

# مدل سازی در برنامه ریزی حمل و نقل

استاد سید بابک ابراهیمی

دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

# نگاهی به مدل‌سازی مسایل مشهور در برنامه ریزی حمل و نقل

## VRP و TSP

۲

تهیه و تنظیم: سیدیک ابراهیمی

## مسیریابی وسایل نقلیه VEHICLE ROUTING PROBLEM

- هدف عمده این حوزه، کمینه‌سازی هزینه حمل و نقل کالا و مواد بین دو سطح تولیدکننده و مصرف‌کننده است، به طوری که تقاضای هر مصرف‌کننده بایستی توسط تولیدکنندگان برآورده گردد.
- در این حالت با توجه به نوع مسأله مورد بررسی، عواملی همانند طول مسیر، کیفیت مسیر از لحاظ ساختاری و محیطی، ترافیک مسیر، ظرفیت وسایل نقلیه و غیره مدنظر قرار می‌گیرند.
- به عنوان نمونه، مسیریابی اتوبوسهای داخل شهری، جمع‌آوری ضایعات، مسیریابی فروشنده‌های دوره‌گرد، حالات خاصی از شبکه حمل‌ونقل است که از آن به عنوان مسأله مسیریابی وسایل نقلیه یاد می‌شود.

## مسئله مسیریابی (ROUTING PROBLEM)

هر مسئله که بدنبال تولید یک تور یا مجموعه ای از تورها بر روی یک شبکه یا زیرشبکه با هدف بهینه ساختن یک یا چند تابع هدف می باشد را مسئله مسیریابی گویند. (یوسفیتز و همکاران

(۲۰۰۸)

یک مسئله مسیریابی را می توان بوسیله اجزای زیر تعریف نمود :

- شبکه Network
- تقاضا Demand
- جریان (ناوگان) Fleet
- هزینه Cost
- اهداف Objectives

## مسئله مسیریابی (ROUTING PROBLEM)

شبکه :

شبکه می تواند متقارن، نامتقارن و یا مختلط باشد. شبکه می تواند بوسیله یک گراف نمایش داده شود. گره ها در این گراف معرف شهرها ، مشتریان و/یا پایانه ها بوده و یال ها نشان دهنده مرتبط کننده های حقیقی برای مثال: جاده ها، خطوط لوله و ... باشد. در یک گراف وزن دار، به طور عمومی یک مقدار می تواند هزینه عبور از یک یال باشد. پنجره های زمانی مرتبط با گره ها و یا یال ها نیز در برخی مسائل قابل تعریف هستند.

## مسئله مسیریابی (ROUTING PROBLEM)

### تقاضا :

تقاضا می تواند ثابت یا متغیر، مرتبط با گره‌ها و یا یال‌ها باشد.

بحث تقاضا در مسائل توزیع که در آنها می بایست مقدار مشخصی از یک کالا و با توجه به تقاضای گره یا یال مربوطه حمل و به آن گره تحویل داده شود. همچنین در مسائل برداشت و تحویل نیز این مسئله به چشم می خورد.

## مسئله مسیریابی (ROUTING PROBLEM)

### ناوگان :

محدودیت ها موجود در مسئله را ایجاد می نماید. ناوگان می تواند همگن و یا نامتجانس باشد. جریان می تواند توسط یک یا چند وسیله نقلیه ایجاد گردد. می تواند متاثر از ظرفیت ماشین ها (محدود یا نامحدود)، زمان و یا فاصله باشد. به علاوه می توان حالات گوناگون نظیر وابستگی بین وسائل نقلیه، محدودیت های منبعی ناشی از وسائل نقلیه، گره ها و یال ها را در نظر گرفت. البته شایان ذکر است که جریان لزوماً به واسطه وسائل نقلیه ایجاد نمی گردد برای مثال در برخی مسائل اصلاً وسیله نقلیه ای وجود ندارد.

