www.jozveha.ir

# مفاهیم پایه شبیه سازی

دکتر مصطفی زندیه

www.jozveha.ir

# تعریف شبیه سازی

- تقلید عملیاتهای یک فرآیند/سیستم واقعی در طول زمان را شبیه سازی گویند.
  - معمولا توسط کامپیوتر و از طریق نرم افزار مناسب انجام می گیرد.
  - به عنوان روشی برای تجزیه و تحلیل و پاسخگویی به سوالات what if است.
  - به عنوان ابزاری برای ترکیب(synthesis)
- این فرآیند برای سیستمهای پیچیده ای که از طریق تحلیلی غیرقابل حل اند مورد استفاده قرار می گیرد.
- در این درس نوع خاصی از مدلهای شبیه سازی بنام "مدلهای شبیه سازی وقایع گسسته" بحث می شود.

www.jozveha.ir

# تعریف سیستم

- مجموعه ای از موجودیتها(**Entities**) که در تعامل با یکدیگر برای انجام هدف/اهداف خاصی تلاش می کنند.
  - تعریف سیستم وابسته به هدف خاص مطالعه صورت می گیرد.
  - ممکن است آنچه که در یک مطالعه سیستم گفته می شود، برای مطالعه ای دیگر زیرسیستم یا ابرسیستم محسوب شود.
- مثالهایی از سیستم:
  - یک کارخانه سازنده (با ماشین آلات، کانوایرها، مواد اولیه و....)
  - یک بانک(با باجه های سرویس دهی مختلف، مشتریان و ....)
  - یک شبکه کامپیوتری(با کامپیوترهای سرویس دهنده، کامپیوترهای سرویس گیرنده و....)
  - یک مرکز درمانی(با تجهیزات پزشکی، پزشک، پرستار، بیمار، تخت و ....)

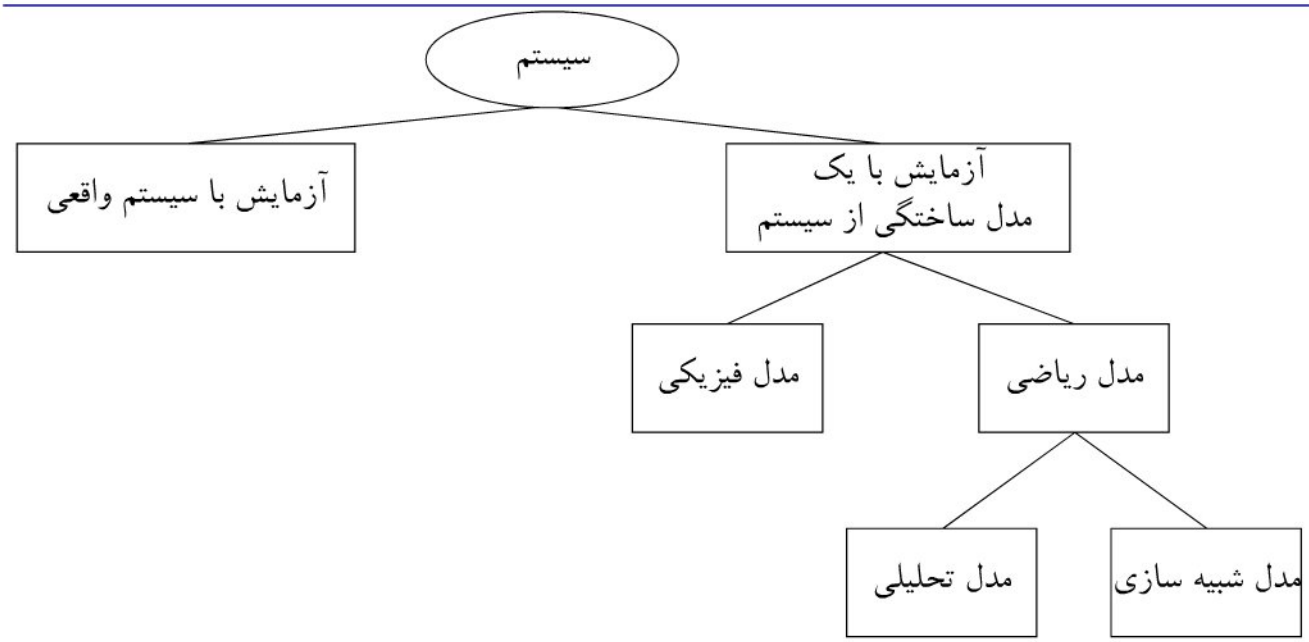
www.jozveha.ir

# منظور ازمطالعه یک سیستم

- اندازه گیری / تخمین عملکردها
- بهبود عملیاتهای سیستم
- آماده شدن برای مقابله با شکستها

www.jozveha.ir

# روشهای مطالعه یک سیستم



www.jozveha.ir

# مدل

- بیانی ازسیستم برای مطالعه آن
- تجسم نمایی از واقعیات جهان اطراف ما
- واقعیت خلاصه شده
  - چالش جدی: چه سطحی از خلاصه سازی واقعیات قابل قبول است.
- وظایف مدلها:
  - ابزاری برای تسهیل در فرآیند تفکر، تمرکز و توصیف مسائل دنیای واقعی

(ارائه مسائل واقعی در قالب مدل ابهامات وتناقضات را مشخص نموده و موجب سازماندهی و سنجش اعتبار افکار می شود.)

  - ابزاری برای برقراری ارتباط(ضرب المثل:یک تصویر ارزش هزار کلمه را دارد.)
  - ابزاری برای پیشگویی و انجام آزمایش

www.jozveha.ir

# انواع مدلها

- مدل فیزیکی: ارائه یک سیستم واقعی بصورت مادی و ملموس(فیزیکی)در مقیاس کوچک
  - مثال: مدل هواپیما، ماکت ساختمان، ماکت نحوه استقرار ماشین آلات، ماکت جریان کارگاهی مواد
- مدل تصویری(**Pictorial**): بیان روابط بین اجزاء در قالب یک نمای بصری
  - مثال: نقشه انفجاری یک محصول
- مدل ریاضی: ارائه یک سیستم واقعی با بیان سمبولیک و درقالب معادلات ریاضی
  - مدلهای ریاضی برای بررسی و مطالعه روابط فیمابین وضعیتها بسیار مفیدند.
  - مثال: مدل های تحقیق در عملیات، مدل های کنترل موجودی، مدل های پیش بینی
- مدلسازی بصورت خلاصه سازی سیستم در قالب ورودی – فرآیند– خروجی
  - مروری کلی بر یک مطالعه شبیه سازی

www.sanaye.mee.ir
www.jozveha.ir

# دسته بندی مدلهای شبیه سازی

- استاتیک (مونت کارلو)
  - ارائه سیستم در نقطه خاصی از زمان(مقطع خاصی از زمان)
  - مثال: آزمایش سوزن بوفون
- دینامیک
  - ارائه سیستم در قالب تغییرات آن در طول زمان
  - مثال: شبیه سازی یک بانک
- گسسته
  - تغییرات مدل فقط در مقاطع گسسته ای از زمان اتفاق می افتد.
  - مثال: تعداد مشتریان در بانک
- پیوسته
  - تغییرات مدل بصورت پیوسته با زمان رخ میدهد.
  - مثال: سطح آب پشت یک سد

