

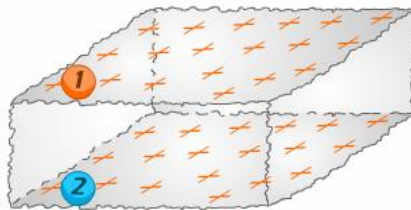
### مثال ۱:

میدان الکتریکی حاصل از یک صفحه نازک بی نهایت هادی به چگالی  $\sigma$  را در فاصله  $z$  از آن محاسبه نمایید.

حل

روش اول:

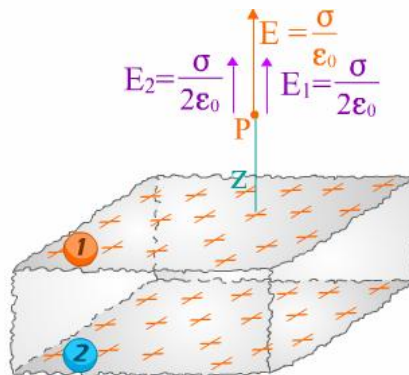
با استفاده از میدان یک صفحه بی نهایت ریاضی با چگالی بار یکنواخت  $\sigma$  صفحه هادی بی نهایت از دو صفحه بی نهایت ریاضی تشکیل شده است مطابق شکل، که ما آنها را وجه ۱ و وجه ۲ می نامیم.



(الف) - نقاط خارج

نقطه  $P$  را در فاصله  $z$  از صفحه بی نهایت مطابق شکل در نظر بگیرید. میدان در نقطه  $P$  برابر است با حاصل جمع میداین وجوه ۱ و ۲ یعنی

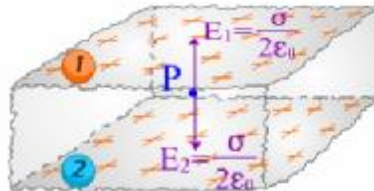
$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



(ب) - نقاط داخل

نقطه P یک نقطه دلخواه داخل هادی فرض شود. میدان الکتریکی برابر جمع میادین حاصل از وجوه ۱ و ۲ در نقطه P است.

$$E = E_1 + E_2 = 0$$

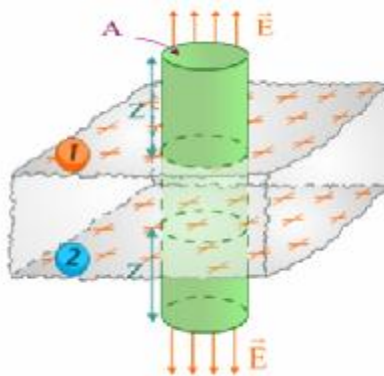


این نتیجه در توافق با خاصیت شماره (۱) هادی‌هاست که میدان در داخل هادی‌ها در الکترو استاتیک صفر است.

روش دوم: قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

سطوح گوس برای این مسأله یک استوانه به سطح قاعده A اختیار می شود. به علت تقارن‌های موجود در این مسأله E به سطح قاعده استوانه گوس عمود است. لذا از قانون گوس داریم



$$EA + EA = \frac{\sigma A + \sigma A}{\epsilon_0} \Rightarrow 2EA = \frac{2\sigma A}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \hat{n} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

که در آن  $\hat{n}$  بردار یکه عمود به سطح هادی است.

### مثال ۳ :

دو کره به شعاع های  $r_1$  و  $r_2$  توسط یک سیم رابط نازک به یکدیگر متصل شده‌اند اگر بار  $q$  روی یکی از کرات قرار گیرد نحوه توزیع بار را به دست آورید. فرض کنید که کرات از یکدیگر بسیار دور هستند.



حل :

جریان برقرار می شود تا تعادل ایجاد شود بطوریکه توزیع بار روی کرات یکنواخت است.

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$$

$$\varphi = \frac{kq_1}{r_1} = \frac{kq_2}{r_2}$$

$$q_1 + q_2 = q$$

از حل دو معادله

$$\begin{cases} \frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2} \\ q_1 + q_2 = q \end{cases}$$

می توان  $q_1$  و  $q_2$  بار هر کره را بر حسب داده‌های مسئله  $q$ ،  $r_1$  و  $r_2$  به دست آورد.

$$q_1 = \frac{qr_1}{r_1 + r_2} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{q}{4\pi r_1(r_1 + r_2)}$$

$$q_2 = \frac{qr_2}{r_1 + r_2} \Rightarrow \sigma_2 = \frac{q}{4\pi r_2(r_1 + r_2)}$$

$$\boxed{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}}$$

از طرفی می دانیم که:

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$$
$$E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

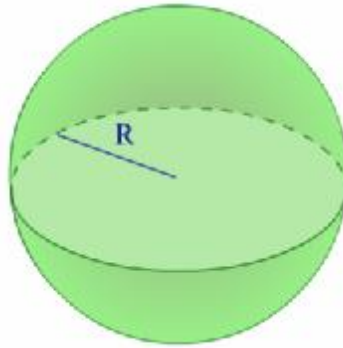
✓ شدت میدان الکتریکی روی سطح هادی در تیزترین نقاط بیشترین است.

