در تکرارهای متوالی، تا هنگامی که اطمینان هست که  $Q_g$  در محدوده مقدارهای مجاز قرار دارد، برنامه سعی می‌کند ولتاژ تعیین شده اولیه را در شینه نگه دارد. این عمل تا هنگامی که سایر تغییرات در جاهای دیگر سیستم به گونه‌ای است که از عملکرد محلی تحریک مولد به عنوان تنظیم کننده ولتاژ پایانه در مقدار تعیین شده حمایت می‌کند، امکان پذیر خواهد بود.

**مثال ۷-۳** به منظور تکمیل اولین تکرار روش گوس سایدل، ولتاژ شینه (۴) را در مثال (۷-۲) پیدا کنید. در محاسبه این ولتاژ مقادیر تسریع شده که در بالا بیان شد را به جای تخمین اولیه ولتاژ در شینه‌های (۲) و (۳) به کار می‌برید.

**پاسخ:** جدول (۷-۴) نشان می‌دهد که  $Y_{F1}$  برابر صفر است و بنابراین از معادله (۷-۲۴) داریم

$$Q_F^{(1)} = -\text{Im} \{ V_F^{(0)*} (Y_{F2} V_{2,\text{acc}}^{(1)} + Y_{F3} V_{3,\text{acc}}^{(1)} + Y_{F4} V_{4,\text{acc}}^{(0)}) \}$$

با جایگزین کردن مقادیر در معادله بالا خواهیم داشت:

$$Q_F^{(1)} = -\text{Im} \left\{ \begin{aligned} & 1.02 [(-5.169561 + j25.847809)(0.973703 - j0.051706)] \\ & + (-3.023705 + j15.118528)(0.953949 - j0.066708) \\ & + (8.193267 - j40.863838)(1.02) \end{aligned} \right\}$$

$$= -\text{Im} \{ 1.02 [-5.573064 + j40.059396 + (8.193267 - j40.863838) 1.02] \}$$

$$= 1.654151 \text{ پریونیت}$$

حال این مقدار  $Q_F^{(1)}$  را در معادله (۷-۲۵) قرار می‌دهیم تا داشته باشیم:

$$V_F^{(1)} = \frac{1}{Y_{FF}} \left[ \frac{P_{F, sch} - jQ^{(1)}}{V_F^{(0)*}} - (Y_{F2} V_{2, acc}^{(1)} + Y_{F3} V_{3, acc}^{(1)}) \right]$$

$$= \frac{1}{Y_{FF}} \left[ \frac{2,38 - j1,654151}{1,02 - j0,0} - (-0,573066 + j4,059398) \right]$$

$$= \frac{7,906399 - j4,1681115}{8,193267 - j4,0863838} = 1,017874 - j0,010604 \text{ پریونیت}$$

بنابراین  $|V_F^{(1)}|$  برابر  $1,017929$  به دست می‌آید و حال باید دامنه آن را به  $1,02$  تصحیح کنیم:

$$V_{F, corr}^{(1)} = \frac{1,02}{1,017929} (1,017874 - j0,010604)$$

$$= 1,019945 - j0,010625 \text{ پریونیت}$$

در این مثال  $Q_F^{(1)}$  در اولین تکرار  $1,654151$  به دست می‌آید. اگر توان مجازی تولید شده در شینه (۴) به کمتر از  $1,654151$  پریونیت محدود شده باشد، آنگاه مقدار حدی تعیین شده باید برای  $Q_F^{(1)}$  به کار گرفته شود و در این حالت شینه (۴) در تکرار به عنوان شینه بار رفتار می‌کند. در هر تکرار دیگری هم که در آن مولد از حدود  $Q$  تخطی کند باید استراتژی مشابهی به کار رود.

روش گوس - سایدل یکی از شیوه‌های حل مسأله پخش توان است. لیکن مطالعات امروزی که بر مبنای صنعت استوار است عموماً روش تکرار نیوتن - رافسون را به کار می‌گیرد، این روش در همگرایی مطمئن‌تر، در محاسبات سریعتر و در نگه داشتن اطلاعات لازم خیلی اقتصادی‌تر است. همگرایی حل مثالهای (۷-۲) و (۷-۳) با نتایج داده شده در شکل (۷-۴) که پس از این از روش نیوتن - رافسون به دست می‌آید مطابقت دارد.

### ۷-۳ روش نیوتن - رافسون

بسط سری تیلور برای یک تابع دو یا چند متغیره اساس روش نیوتن رافسون در حل مسأله پخش توان است. مطالعه این روش را با بحث بر روی حل مسأله‌ای که با دو معادله و دو متغیر سروکار دارد شروع می‌کنیم. سپس خواهیم دید که چگونه این روش را برای تجزیه و تحلیل معادله‌های پخش توان گسترش می‌دهیم.

بگذارید معادله‌ای را در نظر بگیریم که در آن  $h_1$  تابعی از دو متغیر  $x_1$  و  $x_2$  بوده و برابر مقدار ثابت  $b_1$

است:

$$g_1(x_1, x_2, u) = h_1(x_1, x_2, u) - b_1 = 0 \quad (7-27)$$

و معادله دومی که با تابع دیگر  $h_2$  سروکار دارد:

$$g_2(x_1, x_2, u) = h_2(x_1, x_2, u) - b_2 = 0 \quad (7-28)$$

که در آن نیز یک ثابت است. نماد  $u$  یک کنترل مستقل<sup>۱</sup> را نشان می‌دهد که در این فصل ثابت در نظر گرفته می‌شود. همانند معادله‌های (7-9) و (7-10)، توابع  $g_1$  و  $g_2$  به منظور قراردادی معرفی می‌شوند تا به ما اجازه دهند دربارهٔ اختلاف بین مقادیر محاسبه شده  $h_1$  و  $h_2$  و مقادیر مفروض آنها یعنی  $b_1$  و  $b_2$  بحث کنیم. برای یک مقدار مشخص  $u$  بگذارید تا پاسخ‌های این معادله‌های را با  $x_1^{(0)}$  و  $x_2^{(0)}$  حدس بزنیم. بالانویس صفر بیانگر این نکته است که این مقادیر، پاسخ‌های واقعی  $x_1^*$  و  $x_2^*$  نبوده بلکه حدس اولیه می‌باشند. تصحیح‌های  $\Delta x_1^{(0)}$  و  $\Delta x_2^{(0)}$  را به عنوان مقادیری که باید با  $x_1^{(0)}$  و  $x_2^{(0)}$  جمع شوند و پاسخ‌های صحیح  $x_1^*$  و  $x_2^*$  را به دست دهند در نظر می‌گیریم. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$g_1(x_1^*, x_2^*, u) = g_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, u) = 0 \quad (7-29)$$

$$g_2(x_1^*, x_2^*, u) = g_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, u) = 0 \quad (7-30)$$

حال مسأله ما به دست آوردن  $\Delta x_1^{(0)}$  و  $\Delta x_2^{(0)}$  است، که با بسط معادله‌های (7-29) و (7-30) در سری تیلور حول پاسخ مفروض داریم:

$$g_1(x_1^*, x_2^*, u) = g_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, u) + \Delta x_1^{(0)} \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_1} \right|^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \right|^{(0)} + \dots = 0 \quad (7-31)$$

$$g_2(x_1^*, x_2^*, u) = g_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, u) + \Delta x_1^{(0)} \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_1} \right|^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \right|^{(0)} + \dots = 0 \quad (7-32)$$

که در آن مشتقات جزئی با درجه بالاتر از ۱ در عبارتهای بسط سری نشان داده نشده‌اند. عبارت  $\left. \frac{\partial g_1}{\partial x_1} \right|^{(0)}$  نشان می‌دهد که مشتق جزئی به ازای مقدارهای تخمینی  $x_1^{(0)}$  و  $x_2^{(0)}$  به دست آمده است. عبارتهای مشابه دیگر نیز به همین روش عددگذاری شده‌اند.

اگر مشتقات جزئی با درجه بزرگتر از ۱ را کنار بگذاریم، می‌توانیم معادله‌های (7-31) و (7-32) را

1- independent control

به صورت ماتریسی زیر بنویسیم:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}^{(0)}} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - g_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, u) \\ 0 - g_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, u) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 - h_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, u) \\ b_2 - h_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, u) \end{bmatrix} \quad (7-33)$$

که در آن ماتریس مربعی به سسنتات جزئی، ژاکوبین  $\mathbf{J}$  نامیده می‌شود و یا در این حالت  $\mathbf{J}^{(0)}$  می‌گوییم تا دلالت کند بر اینکه تخمین‌های اولیه  $x_1^{(0)}$  و  $x_2^{(0)}$  برای محاسبه مقادیر عددی مشتقات جزئی به کار رفته‌اند. توجه داریم که  $g_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, u)$  مقدار محاسبه شده  $g_1$  بر مبنای مقدارهای حدسی  $x_1^{(0)}$  و  $x_2^{(0)}$  است، اما این مقدار محاسبه شده، مقدار صفر تعیین شده به وسیله معادله (7-27) نیست مگر اینکه مقدارهای تخمینی  $x_1^{(0)}$  و  $x_2^{(0)}$  درست باشند. همانند قبل، مقدار تعیین شده  $g_1$  منهای مقدار محاسبه شده  $g_1$  را انحراف  $\Delta g_1^{(0)}$  می‌نامیم و انحراف  $\Delta g_2^{(0)}$  را نیز به همین گونه تعریف می‌کنیم. آنگاه یک سیستم خطی معادله‌های انحراف را داریم:

$$\mathbf{J}^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta g_1^{(0)} \\ \Delta g_2^{(0)} \end{bmatrix} \quad (7-34)$$

با حل معادله‌های انحراف، یا به کمک عاملهای مثلثاتی ژاکوبین یا (به ندرت) به وسیله پیدا کردن معکوس آن، می‌توانیم  $\Delta x_1^{(0)}$  و  $\Delta x_2^{(0)}$  را تعیین کنیم. لیکن از آنجا که ما در بسط سری برش زده‌ایم<sup>۲</sup>، این مقدارها که به حدس اولیه ما اضافه می‌شوند پاسخ صحیح را برای ما تعیین نمی‌کنند و ما باید با فرض تخمینهای جدید  $x_1^{(1)}$  و  $x_2^{(1)}$  سعی دوباره نماییم، در اینجا

$$x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \quad x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \quad (7-35)$$

این مرحله‌ها را آنقدر تکرار می‌کنیم تا تصحیح‌ها از نظر دامنه در یک درجه دقت انتخابی  $\varepsilon > 0$  صدق کنند؛ یعنی اینکه،  $|\Delta x_1|$  و  $|\Delta x_2|$  هر دو از  $\varepsilon$  کوچکتر شوند. حال مفاهیمی را که روش نیوتن رافسون بیان می‌کند با یک مثال عددی تمرین می‌کنیم.

1- mismatch

۲- مشتقات جزئی با درجه بزرگتر از ۱ حذف گردید.

مثال ۷-۴ با به کار بردن روش نیوتن رافسون معادله‌های غیر خطی زیر را بر حسب  $x_1$  و  $x_2$  حل کنید.

$$g_1(x_1, x_2, u) = h_1(x_1, x_2, u) - b_1 = 4ux_2 \sin x_1 + 0.16 = 0$$

$$g_2(x_1, x_2, u) = h_2(x_1, x_2, u) - b_2 = 4x_2^2 - 4ux_2 \cos x_1 + 0.13 = 0$$

کمیت  $u$  را به عنوان عدد ثابت و برابر  $170$  در نظر بگیرید و شرایط اولیه را  $x_1^{(0)} = 0 \text{ rad}$  و  $x_2^{(0)} = 170 \text{ rad}$  انتخاب کنید. درجه دقت  $\epsilon = 10^{-5}$  است.

پاسخ: با گرفتن مشتق جزئی نسبت به  $x$ ‌ها داریم:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4ux_2 \cos x_1 & 4u \sin x_1 \\ 4ux_2 \sin x_1 & 8x_2 - 4u \cos x_1 \end{bmatrix}$$

در اینجا کمیت  $u$  مقدار ثابتی برابر  $170$  دارد اما در بعضی از مطالعات ممکن است به عنوان یک مقدار قابل تعیین یا یک متغیر کنترل شونده رفتار کند.

تکرار اول: با قرار دادن  $u = 170$  و به کار بردن تخمین اولیه برای  $x_1$  و  $x_2$  انحرافها را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta g_1^{(0)} = 0 - g_{1, \text{calc}} = b_1 - h_1^{(0)} = -0.16 - 4 \sin(0) = -0.16$$

$$\Delta g_2^{(0)} = 0 - g_{2, \text{calc}} = b_2 - h_2^{(0)} = -0.13 - 4 \times (170)^2 + 4 \cos(0) = -0.13$$

حال آن را در معادله (۷-۳۴) به کار می‌گیریم تا معادله‌های انحراف به دست آید:

$$\begin{bmatrix} 4 \cos(0) & 4 \sin(0) \\ 4 \sin(0) & 8x_2 - 4 \cos(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.16 \\ -0.13 \end{bmatrix}$$

با معکوس کردن این ماتریس ساده  $2 \times 2$ ، تصحیح‌های اولیه را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0.16 \\ -0.13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.150 \\ -0.1075 \end{bmatrix}$$

که مقدار  $x_1$  و  $x_2$  را برای اولین تکرار به صورت زیر ارائه می‌دهد:

$$x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} = 0 + (-0.150) = -0.150 \text{ rad}$$

$$x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} = 1,0 + (-0,075) = 0,925$$

تصحیح‌ها از خطای مجاز داده شده فراتر است، و بنابراین ادامه می‌دهیم.

تکرار دوم: انحرافهای جدید عبارتند از:

$$\begin{bmatrix} \Delta g_1^{(1)} \\ \Delta g_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,6 - 4(0,925) \sin(-0,15) \\ -0,3 - 4(0,925)^2 + 4(0,925) \cos(-0,15) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,047079 \\ -0,064047 \end{bmatrix}$$

و با جای‌گذاری اطلاعات جدید در جاکوبین، تصحیح‌های جدید را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1^{(1)} \\ \Delta x_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,658453 & -0,597753 & -1 & -0,047079 \\ -0,552921 & 3,444916 & & -0,064047 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -0,016335 \\ -0,021214 \end{bmatrix}$$

این تصحیح‌ها نیز از شاخص دقت فراترند، و بنابراین تکرار بعدی را نیز با مقدارهای تصحیح شده جدید ادامه می‌دهیم:

$$x_1^{(2)} = -0,150 + (-0,016335) = -0,166335 \text{ rad}$$

$$x_2^{(2)} = -0,925 + (-0,021214) = -0,946214$$

با ادامه دادن سومین تکرار، در می‌یابیم که تصحیح‌های  $\Delta x_1^{(3)}$  و  $\Delta x_2^{(3)}$  هر کدام از نظر دامنه از خطای مجاز قید شده  $10^{-5}$  کوچکترند. بر این اساس، پاسخ‌ها را محاسبه می‌کنیم:

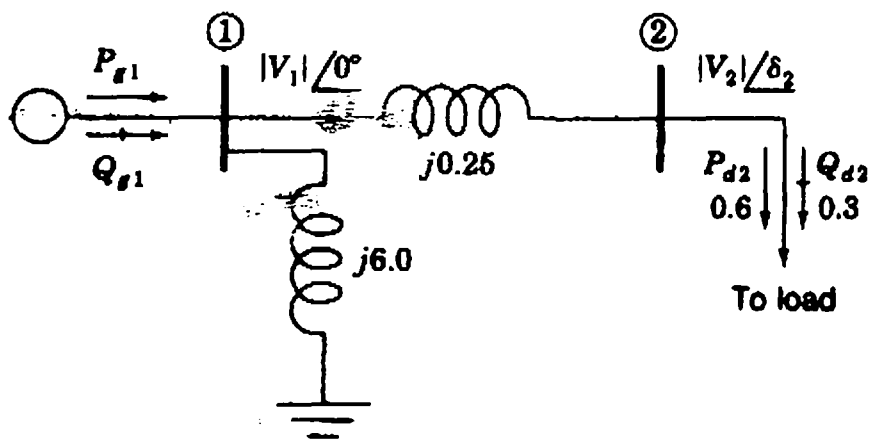
$$x_1^{(4)} = -0,166876 \text{ rad} \quad x_2^{(4)} = 0,903057$$

انحرافهای حاصل آنقدر ناچیز است که به آسانی می‌توان آن را ندیده گرفت.

