8 11.24

بنام خدا

فصل اول: بار الکتریکی و نیروی الکتریکی:

← بار الکتریکی خاصیتی قراردادی است که به ذرات بنیادی نسبت داده اند.

← نیروی الکتریکی: ① جاذب (ناهمنام) ② (همنام) دافعه

← قانون کولن: نیروی الکتریکی متناسب است با بار ذرات و معکوس مجذور فاصله بین آنها.

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\hat{r} \quad , \quad k = 9\times10^{9}\ N.m^2/c^2$$

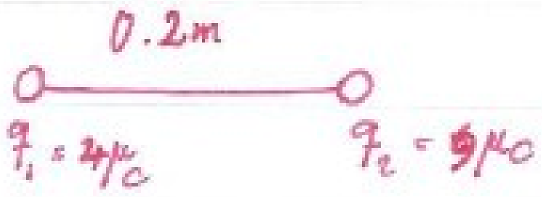
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad , \quad \varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ c^2/N.m^2$$

ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ

← بردار یکه: برداری در جهت دلخواه به اندازه واحد:

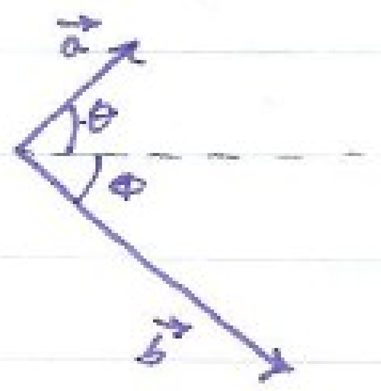
$$\hat{i} = \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|} \quad , \quad \hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

eg: با توجه به شکل در کجا نیروی کل برابر q_0 صفر می‌شود.



بردار برآیند:

1. هم راستا و هم جهت $|\vec{a}|+|\vec{b}| = |\vec{c}|$
2. در خلاف جهت $|\vec{b}|-|\vec{a}| = |\vec{c}|$
3. تجزیه بردار



$$\vec{a}_x = \vec{a}\cos\theta \ , \ \vec{a}_y = \vec{a}\sin\theta$$

$$\vec{a}+\vec{b} = \underbrace{(a_x+b_x)}_{c_x}\hat{i} + \underbrace{(a_y+b_y)}_{c_y}\hat{j}$$

$$\vec{c} = \sqrt{c_x^2+c_y^2} \qquad |\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta}$$

$$tg(\varphi+\theta) = \frac{c_y}{c_x}$$

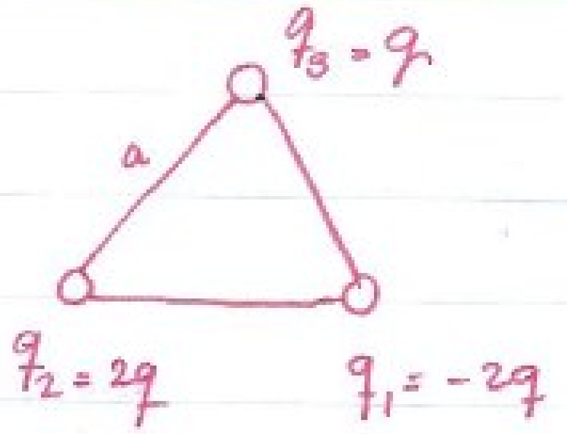
نکته: هرگاه بارها همنام باشند بین فاصله بین دو بار نیرو صفر می‌شود.

نکته: هرگاه بارها ناهمنام باشند خارج فاصله بین دو بار نیرو صفر می‌شود.

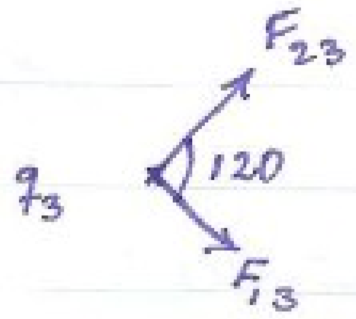
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{10} - F_{20} = 0 \Rightarrow F_{10} = F_{20}$$

بار آزمون یک بار واحد با علامت +

$$\frac{k q_1 \cdot q_0}{x^2} = \frac{k q_2 q_0}{(0.2-x)^2} \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{9}{(0.2-x)^2} \Rightarrow x = 0.08$$



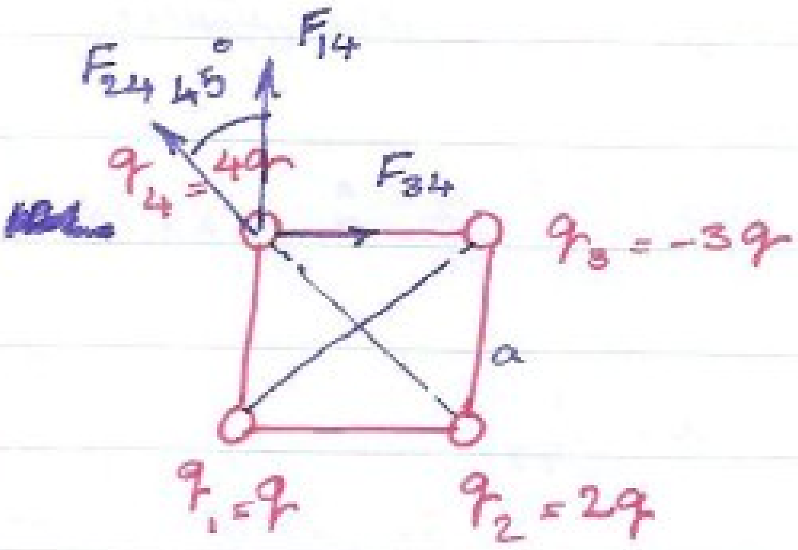
eg: با توجه به شکل نیروی وارد بر بار q_3 را بیابید.



$$|\vec{F}| = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13}F_{23}\cos\theta}$$

$$F_{13} = \frac{kq_1q_3}{r^2} = \frac{2kq^2}{a^2}$$

$$F_{23} = \frac{kq_2q_3}{r^2} = \frac{2kq^2}{a^2}$$

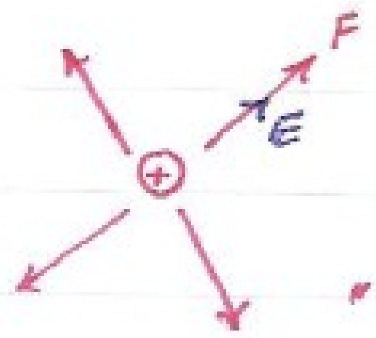


eg: با توجه به شکل نیروی وارد بر بار q_4 را بیابید.

$$F_{34} = \frac{kq_3q_4}{a^2} , \quad F_{24} = \frac{kq_2q_4}{a^2}$$

$$F_{14} = \frac{kq_1q_4}{a^2}$$

فصل میدان الکتریکی:



«میدان الکتریکی اطراف بار (+)»

«میدان الکتریکی اطراف بار (-)»

$$E = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

نیروی وارد بر (واحد) یکا بار الکتریکی را میدان الکتریکی گویند.

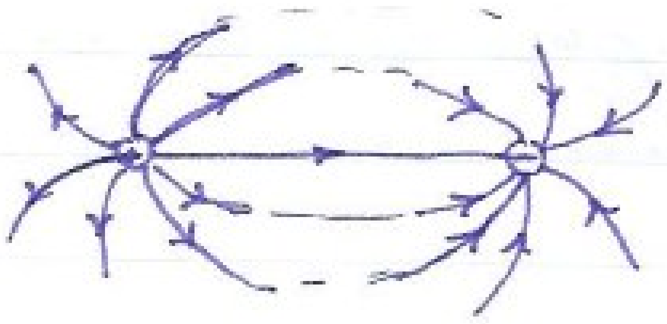
$$E = \frac{\frac{kqq_0}{r^2}\hat{r}}{q_0} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$$

ویژگیهای خطوط میدان:

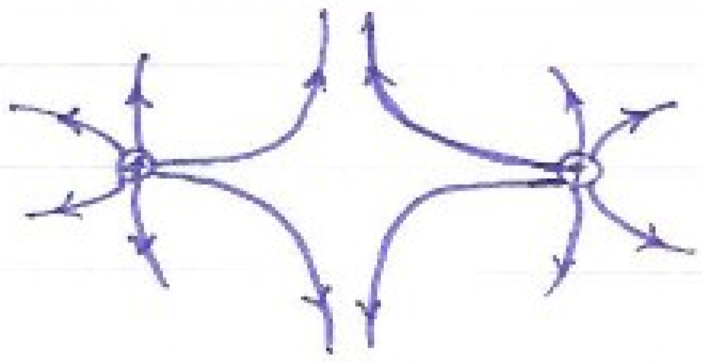
1. جهت میدان را نشان می‌دهد.

2. هرچه تراکم خطوط بیشتر شود شدت میدان بیشتر است و بالعکس.

ترکیب بارها در اجسام.

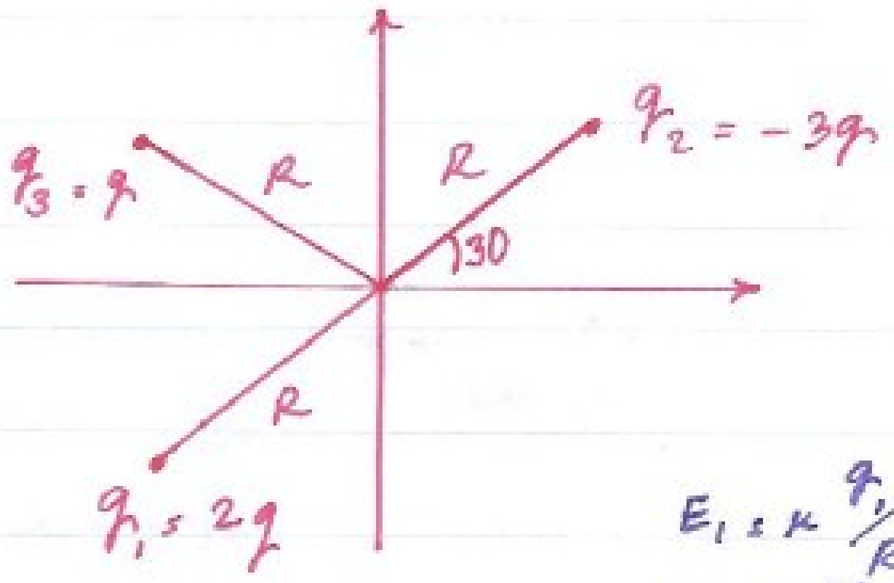


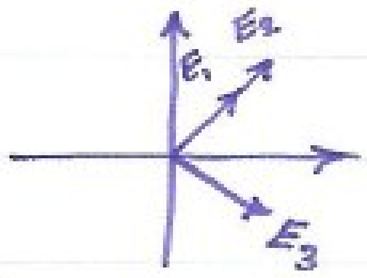
بارهای ناهمنام «دو قطبی»: بارهای ناهمنام



بارهای همنام

eg: میدان را در مبدأ مختصات بیابید.





$E_1 = k\frac{q_1}{R^2}$ و $E_2 = k\frac{q_2}{R^2}$ و $E_3 = k\frac{q_3}{R^2}$

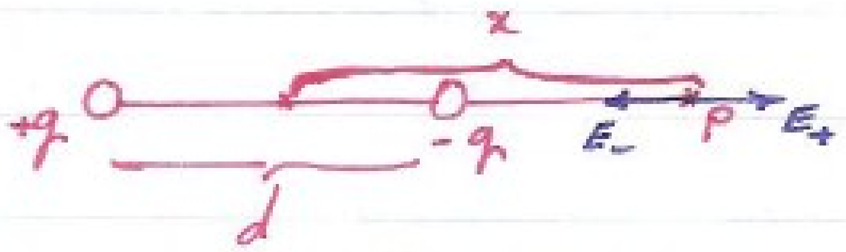
$E = k\frac{2q}{R^2}$ و $E_2 = k\frac{3q}{R^2}$ و $E_3 = k\frac{q}{R^2}$

$$|\vec{E}_T|^2 = |E'|^2 + |E_3|^2 - 2|\vec{E}_3||E'|\cos 60$$

$$|E_1| + |E_2| = |E'|$$

← در میدان الکتریکی و نیروی الکتریکی علامت بار قرار داده نمی‌شود. علت: E و F بردار

eg: میدان الکتریکی در نقطه P به فاصله x از محور دوقطبی بیابید.



$E = \frac{kq}{r^2}$

← فاصله بار تا نقطه مورد نظر

$$E_+ = \frac{kq}{(x+d/2)^2} \quad و \quad E_- = \frac{kq}{(x-d/2)^2}$$

$$E_T = E_- - E_+ = kq\left(\frac{1}{(x-d/2)^2} - \frac{1}{(x+d/2)^2}\right)$$

اگر $x \gg 0$

$$= \frac{kq}{x^2}\left(\frac{1}{(1-d/2x)^2} - \frac{1}{(1+d/2x)^2}\right)$$

$$= \frac{kq}{x^2}\left((1-d/2x)^{-2} - (1+d/2x)^{-2}\right)$$

$$= \frac{kq}{x^2}\left(1 + d/x + \cdots - 1 + d/x + \cdots\right)$$

$$= \frac{2kqd}{x^3} =$$

$qd \rightarrow$ «P» گشتاور دوقطبی

به حاصل ضرب بار الکتریکی دوقطبی در فاصله بین آنها را گشتاور دوقطبی گویند و یک بردار است. علت d: بردار

www.iebest.ir

المان های دیفرانسیلی در دستگاه مختصات:

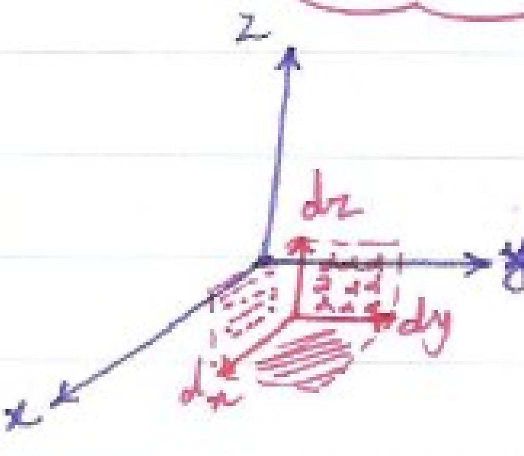
چگالی جرمی : $\rho = m/v \Rightarrow dm = \rho\, dv$

چگالی بار حجمی : $\rho = \frac{q}{v} \Rightarrow dq = \rho\, dv$

چگالی بار سطحی : $\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow dq = \sigma\, dA$

چگالی بار خطی : $\lambda = \frac{q}{l} \Rightarrow dq = \lambda\, dl$

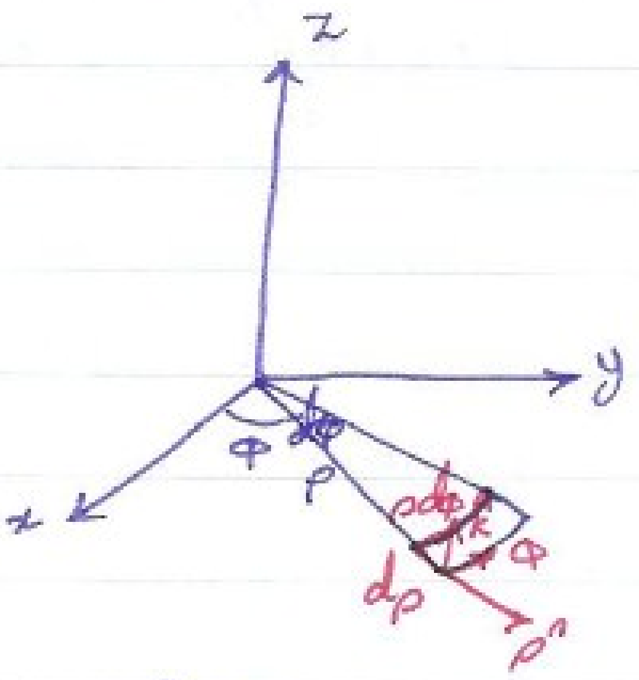
۱. دستگاه دکارتی یا کارتزین $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$



المان طول : $dx\,\hat{i},\ dy\,\hat{j},\ dz\,\hat{k}$

dA : $dxdy\,\hat{k},\ dxdz\,\hat{j},\ dydz\,\hat{i}$

dv : $dxdydz$ اسکالر



2. دستگاه قطبی - استوانه ای $(\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{k})$

المان طول : $d\rho\,\hat{\rho},\ \rho d\phi\,\hat{\phi},\ dz\,\hat{k}$

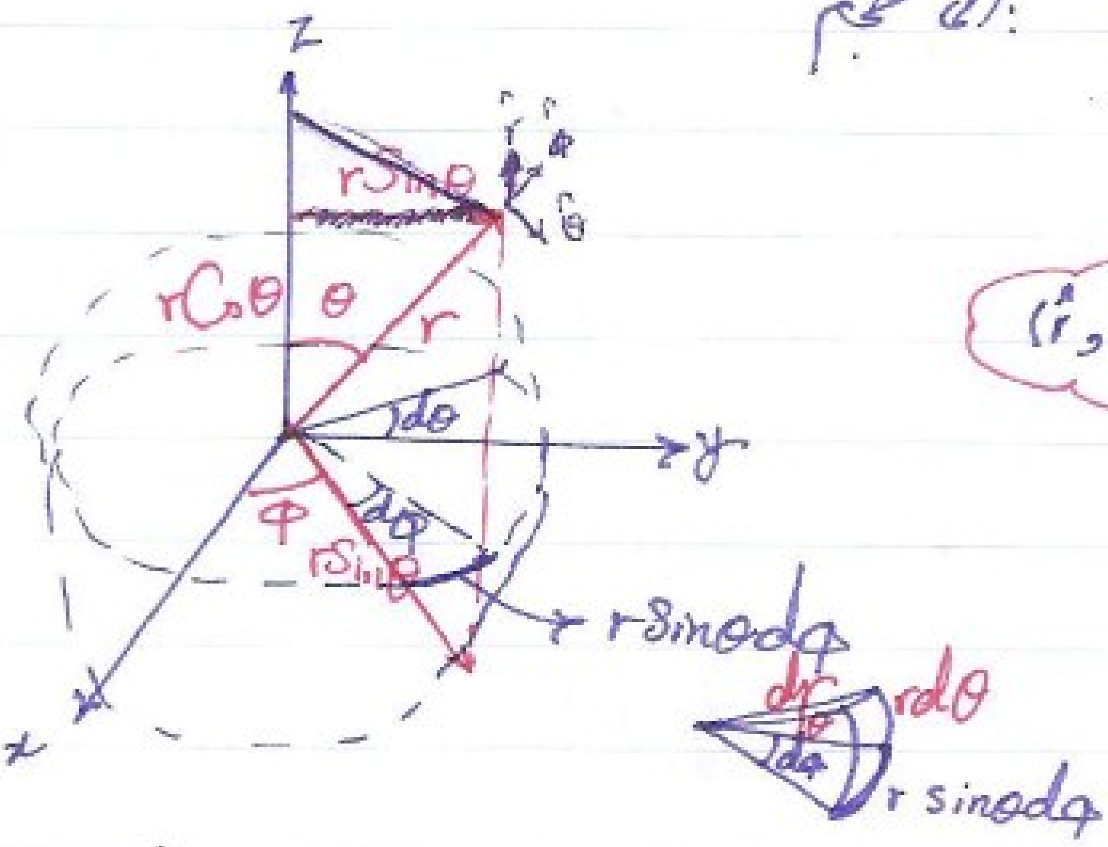
المان سطح : $d\rho dz\,\hat{\phi},\ \rho d\rho d\phi\,\hat{k},\ \rho d\phi dz\,\hat{\rho}$

$\rho^2/2 \quad 2\pi \qquad \rho\ 2\pi\ l$

المان حجم : $dv = \rho d\rho d\phi dz$

$\rho^2/2 \quad \phi \quad l$

3. دستگاه کروی : $(\hat{r}, \hat{\phi}, \hat{\theta})$



$x = r\sin\theta\cos\phi$

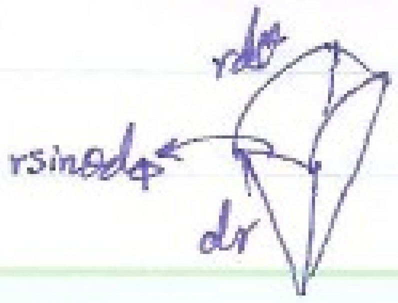
$y = r\sin\theta\sin\phi$

$z = r\cos\theta$

المان طول dl : $dr\,\hat{r},\ r\sin\theta d\phi\,\hat{\phi},\ rd\theta\,\hat{\theta}$ *

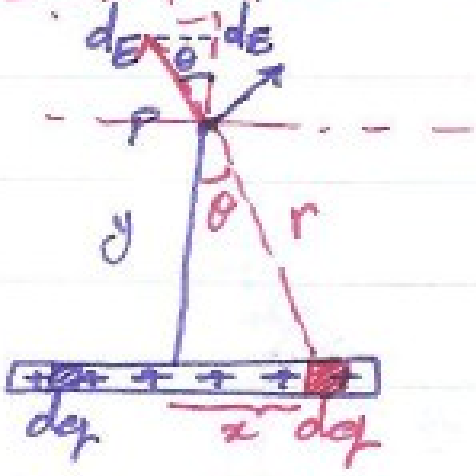
dA : $r^2\sin\theta d\theta d\phi\,\hat{r},\ r\sin\theta d\phi dr\,\hat{\theta},\ rdrd\theta\,\hat{\phi}$

dv : $r^2\sin\theta d\theta d\phi dr$ *



$\lambda = cte$

مثال: میله‌ای به طول l را به طور یکنواخت باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در نقطه‌ی P به فاصله‌ی y از محور عمود منصف میله را بیابید.



$$\lambda = \frac{q}{l} \Rightarrow \lambda\, dl = dq = dx\, \lambda$$

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow dE = \frac{k\, dq}{r^2}$$

فاصله بار تا نقطه مورد نظر

$$\sum_{dE \to 0} dE_y = E_{Ty} \qquad \sum_{dE \to 0} dE_x = E_{Tx}$$

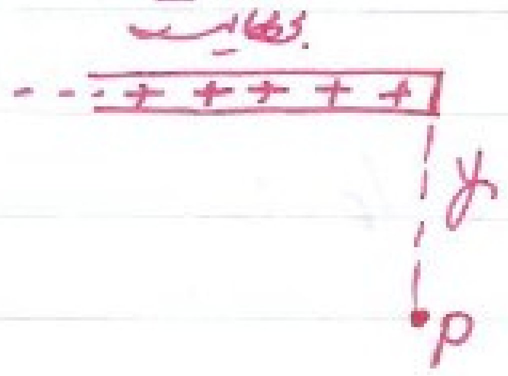
$$E_T = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$E_{Ty} = \int dE_y = \int dE \cos\theta = \int \frac{k\, dq}{r^2} \frac{y}{r} = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{k \lambda\, dx\, y}{r^3}$$

$$= 2k\lambda y \int_0^{l/2} \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}} = 2k\lambda y \int_0^{l/2} \frac{y(1+\tan^2\theta)\, d\theta}{y^3 (1+\tan^2\theta)^{3/2}} = \frac{2k\lambda}{y} \int \cos\theta\, d\theta$$

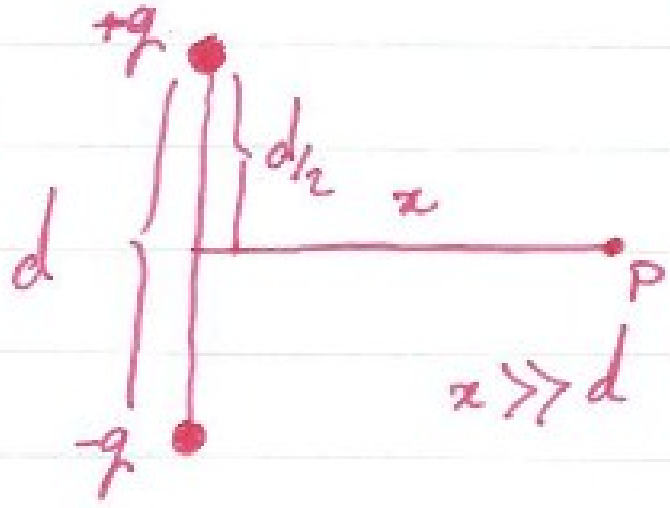
$$= \frac{2k\lambda}{y} \sin\theta \Big] = \frac{2k\lambda}{y} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \Big|_0^{l/2} = \frac{2k\lambda}{y} \frac{l/2}{\sqrt{l^2/4 + y^2}}$$

eg:

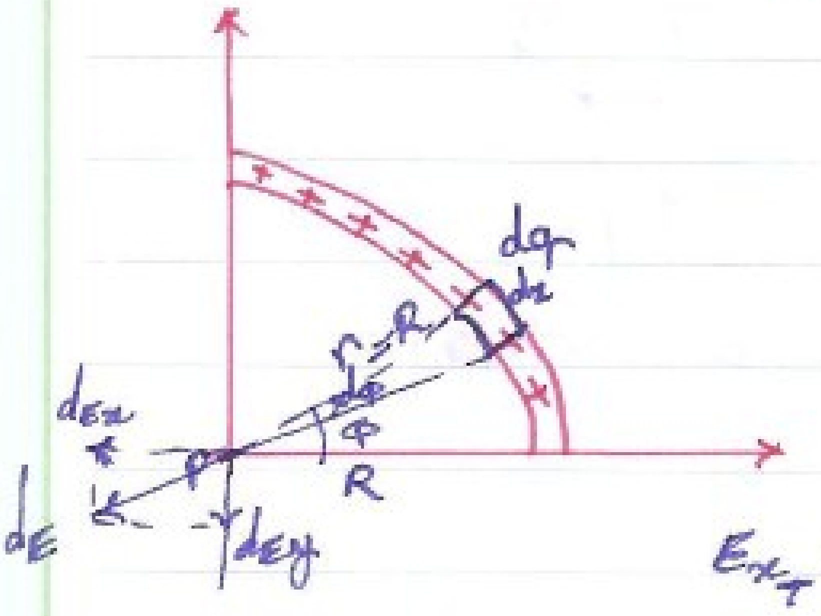


میدان الکتریکی در نقطه P را بیابید.

eg:



eg: میدان الکتریکی را در نقطه‌ی P بیابید. فرض کنید میله‌ای را به شکل یک ربع دایره‌ی + درآورده‌ایم به چگالی خطی λ به طور یکنواخت باردار کرده‌ایم و شعاع این ربع دایره R بزرگ‌تر باشد.



$$dq = \lambda dx = \lambda R d\varphi$$

$$d_E = k\frac{q}{r^2} \qquad d_{E_x} = d_E \cos\varphi \quad , \quad d_{E_y} = d_E \sin\varphi$$

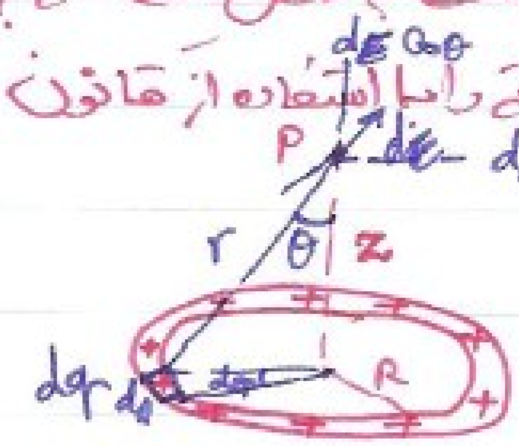
$$E_{x_T} = \sum d_{E_x} = \int d_E \cos\varphi = \frac{k}{R}\lambda\int_0^{\pi/2}\cos\varphi\, d\varphi = \frac{k\lambda}{R}\sin\varphi\Big]_0^{\pi/2}$$

$$E_{y_T} = \sum d_{E_y} = \int d_E \sin\varphi = \frac{k\lambda}{R}\int_0^{\pi/2}\sin\varphi\, d\varphi = -\frac{k\lambda}{R}\cos\Big]_0^{\pi/2}$$

$$\Rightarrow E_x = k\lambda/R \quad , \quad E_y = k\lambda/R$$

$$\Rightarrow E_T = \sqrt{2}\, k\lambda/R \quad (N/C)$$

eg: با توجه به شکل میدان الکتریکی در نقطه P بیابید. فرض کنید یک میله‌ی بارداری را به طور یکنواخت به شکل یک حلقه به شعاع R درآورده‌ایم. میدان الکتریکی در نقطه P به فاصله‌ی Z از محور عمودی بر مرکز حلقه را با استفاده از قانون کولن بیابید.



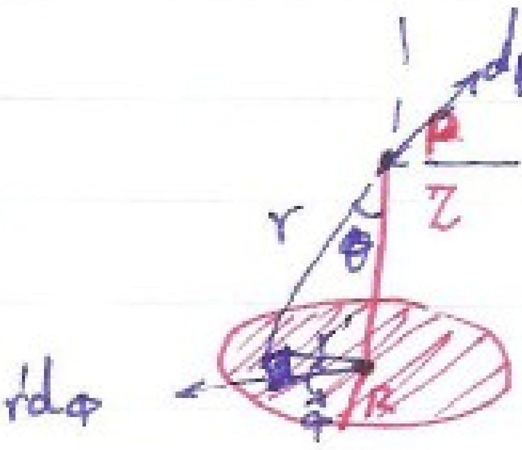
$$dq = \lambda d_l = \lambda R d\varphi$$

$$d_{E_y} = \frac{k\,dq}{r^2} \Rightarrow d_E \sin\theta \cos\varphi = \frac{k\lambda R d\varphi}{R^2+Z^2}$$

$$E_x = \int d_E \sin\theta \cos\varphi \quad , \quad E_y = \int d_E \sin\theta \sin\varphi \quad , \quad E_Z = \int d_E \cos\theta$$

$$E_Z = \int_0^{2\pi}\frac{k\lambda R Z\, d\varphi}{(R^2+Z^2)^{3/2}} = \frac{k\lambda R Z}{(R^2+Z^2)^{3/2}}\times 2\pi = E_T$$

eg: قرص پلاستیکی به شعاع R را به طور یکنواخت با چگالی سطحی یکنواخت باردار کرده‌ایم. در نقطه‌ی P واقع بر محور عمودی بر مرکز قرص به فاصله Z از مرکز قرص بیابید.



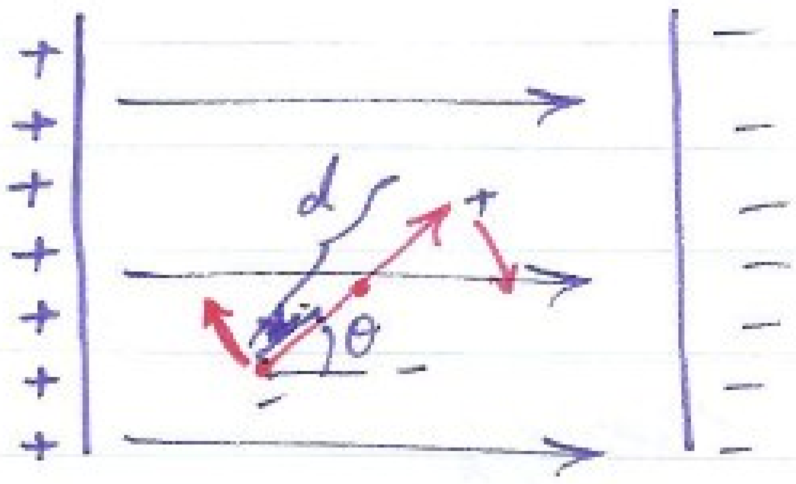
$$dq = \sigma dA = \sigma r' dr' d\varphi$$

$$E_x = \int d_E \sin\theta \cos\varphi \quad , \quad E_y = \int d_E \sin\theta \sin\varphi \quad , \quad E_Z = \int d_E \cos\theta$$

$$E_Z = \int \frac{k\,dq}{r^2} = \int \frac{Zk\sigma r' dr' d\varphi}{\sqrt{(r'^2+Z^2)^3}} = k\sigma Z\int\frac{r'dr'}{(r'^2+Z^2)^{3/2}}\int d\varphi$$

$$= k\sigma \frac{-2}{2} z \frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}}\Big|_0^R \phi\Big|_0^{2\pi} = -\left(\frac{2\pi k\sigma z}{\sqrt{R^2+z^2}} - \frac{2\pi k\sigma z}{z}\right) = 2\pi k\sigma\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)$$

گشتاور خارجی بروی دوقطبی الکتریکی:



$\sum \tau = \tau_+ + \tau_-$

$\tau_{کل} = r_+ \wedge F + r_- \wedge F$

$F = Eq$

$r_+ = d - x$, $r_- = x$ $\quad Eq_+ \quad Eq_-$

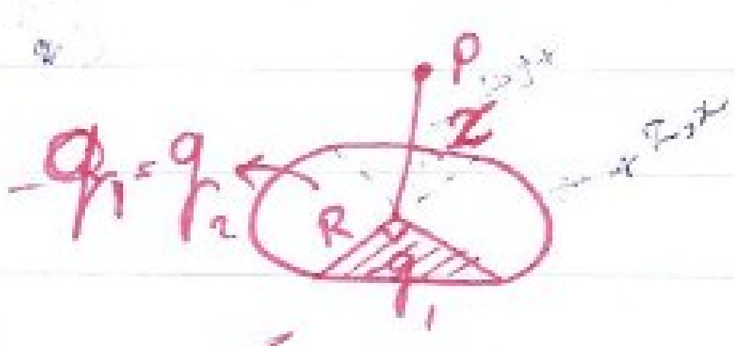
$$\tau_{کل} = r_+\wedge F + r_-\wedge F = F_+(d-x)\sin\theta + F_- x\sin\theta = F_+ d\sin\theta - F_+ x\sin\theta + F_- x\sin\theta$$

$$\tau_{کل} = F\cdot d\sin\theta \ , \ \vec{\tau}_{کل} = \vec{F}\wedge\vec{d} \Rightarrow \boxed{\tau_{کل} = q\vec{E}\wedge\vec{d}} = \vec{P}\times\vec{E}$$

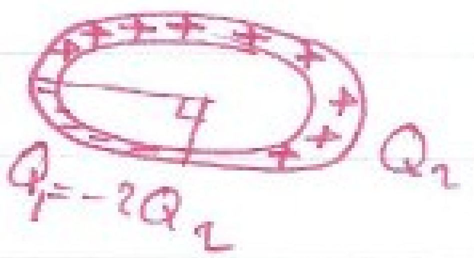
$$u = \int du = \int F\cdot dr \Rightarrow \int du = \int \tau\, d\theta \Rightarrow u = \int_0^\theta qEd\sin\theta\, d\theta = -qEd\cos\theta$$

$$\boxed{U = -q\vec{E}\cdot\vec{d}} \Rightarrow \boxed{U = -\vec{E}\cdot\vec{p}}$$

eg: قرصی را، قسمتی را باردار کرده ایم $\frac{1}{4}$ آن را به طور یکنواخت با بار مثبت و $\frac{3}{4}$ با بار $-q_1=q_2$ قرار داده ایم.
میدان الکتریکی در نقطه P واقع بر محور عمودی بر مرکز قرص بیابید.



eg: میله‌ای با بارداری را مثل زیر باردار کرده ایم بار Q_2 را روی $\frac{3}{4}$ آن و بار $Q_1=-2Q_2$ روی آن قرار گرفته است. میدان الکتریکی در مرکز قرص را بیابید.