### مثال ۴:

اگر حداکثر میدان الکتریکی که قبل از آن هوا عایق و بعد از آن هوا هادی است برابر  $3 \times 10^6 \frac{V}{m} = \frac{N}{C}$  باشد .

a - ماکزیمم باری که کره ای به شعاع R می تواند نگه دارد چه مقدار است ؟

b - ماکزیمم پتانسیل کره ای به شعاع R چه مقدار است ؟



حل :

میدان الکتریکی خارج از سطح کره

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E = E_{\max} = 3 \times 10^6 = \frac{\sigma_{\max}}{\epsilon_0}$$

ماکزیمم بار q از  $\sigma_{\max}$  به دست می آید .

$$q = 4\pi R^2 \sigma_{\max} = 4\pi R^2 (\epsilon_0 E_{\max})$$

$$= 4\pi R^2 (8.85 \times 10^{-12}) (3 \times 10^6)$$

$$= 0.33 \times 10^{-3} \times R^2 \quad C$$

به طور مثال اگر  $R = 2m$  باشد .

$$q = 1.33 \times 10^{-3} \quad C$$

با بکار گرفتن بار ماکزیمم  $q$  پتانسیل ماکزیمم کره محاسبه می شود .

$$\varphi_{\max} = \frac{kq}{R} = \frac{(8.99 \times 10^9) (0.33 \times 10^{-3} R^2)}{R}$$

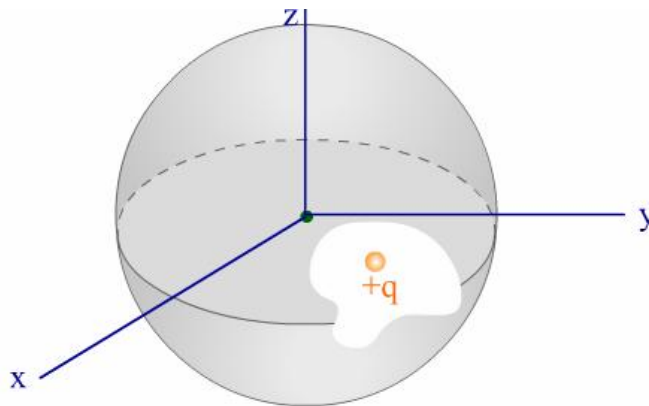
$$\varphi_{\max} = 2.96 \times 10^6 R$$

برای کره ای به شعاع  $R = 2m$

$$\varphi_{\max} = 2.96 \times 2 \times 10^6 = 5.93 \times 10^6 \quad V$$

### مثال ۵:

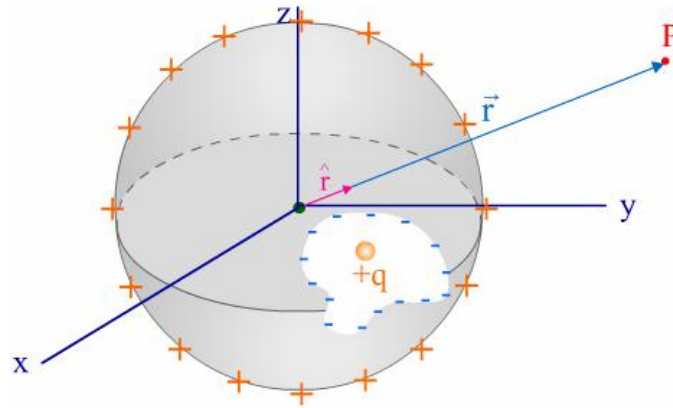
یک کره هادی بدون بار که مرکز آن بر مبدا منطبق است ، دارای حفره ای به شعاع دلخواه است که از آن بیرون آورده شده است ( مطابق شکل ) .  
در جایی در داخل حفره بار  $+q$  را قرار داده ایم  
a- میدان خارج کره چیست ؟  
b- اختلاف پتانسیل یک نقطه در خارج کره با یک نقطه در داخل آن به دست آورید .