## مسئله مسیریابی (ROUTING PROBLEM)

هزینه :

هزینه غالباً برای وسیله نقلیه ثابت و برای نحوه‌ی استفاده آن بنابر میزان فاصله پیموده شده و یا زمان پیمایش، متغیر خواهد بود. هزینه می‌تواند در بردارنده مفهوم جریمه نیز باشد. یعنی اگر یک مشتری سرویس را با تاخیر و یا ناکامل دریافت کند این نوع سرویس جریمه در پی خواهد داشت. همچنین در اینجا می‌تواند سود ناشی از برداشت را در هنگام ملاقات مشتری (گره) و یا انتخاب بهترین یال به منظور پیمایش را مطرح نمود.



## مسئله مسیریابی (ROUTING PROBLEM)

### اهداف:

اهداف می‌تواند چندگانه و نیز متفاوت باشند. تابع هدف را می‌توان برای یک بازه و یا برای چند بازه زمانی محاسبه نمود که در این حالت می‌بایست وسائل نقلیه و ملاقات‌ها برای بازه‌های متفاوت تخصیص داده شوند. اهداف غالباً کمینه‌سازی یکی از اهداف زیر خواهد بود:

- مجموع مسافت پیموده شده
- مجموع زمان مورد نیاز
- مجموع هزینه تور
- اندازه جریان
- بیشینه‌سازی سطح سرویس ارائه شده
- بیشینه‌سازی سود انباشته

بدین دلیل می‌توان با استفاده از بهینه‌سازی چندهدفه نتایج بهتری را لحاظ نمود

## مسئله فروشنده دوره گرد (TRAVELLING SALESMAN PROBLEM)

مسئله فروشنده دوره گرد یکی از بنیادی ترین مسائل مسیریابی و برنامه ریزی حمل و نقل در ادبیات موضوع است. هدف از حل این مسئله، پیدا کردن کوتاهترین مسیری است که از مجموعه ای از شهرها (گره ها) عبور کرده، بطوریکه هر شهر فقط یکبار ملاقات شود و سپس به شهر اولیه که از آن حرکت را شروع کرده است، برگردد. ممکن است چند فروشنده وجود داشته باشند. در این حالت مسئله فروشنده دوره گرد به مسئله فروشنده دوره گرد چند گانه تبدیل می گردد. (لاپورته و مارتلو ۱۹۹۰)

یک مورد حقیقی برای استفاده از مسئله فروشنده دوره گرد را فرر و همکاران در سال ۲۰۰۹ ارائه دادند. مقاله مورد نظر به مطالعه نحوه تخصیص راهها به فروشندهگان یک شرکت تولیدی تلویزیونهای خانگی اختصاص داشت. شبکه بازرگانی کمپانی مذکور بدنبال پیدا کردن ترکیب بهینه تخصیص راهها به هر یک از فروشندهگان بود.

## مسئله مسیریابی وسیله نقلیه (VEHICLE ROUTING PROBLEM)

مسئله VRP تعمیم یافته مسئله فروشنده دوره گرد است. در مسئله فروشنده دوره گرد، تنها یک وسیله نقلیه مد نظر است. TSP معروفترین مدل تک وسیله نقلیه (VRP با یک وسیله نقلیه) به شمار می‌رود. VRP در حقیقت، نسخه پیشرفته تری است از TSP است. مسئله VRP یکی از کاربردهای شگفت‌انگیز تحقیق در عملیات می‌باشد که نقش عمده‌ای در مسائل مدیریت زنجیره تامین ایفا می‌کند. (گلدن و اسد ۱۹۸۸).

هدف از مسئله VRP تعیین مسیر خودرو به گونه ای است که :

- هر مسیر توسط یک وسیله نقلیه انجام شود.
- مسیر از انبار شروع شده به انبار بر می‌گردد.
- نیاز همه مشتریان تامین شود.
- همه محدودیت های عملیاتی مسئله ارضا شود.
- هزینه حمل و نقل عمومی حداقل شود.
- ممکن است ظرفیت هر وسیله نقلیه ثابت باشد و افزایش نیابد.