فصل دوم میدان الکتریکی: 9, 11, 15, 18, 19, 21, 23, 25, 28, 32, 33, 37, 59, 68

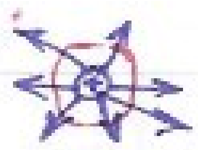
فصل سوم: قانون گوس: میدان الکتریکی روی سطح بسته گوسی متناسب است با بار درون سطح گوسی. (میزان پخش ناحیه)

شار الکتریکی

$$\boxed{\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon}} \Leftarrow$$

سطح بسته گوسی: هر حجمی به موازات محیط پیرامونش را به 3 ناحیه درون، بیرون و روی سطح تقسیم کند گوییم. مانند: استوانه - کره - مکعب - سطح بسته = حجم.

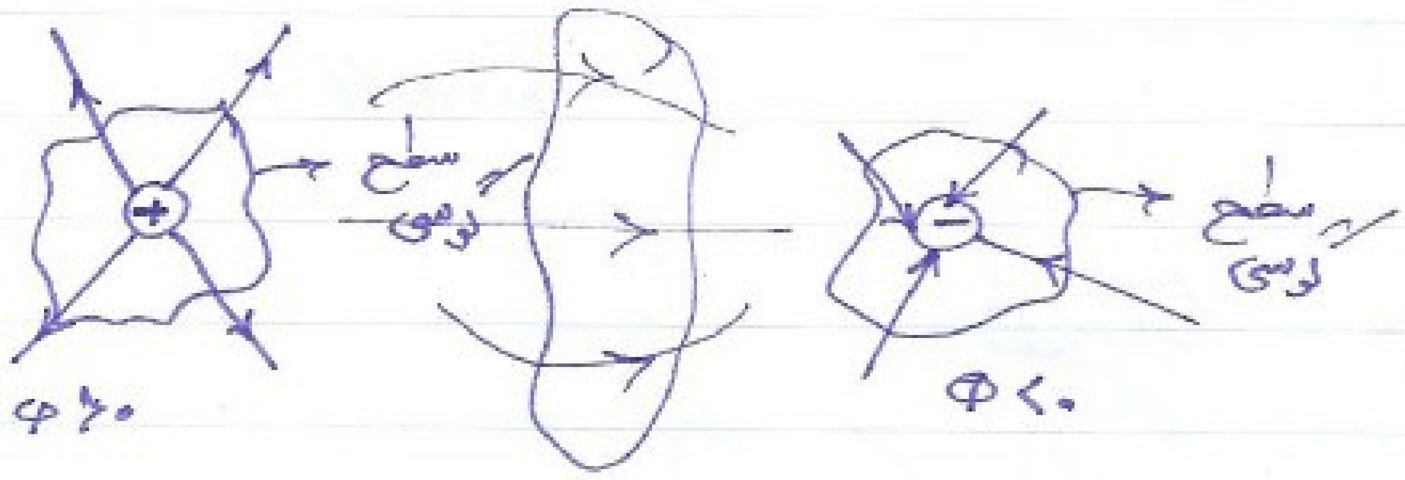
شار مغناطیسی = چند ماده گذرنده از سطح مقطع / A = تعداد خطوط میدان الکتریکی / A



شار الکتریکی $= V\cdot A = E\cdot A$

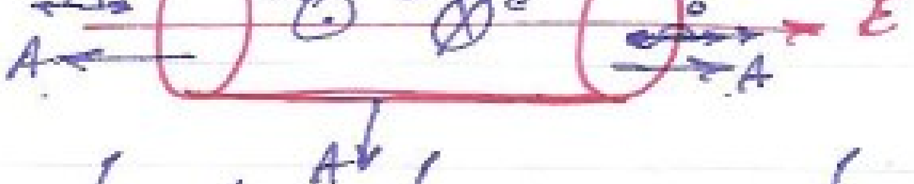
(V: سرعت مواد)

$\Rightarrow$ شار $= \sum \vec{E}\cdot d\vec{A} \Longrightarrow \Phi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$



$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \oint \frac{kq}{r^2}\, d\vec{A} = \oint \frac{q}{\underbrace{4\pi\varepsilon r^2}_{A}}\, d\vec{A} = \oint \frac{q}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon}$$

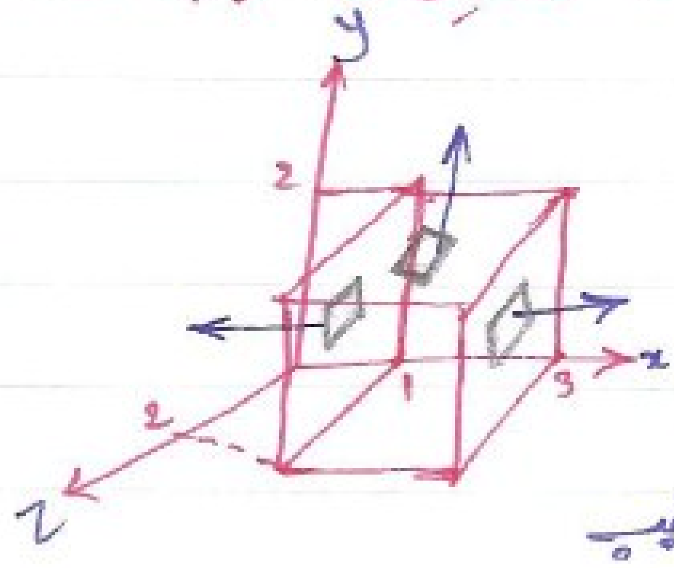
eg: شار میدان الکتریکی گذرنده از سطح استوانه‌ای به شعاع R چقدر است. اگر جهت میدان الکتریکی در راستای محور استوانه باشد و میدان الکتریکی در سمت محور به صورت افقی قرار گرفته باشد.



$$\Phi = \oint E\cdot dA = \int_{\text{قاعده چپ}} E\,dA\cos\theta + \int_{\text{قاعده راست}} E\,dA\cos\theta + \int_{\text{جانبی}} E\,dA\cos\theta$$

$$\Phi = \int -E\,dA + \int E\,dA + 0 \Rightarrow \Phi = 0$$

eg: اگر میدان غیر یکنواختی به فرم $E=3x\hat{i}+4\hat{j}$ بر روی مکعبی به شکل زیر اثر کند شار الکتریکی گذرنده از جهت راست، چپ و بالای چقدر است؟



$$\Phi = \oint E\cdot d_A$$

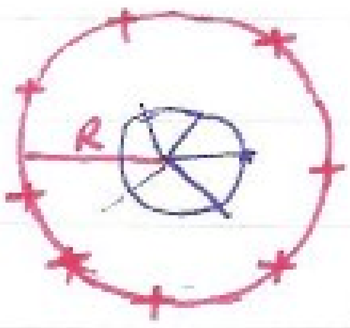
$$\int_{\text{چپ}} E\cdot d_A = \int (3x\hat{i}+4\hat{j})(-d_A\,\hat{i}) = \int_0^2\!\!\int_0^2 -3x\,dz\,dy = -3xyz = \cancel{36}\ -12$$

$$\text{راست}\int E d_A = \int (3x\hat{i}+4\hat{j})\,d_A\,\hat{i} = \int_0^2\!\!\int_0^2 3x\,dy\,dz = 36$$

$$\text{بالا}\int E d_A = \int (3x\hat{i}+4\hat{j})\,d_A\,\hat{j} = \int_0^2\!\!\int_1^3 4\,d_A = \int_0^2\!\!\int_1^3 4\,dx\,dz = 16$$

کاربرد قانون گوس در سطوح بسته کروی:

eg: پوسته‌ای نارسانا به شعاع R را با چگالی بار حجمی ثابت ρ باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در داخل و خارج این پوسته را بدست آورید.



$$\Phi = E\cdot d_A = q/\varepsilon$$

$$(E_r\hat{r}+E_\phi\hat{\phi}+E_\theta\hat{\theta})\cdot d_A\,\hat{r} = E_r d_A$$

$$\Rightarrow \int E_r d_A = \int E_r r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi = q/\varepsilon$$

درون $r<R$

$E_r(4\pi r^2) = \dfrac{q}{\varepsilon}$ = 0 بار درون سطح گوسی $\Rightarrow E_r = 0$

دست راست سطح گوسی قرار می‌دهیم که بارهای موجود را بیابیم.

بیرون $r>R$

بیرون $(4\pi r^2)E_r = \dfrac{q_{\text{پوسته}}}{\varepsilon} \Rightarrow E_r = \dfrac{q_{\text{پوسته}}}{4\pi r^2\varepsilon}$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$$

هم‌ارزی قانون کولن و گوس:

$$\oint E_r\cdot d_A = q/\varepsilon \Rightarrow (4\pi r^2)E_r = \frac{q_{\text{نقطه‌ای}}}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{q}{\varepsilon 4\pi r^2} = \frac{kq}{r^2}$$

راستای میدان

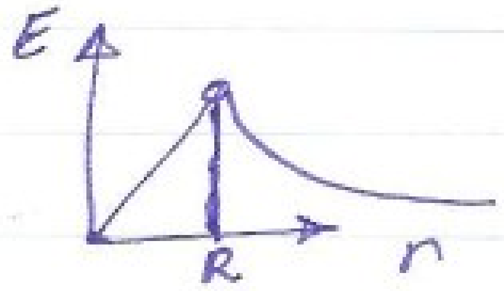
eg: فرض کنید کره‌ای توپر و نارسانا را با چگالی بار حجمی ثابت باردار کرده‌ایم میدان الکتریکی در نواحی $R<r$ و $R>r$ را بیابید.

(چگالی یکنواخت باردار کرده‌ایم) $= \rho = cte$

$$\oint E_r \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \xrightarrow{\text{بار درون سطح گوسی}} \quad \Rightarrow \quad E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\varepsilon} \qquad r<R$$

$$\rho = \frac{q_T}{V_T} = \frac{q_{\text{جزئی}}}{V_{\text{جزئی}}} \Rightarrow \frac{q_T}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow q' = \left(\frac{r}{R}\right)^3 q_T$$

$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{\left(\frac{r}{R}\right)^3 q_T}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q_T\, r}{4\pi R^2 \varepsilon}$$



$$R<r \qquad E(4\pi r^2) = \frac{q_T}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi \varepsilon r^2}$$

eg: فرض کنید کره‌ای توپر را به شعاع R و به طور غیر یکنواخت با چگالی $\rho = \frac{A}{r}$ که $A = cte$ باردار کرده‌ایم میدان الکتریکی در نواحی داخل و بیرون را بیابید.

$$q_T \neq \rho v$$

$$\frac{dq}{dv} = \rho \qquad \Sigma dq = \Sigma \rho dv$$

$$\int dq = \int \rho dv \quad , \rho = cte$$

$$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \rightarrow \text{بار درون} \qquad q_T = \int_{\text{حجم کل}} \rho dv \Rightarrow q' = \int_{\text{حجم جزئی}} \rho dv$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\varepsilon} \Rightarrow q' = \int \rho dv = \int \frac{A}{r} r^2 \underbrace{\sin\theta d\theta}_{2} \underbrace{d\varphi}_{2\pi} dr = \int_0^r 4\pi A r dr = \frac{4\pi A r^2}{2} = 2\pi A r^2$$

$$\Rightarrow q' = 2\pi A r^2$$

$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{2\pi A r^2}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{A}{2\varepsilon}$$

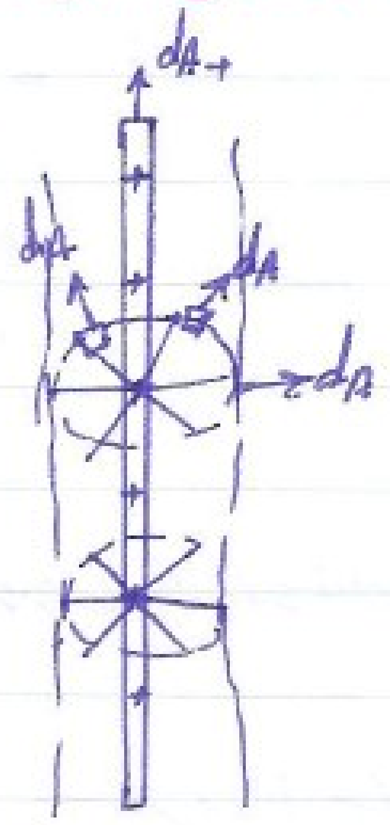
$$E(4\pi r^2)=\frac{q_T}{\varepsilon} \qquad q_T=\int \rho\, dv=\int_0^{R} \frac{A}{r}\, r^2 \underbrace{\sin\theta\, d\theta}_{2}\, \underbrace{d\varphi}_{2\pi}\, dr = \frac{4\pi A R^2}{2}$$

$$\Rightarrow E(4\pi r^2)=\frac{4A\pi R^2}{2\varepsilon} \Rightarrow E=\frac{AR^2}{2r^2\varepsilon}=\frac{A}{2\varepsilon}\left(\frac{R}{r}\right)^2$$

تمرین

eg: پوسته‌ای نارسانا فرض کنید کروی به شکل پوسته‌ای نارسانا به شعاع خارجی c و شعاع داخلی b با چگالی حجمی یکنواخت $\rho = Ar^2$ کره‌ای رسانا به شعاع a را احاطه کرده است. میدان الکتریکی در نواحی $r<a$ ، $a<r<b$ ، $b<r<c$ ، $r>c$. فرض کنید بار روی کره‌ی رسانا Q باشد.

eg: میله‌ای با بار با چگالی بار خطی λ به طول ∞ در نظر بگیرید میدان الکتریکی در فاصله‌ی r از محور میله را بدست آورید.



$$\oint E\, dA=\frac{q}{\varepsilon}$$

$$\int E_r\, dA=\frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E\int dA=E\int r\, d\varphi\, dz=2\pi r l E=\frac{q}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E=\frac{q_T}{2\pi r l \varepsilon}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$$

چگالی الکتریکی:

خلاصه: $E=$ { در یک نقطه / بردار تجزیه: $E=\int \frac{k\,dq}{r^2}$ ؛ در یک ناحیه: $\oint E\, dA=\frac{q}{\varepsilon}$ }

استوانه $E(2\pi r l)$

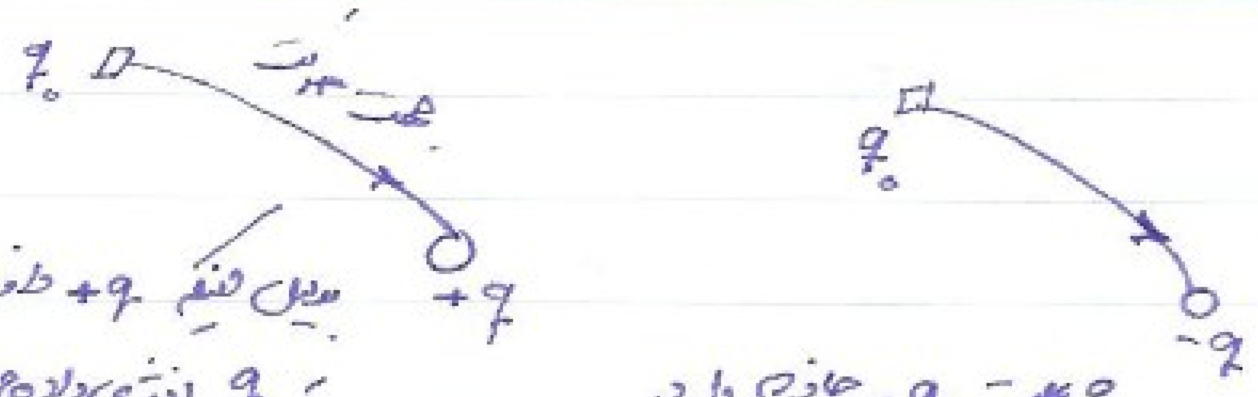
کره $E(4\pi r^2)$

در ناحیه‌ای از جرم که بار q ... مقدار ... باید ... باشد E_{en} ...

سطح گوسی q : $=cte \Rightarrow \frac{q_T}{v_T}=\frac{q'}{v'}$

$\neq cte$ $\quad q'=\int \rho\, dv$ — کره: $4\pi r^2 dr$ ؛ استوانه: $2\pi r l\, dr$

پتانسیل الکتریکی:



بدلیل اینکه $+q$ دافعه دارد
به q_0 انرژی داده می شود.
$U>0$
اندازه پتانسیل + بار $|+q_0|$

به سمت $-q$ جاذبه دارد
q_0 انرژی از دست می دهد
$U<0$
اندازه پتانسیل - بار $|-q_0|$

پتانسیل الکتریکی: میزان انرژی پتانسیل الکتریکی واحد بار آزمون است. $V=\frac{|U|}{q_0}=\frac{|W|}{q_0}$

میزان کاری که انجام می شود تا بار q_0 به سمت q جابجا شود.

$$\Rightarrow \left|\frac{W}{q_0}\right| = \frac{\vec{F}\cdot\vec{\Delta x}}{q_0} \Rightarrow W=\int \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int \frac{kqq_0}{r^2}\hat{r}\, dr\,\hat{r} = \frac{-kqq_0}{r}$$

$$\Rightarrow W=\frac{-kqq_0}{r} \Rightarrow W=-U \Rightarrow U=\frac{kqq_0}{r}$$

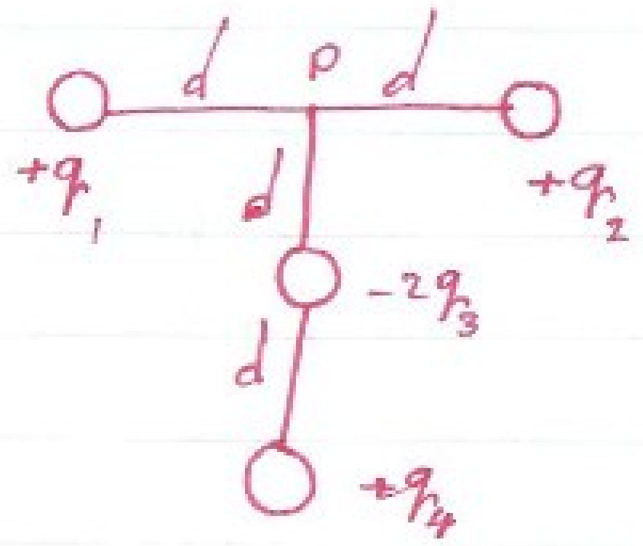
$$\Rightarrow V=\frac{U}{q_0}=\frac{kq}{r}$$

* علامت بار در فرمول قرار داده می شود.

* از آنجا که U اسکالر و q نیز اسکالر است پس V نیز کمیتی اسکالر خواهد بود. پس برای اینکه جهت برایش تعیین کنیم. ولی در میدان E علامت بار را قرار نمی دهیم چون E کمیتی برداری است *.

پتانسیل الکتریکی برای بارهای نقطه ای:

eg: با توجه به شکل پتانسیل الکتریکی در نقطه ی P را بیابید.



$$V_1=\frac{kq_1}{r}=\frac{kq}{d} \qquad V_3=\frac{-2kq}{d}$$

$$V_2=\frac{kq}{d} \qquad V_4=\frac{kq}{2d}$$

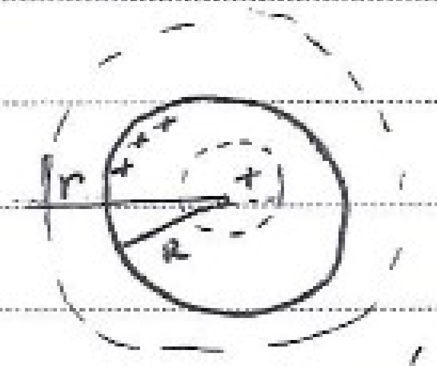
$$\Rightarrow V_T=\sum V_i \Rightarrow V_T=\frac{kq}{2d} \qquad J/C = V$$

$$J/C = V = \frac{N.m}{C} \Rightarrow V=E.d$$

$$J = U = q.V \Rightarrow J = 1eV \Rightarrow 1eV = 1.6\times10^{-19}\times 1V \Rightarrow J/e=1$$

$J \quad C \quad V$
$1e$

Ex: فرض کنید کره‌ای به شعاع R به طور غیر یکنواخت با چگالی $\rho = Ar^2$ باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در درون و بیرون این کره را بیابید.



$r<R \qquad \rho = \frac{dq}{dv} \Rightarrow dq = \rho dv \Rightarrow q = \int \rho dv$

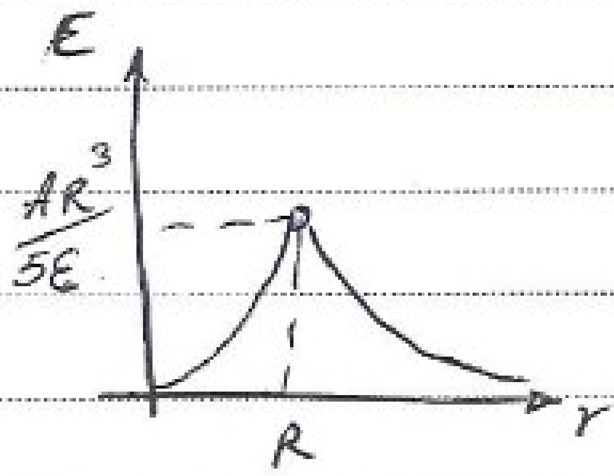
$\Rightarrow q' = \int \rho dv$ (حجم گوسی) $\qquad q_T = \int \rho dv$ (حجم کل)

$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\varepsilon} = \frac{\frac{4}{5}\pi A r^5}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{Ar^3}{5\varepsilon}$

در برابر $\Longrightarrow q' = \int \rho dv = \int Ar^2 r^2 \underbrace{\sin\theta d\theta}_{2} \underbrace{d\varphi}_{2\pi} dr = A\int_0^r 4\pi r^4 dr = 4A\pi r^5/5$

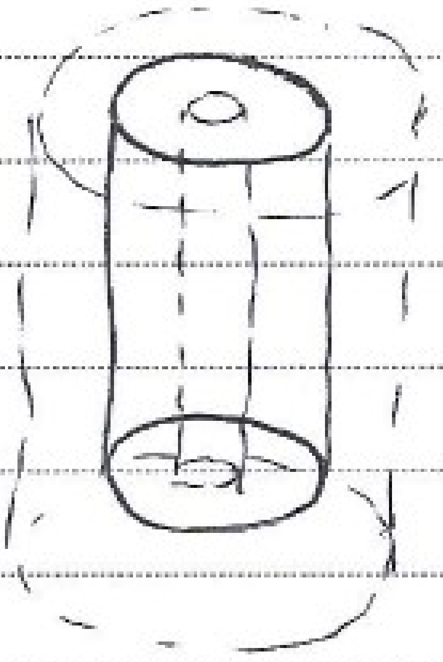
$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \qquad q_T = \int \rho dv = \int_0^R Ar^2 r^2 \sin\theta d\theta d\varphi dr = A4\pi R^5/5$

$E(4\pi r^2) = \frac{q_T}{\varepsilon} = \frac{A4\pi R^5}{5\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{AR^5}{5r^2\varepsilon}$



Ex: استوانه‌ای به شعاع R را به طور یکنواخت باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در درون و بیرون این کره را بیابید.

$\rho = cte \Rightarrow \frac{q_T}{v_T} = \frac{q'}{v'} \qquad \rho \neq cte \Rightarrow q_T = \int \rho dv$ (کل) $\qquad q' = \int \rho dv$ (حجم گوسی)



$r<R$

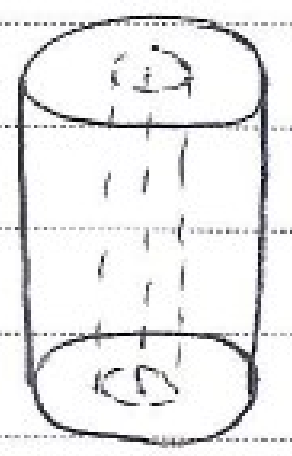
$cte = \rho = \frac{q_T}{v_T} = \frac{q'}{v'} \Rightarrow \frac{q_T}{R^2} = \frac{q'}{r^2} \Rightarrow q' = \left(\frac{r}{R}\right)^2 q_T$

$\Rightarrow E(2\pi r l) = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{r q_T}{2\pi R^2 \varepsilon l}$

$r>R \qquad E = \frac{q_T}{2\pi\varepsilon r l}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

EX: فرض کنید استوانه‌ای توپر و نارسانا به طور غیر یکنواخت با چگالی $\rho = A/r$ باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در نواحی بیرون و درون را بیابید.



$r<R$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = q'/\varepsilon$$

$$\Rightarrow E(2\pi r l) = q'/\varepsilon \qquad \Rightarrow E = A/\varepsilon$$

$$q' = \int \rho\, dv = \int_0^r \frac{A}{r}\, 2\pi r l\, dr = 2\pi A l r$$

$v = \pi r^2 h$

$dv = 2\pi r h dr$

$$r>R \quad q_T = \int \rho\, dv = \int_0^R \frac{A}{r}\, 2\pi r l\, dr = 2\pi A l R \quad \rightarrow E = \frac{AR}{\varepsilon r}$$

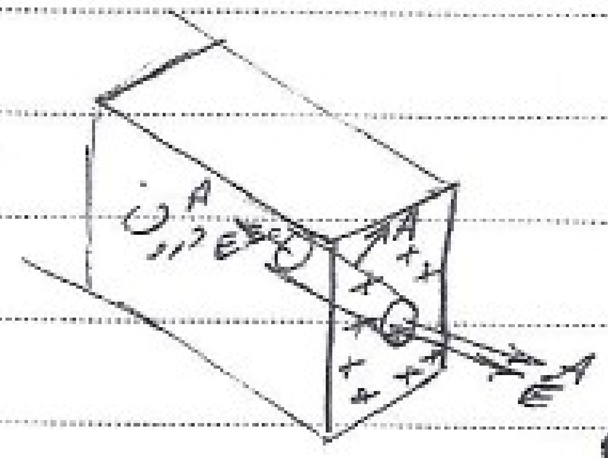
میدان الکتریکی در رسانا:

رساناهای منزوی:

بار در سطح خارجی پراکنده می‌شود چون جهت الکترون آزاد در رسانا هستند (بین هیچ عامل تولید کننده

الکترون شارژ

میدان الکتریکی درون نداریم ⇐ $E=0$



$$\oint E\cdot dA = q/\varepsilon$$

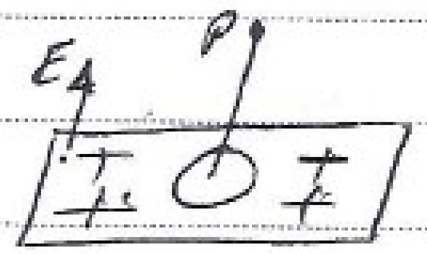
$$\int E\, dA \cos\theta + \int E\, dA \cos\theta + \int E\, dA \cos\theta = q'/\varepsilon$$

$$\rightarrow E = \frac{q}{A\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{\sigma A}{A\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

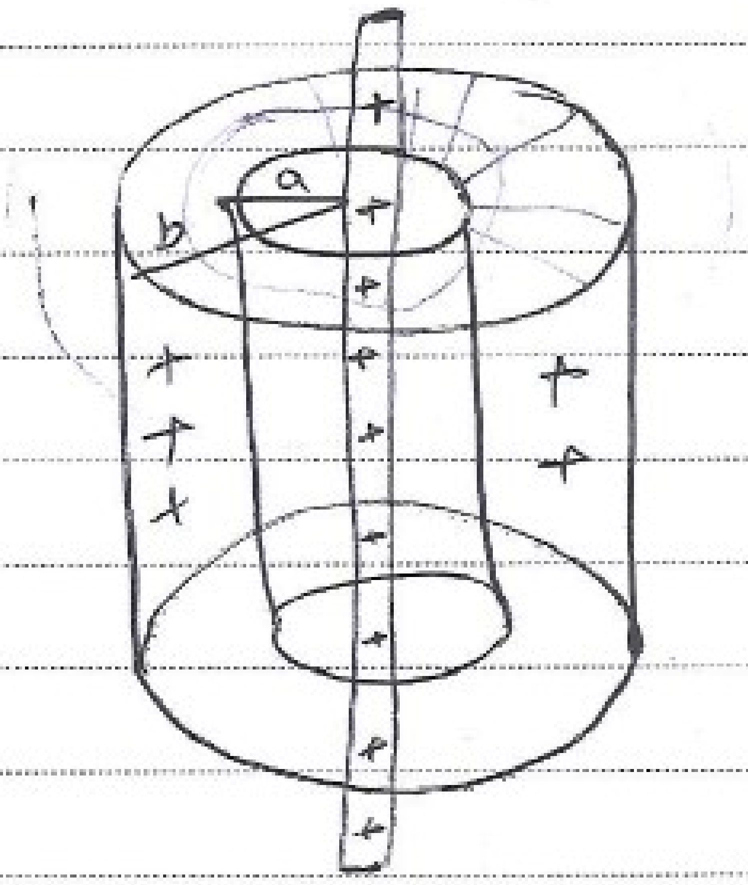
در نارساناها $\Rightarrow 2EA = q/\varepsilon \Rightarrow E = \frac{\sigma A}{2\varepsilon A} = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$

36: E صفحه $-$ E فرض $=$ E حاشیه

هادی



EX: فرض کنید استوانه‌ای با شعاع خارجی b و داخلی a را باردار کرده (با چگالی یکنواخت) و میله‌ای باردار با چگالی بار خطی λ روی محور میله قرار دادیم. میدان را در $r<a$ ، $a<r<b$ ، $r>b$



14 – 15 – 16 – 22 – 27 – 31 – 32 – 36 – 38 – 43 – 49 – 50 – 51 – 55 –
69 – 74 – 77 – 81

eg: در یک درخش اختلاف پتانسیل بین ابر و زمین $10^9 V$ است و مقدار بار منتقل شده در حدود 30 کولن می باشد مقدار کاهش انرژی مربوط به این بار منتقل شده چند الکترون ولت است. اگر تمام این انرژی صرف شتاب دادن به اتومبیل ساکنی به جرم 1000kg شود سرعت نهایی اتومبیل را بیابید.

$U = q \cdot V \Rightarrow U = 30 \times 10^9 = 3 \times 10^{10} J$

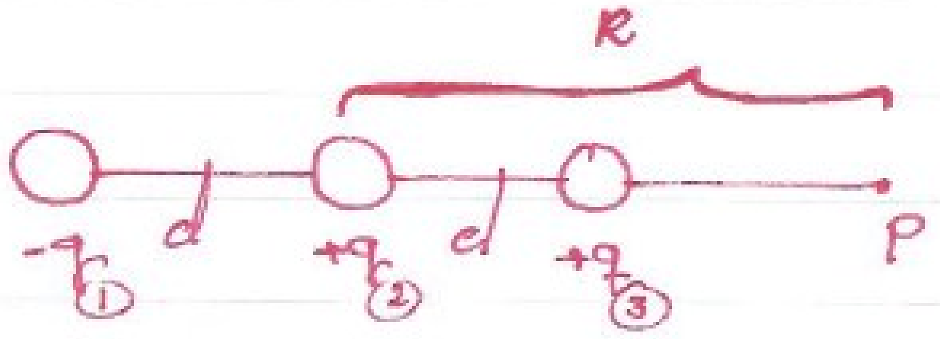
$1eV \quad 1.6 \times 10^{-19} J$

$x \quad 3 \times 10^{10} J \Rightarrow x = 2 \times 10^{30} eV$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = K = U \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \cancel{\frac{1}{2} m v_0^2} = K \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1000 \times v^2 = 3 \times 10^{30}$

$\Rightarrow v^2 = 6 \times 10^{37}$

eg: پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ی P به فاصله‌ی R از انتهای دوقطبی بدست آورید، فرض کنید یک بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر در انتهای دوقطبی به فاصله‌ی d قرار گرفته باشد در این حالت پتانسیل را برای R>>d بدست آوریم؟



$V_1 = \frac{-kq}{R+d}$

$V_2 = \frac{kq}{r}$

$V_3 = \frac{kq}{R-d}$

$V_T = \sum V_i = \frac{kq}{R-d} + \frac{kq}{R} - \frac{kq}{R+d} = \frac{kq}{R}\left(\frac{1}{1-\frac{d}{R}} + 1 - \frac{1}{1+\frac{d}{R}}\right)$

$= \frac{kq}{R}\left((1-\frac{d}{R})^{-1} + 1 - (1+\frac{d}{R})^{-1}\right) = \frac{kq}{R}\left(1+\frac{d}{R} + 1 - (1-\frac{d}{R})\right)$

$= \frac{kq}{R}\left(1 + \frac{2d}{R}\right) = \frac{2kqd}{R^2} + \frac{kq}{R} = \frac{2pk}{R^2} + \frac{kq}{R}$

گشتاور دوقطبی

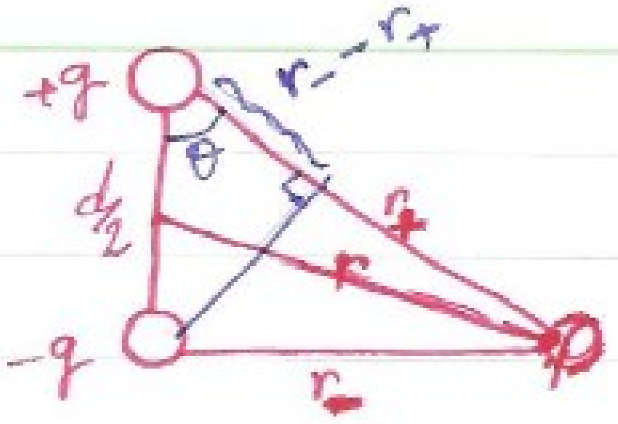
پتانسیل دوقطبی

بار نقطه

بردار بردار

$\Rightarrow V_{\text{دوقطبی}} = \frac{2kp\,r}{r^2\,r} = \frac{2kp\vec{r}}{r^3} = \frac{2k\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3} \rightarrow$ فاصله

میدان E دوقطبی



۹۹: پتانسیل الکتریکی ناشی از دو قطبی الکتریکی در نقطه‌ی P به فاصله r از مرکز دو قطبی بدست آورید. فرض کنید فاصله‌ی میان دو بار الکتریکی d بوده و مسأله را برای $r \gg d$ حل کنید.

(نقطه‌ی P دلخواه)

$$V_+ = \frac{kq_+}{r_+} \quad , \quad V_- = \frac{kq_-}{r_-}$$

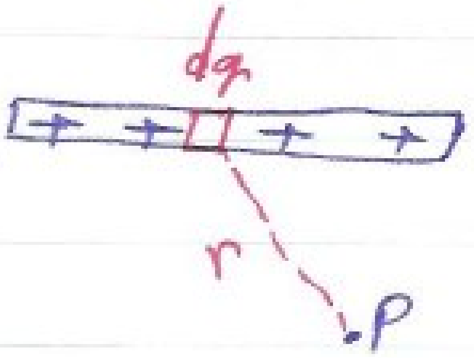
$$V_T = \frac{kq_+}{r_+} + \frac{kq_-}{r_-} = \frac{kq}{r_+} - \frac{kq}{r_-} = kq\left(\frac{r_- - r_+}{r_- r_+}\right)$$

$$\Rightarrow r \gg d \Rightarrow r_+ r_- \simeq r^2 \quad , \quad r_- - r_+ = d\cos\theta$$

$$\Rightarrow V_T = \frac{kqd\cos\theta}{r^2} = \frac{kp\cos\theta}{r^2} = \frac{kpr\cos\theta}{r^3} = \frac{k\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$$

اصل برهم نهی: یعنی مجموع پتانسیل‌ها ناشی از بارهای الکتریکی نقطه‌ای، پتانسیل الکتریکی کل جسم صلب را بدست می‌دهد.