میدان الکتریکی در نقطه  $P$  صرف نظر از شکل حفره و نحوه استقرار بار عبارتست از :

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r}$$

از آنجا که هادی دارای هیچ بار خالصی نیست بار  $+q$  خود را به طور یکنواخت بر روی سطح کره پخش می کند. (به این دلیل یکنواخت است که اثر نا متقارنی بار نقطه ای  $+q$  توسط بار القائی  $-q$  بر روی سطح داخلی خنثی می شود.)

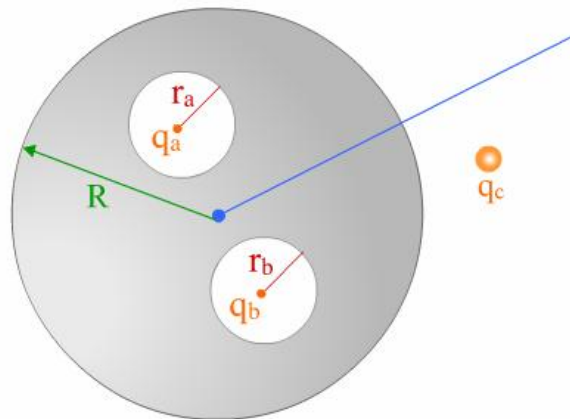


b- اختلاف پتانسیل یک نقطه داخل کره هادی و یک نقطه خارج آن مثلاً نقطه P

عبارتست از : 
$$\Delta\varphi = \frac{kq}{r} - \frac{kq}{R}$$

### مثال ۶:

در کره هادی خنثی به شعاع R دو حفره کروی مطابق شکل ایجاد شده اند. در مرکز هر حفره یک بار نقطه ای قرار می دهیم ، بارها را  $q_a$  و  $q_b$  بنامید.



(a) چگالی بارهای سطحی  $\sigma_a$  ،  $\sigma_b$  و  $\sigma_R$  را به دست آورید.

(b) میدان خارج هادی چیست؟

(c) میدان در داخل هر حفره چیست؟

(d) نیروی وارد بر بارهای  $q_a$  و  $q_b$  چه مقدار است؟

(e) اگر بار سوم  $q_c$  را نزدیک هادی بیاوریم، هر یک از این جواب ها چگونه تغییری کند؟

حل :

$$\sigma_a = -\frac{q_a}{4\pi r_a^2} \quad \sigma_b = -\frac{q_b}{4\pi r_b^2} \quad \sigma_R = \frac{q_a + q_b}{4\pi R^2} \quad (a)$$

$$\vec{E} = \hat{r} \frac{k(q_a + q_b)}{r^2} \quad (b)$$

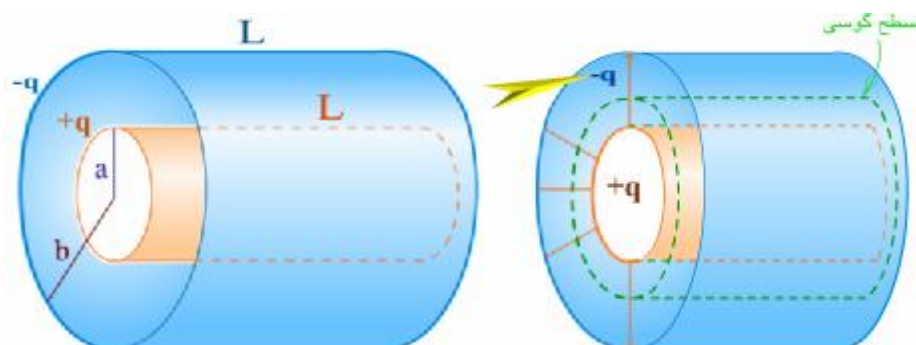
$$\vec{E}_b = \hat{r} \frac{kq_b}{r^2} \quad \vec{E}_a = \hat{r} \frac{kq_a}{r^2} \quad (c)$$

(d) نیروی وارد بر بارهای  $q_a$  و  $q_b$  هر دو صفراند.

(e) اگر بار  $q_c$  را به نزدیکی هادی بیاوریم فقط  $\vec{E}$  و  $\sigma_R$  تغییر خواهند کرد.