www.jozveha.ir

# روشهای شبیه سازی

- شبیه سازی دستی(**manual**)
  - مثال: آزمایشات بوفون
- شبیه سازی از طریق برنامه نویسی با زبانهای عمومی
  - مثال: پاسکال، جاوا، ویژوال بیسیک، فرترن، C و ....
- شبیه سازی با زبانهای خاص شبیه سازی
  - مثال: SIMAN، SLAM ، GPSSH و ....
- شبیه سازی با بسته های شبیه سازی(**Package**)
  - ARENA
- راحتی استفاده در مقابل انعطافپذیری در استفاده

www.jozveha.ir

# اجزاء یک سیستم

- **موجودیت (Entity)**
  - هر عنصر/ شیء مورد علاقه در یک سیستم که برایش داده جمع آوری می شود.
  - مثال: مرکز درمانی(پزشک، پرستار، اتاق، تخت، لوازم آزمایشگاهی، تجهیزات اشعه X و....)
- **مشخصات(Attribute)**
  - مشخصه های مشترکی که برای موجودیتها میتوان در نظر گرفت و از لحاظ مقداری از موجودیتی به موجودیت دیگر تغییر می کند.
  - مثال: بیمار(نوع بیماری، سن، جنس، گروه خونی، اهلیت و ....)
- **فعالیت(Activity)**
  - بیان کننده یک دوره زمانی با طول خاص است.
  - مثال: مرکز درمانی(عمل جراحی، ارزیابی دما، ارزیابی فشارخون، عملیات X-Ray)

www.jozveha.ir

# اجزاء یک سیستم

- **متغیر(Variable)**
  - بخشی از اطلاعات که منعکس کننده ویژگیهای یک سیستم است.
  - مثال: مرکز درمانی(تعداد بیماران موجود در سیستم، تعداد پزشکان بیکار در هر لحظه و ... )
- **حالت/وضعیت (State)**
  - مجموعه ای از متغیرها که شامل تمام اطلاعات مورد نیاز برای توصیف سیستم در هر زمانی است.
  - مثال: مرکز درمانی(تعداد بیماران موجود در سیستم، وضعیت پزشک(بیکاری/مشغول)، تعداد پزشکان بیکار، وضعیت تجهیزات آزمایشگاهی و ....)
- **واقعه(Event)**
  - یک اتفاق لحظه ای که وضعیت/حالت سیستم را تغییر می دهد(درونی/ بیرونی).
  - مثال: مرکز درمانی(رسیدن یک بیمار جدید، تکمیل یک سرویس، شکست یک وسیله پزشکی و ....)

www.jozveha.ir

# مزایای شبیه سازی

- خیلی از اوقات روش تحلیلی وجود ندارد و تنها راه بررسی سیستم است.
- امکان مقایسه طرحهای متفاوت و سیاستهای عملیاتی مختلف را ایجاد می کند.
- امکان فشرده سازی یا توسعه زمان را فراهم می کند.
- بدون ایجاد توقف در سیستم می توان نسبت به بهبود آن اقدام کرد.
- بدون انهدام سیستم می توان نقاط فشار را سنجید.
- بدون ساختن سیستم می توان در مورد آن نتیجه گیری نمود.

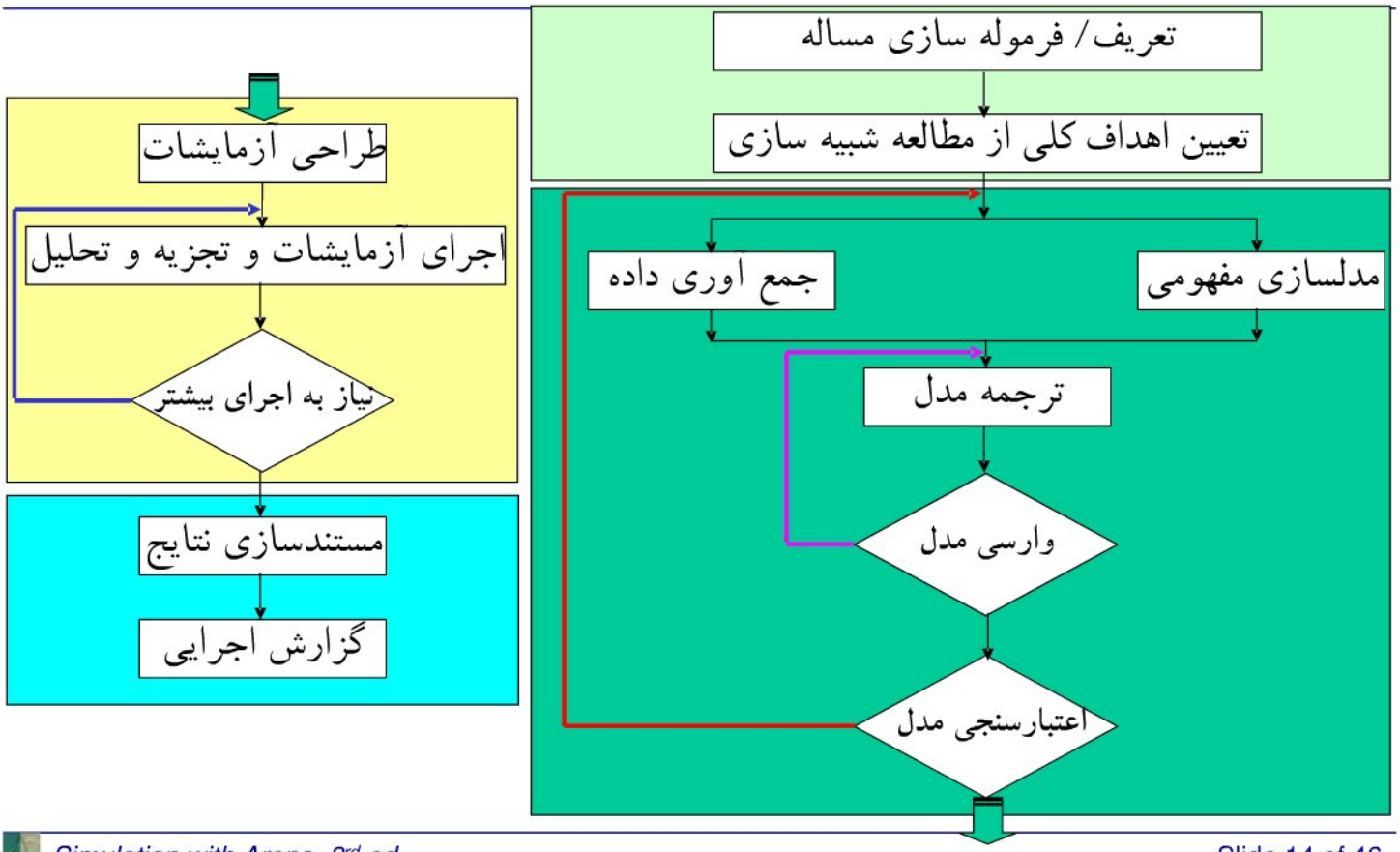
www.jozveha.ir

# معایب شبیه سازی

- برای مدلهای احتمالی، شبیه سازی فقط تخمینی از خروجی را در اختیار قرار میدهد، در حالیکه روشهای تحلیلی (در صورت وجود) مقدار دقیق خروجی را ایجاد می کنند.
- در اغلب موارد توسعه مدلهای شبیه سازی زمانبر و هزینه بر است.
- یک مدل نامعتبر می تواند به نتایج اشتباهی بیانجامد.

www.jozveha.ir

# مراحل یک مطالعه شبیه سازی



www.jozveha.ir

# تشریح مراحل یک مطالعه شبیه سازی

## ۱- تعریف و فرموله سازی مساله

- تحلیلگر(شبیه ساز) درک واضحی از سیستم پیدا کند.