* محاسبه‌ی پتانسیل در توزیع پیوسته‌ی بار:



$$dV = k\frac{dq}{r} \Rightarrow \sum dV = \sum k\frac{dq}{r}$$

$$\Rightarrow \int dV = \int \frac{k\,dq}{r}$$

19

فیزیک سال 1391:

نیروی الکتریکی: $F=\frac{kq_1q_2}{r^2}$

میدان الکتریکی: قانون کولن: $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{kq_1}{r^2}\hat{r}$

$$E=\int k\frac{dq}{r^2}\begin{cases}\sin\theta\\ \cos\theta\end{cases}\qquad dq:\ \lambda dx,\ \lambda R d\theta;\quad \sigma dA,\ \sigma r' dr' d\theta$$

پتانسیل: $\int\frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{q}=\frac{W}{q}=V=\frac{U}{q}$

بار نقطه‌ای:

$$\Rightarrow V=\frac{kq}{r}\qquad \Rightarrow V=\frac{U}{q_0}=\int\frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{q_0}=\frac{\int\frac{kqq_0}{r^2}d\vec{r}\,\hat{r}}{q_0}=\int\frac{kq}{r^2}dr=\frac{kq}{r}$$

یک منفی هم دارد.

پتانسیل در محیط پیوسته با استفاده از میدان الکتریکی:

$$V=\frac{\int\vec{F}\cdot d\vec{r}}{q_0}=\frac{q_0\int\vec{E}\cdot d\vec{r}}{q_0}=\int\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$V=\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{\infty}^{r}\vec{E}\cdot d\vec{r}=-\int_{r}^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

پتانسیل در ناحیه

$+q$ $\quad q_0 \quad q_0\quad V_\infty=0,\ r=\infty \Big\}\ V_\infty=0$

مبدا پتانسیل صفحات جایی است که پتانسیل صفر می‌شود.

$r_2 \leftrightarrow r_1$

$V_{r_2}-V_{r_1}$

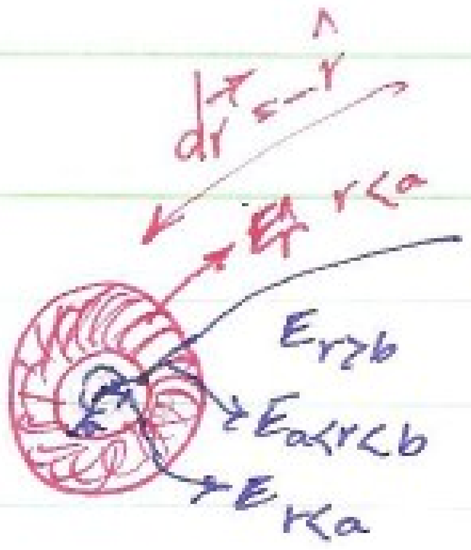
$\Rightarrow V_{r_2}-\underset{0}{V_\infty}=V_{r_2}$

مثال: یک پوسته کروی نارسانا به شعاع داخلی a و خارجی b به طور غیریکنواخت با چگالی $\rho=A/r^2$ باردار کردیم. پتانسیل الکتریکی در نواحی $r<a$ ، $a<r<b$ ، $r>b$ را بیابید.

$$r<a\Rightarrow \oint E\cdot dA=\frac{q_{in}}{\varepsilon}\Rightarrow E(4\pi r^2)=\frac{0}{\varepsilon}=0$$

$$a<r<b\Rightarrow \oint E\cdot dA=\frac{q_{in}}{\varepsilon}=\frac{\int_a^r\rho\,dv}{\varepsilon}=\frac{\int_a^r \frac{A}{r^2}4\pi r^2dr}{\varepsilon}\Rightarrow \frac{A(r-a)}{\varepsilon r^2}=E$$

$$r>b\Rightarrow E=\frac{A(b-a)}{\varepsilon r^2}$$



$$V = -\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_r^\infty E\,dr\cos 180 = \int_r^\infty E\,dr$$

$$V_{r<a} = \int_b^\infty \underset{r>b}{E\cdot dr} + \int_a^b \underset{a<r<b}{E\cdot dr} + \int_r^a \underset{r<a}{E\,dr}$$

$$V_{r<a} = \int_b^\infty \frac{A(b-a)}{\varepsilon r^2}\,dr + \int_a^b \frac{A(r-a)}{\varepsilon r^2} + 0 =$$

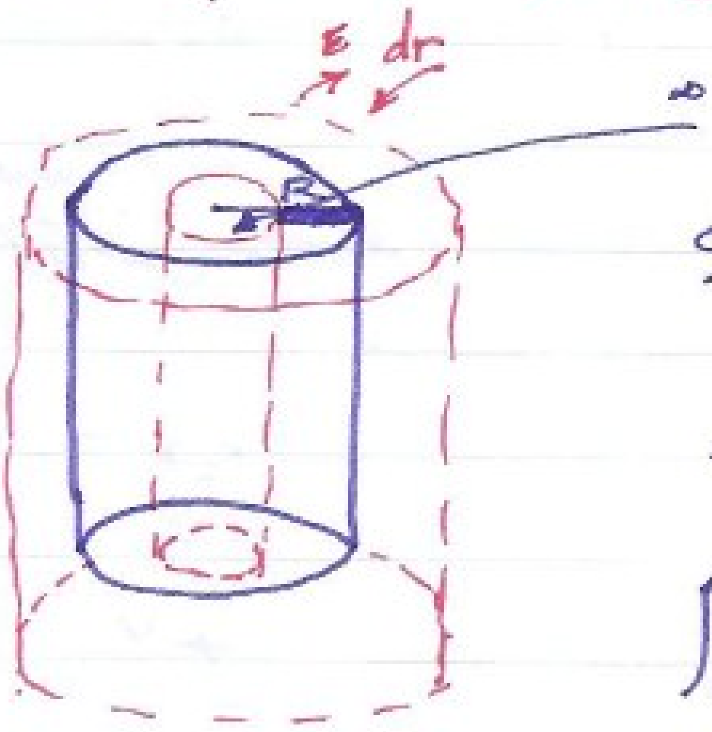
$$\frac{A(a-b)}{\varepsilon r}\Big|_b^\infty + \frac{A}{\varepsilon}\ln r\Big|_a^b + \frac{aA}{\varepsilon r}\Big|_a^b = \frac{A(b-a)}{\varepsilon b} + \frac{A}{\varepsilon}\ln b/a$$

$$+\frac{aA}{\varepsilon}\left(1/b - 1/a\right)$$

$$V_{a<r<b} = \int_b^\infty \underset{r>b}{E\cdot dr} + \int_r^b \underset{a<r<b}{E\,dr} = \frac{A(b-a)}{\varepsilon b} + \frac{A}{\varepsilon}\ln\frac{b}{r} + \frac{aA}{\varepsilon}\left(1/b - 1/r\right)$$

$$V_{r>b} = \int_r^\infty \underset{\text{بیرون}}{E\,dr} = \frac{A(b-a)}{\varepsilon r}$$

ق: استوانه‌ای توپر و نارسانا با چگالی یکنواخت بار ρ داده شده اگر شعاع مقطع استوانه R باشد پتانسیل در نواحی درون و بیرون استوانه را بدست آورید.



$$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \rightarrow E\cdot 2\pi r l = \frac{q_{in}}{\varepsilon} = \frac{\int_0^r \rho\,dv}{\varepsilon}$$

$$\rightarrow E\cdot 2\pi r l = \frac{\rho\pi r^2 l}{\varepsilon} \rightarrow E_{r<R} = \frac{\rho r}{2\varepsilon}$$ ناحیه درون

$$\int_0^R \rho\,dv = \rho\pi R^2 l/\varepsilon = E\,2\pi r l \rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2r\varepsilon}$$

$$V = -\int_r^\infty E\cdot dr\cos 180 = \int_r^\infty E\,dr = \int_R^\infty \underset{\text{بیرون}}{E\,dr} + \int_r^R \underset{\text{درون}}{E\cdot dr}$$

$$V = \int_R^\infty \frac{\rho R^2}{2r\varepsilon}\cdot dr + \int_r^R \frac{\rho r}{2\varepsilon}\,dr = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon}\ln r\Big|_R^\infty + \frac{\rho r^2}{4\varepsilon}\Big|_r^R = \frac{-\rho R^2}{2R\varepsilon} + \frac{\rho(R^2-r^2)}{4\varepsilon}$$

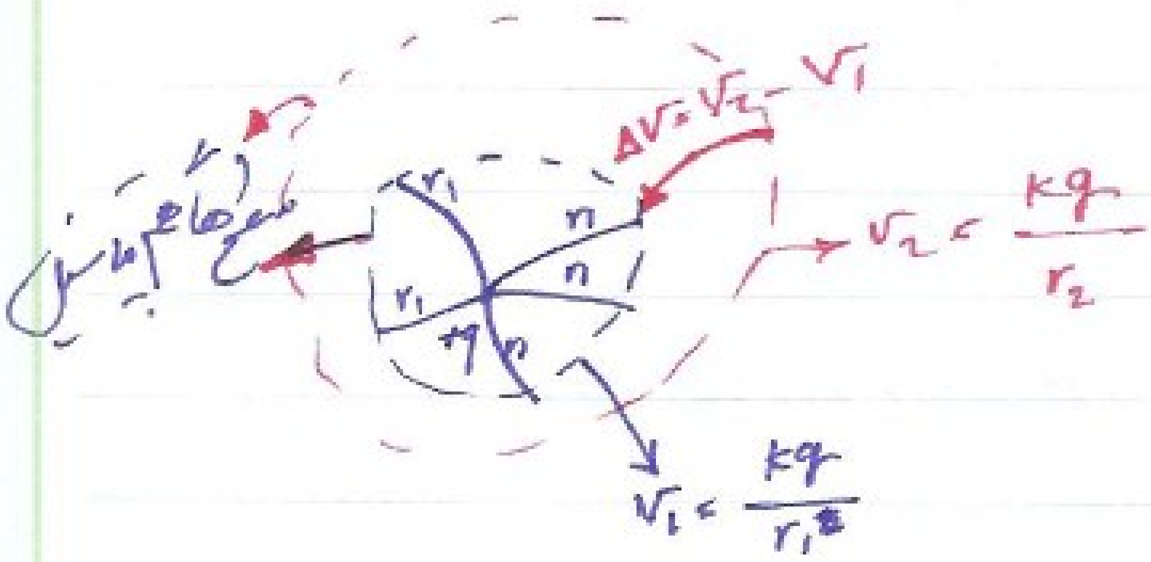
محاسبه میدان الکتریکی از طریق پتانسیل الکتریکی :

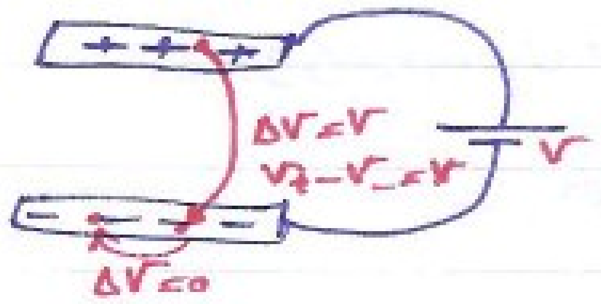
$$\frac{d}{dr}\left(V=-\int_r^{\infty}\vec{E}\,d\vec{r}\right) \Rightarrow \frac{dV}{dr}=E_{\hat r}$$

$$\frac{dV}{dx}=-E_{\hat x}\ ,\quad \frac{dV}{dy}=-E_{\hat y}\ ,\quad \frac{dV}{dz}=-E_{\hat z}$$

$$\vec{\nabla}V=-E_x\,\hat i+(-E_y)\,\hat j-E_z\,\hat k$$

سطح هم پتانسیل :





انرژی پتانسیل الکتریکی :

$$W=\int \vec{F}\cdot d\vec{r}=\int \frac{kq_1q_2}{r^2}\,\hat r\,dr\,\hat r$$

میدان الکتریکی

$$W=\frac{-kq_1q_2}{r}$$

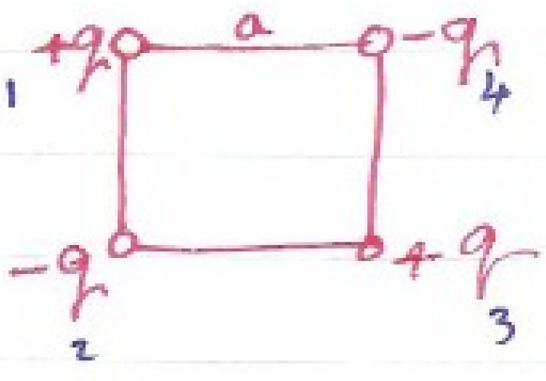
q_1 و q_2 قرار دهیم

$$-W=U=\frac{kq_1q_2}{r}=qV \Rightarrow V=\frac{U}{q}$$

V_1

* علامت بار در فرمول میدان و نیرو قرار نمی دهیم.
* " " " پتانسیل و انرژی پتانسیل قرار می دهیم.

eg : انرژی پتانسیل لازم برای تشکیل قرار گرفتن 4 بار الکتریکی به شکل زیر را بیابید.



$$U=\frac{kq_1q_2}{r}+\frac{kq_1q_3}{r}+\frac{kq_1q_4}{r}+\frac{kq_2q_3}{r}+\frac{kq_3q_4}{r}+\frac{kq_2q_4}{r}=\frac{kq(-q)}{a}+\frac{k(-q)(q)}{a}+\frac{kq(-q)}{a}+\frac{k(-q)(-q)}{a\sqrt{2}}+\frac{kqq}{a\sqrt{2}}+\frac{kq(-q)}{a}=\frac{kq^2}{a}\left(-4+\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$$

$$U = \frac{1}{2}\sum_{ij} \frac{k q_i q_j}{r_{ij}} \Rightarrow U = \frac{1}{2} q \int \frac{k\,dq}{r}$$

V

برا حذف تکراری ها

فصل 20 :

-113 - 101 - 93 - 92 - 77 - 76 - 72 - 67 - 40 - 34 - 33 - 29 - 27 - 25 - 11 - 10

eg: ~~محاسبه پتانسیل الکتریکی~~

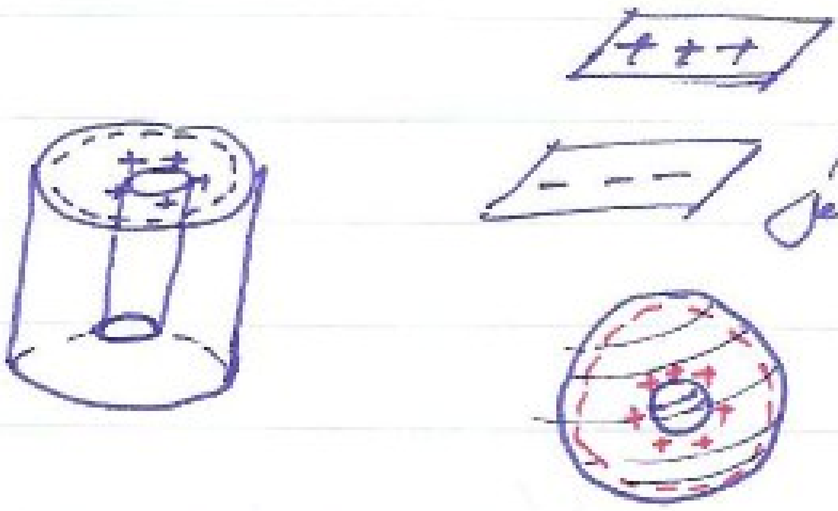
eg: فرض کنید پتانسیل الکتریکی سیستمی بفرم $V = 3xyz^2$ است. میدان الکتریکی در نقطه $(3\hat{i}, -2\hat{j}, 4\hat{k})$ را بدست آورید.

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$
$$\vec{E} = -3yz^2 \hat{i} - 3xz^2 \hat{j} - 6xy \hat{k}$$
$$= 96 \hat{i} - 144 \hat{j} + 144 \hat{k} \Rightarrow |E| = \sqrt{96^2 + (144)^2 + (144)^2}$$

فصل خازنها :

خازن: هر دو صفحه رسانای موازی تشکیل خازن می دهند.

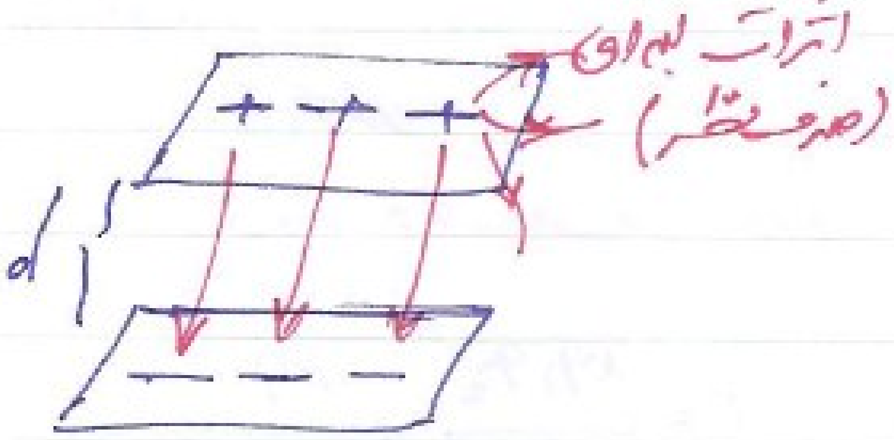
شکل صفحات



1. خازن تخت ۲. صفحه تخت
2. " استوانه ای ۲. صفحه استوانه شکل
3. " کروی ۲. " کروی

ظرفیت خازن: نسبت بار روی صفحات خازن به اختلاف پتانسیل دو سر خازن عددی ثابت است.

$$C = \frac{q}{V}, \quad q \rightarrow \oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon}, \quad V \rightarrow -\int E\,dr$$

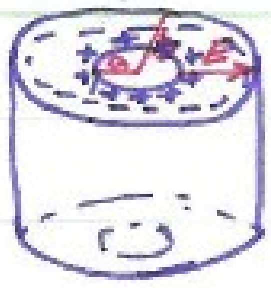


$$V = -\int E\cdot dr = E\cdot d$$
$$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow EA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow q = EA\varepsilon \Rightarrow C = q/V = \frac{EA\varepsilon}{Ed} = \frac{A\varepsilon}{d}$$

مساحت صفحه

فاصله بین صفحات

2. استوانه‌ای :



$C = q/V$

$V = -\int_a^b E\,dr = \int_a^b E\,dr$

علامت منفی (-) مثبت می‌شود.

$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E(2\pi r l) = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi r l \varepsilon_0}$

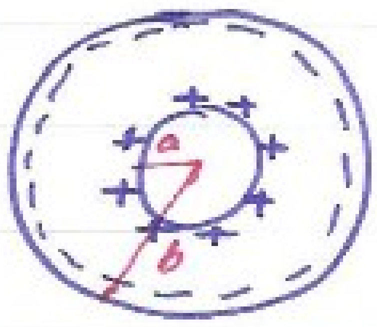
$\Rightarrow V = \int_a^b \frac{q}{2\pi r l \varepsilon_0}\,dr = \frac{q}{2\pi l \varepsilon}\, Ln\, r \Big|_a^b = \frac{q}{2\pi l \varepsilon} Ln\, b/a$

$\Rightarrow C = q/V = \frac{q}{\frac{q}{2\pi l \varepsilon} Ln \frac{b}{a}} = \frac{2\pi \varepsilon_0 l}{Ln \frac{b}{a}}$

طول

شعاع استوانه

3. کروی :



$C = q/V$

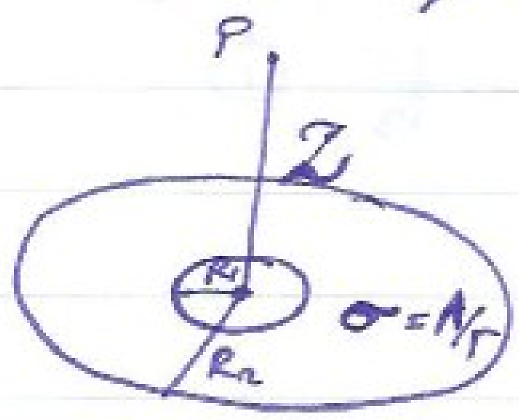
$V = -\int_a^b E\cdot dr = \int_a^b E\,dr$

$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$

$\Rightarrow V = \int_a^b \frac{q}{4\pi r^2 \varepsilon}\,dr = \frac{-q}{4\pi r \varepsilon}\Big|_a^b = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$

$\Rightarrow C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$

(1)



eg: پتانسیل الکتریکی در نقطه P بدست آورید.

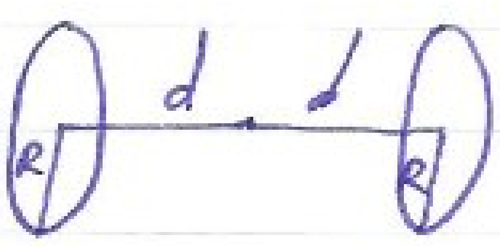
(2)

$Q_2 = -3/4\, Q_1$

eg: پتانسیل در نواحی $r<a$ ، $r>2a$ بدست آورید. (کره رسانا)

eg: پتانسیل در نقطه P بدست آورید.

دو حلقه باردار



حلقه با چگالی λ

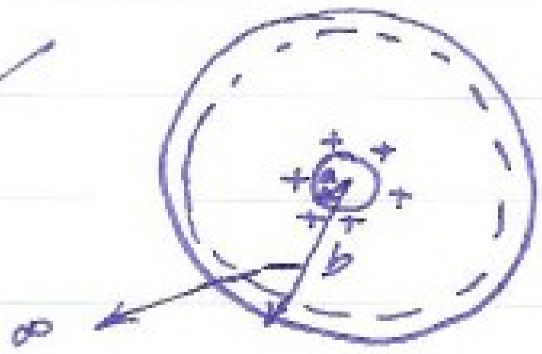
خازن در مدار:

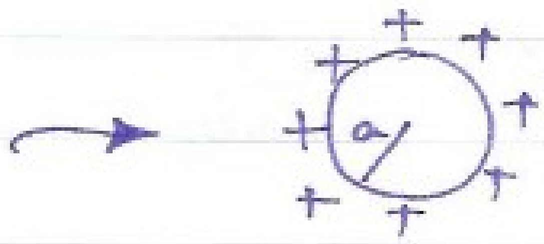
خلاصه: ۱. تخت: $C=\frac{A\varepsilon_0}{d}$

2. استوانه‌ای: $C=\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln b/a}$

3. کروی: $C=\frac{4\pi\varepsilon_0}{1/a-1/b}$

نکته:

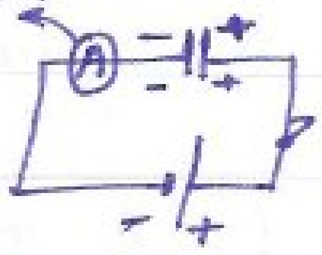




هر جسم رسانا منزوی حکم خازن کروی دارد.

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_0}{1/a}=4a\pi\varepsilon_0$$

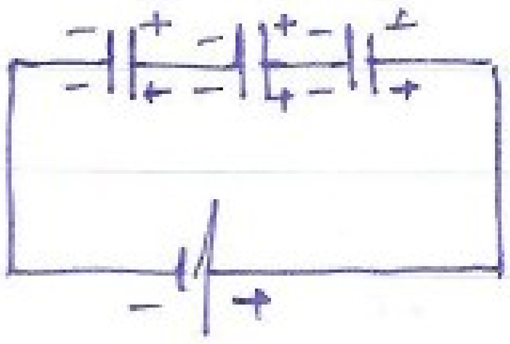
اگر خازن را شارژ کنیم → $C=q/V$



نحوه قرار گرفتن خازن‌ها در مدار:

۱. سری - متوالی
۲. موازی

۱. سری:



$$\Rightarrow q_T=q_1=q_2=q_3 \quad ①$$

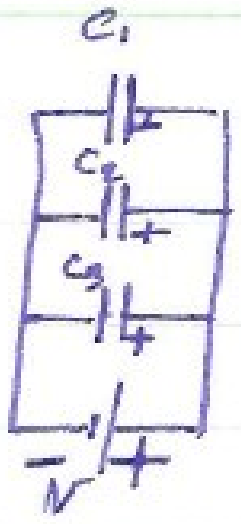
$$\Rightarrow V_T=V_1+V_2+V_3 \quad ②$$

$C=q/V \to V=q/C$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{C_1}+\frac{q_2}{C_2}+\frac{q_3}{C_3}=\frac{q_T}{C_T} \quad ③$$

$$\Rightarrow 1/C_1+1/C_2+1/C_3=1/C_T$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{N} 1/C_i=1/C_T$$



2. موازی :

$$q_T = q_1 + q_2 + q_3 \quad (1)$$

$$V_T = V_1 = V_2 = V_3 \quad (2)$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow q = CV \Rightarrow C_T V_T = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3 \quad (3)$$

$$\Rightarrow C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} C_i = C_T$$

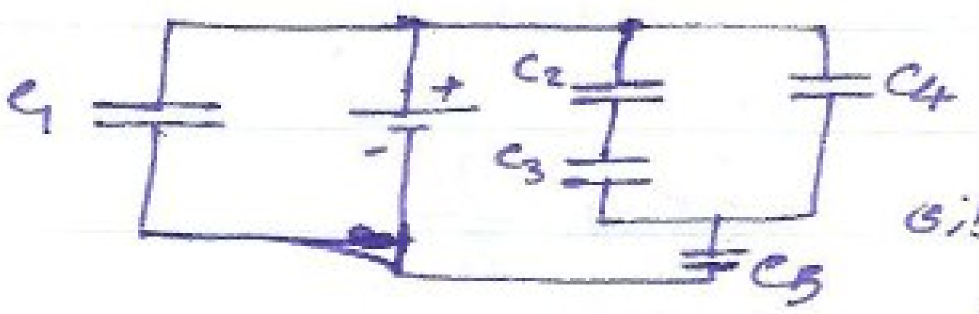
انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در خازنها :

$$\frac{U}{q} = V \Rightarrow U = qV$$

انرژی ذخیره شده در هر لحظه هنگام باردار شدن خازن $\Rightarrow dU = V\,dq \Rightarrow \int dU = \int_0^q V\,dq = \int_0^q \frac{q}{C}\,dq \Rightarrow U = \frac{q^2}{2C}$

$$\Rightarrow U = \frac{(CV)^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow{V = q/C} U = \frac{1}{2}q.V \text{ و } U = \frac{1}{2}CV^2$$

eg: اختلاف پتانسیل هر باتری 10V و ظرفیت هر خازن 10μF است. بار روی خازن (1) و (2) را بدست آورید.



سری $C_2, C_3 = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = 5$

موازی $C_{2,3}, C_4 = 15 = C'$

$$C_5, C' = \frac{15\times10}{15+10} = \frac{150}{25} = 6$$

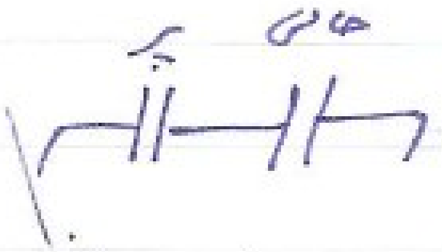
$$C_5, C', C_1 = 6 + 10 = 16$$

$C = \frac{q}{V} \Rightarrow q_T = 16\times10 = 160\mu C$, $V_1 = V_T = 10 \rightarrow q_1 = 10\times10 = 100$

$q' = 60\mu C = q_{2,3,4} = q_5$ $\quad V_{2,3,4} = \frac{60}{15} = \frac{q_{234}}{C_{234}} = 4 = V_4 = V_{2,3}$

$q_{2,3} = V_{2,3}\times C_{2,3} = 4\times5 = 20 = q_2 = q_3$

eg: خازن $C_1=3.55\mu F$ را با استفاده از یک باتری $6.3V$ تا اختلاف پتانسیل $V_0=6.3V$ باردار کرده ایم سپس باتری را برداشته و خازن را با خازن بی باری با ظرفیت $C_2=8.95\mu F$ را به آن وصل کرده و کلید را می بندیم. بار میان خازن ها جاری می شود تا اختلاف پتانسیل دو سر خازن ها یکسان و برابر V می شود. $V=?$



پر: $q_1=C_1V_1=C_1V_0=3.55\times6.3=18.165\mu C$

خالی: $q_2=0$ $\quad q_T=q_1+q_2=18.165\mu C$

$q_{T\,\text{قبل}}=q_{T\,\text{جدید}} \Rightarrow q_{T\,\text{قبل}}^{\text{کل}}=18.165=q_{1\,\text{جدید}}+q_{2\,\text{جدید}}$

$=C_1V+C_2V$

$=(C_1+C_2)V$

$18.165=(3.55+8.95)V$

$\Rightarrow V=3.25V$

طبق قانون پایستگی بار: مجموع بار خازن ها قبل و بعد از اتصال ثابت است. اختلاف پتانسیل دو سر خازن ها یکسان می شود [illegible]

q_{cte} $\quad q_1'+q_2'=q_1+q_2$

$u=\frac{U}{V}$ حجم

چگالی انرژی پتانسیل در خازن:

$u=\frac{q^2}{2CV}=\frac{q^2}{2\varepsilon_0\frac{A}{d}\cdot Ad}=\frac{E^2A^2\varepsilon_0^2}{2\varepsilon_0A^2}=\frac12\varepsilon E^2$

میدان الکتریکی بین دو صفحه ثابت است. مقدار

$q \Rightarrow \oint E\cdot dA=\frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow EA\varepsilon_0=q$

eg: یک کره ی فلزی منزوی به شعاع $R=6.55cm$ دارای بار $q=1.25nC$ می باشد. چگالی انرژی در سطح کره چقدر است؟

$u=\frac12\varepsilon E^2$

$\oint E\cdot dA=\frac{q}{\varepsilon}$

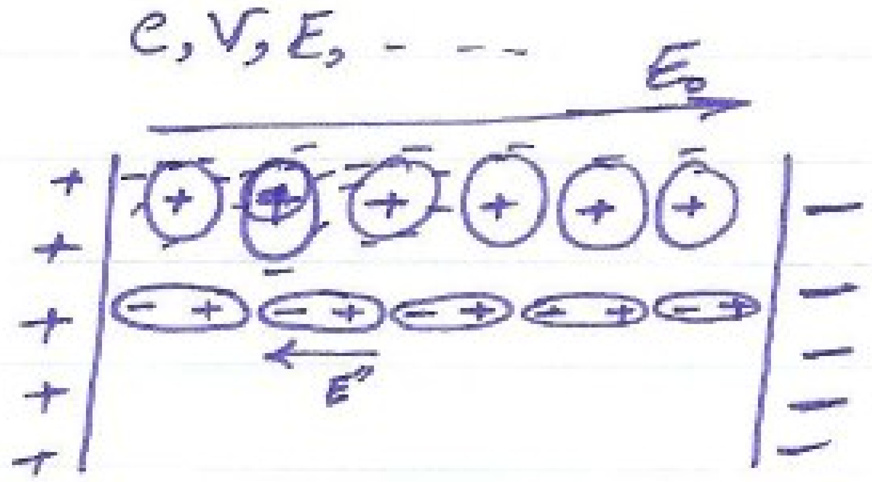
$E(4\pi r^2)=\frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E=\frac{q}{4\pi R^2\varepsilon}$

$\Rightarrow u=\frac12\varepsilon_0\frac{q^2}{(4\pi R^2\varepsilon)^2}=25.4\times10^{-5}\,J/m^3$

انرژی حجم: $U=\int u\,dv=\int_0^R u(4\pi r^2)dr$

خازن با دی الکتریک :
نارسانا

$C, V, E, \ldots$



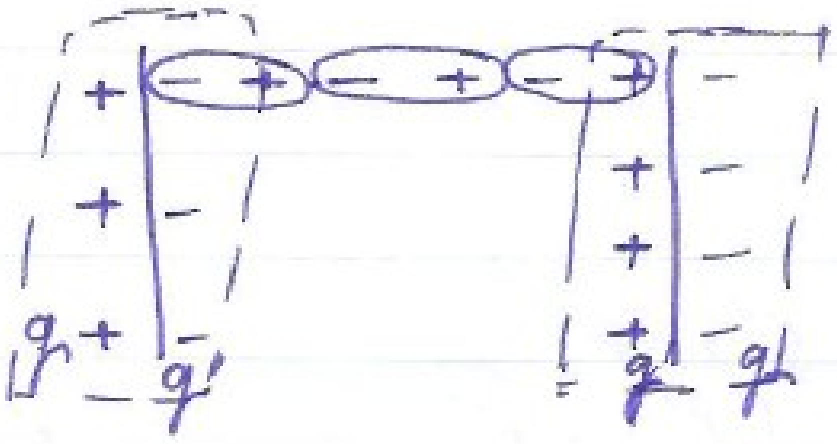
$E_0 - E'' = E' \rightarrow \downarrow E' = \frac{E_0}{K}$ ثابت دی الکتریک

با هم برابر) افزایش $C\uparrow \leftarrow C = \frac{q}{V\downarrow}$ کاهش $\leftarrow V\downarrow$ کاهش $\downarrow E = \downarrow V/d \leftarrow (E = \downarrow)$

$$C_{\text{جدید}} = \frac{q}{V} = \frac{q}{E'd} = \frac{q}{\frac{E_0}{k} d} = \frac{kq}{E_0 d} = k \frac{q_{\text{قدیم}}}{V_{\text{قدیم}}} = k C_{\text{قدیم}}$$

$$\Rightarrow C_{\text{جدید}} = k C_{\text{قدیم}}$$

$C = \frac{\varepsilon A}{d} \rightarrow C' = \frac{k\varepsilon A}{d}$ ثابت ضریب گذردهی الکتریکی در دی الکتریک



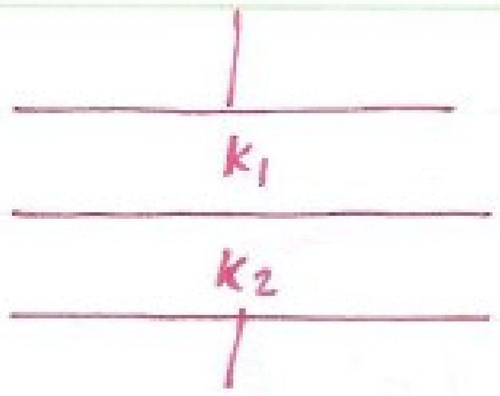
$q' = ?$ محاسبه بار القایی روی صفحات داخلی خازن با دی الکتریک $\rightarrow \oint E\, dA = \frac{q}{\varepsilon} \rightarrow$ میدان خازن با دی الکتریک

$\frac{E_0}{k} A = \frac{q - q'}{\varepsilon} \rightarrow \frac{q}{\varepsilon A} = \frac{q - q'}{\varepsilon}$ میدان الکتریکی خازن بدون دی الکتریک

$$\rightarrow q' = q - \frac{q}{k} = (1 - 1/k) q$$

eg : خازنی با ظرفیت $C = 100\,pF$ و سطح صفحات $A = 100\,cm^2$ را با اختلاف پتانسیل 50^V باردار کرده ایم اگر دی الکتریک محیط با ثابت 5.4 وارد صفحات خازن کنیم :

1. ظرفیت خازن جدید ؟ $C_{\text{جدید}}$
2. میدان الکتریکی ؟ $E' = ?$
3. بار روی صفحات : $q = ?$
4. q'

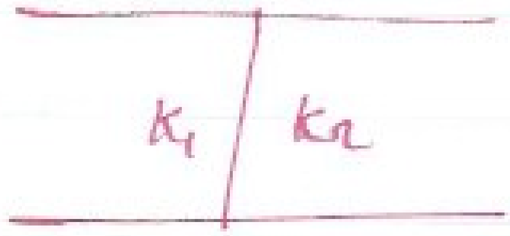


مشابه $\Rightarrow$ سری

تخت $\nearrow \frac{k_1\varepsilon_0 A}{d}$ تخت $\nearrow \frac{k_2\varepsilon_0 A}{d}$

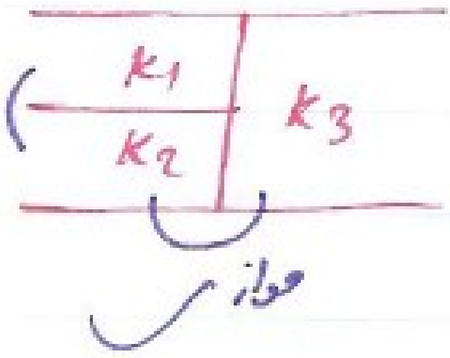
$\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{C_T}$

اگر کروی یا استوانه‌ای باشد ($\frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$ و ...)