در این مثال در واقع اولین مسألهٔ پخش توان با روش نیوتن رافسون حل شده است. چراکه دو معادلهٔ غیرخطی مثال، معادله‌های پخش توان سادهٔ نشان داده شده در شکل (۷-۳) هستند.

$$\begin{aligned} g_1(x_1, x_2, u) &= P_2(x_1, x_2, u) - (P_{g2} - P_{d2}) \\ &= 4 |V_1| |V_2| \sin \delta_2 + 0,6 = 0 \end{aligned} \quad (7-36)$$

$$\begin{aligned} g_2(x_1, x_2, u) &= Q_2(x_1, x_2, u) - (Q_{g2} - Q_{d2}) \\ &= 4 |V_2|^2 - 4 |V_1| |V_2| \cos \delta_2 + 0,3 = 0 \end{aligned} \quad (7-37)$$



شکل ۷-۳ سیم‌تخم با معادله‌های  
پخش توان متناظر با مثال ۷-۴

که در آن زاویه  $\delta_1$  و  $\delta_2$  دامنه و نتاژ  $|V_2|$  را در شینه (۲) نشان می‌دهد. کنترل دامنه و نتاژ  $|V_1|$  شینه اصلی را نشان می‌دهد، و با تغییر مقدار آن از مقدار مشخص شدهٔ ۱ پریونیت، می‌توان پاسخ  $\delta_1$  را کنترل کرد. در این کتاب ما بر روی این عامل کنترل کننده تحقیق نمی‌کنیم، اما در عوض، تمرکزمان را بر روی کاربرد روش نیوتن-رافسون در مطالعهٔ پخش توان قرار می‌دهیم.

#### ۷-۴ حل پخش توان نیوتن-رافسون

به منظور به کار گرفتن روش نیوتن-رافسون در حل معادله‌های پخش توان، ولتاژ شینه‌ها و ادمیتانس خطها را به شکل قطبی بیان می‌کنیم. هنگامی که در معادله‌های (۶-۱) و (۷-۷)،  $n$  را برابر  $i$  قرار دهیم و عبارتهای متناظر آن را از داخل جمعها بیرون آوریم، خواهیم داشت:

$$P_i = |V_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_i V_n Y_{in}| \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad (7-38)$$

$$Q_i = -|V_i|^2 B_{ii} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_i V_n Y_{in}| \sin(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad (7-39)$$

این معادله‌ها می‌توانند به آسانی نسبت به زاویه و دامنه ولتاژ مشتق‌گیری شوند. عبارتهایی که دارای  $G_{ii}$  و  $B_{ii}$  هستند از تعریف  $Y_{ij}$  در معادله (۷-۱) و این حقیقت که وقتی  $n = i$  باشد زاویه  $(\delta_n - \delta_i)$  صفر است به دست می‌آیند.

بگذارید اکنون در نظر گرفتن شینه‌های کنترل ولتاژ را به تعویق بیندازیم و همهٔ شینه‌ها (غیر از شینه اصلی) را به عنوان شینه‌های بار با مصرف معلوم  $P_{di}$  و  $Q_{di}$  منظور کنیم. در شینه اصلی،  $\delta_1$  و  $|V_1|$  مقدار معینی دارند، و هر یک از شینه‌های دیگر شبکه دو متغیر حالت  $\delta_i$  و  $|V_i|$  دارند که در مسألهٔ پخش توان باید محاسبه شوند. مقادیر معلوم  $P_{di}$  و  $Q_{di}$  با منفی ثابت  $b$  که در معادله‌های (۷-۲۷) و (۷-۲۸) نشان داده شده، متناظر می‌باشند، همان‌گونه که در مثال (۷-۱) نشان داده شد. در هر یک از

شینه‌های غیر اصلی<sup>۱</sup> مقادیر تخمینی  $\delta_i$  و  $|V_i|$  با تخمینهای  $x_1^{(0)}$  و  $x_2^{(0)}$  در بخش قبل متناظرند. متناظر با انحرافهای  $\Delta g$  معادله (۷-۳۴)، به کمک معادله‌های (۷-۸) و (۷-۹)، انحرافهای توان برای شینه نمونه (i) به صورت زیر خواهد بود:

$$\Delta P_i = P_{i, sch} - P_{i, calc} \quad (7-40)$$

$$\Delta Q_i = Q_{i, sch} - Q_{i, calc} \quad (7-41)$$

برای سادگی، اکنون معادله‌های انحراف را برای یک سیستم چهار شینه می‌نویسیم، و به روشنی خواهید دید که چگونه این معادله‌ها را برای سیستمی با بیش از چهار شینه گسترش می‌دهیم. برای توان حقیقی  $P_i$  داریم:

$$\begin{aligned} \Delta P_i = & \frac{\partial P_i}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \frac{\partial P_i}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 + \frac{\partial P_i}{\partial \delta_4} \Delta \delta_4 + \frac{\partial P_i}{\partial |V_2|} \Delta |V_2| \\ & + \frac{\partial P_i}{\partial |V_3|} \Delta |V_3| + \frac{\partial P_i}{\partial |V_4|} \Delta |V_4| \end{aligned} \quad (7-42)$$

سه عبارت آخری را می‌توان بر دامنه ولتاژ متناظرش ضرب و تقسیم نمود بدون اینکه مقدار آنها تغییر نماید، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \Delta P_i = & \frac{\partial P_i}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \frac{\partial P_i}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 + \frac{\partial P_i}{\partial \delta_4} \Delta \delta_4 + |V_2| \frac{\partial P_i}{\partial |V_2|} \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|} \\ & + |V_3| \frac{\partial P_i}{\partial |V_3|} \frac{\Delta |V_3|}{|V_3|} + |V_4| \frac{\partial P_i}{\partial |V_4|} \frac{\Delta |V_4|}{|V_4|} \end{aligned} \quad (7-43)$$

همچنان‌که بزودی خواهیم دید این شکل معادله‌ها، برتری‌هایی خواهد داشت. معادله انحراف مشابه برای توان مجازی  $Q_i$  را می‌توان چنین نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta Q_i = & \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_3} \Delta \delta_3 + \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_4} \Delta \delta_4 + |V_2| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_2|} \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|} \\ & + |V_3| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_3|} \frac{\Delta |V_3|}{|V_3|} + |V_4| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_4|} \frac{\Delta |V_4|}{|V_4|} \end{aligned} \quad (7-44)$$

1- nonslack bus



هر شینه غیر اصلی سیستم دو معادله، همانند بالا برای  $\Delta P_i$  و  $\Delta Q_i$  دارد. با جمع آوری همه معادله‌های انحراف به شکل بردار ماتریسی خواهیم داشت:

$$\begin{array}{c}
 \left[ \begin{array}{cc|cc}
 \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_f} & |V_2| \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} \dots |V_f| \frac{\partial P_2}{\partial |V_f|} \\
 \vdots & \mathbf{J}_{11} & \vdots & \vdots \mathbf{J}_{12} \vdots \\
 \frac{\partial P_f}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_f}{\partial \delta_f} & |V_2| \frac{\partial P_f}{\partial |V_2|} \dots |V_f| \frac{\partial P_f}{\partial |V_f|} \\
 \hline
 \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_f} & |V_2| \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} \dots |V_f| \frac{\partial Q_2}{\partial |V_f|} \\
 \vdots & \mathbf{J}_{21} & \vdots & \vdots \mathbf{J}_{22} \vdots \\
 \frac{\partial Q_f}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_f}{\partial \delta_f} & |V_2| \frac{\partial Q_f}{\partial |V_2|} \dots |V_f| \frac{\partial Q_f}{\partial |V_f|}
 \end{array} \right] \begin{array}{c}
 \Delta \delta_2 \\
 \vdots \\
 \Delta \delta_f \\
 \hline
 \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|} \\
 \vdots \\
 \frac{\Delta |V_f|}{|V_f|}
 \end{array} = \begin{array}{c}
 \Delta P_2 \\
 \vdots \\
 \Delta P_f \\
 \hline
 \Delta Q_2 \\
 \vdots \\
 \Delta Q_f
 \end{array}
 \end{array}$$

ژاکوبین
تصحیح‌ها
انحرافها

(۷-۴۵)

نمی‌توانیم انحرافها را برای شینه اصلی نیز بیان کنیم. زیرا وقتی  $P_1$  و  $Q_1$  برنامه‌ریزی شده نباشند،  $\Delta P_1$  و  $\Delta Q_1$  تعریف شده نیستند. همچنین همه عبارتهایی که با  $\Delta \delta_1$  و  $\Delta |V_1|$  سر و کار دارند را از معادله‌ها حذف می‌کنیم زیرا تصحیح‌های هر دوی آنها در شینه اصلی صفر است.

شکل تقسیم بندی شده معادله (۷-۴۵) بر چهار نوع گوناگون از مشتقات جزئی تأکید می‌کند که در ژاکوبین  $J$  وارد شده‌اند. ضریب عناصر  $J_{12}$  و  $J_{22}$  دامنه ولتاژ است تا ژاکوبین منتهی ساده‌تر و متقارن‌تر باشد. در انتخاب این شکل، تساوی زیر را به کار برده‌ایم:

$$\underbrace{|V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|}}_{\text{درآیه } J_{12}} \times \underbrace{\frac{\Delta |V_j|}{|V_j|}}_{\text{تصحیح}} = \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} \times \Delta |V_j| \tag{۷-۴۶}$$

و همچنان که نشان داده شده تصحیح‌ها به جای  $\Delta |V_j|$ ، برابر  $\frac{\Delta |V_i|}{|V_j|}$  خواهد شد.

- حل معادله (۷-۴۵) به روش تکرار به صورت زیر دنبال می‌شود:
- مقادیر  $\delta_i^{(0)}$  و  $|V_i^{(0)}|$  را برای متغیرهای حالت تخمین بزنید.
- از تخمین‌ها استفاده کنید برای محاسبه:

درآیه‌های مشتق جزئی ژاکوبین  $J$ .  
 انحرافهای  $\Delta P_i^{(0)}$  و  $\Delta Q_i^{(0)}$  به کمک معادله‌های (۷-۴۰) و (۷-۴۱)، و  
 $P_{i, calc}^{(0)}$  و  $Q_{i, calc}^{(0)}$  به کمک معادله‌های (۷-۳۸) و (۷-۳۹)،

- معادله (۷-۴۵) را برای تصحیح‌های اولیه  $\Delta \delta_i^{(0)}$  و  $\Delta |V_i|^{(0)}$  حل کنید.
- تصحیح‌های به دست آمده را با تخمین‌های اولیه جمع کنید تا داشته باشیم:

$$\delta_i^{(1)} = \delta_i^{(0)} + \Delta \delta_i^{(0)} \quad (7-47)$$

$$|V_i|^{(1)} = |V_i|^{(0)} + \Delta |V_i|^{(0)} = |V_i|^{(0)} \left( 1 + \frac{\Delta |V_i|^{(0)}}{|V_i|^{(0)}} \right) \quad (7-48)$$

- مقادیر جدید  $\delta_i^{(1)}$  و  $|V_i|^{(1)}$  را به عنوان مقادیر شروع تکرار ۲ در نظر بگیرید و تکرار را ادامه دهید.
- در عبارتهای عمومی‌تر، رابطه‌های جدید کردن<sup>۱</sup> مقدارهای شروع متغیرهای حالت عبارتند از:

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)} \quad (7-49)$$

$$|V_i|^{(k+1)} = |V_i|^{(k)} + \Delta |V_i|^{(k)} = |V_i|^{(k)} \left( 1 + \frac{\Delta |V_i|^{(k)}}{|V_i|^{(k)}} \right) \quad (7-50)$$

برای سیستم چهار شینه، زیر ماتریس  $J_{11}$  شکل زیر را دارد:

$$J_{11} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_4} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_4} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_4} \end{bmatrix} \quad (7-51)$$

رابطه درآیه‌های معادله بالا با مشتق‌گیری از بعضی جمله‌های معادله (۷-۳۸) به دست می‌آید. هنگامی که متغیر  $n$  برابر مقدار نمونه زبشود، فقط یکی از عبارتهای کسینوسی در مجموع معادله (۷-۳۸) شامل  $\delta_j$  می‌باشد، و با مشتق‌گیری جزئی از آن نسبت به  $\delta_j$ ، عنصر غیر قطری نوعی  $J_{11}$  به دست می‌آید:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = - |V_i V_j Y_{ij}| \sin (\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (7-52)$$

1- update

از طرف دیگر، همه عبارتها در مجموع معادله (۷-۳۸) شامل  $\delta_i$  است، و بنابراین عنصر نوعی قطری  $J_{ii}$  عبارتست از:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_i V_n Y_{in}| \sin(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) = - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N \frac{\partial P_i}{\partial \delta_n} \quad (7-53)$$

با مقایسه این عبارت و عبارت  $Q_i$  در معادله (۷-۳۹)، خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (7-54)$$

با روشی کاملاً مشابه، می‌توانیم رابطه‌هایی برای درآیه‌های زیر ماتریس  $J_{ij}$  به دست آوریم،

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = - |V_i V_j Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (7-55)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_i V_n Y_{in}| \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) = - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_n} \quad (7-56)$$

از مقایسه این معادله برای  $\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i}$  با معادله (۷-۳۸) برای  $P_i$  می‌توانیم نشان دهیم که:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = P_i - |V_i|^2 G_{ii} \quad (7-57)$$

درآیه‌های زیرماتریس  $J_{ij}$  را به سادگی می‌توان به دست آورد، بدین ترتیب که ابتدا عبارتی برای مشتق  $\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|}$  پیدا می‌کنیم و سپس آن را در  $|V_j|$  ضرب می‌کنیم تا داشته باشیم:

$$|V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_j| |V_i Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (7-58)$$

از مقایسه با معادله (۷-۵۵) داریم:

$$|V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = \frac{-\partial Q_i}{-\partial \delta_j} \quad (7-59)$$

این یک نتیجه خیلی مفید است و سبب می‌شود محاسباتی که در تشکیل ژاکوبین دخالت دارند کاهش

یابند زیرا درآیه‌های غیر قطری  $J_{۱۲}$  به سادگی از منفی نمودن درآیه‌های متناظر در  $J_{۲۱}$  حاصل می‌شوند. اگر عبارت  $\partial P_i / \partial |V_j|$  در معادله (۷-۴۳)، در دامنه  $|V_j|$  ضرب نمی‌شد، این ویژگی آشکار نمی‌گردید. به روشی مشابه، درآیه‌های قطری  $J_{۱۲}$  چنین به دست می‌آیند:

$$|V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = |V_i| \left[ \gamma |V_i| G_{ii} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_n Y_{in}| \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \right] \quad (7-60)$$

و از مقایسه این نتیجه با معادله‌های (۷-۵۶) و (۷-۵۷) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$|V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} + \gamma |V_i|^2 G_{ii} = P_i + |V_i|^2 G_{ii} \quad (7-61)$$

سرانجام، عناصر قطری و غیر قطری زیر ماتریس  $J_{۲۲}$  از ژاکوبین چنین تعیین می‌شوند:

$$|V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = - |V_j| |V_i Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \quad (7-62)$$

$$|V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = - \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} - \gamma |V_i|^2 B_{ii} = Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (7-63)$$

اکنون نتایج به دست آمده در بالا را به صورت تعریفهای زیر مرتب می‌کنیم:  
عناصر غیر قطری،  $i \neq j$ :

$$M_{ij} \triangleq \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \quad (7-64)$$

$$N_{ij} \triangleq \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = - |V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} \quad (7-65)$$

عناصر قطری،  $i = j$ :

$$M_{ii} \triangleq \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \quad |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = - M_{ii} - \gamma |V_i|^2 B_{ii} \quad (7-66)$$

$$N_{ii} \triangleq \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} \quad |V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = N_{ii} + \gamma |V_i|^2 G_{ii} \quad (7-67)$$

ارتباط بین عناصر چهار زیر ماتریس ژاکوبین خیلی روشن تر خواهد شد اگر از تعریفهای بالا به صورت زیر برای بازنویسی معادله (۷-۴۵) استفاده شود:

$$\begin{bmatrix} M_{22} & M_{23} & M_{24} & N_{22} + 2|V_2|^2 G_{22} & -N_{23} & -N_{24} \\ M_{32} & M_{33} & M_{34} & -N_{32} & N_{33} + 2|V_3|^2 G_{33} & -N_{34} \\ M_{42} & M_{43} & M_{44} & -N_{42} & -N_{43} & N_{44} + 2|V_4|^2 G_{44} \\ \hline N_{22} & N_{23} & N_{24} & -M_{22} - 2|V_2|^2 B_{22} & M_{23} & M_{24} \\ N_{32} & N_{33} & N_{34} & M_{32} & -M_{33} - 2|V_3|^2 B_{33} & M_{34} \\ N_{42} & N_{43} & N_{44} & M_{42} & M_{43} & -M_{44} - 2|V_4|^2 G_{44} \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \\ \hline \Delta |V_2| / |V_2| \\ \Delta |V_3| / |V_3| \\ \Delta |V_4| / |V_4| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \hline \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \end{bmatrix} \quad (7-68)$$

تاکنون همه شینه‌های غیر اصلی را به عنوان شینه بار در نظر گرفته‌ایم. حال می‌خواهیم شینه‌های کنترل ولتاژ را نیز در نظر بگیریم.

