

## فصل ۱۱ - مدیریت انبار

- ✓ نقش و عملکرد انبار
- ✓ تجزیه و تحلیل ABC
- ✓ درستی و صحت موجودی انبار
- ✓ مدل‌های کنترل موجودی
- ✓ مدل مقدار سفارش اقتصادی
- ✓ مدل میزان تولید
- ✓ مدل تخفیف قیمت محصول
- ✓ مدل‌های کنترل موجودی احتمالی با زمان تحویل ثابت
- ✓ مدل کنترل موجودی دوره ثابت

## مدیریت انبار

### (Inventory Management)

انبارها از منابع مصرف سرمایه شرکتها محسوب شده و حدود ۴۰ درصد سرمایه گذاری شرکتها در موجودی انبارها اعم از مواد خام، نیمه ساخته، محصول نهایی و لوازم یدکی تجهیزات و ماشین آلات مصرف می شود. با توجه به حجم قابل توجه سرمایه مصرفی شرکتها در موجودی انبارها، ضرورت مدیریت آن در هر سیستم تولیدی و یا خدماتی اجتناب ناپذیر است. بکارگیری و ابقاء سیستمهای مناسب انبار و مدیریت انبارها از وظایف مدیران عملیات است.

UP

## نقش و عملکرد انبار

### (Functions of Inventory)

نقش و عملکرد انبار در سیستمهای تولیدی و خدماتی به صورت زیر است.

#### ۱- انبار به عنوان واسطه بین تولید و تقاضا

انبار معمولاً نقش واسطه بین تولید و توزیع را دارد. در شرایط تقاضاهای فصلی و تقاضاهای نامنظم، محصولات انبار شده برای پاسخگویی به تقاضا استفاده می شود. در شرایط تقاضاهای فصلی، مثلاً تقاضای فصلی کولر در تابستان، بخشی از ظرفیت تولیدی کارخانجات در سایر فصلهای مختلف به تولید محصول فوق تخصیص داده شده و تولیدات فوق انبار شده و برای پاسخگویی به تقاضای فصلی محصول در تابستان استفاده می شود. در شرایط فوق انبار به عنوان واسطه بین تولید و تقاضا استفاده شده و از کسری موجودی محصولات و از دست رفتن سفارش مشتریان جلوگیری می کند.

## ۲- انبار به عنوان گسترش تنوع انتخاب مشتریان

موجودی انبار امکان گسترش تنوع انتخاب محصولات توسط مشتریان را فراهم می‌کند. مثال آن انبار محصولات مختلف از نظر تنوع مدل و رنگ در فروشگاه‌های خرده‌فروشی محصولات است.

## ۳- انبار به عنوان سپری در برابر تورم و افزایش قیمت‌ها

در شرایط عدم اطمینان و تورم، موجودی انبار وسیله‌ای برای حفظ ارزش پول به کار می‌رود. در شرایط فوق افراد به جای حفظ پول اقدام به خرید و نگهداری کالاهای ارزشمند نموده و از طریق افزایش قیمت محصولات انبار شده از کاهش سرمایه نقدی خود جلوگیری می‌کنند.

## ۴- استفاده از تخفیف مقداری

خریدهای کلان باعث تخفیف محصولات شده و بدینوسیله مصرف‌کننده با خرید انبوه خود اقدام به تشکیل انبار می‌نماید. در خریدهای انبوه و تشکیل انبار همواره خطر خرابی محصولات از مد افتادن آنها مطرح بوده و هزینه‌های انبارداری و بیمه نیز باعث افزایش قیمت محصول می‌شود.

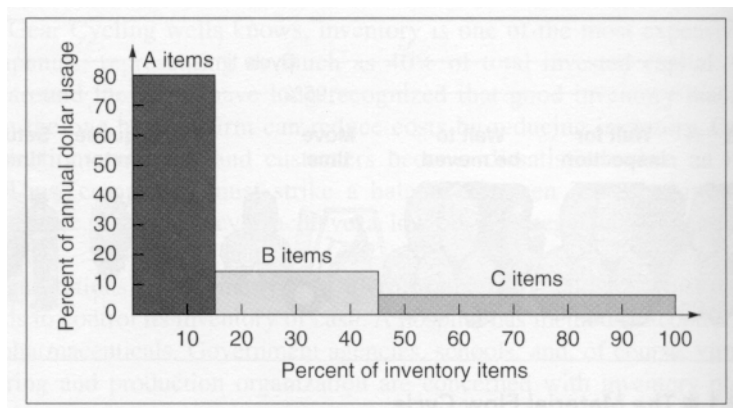
## UP

## تجزیه و تحلیل ABC

در مدیریت انبار محصولات از نظر اهمیت آنها به سه گروه A, B, C تقسیم می‌شوند. گروه A شامل اقلام مهم از نظر ارزش ریالی بوده و ارزش ریالی مصرف سالانه آنها حدود ۸۰-۷۰ درصد کل ارزش ریالی مواد و قطعات مصرفی در کارخانه را تشکیل می‌دهد.

اقلام گروه B اقلام دارای ارزش ریالی متوسط بوده و اقلام فوق بین ۲۵-۱۵ درصد کل ارزش ریالی مواد مصرفی در کارخانه را تشکیل می‌دهند. گروه C شامل اقلام مصرفی کم ارزش بوده و ارزش ریالی مصرف سالانه آنها حدود ۵ درصد کل ارزش ریالی مواد و قطعات مختلف مصرفی در کارخانه است. نمودار تصویری تجزیه و تحلیل ABC در شکل ۱-۱۱ نشان داده

شده است. مثال عملی تجزیه و تحلیل ABC برای ۱۰ قطعات و مواد مصرفی یک کارخانه در جدول ۱۱-۱ نشان داده شده است.