موازی

سری



دو خازن سری

نکته: در دو خازن موازی C_1 و C_2 انرژی ذخیره شده به صورت زیر است: $U=\frac{q^2}{2C}$ انحصار ارتباط مستقیم دارد

$\frac{U_2}{U_1}=\frac{C_2}{C_1}$ $\frac{U_2}{U_1}=\frac{C_1}{C_2}$

و در خازن‌های سری

نکته: تعادل پایدار — گشتاور ناپایدار

$U=-PE$ $\theta=0 \rightarrow U$ min $\theta=180$ U_{max} ناپایدار

$\tau = P \times E$

$V=\frac{V_0}{K} \Rightarrow C=\frac{q}{V}=\frac{q}{\frac{V_0}{K}}=KC_0$

خازن جداشده از باتری — فضا را دی‌الکتریک پر کنیم

در حالت اتصال به باتری: V ثابت

$E=\frac{E_0}{K}$ در همه حالات

چرا از خودش بار ایجاد شده ... روی دی‌الکتریک بار القایی ... بار q ثابت ... $q-q'$ بار القایی

$q\uparrow$ می‌شود و به ... افزایش بار ... $q_C \Leftarrow V\downarrow \Leftarrow$

$\oint E\cdot dA=\frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$E=\frac{E_0}{K}=\frac{q}{K\varepsilon_0 A}$ (I)

$E=\frac{q-q'}{A\varepsilon_0}$ (II)

$\frac{q}{K\varepsilon_0 A}=\frac{q-q'}{A\varepsilon_0}$ (I) = (II) $\Rightarrow q'=q(1-\frac{1}{K})$

نکته: دو خازن C_1 و C_2 را به دو باتری جدا V_1 و V_2 متصل کرده و ... به صورت موازی به هم متصل کنیم در دو حالت داریم:

q_2 و q_1 ... $q_T=q_1+q_2$ ... $\frac{q_T}{C_T}=\frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}$

$\frac{|C_1V_1-C_2V_2|}{C_1+C_2}$

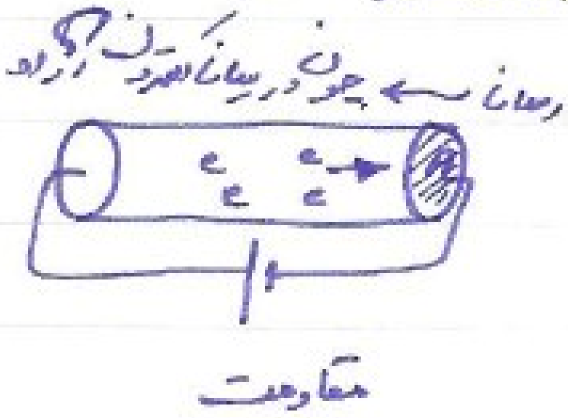
V_T مشترک V_T مشترک

اگر انرژی از خازن ... چه قدر ...

فصل مقاومت الکتریکی

جریان الکتریکی: آهنگ شارش بار الکتریکی.

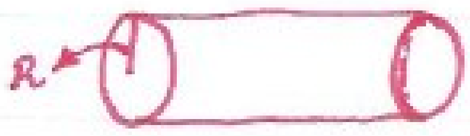
$$I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \underbrace{q}_{\text{بار شارش گذرنده}} = \int_0^t I\,dt$$



چگالی جریان: مقدار جریان گذرنده از سطح مقطع رسانا گویند.

$$J = \frac{I}{A} \Rightarrow \underbrace{I}_{\text{جریان گذرنده}} = \int J\,dA$$

در یک رسانای استوانه‌ای شکل به شعاع مقطع R چگالی جریان به فرم $J = J_0\left(1-\frac{r}{R}\right)$ است. I را بیابید.

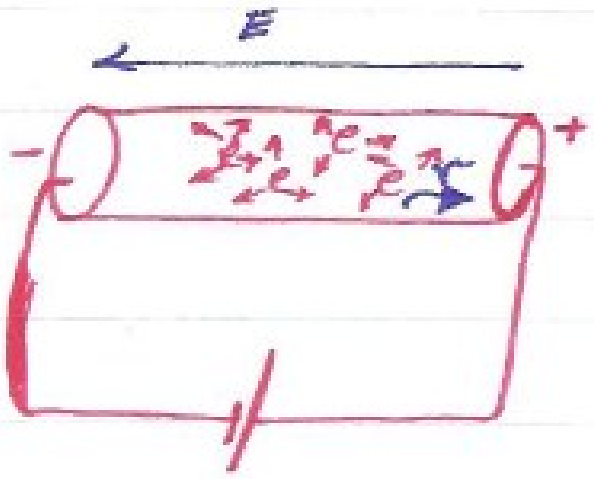


$$A = \pi r^2 \Rightarrow dA = 2\pi r\,dr$$

$$I = \int J\,dA = \int_0^R J_0\left(1-\frac{r}{R}\right)(2\pi r)\,dr = \frac{J_0}{R}\int_0^R 2(R-r)\pi r\,dr$$

$$\frac{J_0}{R}\left(\int_0^R 2\pi R r\,dr - \int_0^R 2\pi r^2\,dr\right) = \frac{2\pi J_0}{R}\left(R\int_0^R r\,dr - \int_0^R r^2\,dr\right)$$

$$= J_0 \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{R^2}{2} - \frac{R^2}{3}\right) = 2\pi J_0 \frac{R^2}{6}$$



بررسی میکروسکوپی جریان و چگالی جریان در یک رسانا:

V_d: سرعت رانش سوق: سرعتی است که توسط میدان الکتریکی تولید شده از باتری به eهای رسانش رسانا داده می‌شود و آن‌ها را در خلاف جهت میدان سوق می‌دهد.

$$J = \frac{I}{A} = \frac{q/t}{A} = \frac{Ne/\frac{L}{V_d}}{A} = \frac{NeV_d}{LA}$$

$t = \frac{L}{V_d} \rightarrow$ سرعت سوق ؛ $q = Ne$

$$J = \underbrace{\frac{N}{LA}}_{\text{حجم}} e V_d = n e V_d$$

ماکروسکوپی — چگالی تعداد eهای رسانشی — سرعت میکروسکوپی

مقاومت الکتریکی:

قانون اهم: نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به جریان الکتریکی گذرنده از آن عددی ثابت است به نام مقاومت.

سطح در حال تغییر

$R = \int \rho \frac{dl}{A}$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{El}{JA} = \rho\frac{l}{A} \qquad \rho = \rho_0(1+\alpha\Delta T) \rightarrow (T-T_0)$$

دمای اتاق / دمای مورد نظر

مقاومت ویژه

بسته به جنس رسانا بستگی دارد

مقاومت ویژه در دمای اتاق 25-27°C

ضریب دمایی که بسته به جنس رسانا بستگی دارد.

بررسی میکروسکوپی ρ :

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{\frac{m_e v_d}{te}}{nev_d} = \frac{m_e}{ne^2t}$$

$m_e \rightarrow 1.6\times10^{-31}\,kg$

$e \rightarrow 1.6\times10^{-19}$

$E \Rightarrow F = eE = m_e a$ (الکتریکی)

$$v = at + v_0 \rightarrow a = \frac{v_d}{t} \Rightarrow E = \frac{m_e v_d}{te}$$

قابل صرف نظر کردن است

زمان برخورد e سوق داده شده به e های دیگر در رسانا (زمان واهلش یا آرامش)

افزایش n و $t \Rightarrow \downarrow\rho \Rightarrow$ رسانندگی بیشتر

$t = \frac{l}{v_d}$

برای هر ماده خاص

اگر t زیاد باشد یعنی دیرتر راه به eهای دیگر برخورد می‌کند یعنی مقاومتش زیاد بوده است.

زمان برخورد است یعنی زودتر یعنی خورده و انرژی را از دست داده باشد

مثال: دو رسانا از یک ماده ساخته شده‌اند استوانه‌ای و دارای طول مساوی اند. رسانای A سیمی به قطر 1mm و رسانای B لوله‌ای توخالی به قطر بیرونی 2mm و قطر درونی 1mm است. نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ را بیابید.

توان الکتریکی:

$$dU = q\,dV \qquad q \to It,\ dV \to RI$$

$$\Rightarrow U = RI^2t,\ \frac{V^2}{R}t,\ VIt \Rightarrow P = \frac{U}{t}$$

فصل مقاومت الکتریکی در مدارها:

باتری: مولد الکتریکی ← به علت فرآیند شیمیایی - گرمایی - مکانیکی - خورشیدی (ساختار درونی باتری)

اختلاف پتانسیل تولید می‌کند ← میدان تولید ← رسانش ← جریان

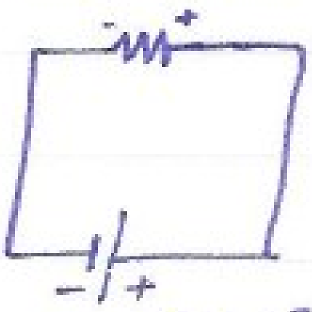
ماکزیمم اختلاف پتانسیل باتری = نیروی محرکه باتری

electromotive force $\quad \mathcal{E} = V \rightarrow$ باتری ایده‌آل $\Rightarrow$ باتری واقعی $V = \mathcal{E} - rI \rightarrow U = (\mathcal{E}I - rI^2)t$

مقاومت باتری

اتلافی / تولیدی

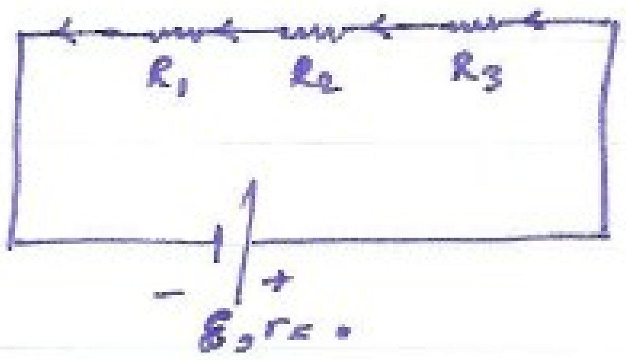
مقاومت در مدار:



$$U = RI^2 t$$

در رسانا با مقاومت $V = RI$

① مدار سری - متوالی:



$$I_1 = I_2 = I_3 = I_T$$

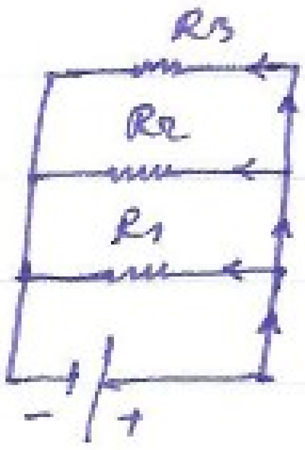
$$\varepsilon = V_1 + V_2 + V_3$$

قانون اهم: $R_T I_T = R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3$

$$\Rightarrow R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\Rightarrow R_T = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

② مدار موازی:



$$\varepsilon = V_1 = V_2 = V_3$$

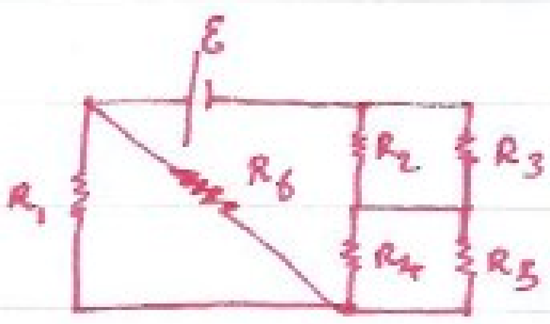
$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

قانون اهم: $\frac{V_T}{R_T} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} = R_T$$

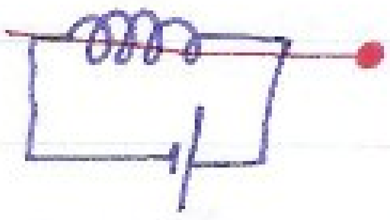
eg: هر مقاومت برابر R است.



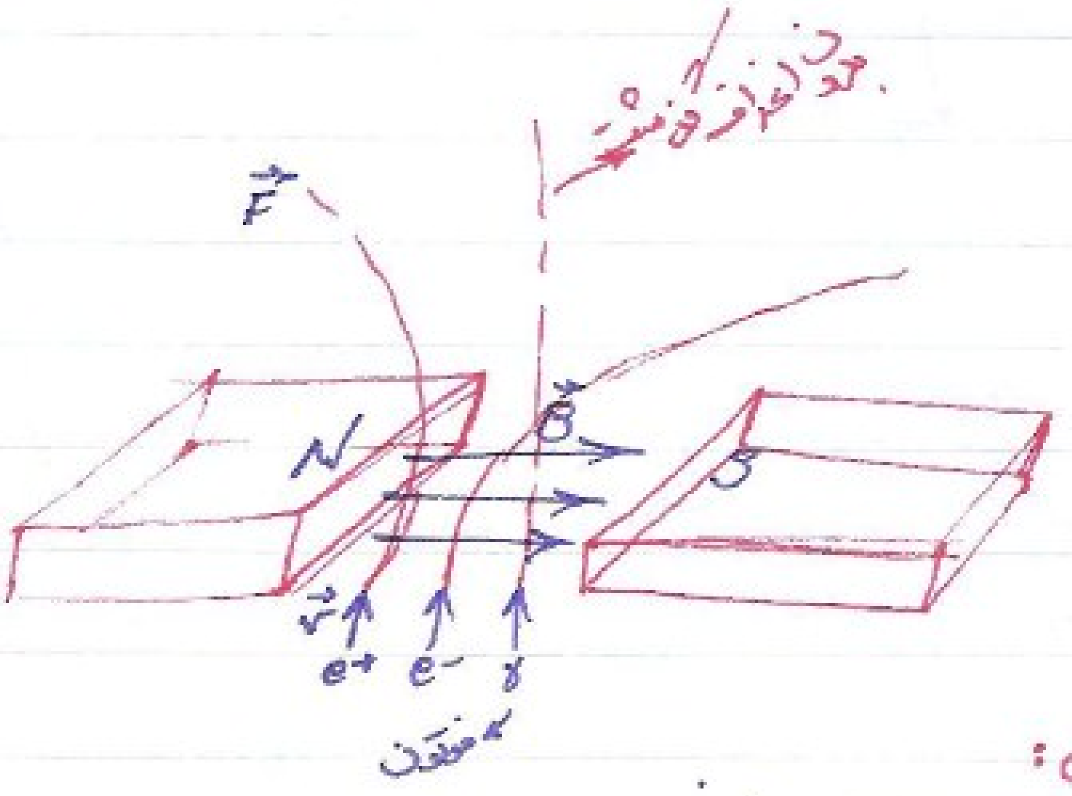
فصل میدان مغناطیسی (B): به دو صورت خاصیت مغناطیسی در مواد ایجاد می‌شود.

1) خاصیت ذاتی مواد ← آهن‌ربا

2) به علت حرکت بارهای الکتریکی ← میدان مغناطیسی در اطراف آن تولید می‌شود.

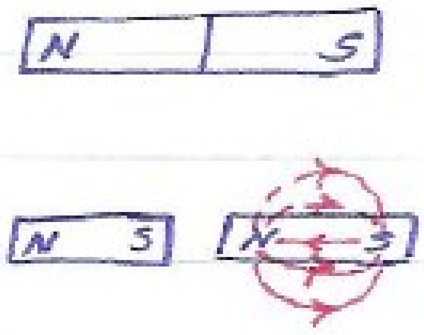


آهن‌ربای الکتریکی



نیروی مغناطیسی:

خطوط میدان مغناطیسی:



1) جهت میدان

2) تراکم خطوط شدت میدان را نشان می‌دهد.

$\vec F = q\vec v \wedge \vec B$ انحراف ← نیرو در میدان

$|\vec F| = q\,v\,B\,\sin\theta$ ← زاویه بین v و B است.

N ، C ، m/s ، T

$T = 10^{+4}\ G$

تسلا ، گاوس

$N = C\,\frac{m}{s}\,T \to C/s \to I \to N = A\,m\,T$

نیروی وارد بر سیم حامل جریان از طرف میدان مغناطیسی خارجی:

$\vec F = q\vec v \wedge \vec B$

$F = q\,\frac{\vec L}{t} \wedge \vec B = I\vec B \wedge \vec L$ ← 4 انگشت

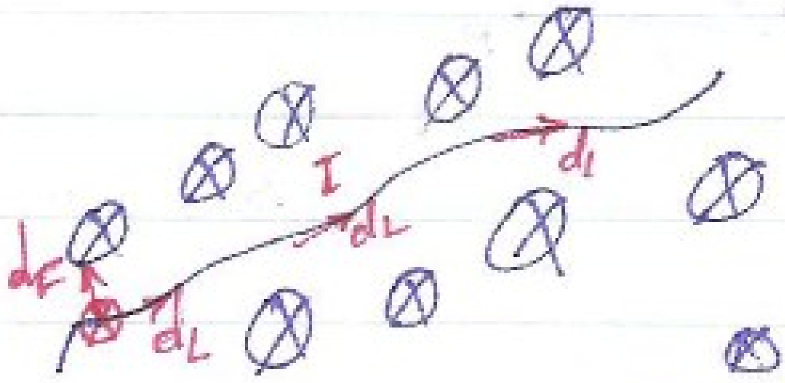
انگشت شست

کف دست

در صورتی باید انتگرال بگیریم:

1. میدان مغناطیسی یکنواخت نبود

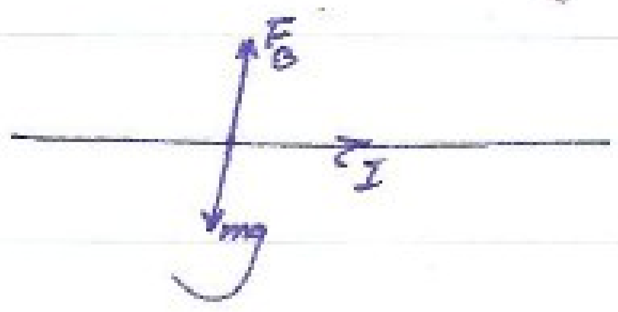
2. سیم مستقیم و راست نبود



$d\ell = dx\,i + dy\,j$

$d\ell = dx\,i - 2x\,j$

مثال: سیمی حامل جریان $I=5A$ طرای چگالی جرمی (طولی) $\rho = 46.6 \frac{gr}{m}$ است. بزرگی و جهت میدان مغناطیسی (کمینه) برای معلق ماندن سیم چقدر است؟

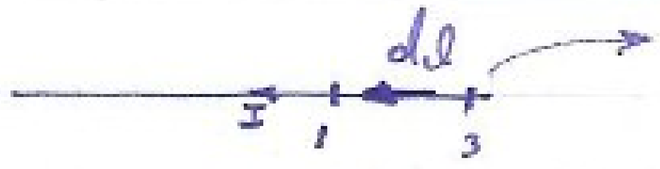


$F_B = mg \qquad BIL\sin\theta = mg$

$$B = \frac{mg}{LI\sin\theta} \quad , \quad \frac{dB}{d\theta} = 0 \Rightarrow \theta = \pi/2$$

$$\Rightarrow B_{min} = \frac{mg}{LI} = \frac{\rho g}{I} = \frac{46.6\times10^{-3}\times10}{5} = 9\times10^{-2}\ T$$

مثال: سیم رسانای بسیار بلندی که در امتداد محور xها که در جهت منفی آن قرار دارد حامل جریان $5A$ است. میدان مغناطیسی به فرم $B = 3\hat{i} + 8x^2\hat{j}$ (x بر حسب متر و B بر حسب T است) نیرویی وارد بر بخش $2m$ از سیم رسانا بین $x=1$ و $x=3$ را بر حسب بردار یکه بیابید.



قطع اول
عددی
جریان

$B = 3\hat{i} + 8x^2\hat{j}$

$d\ell = dx(-\hat{i})$

$$\int dF = \int I\, d\vec{L} \times \vec{B}$$

$$F = \int I\, dx(-\hat{i}) \times (3\hat{i} + 8x^2\hat{j})$$

$$= -I\int_3^1 8x^2 dx\ \hat{k} = 40\int_1^3 x^2 dx\ \hat{k} = 40/3\ x^3 \Big|_1^3$$

فصل محاسبه میدان مغناطیسی:

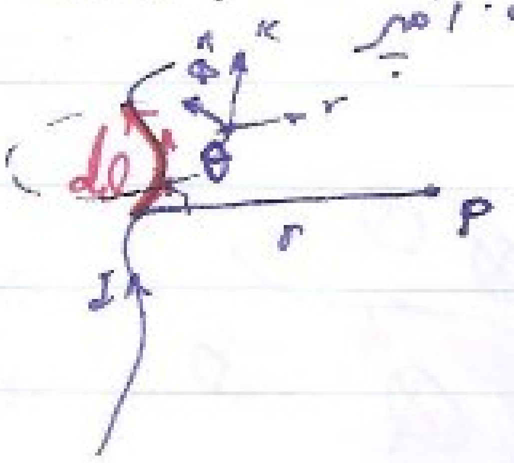
میدان E:
- ق. کولن: $k\int \frac{dq}{r^2}$
- ق. گوس: $\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$

میدان B:
- ق. بیوساوار: بر طبق این قانون میدان مغناطیسی با مجذور فاصله جریان تا هر نقطه دلخواه نسبت عکس دارد و با مولفه‌ی عمودی از مسیر جریان نسبت مستقیم دارد.
- ق. آمپر

ق. بیوساوار: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\, d\ell \sin\theta}{r^2}$

$\frac{\mu_0}{4\pi}$ ضریب تراوایی مغناطیسی خلاء: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\, d\vec{\ell}\times\vec{r}}{r^3}$

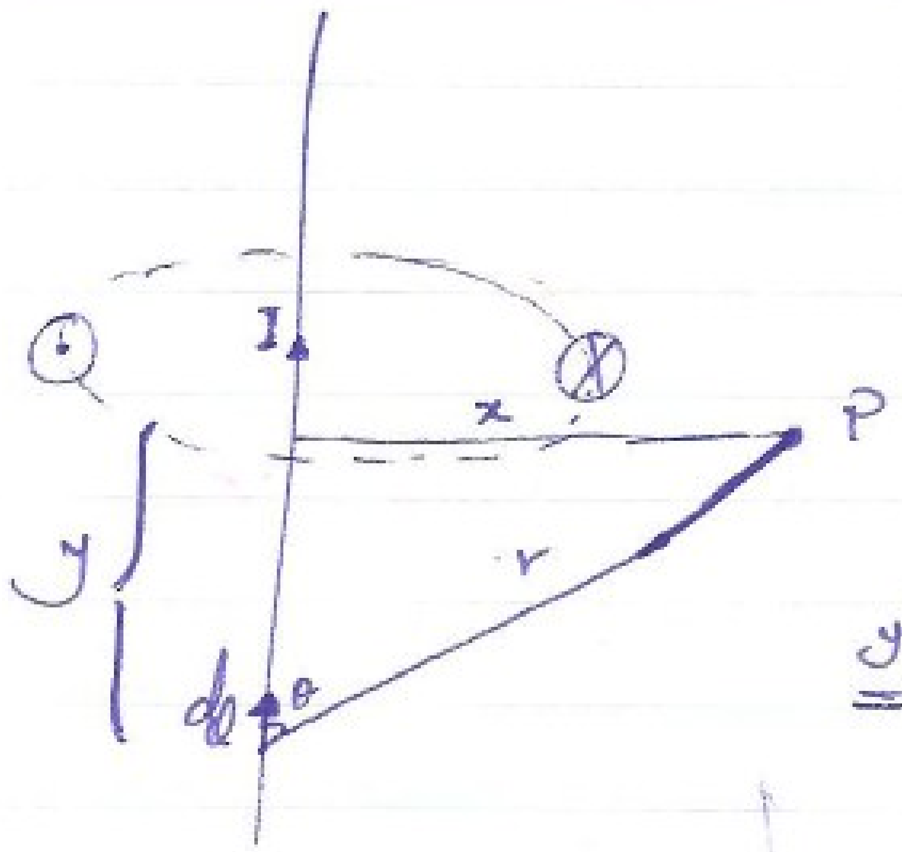
$4\pi\times10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$



ق. دست راست

B ← انگشتان

I ← انگشت شست



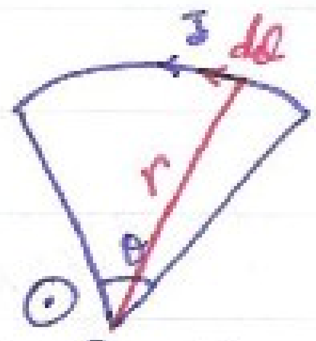
محاسبه میدان مغناطیسی سیم مستقیم بسیار بلند حامل جریان:

$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,d\vec{l}\sin\theta}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{I x\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}=\frac{2\mu_0 x I}{4\pi}\int_0^{\infty}\frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$\underline{y=x\,tg\theta}\quad\frac{2\mu_0 x I}{4\pi}\int_0^{\pi/2}\frac{x(1+tg^2\theta)\,d\theta}{x^3(1+tg^2\theta)^{3/2}}=\frac{2\mu_0 x I}{4\pi x^2}\int_0^{\pi/2}\frac{d\theta}{(1+tg^2\theta)^{1/2}}$$

$$=\frac{2\mu_0 I}{4\pi x}\sin\theta\Big|_0^{\pi/2}=\frac{2\mu_0 I}{4\pi x}=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$



محاسبه میدان مغناطیسی سیم حامل جریان به شکل کمانی از دایره:

$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,d\vec{l}\sin\theta}{r^2}=\frac{I\mu_0}{4\pi}\int\frac{dl}{R^2}=\frac{I\mu_0}{4\pi R^2}\int_0^{\phi}\underbrace{dl}_{R\,d\phi}$$

$$dB=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\,dl\,\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

نقطه مشاهده (p) — نقطه تولید

$$=\frac{\mu_0 I R\phi}{4\pi R^2}\Big|_0^{\phi}=\frac{\mu_0 I\phi}{4\pi R}=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

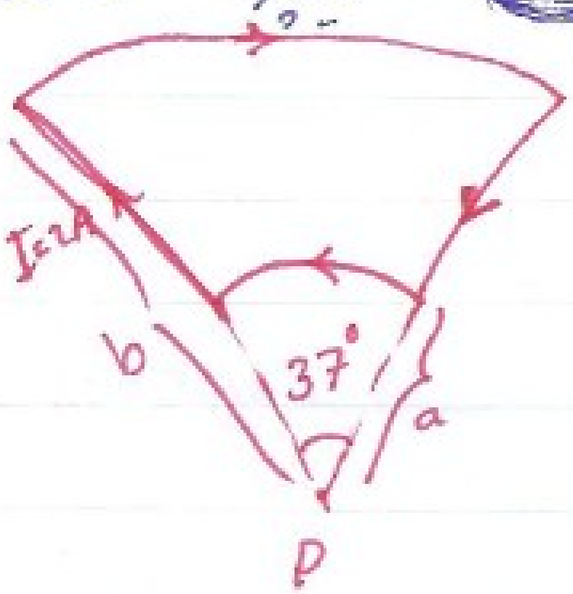
$$\hat{\theta}=(-\sin\theta\,\hat{i}+\cos\theta\,\hat{j}),\quad\hat{r}=(\cos\theta\,\hat{i}+\sin\theta\,\hat{j})$$

N حلقه = دو سیم

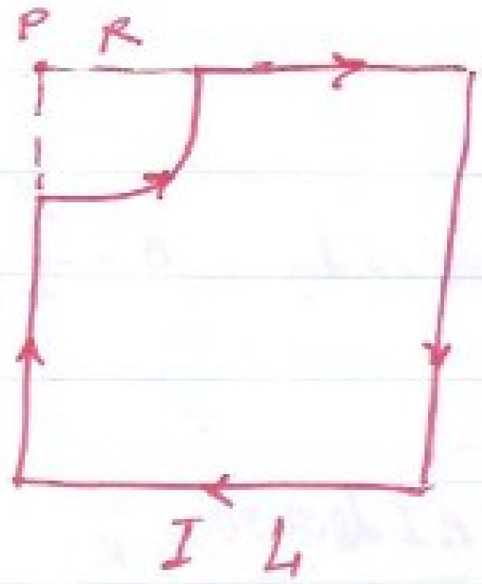
$$B_{\text{درمحیط}}=\frac{N\mu_0 I}{2R}$$

تمرین تحویلی:

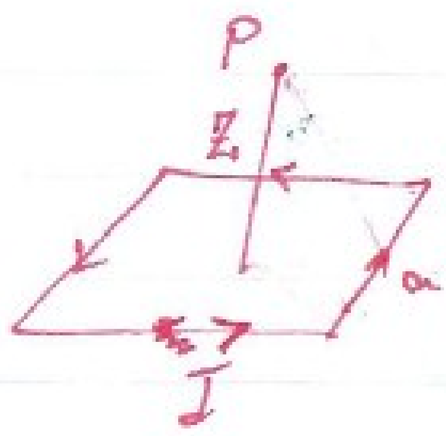
eg:



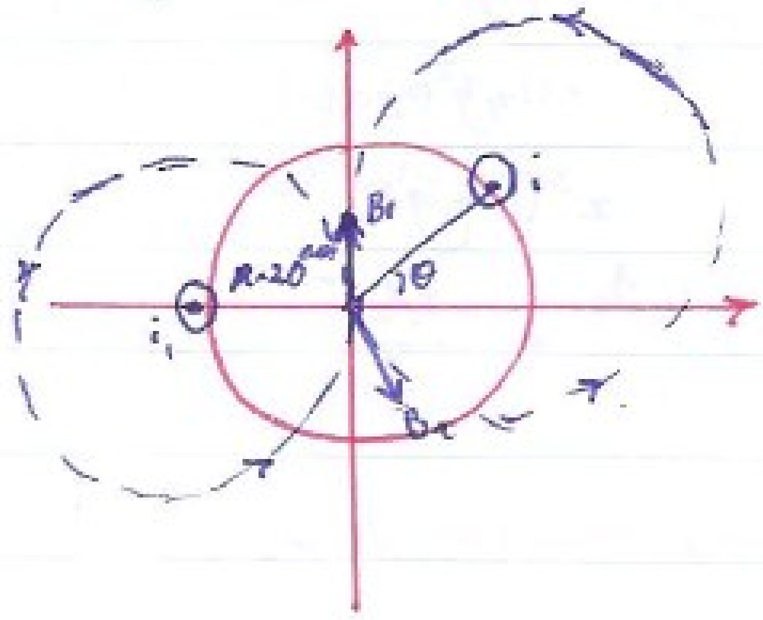
eg:

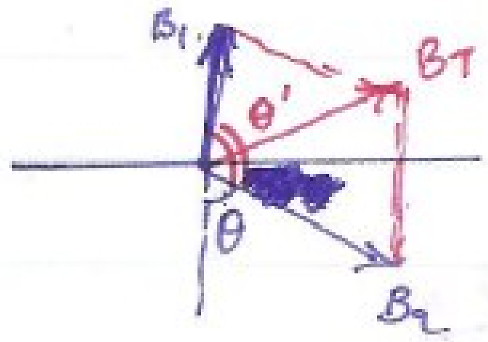


eg:



در شکل زیر مقطع دو سیم مستقیم بسیار بلند را نشان می‌دهد بر روی استوانه‌ای پلاستیکی به شعاع 20^{cm} نگه داشته شده. سیم یک حامل جریان $I_1=60^{mA}$ به سوی صفحه می‌باشد و در جای خود در سمت چپ استوانه قرار دارد. سیم 2 حامل جریان $I_2=40^{mA}$ به طرف بیرون صفحه است و می‌تواند روی استوانه حرکت کند. در چه زاویه سیم 2 باید قرار بگیرد تا میدان مغناطیسی برابر $80nT$ باشد.





$$(B_T)^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2|B_1||B_2|\cos\theta'$$

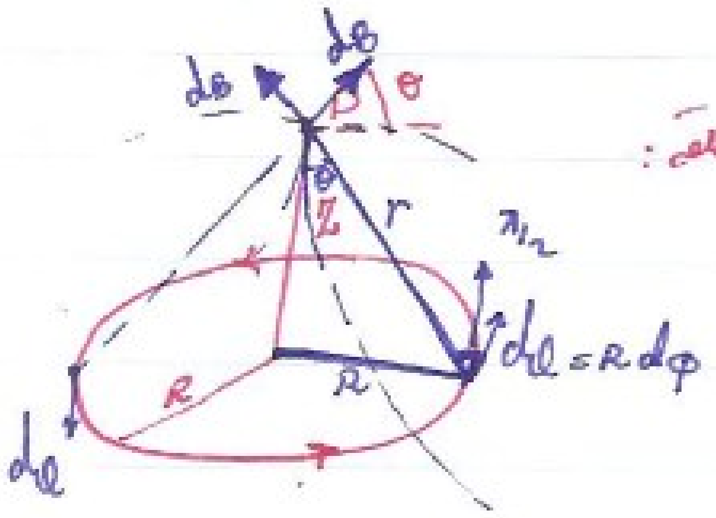
$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi R} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times60\times10^{-3}}{2\pi\times20\times10^{-2}} = 6\times10^{-8}\,T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi R} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times40\times10^{-3}}{2\pi\times20\times10^{-2}} = 4\times10^{-8}\,T$$

$$(80\times10^{-9})^2 = (10^{-8})^2\left[6^2+4^2+2\times6\times4(-\cos\theta)\right]$$

$$64\times10^{-16} = 10^{-16}\left[36+12+48(-\cos\theta)\right]$$

$$12 = -48\cos\theta \Rightarrow \theta' = \cos^{-1}(-1/4) = 104.5$$



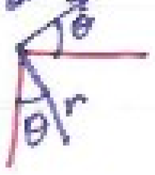
محاسبه میدان مغناطیسی ناشی از حلقه جریان در نقطه P به فاصله Z از محور عمود بر مرکز حلقه:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{dl\sin\theta}{r^2}$$

زاویه $\pi/2$ ، صفحه OZ بر صفحه xy عمود است.

به دلیل تقارن شکل dB_x و dB_y صفر است.

$$\Sigma B_Z = \int dB\sin\theta = \int\frac{\mu_0 I\,dl\sin 90}{4\pi r^2}\cdot\frac{R}{r} = \int_0^{2\pi}\frac{\mu_0 I R^2 d\varphi}{4\pi(R^2+Z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I\,2\pi R^2}{4\pi(R^2+Z^2)^{3/2}}$$



تمرینات فصل مقاومت: 21 ، 23 ، 35 ، 36 ، 53 ، 54 ، 63 ، 75.

تمرینات فصل مدار: 12 ، 15 ، 17 ، 21 ، 23 ، 32 ، 40 ، 54 ، 55 ، 63 ، 67 ، 89 ، 94.