## ۲- تعیین اهداف کلی از مطالعه شبیه سازی

- پروپوزال باید شامل موارد زیر باشد:

✓ تعیین سوالاتی که باید به آن پاسخ داد.

✓ تعیین سناریوهایی که باید بررسی شوند.

✓ تعیین معیارهای تصمیم گیری

✓ تعیین الزامات داده ای

✓ تعیین سخت افزار/ نرم افزار و الزامات پرسنلی

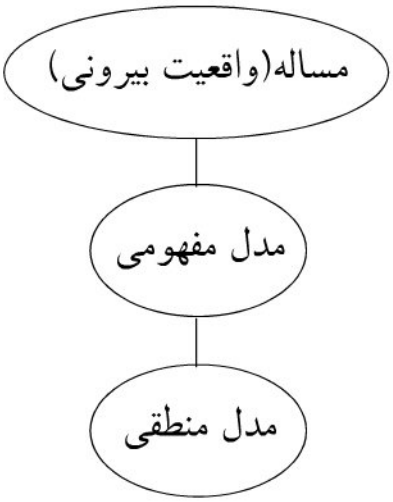
✓ تعیین یک برنامه زمانی

✓ تعیین برنامه هزینه ای و رویه شارژ مالی

www.jozveha.ir

# تشریح مراحل یک مطالعه شبیه سازی(ادامه)

## ۳- مدلسازی مفهومی




- خلاصه سازی خصوصیات(فیچرهای) ضروی:
  - ✓ تعیین فرضیات (سطح جزئیات)
  - ✓ وقایع
  - ✓ موجودیتها
  - ✓ مشخصه ها
  - ✓ متغیرها(بیرونی و درونی)
  - ✓ روابط بین متغیرها
  - ✓ معیارهای عملکردی
  - ✓ داده های موردنیاز

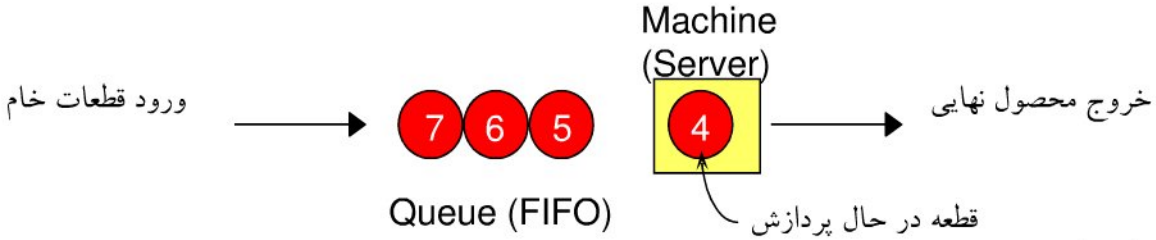
www.jozveha.ir

# اهداف کلی

- ایده ها، روشها و موضوعات اساسی در شبیه سازی
- آماده سازی برای ورود به نرم افزار **ARENA**
- تمرکز بر روی یک مثال ساده از شبیه سازی
  - تجزیه و تحلیل(شکست) مساله
  - ترمینولوژی
  - شبیه سازی دستی
  - بعضی از جنبه های مقدماتی آماری
  - مروری کلی بر یک مطالعه شبیه سازی

www.jozveha.ir

# یک سیستم ساده صف تک کاناله




- **هدف اصلی**
  - تخمین مقدار تولید مورد انتظار(میانگین)
  - تعیین زمان انتظار در صف، طول صف و کسری از زمان که ماشین مشغول است
- **واحد زمان**
  - در موارد مختلف میتوان از واحدهای متفاوتی استفاده نمود، اما ذکر واحد لازم است.
  - واحد زمانی باید با داده های ورودی ، محاسبات داخلی و داده های خروجی سازگار باشد.
  - منطقی باشد(تفسیر، خطای روند کردن)

www.jozveha.ir

# مشخصات مدل

- در ابتدا(زمان صفر) سیستم خالی و ماشین بیکار است.
- واحد زمان : دقیقه
- داده های ورودی بر حسب دقیقه

| شماره قطعه | زمانهای ورود | زمانهای بین ورود | زمان سرویس |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.00 | 1.73 | 2.90 |
| 2 | 1.73 | 1.35 | 1.76 |
| 3 | 3.08 | 0.71 | 3.39 |
| 4 | 3.79 | 0.62 | 4.52 |
| 5 | 4.41 | 14.28 | 4.46 |
| 6 | 18.69 | 0.70 | 4.36 |
| 7 | 19.39 | 15.52 | 2.07 |
| 8 | 34.91 | 3.15 | 3.36 |
| 9 | 38.06 | 1.76 | 2.37 |
| 10 | 39.82 | 1.00 | 5.38 |
| 11 | 40.82 | . | . |
| . | . | . | . |
| . | . | . | . |

- توقف شبیه سازی: با گذشت ۲۰ دقیقه از زمان، شبیه سازی را متوقف کنید.

www.jozveha.ir

# هدف مطالعه:

# معیارهای عملکرد خروجی

- *کل تعداد قطعات تولیدی در طول اجرا(**P**)*
- *متوسط زمان انتظار قطعات در صف:*

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} WQ_i}{N}$$

**N** = تعداد قطعاتی که در صف منتظر مانده و سپس خارج میشوند.

$\mathbf{WQ_i}$= زمان انتظار قطعه **i**ام در صف

واضح است که: $\mathbf{WQ_1 = 0}$

$\mathbf{N \geq 1}$

- *حداکثر زمان انتظار قطعات در صف:*

$$\max_{i=1,\ldots,N} WQ_i$$

www.jozveha.ir

# هدف مطالعه:

## معیارهای عملکرد خروجی(ادامه)

- *متوسط تعداد قطعات منتظر در صف در واحد زمان*

$Q(t)$ = تعداد قطعات موجود در صف در زمان t

$$\frac{\int_0^{20} Q(t)\,dt}{20}$$

- *حداکثر تعداد قطعات منتظر در صف :*

$$\max_{0 \le t \le 20} Q(t)$$

- *متوسط و حداکثر زمان جریان قطعات در سیستم(زمان سیکل):*

$TS_i$ = زمان جریان iامین قطعه در سیستم

$$\frac{\sum_{i=1}^{P} TS_i}{P}, \quad \max_{i=1,\ldots,P} TS_i$$

www.jozveha.ir

# هدف مطالعه:

## معیارهای عملکرد خروجی(ادامه)

- درصد *استفاده* از ماشین(کسری از زمان که ماشین *مشغول* است)

$$\frac{\int_0^{20} B(t)\,dt}{20}, \quad B(t) = \begin{cases} 1 & \text{if the machine is busy at time } t \\ 0 & \text{if the machine is idle at time } t \end{cases}$$

www.jozveha.ir

# شبیه سازی مکانیکی

- عملیاتهای انفرادی همانطور که در دنیای واقعی رخ میدهند، اتفاق می افتند(ورودها، زمانهای سرویس)
- حرکات و تغییرات در زمانهای خاص و با ترتیبی معین اتفاق می افتند.
- اجزاء مختلف تاثیر متقابل دارند.
- برای استخراج معیارهای عملکردی "مشاهده گرهایی(**observers**)" قرار داده می شوند.
- رویکرد تحلیلی سخت(**Concrete**) و غیر منعطف(**brute-force**)
- نکته مبهم(**myterious**) یا هوشمندانه ای(**subtle**) وجود ندارد.
  - اما حجم زیادی از جزئیات به همراه عملیات ثبت وجود دارد.
  - نرم افزار شبیه سازی، پیگیریها را انجام میدهد.