شکل ۱۱-۱ نمودار تصویری تجزیه و تحلیل ABC

جدول ۱۱-۱ تجزیه و تحلیل ABC

Item Stock Number	Percent of Number of Items Stocked	Annual Volume (units)	Unit Cost	Annual Dollar Volume	Percent of Annual Dollar Volume	Class
#10286	20%	1,000	\$ 90.00	\$ 90,000	38.8%	72% A
#11526		500	154.00	77,000	33.2%	
#12760	30%	1,550	17.00	26,350	11.3%	23% B
#10867		350	42.86	15,001	6.4%	
#10500		1,000	12.50	12,500	5.4%	
#12572	50%	600	\$14.17	8,502	3.7%	5% C
#14075		2,000	.60	1,200	.5%	
#01036		100	8.50	850	.4%	
#01307		1,200	.42	504	.2%	
#10572		250	.60	150	.1%	
		8,550		\$232,057	100.0%	

هدف از تجزیه و تحلیل ABC شناخت مواد و اقلام مصرفی مهم در مدیریت انبارها و توجه کافی به زمان سفارش، مقدار سفارش و نگهداری آنها در سیستم انبار است.

در تجزیه و تحلیل ABC علاوه بر ارزش ریالی اقلام از سایر معیارها مثل تغییرات مهندسی مورد انتظار در قطعه، دوره تناوب تغییر و نوآوری در طرح قطعه، مشکلات مربوط به تحویل قطعه مثلاً مدت زمان تحویل اقلام، مشکلات مربوط به کیفیت اقلام تحویلی برای دسته‌بندی اقلام و مواد به گروههای A, B, C می‌توان استفاده نمود.

UP

### ملاحظات مدیریتی در تجزیه و تحلیل ABC

در تجزیه و تحلیل ABC مدیران عملیات باید نسبت به موارد زیر توجه کافی داشته و توصیه های زیر را بکار گیرند.

۱- توسعه منابع عرضه برای اقلام گروه A اولویت و اهمیت بیشتری نسبت به گروههای B,C خواهد داشت.

۲- اقلام گروه A نسبت به اقلام گروههای B,C نیاز به کنترل دقیقتر انبار داشته، و اطلاعات موجودی اقلام فوق باید دقیقتر از دو گروه دیگر باشد.

۳- تخمین تقاضا مواد و قطعات مصرفی گروه A باید با دقت بیشتری نسبت به گروههای B,C انجام شود.

UP

### درستی و صحت موجودی انبارها (Record Accuracy)

مدیریت انبار نیاز به اطلاع دقیق از موجودی انبارها داشته و اطلاع دقیق از موجودی انبارها پایه اصلی سیستم‌های برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی‌ها است. صحت و درستی موجودی انبارها از طریق ثبت منظم و سیستماتیک ورود و خروج کالا به انبارها، استقرار منظم قفسه‌ها در انبارها و شماره‌گذاری قفسه‌ها و کالاها و چیدمان منظم قطعات در قفسه‌ها و استفاده مطلوب از فضای انبارها امکان‌پذیر می‌شود.

## شمارش دوره‌ایی (Cycle Counting)

در شرکت‌های تولیدی و خدماتی، صحت و درستی اطلاعات و موجودی‌های انبار از طریق شمارش دوره‌ایی تأیید شده و اختلاف بین رکوردهای موجودی انبار و موجودی واقعی پیگیری شده و اصلاحات لازم در رکورد کالاهای انبار شده صورت می‌گیرد. شمارش دوره‌ایی اقلام گروه A معمولاً یک ماه یک بار و اقلام گروه B سه ماه یکبار و اقلام گروه C شش ماه یکبار است.

UP

## مدل‌های کنترل موجودی

هدف از مدل‌های کنترل موجودی، تعیین زمان و مقدار بهینه سفارش با استفاده از مدل‌های ریاضی است. مدل‌های کنترل موجودی مورد بحث در این قسمت مربوط به اقلام و محصولات با تقاضای مستقل (Independent Demand) از سایر اقلام و محصولات است. مدل‌های کنترل موجودی اقلام با تقاضای وابسته نظیر اقلام مورد استفاده در خطوط مونتاژ که مصرف و برنامه سفارش و انبار آنها وابسته به تقاضای محصول نهایی است در فصل برنامه‌ریزی تأمین مواد (MRR)<sup>1</sup> بررسی می‌شود.

UP

## هزینه‌های سفارش و نگهداری

در مدل‌های کنترل موجودی، هزینه‌های سفارش (Ordering Cost) شامل هزینه‌های دفتری و اداری سفارش، پردازش اطلاعات و تحویل محصول سفارش شده است. اگر قطعه در داخل کارخانه تولید می‌شود در این صورت هزینه سفارش آن به صورت هزینه آماده‌سازی خط یا ماشین‌آلات برای تولید قطعه مورد نظر است. مدیران عملیات از طریق بکارگیری سیستم‌های

مکانیزه سفارش دهی و کاهش زمان‌های آماده‌سازی ماشین‌آلات، در کاهش هزینه‌های سفارش نقش دارند.

هزینه نگهداری (Holding cost) هزینه‌های مربوط به نگهداری اقلام انبار شده در طول زمان است. هزینه نگهداری شامل هزینه تأمین فضا برای انبار، نیروی انسانی، بیمه، تجهیزات حمل نقل، بهره بانکی و فساد و خرابی اقلام انبار شده است. هزینه‌های مختلف نگهداری و درصد آنها از ارزش موجودی انبارها در جدول ۱۱-۲ نشان داده شده است.

جدول ۱۱-۲ هزینه‌های نگهداری در مدل‌های کنترل موجودی

Category	Cost as a Percent of Inventory Value
Housing costs, such as building rent, depreciation, operating cost, taxes, insurance	6% (3-10%)
Material handling costs, including equipment, lease or depreciation, power, operating cost	3% (1-3.5%)
Labor cost from extra handling	3% (3-5%)
Investment costs, such as borrowing costs, taxes, and insurance on inventory	11% (6-24%)
Pilferage, scrap, and obsolescence	3% (2-5%)
Overall carrying cost	26%

Note: All numbers are approximate, as they vary substantially depending on the nature of the business, location, and current interest rates. Any inventory holding cost of less than 15% is suspect, but annual inventory holding costs often approach 40% of the value of inventory.

UP

(Economic Order Quantity Model)

مدل مقدار سفارش اقتصادی

مدل کنترل موجودی مقدار سفارش اقتصادی (Economic Order Quantity: EOQ) ساده‌ترین، متداولترین و قدیمی‌ترین مدل کنترل موجودی است، که هنوز در اکثر صنایع تولیدی از آن استفاده می‌شود. سابقه تاریخی مدل EOQ بر کار تحقیقی Harris<sup>1</sup> باز می‌گردد. مدل EOQ مقدار بهینه سفارش هر محصول یا قطعه مصرفی را با توجه هزینه کل سفارش و نگهداری آن در واحد زمان تعیین می‌کند. معروضات مدل EOQ بصورت زیر است:

1- Harris F.W., Operations and Cost (Chicago, A.W. Shaw, 1915).