تمرینات فصل نیروی مغناطیسی - میدان مغناطیسی: 40 ، 44 ، 45 ، 50 ، 59 ، 63 ، 65 ، 86 ، 87

$Z \gg R$

$$B = \frac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi (R^2+Z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi Z^3 \left(1+\frac{R^2}{Z^2}\right)^{3/2}}$$

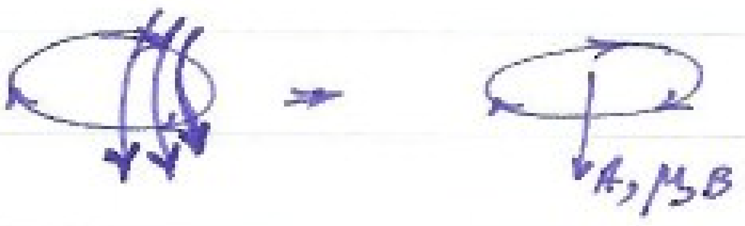
$(1+x)^{\alpha} = 1+\alpha x + \dots$

$$= \frac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi Z^3}\left(1 - \tfrac{3}{2}\cancel{\tfrac{R^2}{Z^2}} + \dots\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi Z^3}$$

$p=qd$ در میدان E بارها با ابعاد فاصله‌شان نمی‌دانیم. مجموعه‌ها را با گشتاور دوقطبی الکتریکی نشان می‌دهیم.

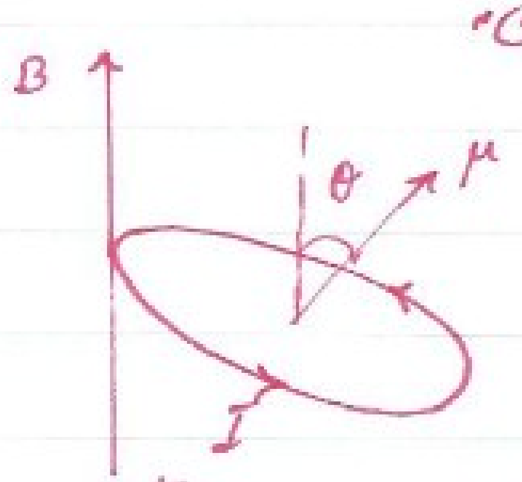
مجموعه حلقه جریان در میدان مغناطیسی اطراف آن گشتاور دوقطبی مغناطیسی گویند. $\vec{\mu},\ \vec{m} = I\vec{A}$



$$= \frac{\mu_0 \mu}{2\pi Z^3} = \frac{\mu_0 m}{2\pi Z^3}$$

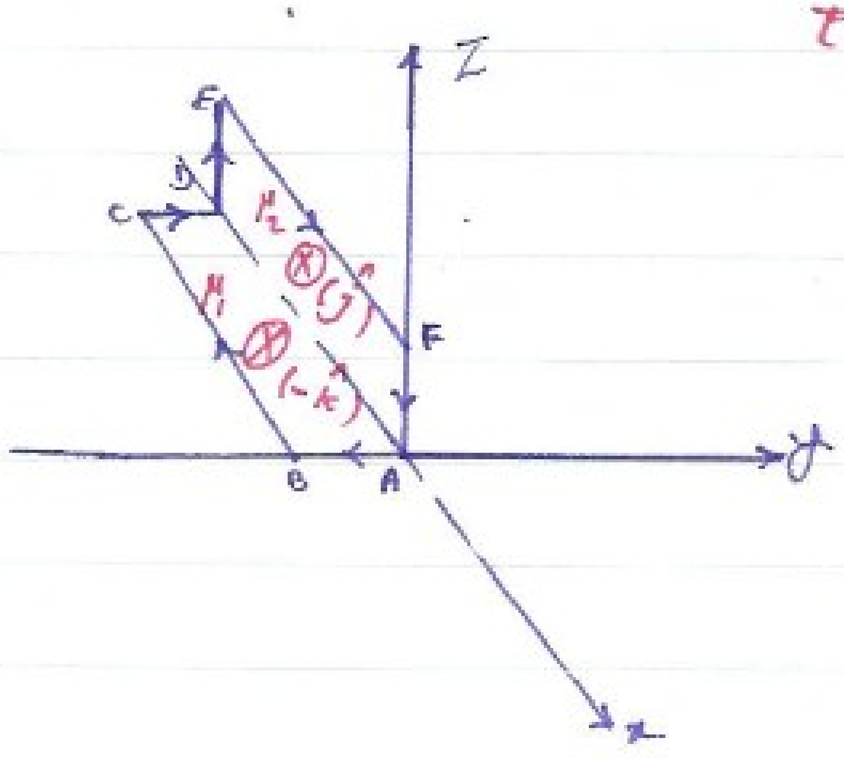
گشتاور نیروی مغناطیسی وارد بر دوقطبی مغناطیسی از طرف میدان مغناطیسی خارجی:

حلقه جریان ≡ دوقطبی مغناطیسی



$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ ، انرژی چرخش $U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

eg: با توجه به شکل حلقه ABCDEFA حامل جریان $I=5A$ است. ضلع‌های حلقه موازی با محورهای مختصات می‌باشند و اضلاع $AB=20^{cm}$ ، $BC=30^{cm}$ و $FA=10^{cm}$ است. گشتاور نیروی مغناطیسی را بدست آورید اگر میدان مغناطیسی خارجی $B=0.25\hat{i}+0.3\hat{k}$ بر حلقه وارد شود. $\mu=?$ و $\tau=?$



$$\mu_1(-\hat{k}) + \mu_2(\hat{j}) = \mu$$

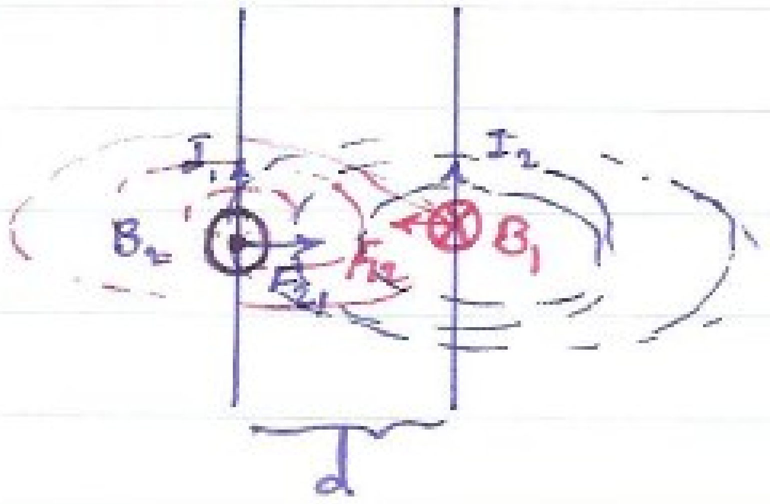
$$IA_1(-\hat{k}) + IA_2(\hat{j}) = \mu$$

ABCD $\qquad$ AFED

$$5(0.3)(0.2)(-\hat{k}) + 5(0.1)(0.3)\hat{j} = \mu$$

$$\mu = -0.3\hat{k} + 0.15\hat{j} \Rightarrow |\mu| = \sqrt{0.09+0.0225} \dots$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



نیروی مغناطیسی بین دو سیم موازی حامل جریان:

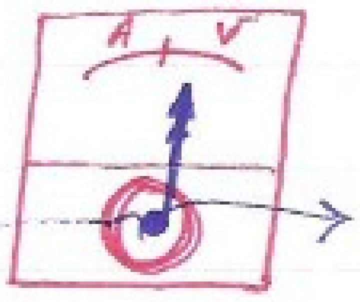
$$F_{12} = B_1 I_2 l \sin\frac{\pi}{2} = B_1 I_2 l$$

$$F_{21} = B_2 I_1 l \sin\frac{\pi}{2} = B_2 I_1 l$$

$|F_{12}| = |F_{21}|$ $\quad \neq \quad$ $F_{12} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$

یک آمپر مقدار جریانی است که از سیمی به فاصله یک متر سیم دیگری
می‌گذرد و نیرویی $F = \dfrac{4\pi\times10^{-7}}{2\pi} = 2\times10^{-7}\,N$ وارد می‌شود.

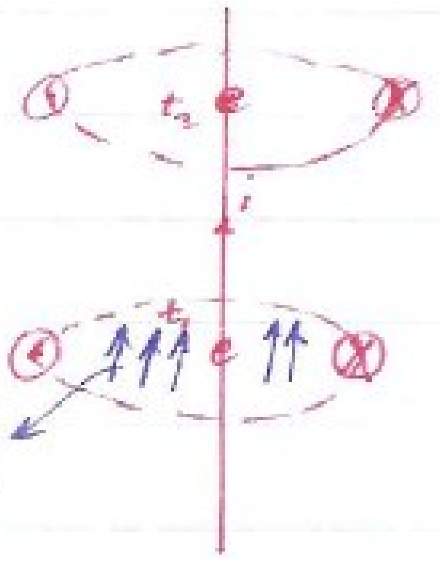
گالوانومتر:



• بسته به نوع بسته شدن در مدار آمپرسنج یا ولت سنج خواهد بود.

قانون آمپر:

میدان مغناطیسی روی حلقه بسته (حلقه آمپری) متناسب است با جریان درون حلقه.



جریان عبوری باید عمود بر سطح است

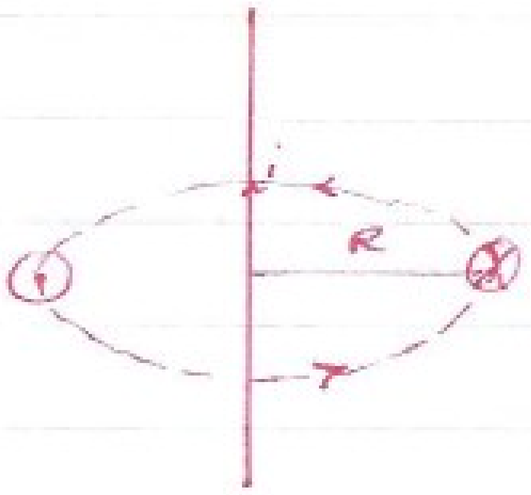
حلقه آمپری یک محیطی است که خطوط مماس بر روی آن جهت میدان را نشان می‌دهد که از سطح محصور آن جریان می‌تواند بگذرد.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

$$J = cte \Rightarrow \frac{i_{\text{کل}}}{A_{\text{کل}}} = \frac{i'}{A'}$$

$$J \neq cte \Rightarrow i_{\text{محدوده}} = \int J\, dA$$

هم‌ارزی قانون بیوساوار و قانون آمپر:



در قانون آمپر میدان سیم مستقیم بسیار بلند در تمام نقاطی که فاصله آنها تا محور سیم R باشد را بدست آورد در مختصات φ یک نقطه از این ناحیه است.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i \Rightarrow (B_r\hat{r} + B_\varphi\hat{\varphi} + B_z\hat{k})\cdot r\,d\varphi\,\hat{\varphi} = \mu_0 i$$

$$\Rightarrow B_\varphi R\,d\varphi = \mu_0 i \Rightarrow B_\varphi R\varphi\Big|_0^{2\pi} = \mu_0 i \Rightarrow 2\pi R B_\varphi = \mu_0 i \Rightarrow B_\varphi = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i \Rightarrow B\underbrace{(2\pi r)}_{\text{محیط دایره}} = \mu_0 i$$

مثال: سیمی به شکل استوانه‌ای دارای شعاع مقطع R وجود داشته باشد و جریان یکنواختی از آن عبور کند میدان مغناطیسی در نواحی r<R را بیابید.

$$J = cte \quad \frac{i_{\text{کل}}}{A_{\text{کل}}} = \frac{i'}{A'} \Rightarrow \frac{i}{\pi R^2} = \frac{i'}{\pi r^2} \Rightarrow \underbrace{i'}_{\text{سطح حلقه آمپری}} = \frac{r^2}{R^2} i$$

$$\int B\cdot dl = \mu_0 i \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 \cdot \frac{r^2}{R^2} i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$$

$r > R$ $\quad B(2\pi r) = \mu_0 \cdot i_{کل} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi r}$

eg: چگالی جریان درون یک سیم استوانه‌ای بسیار بلند و توپر به شعاع a و در جهت محور سیم از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید: $J = J_0 \frac{r}{a}$ (J_0 معرف جریان است) و $J_0 = cte$. میدان مغناطیسی درون و بیرون سیم چقدر است؟

$$\oint B \cdot dl = \mu_0 \cdot i'$$

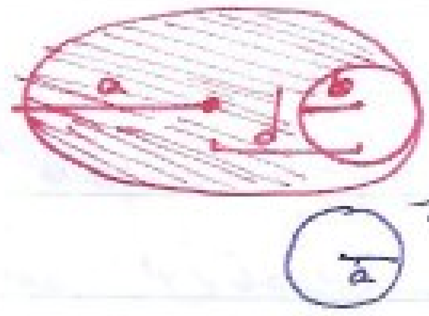
$$i' = \int J \cdot dA = \int J_0 \frac{r}{a}(2\pi r)dr = \frac{J_0 \cdot 2\pi}{3a} r^3 \Big|_0^r = \frac{2\pi}{3} J_0 \frac{r^3}{a}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \frac{2\pi J_0}{a} \cdot \frac{r^3}{3} \Rightarrow B_{درون} = \frac{J_0 \mu_0 r^2}{3a}$$

$$\oint B \cdot dl = \mu_0 \cdot i'$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \int_0^a J_0 \cdot \frac{r}{a} dA = \mu_0 \int_0^a J_0 \cdot \frac{r}{a}(2\pi r)dr \Rightarrow B_{بیرون} = \frac{\mu_0 J_0 \cdot a^2}{3r}$$

eg: مقطع یک رسانای استوانه‌ای بسیار بلند به شعاع a شامل لوله‌ای استوانه‌ای به شعاع b است. محورهای این دو استوانه موازی‌اند و فاصله‌ی d از هم قرار گرفته‌اند. جریان I به شکل به صورت هاشور نشان داده شده است. اگر جریان یکنواخت باشد میدان مغناطیسی روی محور لوله را بدست آورید.



$\oint_{سیم توپر} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot i'_a$ $\quad$ (I)

لوله‌ای فرض کن سیم توپر است. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot i'_b$ $\quad$ (II)

(I) $B(2\pi r_a) = \mu_0 \left(\frac{r_a^2}{a^2} i\right) \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i r_a}{a^2}$

$J = cte \Rightarrow \frac{i_T}{A_T} = \frac{i'_a}{A'_a} \Rightarrow \frac{i}{\pi a^2} = \frac{i'_a}{\pi r_a^2} \Rightarrow i'_a = \frac{r_a^2}{a^2} i$

(II) $\frac{i_T}{A_T} = \frac{i'_b}{A'_b} \Rightarrow \frac{i_T}{\pi b^2} = \frac{i'_b}{\pi r_b^2}$

$$B(2\pi r_b) = \frac{\mu_0 i r_b^2}{b^2}$$

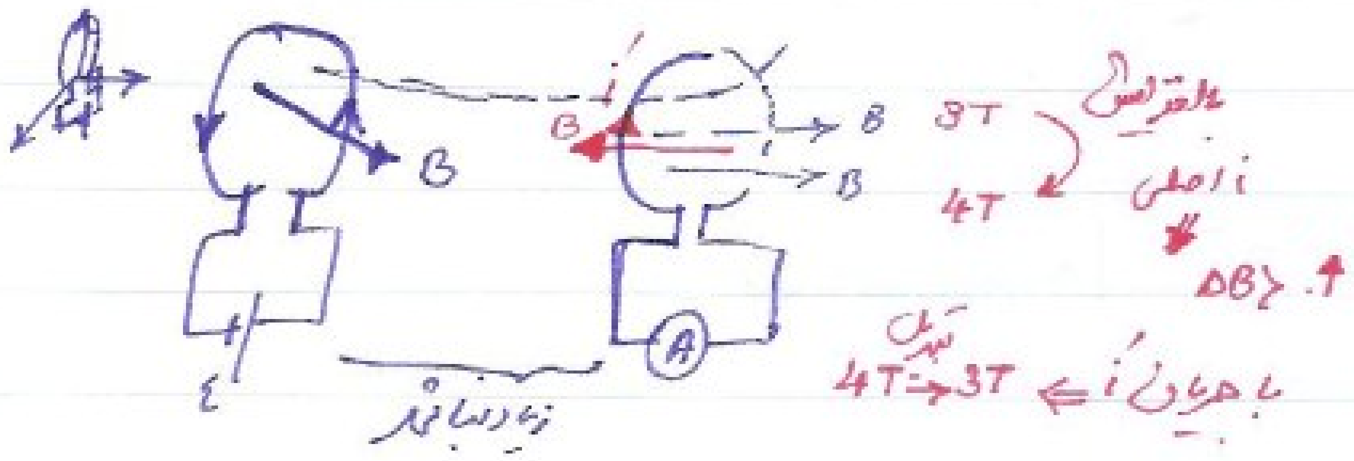
$B_1 = \frac{\mu_0 i r_a}{2\pi a^2}$, $B_2 = \frac{\mu_0 i r_b}{2\pi b^2}$ $\xRightarrow[r_a = a]{r_b = b} B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{d}{a \cdot b}$

فصل القا و القایش :

i ← میدان مغناطیسی B

$\vec{B}$ تغییر شار مغناطیسی ← i جریان القایی تولید کرده

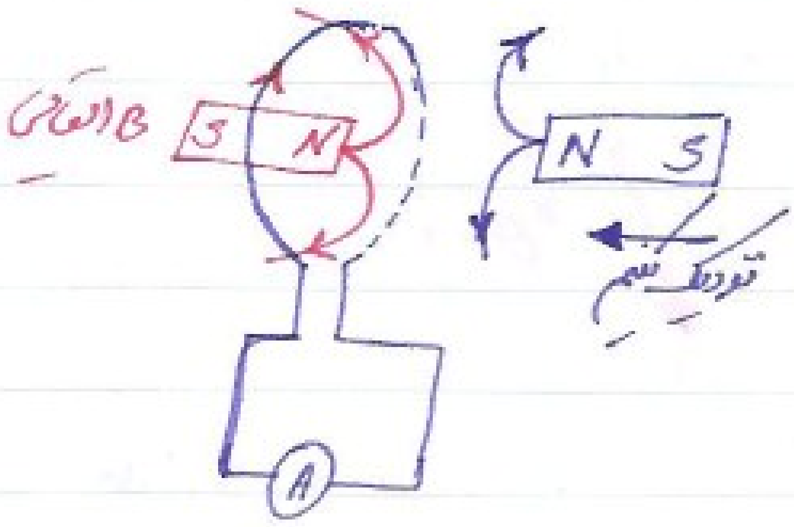
$\varepsilon_{ind} = V$ القایی نیروی محرکه



i (فارادی) ← ΔB

جهت جریان ← تغییر

$\vec{B}_i = -\Delta\vec{B}$ القایی



$R = \frac{V}{i} \to i_{ind} = \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R}$

نیروی محرکه الکتریکی القایی

جریان القایی

مقاومت سیم حلقه

یادآوری:

$\phi = \oint E\cdot dA$ سطح بسته

شار الکتریکی = $\vec{E}\cdot\vec{A}$

شار الکتریکی = $\frac{\text{تعداد خطوط}}{\text{واحد سطح}}$

شار مغناطیسی: تعداد خطوط مغناطیسی گذرنده از یک حلقه جریان برقرار است.

$\Phi_B = \int B\cdot dA$

سطح محصور از حلقه ای که میدان بدست آورد.

$(T.m^2) = wb$ وبر

تغییر شار

① B تغییر

② $\cos\theta$ تغییر

③ A تغییر سطح

$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}}$ نیروی محرکه الکتریکی القایی — لنز — فارادی

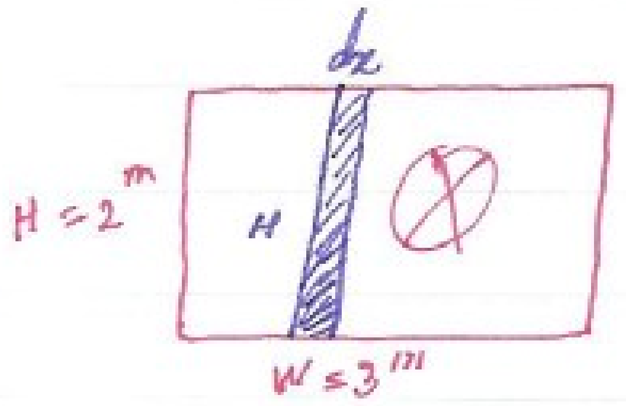
$= -\frac{\int B\cdot dA\cos\theta}{dt}$

$= -\frac{dB}{dt}A\cos\theta$

$= -\frac{dA}{dt}B\cos\theta = -\frac{d(\cos\theta)}{dt}B.A$

$\theta \to \omega.t$

eg: حلقه‌ی سیمی به شکل مستطیل در میدان مغناطیسی متغیر با زمان $B = 4t^2x^2$ قرار دارد و جهت میدان درون‌سو است. ابعاد حلقه 2 و 3 متر است. بزرگی نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه در $t = 0.1s$ به دست آورید.



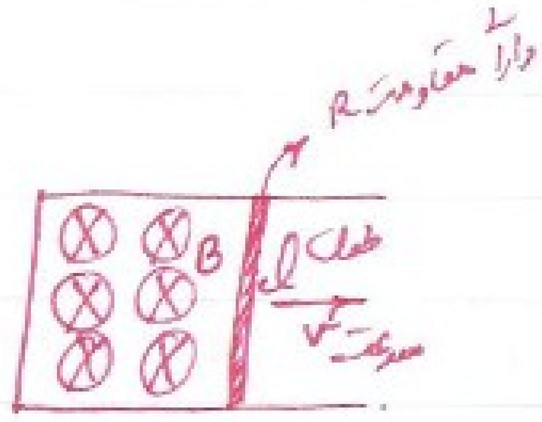
$$dA = H\,dx$$

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int B\,dA\cos\theta = \frac{-d}{dt}\int 4t^2x^2 H\,dx$$

$$= \frac{-d}{dt}H\left(4t^2\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^{w} = \frac{-d}{dt}\,4H\frac{w^3}{3}t^2 = -8tH\frac{w^3}{3}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{ind} = 14.4$$

انتقال انرژی در پدیده‌ی القایی:



$$\phi = BA\cos\theta$$

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{-d}{dt}(AB\cos\theta) = \frac{-dA}{dt}B\cos\theta = -Bl\frac{dx}{dt}\cos\theta$$

$$= -BLV$$

جریان: $i_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{BLV}{R}$ سرعت

$$P = \frac{dw}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{F}\cdot\vec{x}) = \vec{F}\cdot\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{V}$$

$$F = BIL\sin\theta = B\left(\frac{BLV}{R}\right)L\sin 90 = \frac{B^2L^2V}{R}$$

$$\Rightarrow P = B^2L^2V^2/R$$

انرژی انتقال یافته $U = B^2L^2V^2/R \cdot t$

جریان و مقاومت 22:

22-6: حذف 22-8 ، 22-9 حذف تشدید هم

فصل 24: 24-4 تا 24-7: حذف 24-9 و 24-10 اهمیت کمتری دارد.

میدانهای متقاطع و اثر هال حرکت سینکر

26-8 تا 26-12 (مباحث RL - انرژی در میدان B چگالی انرژی مغناطیسی) حذف

سوالات مهم: فصل 26: (الف) 11-15-18-24-25-27-33-35-39-42-78-79-82-90-92-100-102-104

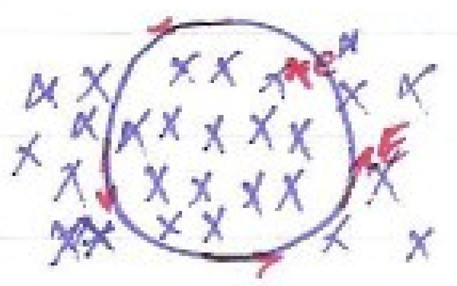
میدان مغناطیسی --- 25؛ 5، 6، 8، 9، 11، 12-15-20-22-23-24-28-31-33-41-47-45

58-60-64-65-71-72-77-81-83-85-87-88-89-93-

سرد --- 24: 44-45-46-49-50-53-59-62-61-63-86-65-87-

انرژی و انتقال آن در پدیده‌ی القایی:

* میدان‌های الکتریکی القایی:



$F = qE$ نیروی محرک

[ماکسول: با تغییر میدان B ← E القایی تولید می‌شود ← میدان الکترومغناطیسی (مسیر بسته)]

E القایی ⇐ باعث حرکت الکترون‌ها می‌شود.

$$W = \oint \vec{F}_{\text{القایی}} \cdot dr = \oint E \cdot q \cdot dr \;\Rightarrow\; q\varepsilon_{ind} = \oint q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{r} \;\Rightarrow\; \varepsilon_{ind} = \oint \vec{E} \cdot dr$$

$$W = U = qV_{\text{القایی}} = q\varepsilon_{ind}$$

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \nabla \wedge E = \frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \qquad \nabla \wedge B = 4\pi \frac{\partial E}{\partial t}$$

استوکس: $\oint A \cdot dl = \int (\nabla \wedge \vec{A}) \cdot d\vec{A}$

$$\varepsilon_{ind} = \oint E \cdot dr$$

$$-\frac{d\Phi_B}{dt} = \oint E \cdot dr \qquad BA\cos\theta$$

$$-\frac{dB}{dt} A = \oint E_{\text{القایی}} \cdot dr$$

99: محیط استوانه‌ای را در نظر بگیرید که میدان مغناطیسی با آهنگ $\frac{dB}{dt} = 0.13\ T/s$ تغییر می‌کند و شعاع استوانه $R = 8.5$ است.

1. میدان الکتریکی القایی را در $r = 5.2^{cm}$

2. میدان الکتریکی القایی را در $r = 12.5$ بیابید.

$$-\frac{dB}{dt} A = \underbrace{\oint E \cdot dr}_{E(2\pi r)} \;\Rightarrow\; -0.13(\pi R^2) = E(2\pi r) \;\Rightarrow\; E = \frac{0.13 \times (8.5 \times 10^{-2})^2}{2(5.2 \times 10^{-2})} = 3.4 \times 10^{-3}\ V/m$$

خود القایی

خودالقایی = القاگرها - ضریب خودالقایی - القاییدگی:

هر سیستمی که بتواند جریان القایی و میدان تولید کند القاگر گویند.

هر فضایی که B تغییر کند ← میدان E بوجود می آید.

ضریب خودالقایی: توان و قدرت تولید جریان القایی را با کمیتی بنام ضریب خودالقایی یا L تعریف می کنیم.

تعداد حلقه هایی که میدان در آن تغییر می کند.

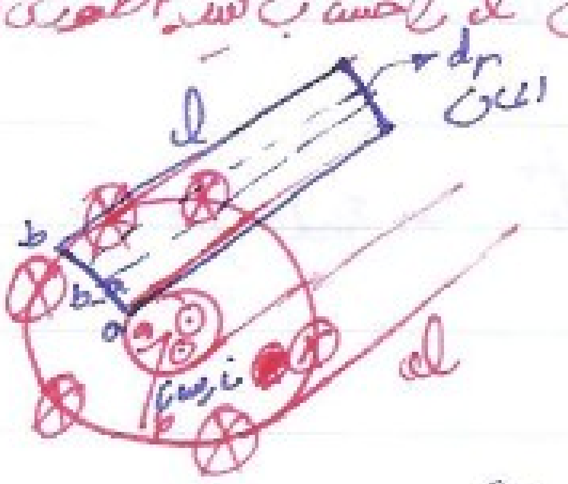
$$L = \frac{N\Phi}{i} \left(\frac{wb}{A}\right) = H \quad \text{هانری}$$

سیملوله

$$\Rightarrow L = \frac{N\int B\,dA\cos\theta}{i} = \frac{NBA}{i} = \frac{N\mu_0 n i A}{i} = N\mu_0 \frac{N}{L}\cdot A = \mu_0\frac{N^2A}{L}$$

به مشخصات فیزیکی وابسته است.

eg: ضریب خودالقایی دو استوانه ی توخالی و هم محور به شعاع های a و b و طول l را حساب کنید به طوری که جریان از استوانه ی داخلی خارج و به استوانه ی خارجی برمی گردد.



$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{\int B\,dA\cos\theta}{i} = \frac{\int_a^b \frac{\mu_0 i}{2\pi r} l\,dr}{i} = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

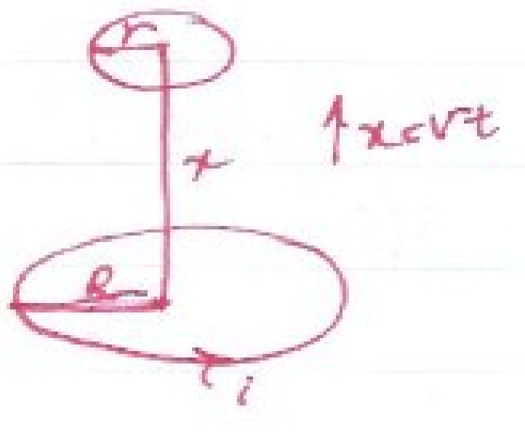
القای خود $\varepsilon_{ind} = -N\frac{d\Phi}{dt} = -N\frac{d}{dt}\left(\frac{Li}{N}\right) = -\frac{d}{dt}(Li) = -L\frac{di}{dt}$

اثبات انرژی در پدیده القایی ؟ مهم است.

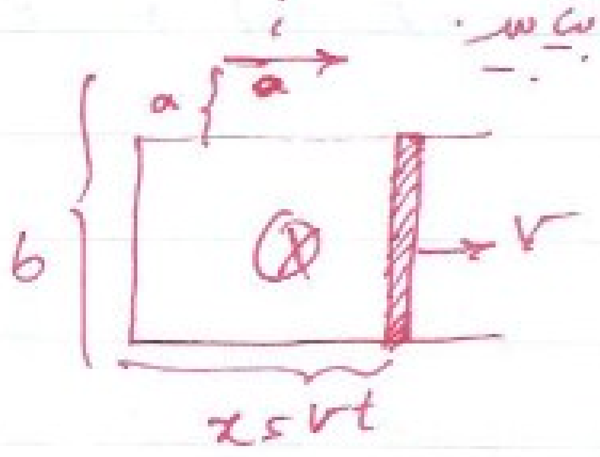
خودالقایش خازن است.

eg: دو سیم بلند و موازی که محورهایشان به فاصله d از هم قرار دارد حامل جریان های مساوی و مخالف هستند. نشان دهید ضریب خودالقایی برای طول L از این زوج سیم از رابطه زیر بدست می آید.

eg: شکل زیر دو حلقه سیم هم محور را نشان می دهد حلقه ی کوچکتر به شعاع r و حلقه بزرگتر به شعاع R است و دارای جریان i است اگر حلقه کوچکتر را با سرعت v از حلقه ی بزرگتر دور کنیم نیروی محرکه ی القایی در حلقه ی کوچکتر در فاصله ی $x = NR$ بدست آورید.



eg: با توجه به شکل نیروی محرکه ی القایی را در حلقه بیابید.