## مسئله مسیریابی وسیله نقلیه (VEHICLE ROUTING PROBLEM)

### توابع هدف در مسئله VRP

- حداقل کردن هزینه های مربوط به ناوگان و سرویس دهی شامل :
  - هزینه مسافت کل طی شده توسط خودروها
  - هزینه ثابت و متغیر ناوگان همانند اجاره ، حقوق و دستمزد ، استهلاک و غیره (باپتیستا و همکاران ۲۰۰۲)
- حداقل کردن تعداد وسائل نقلیه
- متعادل ساختن مسیر از جهت زمان سفر و حجم بار وسائل نقلیه
- حداقل کردن خسارات دیرکرد و یا زودکرد ارائه خدمت به مشتریان

تابع هدف می تواند ترکیب وزن داری از اهداف فوق باشد. در حالت کلاسیک شروع و پایان حرکت خودروها از یک انبار مرکزی است. (پرینس ۲۰۰۴ و یوسفیتز و همکاران ۲۰۰۸)

## مسئله مسیریابی وسیله نقلیه (VEHICLE ROUTING PROBLEM)

### انواع مسیریابی وسیله نقلیه :

- مسیریابی وسیله نقلیه با ظرفیت محدود (Capacitated VRP)
- مسیریابی وسیله نقلیه با محدودیت مسافت (Distance Constrained VRP)
- مسیریابی وسیله نقلیه با چند انبار مرکزی (Multi Depot VRP)
- مسیریابی وسیله نقلیه دوره ای (Periodic VRP)
- مسیریابی وسیله نقلیه با ناوگان همگن (Homogenous Fleet VRP)
- مسیریابی وسیله نقلیه چند منظوره (Multi Compartment VRP)
- مسیریابی وسیله نقلیه با در نظر گرفتن پنجره زمانی (VRP Time Window)
- مسیریابی وسیله نقلیه با تقسیم تحویل (Split Delivery VRP)
- مسیریابی وسیله نقلیه با تجدید و تحویل (VRP with Pick Up & Delivery)
- مسیریابی وسیله نقلیه فراگیر (Rich VRP)

## مسئله مسیریابی دوره ای وسیله نقلیه (PERIODIC VEHICLE ROUTING PROBLEM)

مسئله مسیریابی دوره‌های وسایل نقلیه (PVRP) یک مسئله چند سطحی است که از مونتاژ دو مسئله کلاسیک تخصیص و مسیریابی وسایل نقلیه (VRP) حاصل می‌شود. در این مسئله هدف تعیین مجموعه روزهایی است که باید به هر مشتری اختصاص یابد و مسیرهای وسایل نقلیه که باید برای هر روز از دوره (در زمان موازی) طراحی شود بطوری که هزینه کل توزیع کمینه شود.

در VRP کلاسیک، دوره برنامه ریزی تنها یک روز است، اما مسئله PVRP تعمیم مهمی از کلاسیک VRP است که در آن افق برنامه ریزی از یک روز واحد به یک دوره  $T$  روزه افزایش یافته است. در طول این دوره برنامه ریزی، مشتریان باید حداقل یک بار ملاقات شوند. در یک مسئله مسیریابی دوره ای وسایل نقلیه، سوال جدیدی که مطرح می‌شود این است که: در پیوند موردنظر (زمان موازی)، کی هر مشتری ملاقات خواهد شد بطوریکه سطوح خدمات لازم، بطور مثال تعداد ملاقات‌ها مشخص شود. (رفیعی و ظهره وند ۲۰۰۹)

## مسئله مسیریابی دوره ای وسیله نقلیه (PERIODIC VEHICLE ROUTING PROBLEM)

PVRP کلاسیک شامل یک ناوگان همگن از وسایل نقلیه است (خودروهایی با ظرفیت یکسان) که از انبار مرکزی حرکت نموده، دسته ای از مشتریان را ملاقات کرده و مجدداً به انبار باز میگردند. هر خودرو دارای یک ظرفیت ثابت است که قابل افزایش نیست، هر مشتری دارای تقاضای مشخص روزانه است که باید در یک یا چند ملاقات کاملاً ارضا شود.