۱- تنها مقدار بهینه سفارش یک قطعه معین یا محصول را به صورت مستقل از سایر اقلام و محصولات تعیین می شود.

۲- تقاضای سالانه محصول معین و تقریباً به صورت ثابت و یکنواخت است.

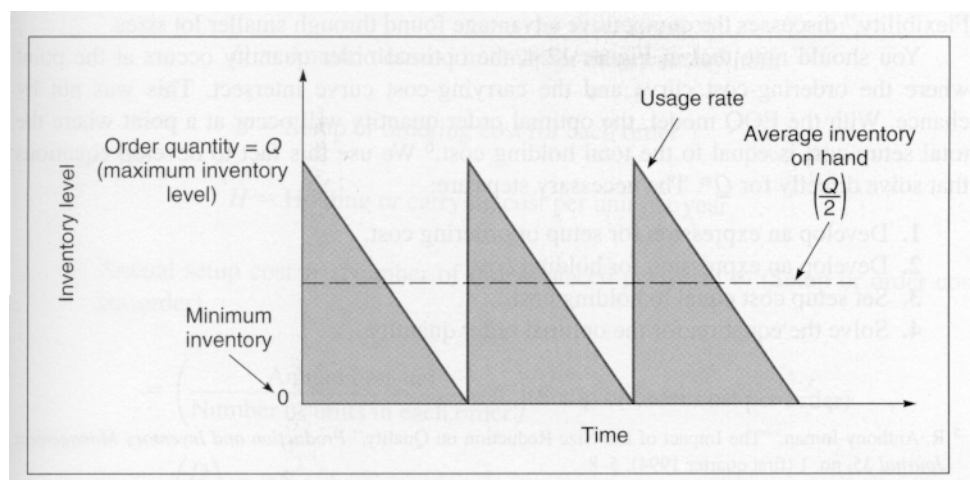
۳- زمان تحویل محصول یا قطعه (Lead Time) ثابت است.

۴- تمام سفارش در یک مرحله تحویل انبار می شود.

۵- قیمت قطعه یا محصول ثابت بوده و تخفیف ویژه در قیمت آن برای سفارش های بزرگ در نظر گرفته نمی شود.

۶- کسری موجودی در سیستم تولیدی مجاز نمی باشد.

با توجه به مفروضات فوق نمودار تشکیل موجودی انبار و مصرف آن در طول زمان در مدل EOQ بصورت شکل ۲-۱۱ است.



شکل ۲-۱۱ نمودار موجودی اقلام و مصرف آنها در مدل EOQ

در مدل EOQ اگر تقاضای سالانه محصول  $D$  واحد محصول و هزینه سفارش یا آماده سازی  $S$  ریال و هزینه نگهداری هر واحد کالا در طول سال  $H$  ریال در نظر گرفته شود، در اینصورت با توجه به شکل ۱-۱۱ برای سفارش  $Q$  واحد محصول، متوسط موجودی مساوی  $\frac{Q}{2}$  در واحد



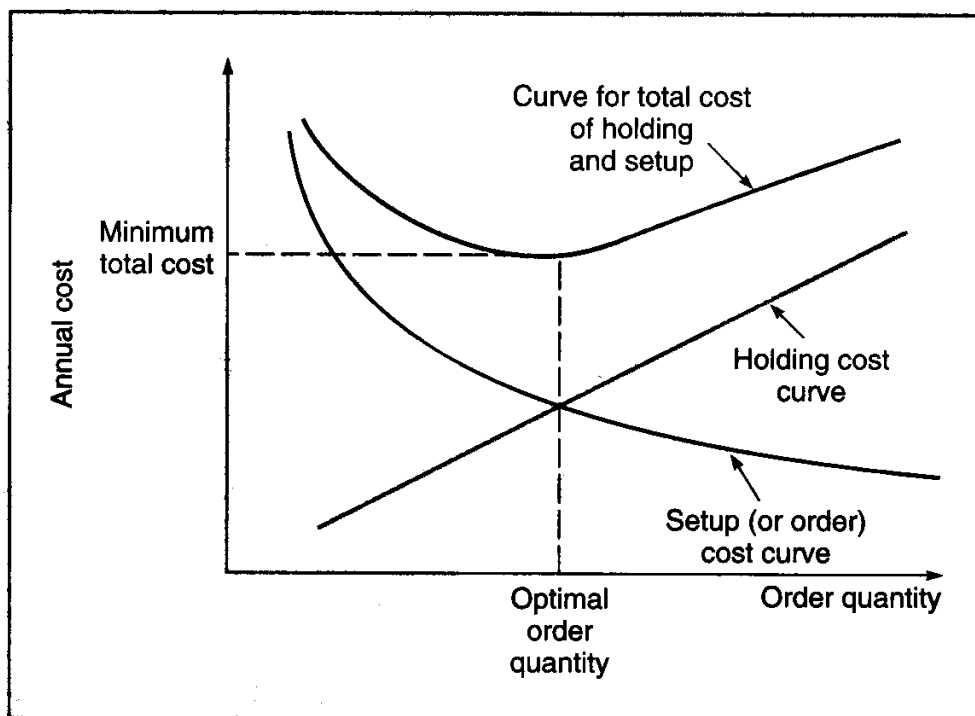
زمان بوده و هزینه نگهداری آن مساوی  $\frac{Q}{2} H$  است. به صورت مشابه برای تقاضای سالانه  $D$  واحد محصول تعداد سفارش‌ها مساوی  $\frac{D}{Q}$  در طول سال بوده و هزینه سالانه سفارش مساوی  $\frac{D}{Q} S$  است. هزینه کل و مقدار بهینه سفارش در مدل EOQ بصورت زیر است.

$$TC = \frac{Q}{2} H + \frac{D}{Q} S \quad (11-1)$$

$$\frac{dTC}{dQ} = \frac{H}{2} - \frac{D}{Q^2} S = 0 \quad (11-2)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

نمودار تصویری هزینه نگهداری و هزینه سفارش و هزینه کل و مقدار بهینه سفارش در مدل EOQ در شکل ۱۱-۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۱-۳ نمودار هزینه‌ها و مقدار بهینه سفارش در مدل EOQ

مثال: اگر تقاضای سالانه برای محصولی ۱۰۰۰ واحد و هزینه سفارش ۱۰ دلار و هزینه نگهداری هر واحد محصول در طول سال ۰/۵ دلار باشد. میزان سفارش اقتصادی را تعیین کنید.