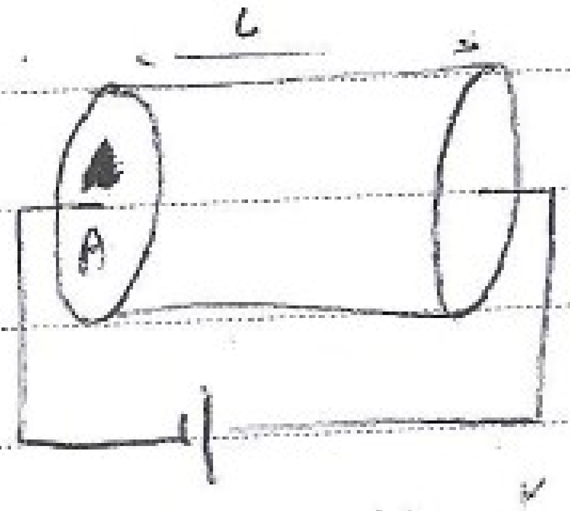


جریان و مقاومت

Subject:
Year. Month. Date.

$$I = \frac{q}{t} \quad (q \to 1C,\ t \to 1s) \qquad 1A$$

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad I = \frac{dq}{dt}$$



چگالی بار $\Rightarrow q = Ne = nALe \Rightarrow \frac{q}{t} = nA\left(\frac{L}{t}\right)e$, $\frac{L}{t} = v_d$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{AL}$$

چگالی جریان

$$\Rightarrow I = nAv_d e \Rightarrow \boxed{J = \frac{I}{A} = nv_d e} \Rightarrow J = nv_d e \Rightarrow \boxed{v_d = \frac{J}{ne}}$$

سرعت سوق الکترون‌ها را در سیم مسی به سطح مقطع $0/05\,cm^2$ که جریان $10A$ از آن می‌گذرد را بدست آورید

$\rho = 8.9\ \frac{gr}{cm^3}$, $N_A = 6.02\times10^{23}\ \frac{1}{mol}$, $M = 63.5\ \frac{gr}{mol}$

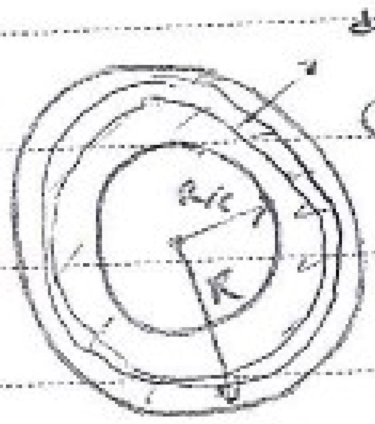
$$J = \frac{I}{A} = \frac{10}{5\times10^{-2}\times10^{-4}}$$

$n = ?$ $\quad M \quad N_A$; $m \quad N$

$$\Rightarrow \frac{m/V}{M} = \frac{N/V}{N_A} \Rightarrow n = \frac{\rho N_A}{M} \Rightarrow v_d = 1.5\times10^{-4}\ \frac{m}{s}$$

$$\vec{J} = \frac{I}{A} \qquad \vec{J} = \frac{dI}{dA} \Rightarrow dI = \vec{J}\cdot d\vec{A} \Rightarrow \boxed{I = \int \vec{J}\cdot d\vec{A}}$$

مثال: فرض کنید چگالی جریان در سیم دایره‌ای در سطح مقطع استوانه‌ای نشان داده شده در شکل به صورت $J = ar^2$ باشد. جریان عبوری از این سطح را بدست آورید



جریان بسته بیرون

$$I = \int \vec{J}\cdot d\vec{A} = \int J\, dA = \int_{R/2}^{R} ar^2\, 2\pi r\, dr = 2\pi a \int r^3 dr \qquad (\theta = 0)$$

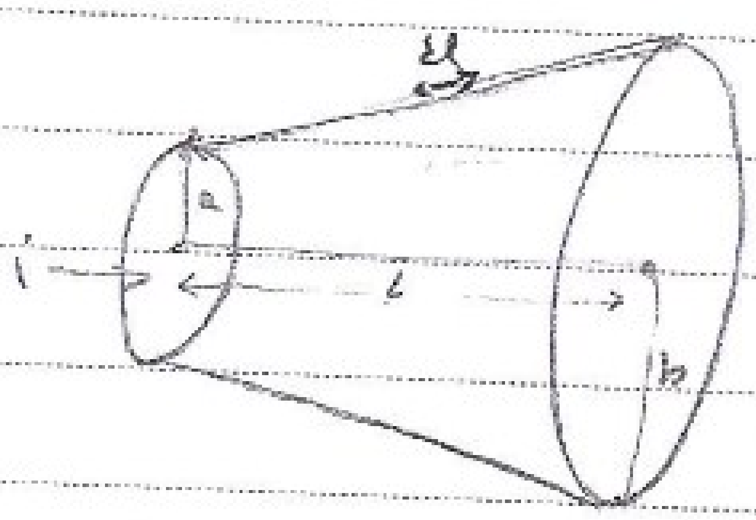
$$I = \frac{2\pi a}{4} r^4 \Big]_{R/2}^{R}$$

dA برای نقاط در سیستم مختصات قطبی به صورت $r\,dr\,d\theta$ در نظر گرفت

$$R = \frac{V}{I}$$

قانون اهم از دیدگاه ماکروسکوپیک

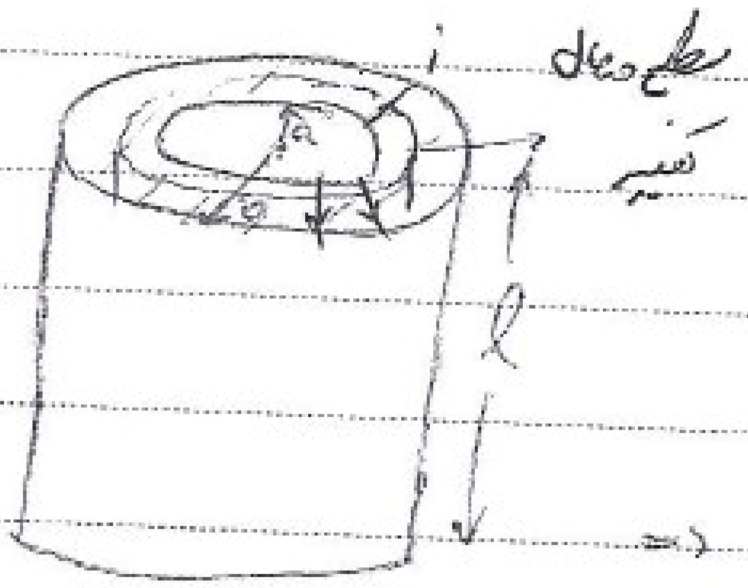
$$R = \frac{-\int \vec{E}\cdot d\vec{l}}{\int \vec{J}\cdot d\vec{s}} = \frac{El}{JA} \qquad \rho = \frac{E}{J} \qquad \sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{J}{E} \rightarrow$$ رسانندگی



$$R = \rho\frac{l}{A} \Rightarrow dR = \rho\frac{dl}{A}$$ حال اگر سطح مقطع تغییر یابد

$$\Rightarrow R = \int \rho\frac{dl}{A}$$

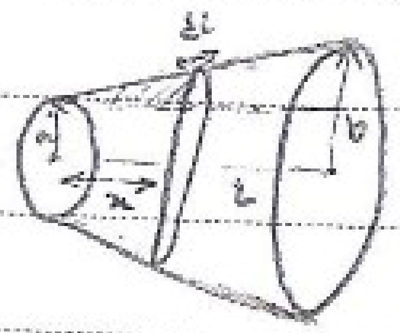
مثال: استوانه‌ای به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b در نظر بگیرید مقاومت ویژه آن ρ است. اگر جریان به صورت شعاعی از سطح داخلی به سطح خارجی حرکت کند مقاومت را به دست آورید.



$$R = \int \rho\frac{dl}{A} \qquad \left(\begin{array}{l} dl = dr \\ A = 2\pi r l \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow R = \frac{\rho}{2\pi l}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi l}\ln b/a$$

مثال: مقاومت مخروط ناقص به شعاع a و b و طول l را که جریان از دو قاعده آن عبور می‌کند را به دست آورید.



$$R = \int \rho\frac{dl}{A} = \int \rho\frac{dx}{\pi r^2}$$

$$\frac{x}{l} = \frac{r-a}{b-a} \qquad r-a = (b-a)\frac{x}{l} \qquad r = (b-a)\frac{x}{l} + a$$

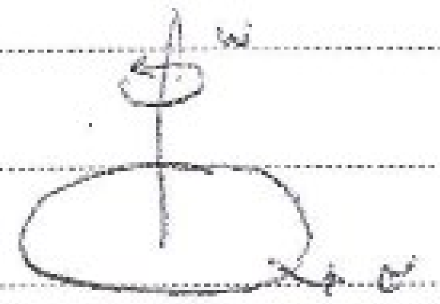
$$x = l\frac{(r-a)}{b-a} \qquad dx = \frac{L}{b-a}dr$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نشان دهید یک قرص نارسانا به شعاع r و چگالی بار سطحی σ با سرعت زاویه‌ای ω حول محور تقارنش دوران می‌کند آنگاه می‌توان جریان

شدت جریان گذرنده از سطح عمود بر قرص را به دست آورید



$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{It}{A} = \frac{I\frac{T}{\omega}}{A} \Rightarrow I = \frac{\sigma\,\omega\,\pi r^2}{T}$$

$$\sigma = \frac{J}{E} = \frac{J}{\frac{ma}{q}} = \frac{J}{\frac{m_e\omega}{qt}} = \frac{I^2 A}{m_e\omega}$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{\frac{m_e\omega\sigma}{A}} = \sqrt{\frac{m_e\omega\sigma}{\pi r^2}}$$

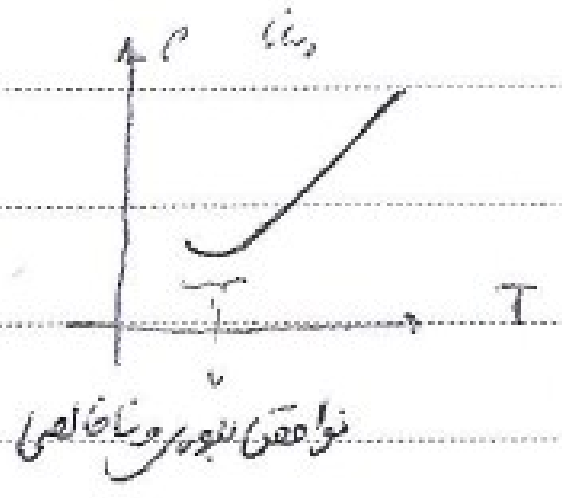
مدارها:

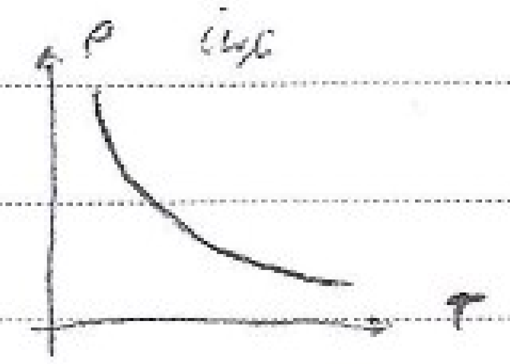
Subject:
Year. Month. Date. ( )

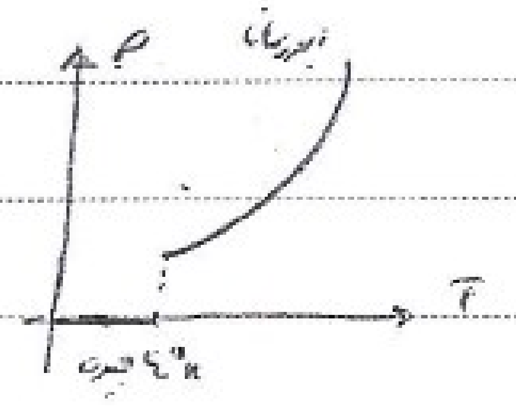
مثال: یک قرص نارسانا به شعاع R و چگالی بار سطحی σ با سرعت زاویه‌ای ω حول محور تقارنی که از مرکز آن می‌گذرد می‌چرخد. شدت جریان ناشی از عنصر خود برای ... را بدست آورید.

رابطه تغییرات دمایی مقاومت ویژه:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \underbrace{\alpha}_{\text{ضریب دمایی مقاومت ویژه}} (T - T_0)\right)$$



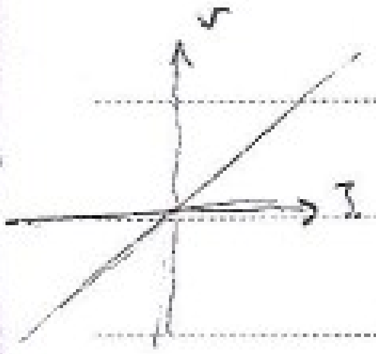




مدارها:

ماکروسکوپی: $R = \frac{V}{I}$

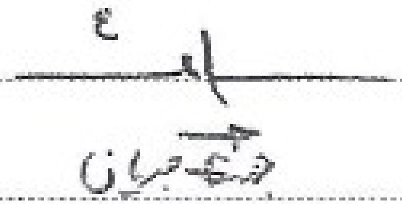
میکروسکوپی: $\rho = \frac{E}{J}$

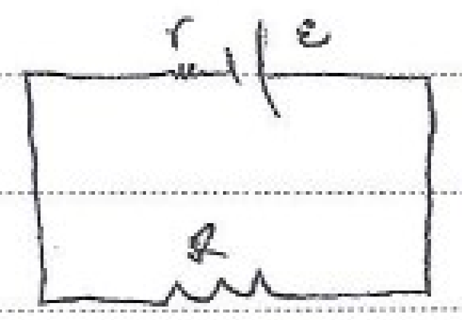


مواد: اهمی / غیراهمی

نمادهای بکاربرده شده در مدارها:

نیروی محرکه:

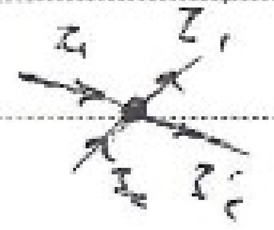




قوانین کیرشهف:

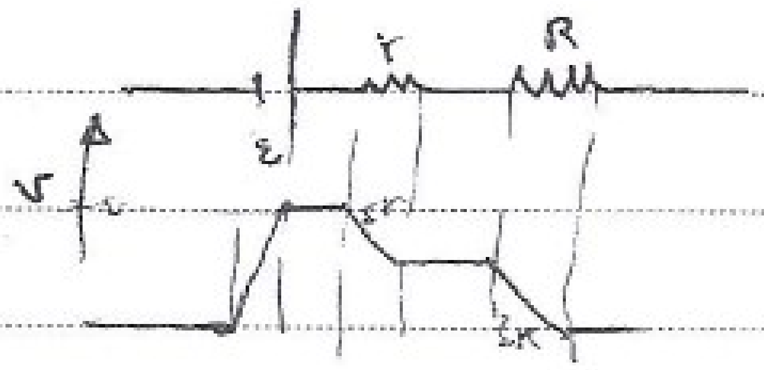
۱- قانون حلقه: جمع ΔV ها در حلقه بسته صفر (پایستگی انرژی)

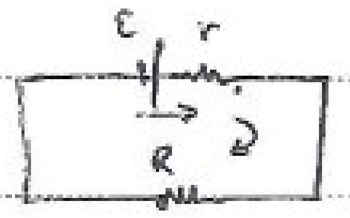
۲- قانون گره: جمع I ها در یک گره صفر (پایستگی بار)



$I_1 + I_2 - I_1' - I_2' = 0$

Subject:
Year. Month. Date. ( )





$\varepsilon - IR - Ir = 0$

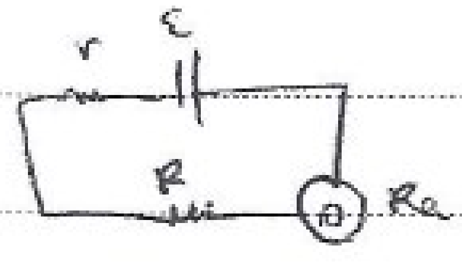
$\Rightarrow \boxed{I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}}$

$dW = V\,dq \rightarrow$ انرژی تحویلی از ε

$\Rightarrow dW = dW' \Rightarrow V\underbrace{dq}_{Idt} = rI^2dt + RI^2dt$

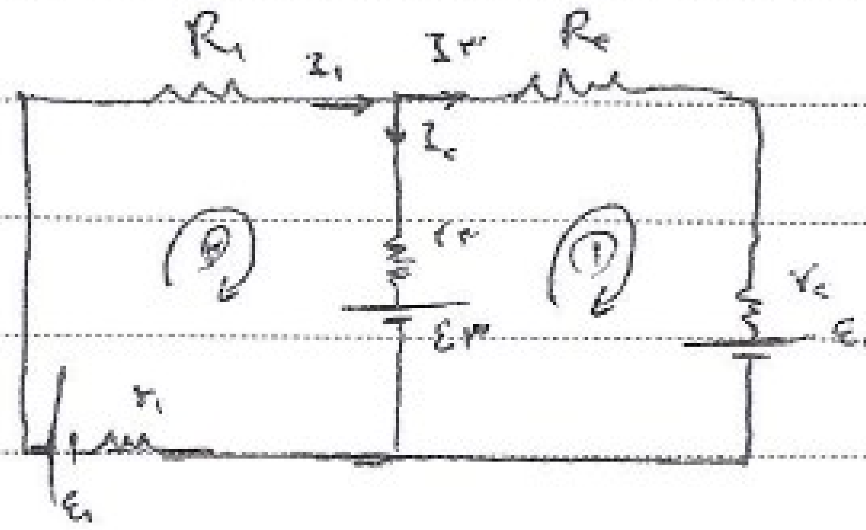
$dW' = RI^2dt + rI^2dt$ انرژی مصرفی توسط مقاومت‌ها

$\Rightarrow VI = rI^2 + RI^2 \Rightarrow V = rI + RI \Rightarrow I = \dfrac{\varepsilon}{r + R}$



با استفاده از قانون کیرشف نشان دهید مقاومت داخلی آمپرسنج باید صفر باشد

$\varepsilon - IR_a - IR - Ir = 0 \qquad I = \dfrac{\varepsilon}{R_a + R + r}$

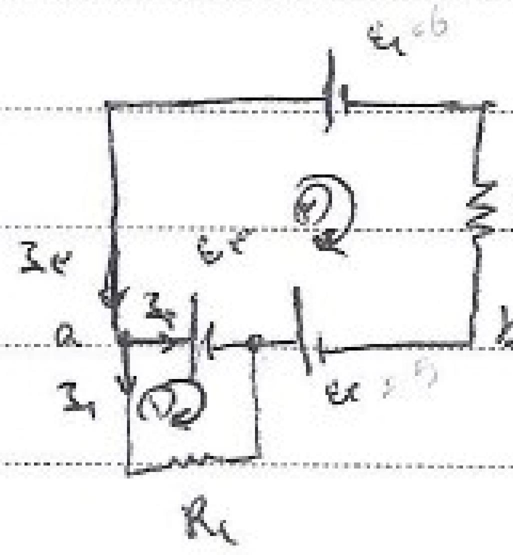


در مدار شکل زیر جریان هر شاخه را بدست آورید

$I_1 = I_2 + I_3$

① $-I_3R_2 - I_3r_2 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + I_2r_3 = 0$

② $-I_1r_1 + \varepsilon_1 - I_1R_1 - I_2r_3 - \varepsilon_3 = 0$



در مدار شکل زیر $V_a - V_b$ را بدست آورید؟

$\varepsilon_1 = 4$
$\varepsilon_2 = 5$
$\varepsilon_3 = 6$
$R_1 = 100$
$R_2 = 50$

$I_3 = I_2 + I_1$

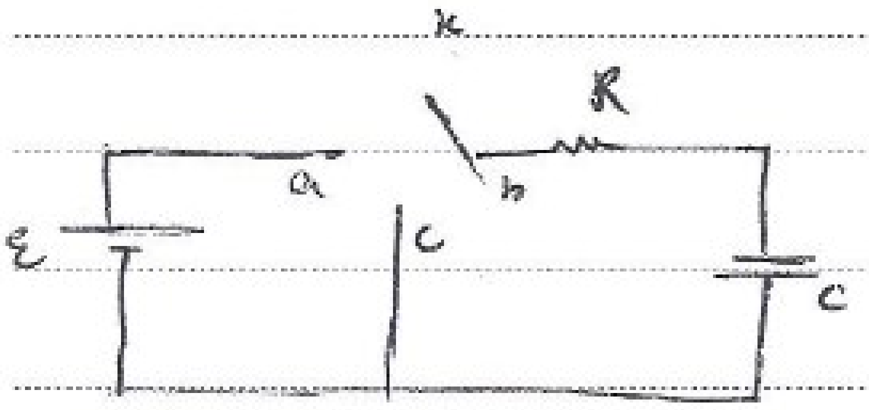
① $V_a - \varepsilon_3 + I_1R_1 = V_a \Rightarrow \varepsilon_3 = I_1R_1 \Rightarrow I_1 = \dfrac{1}{25}$

$\Rightarrow V_a - I_1R_1 - \varepsilon_2 = V_b \Rightarrow$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نیروی محرکه: $V_a - \varepsilon_x = V_b \Rightarrow V_a - V_b = \varepsilon + d\,q$



مدارهای RC: مداری که در آن علاوه بر مقاومت خازن نیز داریم.

$$\text{ثابت } C = \frac{q}{V} \begin{array}{l} \rightarrow \text{تابع زمان} \\ \rightarrow \text{تابع زمان} \end{array}$$

شاخه نقطه k به نقطه a وصل است.

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon - IR - \dfrac{q}{C} = 0 \\ I = \dfrac{dq}{dt} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}}$$

$$\Rightarrow R\frac{dq'}{dt} + \frac{q'}{C} = 0 \Rightarrow q' = Ae^{\alpha t} \Rightarrow q = Ae^{\alpha t} + B$$

حال A، B را بدست می‌آوریم:

$$\frac{dq'}{dt} = A\alpha e^{\alpha t} \xrightarrow{\text{در معادله}} R(A\alpha e^{\alpha t}) + \frac{A}{C}e^{\alpha t} = 0$$

$$\Rightarrow R\alpha + \frac{1}{C} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-1}{RC} \Rightarrow q = Ae^{-\frac{t}{RC}} + B \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{-A}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow \text{در معادله} \rightarrow R\left(\cancel{-\frac{A}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}}\right) + \cancel{\frac{A}{C}e^{-\frac{t}{RC}}} + \frac{B}{C} = \varepsilon$$

$$\Rightarrow \boxed{B = C\varepsilon} \;,\; q = Ae^{-t/RC} + C\varepsilon \xrightarrow{\text{if } t=0} q(t) = 0 \Rightarrow Ae^{0} + C\varepsilon \Rightarrow A = -C\varepsilon$$

$$\Rightarrow \boxed{q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

$$\Rightarrow q_{max} = C\varepsilon$$

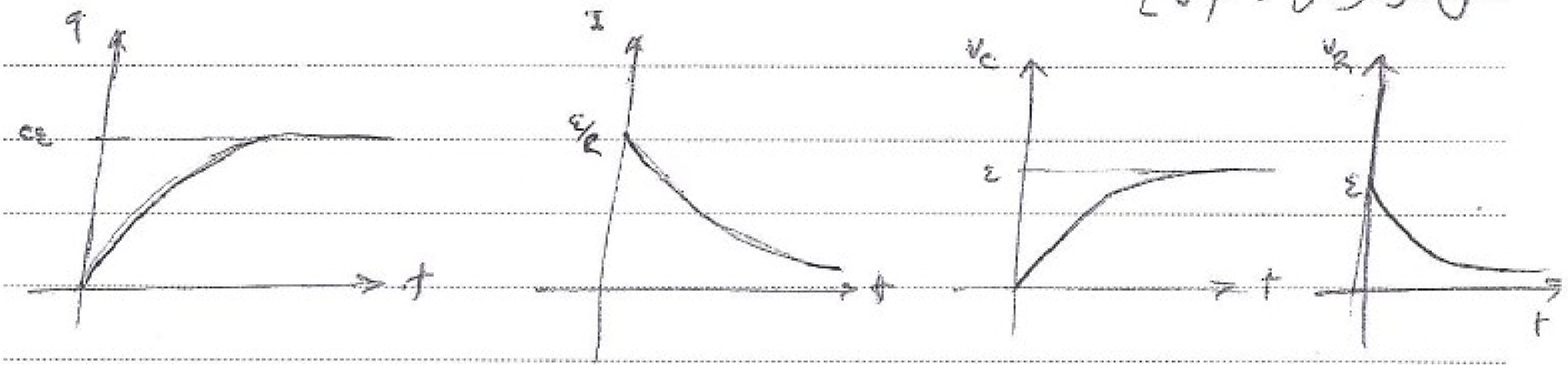
حال جریان را به صورت تابعی از زمان بدست می آوریم.

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{c\varepsilon}{Rc} e^{-\frac{t}{Rc}} \Rightarrow I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{Rc}}$$

$$V_c = \frac{q(t)}{c} \Rightarrow V_c = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{Rc}}\right)$$

$$V_R = IR \Rightarrow V_R = \varepsilon e^{-t/Rc}$$

حال نمودارها را رسم می کنیم.



راه دوم بدست آوردن q ها و I ها بر مبنای بقای انرژی

نیروی محرکه $dw = dw_1 + dw_2 \Rightarrow \varepsilon\, dq = RI^2 dt + \frac{q}{c}\, dq$

مقاومت   خازن

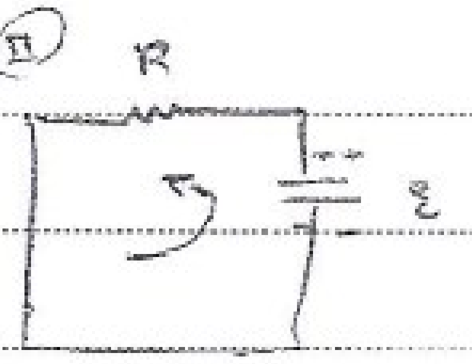
$$\xRightarrow{\div dt} \varepsilon I = RI^2 + \frac{q}{c} I \Rightarrow \varepsilon = RI + \frac{q}{c} \Rightarrow \varepsilon - \frac{q}{c} = R\frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow dt = \frac{R\,dq}{\varepsilon - q/c} \Rightarrow t = -\ln(q(t)) \Rightarrow e^{t} = q(t)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

دشارژ:

$$-\frac{q}{c} - RI = 0 \Rightarrow \frac{q}{c} + R\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{Rc} = 0 \quad \text{(II)}$$



$$\Rightarrow q = Ae^{\alpha t} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = A\alpha e^{\alpha t} \quad \text{(I)}$$

$$\text{(I)}, \text{(II)} \Rightarrow \alpha A e^{\alpha t} + \frac{Ae^{\alpha t}}{Rc} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-1}{Rc} \Rightarrow \boxed{q = Ae^{-t/Rc}}$$

$$\Rightarrow \text{if } t = 0 \Rightarrow q = c\varepsilon \Rightarrow c\varepsilon = Ae^{0} \Rightarrow A = c\varepsilon \Rightarrow \boxed{q(t) = c\varepsilon e^{-\frac{t}{Rc}}}$$

فرمول ها:

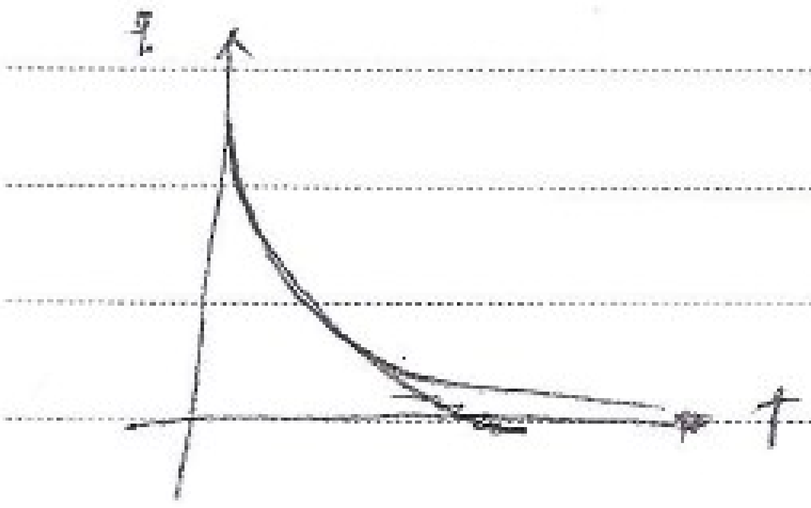
۱) $q(t) = c\varepsilon e^{-\frac{t}{Rc}}$

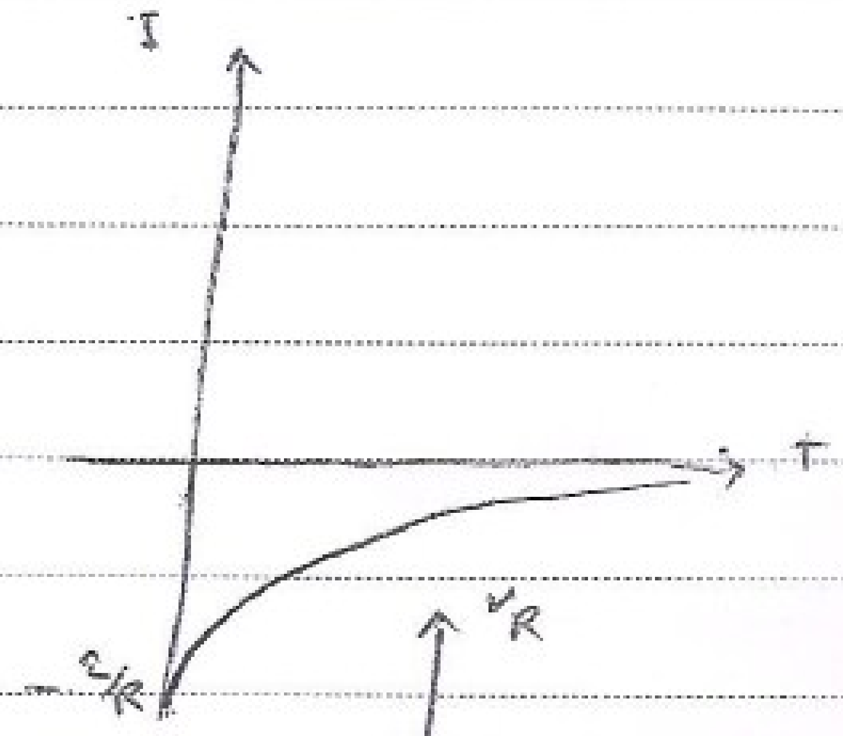
۲) $I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{\varepsilon}{R} e^{-t/Rc}$

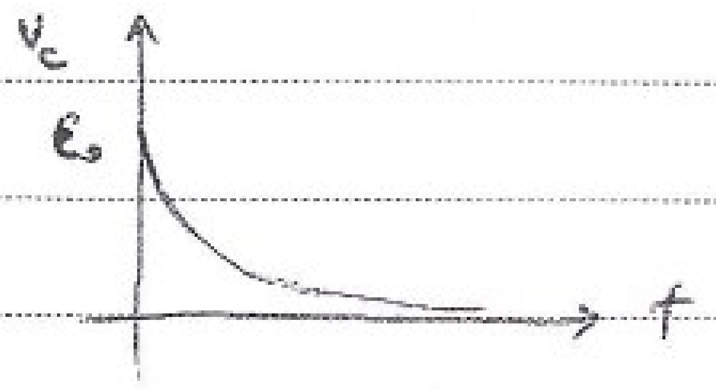
۳) $V_c = \varepsilon e^{-\frac{t}{Rc}}$

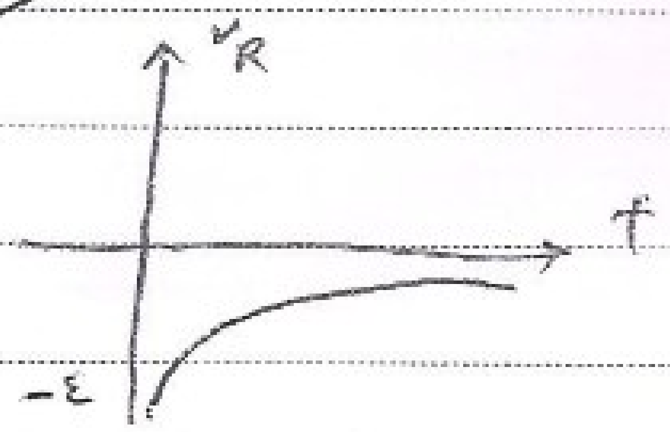
۴) $V_R = -\varepsilon e^{-\frac{t}{Rc}}$

نمودار ها:

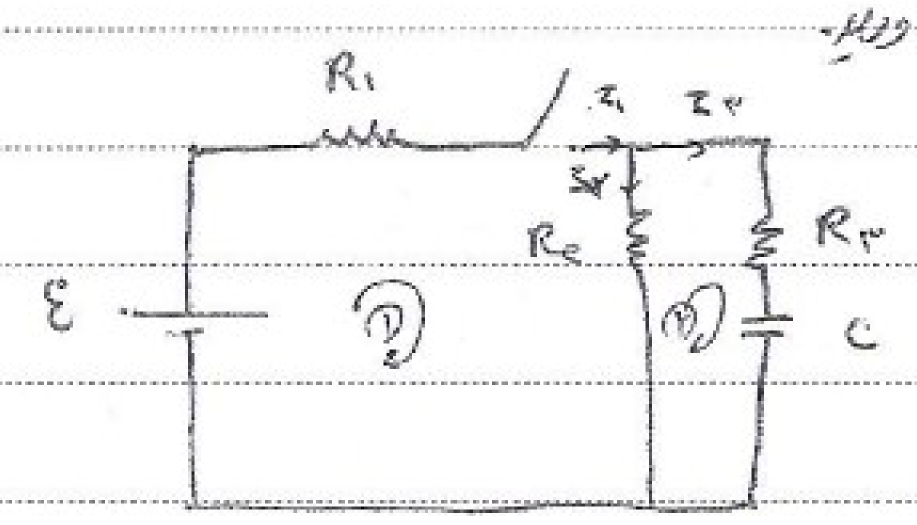








مثال ۵: در شکل زیر بار خازن را به صورت تابعی از زمان بدست آورید.



$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$(1)\quad \varepsilon - I_1R_1 - I_cR_c = 0$$

$$(2)\quad -I_3R_3 - \frac{q}{C} + I_cR_c = 0$$

$$(1),(2)\quad \varepsilon - (I_2 + I_3)R_1 - I_cR_c = 0$$

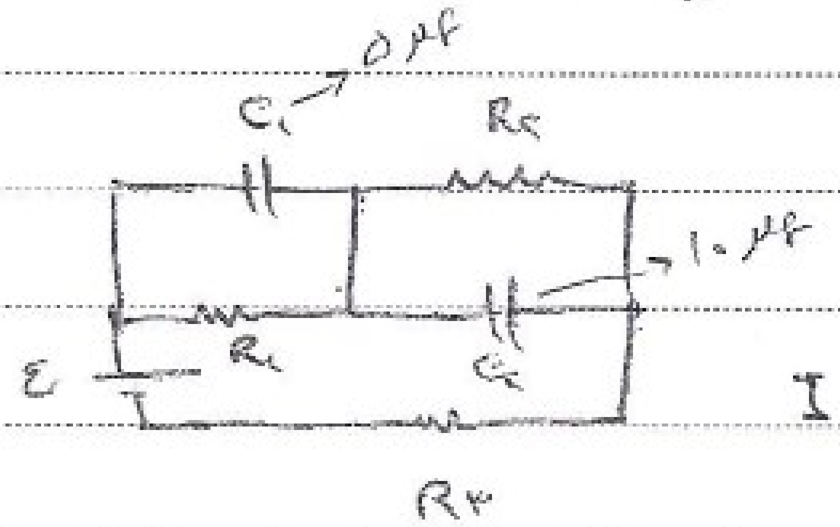
$$\Rightarrow \begin{cases} R_2\times & \varepsilon - (R_1 + R_2)I_2 - I_3R_1 = 0 \\ (R_1+R_c)\times & -I_3R_3 - \frac{q}{C} + I_cR_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_2\varepsilon - I_3R_1R_2 - I_3R_3(R_1 + R_c) - \frac{q}{C}(R_1 + R_c) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_2\varepsilon - I_3(\underbrace{R_1R_2 + R_3(R_1 + R_c)}_{A}) - \frac{q}{C}\underbrace{(R_1 + R_c)}_{B} = 0$$

$$\Rightarrow A\frac{dq}{dt} + B\frac{q}{C} = R_2\varepsilon$$

در شکل زیر $R_1=5\Omega$, $R_2=10\Omega$, $R_3=15\Omega$ می باشد. با فرض اینکه مدار در حالت پایا باشد انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن ها چقدر است؟



حالت پایا: خازن به طور کامل شارژ شده است.