شینه‌های کنترل ولتاژ در شکل قطبی معادله‌های پخش توان شینه‌های کنترل ولتاژ به آسانی به حساب آورده می‌شوند. مثلاً، اگر شینه ۴ از سیستم چهار شینه، کنترل ولتاژ است، آنگاه  $|V_4|$  مقدار ثابت معینی دارد و تصحیح ولتاژ  $\Delta |V_4| / |V_4|$  باید همیشه صفر باشد. در نتیجه، ششمین ستون ژاکوبین معادله (۷-۶۸) همیشه در صفر ضرب می‌شود، و می‌توان آن را حذف نمود. علاوه بر این چون  $Q_4$  معین نیست، انحراف  $\Delta Q_4$  نمی‌تواند تعریف گردد، و بنابراین باید ردیف ششم معادله (۷-۶۸) متناظر با  $Q_4$  را حذف کنیم. البته پس از اینکه پاسخ پخش توان در دسترس قرار گرفت  $Q_4$  را می‌توان محاسبه کرد.

در حالت کلی اگر  $N_g$  شینه کنترل ولتاژ در کنار شینه اصلی وجود داشته باشد، برای هر چنین شینه‌ای، یک سطر و ستون از شکل قطبی ژاکوبین سیستم حذف می‌شود، که در آن صورت  $(2N - N_g - 2)$

ردیف و (۲ -  $N_g - 2N$ ) ستون مطابق با جدول (۷-۱) وجود خواهد داشت.

**مثال ۷-۵** سیستم قدرت کوچک مثال (۷-۲) دارای اطلاعات خط و اطلاعات شینه داده شده در جدول (۷-۲) و (۷-۳) است. باید یک مطالعه پخش توان به روش نیوتن - رافسون به کمک شکل قطبی معادله‌های  $P$  و  $Q$  انجام شود. تعداد سطرها و ستون‌های ژاکوبین را تعیین کنید. انحراف اولیه  $\Delta P_3^{(0)}$  را محاسبه کنید، و مقادیرهای اولیه عناصر ژاکوبین (ردیف دوم، ستون سوم)؛ (ردیف دوم، ستون دوم)؛ و (ردیف پنجم، ستون پنجم) را محاسبه کنید. مقادیر معین شده و تخمین ولتاژهای اولیه در جدول (۷-۳) نشان داده شده‌اند.

**پاسخ:** از آنجا که شینه اصلی ردیف یا ستونی در ژاکوبین ندارد، اگر  $P$  و  $Q$  برای سه شینه باقیمانده معین باشند، یک ماتریس  $6 \times 6$  لازم خواهد بود. اما در حقیقت، در شینه (۴) دامنه ولتاژ معین است (یعنی ثابت نگه داشته می‌شود)، و بنابراین ژاکوبین یک ماتریس  $5 \times 5$  خواهد بود. به منظور محاسبه  $P_{3, calc}$  بر اساس ولتاژهای معین و تخمین زده شده در جدول (۷-۳)، شکل قطبی درآیه‌های غیرقطری جدول (۷-۴) مورد نیاز است:

$$Y_{31} = 26,359695 \angle 101,30993^\circ \quad Y_{34} = 15,417934 \angle 101,30993^\circ$$

و درآیه قطری  $Y_{33} = 8,193267 - j40,863838$ . از آنجا که  $Y_{32}$  و مقادیر اولیه  $\delta_3^{(0)}$  و  $\delta_4^{(0)}$  همه صفر هستند، از معادله (۷-۳۸) داریم:

$$\begin{aligned} P_{3, calc}^{(0)} &= |V_3|^2 G_{33} + |V_3 V_1 Y_{31}| \cos \theta_{31} + |V_3 V_4 Y_{34}| \cos \theta_{34} \\ &= (1,0)^2 8,193267 + (1,0 \times 1,0 \times 26,359695) \cos (101,30993^\circ) \\ &\quad + (1,0 \times 1,0 \times 15,417934) \cos (101,30993^\circ) \\ &= -0,06047 \text{ پریونیت} \end{aligned}$$

توان حقیقی برنامه‌ریزی شده ورودی به شبکه در شینه (۳) دارای مقدار (-۲۷۰۰) پریونیت است و بنابراین، انحراف اولیه‌ای که می‌خواهیم محاسبه کنیم مقدار زیر را دارد:

$$\Delta P_{3, calc}^{(0)} = -2700 - (-0,06047) = -1,93953 \text{ پریونیت}$$

از معادله (۷-۵۲) عنصر ژاکوبین (ردیف دوم، ستون سوم) عبارتست از:

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_4} = - |V_3 V_4 Y_{34}| \sin (\theta_{34} + \delta_4 - \delta_3)$$

$$= - (1,0 \times 1,0 \times 15,417934) \sin (10,1,30993^\circ)$$

$$= -15,420898 \text{ پریونیت}$$

و از معادله (۷-۵۳) عنصر (ردیف دوم، ستون دوم) عبارتست از:

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = - \frac{\partial P_3}{\partial \delta_1} - \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} - \frac{\partial P_3}{\partial \delta_4}$$

$$= |V_3 V_1 Y_{31}| \sin (\theta_{31} + \delta_1 - \delta_3) - 0 - (-15,420898)$$

$$= (1,0 \times 1,0 \times 26,359695) \sin (10,1,30993^\circ) + 15,420898$$

$$= 41,268707 \text{ پریونیت}$$

برای عناصر (ردیف پنجم، ستون پنجم) از معادله (۷-۶۳) داریم:

$$|V_3| \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} = - \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} - 2|V_3|^2 B_{33}$$

$$= -41,268707 - 2(1,0)^2 (-40,863838) = 40,458969 \text{ پریونیت}$$

با استفاده از اطلاعات ورودی اولیه، می‌توانیم بطور مشابه مقادیر اولیه سایر عناصر ژاکوبین و انحرافهای توان در همه شینه‌های سیستم را محاسبه کنیم.

برای سیستم مثال پیشین مقادیر عددی برای شروع نمودن<sup>۱</sup> معادله‌های انحراف را اکنون نشان می‌دهیم، البته برای سادگی مطلب، تنها تا سه رقم اعشار به صورت زیر:

Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \\ \hline \Delta  V_2  \\  V_2  \\ \hline \Delta  V_3  \\  V_3  \end{bmatrix}$
Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	
Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	
Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	
Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	Ⓜ	

$$= \begin{bmatrix} -1,597 \\ -1,940 \\ \hline 2,213 \\ -0,447 \\ 0,835 \end{bmatrix}$$

این سیستم معادله‌ها، مقادیر تصحیح و لتاژهای اولین تکرار را که برطبق معادله‌های (۷-۴۹) و (۷-۵۰) برای جدید کردن متغیرهای حالت لازم هستند ارائه می‌دهد. در پایان اولین تکرار مجموعه و لتاژهای جدید در شینه‌ها عبارتند از:

شماره شینه، $i$ =	①	②	③	④
$\delta_i$ (درجه)	۰	-۰,۹۳۰۹۴	-۱,۷۸۷۹۰	-۱,۵۴۳۸۳
$ V_i $ (پریونیت)	۱,۰۰	۰,۹۸۳۳۵	۰,۹۷۰۹۵	۱,۰۲

این و لتاژهای جدید سپس برای محاسبه دوباره ژاکوبین و انحرافهای دومین تکرار و ادامه آن استفاده می‌شود. مراحل تکرار ادامه می‌یابد تا اینکه یا انحرافهای  $\Delta P_i$  و  $\Delta Q_i$  از مقدار مجاز قید شده کمتر باشد یا همه  $\Delta \delta_i$  و  $\Delta |V_i|$  از درجه دقت انتخاب شده کمتر گردند. وقتی حل کامل شد، می‌توانیم معادله‌های (۷-۳۸) و (۷-۳۹) را برای محاسبه توان حقیقی و مجازی،  $P_1$  و  $Q_1$ ، در شینه اصلی، و توان مجازی  $Q_4$  در شینه کنترل و لتاژ (۴) به کار ببریم. توانهای جاری در خط‌ها را نیز می‌توان از اختلاف و لتاژ شینه‌ها و کمیت‌های معلوم خط‌ها محاسبه نمود. پاسخ‌های مربوط به و لتاژ شینه‌ها و توان خط‌ها برای سیستم مثال (۷-۵) در شکل‌های (۷-۴) و (۷-۵) نشان داده شده‌اند.

تعداد تکرارهای لازم در روش نیوتن - رافسون که از ادمیتانس شینه‌ها استفاده می‌کند عملاً مستقل از تعداد شینه‌ها است. زمان مورد نیاز برای روش گوس - سایدل (که از ادمیتانس شینه‌ها استفاده می‌کند) تقریباً با تعداد شینه‌ها به طور مستقیم افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، محاسبه درآیه‌های ژاکوبین وقت‌گیر است و زمان هر تکرار در روش نیوتن - رافسون بطور قابل ملاحظه‌ای طولانی‌تر است. هنگامی که روش ماتریسهای پراکنده<sup>۱</sup> به کار می‌رود، برای پاسخ‌هایی با دقت مشابه، به کمک روش نیوتن - رافسون، از امتیاز کوتاه‌تر شدن زمان محاسبه رایانه‌ای برای همه سیستم‌ها، بجز در سیستم‌های خیلی کوچک برخوردار خواهیم شد. ساختار  $n \times n$  شده ژاکوبین در بخش (۲-ب) ضمیمه بحث شده است.

1- sparse matrix



## ۷-۵ بررسی پخش توان در طراحی و بهره‌برداری سیستم

شرکتهای برق منطقه‌ای از برنامه‌های قدرتمندی برای مطالعات پخش توان استفاده می‌کنند که در ارزیابی مناسب شبکه‌های پیچیده و بهم پیوسته مفید است. این برنامه‌ها، اطلاعات مهمی در رابطه با طراحی و بهره‌برداری سیستم‌هایی که تاکنون ساخته نشده و نیز تأثیر تغییرات در سیستمهای موجود را به دست می‌دهد. مطالعه پخش توان برای بهره‌برداری سیستم تحت شرایط واقعی یا شرایط بهره‌برداری طبیعی پروژه، حالت پایه<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. نتایج حالت پایه تشکیل یک مبنای<sup>۲</sup> را می‌دهد تا در شرایط غیر طبیعی یا اضطراری بتوان تغییرات را با آن مقایسه نمود. مهندسین برنامه‌ریزی انتقال می‌توانند ضعفهای سیستم را نظیر پایین بودن ولتاژها، اضافه بار در خطوط، یا شرایط فوق العاده بار را کشف نمایند. با مطالعه طراحی و انجام تغییرات و/یا اضافه کردن به سیستم حالت پایه می‌توان ضعفها را برطرف کرد. سپس مدل سیستم برای آزمایش اضطراری رایانه‌ای عرضه می‌شود تا کشف شود که آیا در شرایط اضطراری که درگیر تولید غیرطبیعی هستیم و یا سطوح بار غیر عادی است، نقطه ضعفها افزایش نشان خواهند داد؟ ارتباط بین طراح سیستم و برنامه پخش توان رایانه‌ای ادامه می‌یابد تا کارکرد سیستم، برنامه‌ریزی محلی و منطقه‌ای و یا معیارهای بهره‌برداری را برآورده سازد.

یک نمونه برنامه پخش توان قابلیت کار روی سیستم‌هایی با بیش از ۲۰۰۰ شینه، ۳۰۰۰ خط و ۵۰۰ ترانسفورماتور را دارد. البته در صورتی که امکانات رایانه‌ای موجود به قدر کافی بزرگ باشند، برنامه‌ها را می‌توان از این هم گسترده‌تر نمود.

اطلاعات داده شده به رایانه باید شامل مقادیر عددی اطلاعات خطوط و شینه‌ها (نظیر جدول ۲-۷ و ۳-۷) بوده و بیان کند که آیا این یک شینه اصلی است، یا یک شینه تنظیم شده که دامنه ولتاژ آن به وسیله تولید توان مجازی  $Q$  ثابت نگه داشته می‌شود و یا یک شینه بار با  $P$  و  $Q$  ثابت می‌باشد. هنگامی که الزامی به ثابت نگه داشتن مقادیر نباشد کمیتهای داده شده در جدول را به عنوان تخمین‌های اولیه در نظر می‌گیریم. همچنانکه محدودیت کیلو ولت آمپر خطوط مشخص می‌گردد اغلب باید حدود تولید  $P$  و  $Q$  نیز معین شود. معمولاً برنامه‌ها ۱۰۰ MVA را به عنوان مبنای توان در نظر می‌گیرند مگر اینکه مقدار دیگری مشخص گردد.

مگاوار بارگیری کل هر خط به سبب خازنهای موازی و معادل، برابر با  $\sqrt{3}$  برابر ولتاژ نامی خط برحسب کیلوولت ضربدر  $I_{chg}$ ، تقسیم بر  $۱۰^۳$  است. یعنی اینکه:

$$(Mvar)_{chg} = \sqrt{3} |V| I_{chg} \times ۱۰^{-۳} = \omega C_n |V|^2 \quad (۷-۶۹)$$

که در آن  $|V|$  ولتاژ نامی خط به خط برحسب کیلو ولت،  $C_n$  ظرفیت کل خط نسبت به زمین برحسب

1- base case

2- bench mark

فاراد و  $I_{chg}$  به وسیله معادله‌های (۲۴-۵) و (۲۵-۵) تعریف می‌شود. برنامه رایانه‌ای خط را به صورت مدار معادل  $\pi$  نامی - همانند شکل (۷-۶) - در نظر می‌گیرد و خازنهای محاسبه شده از مگاوار بارگیری خط را بین دو سر خط به صورت مساوی تقسیم می‌کند. از معادله (۶۹-۷) نتیجه می‌شود که مگاوار بارگیری خط برحسب پریونیت با سوسپیتانس موازی خط برحسب پریونیت در ولتاژ ۱ پریونیت برابر است. در یک خط بلند، رایانه می‌تواند برای محاسبه مدار  $\pi$  معادل برای خازنهای توزیع شده به طور یکسان در همه طول خط برنامه‌ریزی شود.

نتایج خروجی که به وسیله رایانه چاپ می‌شود از تعدادی جدول تشکیل می‌گردد. معمولاً یکی از مهمترین اطلاعات که داده می‌شود، جدولی است که شماره و نام هر شینه، دامنه ولتاژ برحسب پریونیت و زاویه فاز، تولید و بار در هر شینه برحسب مگاوات و مگاوار، مگاوار راکتورها و خازنهای استاتیک روی هر شینه را نشان می‌دهد. همراه با اطلاعات هر شینه، توانهایی که از آن شینه از طریق خط‌های انتقال به سایر شینه‌ها جاری می‌شود، نیز داده می‌شود. کل تولید و بارهای سیستم نیز بر حسب مگاوات و مگاوار نوشته می‌شود. جدولی که شرح داده شد در شکل (۴-۷) برای سیستم چهار شینه مثال (۵-۷) نشان داده شده است.

سیستم ممکن است به چند منطقه تقسیم گردد، یا اینکه ممکن است دربرگیرنده سیستم‌هایی متشکل از چندین شرکت باشد که هر کدام منطقه‌های گوناگونی را در بر می‌گیرند. برنامه رایانه‌ای توانهای جاری بین مناطق را بررسی نموده و انحراف از مقدار تعیین شده را با تغییر در تولید یک مولد منتخب در هر منطقه اصلاح خواهد کرد. در بهره‌برداری از سیستم‌های واقعی بر تبادلی بین منطقه‌ها نظارت می‌شود تا تعیین شود که آیا یک منطقه مفروض، توان مورد نظر در تبادل را تولید می‌کند یا نه.