www.jozveha.ir

# اجزاء یک مدل شبیه سازی

- **موجودیتها (Entities)**
  - بازیگرانی که درون سیستم حرکت می کنند، *وضعیتشان* تغییر میکند، روی سایر موجودیتها *تاثیر* گذاشته و نیز از آنها تاثیر می پذیرند.
  - *اشیاء پویا:* ایجاد می شوند، حرکت می کنند، (احتمالا)ازسیستم خارج می شوند.
  - معمولا معرف چیزهای واقعی هستند.
    - در مدل ما: قطعات ، تشکیل دهنده موجودیتها هستند.
  - در مدلسازی میتوان موجودیتهای جعلی(fake) نیز تعریف کرد.
    - دیو خرابی ماشین(breakdown demon) (با ورود خود، ماشین را برای مدتی از حالت آماده سرویس خارج نموده و سپس مجددا به حالت اول باز می گرداند.)
    - فرشته استراحت(break angel) (با ورود خود بطور موقت برای مدتی به ماشین استراحت می دهد.)

      در Arena روشهای تعبیه شده ای برای مدلسازی چنین مثالهایی بصورت مستقیم وجود دارد.

  - در مدل ما تنها یک نوع موجودیت، اما به تعداد زیاد(multiple realization) وجود دارد.
  - معمولا چند نوع موجودیت، بطور همزمان در سیستم جریان دارند.
  - معمولا اولین قدم ساخت مدل، تعیین انواع موجودیتها است.

www.jozveha.ir

# اجزاء یک مدل شبیه سازی(ادامه)

- **مشخصه ها(Attributes)**
  - ویژگیهای تمامی موجودیتها: ابزاری برای توصیف و تمایز
  - تمامی موجودیتهای همنوع، مشخصه های یکسانی دارند، اما مقادیر(ارزشهای) متفاوتی نسبت به یکدیگر دارند. بعنوان مثال:
    - زمان ورود
    - موعد تحویل
    - تقدم
    - رنگ
  - هر موجودیت خاص، مقدار مشخصه مربوط به خود را داراست.
  - بعضی مشخصه ها بطور خودکار توسط نرم افزار تعریف می شوند.
  - بعضی مشخصه ها توسط مدلساز تعریف و مقادیری به آن اختصاص داده می شود.

www.jozveha.ir

# اجزاء یک مدل شبیه سازی(ادامه)

- متغیرهای عمومی (Global Variables)
  - منعکس کننده یک ویژگی از کل سیستم است(نه از موجودیتهایی خاص)
  - برای بسیاری از چیزهای متفاوت بکار می رود
    - زمان سفر بین هر جفت ایستگاه کاری
    - تعداد قطعات موجود در سیستم
    - ساعت شبیه سازی(متغیری تعبیه شده در Arena)
    - طول فعلی صف
    - وضعیت ماشین
  - نیاز به یک اسم و مقدار دارد، هر چند که در تمام مدل فقط یک کپی از آن وجود دارد.
  - 
  - موجودیتها می توانند به متغیرها دسترسی داشته باشند و نیز آنها را تغییر دهند.
  - قابلیت نوشتن مجدد دارند(rewriteable).
  - بعضی از متغیرها از قبل در نرم افزار Arena تعبیه شده(built-in) و بعضی دیگر بسته به نیاز تعریف می شوند.

www.jozveha.ir

# اجزاء یک مدل شبیه سازی(ادامه)

- منابع (Resources)
  - هر آنچه که موجودیتها برایش رقابت می کنند.
    - افراد (نیروی کاری)
    - تجهیزات
    - فضا (جا)
  - هر موجودیت منابع را تصاحب(seize) میکند، از آن استفاده(use) میکند و سپس آنرا آزاد (release) میکند.
  - از این به بعد چنین فکر کنید که: منابع به موجودیتها تخصیص داده می شوند(نه اینکه موجودیتها به منابع تعلق دارند)
  - یک منبع میتواند چند واحد ظرفیت داشته باشد.
    - عوامل رزرو بلیط در یک آژانس خطوط هوایی
    - میزهای غذاخوری در یک رستوران
  - تعداد واحدهای منابع در خلال شبیه سازی ، میتواند تغییر کند.

www.jozveha.ir

# اجزاء یک مدل شبیه سازی(ادامه)

- صف ها(Queues)
  - مکانهایی برای انتظار موجودیتها هستند(در مواردی که نمی توانند حرکت کنند–مثلا منبع لازم برای آنها در دسترس نیست).
  - دارای یک اسم هستند(که غالبا در ارتباط با یک منبع می باشند)
  - می توانند ظرفیت محدود(finite) داشته باشند(تا بدین طریق محدودیت جا و فضا را نشان دهند)
  - در مدلسازی باید نسبت به مواردی که ظرفیت صف تکمیل است و موجودیت جدیدی میخواهد اضافه شود، تصمیم گرفت (تعیین تکلیف نمود).
  - معمولا بدنبال آمارهایی از طول صف، مدت انتظار در صف و نظایر آن هستیم.

www.jozveha.ir

# اجزاء یک مدل شبیه سازی(ادامه)

- *انباشتگرهای آماری*(**Statistical accumulators**)
  - متغیرهایی هستند که برای نمایش آنچه که رخ میدهد، استفاده می شوند.
  - بسته به معیارهای عملکردی مورد نظر (دلخواه) دارند.
  - در مدل غیرانفعالی(passive) هستند(در مدل مشارکتی ندارند، فقط نمایشی هستند).
  - بسیاری از آنها در نرم افزارهای شبیه سازی مثل Arena ، بطور خودکار تعبیه شده است، بعضی نیز بسته به نیاز، توسط مدلساز تعریف می شود.
  - در پایان شبیه سازی برای محاسبه معیارهای عملکرد خروجی نهایی ، مورد استفاده قرار میگیرند.

www.jozveha.ir

# اجزاء یک مدل شبیه سازی(ادامه)

- انباشتگرهای آماری برای مثال طرح شده:
  - تعدادی قطعاتی که تاکنون(لحظه فعلی) تولید شده اند.
  - کل زمان سپری شده در صف تا لحظه فعلی.
  - تعداد قطعاتی که در صف قرار گرفته اند.
  - بیشترین زمان مشاهده شده در صف.
  - مجموع زمانهای در جریان (flow time)
  - حداکثر زمان در جریان مشاهده شده
  - مساحت زیر منحنی طول صف (Q(t))تا لحظه فعلی
  - حداکثر طول صف (Q(t)) تا لحظه فعلی
  - مساحت زیر منحنی B(t) (منحنی وضعیت مشغول بودن سرویس دهنده)

www.jozveha.ir

# پویایی شبیه سازی:
# دیدگاه پیشامدگرا(event-oriented)

- پیشامدهای(وقایع) تغییردهنده وضعیتها را تعیین کنید
  (مثل : آماده سازی(شرایط اولیه)، ورودها، خروج و ختم شبیه سازی).
- نسبت به منطق تغییر وضعیت هر نوع واقعه ای تصمیم بگیرید.
  - تغییرات وضعیت را برای هر نوع واقعه معنی نمائید.
  - آمار های مورد نظر را جمع آوری کنید.
  - زمان وقایع آتی را به روز نمائید.
- یک ساعت(clock) شبیه سازی ویک لیست ازوقایع(event calendar)آتی درنظربگیرید.
- از یک واقعه به واقعه بعدی بروید(jump)، آن واقعه را پردازش کنید، آمار مورد نیاز را جمع آوری نمائید و تقویم وقایع را به روز کنید.
- یک معیار توقف مناسب تعریف نمائید.