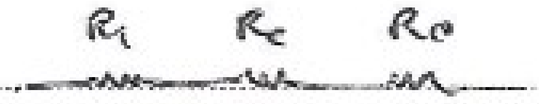
$$I = \frac{\varepsilon}{\Sigma R} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

$$R_2 I_2 = V = \frac{2}{3}\times 10 = \frac{20}{3} \quad , \quad R_1 I_1 = 5\times\frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2}\times 5\mu \times \left(\frac{10}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}\times 10\mu \times \left(\frac{20}{3}\right)^2 = ✓$$

مقاومت معادل:

(متوالی)

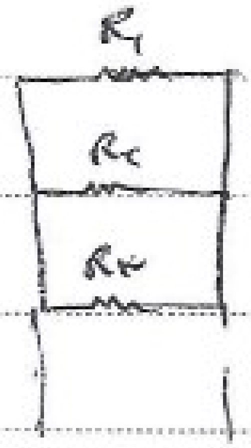


$V_T = V_1 + V_2 + \dots$

$I_T = I_1 = I_2 = \dots$

$R_T = R_1 + R_2 + \dots$

(موازی)



$V_T = V_1 = V_2 = \dots$

$I_T = I_1 + I_2 + \dots$

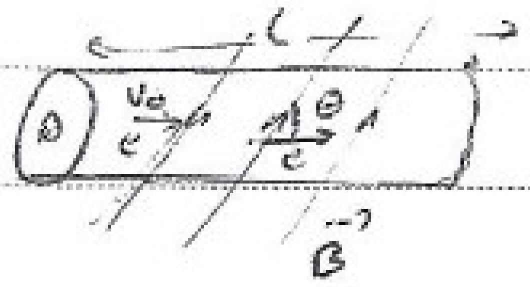
$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$

اثرات میدان مغناطیسی:

نیرویی که بر یک ذره در میدان الکترومغناطیسی وارد می شود نیروی لورنتس است: $F = q\vec{v}\times\vec{B} + q\vec{E}$

if $\vec{E}=0 \Rightarrow \vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$

محاسبه نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان:



$|\vec{F}| = N e V_d B \sin\theta$

$|\vec{F}| = N e V_d B \sin\theta$

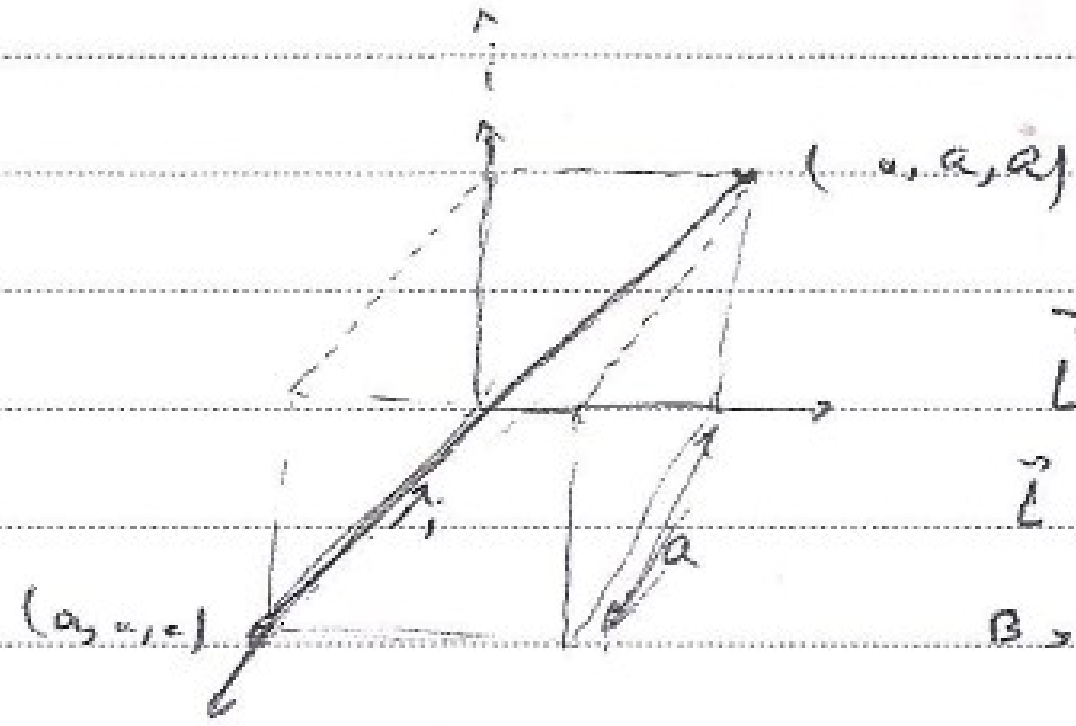
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$V_d = \frac{J}{ne} \; ; \; n = \frac{N}{\text{حجم}} = \frac{N}{AL} \Rightarrow |\vec{F}| = nAL \times e \times \frac{J}{ne} B\sin\theta = \boxed{ILB\sin\theta = I\vec{L}\times\vec{B}}$$

۱) سیم یکنواخت نباشد ۲) میدان یکنواخت نباشد این فرمول صحیح نیست چون ؟

$$d\vec{f} = I\, d\vec{l}\times\vec{B} \Rightarrow \vec{F} = \int I\, d\vec{l}\times\vec{B}$$

نیروی وارد بر سیم مستقیمی که به شکل زیر در یک مکعب فرضی به ضلع a قرار گرفته است و جریان I از A به B از آن می‌گذرد براثر میدان یکنواخت $B = 0.04\hat{j}$ چقدر است؟



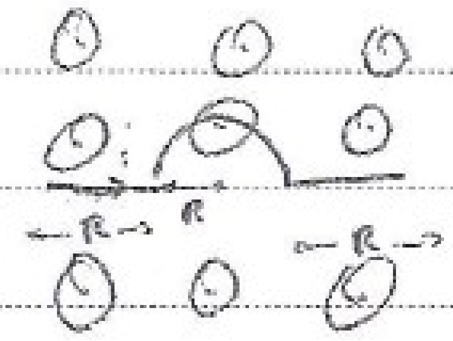
$$F = I\,\vec{L}\times\vec{B}$$

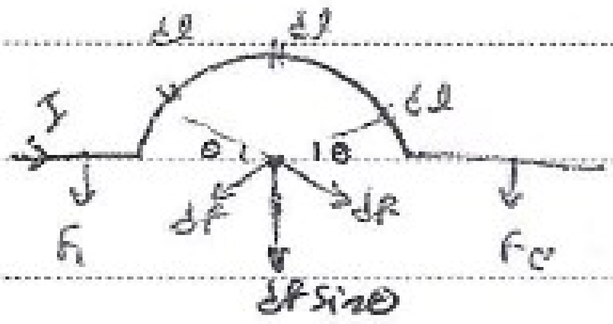
$$\vec{L} = (-a, a, a)$$

$$\vec{L} = -a\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k} \Rightarrow I\begin{vmatrix} i & j & k \\ -a & a & a \\ 0 & 0.04 & 0 \end{vmatrix} = -4a\hat{i} - 4a\hat{k}$$

$$B = 0.04\hat{j}$$

نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان به شکل زیر واقع در میدان مغناطیسی یکنواخت را بیابید.





$$|F_1| = IRB \rightarrow \vec{F_1} = -IRB\hat{j}$$

$$|F_2| = IRB \rightarrow \vec{F_C} = -IRB\hat{j}$$

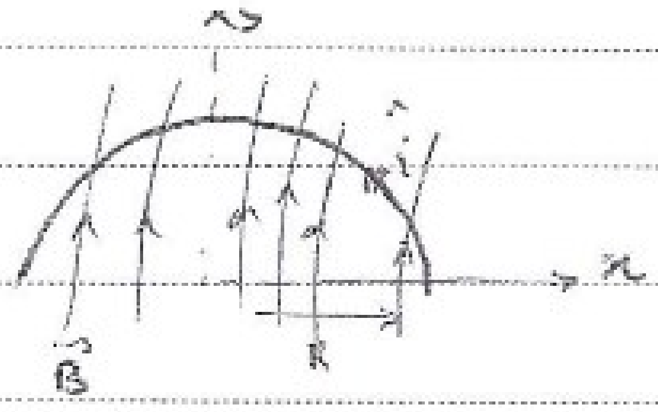
$$\vec{F_2} = \int I\, d\vec{l}\times\vec{B} = -\int dF\sin\theta\,\hat{j}$$

$$d\vec{f} = I\, d\vec{l}\times\vec{B} \Rightarrow |df| = I\,dl\,B\sin\theta' \quad \left(\theta' = \frac{\pi}{2},\; dl = R\,d\theta \quad dF = IRB\,d\theta\right)$$

$$\Rightarrow \vec{F} = -\int_0^{\pi} IRB\sin\theta\, d\theta\,\hat{j} = IRB\int_0^{\pi} -\sin\theta\, d\theta\,\hat{j} = -2IRB\hat{j}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نیروی وارد بر سیم خمیده شده در شکل زیر را از طرف میدان مغناطیسی نشان داده شده بدست آورید

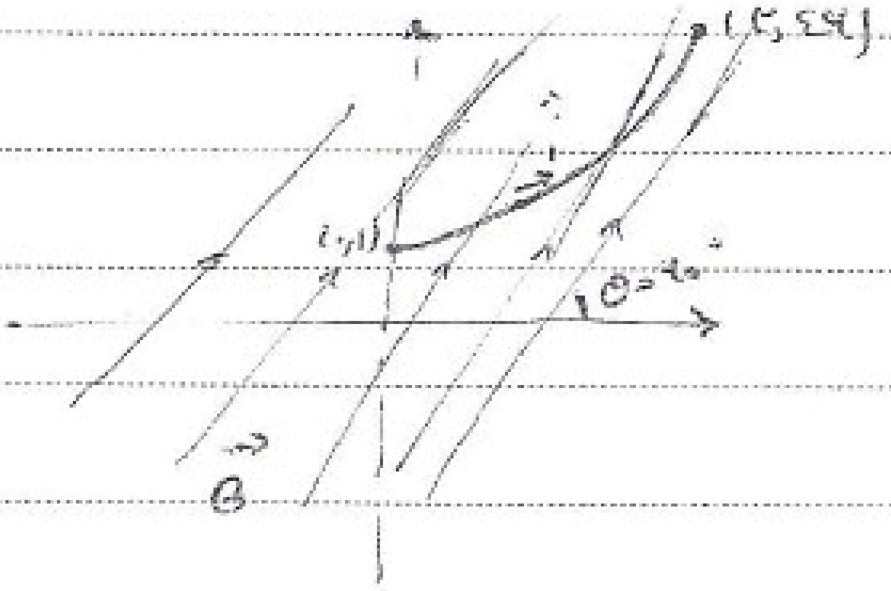


$$F = \int dF = \left(IRB \int_0^{\pi} -\sin\theta\, d\theta \right)\hat{k} = -2IRB\,\hat{k}$$

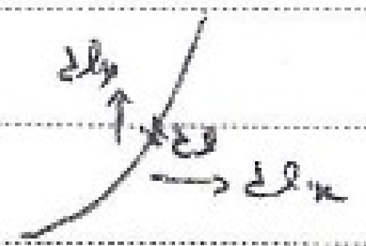
$$\left.\begin{aligned} dF &= I\, d\vec{l} \times \vec{B} \\ d\vec{l} &= (R\,d\theta)\,\hat{\theta} \\ \vec{B} &= B\,\hat{j} \end{aligned}\right\} \quad dF = (IR\,d\theta\,B)\,\hat{\theta} \times \hat{j} = IRB\,d\theta\left((-\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j}) \times \hat{j}\right)$$

$$= -(IRB\sin\theta\, d\theta)\,\hat{k}$$

در شکل زیر نیروی وارد بر سیم حامل جریان را بدست آورید



$$y = 5x^2 + 1$$

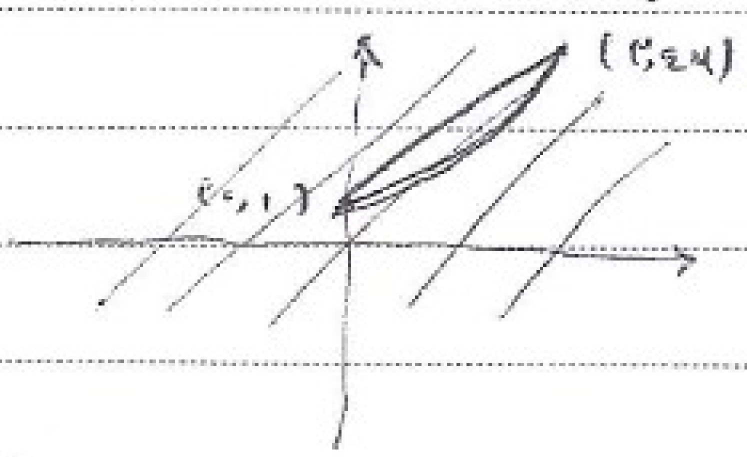


$$d\vec{l} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}$$

$$\vec{B} = B\cos 60\,\hat{i} + B\sin 60\,\hat{j}$$

$$F = I \underbrace{\int d\vec{l} \times \vec{B}}_{1} = \frac{IB}{2} \int_0^3 (\sqrt{3}\,dx - 10x\,dx)\,\hat{k} = \frac{IB}{2}(3\sqrt{3} - 45)\,\hat{k}$$

$$1 \Rightarrow d\vec{l} \times \vec{B} = B \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ dx & dy & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{vmatrix} = \hat{k}B\left(dx\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}dy\right) = \hat{k}\left(\frac{B}{2}\right)(\sqrt{3}\,dx - 10x\,dx)$$



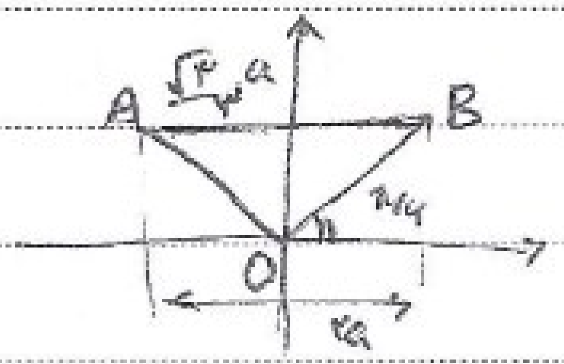
فرض می کنیم مسیر وجود ندارد و نیروی وارد بر خمیده را از طریق نیروی

وارد بر سیم راست حساب می کنیم

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\begin{cases} \vec F = I\,\vec L \times \vec B \\ \vec L = \text{تفاضل انتها و ابتدا} = ۳\hat i + ۴۵\hat j \\ \vec B = B\cos ۶۰^\circ\,\hat i + B\sin ۶۰\,\hat j \end{cases} \Rightarrow F = I \begin{vmatrix} \hat i & \hat j & \hat k \\ ۳ & ۴۵ & ۰ \\ \frac{B}{۲} & \frac{\sqrt{۳}B}{۲} & ۰ \end{vmatrix} = \frac{IB}{۲}(۳\sqrt{۳} - ۴۵)\hat k$$

مثال: در میدان غیر یکنواخت $\vec B = y\hat i + x\hat j$ در صفحه xy مفروض است. اگر مثلث OAB واقع در صفحه xy حامل جریان I مطابق شکل باشد نیروهای وارد بر هر یک از اضلاع مثلث و برآیند آنها را بدست آورید.



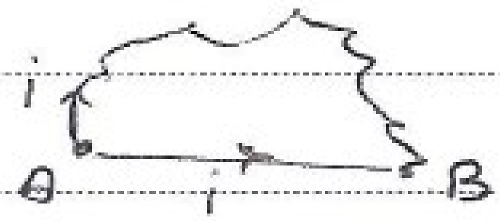
$$\vec{dF} = i\,\vec{dl} \times \vec B$$

$$\vec{dl} = dx\,\hat i + dy\,\hat j \Rightarrow \vec{dl} \times \vec B = \begin{vmatrix} \hat i & \hat j & \hat k \\ dx & dy & ۰ \\ y & x & ۰ \end{vmatrix} = x\,dx - y\,dy$$

$$\Rightarrow F_{OB} = I\left[\int_0^a x\,dx - \int_0^{\frac{\sqrt{۳}}{۲}a} y\,dy\right]$$

$$F_{AB} = I\left[\int_{-a}^{a} x\,dx - \int_0^{\frac{\sqrt{۳}}{۲}a} y\,dy\right] \Rightarrow F_{Total} = F_{OB} + F_{OA} + F_{BA} = 0$$

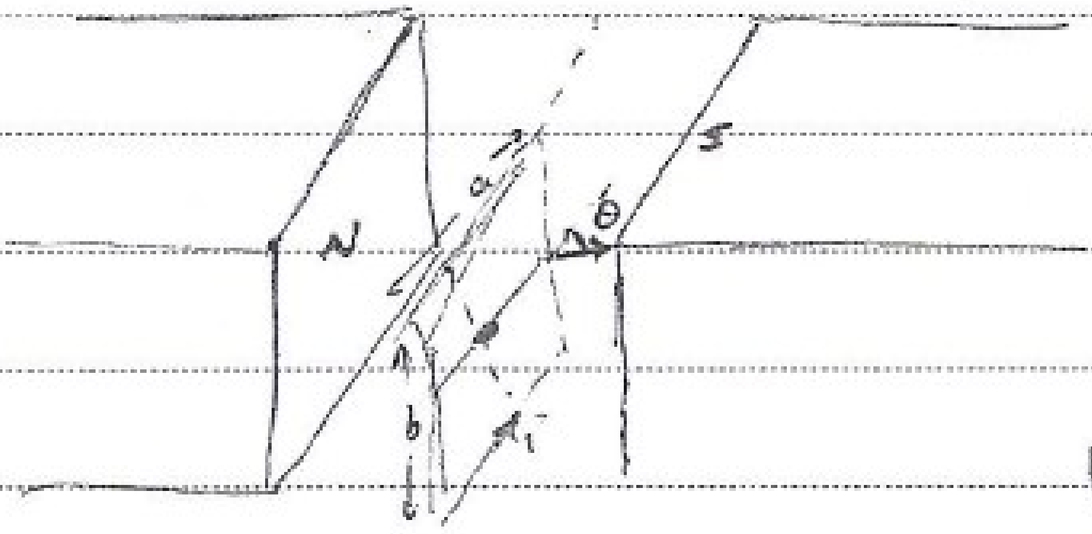
$$F_{OA} = I\left[\int_{-a}^{0} x\,dx - \int_{\frac{\sqrt{۳}}{۲}a}^{0} y\,dy\right]$$



اگر میدان مغناطیسی یکنواخت داشته می‌توانیم:

می‌توانیم مسیر را برداریم و نقطه اول را به آخر وصل کنیم

گشتاور نیروی وارد بر حلقه:



$$F = I\,\vec L \times \vec B$$

$$|\vec F_1| = i\,b \times B \times \sin\theta = ۱$$

$$|\vec F_2| = i\,b\,B\,\sin\theta = ۱$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

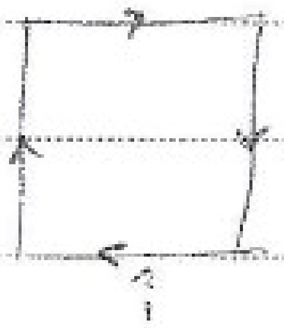
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ → $|\tau_1| = \frac{a}{2}\, i b B \sin\theta$

→ $|\tau_2| = \frac{a}{2}\, i b B \sin\theta$

$\vec{\tau}_{tot} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 \Rightarrow \tau_{tot} = \tau_1 + \tau_2 = \frac{a}{2}\, ibB\sin\theta + \frac{a}{2}\, ib\sin\theta = i\underbrace{ab}_{A}B\sin\theta$

گشتاور مغناطیسی

$\Rightarrow \boxed{\vec{\mu} = N i A \hat{n}}$ پیدا کردن جهت $\hat{n}$: ۴ انگشت در جهت جریان، شست جهت $\hat{n}$ است



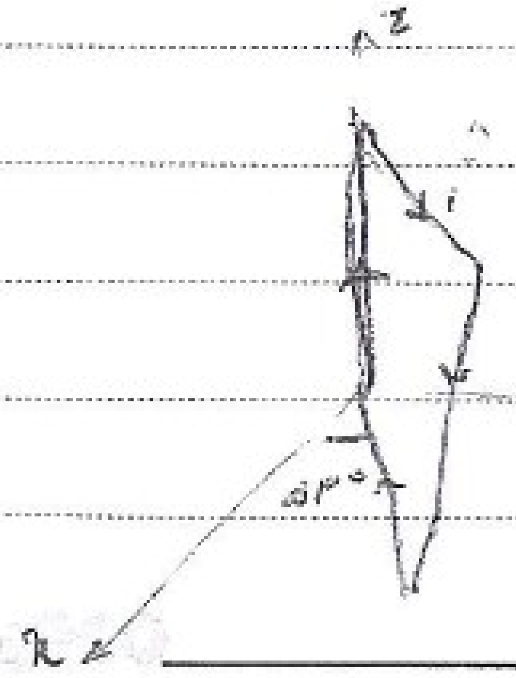
۴ انگشت را طوری قرار می‌دهیم که اگر ۴ انگشت را خم کنیم جهت جریان را در بر بگیرد

گشتاور نیروی وارد بر حلقه

$\Rightarrow \tau_{tot} = \mu B \sin\theta \Rightarrow \vec{\tau}_{tot} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

در میدان الکتریکی		در میدان مغناطیسی
	$\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$	$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$
	$U = -\vec{P}\cdot\vec{E}$	$U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

حلقه‌ی مربع شکلی به ضلع ۱۰ cm و ۲۰ دور سیم پیچ و جریان ۵ آمپر از آن می‌گذرد و راستای عمود بر سطح حلقه با میدان یکنواخت $\vec{B} = 0.5\hat{j}$ مطابق شکل زاویه می‌سازد. الف ـ گشتاور دوقطبی مغناطیسی. ب ـ گشتاور نیروی وارد بر حلقه. ج ـ کار لازم برای اینکه حلقه از وضعیتی با انرژی کمینه به وضعیت فعلی گردانده شود کدام است؟



الف) $\vec{\mu} = N i A \hat{n} = 20 \times 5 \times (0.8\hat{i} + 0.6\hat{j})$

$\hat{n} = \cos 37^\circ \hat{i} + \sin 37^\circ \hat{j}$

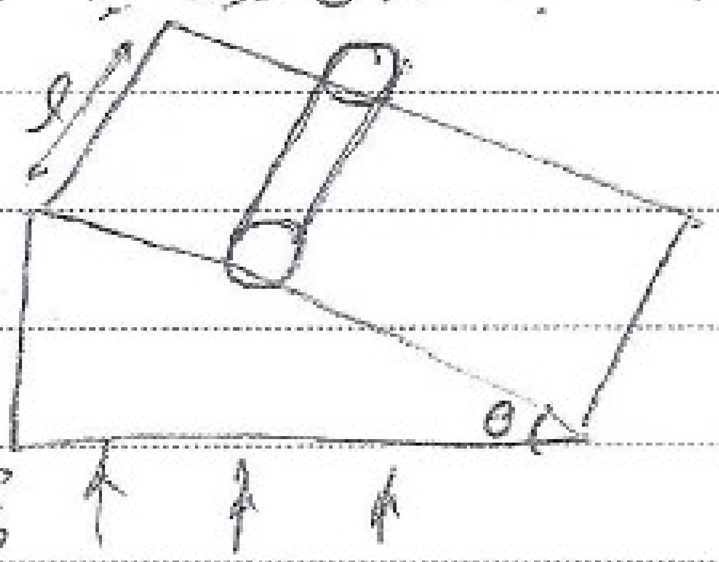
$\hat{n}$ در صفحه‌ی (x-y) است و ۳۷° درجه زاویه می‌سازد

Subject:
Year. Month. Date. ( )

ب) $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = (-0.8\hat{i} + 0.6\hat{j}) \times (0.5\hat{j}) = -0.4k$

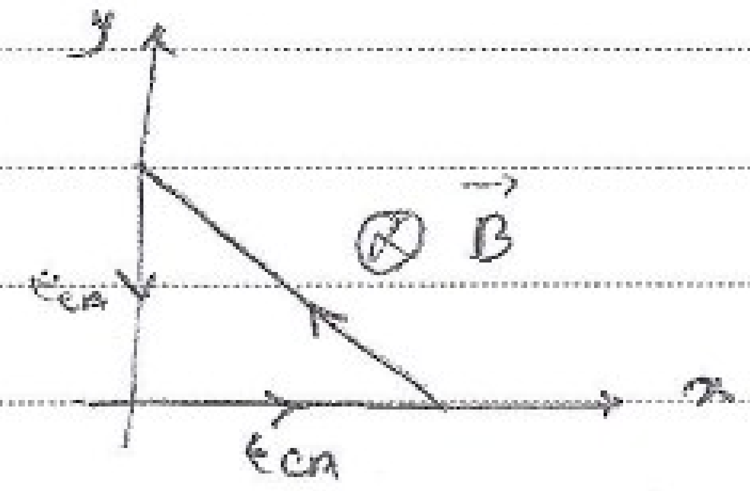
ج) $W = \Delta U = U_{\text{بیشتر}} - U_{min} = -\underbrace{\vec{\mu} \cdot \vec{B}}_{\mu B \cos\theta} - (-\mu B \cos\theta)$

مثال: مقدار جریان چقدر باشد تا استوانه روی سطح شیب‌دار ثابت باشد، جهت جریان را نیز تعیین کنید

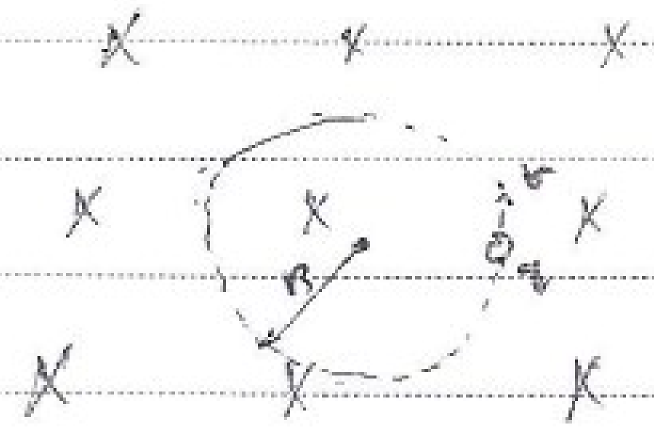


مثال: از یک حلقه‌ی که در آن جریان ۵A به شکل مثلث قائم‌الزاویه در یک میدان مغناطیسی چنین که

B = ۸mT چه گشتاور مغناطیسی و چه گشتاوری بر میدان مغناطیسی وارد می‌آید



Subject:
Year. Month. Date. ( )

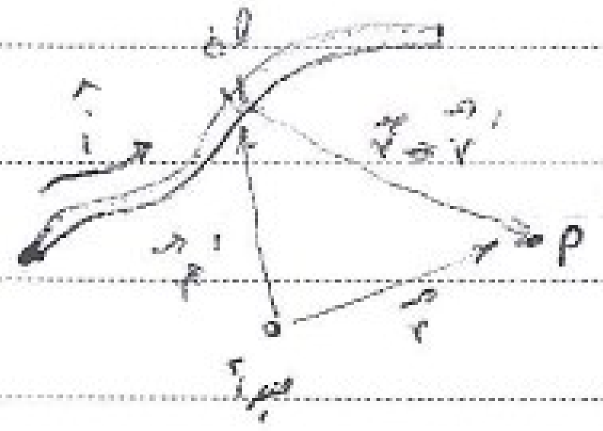


$$\begin{cases} \vec F = q\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow |\vec F| = qvB\sin\theta \\ F = ma = m\dfrac{v^2}{R} \end{cases}$$

$$qvB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow \boxed{R = \frac{mv}{qB}}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{v}\times\frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB} \qquad \boxed{\nu = f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}}$$

قانون بیو ساوار:



$$B = \int d\vec B$$

$$d\vec B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec l\times(\vec r-\vec r')}{|\vec r-\vec r'|^3} \qquad \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A}$$

واحد B:

$F = qvB\sin\theta \qquad [F] = [q][v][B][\sin\theta]$

$N = C\ \frac{m}{s}\ [B] \quad 1 \Rightarrow [B] = \frac{N}{A.m} = T$

$1\ T = 10^4\ G$

مثال: میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم حامل جریان i به طول ∞ را در فاصله x از آن سیم به دست آورید.

قانون بیو ساوار:

$$d\vec B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec l\times(\vec r-\vec r')}{|\vec r-\vec r'|^3}$$

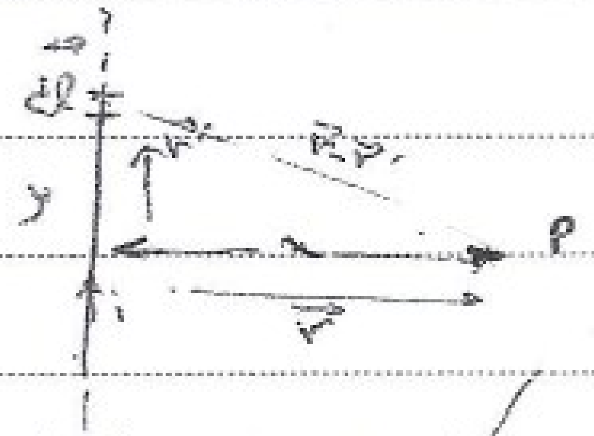
$\vec r = x\hat i, \quad \vec r' = y\hat j, \quad \vec r-\vec r' = x\hat i - y\hat j, \quad |\vec r-\vec r'| = (x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}, \quad d\vec l = dy\,\hat j$

$$\Rightarrow d\vec B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dy\,\hat j\times(x\hat i-y\hat j)}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\hat k$$

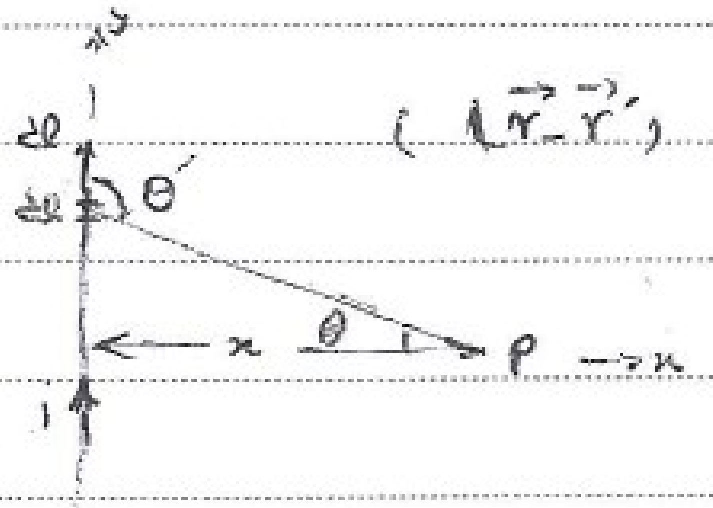
$$\Rightarrow \vec B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\hat k \quad \left(\operatorname{tg}\theta = \frac{y}{x},\ dy = x(1+\operatorname{tg}^2\theta)\,d\theta\right) \Rightarrow -\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{x^2(1+\tan^2\theta)\,d\theta}{(x^2+x^2\tan^2\theta)^{3/2}} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi x}\hat{k}$$



روش اسکالر: میدان در نقطه P چنین است. و θ' زاویه بین dl و $(\vec{r}-\vec{r}')$

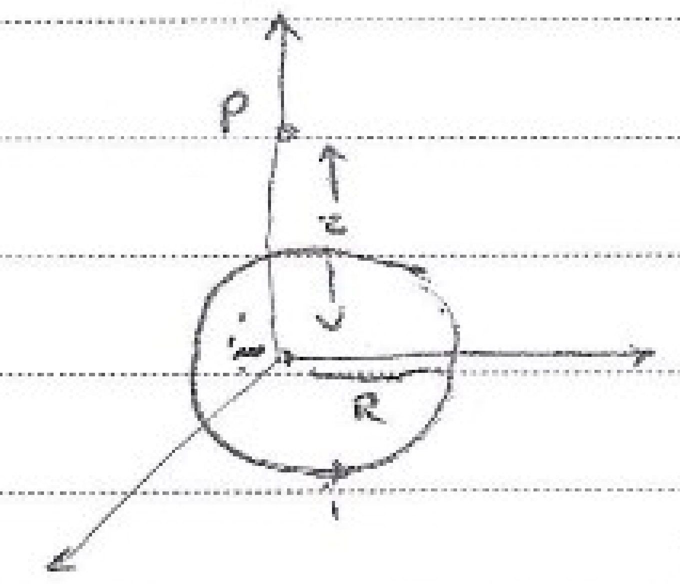


$$B = -\int dB\,\hat{k} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\int \frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}\,\hat{k}$$

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{|r-r'|^2}\frac{\sin\theta'}{\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl\cos\theta}{|r-r'|^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

میدان الکترومغناطیسی حاصل از حلقه جریان شکل زیر را در فاصله Z از مرکز حلقه بدست آورید.

روش برداری



$$\vec{dl} = R\,d\theta\,\hat{\theta}$$

$$\vec{dl} = R\,d\theta\,(-\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j})$$

$$\vec{r} = z\hat{k}$$

$$\vec{r}' = R\hat{r} = R(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j})$$

$$\vec{r}-\vec{r}' = z\hat{k} - R\cos\theta\,\hat{i} - R\sin\theta\,\hat{j}$$

$$|\vec{r}-\vec{r}'| = (z^2+R^2)^{1/2}$$

$$\vec{dl}\times(\vec{r}-\vec{r}') = R\,d\theta\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ -R\cos\theta & -R\sin\theta & z\end{vmatrix} = R\,d\theta\,(z\cos\theta\,\hat{i} + z\sin\theta\,\hat{j} + R\hat{k})$$

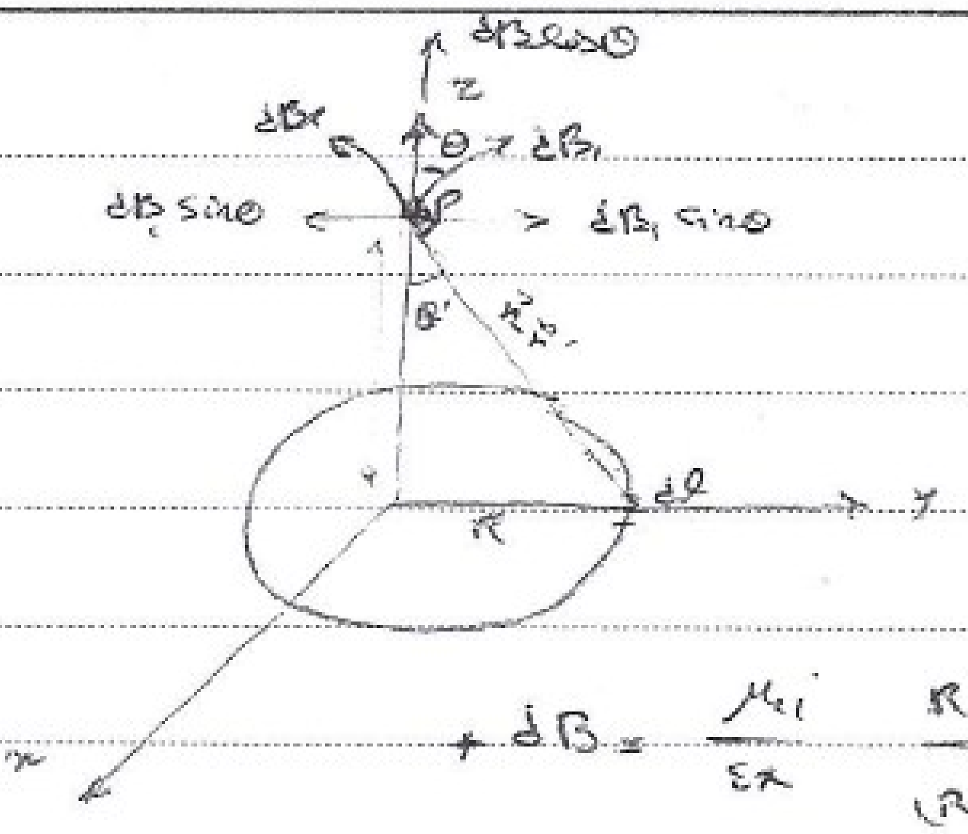
$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{(Rz\cos\theta\,\hat{i} + Rz\sin\theta\,\hat{j} + R^2\hat{k})\,d\theta}{(z^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{R^2\,d\theta}{(z^2+R^2)^{3/2}}\,\hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i R^2\,2\pi}{4\pi(z^2+R^2)^{3/2}}\,\hat{k}$$

$$\text{if } z=0 \longrightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i R^2\times 2\pi}{4\pi R^3}\hat{k} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\times\frac{2\pi}{R}\hat{k} \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\times\frac{\varphi}{R}\hat{k}}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

روش استفاده ۲



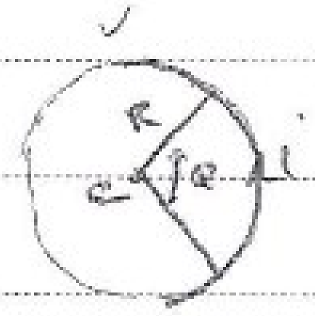
$\theta = \frac{\pi}{2} - \theta'$

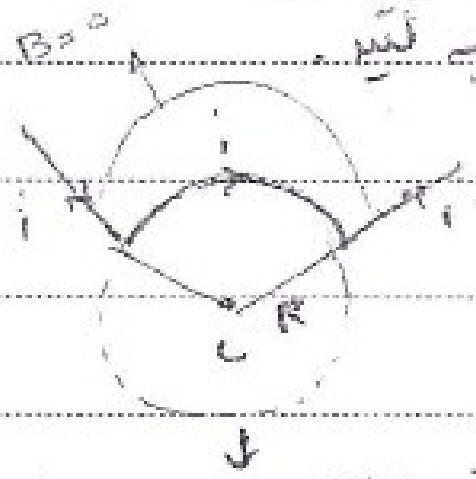
$\vec B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{dl}{|r-r'|^2} \sin\theta$

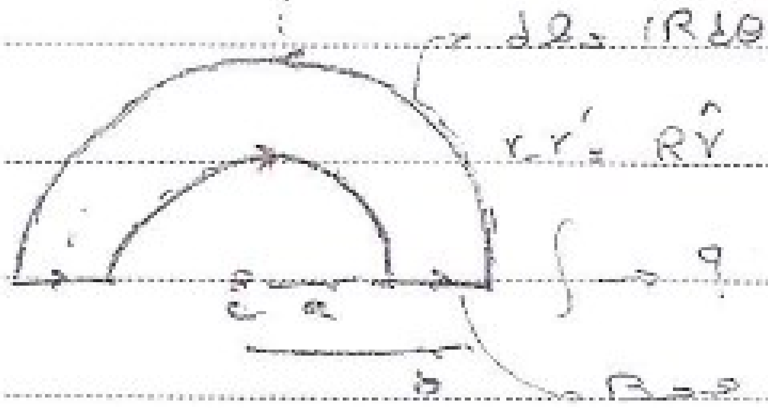
$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R\,d\theta}{(R^2+z^2)} \hat k \qquad B = \int dB\cos\theta$

$\vec B = \int \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{R\,d\theta}{z^2+R^2} \underset{\sin\theta'}{\cos\theta} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\theta \, \hat k$

مثال ۵: در شکل های زیر میدان مغناطیسی را در نقطه c حساب کنید.