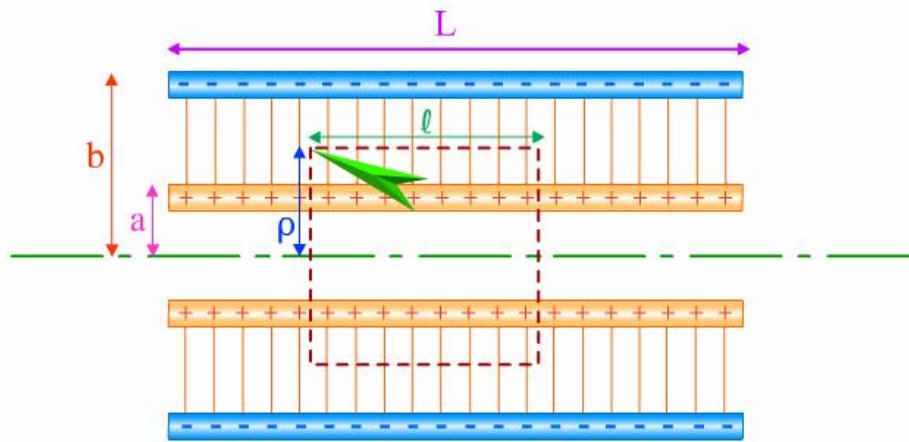
### خازن استوانه ای

خازن استوانه ای متشکل از دو استوانه متحدالمحور به شعاع های داخلی  $a$  و خارجی  $b$  در نظر بگیرید طول هر دو استوانه  $L$  است که بسیار بزرگتر از  $b - a$  فاصله دو استوانه است لذا از اثر لبه می توان صرف نظر کرد. بار استوانه داخلی  $+q$  و استوانه خارجی  $-q$  ظرفیت این خازن چه مقدار است؟



حل :

برای محاسبه ظرفیت میدان الکتریکی که فقط در فاصله  $a < \rho < b$  غیر صفر است باید محاسبه شود. با توجه به تقارن استوانه ای سیستم سطح گوسی یک استوانه کوآکسیال با طول  $l < L$  و شعاع  $\rho$  در فاصله  $a < \rho < b$  در نظر می گیریم .



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = EA = E(2\pi\rho\ell) = \frac{\lambda\ell}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\rho}$$

که در آن  $\lambda = \frac{q}{L}$  بار بر واحد طول است.

توجه دارید که میدان الکتریکی فقط در فاصله  $a < \rho < b$  غیر صفر است. برای  $\rho < a$  محصور شده  $q_{inc}$  صفر است. چون **هر بار فاصلی در هادی باید روی سطح آن جای گیرد** مشابهاً برای  $\rho > b$ ,  $q_{inc} = \lambda\ell - \lambda\ell = 0$ , چون سطح گوس مقادیر مساوی و مختلف علامه بار از دو هادی را دربرمی گیرد.

اختلاف پتانسیل

$$V = \Delta\phi = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\int_b^a \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\rho} \hat{\rho} \cdot \hat{\rho} d\rho$$

$$= -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ell n\rho \Big|_b^a = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ell n \frac{a}{b} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ell n \frac{b}{a}$$

که در آن مسیر انتگرال گیری در جهت شعاعی و از استوانه خارجی به داخلی گرفته شده است. (مطابق شکل). پس ظرفیت:

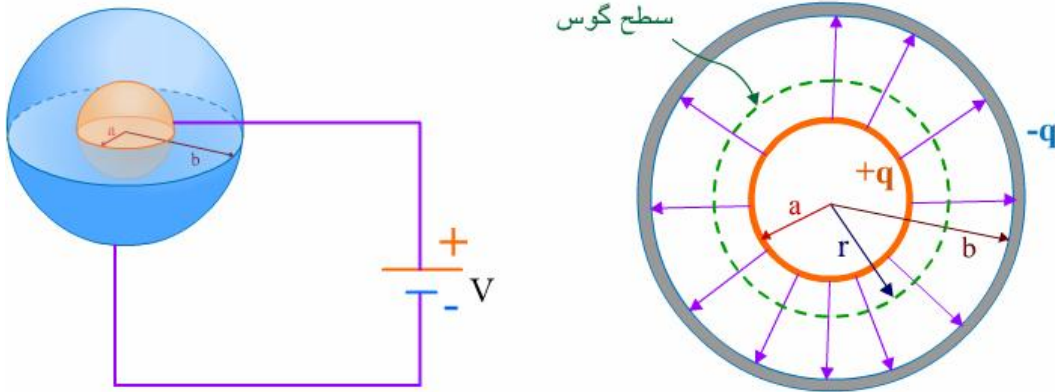
$$C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ell n \frac{b}{a}}$$

یک بار دیگر مشاهده می شود که ظرفیت C فقط به فاکتورهای هندسی L, a و b بستگی دارد.



## خازن کروی

خازن کروی را در نظر می گیریم که شامل دو پوسته کروی به شعاعهای  $a$  و  $b$  مطابق شکل است. پوسته داخلی دارای بار  $+q$  که به طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده است و پوسته خارجی دارای بار مساوی و مختلف العلامه  $-q$  است. ظرفیت این پیکر بندی چه مقدار است؟



حل:

میدان الکتریکی فقط در ناحیه  $a < r < b$  غیر صفر است.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = E4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{kq}{r^2} \hat{r}$$

$$V = \Delta\phi = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\int_b^a \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr$$

$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{1}{r} \Big|_b^a \right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$C = \frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{ab}{b-a} \right) \quad \text{ظرفیت}$$

حل:

دوباره، ظرفیت فقط به ابعاد هندسی  $a$  و  $b$  بستگی دارد.