حل: با توجه به مفروضات مسئله که  $D=1000$  و  $S=10$  و  $H=0.5$  است. مقدار بهینه سفارش با استفاده از رابطه ۱۱-۲ بصورت زیر است.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{(2)(1000)(10)}{(0.5)}} = 200 \text{ واحد محصول}$$

UP

(Reorder Point)

نقطه سفارش

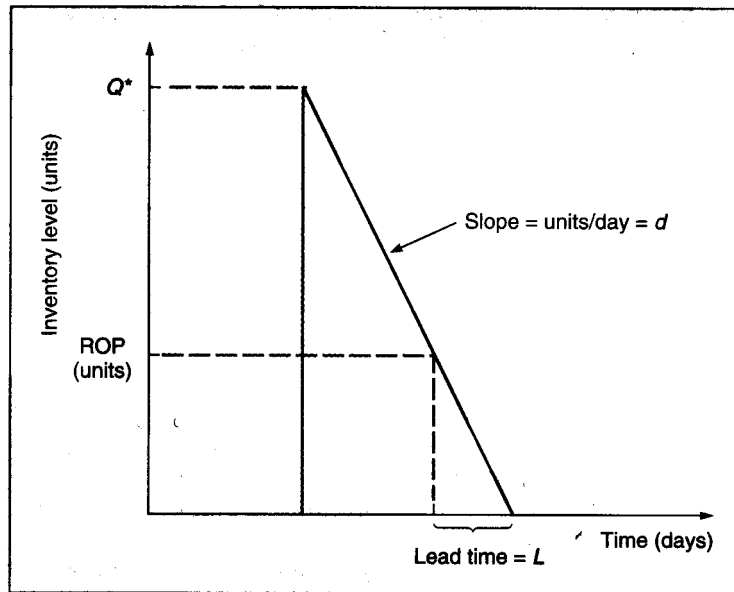
در مدل‌های کنترل موجودی بعد از تعیین مقدار بهینه سفارش ( $Q^*$ )، زمان سفارش نیز باید تعیین شود. در مدل EOQ، اگر تحویل سفارش فوری باشد در اینصورت در زمان موجودی صفر، سفارش به میزان  $Q^*$  انجام می‌شود. در مدل فوق اگر مدت زمان تحویل مساوی  $L$  واحد زمانی و نرخ مصرف مساوی  $d$  باشد، در اینصورت نقطه سفارش مجدد بصورت زیر است.

$$ROP = L \times d \quad (11-3)$$

در رابطه ۱۱-۳،  $d$  نرخ مصرف روزانه را نشان داده و نحوه محاسبه آن بصورت زیر است.

$$d = \frac{\text{تقاضای سالانه}}{\text{روزهای کار}} \quad (11-4)$$

نقطه سفارش مجدد در مدل EOQ در شکل ۱۱-۴ نشان داده شده است.



شکل ۴-۱۱ نقطه سفارش مجدد

UP

## مدل میزان سفارش تولید

### (Production Order Quantity Model)

در مدل میزان سفارش تولید بر خلاف مدل EOQ، تحویل سفارش به انبار به صورت تدریجی است. در این مدل نرخ تولید روزانه  $p$  واحد محصول و نرخ مصرف روزانه  $d$  است. در مدل اخیر تولید در طول زمان  $t$  انجام شده و به میزان  $t(p - d)$  واحد محصول در دوره فوق در انبار قرار می‌گیرد. نمودار تغییرات موجودی انبار در مدل میزان سفارش تولید در شکل ۵-۱۱ نشان داده شده است. در این مدل میزان بهینه سفارش تولید ( $Q^*_p$ ) با توجه به هزینه نگهداری سالانه هر واحد محصول در انبار ( $H$ ) و هزینه آماده‌سازی سیستم تولید ( $S$ ) بصورت زیر است.

(هزینه نگهداری سالانه هر واحد محصول)  $\times$  (متوسط موجودی انبار) = هزینه نگهداری سالانه انبار

$\frac{1}{2}(\text{حداکثر موجودی انبار}) = \text{متوسط موجودی انبار}$

(کل مصرف در زمان  $t$ ) - (کل تولید در زمان  $t$ ) = حداکثر موجودی انبار

$$= pt - dt$$

$$Q = pt \quad (\text{کل تولید در زمان } t)$$

$$t = \frac{Q}{P}$$

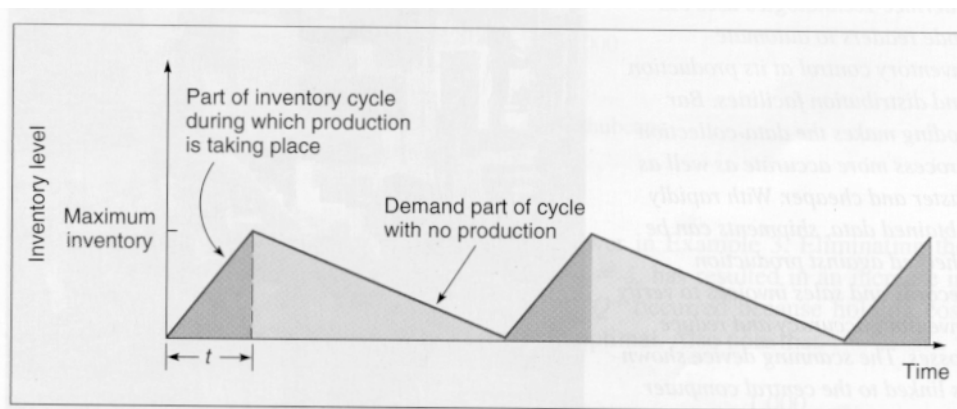
$$\begin{aligned} \text{حداکثر موجودی انبار} &= P \left( \frac{Q}{p} \right) - d \left( \frac{Q}{p} \right) \\ &= Q \left( 1 - \frac{d}{p} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H \text{ (} \frac{1}{2} \text{ حداکثر موجودی انبار)} &= \text{هزینه نگهداری سالانه} \\ &= \frac{Q}{2} \left[ 1 - \frac{d}{p} \right] H \end{aligned}$$

در مدل میزان سفارش تولید با توجه به تقاضای سالانه  $D$  و سفارش تولید  $Q$ ، تعداد سفارش ها در طول سال به میزان  $\frac{D}{Q}$  بوده و با توجه به هزینه آماده‌سازی  $S$  برای هر بار سفارش هزینه کل آماده‌سازی مساوی  $\frac{D}{Q} S$  است.