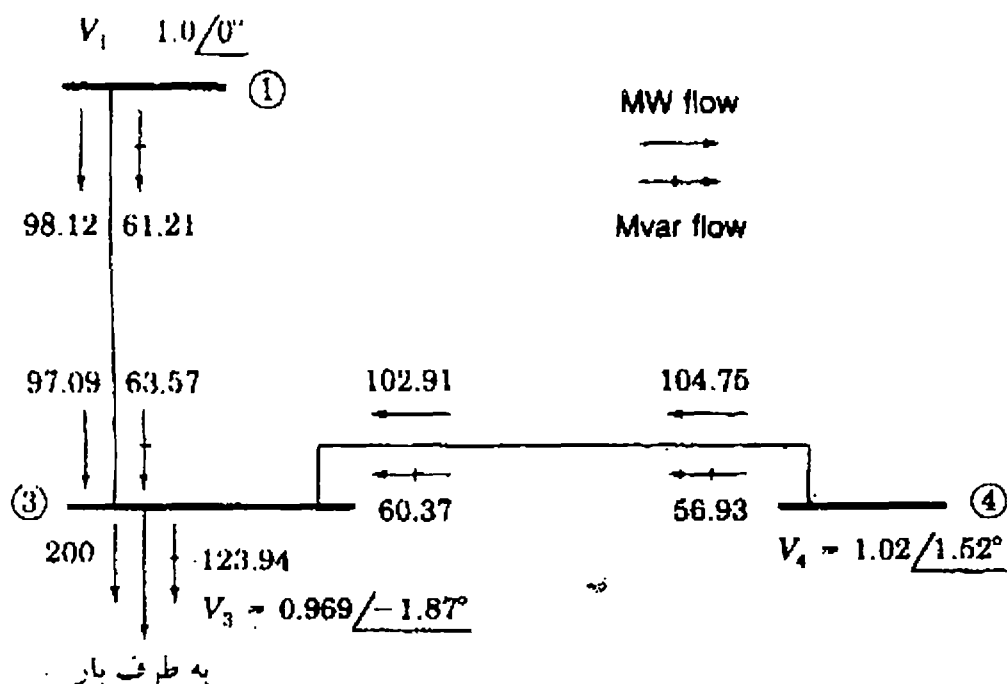
در میان سایر اطلاعاتی که می‌توان به دست آورد، فهرستی از همه شینه‌هایی است که دامنه ولتاژ آنها برحسب پریونیت بالای ۱۷۰۵ یا زیر ۰٫۹۵ (یا هر حد مشخص شده دیگر) می‌باشد. می‌توان فهرست بارگیری خط‌ها را برحسب مگا ولت آمپر به دست آورد. نتایج خروجی رایانه همچنین مگاوات کل تلف شده ( $|I|^2 R$ )، مگاوار ( $|I|^2 X$ ) مورد نیاز سیستم، و انحراف  $P$  و  $Q$  در هر شینه را فهرست خواهد کرد. انحراف بیان‌کننده دقت پاسخ است و عبارتست از اختلاف بین  $P$  (و نیز معمولاً  $Q$ ) ورودی و خروجی هر شینه.

در شکل (۴-۷) نتایج مربوط به مطالعه پخش توان از روش نیوتن رافسون نشان داده شده که مربوط به سیستم شرح داده شده در مثال (۵-۷) است. اطلاعات خط‌ها و شینه‌ها در جدول (۲-۷) و (۳-۷) آورده شده‌اند. سه تکرار نیوتن-رافسون لازم بوده است. مطالعات مشابهی که از روش گوس - سایدل استفاده می‌کند به تکرارهای خیلی بیشتری نیاز دارد، و این یک دید عمومی در مقایسه دو روش تکراری است. از بررسی نتایج خروجی آشکار می‌شود که تلفات  $|I|^2 R$  سیستم عبارتست از:

$$(504181 - 50070) = 4781 \text{ MW}$$

شماره شینه	نام	ولتاژ (p.u.)	زاویه (deg.)	اطلاعات شینه				بار (MW)	تولید (Mvar)	Bus type	To Bus Name	توان خطوط	
				(MW)	(Mvar)	(MW)	(Mvar)					Line flow (MW)	(Mvar)
1	Birch	1.000	0.	186.81	114.50	50.00	30.99	SL	2	Elm	38.69	22.30	
										3	Pine	98.12	61.21
2	Elm	0.982	-0.976	0.	0.	170.00	105.35	PQ	1	Birch	-38.46	-31.24	
										4	Maple	-131.54	-74.11
3	Pine	0.969	-1.872	0.	0.	200.00	123.94	PQ	1	Birch	-97.09	-63.57	
										4	Maple	-102.91	-60.37
4	Maple	1.020	1.523	318.00	181.43	80.00	49.58	PV	2	Elm	133.25	74.92	
										3	Pine	104.75	56.93
Area totals				504.81	295.93	500.00	309.86						

شکل ۷-۴ پاسخ پخش توان نیوتن رافسون برای سیستم مثال ۷-۵. مینا ۲۲۰ kV و ۱۰۰ MVA است. جدولهای ۷-۲ و ۷-۳ داده‌های خط و داده‌های شینه‌ها را نشان می‌دهند.



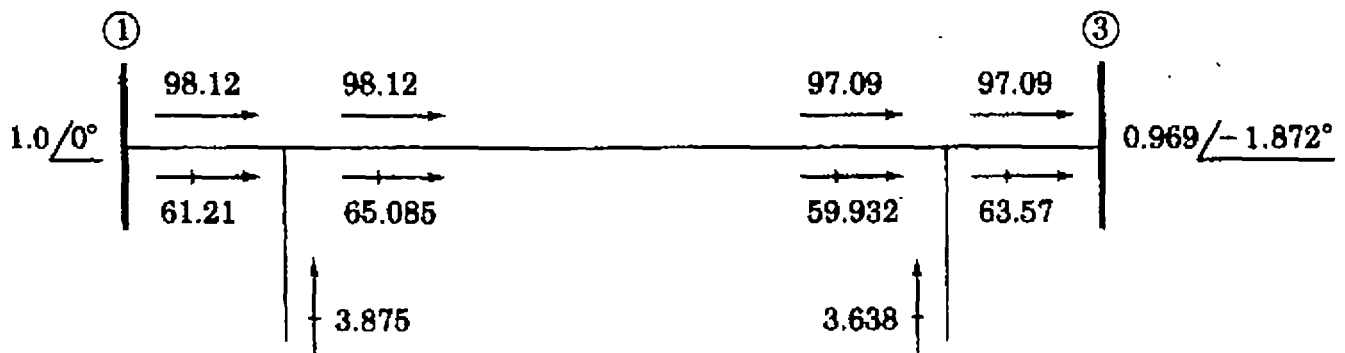
شکل ۷-۵ پخش  $P$  و  $Q$  در شینۀ (۳) مثال ۷-۵. اعداد کنار پیکانها پخش  $P$  و  $Q$  را برحسب مگاوات و مگاوار نشان می‌دهند. ولتاژ شینه برحسب پریونیت نشان داده شده است.

شکل (۷-۴) را می‌توان برای کسب اطلاعاتی بیشتر از آنچه در جدول آمده بررسی نمود، و اطلاعات کسب شده را می‌توان بر روی نمودار تک خطی که همه یا بخشی از سیستم، نظیر شینۀ بار (۳) در شکل (۷-۵) را نشان می‌دهد، نمایش داد. مهندسین طراح انتقال و بهره‌برداران سیستم معمولاً می‌توانند نمایش ویدئویی چنین نتایج منتخب پخش توان را از پایانه‌های محاوره‌ای رایانه یا ایستگاه بخواهند. افت مگاوات در هر یک از خط‌ها را می‌توان از مقایسه مقدارهای  $P$  در دو انتهای خط به دست آورد. به عنوان مثال، از شکل (۷-۵) می‌بینیم که ۹۸٫۱۲ مگاوات از شینۀ (۱) به خط (۳) - (۱) جاری است و ۹۷٫۰۹ مگاوات از همین خط به شینۀ (۳) جاری می‌باشد. روشن است که تلفات  $|I|^2 R$  در کل این خط سه فاز برابر ۱۷۰۳ MW است.

در نظر گرفتن مگاوار جاری در خط بین شینۀ (۱) و شینۀ (۳) به خاطر مگاوار بارگیری اندکی پیچیده‌تر است. رایانه خازنهای گسترده خط را به صورت متمرکز در نظر می‌گیرد، نیمی را در یک انتها و نیمی را در انتهای دیگر خط. در اطلاعات خط جدول (۷-۳)، برای خط (۳) - (۱) بارگیری خط برابر ۷٫۷۵ Mvars است، اما رایانه این مقدار را برای وقتی که ولتاژ ۱٫۰ پریونیت است در نظر می‌گیرد. آنجا که مگاوار بارگیری طبق معادله (۷-۶۹) با مربع ولتاژ تغییر می‌کند، و ولتاژ شینۀ (۱) و (۳) به ترتیب ۱٫۰ و ۰٫۹۶۹ پریونیت است، بارگیری در این شینۀها برابر خواهد بود با:

$$\frac{7.75}{2} \times (1.0)^2 = 3.875 \text{ Mvar} \quad \text{در شینۀ (۱)}$$

$$\frac{7.75}{2} \times (0.969)^2 = 3.638 \text{ Mvar} \quad \text{در شینۀ (۳)}$$



شکل ۶-۷ نمودار تک خطی که گذر مگاوات و مگاوار را در خط انتقال دهنده شینه‌های (۱) و (۳) سیستم مثال ۷-۵ و ۷-۶ نشان می‌دهد.

شکل (۷-۵) نشان می‌دهد که ۶۱٫۲۱ مگاوار از شینه (۱) وارد خط شده و به سمت شینه (۳) می‌رود و در شینه (۳)، ۶۳٫۵۷ مگاوار دریافت می‌شود. افزایش مگاوار به خاطر بارگیری خط است. مگاوات و مگاوار سه فاز جاری در خط، در نمودار تک خطی شکل (۷-۶) نشان داده شده است.

مثال ۶-۷ با توجه به توانهای خطوط شکل (۷-۶)، در سیستم ۲۳۰ kV شکل (۷-۲) جریانی را که از شینه (۱) به شینه (۳) می‌رود محاسبه کنید. با استفاده از این جریان محاسبه شده و کمیت‌های خط که در جدول (۷-۲) داده شده است تلفات  $I^2R$  خط را محاسبه کنید و این مقدار را با اختلاف توان ورودی خط در شینه (۱) و با توان خروجی خط در شینه (۳) مقایسه کنید. بطور مشابه  $I^2X$  را در خط پیدا کنید و با مقداری که از داده‌های شکل (۷-۶) می‌توان به دست آورد مقایسه کنید.

پاسخ: شکل (۷-۶) مگاوات و مگاوار جاری در مدار معادل تکفاز خط (۱) - (۳) را نشان می‌دهد. کل مگا ولت آمپر جاری از طریق  $R$  و  $X$  هر سه فاز عبارتست از:

$$S = 98,12 + j65,085 = 117,744 \angle 33,56^\circ \text{ MVA}$$

یا:

$$S = 97,09 + j59,932 = 114,098 \angle 31,69^\circ \text{ MVA}$$

و

$$|I| = \frac{117744}{\sqrt{3} \times 230 \times 1,0} = 295,56 \text{ A}$$

یا:

$$|I| = \frac{114098}{\sqrt{3} \times 230 \times 0,969} = 295,57 \text{ A}$$

دامنه جریان  $I$  در مقاومت  $R + jX$  از خط (۱) - (۳) را نیز می‌توان از رابطه  $|I| = |V_1 - V_3| / |R + jX|$  محاسبه کرد. امیدانس مبنا عبارتست از:

$$Z_{\text{base}} = \frac{(230)^2}{100} = 529 \Omega$$

و با استفاده از کمیت‌های  $R$  و  $X$  جدول (۷-۲)، داریم:

$$I^2 R \text{ تلفات} = 3 \times (295,56)^2 \times 0,000744 \times 529 \times 10^{-6} = 1,03 \text{ MW}$$

$$I^2 X \text{ خط} = 3 \times (295,56)^2 \times 0,003720 \times 529 \times 10^{-6} = 5,157 \text{ Mvar}$$

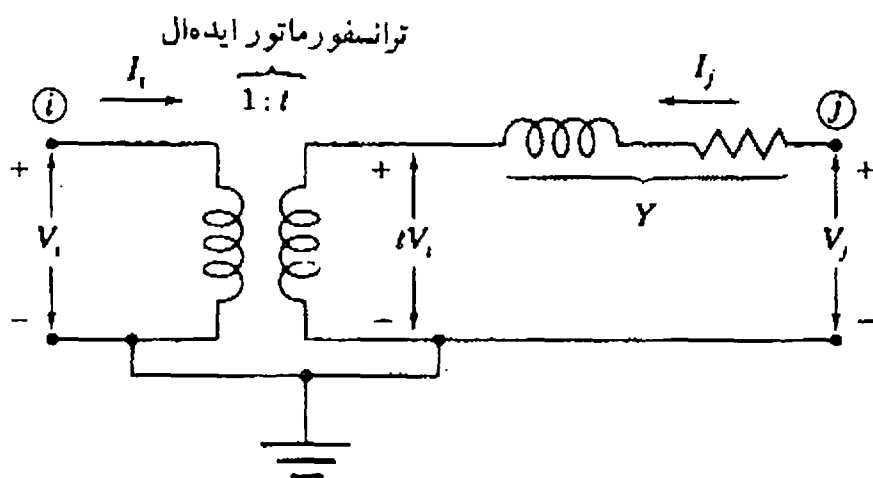
این مقادیر را با  $1,03 \text{ MW}$  ( $97,09 - 98,12$ ) و  $5,153 \text{ Mvar}$  ( $59,932 - 65,085$ ) از شکل (۷-۶) مقایسه نماید.

## ۷-۶ ترانسفورماتورهای تنظیم

همچنان‌که در بخش (۲-۹) دیدیم، ترانسفورماتورهای تنظیم می‌توانند برای کنترل توانهای حقیقی و مجازی جاری در یک مدار به کار گرفته شوند. حال معادله‌های ادمیتانس شینه را گسترش می‌دهیم تا چنین ترانسفورماتورهایی را نیز در مطالعهٔ پخش توان در نظر بگیریم.

شکل (۷-۷) ترانسفورماتور تنظیم شکل (ب ۲۴-۲) را با جزئیات بیشتری نشان می‌دهد. ادمیتانس  $Y$  برحسب پریونیت معکوس امپدانس پریونیت ترانسفورماتور است. همانطور که نشان داده شده، ترانسفورماتور دارای نسبت تبدیل  $1:t$  است. ادمیتانس  $Y$  در کنار ترانسفورماتور ایده‌آل و نزدیک‌گره  $z$  در سمت تپ چنجر نشان داده شده است. این طرز نشان دادن در استفاده از معادله‌هایی که به دست خواهیم آورد مهم است. در ترانسفورماتوری که نسبت تبدیل غیرنامی<sup>۱</sup> دارد،  $t$  ممکن است حقیقی یا موهومی باشد، مثلاً  $1,02$  که تقریباً  $2\%$  کمک به دامنه ولتاژ می‌نماید و یا  $e^{j\pi/6}$  که حدوداً  $30^\circ$  جابجایی در فاز به وجود می‌آورد.

شکل (۷-۷) جریانهای  $I_i$  و  $I_z$  را نشان می‌دهد که از هر دو شینه به ترانسفورماتور وارد می‌گردند. ولتاژهای  $V_i$  و  $V_z$  نسبت به گره مبنا در نظر گرفته می‌شوند. رابطهٔ توانهای مختلط ورودی به



شکل ۷-۷ نمودار راکتانس پریونیت ترانسفورماتور شکل (ب ۲۴ - ۲) که نسبت تبدیل آن  $1/t$  است. در این شکل جزئیات بیشتری نشان داده شده است.