### نکته :

ظرفیت یک کره هادی ایزوله به شعاع  $a$  (وقتی که دومین کره در بی نهایت باشد) را می توان به دست آورد. در حد وقتی که  $b \rightarrow \infty$  معادله فوق به صورت  $C = 4\pi\epsilon_0 a$  در می آید .

این رابطه را می توان به طور مستقیم نیز به دست آورد. یک کره هادی به شعاع  $R$  که بار  $q$  روی آن به طور یکنواخت توزیع شده است دارای پتانسیل  $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$  است.

بی نهایت را به عنوان نقطه مرجع که دارای پتانسیل صفر است در نظر گرفته ایم.

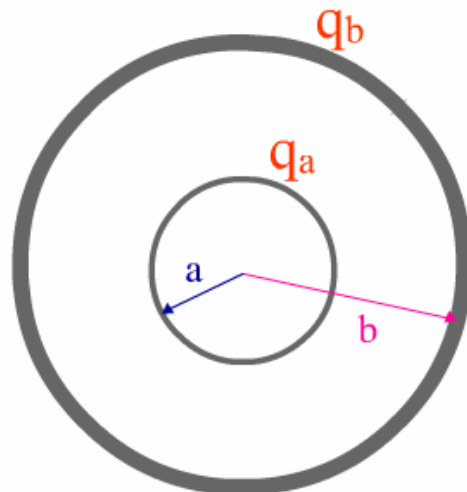
$$V(\infty) = 0$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}} = 4\pi\epsilon_0 R$$

همان طور که انتظار می رفت ظرفیت یک خازن ایزوله فقط به هندسه آن یعنی شعاع  $R$  بستگی دارد.

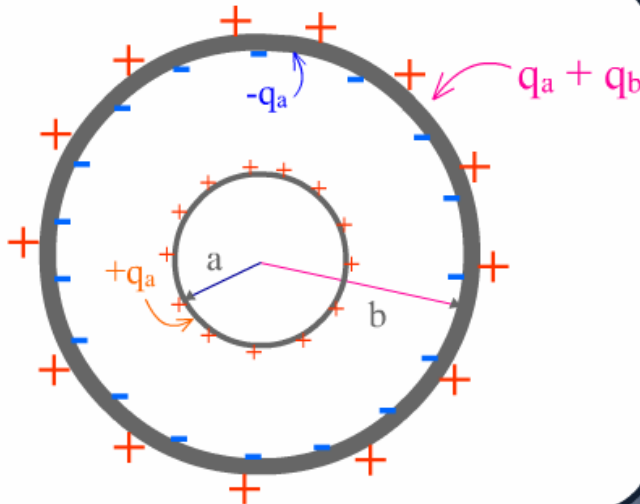
### مثال ۹ :

دوپوسته کروی هادی به شعاع های  $a$  و  $b$  را مطابق شکل در نظر بگیرید . روی پوسته کروی داخلی بار  $q_a$  و روی پوسته کروی خارجی بار  $q_b$  را قرار می دهیم.  
a- نحوه توزیع بار الکتریکی را روی پوسته های کروی تعیین کنید.  
b- پتانسیل الکتریکی سطح پوسته کروی داخلی را محاسبه کنید.



حل :

بار  $q_a$  روی سطح کره داخلی  $r = a$  به طور یکنواخت توزیع می شود. بار  $-q_a$  روی سطح داخلی پوسته کره در  $r = b$  و بار  $q_a + q_b$  روی سطح خارجی پوسته کره به شعاع  $r = b$



پتانسیل کره داخلی:

$$\varphi_a = - \int_{\infty}^a \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= - \int_{\infty}^b \frac{k(q_a + q_b)}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr - \int_b^a \frac{kq_a}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr$$

$$= \frac{k(q_a + q_b)}{r} \Big|_{\infty}^b + \frac{kq_a}{r} \Big|_b^a = \frac{k(q_a + q_b)}{b} + \frac{kq_a}{a} - \frac{kq_a}{b}$$