در مدل میزان سفارش تولید مشابه مدل  $EOQ$ ، مقدار بهینه سفارش ( $Q_p^*$ ) از تساوی هزینه کل آماده‌سازی و هزینه کل نگهداری بدست آمده و مقدار آن بصورت زیر است.

$$\begin{aligned} \frac{Q}{2} \left[ 1 - \frac{d}{p} \right] H &= \frac{D}{Q} S \\ Q_p^* &= \sqrt{\frac{2DS}{H(1 - \frac{d}{p})}} \end{aligned} \quad (11-5)$$



شکل ۱۱-۵ نمودار تغییرات موجودی انبار در مدل میزان بهینه سفارش تولید

مثال: اگر تقاضای سالانه محصولی ۱۰۰۰ واحد محصول و هزینه آماده‌سازی ۱۰ دلار و هزینه نگهداری ۰/۵ دلار باشد. با توجه به نرخ تولید روزانه ۸ واحد محصول و نرخ مصرف روزانه ۶ واحد، میزان بهینه سفارش تولید را به دست آورید.

حل: با توجه به مفروضات مسئله ( $Q^*_P$ ) به صورت زیر است.

$$Q^*_P = \sqrt{\frac{2DS}{H(1-d/p)}} = \sqrt{\frac{(2)(1000)(10)}{(0.5)(1-\frac{6}{8})}} = 400 \text{ واحد محصول}$$

UP

### (Quantity Discount Model)

### مدل تخفیف قیمت محصول

یکی از راه‌های افزایش فروش شرکت‌ها، تخفیف قیمت محصول برای سفارش‌های بزرگ است. در مدل تخفیف قیمت محصول، میزان بهینه سفارش برای انبار با توجه به قیمت‌های مختلف محصول تعیین می‌شود. مثال نمونه‌ای قیمت‌های پیشنهادی و درصد تخفیفات آن برای سفارش‌های مختلف یک محصول در جدول ۳-۱۱ نشان داده شده است.

جدول ۳-۱۱ قیمت محصول برای سفارش‌های مختلف در مدل تخفیف قیمت

سطح تخفیف	مقدار سفارش	درصد تخفیف در قیمت محصول	قیمت محصول
۱	۰-۹۹۹	۰	۵
۲	۱۰۰۰-۱۹۹۹	۴	۴/۸
۳	۲۰۰۰ و بیشتر	۵	۴/۷۵

در مثال نمونه‌ایی جدول ۱۱-۳ با توجه به تخفیف ۵ درصدی در قیمت محصول برای سفارش‌های بیشتر از ۲۰۰۰ واحد محصول، ممکن است سفارش کالا جهت انبار در سطح فوق در نظر گرفته شود. اما توجه داریم که هر چه موجودی انبار زیادتر شود هزینه نگهداری آن نیز بیشتر است. هزینه کل انبار در مدل تخفیف مقداری شامل هزینه سفارش، هزینه نگهداری و ارزش محصول انبار شده است. هزینه کل انبار (TC) در مدل فوق به توجه به تقاضاهای سالانه D و هزینه سفارش S و قیمت محصول P و میزان سفارش Q، بصورت زیر است.

$$TC = \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H + PD \quad (11-6)$$

در مدل تخفیف مقداری انبار، هدف تعیین مقدار بهینه سفارش ( $Q^*$ ) با توجه به هزینه کل انبار (TC) است. برای تعیین  $Q^*$  از دستورالعمل زیر استفاده می‌شود.

۱- برای هر سطح قیمت مقدار  $Q^*$  از رابطه زیر تعیین شود.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{IP}} \quad (11-7)$$

در رابطه ۱۱-۷، D تقاضای سالانه S هزینه سفارش و I درصد معین از قیمت محصول است.

۲- اگر  $Q^*$  محاسبه شده از رابطه ۱۱-۷ برای هر سطح قیمت کمتر از حداقل سفارش در سطح قیمت مورد نظر باشد، در اینصورت  $Q^*$  مساوی حداقل سفارش سطح قیمت فوق در نظر گرفته می‌شود.

۳- هزینه کل برای  $Q^*$  در هر سطح قیمت با توجه به معادله ۱۱-۶ محاسبه شده و حداقل آن میزان بهینه سفارش را مشخص می‌کند.

مثال: اگر قیمت فروش محصول تولیدی یک شرکت برای سفارش کمتر از ۱۰۰۰ واحد ۵ دلار و برای سفارش‌های ۱۹۹۹-۱۰۰۰ مساوی ۴/۸ دلار و برای سفارش‌های بیشتر از ۲۰۰۰ واحد

محصول ۴/۷۵ دلار باشید. اگر هزینه سفارش ۴۹ دلار و هزینه نگهداری سالانه مساوی ۲۰ درصد قیمت محصول باشد. با توجه تقاضای سالانه ۵۰۰۰، مقدار بهینه سفارش را تعیین کنید. حل: با استفاده از معادله ۷-۱۱ میزان بهینه سفارش  $Q^*$  برای سطوح مختلف قیمت بصورت زیر است.