1- off-nominal

ترانسفورماتور ایده‌ال از شینه‌های (i) و (j) به ترتیب عبارتند از:

$$S_i = V_i I_i^* \quad S_j = t V_i I_j^* \quad (V-70)$$

از آنجا که فرض کرده‌ایم یک ترانسفورماتور ایده‌ال بدون تلفات داریم، توان ورودی به ترانسفورماتور ایده‌ال از شینه (i) باید برابر باشد با توان  $-S_j$  خروجی از ترانسفورماتور ایده‌ال از طرف شینه (j)، و بنابراین از معادله‌های (V-70) خواهیم داشت:

$$I_i = -t^* I_j \quad (V-71)$$

جریان  $I_j$  را می‌توان چنین بیان کرد:

$$I_j = (V_j - tV_i) Y = -tY V_i + Y V_j \quad (V-72)$$

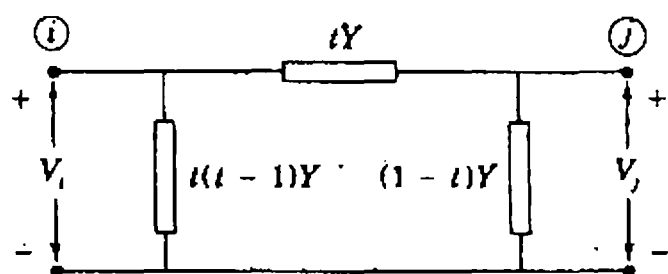
با ضرب کردن در  $-t^*$  و جایگزینی  $-t^* I_j$  با  $I_i$  به دست می‌آید:

$$I_i = tt^* Y V_i - t^* Y V_j \quad (V-73)$$

با قراردادن  $tt^* = |t|^2$  و مرتب نمودن معادله‌های (V-72) و (V-73) به شکل ماتریسی  $Y_{bus}$  خواهیم داشت:

$$\begin{matrix} \textcircled{i} & \textcircled{j} \\ \textcircled{i} & \textcircled{j} \end{matrix} \begin{bmatrix} Y_{ii} & Y_{ij} \\ Y_{ji} & Y_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} = \begin{matrix} \textcircled{i} & \textcircled{j} \\ \textcircled{j} & \textcircled{i} \end{matrix} \begin{bmatrix} |t|^2 Y & -t^* Y \\ -tY & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} \quad (V-74)$$

تنها در صورتی می‌توان برای این مقادیر ادمیتانس گره، مدار  $\pi$  معادل به دست آورد که  $t$  حقیقی باشد زیرا در اینصورت است که  $Y_{ij} = Y_{ji}$ . در غیر اینصورت ضرایب ماتریس معادله (V-74) و  $Y_{bus}$  کلی سیستم به خاطر جابجایی فاز متقارن نیستند. اگر ترانسفورماتور تنها دامنه را تغییر دهد -نه زاویه فاز را- مدار همانند شکل (V-8) خواهد شد. اگر  $Y$  یک عنصر حقیقی باشد این مدار نمی‌تواند واقعی باشد، زیرا در مدار مقاومت منفی ظاهر می‌گردد.



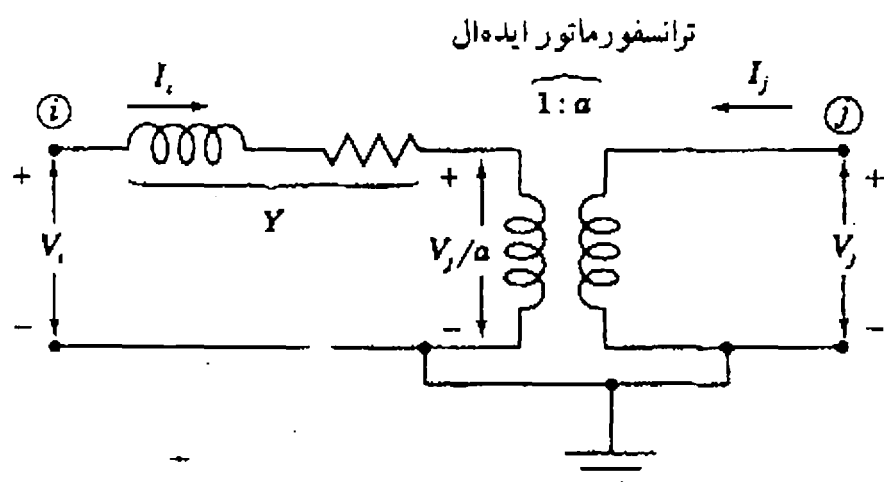
شکل ۷-۸ مدار معادل ادمیتانسهای گره معادله (V-74) وقتی  $t$  حقیقی است.

بعضی از کتابها ادمیتانس  $Y$  را در سمتی از ترانسفورماتور نشان می‌دهند که طرف مقابل تپ چنجر است، و اغلب نسبت تبدیل را مطابق شکل (الف ۷-۹) به صورت  $a:1$  بیان می‌کنند. تحلیلی مانند آنچه در بالا انجام شد نشان می‌دهد که معادله‌های ادمیتانس شینه برای شکل (الف ۷-۹) به صورت زیر خواهد بود:

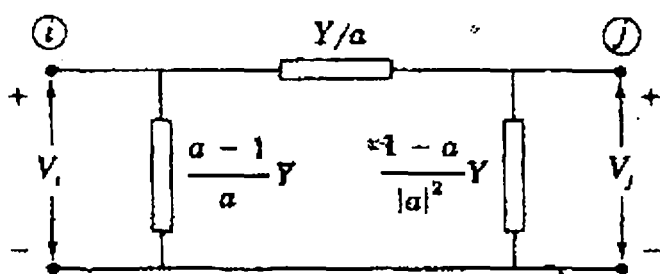
$$\begin{matrix} \textcircled{i} & \textcircled{j} \\ \textcircled{i} & \textcircled{j} \end{matrix} \begin{bmatrix} Y_{ii} & Y_{ij} \\ Y_{ji} & Y_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} = \begin{matrix} \textcircled{i} & \textcircled{j} \\ \textcircled{j} & \textcircled{i} \end{matrix} \begin{bmatrix} Y & -Y/a \\ -Y/a^* & Y/|a|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix}$$

که می‌توان آن را از معادله (۷-۷۴) با تعویض شماره شینه‌های  $i$  و  $j$  و قرار دادن  $t = 1/a$  به دست آورد. هنگامی که  $a$  عدد حقیقی است، مدار معادل همان است که در شکل (ب ۷-۹) نشان داده است. معادله (۷-۷۴) یا معادله (۷-۷۵) را می‌توان به کار برد تا مدل ترانسفورماتور دارای تپ چنجر را در  $Y_{bus}$  کلی سیستم در ردیف‌ها و ستون‌هایی که با علامت  $i$  و  $j$  مشخص شده‌اند وارد کرد. اگر از نمایش معادله‌های (۷-۷۴) استفاده شود معادله‌های ساده‌تری به دست می‌آیند، اما یک عامل مهم این است که ما اکنون می‌توانیم دامنه، تغییر فاز و نسبت تبدیل غیر نامی ترانسفورماتورها را در محاسبات وارد کنیم تا  $Y_{bus}$  و  $Z_{bus}$  را به دست آوریم.

چنانچه در یک سیستم، یک خط انتقال خاص، توان مجازی خیلی کوچک یا خیلی بزرگی را حمل کند، می‌توان یک ترانسفورماتور تنظیم در یکی از دو سر خط قرار داد تا توان مجازی انتقالی خط را،



(الف)



(ب)

شکل ۷-۹ نمایش تک فاز ترانسفورماتور تنظیم؛ (الف) ادمیتانس پریونیت  $Y$  در طرف مخالف تپ چنجر نشان داده شده است؛ (ب) مدار معادل برحسب پریونیت هنگامی که  $a$  عدد حقیقی است.



مطابق بخش (۹-۲) زیادتر یا کمتر نماید. و هر افت قابل ملاحظه در ولتاژ طرف نخستین ترانسفورماتور به سبب تغییر بار می تواند سبب تغییر تپ ترانسفورماتور گردد تا ولتاژ مناسب در بار برقرار باشد. می توانیم توانایی تنظیم دامنه ولتاژ را به وسیله ساختار تپ چنجر خودکار در برنامه رایانه ای پخش توان ایجاد کنیم. برای نمونه در سیستم چهار شینه مثال (۵-۷) فرض کنید، بخواهیم ولتاژ بار را در شینه (۳) افزایش دهیم و برای این منظور یک ترانسفورماتور تنظیم دامنه را بین بار و شینه قرار می دهیم. با حقیقی بودن  $t$ ، در معادله (۷-۷۴) مقدار  $t$  را برابر با ۳ و شماره شینه ( $j$ ) که بار را تغذیه می کند ۵ قرار می دهیم. برای اینکه تنظیم کننده را در معادله های پخش توان جا دهیم،  $Y_{bus}$  شبکه را با یک ردیف و یک ستون برای شینه (۵) گسترش می دهیم، و درآیه های شینه های (۳) و (۵) در ماتریس معادله (۷-۷۴) به ماتریس ادمیتانس شینه قبلی اضافه می شوند تا داشته باشیم:

$$Y_{bus(new)} = \begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} \\ \textcircled{1} & Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & 0 & 0 \\ \textcircled{2} & Y_{21} & Y_{22} & 0 & Y_{24} & 0 \\ \textcircled{3} & Y_{31} & 0 & Y_{33} + t^2 Y & Y_{34} & -tY \\ \textcircled{4} & 0 & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & 0 \\ \textcircled{5} & 0 & 0 & -tY & 0 & Y \end{matrix} \quad (7-76)$$

درآیه های  $Y_{ij}$  همان کمیت های قدیمی شبکه پیش از افزودن تنظیم کننده هستند. بردار متغیرهای حالت به این بستگی دارد که با شینه (۵) در مدل پخش توان چگونه رفتار شود. دو حالت وجود دارد، یا:

\* تپ  $t$  را می توان به عنوان یک کمیت مستقل در نظر گرفت که مقدار آن پیش از این که حل پخش توان شروع شود مشخص بوده است. آنگاه شینه (۵) به عنوان شینه بار رفتار می کند و زاویه آن  $\delta_5$  و دامنه ولتاژ آن  $|V_5|$  باید به همراه پنج متغیر حالت نشان داده شده در معادله (۷-۶۸) تعیین گردند. در این حالت بردار متغیر حالت عبارتست از:

$$x = [\delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, |V_2|, |V_3|, |V_5|]^T$$

یا:

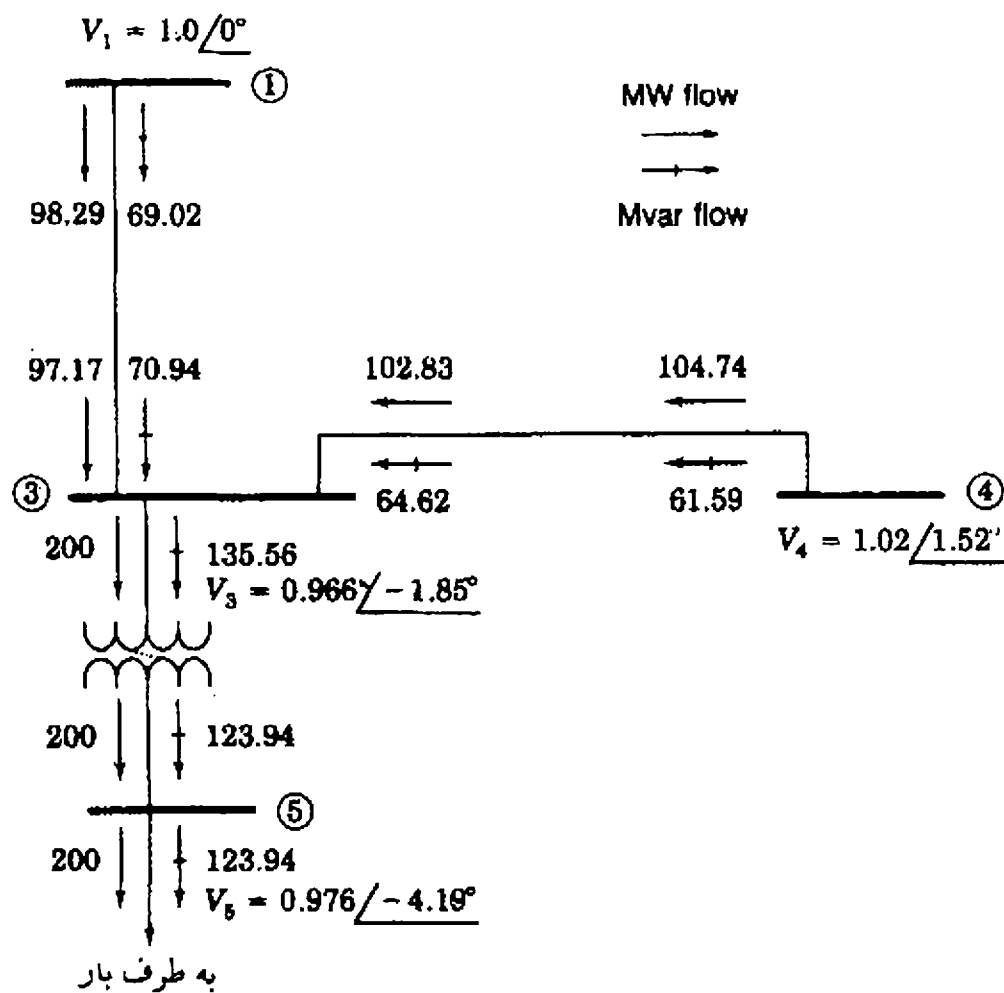
\* دامنه ولتاژ در شینه (۵) را می توان از قبل مشخص نمود. آنگاه تپ  $t$  جایگزین  $|V_5|$  می گردد تا به عنوان متغیر حالت همراه با  $\delta_5$  در شینه کنترل ولتاژ (۵) تعیین شود. در این حالت

$$x = [\delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, |V_2|, |V_3|, t]^T$$

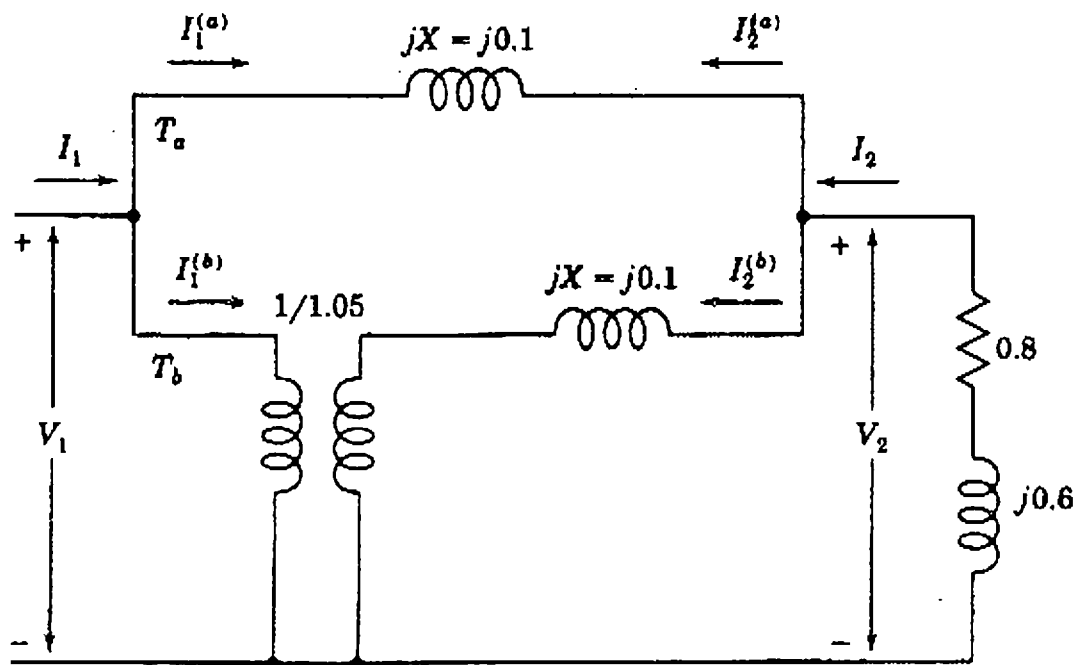
و ژاکوبین نیز مطابق آن تغییر می نماید.

در بعضی مطالعه‌ها تپ متغیر  $t$  به عنوان متغیر کنترلی مستقل در نظر گرفته می‌شود. خواننده را تشویق می‌کنیم تا ماتریس ژاکوبین و معادله‌های انحراف را برای هر کدام از حالت‌های بالا بنویسد (مسأله ۷-۹ و ۷-۱۰ را ببینید).