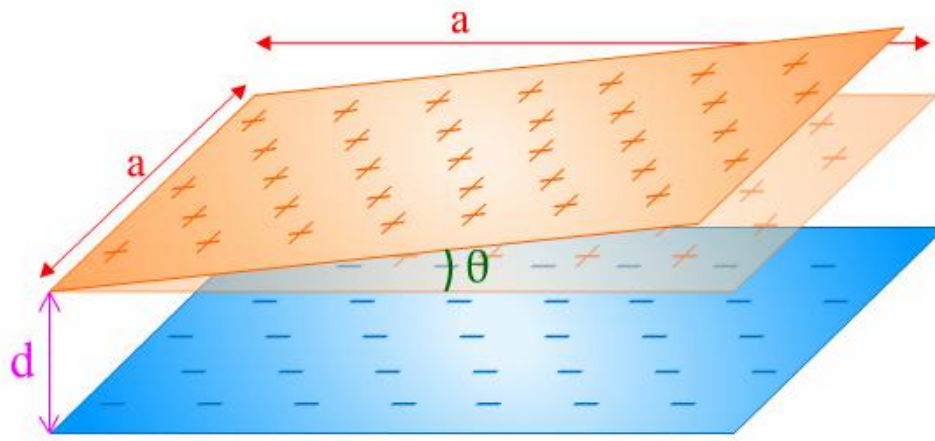
$$= \cancel{\frac{kq_a}{b}} + \frac{kq_b}{b} + \frac{kq_a}{a} - \cancel{\frac{kq_a}{b}}$$

$$\boxed{= \frac{kq_a}{a} + \frac{kq_b}{b}}$$

### مثال ۱۰ :

خازن مسطحی با جوشن‌های مربعی به ضلع  $a$  مفروض است این خازن شارژ شده و سپس از منبع تغذیه جدا می شود. اگر صفحه بالایی خازن را به اندازه زاویه کوچک  $\theta$  بچرخانیم (مطابق شکل).

تغییر نسبی انرژی پتانسیل الکتریکی را محاسبه نمایید.



قبل از چرخاندن صفحه

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 a^2}{d} \quad \text{ظرفیت خازن}$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_1} = \frac{1}{2} \frac{q^2 d}{\epsilon_0 a^2} \quad \text{انرژی پتانسیل خازن}$$

بعد از چرخاندن صفحه به اندازه زاویه  $\theta$ :

$$dC_2 = \frac{\epsilon_0 a dx}{d + x \tan \theta}$$

$$C_2 = \int_0^a \frac{\epsilon_0 a dx}{d + x \tan \theta} = \frac{\epsilon_0 a}{\tan \theta} \ln(d + x \tan \theta) \Big|_0^a$$

$$= \frac{\epsilon_0 a}{\tan \theta} \ln \frac{d + a \tan \theta}{d}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_2} = \frac{q^2 \tan \theta}{2 \epsilon_0 a \ln \left( \frac{d + a \tan \theta}{d} \right)}$$

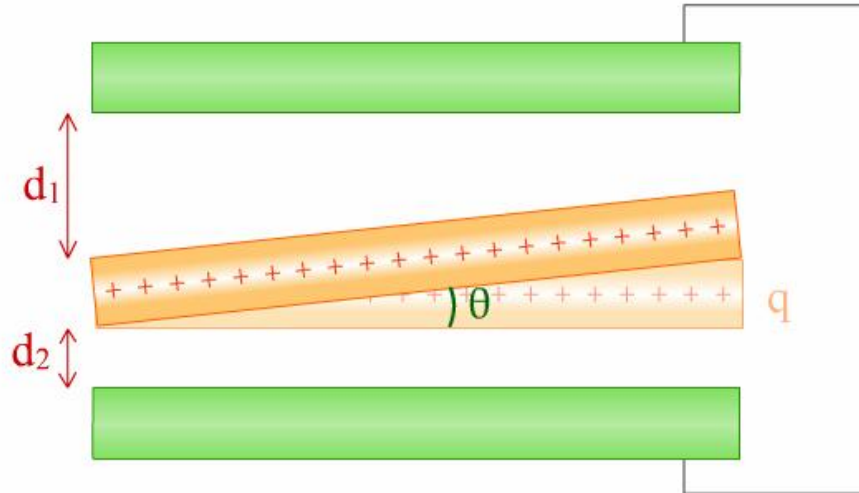
$$\frac{W_2 - W_1}{W_1} = \frac{a \tan \theta}{d \ln \left( \frac{d + a \tan \theta}{d} \right)}$$

اگر  $\theta$  کوچک باشد:  $\tan \theta \approx \theta$

$$\frac{W_2 - W_1}{W_1} = \frac{a \theta}{d \ln \left( \frac{d + a \theta}{d} \right)}$$