www.jozveha.ir

# وقایع مربوط به مثال طرح شده

- ***ورود قطعه جدید به سیستم***

  - انباشتگرهای آماری را به روز نمائید.
    - سطح زیر منحنی Q(t)
    - حداکثر Q(t)
    - سطح زیر منحنی B(t)
  - زمان ورود قطعه را با زمان فعلی علامتگذاری کنید(بعدا از آن استفاده می شود).
  - اگر ماشین بیکار است:
    - پردازش را شروع نمائید(خروج قطعه را برنامه ریزی کنید)، وضعیت ماشین را به حالت مشغول تغییر دهید، زمان سپری شده در صف را محاسبه نمائید(صفر).
  - در غیر اینصورت (اگر ماشین مشغول است):
    - قطعه را در انتهای صف قرار دهید، به مقدار متغیر طول صف یک واحد اضافه کنید.
  - واقعه ورود بعدی را برنامه ریزی کنید.

www.jozveha.ir

# وقایع مربوط به مثال طرح شده(ادامه)

- خروج( Departure)
  - انباشتگرهای آماری مربوط به تعداد قطعات تکمیل شده را افزایش دهید.
  - زمان جریان را محاسبه کنید(زمان ورود- زمان فعلی)
  - آمار وابسته به زمان را به روز کنید.
  - اگر صف خالی نیست:
    - اولین قطعه را از صف بیرون کشیده، مدت زمان انتظار آنرا در صف محاسبه کنید، سرویس آن قطعه را شروع نمائید(واقعه خروج آنرا برنامه ریزی کنید).
  - در غیر اینصورت(اگر صف خالی است):
    - وضعیت ماشین را به حالت بیکار تغییر دهید(توجه: هیچگونه واقعه خروج برنامه ریزی شده ای در تقویم وقایع آتی وجود نخواهد داشت).

www.jozveha.ir

# وقایع مربوط به مثال طرح شده(ادامه)

- ختم شبیه سازی (The End)
  - انباشتگرهای آماری وابسته به زمان را به روز نمائید.
  - با استفاده از مقادیر فعلی انباشتگرهای آماری، معیارهای خروجی مورد نظر را محاسبه کنید.
- بعد از هر واقعه، اولین واقعه موجود در لیست وقایع آتی، زمان و کاری که می بایست در قدم بعدی انجام شود را تعیین میکند.
- البته شرایط اولیه در ابتدای شبیه سازی باید تعریف شده باشد.

www.jozveha.ir

# جزئیات بیشتری راجع به مثال طرح شده

- متغیر ساعت شبیه سازی معمولا در نرم افزارهای شبیه سازی تعریف شده است.
- لیست(تقویم) وقایع: لیستی که در آن پیشامدها ثبت می شوند:
  - [Entity No., Event Time, Event Type]
  - وقایع به ترتیب صعودی زمان رخدادشان مرتب می شوند.
  - واقعه بعدی همواره در ابتدای لیست قرار دارد.
  - در ابتدای شبیه سازی وقایع اولین ورود و ختم شبیه سازی برنامه ریزی می شوند.
- متغیرهای وضعیت: وضعیت فعلی را توصیف می کنند.
  - وضعیت سرویس دهنده B(t)=1 برای مشغول بودن و 0 برای بیکار بودن.
  - تعداد مشتریان منتظر در صف Q(t)
  - زمانهای ورود هر مشتری به صف

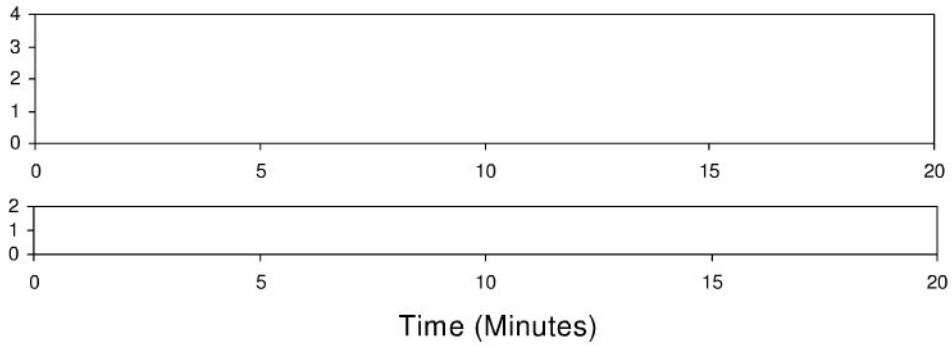
www.jozveha.ir

# شبیه سازی دستی

- بصورت دستی متغیرهای وضعیت و انباشتگرهای آماری پیگیری می شوند.
- از زمانهای بین دو ورود متوالی و زمانهای سرویس به عنوان داده های مفروض استفاده می شود.
- لیستی از وقایع نگهداری می شود.
- ساعت شبیه سازی از یک واقعه به واقعه بعدی به یکباره جلو برده می شود(منتظر انجام سرویس نمی شویم).

www.jozveha.ir

# شبیه سازی دستی:
# آماده سازی

<table>
<tr><td>System </td><td>Clock</td><td>$B(t)$</td><td>$Q(t)$</td><td>Arrival times of custs. in queue</td><td>Event calendar</td></tr>
<tr><td>Number of completed waiting times in queue</td><td colspan="2">Total of waiting times in queue</td><td colspan="2">Area under $Q(t)$</td><td>Area under $B(t)$</td></tr>
<tr><td>$Q(t)$ graph<br><br>$B(t)$ graph</td><td colspan="5"> 
</td></tr>
<tr><td>Interarrival times</td><td colspan="5">1.73, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...</td></tr>
<tr><td>Service times</td><td colspan="5">2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...</td></tr>
</table>

www.jozveha.ir

# شبیه سازی دستی:

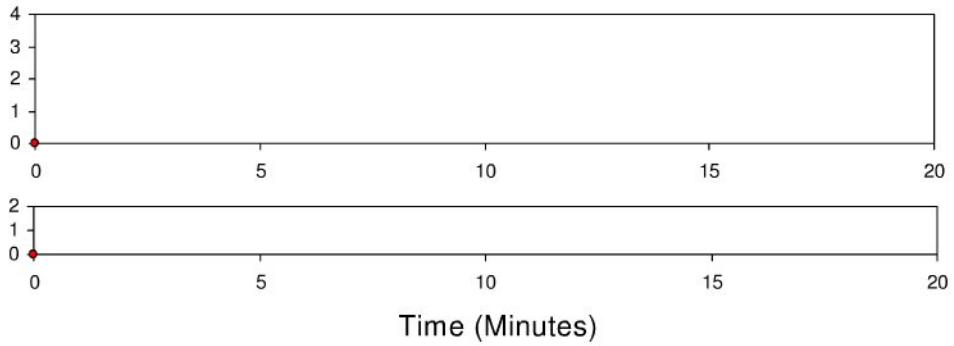
# شرایط اولیه در زمان $t = 0.00$

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| | 0.00 | 0 | 0 | <empty> | [1, 0.00, Arr]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph




| | |
|---|---|
| Interarrival times | 1.73, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | 2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