از آنجا که بین هر تنظیم تپ، تعداد پله‌های نامحدودی وجود دارد، هنگام استفاده از تنظیم کننده برای کمک به ولتاژ یک شینه، یک عملکرد کنترلی گسسته به وقوع می‌پیوندد. نتایج تنظیم ولتاژ بار در شینه (۳) سیستم شکل (۷-۵) در نمودار تک خطی شکل (۷-۱۰) نشان داده شده است. راکتانس ترانسفورماتور تپ چنجدار زیر بار ( $LTC$ )، برابر  $۰.۲۰۲$  پریونیت فرض شده است. هنگامی که با تنظیم نسبت ترانسفورماتور تنظیم  $t$  به اندازه  $۱.۰۳۷۵$ ، ولتاژ بار افزایش داده می‌شود، به سبب قدری افت ولتاژ بیشتر در خطوط (۳) - (۱) و (۳) - (۴)، ولتاژ شینه (۳) در مقایسه با شکل (۷-۵) اندکی کاهش می‌یابد.  $Q$  تغذیه شده به این خط‌ها از شینه‌های (۱) و (۴) به سبب توان مجازی که تنظیم کننده نیاز دارد، افزایش می‌یابد، اما توان حقیقی جاری نسبتاً بدون تغییر باقی می‌ماند. مگاوار افزایش یافته در خط‌ها سبب افزایش افت‌ها می‌شود و  $Q$  ناشی از خازنهای بارگیری در شینه (۳) کاهش می‌یابد. برای تعیین اثر ترانسفورماتورهای تغییر دهنده فاز، در معادله (۷-۷۴)،  $t$  را عدد مختلط با دامنه واحد قرار خواهیم داد.



شکل ۷-۱۰ پخش  $P$  و  $Q$  در شینه (۳) سیستم شکل ۷-۵ هنگامی که یک ترانسفورماتور تنظیم بین شینه و بار قرار داده شده است.



شکل ۷-۱۱ مدار مثال ۷-۷. مقادیر پریونیت هستند.

مثال ۷-۷ مثال (۲-۱۳) را با استفاده از مدل  $Y_{bus}$  معادله (۷-۷۴) برای هر یک از دو ترانسفورماتور موازی حل کنید و پاسخ را با نتایج تقریبی مقایسه کنید.

پاسخ: ادmittانس  $Y$  هر ترانسفورماتور  $-j10 = 1/j0.1$  پریونیت داده شده است. بنابراین، جریانهای ترانسفورماتور  $T_a$  در شکل (۷-۱۱) را می توان از معادله ادmittانس شینه تعیین نمود:

$$\begin{bmatrix} I_1^{(a)} \\ I_2^{(a)} \end{bmatrix} = \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{matrix} \begin{bmatrix} Y & -Y \\ -Y & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{matrix} \begin{bmatrix} -j10 & j10 \\ j10 & -j10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

و جریانها در ترانسفورماتور  $T_b$  با  $t = 1/1.05$  همان گونه که در شکل (۷-۱۱) نشان داده شده، به وسیله معادله (۷-۷۴) داده می شوند، که پس از عددگذاری داریم:

$$\begin{bmatrix} I_1^{(b)} \\ I_2^{(b)} \end{bmatrix} = \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{matrix} \begin{bmatrix} t^2 Y & -tY \\ -tY & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{matrix} \begin{bmatrix} -j11.025 & j10.500 \\ j10.500 & -j10.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

در شکل (۷-۱۱) جریان  $I_1 = (I_1^{(a)} + I_1^{(b)})$  و به همین ترتیب  $I_2 = (I_2^{(a)} + I_2^{(b)})$  می باشد. بنابراین دو معادله ماتریسی بالا را می توان به طور مستقیم با هم جمع نمود (نظیر ادmittانسهای موازی) تا داشته

باشیم:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} \\ \textcircled{1} & \textcircled{2} \end{matrix} \begin{bmatrix} -j21,025 & j20,500 \\ j20,500 & -j20,000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

در مثال (۲-۱۳) ولتاژ  $V_2$  مبنا بوده برابر  $1 \angle 0^\circ$  است و جریان  $I_2$  پس از محاسبه برابر  $-0,18 + j0,16$  می شود. بنابراین از ردیف دوم معادله بالا داریم:

$$I_2 = -0,18 + j0,16 = j20,5 V_1 - j20 (1,0)$$

که ولتاژ شینه (۱) را بر حسب پریونیت می دهد:

$$V_1 = \frac{-1,0 + j20,16}{j20,5} = 1,0049 + j0,0390 \text{ پریونیت}$$

از آنجا که اکنون  $V_1$  و  $V_2$  هر دو معلوم هستند، می توانیم به معادله ادمیتانس برای ترانسفورماتور  $T_a$  برگردیم تا به دست آوریم:

$$\begin{aligned} I_2^{(a)} &= j1,0 V_1 - j1,0 V_2 = j1,0 (1,0049 + j0,0390) - 1,0 \\ &= -0,390 + j0,049 \text{ پریونیت} \end{aligned}$$

و از ماتریس ادمیتانس برای ترانسفورماتور  $T_b$ :

$$\begin{aligned} I_2^{(b)} &= j1,05 V_1 - j1,0 V_2 = j1,05 (1,0049 + j0,0390) - j1,0 \\ &= -0,41 + j0,551 \text{ پریونیت} \end{aligned}$$

بنابراین توان مختلط خروجی ترانسفورماتورها برابر است با:

$$S_{Ta} = -V_2 I_2^{(a)*} = 0,39 + j0,049 \text{ پریونیت}$$

$$S_{Tb} = -V_2 I_2^{(b)*} = 0,41 + j0,551 \text{ پریونیت}$$

نتایج به دست آمده از روش تقریبی جریان گردشی مثال (۲-۱۳) به پاسخ دقیق بالا بسیار نزدیک است.

**مثال ۷-۸** مسأله تغییر فاز مثال (۲-۱۴) را به وسیله مدل دقیق  $Y_{bus}$  معادله (۷-۷۴) حل کنید و نتایج را مقایسه کنید.

**پاسخ:** معادله ادمیتانس شینه برای ترانسفورماتور تغییر دهنده فاز  $T_b$  با  $t = \varepsilon^{j\pi/6} = 1 \angle 30^\circ$  به وسیله معادله (۷-۷۴) به صورت زیر داده می شود:

$$\begin{bmatrix} I_1^{(b)} \\ I_2^{(b)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j10 \mid 10 \angle 30^\circ |^2 & 10 \angle 87^\circ \\ 10 \angle 93^\circ & -j10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

که می تواند به طور مستقیم به معادله ادمیتانس ترانسفورماتور  $T_a$  که در مثال (۷-۷) داده شده اضافه شود تا به دست آوریم:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j20 \mid 0,5234 + j19,9863 \\ -0,5234 + j19,9863 & -j20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

با دنبال کردن روش مثال (۷-۷) داریم:

$$-0,8 + j0,6 = (-0,5234 + j19,9863) V_1 - j20 (1,0)$$

که ولتاژ شینه (۱) را به دست می دهد:

$$V_1 = \frac{-0,8 + j20,6}{-0,5234 + j19,9863} = 1,031 + j0,013 \text{ پریونیت}$$

سپس جریانها را تعیین می کنیم:

$$\begin{aligned} I_1^{(a)} &= j10 (V_1 - V_2) = -0,13 + j0,31 \text{ پریونیت} \\ I_2^{(b)} &= I_2 - I_1^{(a)} = -0,8 + j0,6 - (-0,13 + j0,31) \\ &= -0,67 + j0,29 \text{ پریونیت} \end{aligned}$$

و توانهای مختلط خروجی عبارتند از:

$$S_{Ta} = -V_2 I_1^{(a)*} = 0,13 + j0,31 \text{ پریونیت}$$

$$S_{Tb} = -V_2 I_2^{(b)*} = 0,67 + j0,29 \text{ پریونیت}$$

باز هم، مقادیر تقریبی مثال (۱۴-۲) به مقادیر واقعی این مثال نزدیک هستند.

## ۷-۷ روش پخش توان آزاد شده<sup>۱</sup>

در کاربرد دقیق روش نیوتن - رافسون، در هر تکرار، ژاکوبین باید محاسبه و مثلث بندی شود تا

عاملهای  $LU$  را جدید<sup>۱</sup> نماید. لیکن، در عمل، ژاکوبین اغلب فقط در هر چند تکرار محاسبه دوباره می‌شود و این حل کلی را سریع‌تر می‌کند. البته پاسخ نهایی در محدوده مجاز انحرافهای توان و خطای مجاز ولتاژ شینه‌ها خواهد بود.

وقتی سیستم‌های انتقال قدرت خیلی بزرگ را حل می‌کنیم، یک روش مناسب برای بهبود بهره‌وری از رایانه و کاهش حافظه‌های مورد نیاز رایانه، روش پخش توان آزاد شده است، که از یک مدل تقریبی روش نیوتن - رافسون استفاده می‌کند. اساس روش آزاد شده بر دو اصل زیر استوار است:

\* تغییر زاویه ولتاژ  $\delta$  در یک شینه اصولاً بر روی توان حقیقی  $P$  در خط‌های انتقال اثر می‌گذارد و بر روی توان مجازی جاری  $Q$  تقریباً بی‌تأثیر است.

\* تغییر دامنه ولتاژ شینه  $|V|$  اصولاً بر روی توان مجازی جاری  $Q$  در خط انتقال اثر می‌گذارد و بر روی توان حقیقی جاری  $P$  تقریباً بی‌تأثیر است.

در بخش (۷-۶) وقتی تغییر دهنده فاز و تنظیم‌کننده دامنه ولتاژ را مطالعه می‌کردیم به این هر دو اثر توجه داشتیم. اولین اصل اساساً این نکته را بیان می‌کند که  $\partial P_i / \partial \delta_j$  خیلی از  $\partial Q_i / \partial \delta_j$  که ما اکنون آن را تقریباً صفر در نظر می‌گیریم، بزرگتر است. دومین اصل بیان می‌کند که  $\partial Q_i / \partial |V_j|$  خیلی از  $\partial P_i / \partial |V_j|$  که آن را نیز تقریباً صفر در نظر می‌گیریم، بزرگتر است.

به کاربردن این تقریبات در ژاکوبین معادله (۷-۴۵) سبب می‌شود که درآیه‌های زیرماتریسهای  $J_{۱۲}$  و  $J_{۲۱}$  صفر شوند. اکنون دو سیستم معادله‌های مجزا و مستقل از هم داریم:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_f} \\ \vdots & \mathbf{J}_{11} & \vdots \\ \frac{\partial P_f}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_f}{\partial \delta_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_f \end{bmatrix} \quad (7-77)$$

و:

$$\begin{bmatrix} |V_2| \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & |V_f| \frac{\partial Q_2}{\partial |V_f|} \\ \vdots & \mathbf{J}_{22} & \vdots \\ |V_2| \frac{\partial Q_f}{\partial |V_2|} & \dots & |V_f| \frac{\partial Q_f}{\partial |V_f|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta V_2}{|V_2|} \\ \vdots \\ \frac{\Delta V_f}{|V_f|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_f \end{bmatrix} \quad (7-78)$$

1- Update

این معادله‌ها آزاد شده<sup>۱</sup> هستند به دلیل این که تصحیح‌های زاویه و لتاژ  $\Delta\delta$  تنها با استفاده از انحرافهای توان حقیقی  $\Delta P$  محاسبه می‌شود، در حالی که تصحیح دامنه و لتاژها تنها به کمک انحراف  $\Delta Q$  محاسبه می‌گردد. ولیکن ماتریسهای ضرایب  $J_{11}$  و  $J_{22}$  هنوز بهم وابسته‌اند زیرا درآیه‌های  $J_{11}$  به دامنه و لتاژها بستگی دارند که از معادله (۷-۷۸) به دست می‌آیند، در حالی که درآیه‌های  $J_{22}$  به زاویه‌ها در معادله (۷-۷۷) وابسته‌اند. البته، دو مجموعه معادله‌ها را می‌توان یک در میان حل کرد، بدین ترتیب که در حل یک مجموعه، آخرین نتایج به دست آمده از مجموعه دیگر را به کار بریم. اما این طرح هنوز به محاسبه و عامل‌بندی<sup>۲</sup> دو ماتریس ضرایب در هر تکرار نیاز دارد. برای پرهیز از چنین محاسباتی ساده کردن‌های بیشتری را معرفی می‌کنیم و همچنان که شرح داده خواهد شد، از فیزیک پخش توان خط‌های انتقال به دست می‌آیند.

در یک سیستم انتقال توان که دارای طراحی خوب و بهره‌برداری مناسب باشد:

\* اختلاف زاویه‌های  $(\delta_i - \delta_j)$  بین شینه‌های گوناگون سیستم معمولاً آنقدر کوچکند که:

$$\cos(\delta_i - \delta_j) = 1 \quad \sin(\delta_i - \delta_j) \approx (\delta_i - \delta_j) \quad (7-79)$$

\* سوسپتانسهای خط  $B_{ij}$  از کندانسانسهای خط  $G_{ij}$  خیلی بزرگترند. بنابراین

$$G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \ll B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (7-80)$$

\* توان مجازی  $Q_i$  تزریق شده به هر شینه  $(i)$  سیستم در حین بهره‌برداری طبیعی خیلی کمتر از توان مجازی است که اگر همه خط‌هایی که از آن شینه می‌آیند به مبنا اتصال کوتاه شوند جاری خواهد شد. یعنی اینکه:

$$Q_i \ll |V_i|^2 B_{ii} \quad (7-81)$$

این تقریب‌ها را می‌توان به کار برد تا درآیه‌های ژاکوبین را ساده نمود. در معادله (۷-۶۲) درآیه‌های غیرقطری  $J_{11}$  و  $J_{22}$  به وسیله رابطه زیر داده می‌شوند:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = - |V_i V_j Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (7-82)$$

با به کار بردن اتحاد  $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$  در معادله (۷-۸۲) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = - |V_i V_j| \{B_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i) + G_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i)\} \quad (7-83)$$

1- decoupled

2- factoring

که در آن  $G_{ij} = |Y_{ij}| \cos \theta_{ij}$  و  $B_{ij} = |Y_{ij}| \sin \theta_{ij}$  می‌باشد. تقریبهای بالا درآیه‌های غیرقطری را به دست می‌دهند:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \cong - |V_i V_j| B_{ij} \quad (V-84)$$

درآیه‌های قطری  $J_{11}$  و  $J_{22}$ ، رابطه‌های نشان داده شده در معادله‌های (V-54) و (V-63) را دارند. با به کار بردن نامعادله  $Q_i \ll |V_i|^2 B_{ii}$  در این معادله‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \cong |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} \cong - |V_i|^2 B_{ii} \quad (V-85)$$

با جایگزینی تقریبهای معادله‌های (V-84) و (V-85) در ماتریسهای ضرایب  $J_{11}$  و  $J_{22}$ ، به دست خواهیم آورد:

$$\begin{bmatrix} -|V_2 V_2| B_{22} & -|V_2 V_3| B_{23} & -|V_2 V_4| B_{24} \\ -|V_2 V_3| B_{32} & -|V_3 V_3| B_{33} & -|V_3 V_4| B_{34} \\ -|V_2 V_4| B_{42} & -|V_3 V_4| B_{43} & -|V_4 V_4| B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \end{bmatrix} \quad (V-86)$$

$$\begin{bmatrix} -|V_2 V_2| B_{22} & -|V_2 V_3| B_{23} & -|V_2 V_4| B_{24} \\ -|V_2 V_3| B_{32} & -|V_3 V_3| B_{33} & -|V_3 V_4| B_{34} \\ -|V_2 V_4| B_{42} & -|V_3 V_4| B_{43} & -|V_4 V_4| B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|} \\ \frac{\Delta |V_3|}{|V_3|} \\ \frac{\Delta |V_4|}{|V_4|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \end{bmatrix} \quad (V-87)$$

برای اینکه نشان دهیم چگونه ولتاژها را از درآیه‌های ماتریس ضرایب معادله (V-87) برداریم، بگذارید ردیف اول را در بردار تصحیح ضرب نموده و سپس معادله حاصل را بر  $|V_2|$  تقسیم کنیم تا به دست آید:

$$-B_{22} \Delta |V_2| - B_{23} |V_3| - B_{24} |V_4| = \frac{\Delta Q_2}{|V_2|} \quad (V-88)$$

ضریب‌ها در این معادله ثابت‌هایی هستند برابر منفی سوسپتانسهای ردیف  $Y_{bus}$  متناظر با شینه (2). با هر