از آنجائیکه TSP جزء مسائل NP-Hard است، حل PVRP نیز حداقل به همان اندازه سخت خواهد بود. از اینرو، در اغلب مقالات برای حل است PVRP از روشهای ابتکاری استفاده شده است.

## مسئله مسیریابی دوره ای وسیله نقلیه (PERIODIC VEHICLE ROUTING PROBLEM)

تعریف ریاضی مسأله PVRP :

PVRP مسأله VRP را با توسعه دوره روزهای منفرد به دوره  $M$ -روزه تعمیم می‌دهد. اگر زیرمجموعه رئوس  $I = \{1, \dots, i, \dots, n\}$  مطابق با مشتریان در نظر گرفته شود، در طول پریود، هر مشتری  $i \in I$  با  $1 \leq F_i \leq M$  بار ملاقات میشود (که تکرار ملاقات نامیده می‌شود). هر مشتری  $i \in I$  با  $F_i$  تکرار ملاقاتش مشخص می‌شود. این ملاقات‌ها باید از ترکیب‌های روز ملاقات مجموعه مجاز پیروی کند.

برای نمونه، اگر یک مشتری باید سه بار در یک دوره ۶-روزه ملاقات شود، و ترکیب‌های مجاز روز - ملاقات (۲ و ۳ و ۵) و (۱ و ۴ و ۶) باشند، بنابراین این مشتری فقط می‌تواند در روزهای مرتبط با یکی از این ترکیبات ملاقات شود.



## مسئله مسیریابی دوره ای وسیله نقلیه (PERIODIC VEHICLE ROUTING PROBLEM)

PVRP شامل یافتن همزمان مجموعه‌ای از  $V$  تور برای هر روز از پریود و تخصیص بهترین ترکیب روز - ملاقات به هر مشتری است بطوریکه همه نیازها تامین شود و همه هزینه های سفر دوره  $M$ -روزه حداقل شود. PVRP همه محدودیت‌های VRP را رعایت میکند، و برخی محدودیت‌های اضافی عبارتند از:

- هر مشتری باید یک ترکیب مجاز روز - ملاقات انتخاب نماید.
- هر مشتری فقط در روزهای مربوط به ترکیب روز - ملاقات ملاقات می‌شود.
- هر وسیله نقلیه می‌تواند بین دو مشتری در یک روز تردد کند اگر و فقط اگر هر دو مشتری برای ملاقات در آن روز زمانبندی شده باشند.
- هر مشتری فقط می‌تواند حداکثر یکبار در روز خدمت‌رسانی شود.

پارامترهای ورودی:

$Q = \{1, 2, \dots, i, \dots, N\}$  : مجموعه نقاط تقاضا. نقطه تقاضای شماره ۱ معرف انبار مرکزی است.

$A = \{(i, j) \mid i, j \in Q, i \neq j\}$  : مجموعه یال‌ها یا اتصالات بین نقاط تقاضا.  $N$  : تعداد نقاط تقاضا.

$V$  : تعداد خودروهای در دسترس در طول دوره برنامه‌ریزی.  $C$  : ظرفیت خودرو  $v$ .

$t_{ij}$  : متوسط زمان لازم برای طی یال  $(i, j) \in A$ .  $\pi$  : هزینه هر واحد مسافت طی شده برای هر خودرو.

$d_i$  : مقدار تقاضای مشتری  $i$ .  $S$  : یک زیر مجموعه دلخواه از  $Q$ .

$F_i$  : تعداد دفعاتی که باید به مشتری  $i$  در طول دوره برنامه‌ریزی مراجعه شود.  $M$  : یک عدد به دلخواه بزرگ  $M \gg \infty$ .