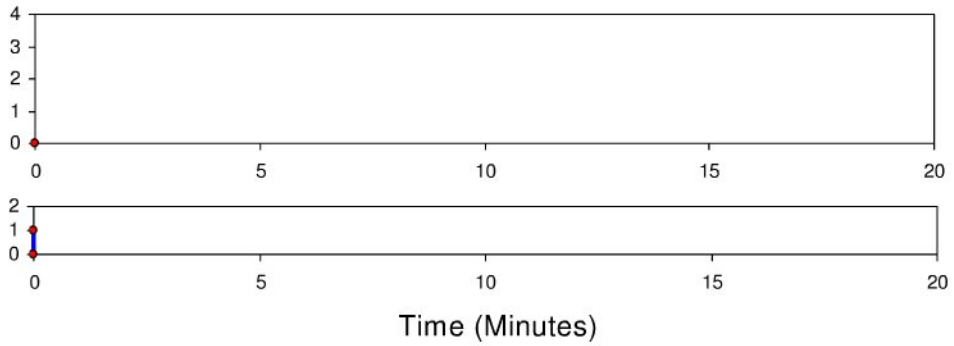
# $t$ = 0.00, Arrival of Part 1

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| | 0.00 | 1 | 0 | <empty> | [2, 1.73, Arr]<br>[1, 2.90, Dep]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph

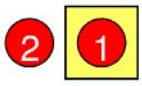



| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.73~~, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.90~~, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

# $t$ = 1.73, Arrival of Part 2

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
|  | 1.73 | 1 | 1 | (1.73) | [1, 2.90, Dep]<br>[3, 3.08, Arr]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.00 | 0.00 | 1.73 |

| | |
|---|---|
| $Q(t)$ graph<br>$B(t)$ graph | |
| Interarrival times | ~~1.73~~, ~~1.35~~, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.90~~, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

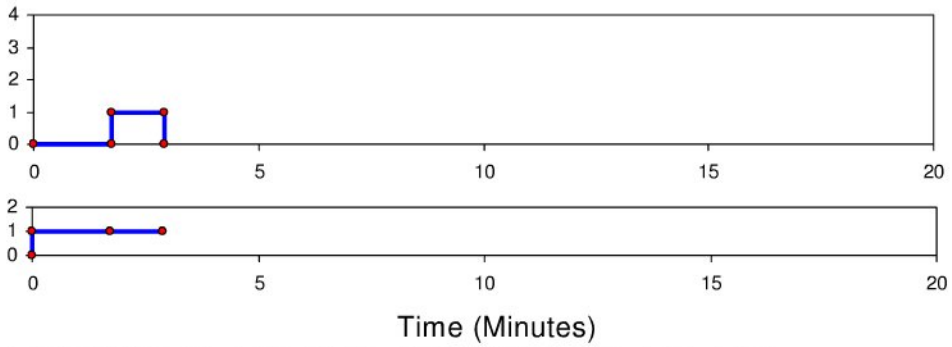
# $t$ = 2.90, Departure of Part 1

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2.90 | 1 | 0 | <empty> | [3, 3.08, Arr]<br>[2, 4.66, Dep]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 1.17 | 1.17 | 2.90 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph




| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.73~~, ~~1.35~~, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.90~~, ~~1.76~~, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

# $t$ = 3.08, Arrival of Part 3

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 2 | 3.08 | 1 | 1 | (3.08) | [4, 3.79, Arr]<br>[2, 4.66, Dep]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 1.17 | 1.17 | 3.08 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph

| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.73~~, ~~1.35~~, ~~0.71~~, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.80~~, ~~1.76~~, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

# $t$ = 3.79, Arrival of Part 4

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 3 2 | 3.79 | 1 | 2 | (3.79, 3.08) | [5, 4.41, Arr]<br>[2, 4.66, Dep]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 1.17 | 1.88 | 3.79 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph

| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.73~~, ~~1.35~~, ~~0.71~~, ~~0.82~~, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.90~~, ~~1.76~~, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

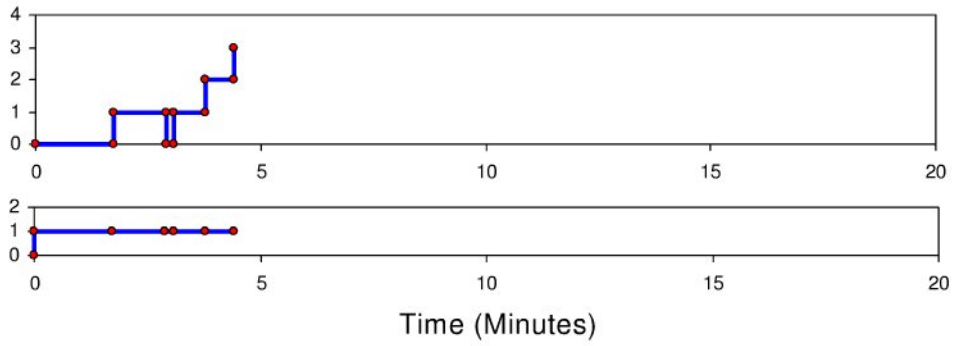
# $t$ = 4.41, Arrival of Part 5

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 4 3 **2** | 4.41 | 1 | 3 | (4.41, 3.79, 3.08) | [2, 4.66, Dep]<br>[6, 18.69, Arr]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 1.17 | 3.12 | 4.41 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph




| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.73~~, ~~1.35~~, ~~0.71~~, ~~0.82~~, ~~14.28~~, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.80~~, ~~1.76~~, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

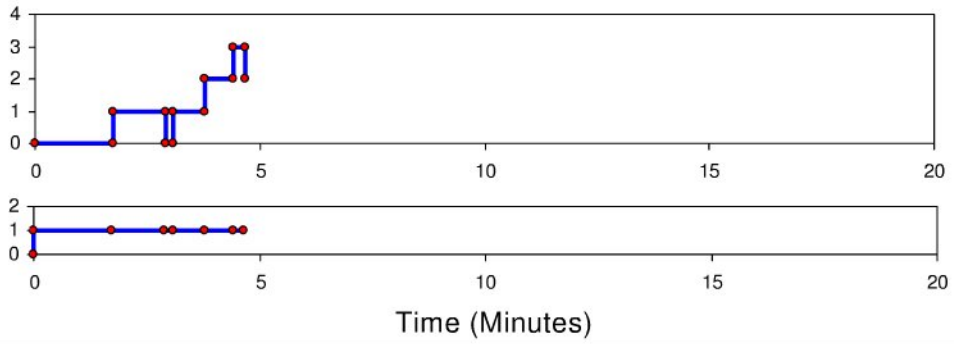
# $t$ = 4.66, Departure of Part 2

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 4 3 | 4.66 | 1 | 2 | (4.41, 3.79) | [3, 8.05, Dep]<br>[6, 18.69, Arr]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 3 | 2.75 | 3.87 | 4.66 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph




| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.78~~, ~~1.35~~, ~~0.71~~, ~~0.62~~, ~~14.28~~, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.90~~, ~~1.76~~, ~~3.39~~, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