ردیف از معادله (۷-۸۷) می‌توان بطور مشابه رفتار کرد، بدین ترتیب که انحراف مجازی در شینه (i) را با کمیت  $\Delta Q_i / |V_i|$  نمایش داد. همه درآیه‌ها در ماتریس ضرایب معادله (۷-۸۷) ثابت‌هایی خواهند بود که به وسیله سوسپتانسهای معلوم  $Y_{bus}$  داده می‌شوند. همچنین می‌توانیم معادله (۷-۸۶) را با ضرب کردن ردیف اول در بردار تصحیح‌های زاویه اصلاح نمائیم و نتیجه را مرتب کنیم تا به دست آید:

$$-|V_2| B_{22} \Delta \delta_2 - |V_3| B_{23} \Delta \delta_3 - |V_4| B_{24} \Delta \delta_4 = \frac{\Delta P_2}{|V_2|} \quad (7-89)$$

ضرایب‌های در این معادله همانند معادله (۷-۸۸) با قرار دادن  $|V_2|$ ،  $|V_3|$  و  $|V_4|$  برابر  $1 \angle 0^\circ$  پریونیت در سمت چپ عبارت به دست می‌آیند. توجه کنید کمیت  $\Delta P_2 / |V_2|$  انحراف توان حقیقی را در معادله (۷-۸۹) نشان می‌دهد. با عمل کردن به روش مشابهی برای همه ردیف‌های معادله (۷-۸۶) به دو سیستم معادله مجزا<sup>۱</sup> برای شبکه چهار شینه می‌رسیم:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{23} & -B_{24} \\ -B_{32} & -B_{33} & -B_{34} \\ -B_{42} & -B_{43} & -B_{44} \end{bmatrix}}_{\bar{B}} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_2}{|V_2|} \\ \frac{\Delta P_3}{|V_3|} \\ \frac{\Delta P_4}{|V_4|} \end{bmatrix} \quad (7-90)$$

و:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{23} & -B_{24} \\ -B_{32} & -B_{33} & -B_{34} \\ -B_{42} & -B_{43} & -B_{44} \end{bmatrix}}_{\bar{B}} \begin{bmatrix} \Delta |V_2| \\ \Delta |V_3| \\ \Delta |V_4| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Q_2}{|V_2|} \\ \frac{\Delta Q_3}{|V_3|} \\ \frac{\Delta Q_4}{|V_4|} \end{bmatrix} \quad (7-91)$$

ماتریس  $\bar{B}$  عموماً متقارن و  $\bar{B}$  با عناصر غیرصفر است، که این عناصر، ثابت و آنهایی که عدد حقیقی هستند، دقیقاً برابر منفی سوسپتانسهای  $Y_{bus}$  می‌باشد. بنابراین تشکیل ماتریس  $\bar{B}$  آسان بوده و

1- decoupled

2- Sparse

عاملهای مثلثی آن، تنها یکبار در ابتدای حل محاسبه می‌شود، و نیازی به محاسبه دوباره ندارد، در نتیجه به تکرارهای خیلی سریع منجر می‌گردد. در شینه‌های کنترل ولتاژ  $Q$  مشخص نیست و  $\Delta|V|$  صفر است، ردیفها و ستونهای متناظر با چنین شینه‌هایی از معادله (۷-۹۱) حذف می‌شوند.

یک نمونه مراحل حل می‌تواند چنین باشد:

۱- انحرافهای اولیه  $\Delta p/|V|$  را محاسبه کنید.

۲- معادله (۷-۹۰) را برای  $\Delta\delta$  حل کنید.

۳- زاویه‌های  $\delta$  را جدید کنید و از آنها برای محاسبه انحرافهای  $\Delta Q/|V|$  استفاده کنید.

۴- معادله (۷-۹۱) را برای  $\Delta|V|$  حل کنید و دامنه  $|V|$  را جدید نمایید، و

۵- به معادله (۷-۹۰) برگردید و تکرار را ادامه دهید تا همه انحرافها در محدوده خطای مجاز مشخص شده قرار گیرند. با به کار بردن این مدل روش نیوتن - رافسون آزاد شده پاسخهای پخش توان را می‌توان خیلی سریعتر، با دقت مشخص شده به دست آورد.

**مثال ۷-۹** با استفاده از روش نیوتن - رافسون آزاد شده، پاسخهای مسأله پخش توان مثال (۷-۵) را برای اولین تکرار به دست آورید.

**پاسخ:** ماتریس  $B$  را می‌توان به طور مستقیم از جدول (۷-۴) به دست آورد و انحرافهای متناظر با تخمین اولیه ولتاژها قبلاً در مثال (۷-۵) محاسبه شده‌اند، بنابراین معادله (۷-۹۰) چنین خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} 44,835953 & 0 & -25,847809 \\ 0 & 40,863838 & -15,118528 \\ -25,847809 & -15,118528 & 40,863838 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,59661 \\ -1,93953 \\ 2,21286 \end{bmatrix}$$

با حل این معادله تصحیح‌های زاویه برحسب رادیان به دست می‌آیند:

$$\Delta\delta_2 = -0,02057$$

$$\Delta\delta_3 = -0,03781$$

$$\Delta\delta_4 = 0,02609$$

افزودن این نتایج به تخمین‌های شروع تخت جدول (۷-۳) مقدارهای جدید  $\delta_2$ ،  $\delta_3$  و  $\delta_4$  را به دست می‌دهد. سپس آنها را همراه با درآیه‌های  $Y_{bus}$  به کار می‌بریم تا انحرافهای مجازی را محاسبه کنیم:

$$\frac{\Delta Q_2}{|V_2|} = \frac{1}{|V_2|} \{Q_2, \text{sch} - Q_2, \text{calc}\}$$

$$= \frac{1}{|V_2|} \left\{ Q_{2, \text{sch}} - \left[ -|V_2|^2 B_{22} - |Y_{12} V_1 V_2| \sin(\theta_{12} + \delta_1 - \delta_2) \right. \right. \\ \left. \left. |Y_{24} V_2 V_4| \sin(\theta_{24} + \delta_4 - \delta_2) \right] \right\}$$

$$= \frac{1}{|110|} \left\{ \begin{array}{l} -1,0535 + 1,0^2 (-44,835953) + 19,455965 \\ \sin(10,130993 \times \pi/180 + 0 + 0,02057) + 26,359695 \\ \times 1,02 \sin(10,130993 \times \pi/180 + 0,02609 + 0,02057) \end{array} \right\}$$

$$= -0,80370 \text{ پریونیت}$$

$$\frac{\Delta Q_3}{|V_3|} = \frac{1}{|V_3|} \{ Q_{3, \text{sch}} - Q_{3, \text{calc}} \}$$

$$= \frac{1}{|V_3|} \left\{ Q_{3, \text{sch}} - \left[ -|V_3|^2 B_{33} - |Y_{13} V_1 V_3| \sin(\theta_{13} + \delta_1 - \delta_3) \right. \right. \\ \left. \left. - |Y_{34} V_3 V_4| \sin(\theta_{34} + \delta_4 - \delta_3) \right] \right\}$$

$$= \frac{1}{|110|} \left\{ \begin{array}{l} -1,2394 + 1,0^2 (-40,863838) + 29,359695 \\ \sin(10,130993 \times \pi/180 + 0 + 0,03781) + 15,417934 \\ \times 1,02 \sin(10,130993 \times \pi/180 + 0,02609 + 0,03781) \end{array} \right\}$$

$$= -1,27684 \text{ پریونیت}$$

برای شینه (۴) محاسبه انحراف مجازی لازم نیست زیرا شینه کنترل ولتاژ است. بنابراین در این مثال معادله (۷-۹۱) برابر خواهد شد با:

$$\begin{bmatrix} 44,835953 & 0 \\ 0 & 40,863838 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta |V_2| \\ \Delta |V_3| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,80370 \\ -1,27684 \end{bmatrix}$$

که از آن پاسخ‌های  $\Delta |V_2| = -0,01793$  و  $\Delta |V_3| = -0,03125$  به دست می‌آید. دامنه ولتاژهای جدید در شینه‌های (۲) و (۳) عبارتند از  $|V_2| = 0,98207$  و  $|V_3| = 0,96875$  که در پایان اولین تکرار به دست می‌آیند. انحرافهای جدید برای دومین تکرار معادله (۷-۹۰) با استفاده از مقادیر جدید ولتاژها محاسبه می‌شوند. با انجام مکرر این مراحل، بعد از چند تکرار پاسخ‌هایی همانند جدول شکل (۷-۴) به دست می‌آید.

اغلب در برنامه‌های صنعتی اصلاحات معینی در معادله‌های (۷-۹۰) و (۷-۹۱) انجام می‌گیرد. اصلاحات مربوط به  $\bar{B}$  در معادله (۷-۹۱) عموماً به قرار زیر می‌باشند:

\* با قرار دادن  $\angle = 1,0 \angle 0^\circ$ ، اثر جابجایی زاویه مربوط به جابجا کننده فاز از  $\bar{B}$  را حذف می‌کنند.

وقتی ردیف‌ها و ستونهای مربوط به شینه‌های کنترل ولتاژ نیز همان‌گونه که قبلاً بیان شد حذف می‌شوند، ماتریس به دست آمده  $B''$  نامیده می‌شود.

ماتریس ضرایب در معادله (۷-۹۰) معمولاً به صورت زیر اصلاح می‌شود:

\* آن عناصری که تأثیر اساسی بر مگاوار جاری می‌گذارند نظیر خازن‌ها و راکتورهای موازی، از  $\bar{B}$  حذف می‌شوند، و تپ‌های  $t$  ترانسفورماتورهای غیرنامی<sup>۱</sup> برابر ۱ قرار داده می‌شوند. همچنین در مدار  $\pi$  معادل خط انتقال، مقاومت‌های سری در تشکیل  $Y_{bus}$  ندیده گرفته می‌شوند و در نتیجه از  $\bar{B}$  که در معادله (۷-۹۰) از  $Y_{bus}$  به دست می‌آید، حذف می‌شوند. ماتریس به دست آمده  $B'$  نامیده می‌شود.

هنگامی که در معادله (۷-۹۰)،  $\bar{B}$  با  $B'$  جایگزین می‌شود، این مدل، یک شبکه بدون تلفات می‌شود. علاوه بر این، اگر فرض شود که ولتاژ همه شینه‌ها در مقدار نامی  $170$  پرینیت ثابت باقی بماند، مدلی که پخش توان  $dc$  نامیده می‌شود به دست می‌آید. با این فرض‌های اضافی، دیگر به معادله (۷-۹۱) نیازی نیست (زیرا در هر شینه  $(i)$ ،  $\Delta|V_i| = 0$  است) و معادله (۷-۹۰) برای پخش توان  $dc$  چنین می‌شود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{23} & -B_{24} \\ -B_{32} & -B_{33} & -B_{34} \\ -B_{42} & -B_{43} & -B_{44} \end{bmatrix}}_{\bar{B}'} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \end{bmatrix} \quad (7-92)$$

که از آن استنباط می‌شود که عناصر  $B'$  با فرض بدون تلفات بودن همه خط‌ها محاسبه می‌شوند. از تحلیل پخش توان  $DC$  می‌توان در مواردی استفاده نمود که پاسخ‌های تقریبی قابل قبول می‌باشند، نظیر بررسی حالت‌های اضطراری<sup>۲</sup> که در فصل ۱۴ مطالعه خواهد شد.

## ۷-۸ چکیده

در این فصل مسأله پخش توان بررسی گردید. پخش توان عبارت است از تعیین دامنه و زاویه ولتاژ در هر شینه شبکه قدرت تحت شرایط مشخصی از بهره‌برداری. روشهای تکرار گوس - سایدل و نیوتن - رافسون برای حل مسأله پخش توان بررسی گردید و مثالهای عددی آورده شد.

علاوه بر بررسی پخش توان، بعضی از روشهای کنترل پخش توان حقیقی و مجازی نشان داده شد. نتیجه کار موازی دو ترانسفورماتور هنگامی که نسبت دامنه ولتاژها متفاوت است و یا هنگامی که یکی

1- off-nominal

2- contingency studies

از ترانسفورماتورها جابجایی فاز ایجاد می‌کند به وسیله مثال بررسی شد. معادله‌ها برای ادمیتانسهای گره این ترانسفورماتورها گسترش داده شد و مدار معادل‌هایی که اجازه تحلیل کنترل توان مجازی را می‌دهند معرفی گردیدند.

برنامه رایانه‌ای پخش توان می‌تواند به سادگی برای مطالعه کاربرد خازنها در یک شینه بار به کار برده شود به این ترتیب که ادمیتانس موازی خازنها را در  $Y_{bus}$  سیستم وارد می‌نمائیم. با مشخص کردن اندازه ولتاژ شینه‌های PV می‌توان کنترل ولتاژ در یک شینه مولد را نیز بررسی نمود.

به وسیله مدل پخش توان DC، روشهای تقریبی سریع برای حل مسأله پخش توان معرفی شد، که این مدل بستگی دارد به رابطه بین توان حقیقی  $P$  با زاویه ولتاژ  $\delta$ ، و توان مجازی  $Q$  با دامنه ولتاژ. جدول (۷-۵) معادله‌ها را برای هر روش بررسی پخش توان خلاصه نموده است.

جدول ۷-۵ خلاصه معادله‌های پخش توان و روشهای حل آنها

معادله‌های پخش توان	$P_i = \sum_{n=1}^N  Y_{in} V_i V_n  \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad Q_i = - \sum_{n=1}^N  Y_{in} V_i V_n  \sin(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i)$ $\Delta P_i = P_{i, sch} - P_{i, calc} \quad \Delta Q_i = Q_{i, sch} - Q_{i, calc}$
روش گوس - سایدل	<p>محاسبه <math>V</math> در شینه <math>i</math> به ازای <math>P</math> و <math>Q</math> معلوم:</p> $V_i^{(k)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[ \frac{P_{i, sch} - jQ_{i, sch}}{V_i^{(k-1)*}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} V_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^N Y_{ij} V_j^{(k-1)} \right]$ <p>محاسبه <math>Q</math> در شینه تنظیم <math>i</math>:</p> $Q_i^{(k)} = -\text{Im} \left\{ V_i^{(k-1)*} \left[ \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} V_j^{(k)} + \sum_{j=i}^N Y_{ij} V_j^{(k-1)} \right] \right\}$ <p>کاربرد ضریب تسریع <math>\alpha</math> برای شینه <math>i</math> در تکرار <math>k</math> ام:</p> $V_{i, new}^{(k)} = (1 - \alpha) V_{i, new}^{(k-1)} + \alpha V_i^{(k)} = V_{i, new}^{(k-1)} + \alpha (V_i^{(k)} - V_{i, new}^{(k-1)})$
روش نیوتن - رافسون	$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_N} &  V_2  \frac{\partial P_2}{\partial  V_2 } & \dots &  V_N  \frac{\partial P_2}{\partial  V_N } \\ \vdots & J_{11} & \vdots & \vdots & J_{12} & \vdots \\ \frac{\partial P_N}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_N}{\partial \delta_N} &  V_2  \frac{\partial P_N}{\partial  V_2 } & \dots &  V_N  \frac{\partial P_N}{\partial  V_N } \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_N} &  V_2  \frac{\partial Q_2}{\partial  V_2 } & \dots &  V_N  \frac{\partial Q_2}{\partial  V_N } \\ \vdots & J_{21} & \vdots & \vdots & J_{22} & \vdots \\ \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_N} &  V_2  \frac{\partial Q_N}{\partial  V_2 } & \dots &  V_N  \frac{\partial Q_N}{\partial  V_N } \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_N \\ \Delta  V_2  \\  V_2  \\ \vdots \\ \frac{\Delta  V_N }{ V_N } \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_N \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_N \end{bmatrix}$ $\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = - V_i V_j Y_{ij}  \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N \frac{\partial P_i}{\partial \delta_n} = -Q_i -  V_i ^2 B_{ii}$

