

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

از سری جزروات آموزشی:

# ساختمانهای کسب و کار

## گستره

تألیف: دکتر بهروز قلیزاده

ناشر: انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف

گردآوری: واحد آموزشی انجمن فناوری اطلاعات دانشگاه پیام نور قم

تاپ: واحد فناوری انجمن فناوری اطلاعات دانشگاه پیام نور قم



## فصل سوم : توابع

**تعریف :** اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشند، تابع  $f : A \rightarrow B$  به صورت  $f$  نمایش داده می شود.

اگر  $a \in Dom(f)$  باشد  $f(a)$  فقط شامل یک عضو از  $B$  است و اگر  $a \notin Dom(f)$  باشد  $f(a) = f$  می باشد.

**نکته :** ابطه  $f$  به صورت زوچهای مرتب تعریف می شود :  
شکل

**تابع نگاشت یا تبدیل :**  $a$  برابر است با آرگومان تابع  $f$  و  $b = f(a)$  برابر است با مقدار تابع برای آرگومان.

**نکته :**  $f(a)$  را تصویر  $a$  تابع  $f$  می کویند.

**ترکیب توابع :** اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند به صورت  
پس ترکیب آنها ( $gof$ ) نیز یک ابطه است.

$$gof(a) = g(f(a)) = g(b)$$

$$a \in Dom(gof)$$

$$gof(a) = c$$

**تابع ویژه (پوشانیده یک به یک) :** اگر  $f$  تابعی از  $A$  به  $B$  باشد کوئیم  $f$  همه جا تعریف شده است  
و  $Ran(f) = B$  و  $Dom(f) = A$  اگر

$$\begin{cases} f(a) = f(b) \Rightarrow a = b \\ \text{or} \\ f(a) \neq f(b) \Rightarrow a \neq b \end{cases}$$

و  $f$  یک به یک است هرگاه :

همه‌نین  $B$ ،  $f : A \rightarrow B$ ، ای وارون پذیر کوئید هرگاه، ابطه  $f^{-1}$  نیز یک تابع باشد.  
**نکته :** یک تابع الزاماً وارون پذیر نیست.

**پندر تخفیفیه :** هرگاه  $f : A \rightarrow B$  آنگاه

(1)  $f^{-1}$  یک تابع از  $B$  به  $A$  است  $\Leftrightarrow f$  یک به یک است.

(2) اگر  $f^{-1}$  یک تابع باشد  $\Leftrightarrow f$  یک به یک است.

(3)  $f^{-1}$  همه جا تعریف شده باشد  $\Leftrightarrow f$  پوشایشی باشد.

(4)  $f^{-1}$  پوشایشی - همه جا تعریف شده باشد.

$$I_B \circ f = f \quad (5)$$

$$f \circ I_A = f \quad (6)$$

اگر  $f$  تنازنی یک به یک باشد  $\quad f^{-1} \circ f = I_A \quad (7)$

اگر  $f$  تنازنی یک به یک باشد  $\quad f \circ f^{-1} = I_B \quad (8)$

اگر  $fog = I_B$  و  $gof = I_A$  و  $g : B \rightarrow A$  و  $f : A \rightarrow B$  همه جا تعریف شده باشند به کونه ای که (9)

در این صورت  $f$  یک تنازنی یک به یک بین  $A$  و  $B$  و  $g$  یک تنازنی یک به یک بین  $B$  و  $A$  بوده و

هردو **وارون** هم دیگر می باشند.

$$(gof)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

(10) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه متناهی با تعداد عناصر یکسان و  $f : A \rightarrow B$  یک تابع همه جا تعریف شده باشد آنگاه :

الف) اگر  $f$  پوشایشی باشد  $\Leftrightarrow f$  یک به یک است

ب) اگر  $f$  یک به یک باشد  $\Leftrightarrow f$  پوشایشی

### اصل لانه کبوتر

$f$  تابعی با دامنه و برد متناهی می باشد

$|Dom(f)| = n$  تعداد عناصر (کبوتران)  $f$  یک به یک باشد آنگاه  $m = n$

$|Ran(f)| = m$  تعداد عناصر (لانه ها)  $f$  یک به یک نباشد آنگاه  $m < n$

**تعریف :** اگر  $n$  کبوتر به  $m$  لانه منسوب شود و  $n < m$  ، آنگاه دست کم یک لانه شامل دو کبوتر یا بیشتر است.

**تعمیم اصل لانه کبوتر :** اگر  $m$  لانه وجود داشته باشد ولی تعداد کبوترها بیشتر از  $n = 2m$  باشد، بدین معنی است که سه کبوتر و یا بیشتر باید به یکی از لانه ها منسوب شوند.

**نکته** : به عبارتی اگر  $n$  کبوتر به  $m$  لانه منسوب شود یکی از لانه ها دست کم  $\left\lceil \frac{n-1}{m} \right\rceil + 1$  کبوتر باشد.

### پایان فصل سوم