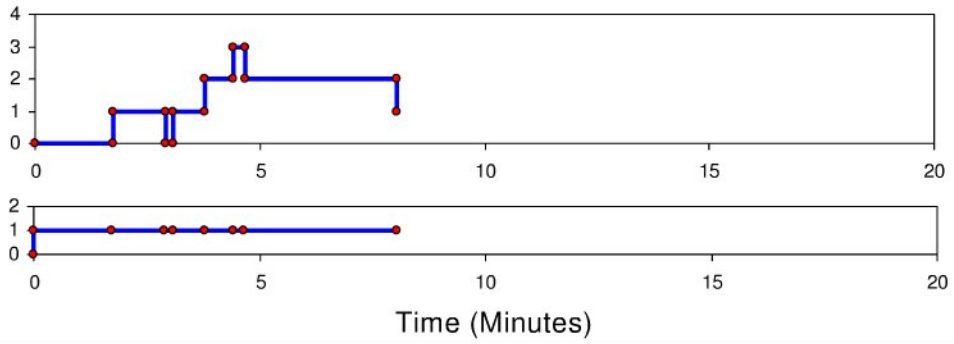
# $t$ = 8.05, Departure of Part 3

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 4 | 8.05 | 1 | 1 | (4.41) | [4, 12.57, Dep]<br>[6, 18.69, Arr]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 4 | 7.01 | 10.65 | 8.05 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph




| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.78~~, ~~1.35~~, ~~0.71~~, ~~0.62~~, ~~14.28~~, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.90~~, ~~1.76~~, ~~3.39~~, ~~4.52~~, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

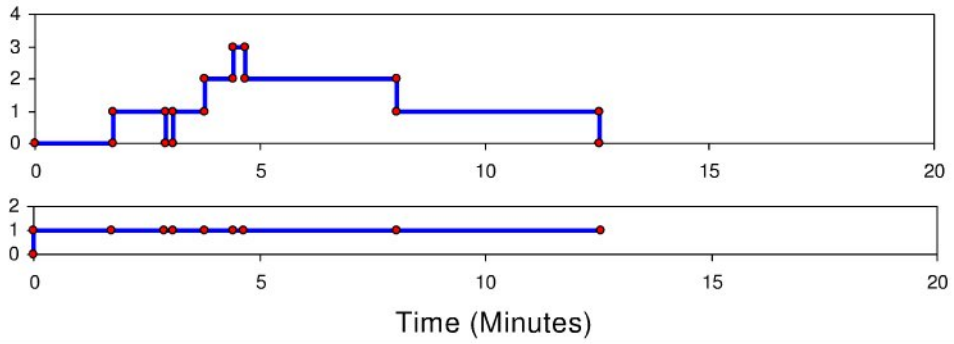
# $t$ = 12.57, Departure of Part 4

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 12.57 | 1 | 0 | () | [5, 17.03, Dep]<br>[6, 18.69, Arr]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 5 | 15.17 | 15.17 | 12.57 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph




| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.78~~, ~~1.35~~, ~~0.71~~, ~~0.62~~, ~~14.28~~, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.90~~, ~~1.76~~, ~~3.39~~, ~~4.52~~, ~~4.46~~, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

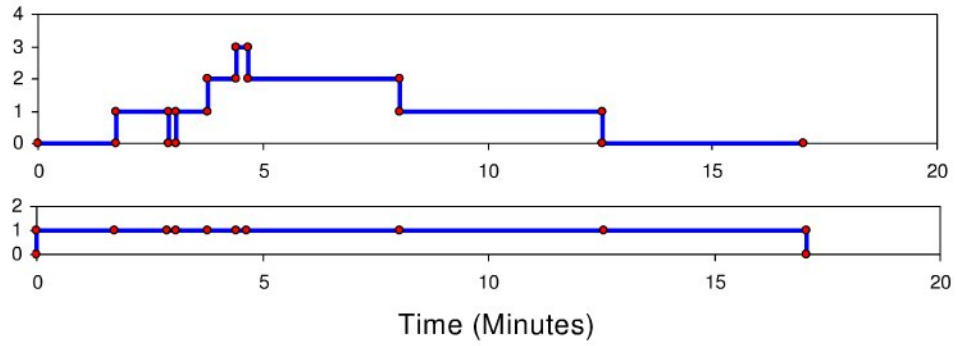
# $t$ = 17.03, Departure of Part 5

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| | 17.03 | 0 | 0 | () | [6, 18.69, Arr]<br>[–, 20.00, End] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 5 | 15.17 | 15.17 | 17.03 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph

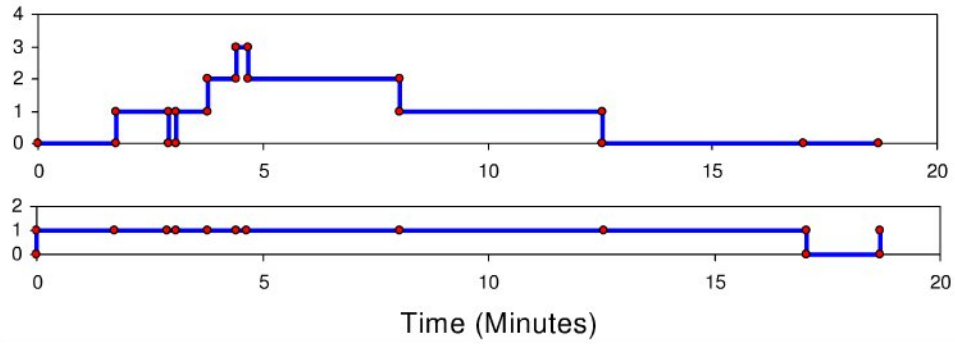



| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.73~~, ~~1.35~~, ~~0.71~~, ~~0.82~~, ~~14.28~~, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.80~~, ~~1.76~~, ~~3.39~~, ~~4.52~~, ~~4.46~~, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

# $t$ = 18.69, Arrival of Part 6

| System | Clock<br>18.69 | $B(t)$<br>1 | $Q(t)$<br>0 | Arrival times of custs. in queue<br>() | Event calendar<br>[7, 19.39, Arr]<br>[–, 20.00, End]<br>[6, 23.05, Dep] |
|---|---|---|---|---|---|
| Number of completed waiting times in queue<br>6 | Total of waiting times in queue<br>15.17 | | Area under $Q(t)$<br>15.17 | | Area under $B(t)$<br>17.03 |
| $Q(t)$ graph<br><br>$B(t)$ graph |  | | | | |
| Interarrival times | 1.73, 1.35, 0.71, 0.82, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ... | | | | |
| Service times | 2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... | | | | |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

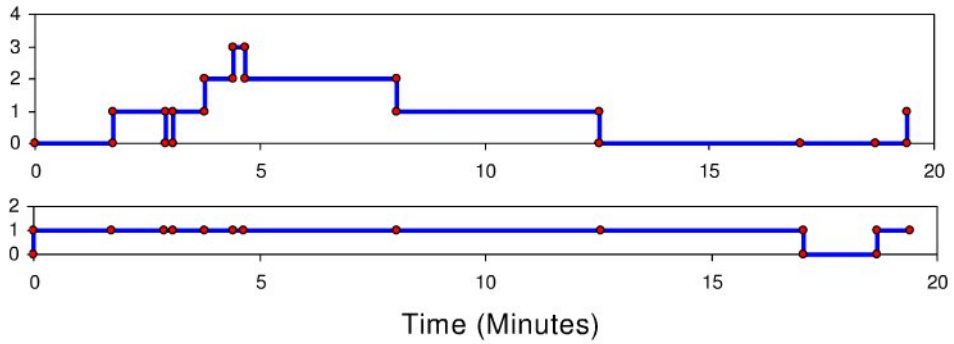
# $t$ = 19.39, Arrival of Part 7

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 6 | 19.39 | 1 | 1 | (19.39) | [–, 20.00, End]<br>[6, 23.05, Dep]<br>[8, 34.91, Arr] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 6 | 15.17 | 15.17 | 17.73 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph




| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.73~~, ~~1.35~~, ~~0.71~~, ~~0.62~~, ~~14.28~~, ~~0.70~~, ~~15.52~~, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.90~~, ~~1.76~~, ~~3.39~~, ~~4.52~~, ~~4.46~~, ~~4.36~~, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