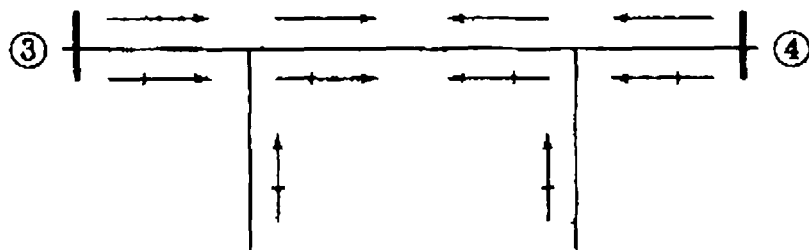
	$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = - V_i V_j Y_{ij}  \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$ $\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = - \sum_{n=1}^N \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_n} = P_i -  V_i ^2 G_{ii}$ $ V_j  \frac{\partial P_i}{\partial  V_j } = - \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j}$ $ V_i  \frac{\partial P_i}{\partial  V_i } = + \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} + 2 V_i ^2 G_{ii}$ $ V_j  \frac{\partial Q_i}{\partial  V_j } = + \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}$ $ V_i  \frac{\partial Q_i}{\partial  V_i } = - \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} - 2 V_i ^2 B_{ii}$ <p>رابطه‌های جدید کردن متغیرهای حالت</p> $\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)}$ $ V_i ^{(k+1)} =  V_i ^{(k)} + \Delta  V_i ^{(k)}$ $=  V_i ^{(k)} \left( 1 + \frac{\Delta  V_i ^{(k)}}{ V_i ^{(k)}} \right)$
روش نخل پخش توان آزاد شده	$\begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{23} & \dots & -B_{2N} \\ -B_{32} & -B_{33} & \dots & -B_{3N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -B_{N2} & -B_{N3} & \dots & -B_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \vdots \\ \Delta \delta_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 /  V_2  \\ \Delta P_3 /  V_3  \\ \vdots \\ \Delta P_N /  V_N  \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{23} & \dots & -B_{2N} \\ -B_{32} & -B_{33} & \dots & -B_{3N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -B_{N2} & -B_{N3} & \dots & -B_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta  V_2  \\ \Delta  V_3  \\ \vdots \\ \Delta  V_N  \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_2 /  V_2  \\ \Delta Q_3 /  V_3  \\ \vdots \\ \Delta Q_N /  V_N  \end{bmatrix}$ <p><math>B_{ij}</math> بخش موهومی در آیه‌های <math>Y_{bus}</math> متناظر می‌باشد. شینه‌های کنترل ولتاژ در معادله‌های <math>\Delta  V </math> نشان داده نشده‌اند.</p>

### مسئله‌ها

- ۷-۱ در مثال (۷-۳) فرض کنید که حداکثر توان مجازی تولیدی مولد در شینه (۴) به ۱۲۵Mvar محدود شود. با استفاده از روش گوس - سایدل مقدار ولتاژ شینه (۴) را برای اولین تکرار دوباره محاسبه کنید.
- ۷-۲ برای سیستم شکل (۷-۲)، با به کار بردن ولتاژ شینه‌ها در اولین تکرار به دست آمده از مثالهای (۷-۲) و (۷-۳)، دومین تکرار روش گوس سایدل را اجرا کنید. ضریب تسریع ۱/۶ فرض شود.
- ۷-۳ یک خازن سنکرون، که فرض می‌شود قابلیت توان مجازی آن نامحدود باشد، در شینه بار (۲) از سیستم مثال (۷-۲) نصب می‌شود تا دامنه ولتاژ شینه را در ۰.۹۹ پریونیت ثابت نگهدارد. با استفاده از روش گوس سایدل، ولتاژ شینه‌های (۲) و (۳) را برای اولین تکرار به دست آورید.

۷-۴ شکل (۷-۱۲) را به عنوان مدار  $\pi$  معادل خط انتقال بین شینه (۳) و (۴) سیستم شکل (۷-۲) در نظر بگیرید. پاسخ‌های پخش توان داده شده در شکل (۷-۴) را به کار برده، در شکل (۷-۱۲) مقادیر زیر را تعیین کنید و بر روی آن نشان دهید:

- الف)  $P$  و  $Q$  خروجی از شینه‌های (۳) و (۴) روی خط (۴) - (۳)  
 ب) مگاوار بارگیری مدل  $\pi$  معادل خط (۴) - (۳) و  
 پ)  $P$  و  $Q$  در هر دو انتهای قسمت سری مدل  $\pi$  معادل خط (۴) - (۳)



شکل ۷-۱۲ نمودار مسأله (۷-۴)

۷-۵ با توجه به جریان خط‌ها در حل پخش توان داده شده شکل (۷-۴)، تلفات  $I^2R$  در هر یک از چهار خط انتقال را تعیین کنید، و تحقیق کنید که جمع تلفات چهار خط برابر کل تلفات سیستم  $4781 \text{ MW}$  است.

۷-۶ فرض کنید یک بانک خازنی موازی  $18 \text{ Mvar}$  بین شینه (۳) و گره مینا در سیستم مثال (۷-۵) متصل شود.  $Y_{\text{bus}}$  داده شده در جدول (۷-۴) را اصلاح کنید تا این خازن را به حساب آورد، و مگاوار واقعی تزریق شده به وسیله خازن به سیستم را تخمین بزنید.

۷-۷ برای سیستم مثال (۷-۵) که در مسأله (۷-۳) یک خازن سنکرون به آن افزوده شد، ژاکوبین محاسبه شده در تخمین‌های اولیه را پیدا کنید. (راهنمایی: ساده‌تر خواهد بود که ماتریس ژاکوبین نشان داده در بخش (۷-۴) را با دنبال کردن مثال (۷-۵) اصلاح کنید تا این که محاسبات از اول آغاز شود).

۷-۸ در شکل (۷-۷) فرض کنید که تپ در سمت گره ( $i$ ) است به طوری که نسبت تبدیل  $t : 1$  می‌باشد. عناصر  $Y_{\text{bus}}$  را همانند معادله (۷-۷۴) پیدا کنید، و نمایش  $\pi$  معادل را همانند شکل (۷-۸) رسم کنید.

۷-۹ در سیستم چهار شینه مثال (۷-۵) فرض کنید که ترانسفورماتور تنظیم دامنه با راکتانس  $0.2$  پریونیت بین بار و شینه (۳) همچنان که در شکل (۷-۱۰) نشان داده شده است، نصب می‌شود. تپ متغیر در سمت بار ترانسفورماتور است. اگر دامنه ولتاژ در شینه بار جدید (۵) از قبل مشخص شده باشد، و بنابراین یک متغیر حالت نباشد، باید تپ متغیر ترانسفورماتور  $t$  را به عنوان متغیر حالت در نظر گرفت. روش نیوتن - رافسون را باید به کار برد تا معادله‌های پخش

توان حل شود. (الف) معادله‌های انحراف را به شکل نمادی همانند معادله (۷-۴۵) برای این مسأله بنویسید.

(ب) معادله‌های عناصر ژاکوبین متناظر با متغیر  $t$  را بنویسید (یعنی مشتقات جزئی نسبت به  $t$ )، و با استفاده از تخمین‌های اولیه ولتاژ نشان داده شده در جدول (۷-۳) آنها را محاسبه کنید. فرض کنید که دامنه ولتاژ در شینه (۵) مشخص شده و  $0.97$  می‌باشد. تخمین اولیه  $\delta$  صفر است.

(پ) معادله‌های انحراف  $P$  و  $Q$  در شینه (۵) را بنویسید و آنها را برای اولین تکرار محاسبه کنید. فرض کنید تخمین اولیه متغیر  $t$  برابر  $170$  است.

۷-۱۰ اگر بجای دامنه ولتاژ در شینه (۵) مسأله (۷-۹)، تنظیم تپ ترانسفورماتور از قبل مشخص باشد، آنگاه باید  $V_5$  را به عنوان متغیر حالت در نظر گرفت. فرض کنید که تنظیم تپ  $t$  مشخص شده  $170.5$  باشد.

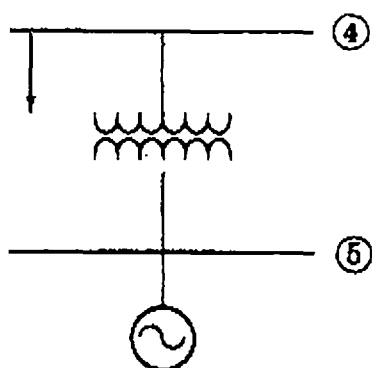
(الف) در این حالت معادله‌های انحراف را به شکل نمادی همانند معادله (۷-۴۵) بنویسید.

(ب) معادله‌های عناصر ژاکوبین را که مشتقات جزئی نسبت به  $|V_5|$  هستند بنویسید، و آنها را با استفاده از تخمین‌های اولیه محاسبه کنید. تخمین اولیه  $|V_5|$  برابر  $170$  می‌باشد.

(پ) معادله‌های انحراف  $P$  و  $Q$  در شینه (۵) بنویسید، و آنها را برای اولین تکرار محاسبه کنید.

۷-۱۱ مثال (۷-۸) را برای  $t = 170.4 - 3^\circ$  دوباره حل کنید، و دو پاسخ را در مورد تغییرات در توانهای حقیقی و مجازی جاری مقایسه کنید.

۷-۱۲ مولد شینه (۴) سیستم مثال (۷-۵) با مولدی که از طریق یک ترانسفورماتور افزاینده به شینه (۴) وصل است، جایگزین می‌شود. به شکل (۷-۱۳) نگاه کنید. راکتانس این ترانسفورماتور  $0.02$  پریونیت است؛ تپ در سمت فشار قوی ترانسفورماتور با نسبت دورهای غیر نامی  $170.5$  است. عناصر ژاکوبین متناظر با شینه‌های (۴) و (۵) را محاسبه کنید.

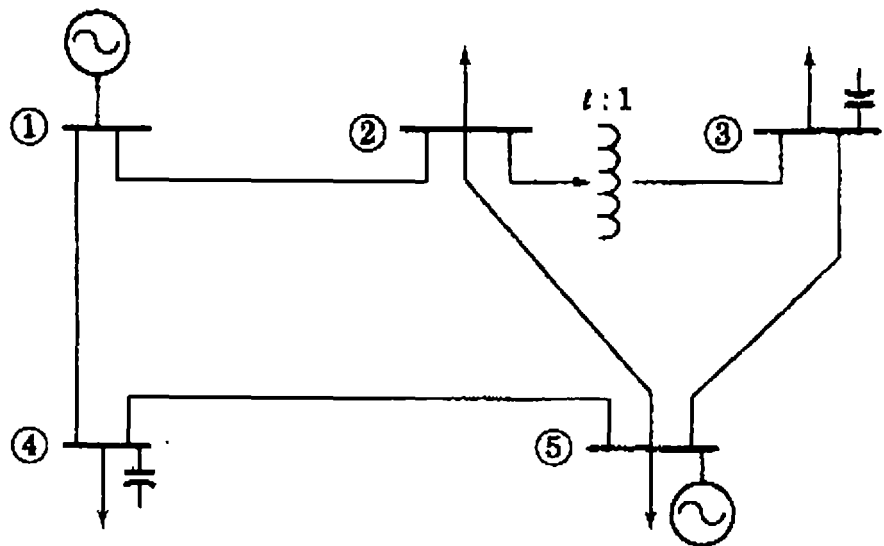


شکل ۷-۱۳ ترانسفورماتور افزاینده مولد برای مسأله ۷-۱۲

۷-۱۳ برای سیستم مسأله (۷-۱۲)، ماتریسهای  $B'$  و  $B''$  را برای استفاده در روش پخش توان آزاد شده به دست آورید.



۷-۱۴ یک سیستم قدرت پنج شینه در شکل (۷-۱۴) نشان داده شده است. اطلاعات خط، شینه، ترانسفورماتور، و خازن به ترتیب در جدولهای ۷-۶، ۷-۷، ۷-۸ و ۷-۹ داده شده‌اند. به کمک روش گوس-سایدل، ولتاژ شینه‌ها را در اولین تکرار به دست آورید.



شکل ۷-۱۴ سیستم مربوط به مسأله‌های ۷-۱۴ تا ۷-۱۸ اطلاعات خط و شینه در جدولهای ۷-۶ تا ۷-۹ داده شده است.

جدول ۷-۶ اطلاعات خط برای سیستم شکل ۷-۱۴

خط شینه به شینه	سری Z پریونیت		سری Y پریونیت		بارگیری Mvar
	R	X	G	B	
۱ ۲	۰٫۰۱۰۸	۰٫۰۶۴۹	۲٫۵	-۱۵	۶٫۶
۱ ۴	۰٫۰۲۳۵	۰٫۰۹۴۱	۲٫۵	-۱۰	۴٫۰
۲ ۵	۰٫۰۱۱۸	۰٫۰۴۷۱	۵٫۰	-۲۰	۷٫۰
۳ ۵	۰٫۰۱۴۷	۰٫۰۵۸۸	۴٫۰	-۱۶	۸٫۰
۴ ۵	۰٫۰۱۱۸	۰٫۰۵۲۹	۴٫۰	-۱۸	۶٫۰

جدول ۷-۷ اطلاعات شینه برای سیستم شکل ۷-۱۴

شینه	تولید		بار		V p.u	ملاحظه
	P(MW)	Q(Mvar)	P(MW)	Q(Mvar)		
۱					۱٫۰∠۰°	شینه اصلی
۲			۶۰	۳۵	۱٫۰∠۰°	
۳			۷۰	۴۲	۱٫۰∠۰°	
۴			۸۰	۵۰	۱٫۰∠۰°	
۵	۱۹۰		۶۵	۳۶	۱٫۰∠۰°	شینه PV

جدول ۷-۸ اطلاعات ترانسفورماتور برای سیستم شکل ۷-۱۴

تنظیم تپ	راکتانس پریونیت	شینه به شینه ترانسفورماتور
۰٫۹۷۵	۰٫۰۴	۲-۳

جدول ۷-۹ اطلاعات خازن برای سیستم شکل ۷-۱۴

شینه	مگاوار نامی
۳	۱۸
۴	۱۵

۷-۱۵ برای کاربرد روش نیوتن - رافسون در حل پخش توان سیستم شکل ۷-۱۴، تعیین کنید الف)  $Y_{bus}$  سیستم ب) معادله انحراف در شینه (۵) محاسبه شده به وسیله تخمین اولیه و لتاژها از جدول (۷-۷) در تکرار اول، و پ) معادله‌های انحراف را به شکل معادله (۷-۴۵) بنویسید.

۷-۱۶ در سیستم شکل (۷-۱۴)، ماتریسهای  $B'$  و  $B''$  را برای کاربرد در روش پخش توان آزاد شده به دست آورید. همچنین، معادله‌های انحراف  $P$  و  $Q$  در شینه (۴) را برای تکرار اول تعیین کنید، و دامنه و لتاژ در شینه (۴) را در پایان اولین تکرار پیدا کنید.

۷-۱۷ فرض کنید در شکل (۷-۱۴) ترانسفورماتور بین شینه‌های (۲) و (۳) تغییر دهنده فاز است، بطوریکه  $\delta$  اکنون یک متغیر مختلط بوده و برابر  $170 \angle -2^\circ$  است.

الف)  $Y_{bus}$  این سیستم را به دست آورید. ب) وقتی با پاسخ‌های پخش توان مسأله ۷-۱۵ مقایسه می‌کنیم، توان حقیقی جاری در خط از شینه (۵) به شینه (۳) افزایش خواهد یافت یا کاهش؟ در مورد توان مجازی جاری چطور؟ چگونگی آن را به طور کیفی توضیح دهید.

۷-۱۸ ماتریسهای  $B'$  و  $B''$  را به منظور کاربرد در روش پخش توان آزاد شده در سیستم مسأله ۷-۱۷ به دست آورید.

۷-۱۹ مثال (۷-۱۰) را تکرار کنید در صورتی که یک بانک خازنی موازی  $18 \text{ Mvar}$  به شینه (۳) افزوده شود.

۷-۲۰ در روش نیوتن رافسون، اگر مقدار توان مجازی لازم جهت نگه‌داشتن و لتاژ معینی در یک شینه  $PV$  از حداکثر قابلیت تولید توان مجازی آن فراتر رود، توان مجازی در آن شینه برابر این حد قرار داده می‌شود و نوع شینه به شینه بار تبدیل می‌گردد. فرض کنید حداکثر توان مجازی تولیدی در

شینه (۴) در سیستم مسأله (۷-۵) به  $150 \text{ Mvar}$  محدود شود. نتایج داده شده در اولین تکرار مثال ۷-۵ در بخش ۷-۴ را به کار برده، تعیین کنید که آیا نوع شینه (۴) در آغاز تکرار دوم می‌تواند به شینه بار تبدیل شود یا نه؟ اگر چنین است، انحراف توان مجازی را در شینه (۴) که باید آن را در معادله انحراف تکرار دوم به کار برد، محاسبه کنید.