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{(2)(5000)(49)}{(0.2)(5)}} = 700 \quad \text{واحد محصول}$$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{(2)(5000)(49)}{(0.2)(4.8)}} = 714 \quad \text{واحد محصول}$$

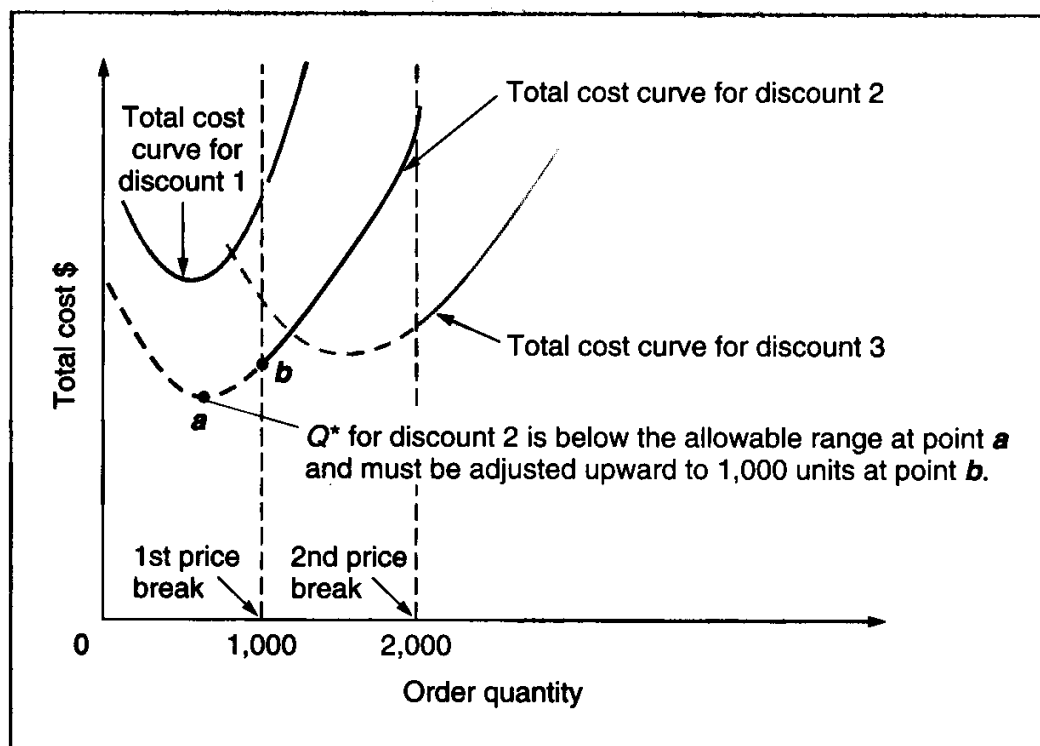
$$Q_3^* = \sqrt{\frac{(2)(5000)(49)}{(0.2)(4.75)}} = 718 \quad \text{واحد محصول}$$

از بین  $Q^*$  های محاسبه شده  $Q_2^*$  و  $Q_3^*$  در محدود میزان سفارش سطح قیمت مورد نظر نبوده، لذا مقادیر آنها مساوی حداقل سفارش در سطح قیمت مربوطه در نظر گرفته می شود. هزینه کل انبار برای  $Q_1^* = 700$ ,  $Q_2^* = 1000$ ,  $Q_3^* = 2000$  در جدول ۴-۱۱ نشان داده شده است.

جدول ۴-۱۱ هزینه کل انبار برای مثال مدل تخفیف قیمت

هزینه کل (TC)	ارزش محصول (PD)	هزینه نگهداری $\left[\frac{Q}{2} \times (IP)\right]$	هزینه سفارش $\left(\frac{D}{Q} S\right)$	سطح بهینه سفارش (Q)	قیمت محصول (P)	سطح تخفیف
۲۵۷۰۰	۲۵۰۰۰	۳۵۰	۳۵۰	۷۰۰	۵	۱
۲۴۷۲۵	۲۴۰۰۰	۴۸۰	۲۴۵	۱۰۰۰	۴/۸۰	۲
۲۴۸۲۲/۵	۲۳۷۵۰	۵۹۰	۱۲۲/۵	۲۰۰۰	۴/۷۵	۳

میزان بهینه سفارش در جدول ۴-۱۱ با توجه به حداقل هزینه کل ۲۴۷۲۵ دلار، مساوی ۱۰۰۰ واحد محصول است. منحنی های هزینه کل انبار برای سطوح مختلف تخفیف قیمت محصول در شکل ۶-۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۶-۱۱ منحنی‌های هزینه کل انبار برای سطوح مختلف قیمت محصول

UP

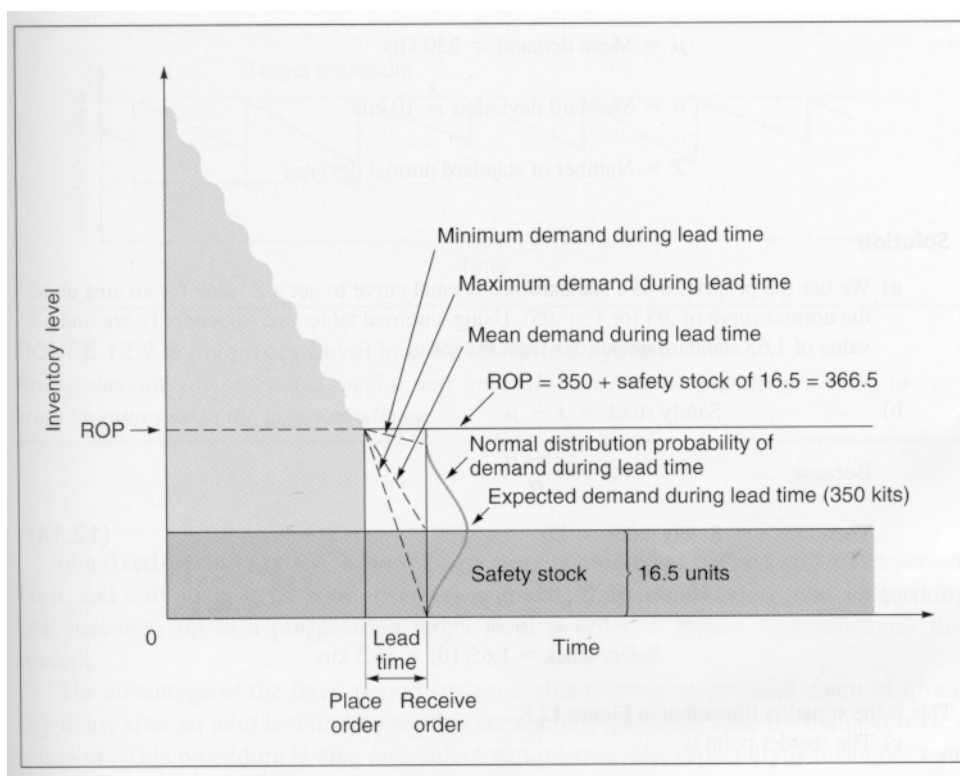
### مدل‌های کنترل موجودی احتمالی با زمان تحویل ثابت