شبیه سازی دستی:

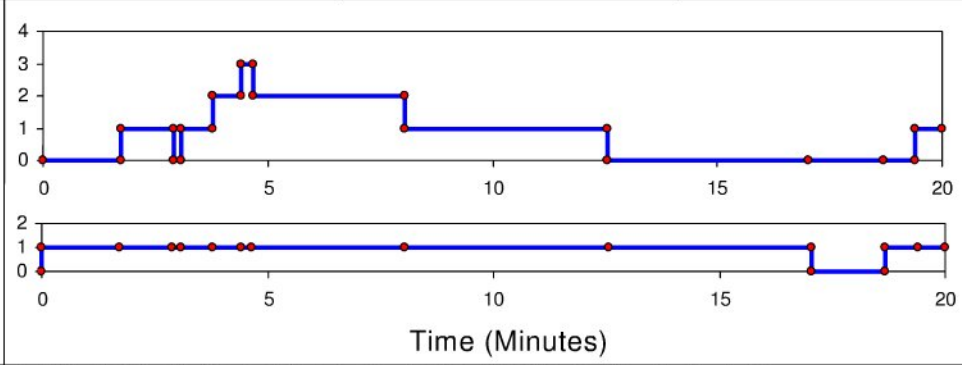
# $t$ = 20.00, The End

| System | Clock | $B(t)$ | $Q(t)$ | Arrival times of custs. in queue | Event calendar |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 6 | 20.00 | 1 | 1 | (19.39) | [6, 23.05, Dep]<br>[8, 34.91, Arr] |

| Number of completed waiting times in queue | Total of waiting times in queue | Area under $Q(t)$ | Area under $B(t)$ |
|---|---|---|---|
| 6 | 15.17 | 15.78 | 18.34 |

$Q(t)$ graph

$B(t)$ graph




| | |
|---|---|
| Interarrival times | ~~1.73~~, ~~1.35~~, ~~0.71~~, ~~0.62~~, ~~14.28~~, ~~0.70~~, ~~15.52~~, 3.15, 1.76, 1.00, ... |
| Service times | ~~2.90~~, ~~1.76~~, ~~3.39~~, ~~4.52~~, ~~4.46~~, ~~4.36~~, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ... |

www.jozveha.ir

# شبیه سازی دستی:
# تکمیل شبیه سازی

- متوسط زمان انتظار در صف:

$$\frac{\text{Total of times in queue}}{\text{No. of times in queue}} = \frac{15.17}{6} = 2.53 \text{ minutes per part}$$

- متوسط تعداد قطعه در صف در واحد زمان:

$$\frac{\text{Area under } Q(t) \text{ curve}}{\text{Final clock value}} = \frac{15.78}{20} = 0.79 \text{ part}$$

- درصد استفاده از ماشین:

$$\frac{\text{Area under } B(t) \text{ curve}}{\text{Final clock value}} = \frac{18.34}{20} = 0.92 \text{ (dimensionless)}$$

www.jozveha.ir

# ثبت کامل شبیه سازی دستی

| Just-Finished Event | | | Variables | | Attributes | | Statistical Accumulators | | | | | | | | Event Calendar |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Entity No. | Time $t$ | Event Type | $Q(t)$ | $B(t)$ | Arrival Times: (In Queue) | In Service | $P$ | $N$ | $\Sigma_{WQ}$ | $WQ^*$ | $\Sigma_{TS}$ | $TS^*$ | $\int_Q$ | $Q^*$ | $\int_B$ | [Entity No., Time, Type] |
| – | 0.00 | Init | 0 | 0 | ( ) | – | 0 | 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | [1, 0.00, Arr]<br>[–, 20.00, End] |
| 1 | 0.00 | Arr | 0 | 1 | ( ) | 0.00 | 0 | 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0 | 0.00 | [2, 1.73, Arr]<br>[1, 2.90, Dep]<br>[–, 20.00, End] |
| 2 | 1.73 | Arr | 1 | 1 | (1.73) | 0.00 | 0 | 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1 | 1.73 | [1, 2.90, Dep]<br>[3, 3.08, Arr]<br>[–, 20.00 End] |
| 1 | 2.90 | Dep | 0 | 1 | ( ) | 1.73 | 1 | 2 | 1.17 | 1.17 | 2.90 | 2.90 | 1.17 | 1 | 2.90 | [3, 3.08, Arr]<br>[2, 4.66, Dep]<br>[–, 20.00, End] |
| 3 | 3.08 | Arr | 1 | 1 | (3.08) | 1.73 | 1 | 2 | 1.17 | 1.17 | 2.90 | 2.90 | 1.17 | 1 | 3.08 | [4, 3.79, Arr]<br>[2, 4.66, Dep]<br>[–, 20.00, End] |
| 4 | 3.79 | Arr | 2 | 1 | (3.79, 3.08) | 1.73 | 1 | 2 | 1.17 | 1.17 | 2.90 | 2.90 | 1.88 | 2 | 3.79 | [5, 4.41, Arr]<br>[2, 4.66, Dep]<br>[–, 20.00, End] |
| 5 | 4.41 | Arr | 3 | 1 | (4.41, 3.79, 3.08) | 1.73 | 1 | 2 | 1.17 | 1.17 | 2.90 | 2.90 | 3.12 | 3 | 4.41 | [2, 4.66, Dep]<br>[6, 18.69, Arr]<br>[–, 20.00, End] |
| 2 | 4.66 | Dep | 2 | 1 | (4.41, 3.79) | 3.08 | 2 | 3 | 2.75 | 1.58 | 5.83 | 2.93 | 3.87 | 3 | 4.66 | [3, 8.05, Dep]<br>[6, 18.69, Arr]<br>[–, 20.00, End] |
| 3 | 8.05 | Dep | 1 | 1 | (4.41) | 3.79 | 3 | 4 | 7.01 | 4.26 | 10.80 | 4.97 | 10.65 | 3 | 8.05 | [4, 12.57, Dep]<br>[6, 18.69, Arr]<br>[–, 20.00, End] |
| 4 | 12.57 | Dep | 0 | 1 | ( ) | 4.41 | 4 | 5 | 15.17 | 8.16 | 19.58 | 8.78 | 15.17 | 3 | 12.57 | [5, 17.03, Dep]<br>[6, 18.69, Arr]<br>[–, 20.00, End] |
| 5 | 17.03 | Dep | 0 | 0 | ( ) | – | 5 | 5 | 15.17 | 8.16 | 32.20 | 12.62 | 15.17 | 3 | 17.03 | [6, 18.69, Arr]<br>[–, 20.00 End] |
| 6 | 18.69 | Arr | 0 | 1 | ( ) | 18.69 | 5 | 6 | 15.17 | 8.16 | 32.20 | 12.62 | 15.17 | 3 | 17.03 | [7, 19.39, Arr]<br>[–, 20.00, End]<br>[6, 23.05, Dep] |
| 7 | 19.39 | Arr | 1 | 1 | (19.39) | 18.69 | 5 | 6 | 15.17 | 8.16 | 32.20 | 12.62 | 15.17 | 3 | 17.73 | [–, 20.00, End]<br>[6, 23.05, Dep]<br>[8, 34.91, Arr] |
| – | 20.00 | End | 1 | 1 | (19.39) | 18.69 | 5 | 6 | 15.17 | 8.16 | 32.20 | 12.62 | 15.78 | 3 | 18.34 | [6, 23.05, Dep]<br>[8, 34.91, Arr] |