$r(S)$  : حداقل تعداد خودروهای موردنیاز برای سرویس‌دهی به مجموعه نقاط تقاضا  $S$ .

متغیرهای تصمیم‌گیری :

$$x_{ij}^v = \begin{cases} 1, & \text{اگر وسیله نقلیه } v \text{ یال } ij \text{ را بپیماید} \\ 0, & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

$$\text{Min } \pi \sum_{v=1}^V \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{ij} x_{ij}^v \quad (1-3)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^N x_{i1}^v \leq 1 \quad \forall v \quad (2-3)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{vj}^v \leq 1 \quad \forall v \quad (3-3)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{v=1}^V x_{ij}^v = F_i \quad \forall j > 1, i \neq j \quad (4-3)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{v=1}^V x_{ij}^v = F_i \quad \forall i > 1, i \neq j \quad (5-3)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ij}^v = \sum_{k=1}^N x_{jk}^v \quad \forall j > 1 \quad (6-3)$$

$$\sum_{i=1}^N d_i (\sum_{j=1}^N x_{ij}^v) \leq C_v \quad \forall v \quad (7-3)$$

$$\sum_{v=1}^V \sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ij}^v \leq |S| - r(S) \quad \forall S \subseteq A - \{1\}, S \neq \emptyset \quad (8-3)$$

$$x_{ij}^v \in \{0, 1\} \quad \forall v, i, j \quad (9-3)$$

## مسئله مسیریابی دوره ای وسیله نقلیه (PERIODIC VEHICLE ROUTING PROBLEM)

رابطه (۱-۳) مبین تابع هدف مدل است که برابر هزینه کل زمان طی شده به وسیله ناوگان مورد استفاده است. محدودیت‌های (۲-۳) و (۳-۳) تضمین می‌کنند که هر خودرو که از مرکز گسیل شد مجدداً بدان برگردد. محدودیت‌های (۴-۳) و تضمین می‌کنند که به هر نقطه تقاضا به تعداد دفعات تعیین شده مراجعه صورت گیرد. محدودیت بطور مشابه بیان می‌کند که از نقطه  $i$  باید  $F_i$  خودرو خارج شود. محدودیت (۶-۳) تضمین می‌کند، هر خودرویی که به یک نقطه وارد می‌شود از آن نیز خارج شود (محدودیت تعادل). محدودیت (۷-۳) اطمینان می‌دهد که کل تقاضای سرویس داده شده توسط هر خودرو از ظرفیت آن تجاوز نکند. محدودیت (۸-۳) مربوط به حذف زیرتورها است. . زیرتورها عبارتند از مسیرهایی که در آن انبار وجود ندارد.

- [1] Baptista, S., Oliveira, R.C., Zuquete, E., 2002, *A period vehicle routing case study* , European Journal of Operational Research , 139, 220–229
- [2] Eksioglu, B., Vural, A.V., Reisman, A., 2009, *The vehicle routing problem: A taxonomic review.*, Computers & Industrial Engineering , 57, 1472-1483.
- [3] Ferrer, L., Pastor, R., & Garcia-Villoria, A., 2009, *Designing sales people's routes with multiple visits of customers: A Case Study*, Int. J. Production Economics , 46-54.
- [4] Golden, B.L., Assad, A.A., 1988, *Vehicle routing: methods and studies*, New York: North-Holland,
- [5] Jozefowicz, N., Semet, F., Talbi, E.G., 2008, *Multi-objective vehicle routing problems*, European Journal of Operational Research, 189, 293–309.
- [6] Laporte, G., & Martello, S., 1990, *Selective Travelling Salesman Problem*, Discrete applied mathematics , 26, 193-207.
- [7] Prins, C., 2004, *A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem*, Computers & Operations Research, 31, 1985-2002.
- [8] Raffiee, K., Tavakkoli Moghadam, R., Zohrevand, A.M., 2009, *A new Periodic Vehicle Routing Problem By Particle Swarm Optimization*, Babolsar OR Conference , 237-242.