## مثال ۱۱:

سه صفحه موازی هادی مطابق شکل در نظر بگیرید. بار  $q$  را روی صفحه وسط قرار می دهیم (دو صفحه خارجی توسط سیم رابط به هم متصلند).  
اگر صفحه وسطی به اندازه زاویه  $\theta$  (کوچک) بچرخد، مطلوب است محاسبه مقدار بار روی هر وجه صفحه وسطی. ابعاد صفحات را  $a \times a$  بگیرید.



$$dC_1 = \frac{\epsilon_0 a dx}{d_1 + x \tan \theta} = \frac{\epsilon_0 a}{d_1} (1 - x \theta) dx$$

$$dC_2 = \frac{\epsilon_0 a dx}{d_2 - x \tan \theta} = \frac{\epsilon_0 a}{d_2} (1 + x \theta) dx$$

$$C_1 = \int_0^a \frac{\epsilon_0 a}{d_1} (1 - x \theta) dx = \frac{\epsilon_0 a^2}{d_1} \left(1 - \frac{1}{2} a \theta\right)$$

$$C_2 = \int_0^a \frac{\epsilon_0 a}{d_2} (1 + x \theta) dx = \frac{\epsilon_0 a^2}{d_2} \left(1 + \frac{1}{2} a \theta\right)$$

$$q_1 + q_2 = q \quad \text{نحوه توزیع بار}$$

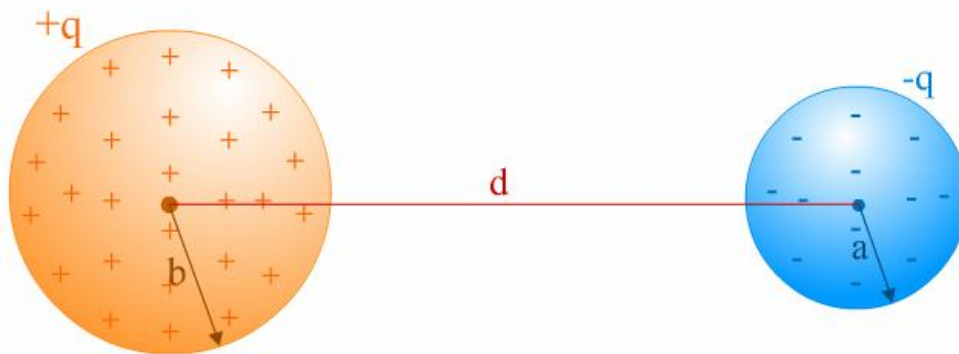
$$\Rightarrow q_1 + \frac{q_1 C_2}{C_1} = q \Rightarrow q_1 (C_1 + C_2) = q C_1$$

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = q \\ q_1(C_1 + C_2) = q C_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{q C_1}{C_1 + C_2} \\ q_2 = \frac{q C_2}{C_1 + C_2} \end{cases}$$

### مثال ۱۲:

دو کره هادی به شعاع  $a$  و  $b$  و با فاصله  $d$  از یکدیگر در نظر بگیرید. بطوریکه  $d \gg a, b$ . ظرفیت این سیستم را محاسبه کنید.



حل:

$$\varphi_+ = \frac{kq}{b} + \frac{-kq}{d-b}$$

پتانسیل کره با بار مثبت

$$\varphi_- = \frac{-kq}{a} + \frac{kq}{d-a}$$

پتانسیل کره با بار منفی

حل:

$$V = \Delta\varphi = \varphi_+ - \varphi_- = \frac{kq}{b} - \frac{kq}{d-b} + \frac{kq}{a} - \frac{kq}{d-a}$$

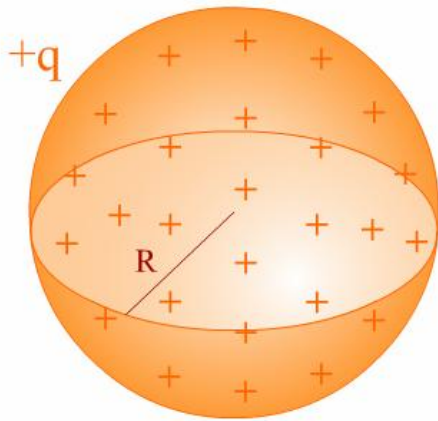
اختلاف پتانسیل دو کره

$$\approx kq \left( \frac{1}{b} - \frac{2}{d} + \frac{1}{a} \right)$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{b} - \frac{2}{d} + \frac{1}{a}}$$

### مثال ۱۳:

کره ای به شعاع  $R$  دارای بار  $+q$  است انرژی پتانسیل کره چه مقدار است؟  
(انرژی تشکیل بار  $+q$  روی کره)



حل :

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

ظرفیت یک کره منفرد به شعاع R

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{1}{8} \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 R}$$