مدل‌های انبار برای تقاضای تصادفی با استفاده از مدل‌های آمار و احتمالات تدوین شده و ساده‌ترین آنها مدل انبار با تقاضای تصادفی و زمان تحویل ثابت است. در مدل تقاضای تصادفی و زمان تحویل ثابت، برای جلوگیری از کسری انبار، از موجودی اطمینان (Safety Stock: SS) استفاده می‌شود. نقطه سفارش مجدد (ROP) در مدل تقاضای تصادفی و زمان تحویل ثابت در شکل ۷-۱۱ نشان داده شده و مقدار آن بصورت زیر است.

$$ROP = d \times L + SS \quad (11-8)$$

در معادله ۸-۱۱،  $d$  متوسط تقاضا و  $L$  زمان تحویل است.





شکل ۷-۱۱ نقطه سفارش مجدد در انبار تقاضا تصادفی و زمان تحویل ثابت

در مدل تقاضا تصادفی و زمان تحویل ثابت، موجودی ذخیره اطمینان (SS) با استفاده از مدل‌های آماری تعیین شده و مثال‌های آن به صورت زیر است.

مثال ۱: در یک شرکت تولیدی نقطه سفارش مجدد مساوی ۵۰ واحد محصول در نظر گرفته شده است. هزینه نگهداری سالانه هر واحد کالای ۵ دلار و هزینه کسری آن ۴۰ دلار در سال است. توزیع تقاضا در زمان تحویل به صورت جدول زیر است.

احتمال	تقاضا
۰/۲	۳۰
۰/۲	۴۰
۰/۳	۵۰
۰/۲	۶۰
۰/۱	۷۰

اگر تعداد سفارش محصول فوق ۶ بار در سال باشد، ذخیره اطمینان دارای کمترین هزینه کل انبار را به دست آورید.

حل: با توجه به جدول توزیع تقاضا و نقطه سفارش مجدد ۵۰ واحد محصول، حداکثر کسری انبار به میزان  $20 = 70 - 50$  واحد محصول بوده، بنابراین حداکثر موجودی اطمینان مورد نیاز به میزان ۲۰ واحد محصول است. اگر سطح موجودی اطمینان به میزان ۲۰ واحد محصول در نظر گرفته شود در این صورت هزینه اضافی انبار مربوط به ۲۰ واحد فوق مساوی  $100 = 20 \times 5$  دلار بوده و با توجه غیر محتمل بودن تقاضای بیشتر از ۷۰ واحد محصول، هزینه کسری انبار مساوی صفر است. در حالت اخیر برای تقاضای ۷۰ واحد محصول ۵۰ واحد آن از موجودی نقطه سفارش مجدد و ۲۰ واحد آن از موجودی ذخیره انبار تأمین می‌شود. برای موجودی اطمینان ۱۰ واحد محصول هزینه اضافی انبار مساوی  $50 = 10 \times 5$  دلار است. کسری انبار در حالت اخیر فقط برای تقاضای ۷۰ واحد محصول متصور بوده و ۵۰ واحد آن از نقطه سفارش مجدد و ۱۰ واحد آن از موجودی اطمینان قابل تأمین است بنابراین میزان کسری متحمل در حالت اخیر مساوی ۱۰ واحد و احتمال آن با توجه به جدول توزیع تقاضا مساوی ۰/۱ است. کل هزینه کسری در حالت اخیر مساوی  $240 = 6 \times 40 \times 1/10 \times 10$  دلار است. هزینه کل موجودی اطمینان ۱۰ واحد محصول مساوی هزینه کل کسری و نگهداری موجودی اطمینان فوق بوده و مساوی  $290 = 240 + 50$  دلار است. هزینه کل موجودی‌های مختلف اطمینان در جدول ۵-۱۱

نشان داده شده است. با توجه به محاسبات جدول ۵-۱۱، موجودی اطمینان ۲۰ واحد دارای کمترین هزینه کل نگهداری و کسری انبار است. بنابراین سطح بهینه موجودی اطمینان انبار مساوی ۲۰ واحد در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۵-۱۱ هزینه نگهداری و کسری در مدل احتمالی تقاضا

هزینه کل	هزینه کسری	هزینه نگهداری	موجودی اطمینان
۱۰۰	۰	$20 \times 5 = 100$	۲۰
۲۹۰	$10 \times 0 / 1 \times 40 \times 6 = 240$	$10 \times 5 = 50$	۱۰
۹۶۰	$10 \times 0 / 2 \times 40 \times 6 \times 6 + 20 \times 0 / 1 \times 40 \times 6 = 260$	۰	۰

مثال ۲: اگر توزیع تقاضا برای محصولی متغیر تصادفی نرمال با میانگین ۳۵۰ و انحراف استاندارد ۱۰ واحد محصول باشد برای سطح سرویس ۰/۹۵ سطح ذخیره انبار را تعیین کنید. حل: تابع چگالی احتمال توزیع تقاضا در زمان تحویل در شکل ۷-۱۱ نشان داده شده و با توجه به سطح اطمینان ۹۵ درصد ذخیره اطمینان به صورت زیر است.

$$ROP = \mu + Z_{\alpha} \sigma_d \quad (11-9)$$

در رابطه ۹-۱۱  $\mu$  میانگین تقاضا در زمان تحویل و  $\sigma_d$  انحراف معیار توزیع تقاضا در زمان تحویل و  $Z_{\alpha}$  مقدار متغیر نرمال استاندارد که سطح زیر منحنی در سمت چپ آن مساوی اطمینان از عدم کسری انبار  $(1-\alpha)$  است. در رابطه ۹-۱۱،  $Z_{\alpha} \sigma_d$  موجودی ذخیره اطمینان را نشان داده و مقدار آن برای مسئله مورد نظر بصورت زیر است.