انرژی تشکیل از رابطه  $W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\text{تمام فضا}} E^2 dv$  نیز قابل محاسبه است

چون میدان الکتریکی داخل کره هادی صفر است و خارج آن:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r}$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{\epsilon_0}{2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_R^\infty \frac{k^2 q^2}{r^4} r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} 4\pi \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_R^\infty k^2 q^2 = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \end{aligned}$$

**نکته :**

با استفاده از نتیجه فوق می توان ظرفیت در مثال ۱۲ را از طریق انرژی بدست آورد. روشی که گاهی برای محاسبه ظرفیت بکار گرفته می شود.

$$W = W_a + W_b + W_{ab}$$

$$W = W_a + W_b + W_{ab}$$

انرژی اندرکنش دو کره

در حقیقت  $W_{ab}$  مقدار کاریست که باید انجام شود تا کره a و b در کنار هم در فاصله d قرار گیرند.

$$W_a = \frac{1}{2} \frac{q_a^2}{4\pi\epsilon_0 a} \quad , \quad W_b = \frac{1}{2} \frac{q_b^2}{4\pi\epsilon_0 b} \quad , \quad W_{ab} = \frac{-k q_a q_b}{d}$$

با جایگزینی مقادیر  $q_a = -q$  ،  $q_b = +q$

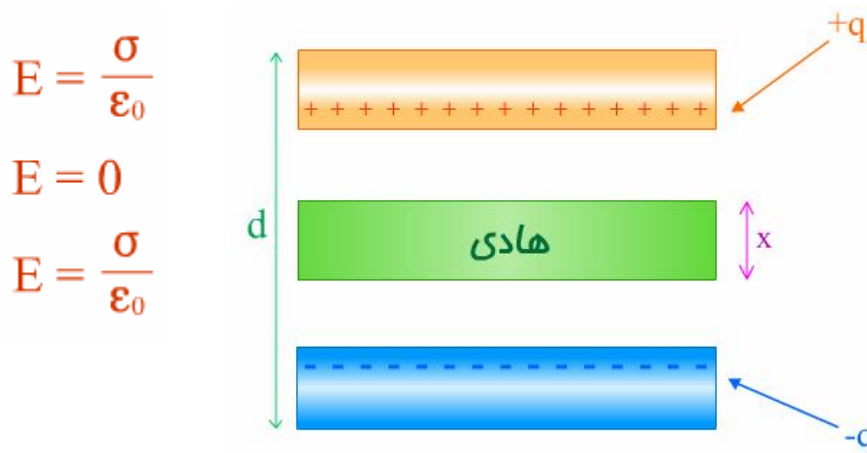
$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 b} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d}$$

از مقایسه رابطه فوق با  $W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{d}}$$

### مثال ۱۴:

هادی به ضخامت  $x$  را مطابق شکل بین دو صفحه یک خازن مسطح قرار می دهیم. فاصله دو صفحه خازن  $d$  و مساحت صفحات آن را  $A$  بگیرید. ظرفیت خازن را در دو حالت ایزوله و غیر ایزوله به دست آورید.



حل:

خازن ایزوله:

فرض کنید خازن را به باطری به اختلاف پتانسیل  $V$  وصل و پس از شارژ شدن خازن و باطری از یکدیگر جدا می شوند بار خازن در حالت شارژ  $q$  است. پس از ورود هادی بارخازن ثابت باقی می ماند ولی پتانسیل بین دو صفحه خازن کاهش پیدا می کند.



$$V = \Delta\varphi = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (d - x) + (0) (x)$$

زیرا میدان الکتریکی در نواحی خلا  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$  و در هادی صفر است.

$$C_c = \frac{q}{V} = \frac{\cancel{q}}{\frac{q}{\epsilon_0 A} (d - x)} = \frac{\epsilon_0 A}{d - x}$$

**نکته ۱:**

در صورتی که  $x \ll d$  باشد، یعنی هادی خیلی نازک باشد عملاً ظرفیت خازن تغییر نخواهد کرد یعنی:

$$C_c = \frac{\epsilon_0 A}{d - x} = \frac{\epsilon_0 A}{d} = C$$

**نکته ۲:**

برای محاسبه ظرفیت می توان از خازن های سری نیز استفاده نمود. یعنی

$$\frac{1}{C_c} = \frac{1}{C_{cq}} = \frac{1}{\frac{\epsilon_0 A}{d_1}} + \frac{1}{\frac{\epsilon_0 A}{d_2}} = \frac{d_1 + d_2}{\epsilon_0 A} = \frac{d - x}{\epsilon_0 A}$$

$$C_c = \frac{\epsilon_0 A}{d - x}$$