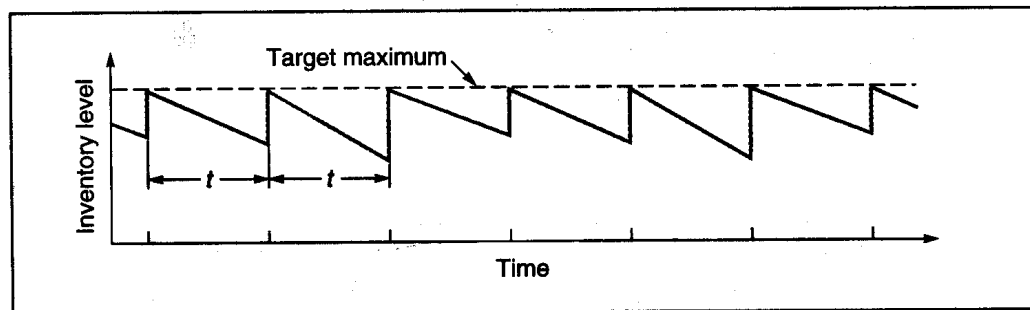
$$SS = Z_{\alpha} \sigma_d$$

$$= (1.65) (10) = 16.5 \quad \text{واحد محصول}$$

## مدل کنترل موجودی دوره ثابت

### (Fixed – Period Inventory Systems)

در مدل کنترل موجودی دوره ثابت موجودی انبار در نقاط مشخص و ثابت زمانی مثلاً ابتدای هر هفته یا هر  $t$  واحد زمانی کنترل شده و به میزان کسری آن از سقف از پیش تعیین شده موجودی انبار سفارش می‌شود. تغییرات موجودی انبار و میزان سفارش در مدل سیستم انبار دوره ثابت در شکل ۸-۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۸-۱۱ تغییر موجودی در مدل کنترل موجودی دوره ثابت

مزایای مدل کنترل موجودی دوره ثابت عدم نیاز به شمارش انبار بعد از خروجی کالا از انبار نسبت به مدل‌های سفارش مقدار ثابت ( $Q^*$ ) در نقطه سفارش مجدد (ROP) بوده و امکان سفارش محصولات هم خانواده با دوره‌های سفارش یکسان و صرفه‌جویی در هزینه حمل نقل و تحویل سفارش‌ها است. کسری احتمالی انبار در دوره سفارش از معایب اصلی مدل کنترل موجودی دوره ثابت است.

سقف بهینه موجودی انبار در مدل‌های کنترل موجودی دوره ثابت با استفاده از تئوری احتمالات از طریق تجزیه و تحلیلی حاشیه‌ایی (Marginal Analysis) تعیین می‌شود. در تجزیه و تحلیل حاشیه‌ایی، سقف موجودی انبار با توجه به سود و زیان حاشیه‌ایی انتظاری تعیین می‌شود.

در تجزیه و تحلیل حاشیه‌ایی، سود انتظاری (Marginal profit: MP) مساوی (MP) (P) بوده، که در آن  $\hat{P}$  تخمین احتمال، موجودی کمتر از تقاضا است. به صورت مشابه زیان حاشیه‌ایی (Marginal loss: ML) مساوی (ML)  $(1 - \hat{p})$  بوده که در آن  $(1 - \hat{p})$  تخمین احتمال موجودی انبار بیشتر از تقاضا است. سقف بهینه انبار در مدل در تجزیه و تحلیل حاشیه‌ایی، با توجه شرط بزرگتر بودن سود حاشیه‌ایی از زیان حاشیه‌ایی انتظاری تعیین شده و رابطه آن به صورت زیر است.

$$(\hat{p})(MP) \geq (1 - \hat{p})(ML) \quad (11-10)$$

$$\hat{p} \geq \frac{ML}{MP + ML} \quad (11-11)$$

در تجزیه و تحلیل حاشیه‌ایی، سطح موجودی انبار با توجه به رابطه ۱۱-۱۱ تعیین می‌شود. برای آشنایی بیشتر با روش فوق به مثال زیر توجه کنید.

مثال: در یک مؤسسه تولیدی قیمت فروش هر واحد محصول ۶ دلار و هزینه تولید آن ۳ دلار است. هزینه نگهداری محصول فروش نرفته برای عرضه در دوره بعد مساوی ۱ دلار است. توزیع احتمالات تقاضا برای محصول فوق به صورت زیر است.

احتمال	تقاضا (واحد محصول)
۰/۲	۵
۰/۳	۶
۰/۵	۷
۱/۰۰	جمع

از طریق تجزیه و تحلیل حاشیه‌ایی سقف بهینه انبار را بدست آورید.

حل: با توجه به اطلاعات مسئله تخمین تقاضا بیشتر از موجودی بصورت زیر است.

$$\hat{P} = \frac{ML}{ML + MP}$$

$$= \frac{1}{1 + (6 - 3)} = 0.25$$

سقف بهینه انبار با توجه به احتمال تجمعی تقاضا بزرگتر یا مساوی موجودی انبار از  $\hat{P}$  تعیین شده و تصمیم‌گیری فوق به مفهوم بزرگتر بودن سود حاشیه‌ایی از زیان حاشیه‌ایی است. خلاصه محاسبه و تصمیم‌گیری در روش تجزیه و تحلیل حاشیه‌ایی در حدود ۶-۱۱ نشان داده شده است.

جدول ۶-۱۱ تصمیم‌گیری جهت سقف بهینه انبار با توجه به سود و زیان حاشیه‌ایی

سطح تقاضا	احتمال تقاضا در سطح مورد نظر	احتمال بزرگتر یا مساوی بودن تقاضا از سطح مورد نظر و مقایسه آن با $\hat{P}$
۵	۰/۲	$۰/۲ + ۰/۳ + ۰/۵ \geq ۰/۲۵$
۶	۰/۳	$۰/۳ + ۰/۵ \geq ۰/۲۵$
۷	۰/۵	$۰/۵ \geq ۰/۲۵$

همانطور که در جدول ۶-۱۱ دیده می‌شود در سطح تقاضای ۵ واحد سود حاشیه‌ایی بزرگتر از زمان حاشیه‌ایی ( $۰/۲ + ۰/۳ + ۰/۵ \geq ۰/۲۵$ ) است. به صورت مشابه در سطح تقاضای ۶ و ۷ واحد رابطه فوق برقرار بوده بنابراین، سقف بهینه انبار برای مسئله فوق ۷ واحد محصول است. در سقف بهینه انبار به میزان ۷ واحد محصول بیشترین سود حاشیه‌ایی انتظاری عاید شرکت می‌شود.

UP