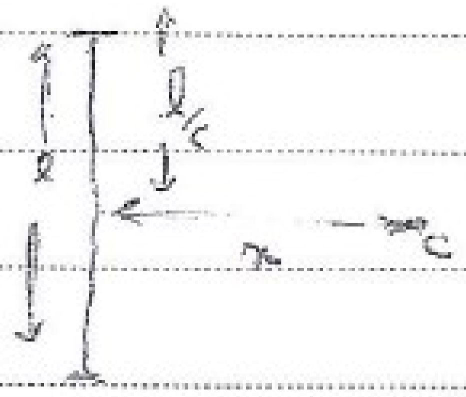


$d\vec l = (R\,d\theta)\,\hat\theta$

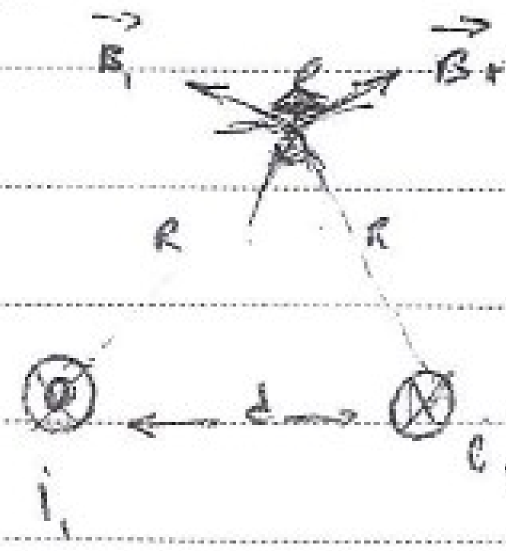
$r - r' = R\hat r$

چون $\vec{dl}$ و $\vec r - \vec r'$ هم جهت هستند ضرب خارجی آنها صفر شده

پس میدان حاصل از عبور از مرکز



مثال ۵: در سیم موازی حامل جریان های i_1 و i_2 در خلاف جهت یکدیگر هستند میدان مغناطیسی در نقطه P کدام است



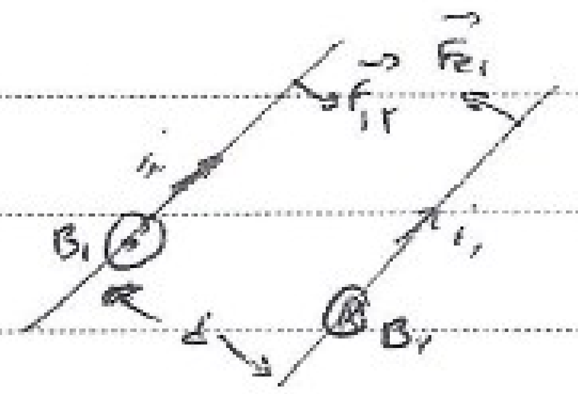
$|A+B| = \sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}$

$\Rightarrow B_{tot} = \sqrt{B_1^2+B_2^2}$

$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi R} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi R}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نیروی بین دو سیم موازی



$$F_{12} = i_2 L B_1 \sin\theta = i_2 l \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$

$$\Rightarrow F_{12} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 l}{2\pi d}$$

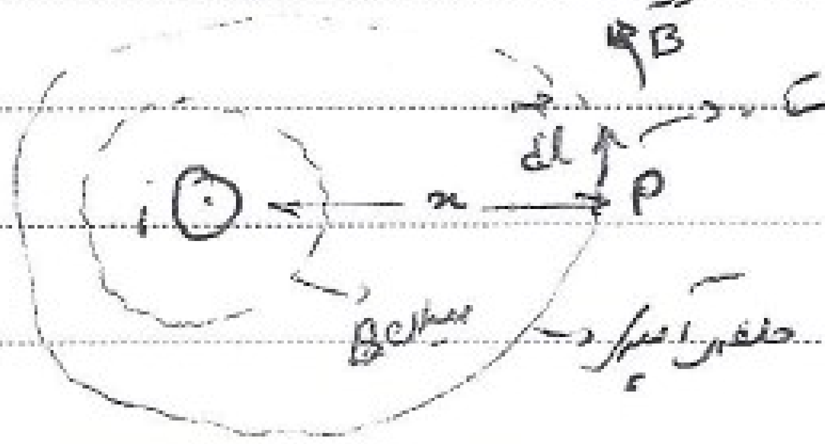
- قانون آمپر: $i_{in} = \int J\, dS$ جریان داخل حلقه $\qquad \oint \vec B \cdot d\vec l = \mu_0 i_{in}$

۱- $d\vec l$ = جهتی از حلقه‌ی آمپری ← زاویه‌ی بین B و dl برابر صفر و میدان نسبت به dl یکنواخت باشد

۲- حتماً حلقه‌ی آمپری باید از نقطه‌ی خواسته شده بگذرد

۳- جریان داخل حلقه‌ی آمپری

مثال: میدان نقطه‌ای یک سیم حامل جریان به طول بی‌نهایت را در فاصله‌ی x از این سیم به دست آورید.



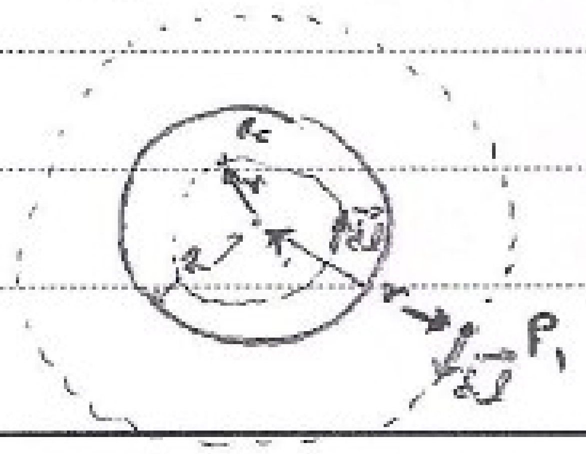
جهت جهتی دلخواه است

$$\oint \vec B \cdot d\vec l = \mu_0 i_{in} \Rightarrow \oint B\, dl = \mu_0 i_{in}$$

$$\Rightarrow B \underbrace{\int dl}_{\text{محیط حلقه‌ی آمپری}} = B \times 2\pi x = \mu_0 i \Rightarrow B = \mu_0 \frac{i}{2\pi x}$$

تعیین علامت i_{in} ← ۴ انگشت در جهت dl شست جهت i علامت مثبت در خلاف جهت منفی

مثال: میدان مغناطیسی سیم استوانه‌ای حامل جریان i را برای نواحی $r<R$ و $r>R$ به دست آورید.



Subject:
Year. Month. Date. ( )

$P_1: r > R \Rightarrow \oint_{\theta=180} \vec B \cdot d\vec l = \mu_0 i_{in} \Rightarrow -B\oint dl = \mu_0 i_{in} \Rightarrow -B \times 2\pi r = -\mu_0 i$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$P_2: r < R \Rightarrow \oint_{\theta=0} \vec B \cdot d\vec l = \mu_0 i_{in} \Rightarrow B \times 2\pi r = \mu_0 i'$ *

$i' = \int \vec J \cdot d\vec s$ if $J =$ constant $\Rightarrow i' = J \times S$

$i' = J \times S = J\pi r^2 \overset{*}{\Rightarrow} B \times 2\pi r = \mu_0 J \pi r^2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 J r}{2}$

$\Rightarrow$ چون J ثابت $\Rightarrow J = \frac{i}{\pi R^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$

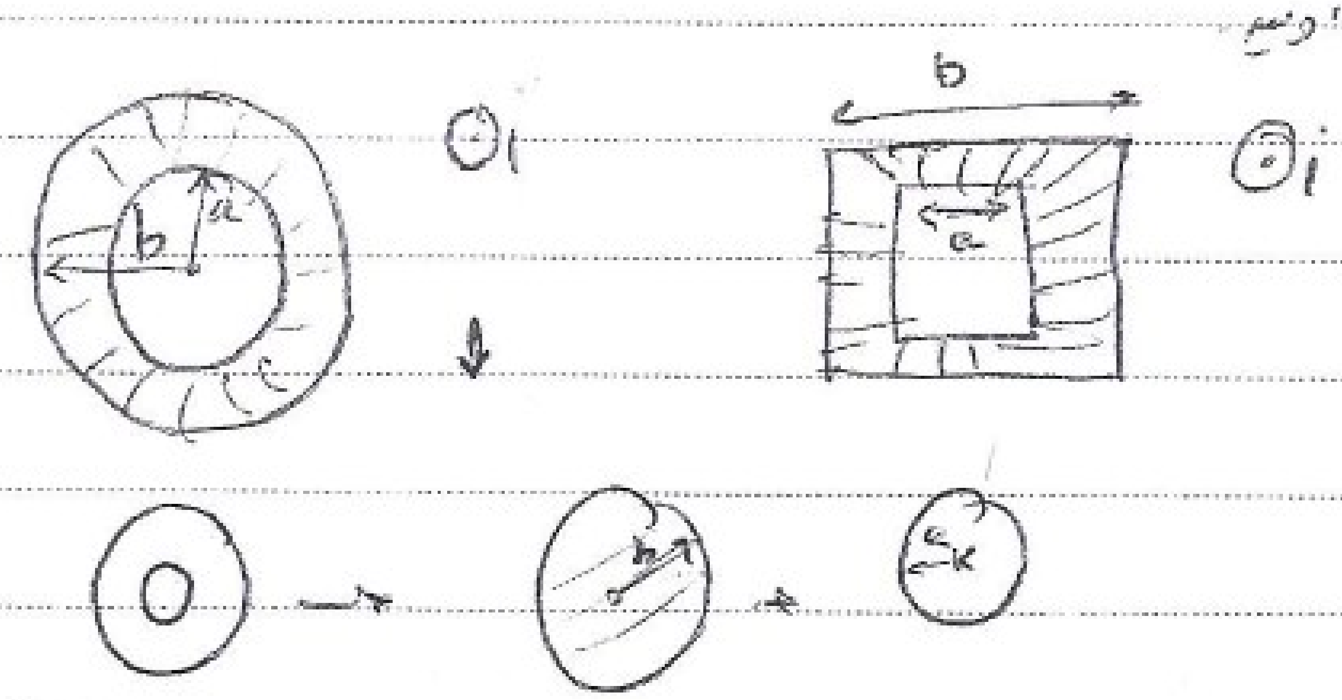
اگر $\vec J = J_0 \frac{r}{a}$ باشد میدان را برای $r > R$ و $r < R$ بدست آورید

$P_1 \Rightarrow B \times 2\pi r_1 = \mu_0 i_{in}, \quad i_{in} = \int J \, ds = \int_0^{2\pi}\int_0^R J_0 \frac{r}{a} \times r\,dr\,d\theta = \frac{2\pi J_0 R^3}{3a}$

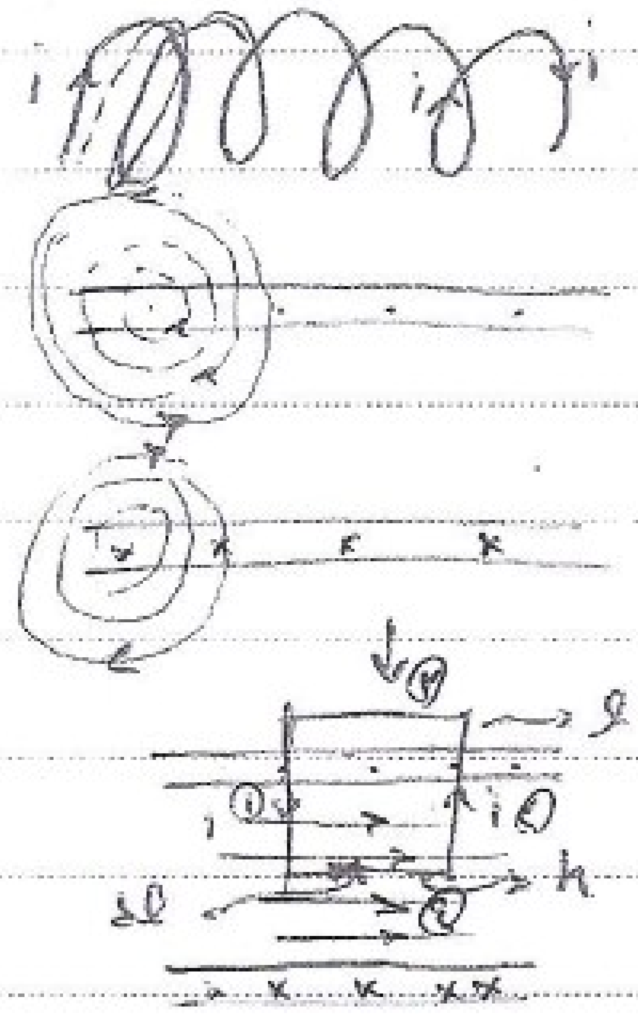
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 2\pi J_0 R^3}{2\pi r_1 3a} = \frac{\mu_0 J_0 R^3}{3 r_1 a}$$

$P_2 \Rightarrow i_{in} = \int_0^{2\pi}\int_0^{r_2} J_0 \frac{r}{a} r\,dr\,d\theta = \frac{2\pi J_0 r_2^3}{3a} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 J_0 r_2^2}{3a}$

مثال ۳ : میدان مقاطع زیر را داخل اشکال بدست آورید



Subject:
Year. Month. Date. ( )



میدان مغناطیسی در داخل سیم لوله:

چون سیملوله‌ها از وسط نصف می‌کنیم. بیرون سیملوله میدان صفر و داخل آن میدان یکنواخت می‌باشد.

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0\, i_{in}$$

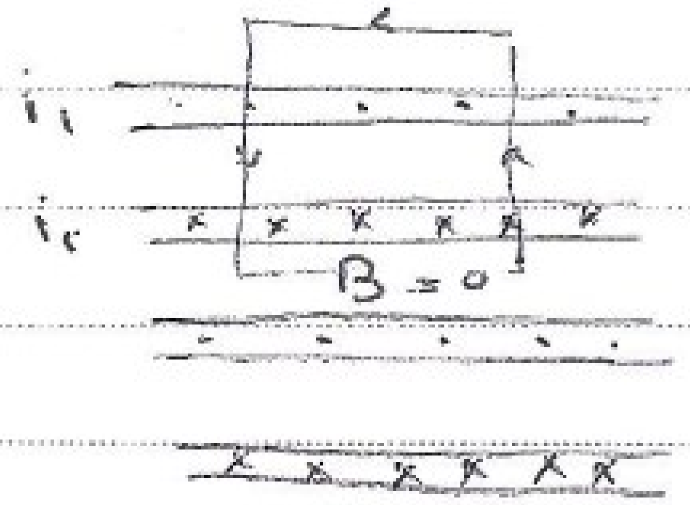
$$\Rightarrow \int_{①}\underbrace{\vec{B}\cdot\vec{dl}}_{\theta=\pi/2} + \int_{②}\underbrace{\vec{B}\cdot\vec{dl}}_{\text{صفر}} + \int_{③}\underbrace{\vec{B}\cdot\vec{dl}}_{\theta=\pi/2} + \int_{④}\underbrace{\vec{B}\cdot\vec{dl}}_{\theta=0} = \mu_0\, i$$

میدان صفر، انتگرال صفر

$$\Rightarrow B\int dl = \mu_0 i \Rightarrow Bh = \mu_0 N i_{\text{تک}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N i}{h}$$ ⇐ جواب به طول بستگی نیست

$$\left(n = \frac{N}{L} = \frac{N}{h}\right) \Rightarrow B = \mu_0 n i$$

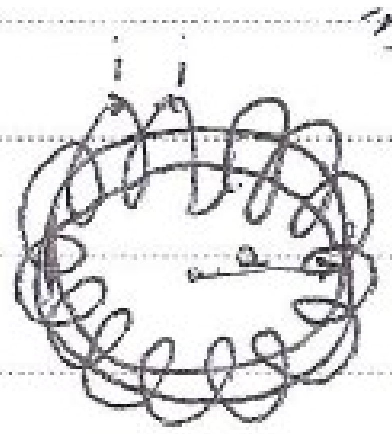
مثال: دو سیم لوله درهم:

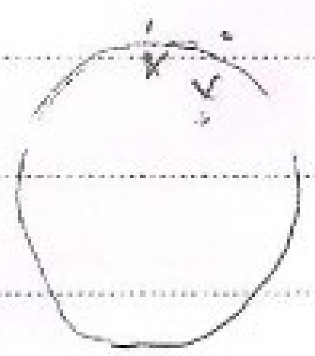


$$B \times h = \mu_0\, i_{in}$$

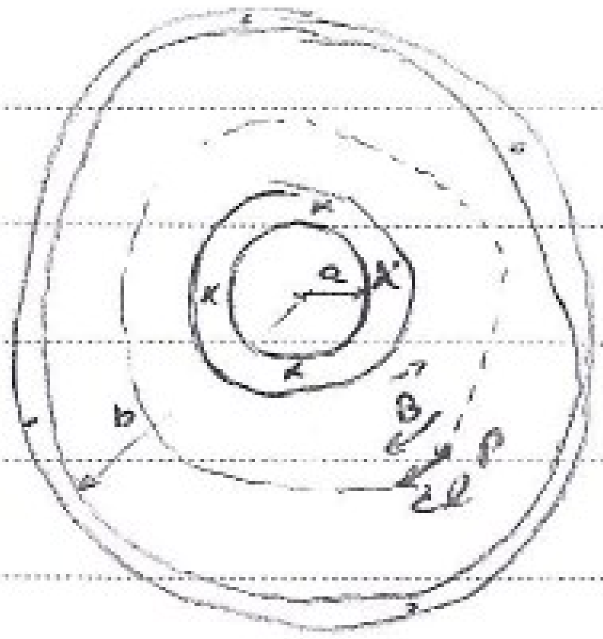
$$B\times h = \mu_0 (N_1 i_1 - N_2 i_2) \Rightarrow B = \mu_0 (n_1 i_1 - n_2 i_2)$$

میدان مغناطیسی حاصل از جریان داخل چنبره‌ی مشخص شده در شکل زیر بدست آورید.





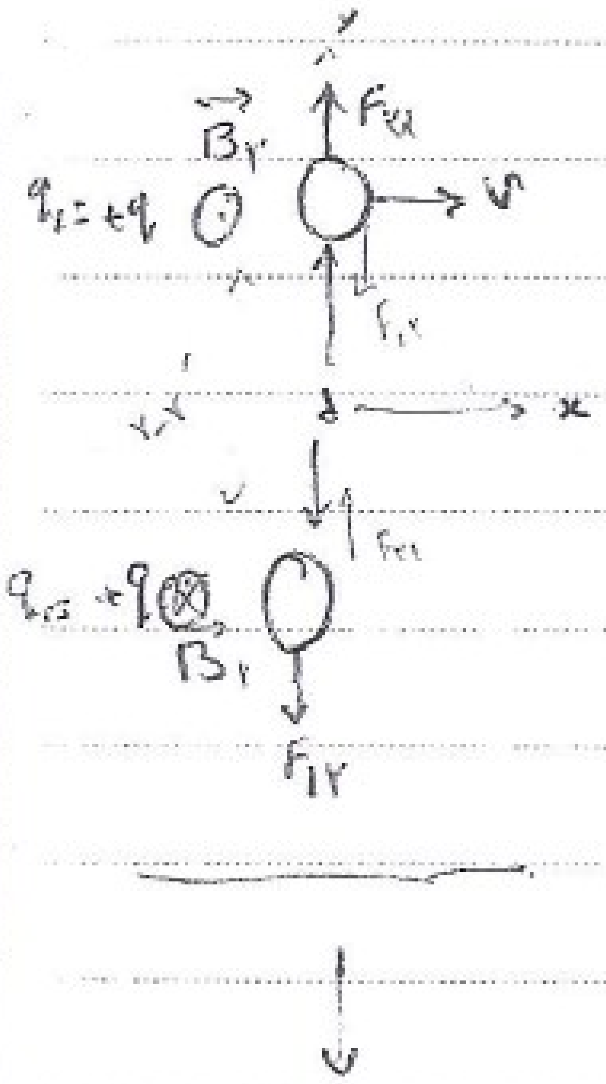
Subject:
Year. Month. Date. ( )

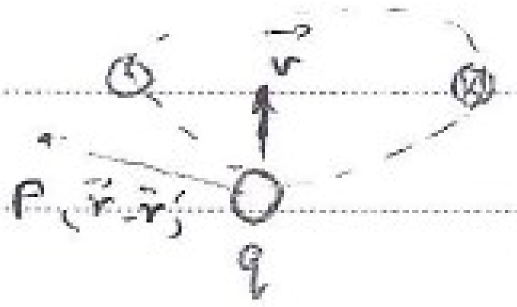


$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{in} \Rightarrow B\oint dl = \mu_0 N i$$
$\theta = 0$

$$\Rightarrow B \times 2\pi r = \mu_0 N i \Rightarrow B = \mu_0 \frac{N i}{2\pi r}$$

میدان مغناطیسی حاصل از بار متحرک:





$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} , \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow i\,dl = \frac{dq}{dt}\,dl = dq \times v$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0\, dq}{4\pi} \cdot \frac{\vec{v} \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 q}{4\pi} \frac{\vec{v} \times (\vec{R}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

نیروی دو بار متحرک به هم وارد کنند:

$$|F_E| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d^2} \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{d^2}$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\, \vec{v} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \Rightarrow \vec{B}_1 = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{d^2} \hat{k}$$

$$F_1 = q\, \vec{v} \times \vec{B}$$

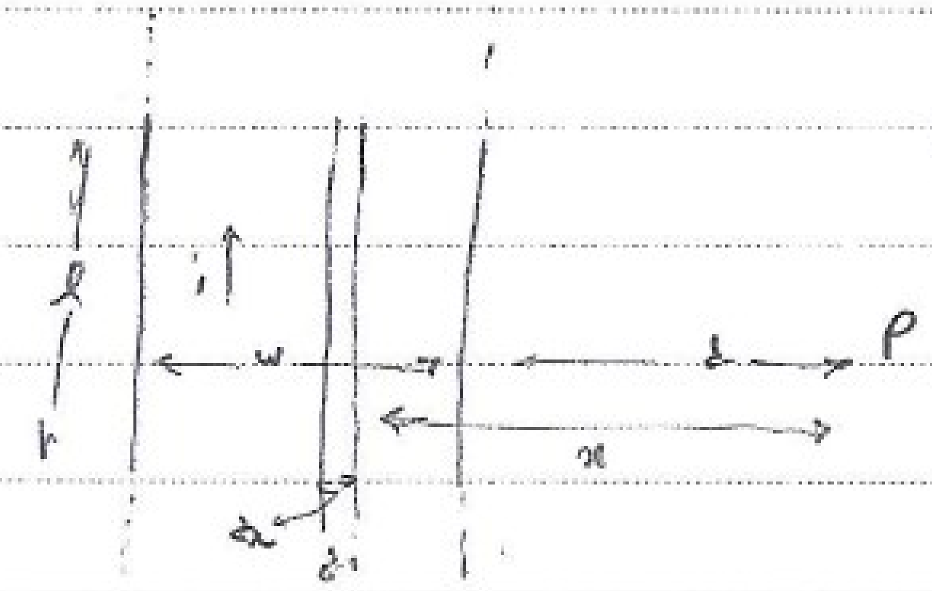
$$F_{12} = q v B_1 j \Rightarrow |F_{12}| = q v \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{d^2}$$

$$\boxed{|F_{21}| = |F_{12}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q^2 v^2}{d^2}} , \quad |F_E| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{d^2}$$

وقتی حامل بار در حال حرکت باشند میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود چون خیلی ضعیف‌تر از میدان الکتریکی می‌باشد هرچند که با سرعت زیاد حرکت کند

$$\Rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q^2v^2}{d^2} \ll \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2} \qquad \varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}$$

مثال: صفحه‌ای به پهنای w داریم که جریان i از آن می‌گذرد. میدان را در نقطه P بدست آورید.



$$B_{\text{حاصل از سیم}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\int dB = \frac{\mu_0\, di}{2\pi x} \longrightarrow dB = \frac{\mu_0\, i\, dx}{2\pi x}$$

$$J = \frac{i}{wl} = \frac{di}{l\,dx} \Rightarrow di = \frac{i\,dx}{w}$$

$$\Rightarrow B = \int_d^{d+w} \frac{\mu_0\, i\, dx}{2\pi x w}$$

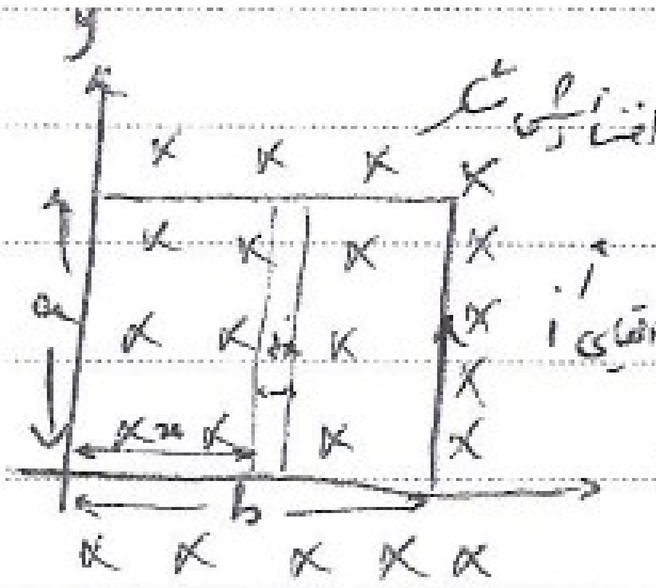
شار مغناطیسی:

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot\vec{dS} \qquad \Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos\theta$$

قانون فارادی:

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

مثال: حلقه سیم مستطیلی شکل داریم که در میدان مغناطیسی غیر یکنواخت B که عمود بر صفحه و به طرف داخل آن است قرار دارد. $B = 4t^2x^2$ می‌باشد. ε و I را بدست آورید.



$$\Phi = \int \vec{B}\cdot\vec{dS} = \int B\,\underset{a\,dx}{dS} = \int 4t^2x^2\,a\,dx \qquad \theta = 0$$

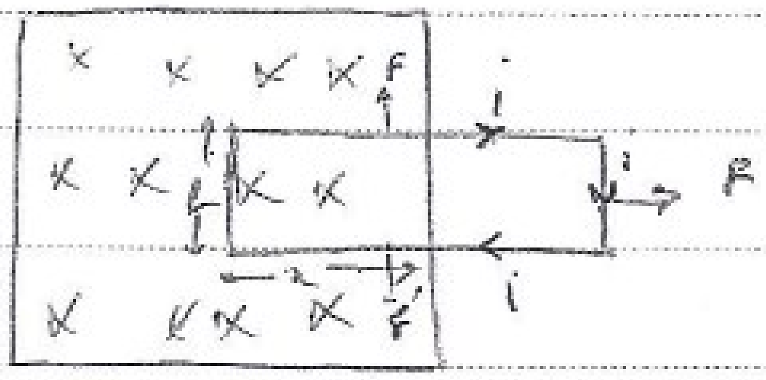
$$= \frac{4t^2a}{3}b^3$$

زاویه بین B و dS که n عمود بر dS می‌باشد و جهت با شار است

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{4ab^3}{3}(2t) = \frac{8ab^3t}{3} \Rightarrow I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{8ab^3t}{3R}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در شکل زیر نیروی محرکه‌ی القایی، جریان القایی و نیروی لازم برای حرکت حلقه را محاسبه کنید. (میدان یکنواخت است.)



$$\Phi = \int_{\theta=0} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int B\,ds = BS \Rightarrow \boxed{\Phi = BLx}$$

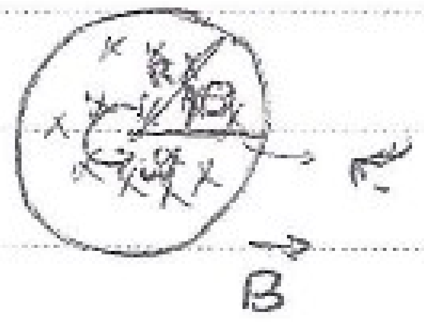
$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$$ چون طول L ثابت است با زمان تغییری نکند پس صفر می‌شود

$$\varepsilon = BL\frac{dx}{dt} = v_x BL \Rightarrow |I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{BLv_x}{R}$$

$$F = |I|BL\sin\theta = \frac{B^2L^2v_x}{R}$$

* اگر B یکنواخت نباشد این دو نیرو برابر نشده و حذف نمی‌شوند.

اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی و جریان القایی را برای افزایش θ در شکل زیر محاسبه کنید



$$\Phi = \int_{\theta=0} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int B\,ds = B\int ds = BS$$

$$\Phi = B\times S = B\times h\times h\theta = \frac{1}{2}Bh^2\theta$$

* نکته: $\vec{S} = \frac{1}{2}\int \vec{r}\times d\vec{l}$

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{d\theta}\times\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}Bh^2\times\omega = \frac{1}{2}Bh^2\omega$$

$$d\varepsilon = B\,dr\,v \Rightarrow \varepsilon = \int_0^h Bv\,dr = B\omega\int_0^h r\,dr = \frac{1}{2}B\omega r^2\Big]_0^h = \frac{1}{2}B\omega h^2$$

میدان الکتریکی ناشی از میدان مغناطیسی متغیر با زمان:

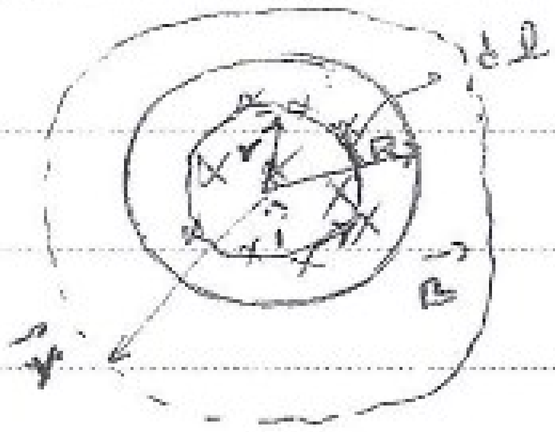
$$w = q_0\varepsilon$$

$$w = \int \vec{F}\cdot d\vec{l} \Rightarrow \varepsilon = \oint \vec{E}_{\text{القایی}}\cdot d\vec{l} \qquad \frac{d}{dt}\left(\int \vec{B}\cdot d\vec{s}\right) = \frac{d\Phi}{dt} = \oint \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$w = \int q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )



$$\oint \vec{E}\cdot\vec{dl} = \frac{d\phi}{dt} \quad (\theta=0)$$

for $r<R$: $E \times 2\pi r = \frac{d}{dt}\underbrace{\phi}_{AB\cos\theta} = A\, dB/dt$

$$\Rightarrow E\times 2\pi r = \pi r^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow E = \frac{1}{2} r \frac{dB}{dt}$$

for, $r>R \Rightarrow E\times 2\pi r = A\times\frac{dB}{dt} \Rightarrow E\times 2\pi r = \pi R^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow E = \frac{1}{2r} R^2 \frac{dB}{dt}$

القاییدگی = L :

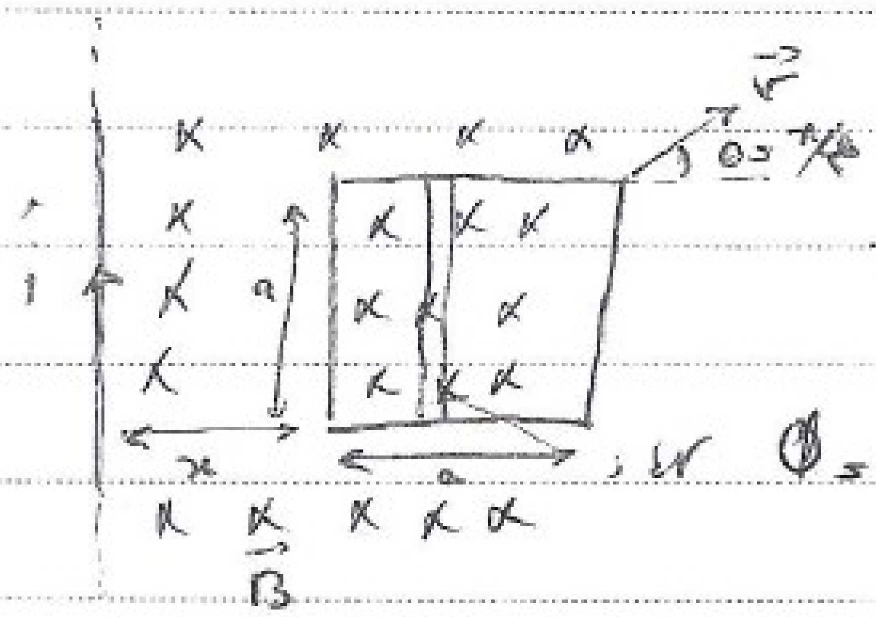
$$L = \frac{N\phi}{i} \sim BA\cos\theta \Rightarrow \frac{T m^2}{A} = H$$

القاییدگی در سیم لوله :

$$L = \frac{N\phi}{i} \quad \begin{cases} N = nl \\ \phi = \int \vec{B}\cdot\vec{dS} = BA \quad (\theta=0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow L = \frac{(nl\,\mu_0 n i)A}{i} = \mu_0 l n^2 A$$

مثال : در شکل زیر شار میدان مغناطیسی ، نیروی محرکه القایی ، جریان القایی و جهت جریان القایی را حساب کنید.



تا حرکت نداشته باشیم نیروی محرکه القایی نداریم.

اگر میله را با سرعت v حرکت کنیم میدان تغییری کند پس نیروی محرکه القایی داریم.

$$\phi = \int \vec{B}\cdot\vec{dS} = \int B\,dS = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi r}(a\,dr) \quad (\theta=0)$$

چون B تابع x است باید dS را جزء جزء بگیریم

$$= \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\int_x^{x+a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\left(\ln(x+a) - \ln x\right)$$

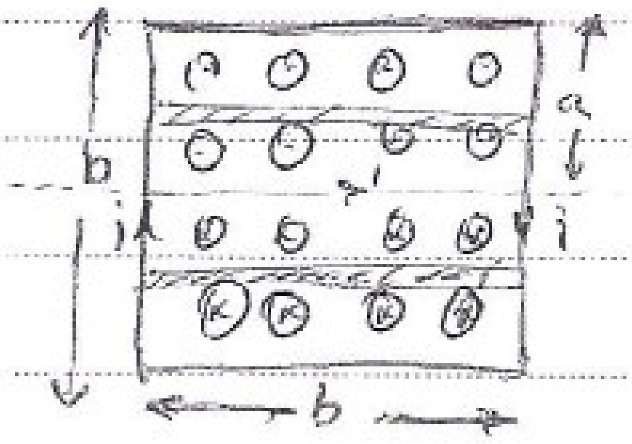
$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{dx}\times\frac{dx}{dt} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_x = \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در شکل زیر طول سیم $a = 12cm$ و $b = 16cm$. جریان در سیم مستقیم و طویل به صورت $i = 4.5t^2 - 10t$ داده می‌شود

نیروی محرکه القا شده در حلقه‌ی مربعی را در $t = 3s$ بیابید.

ب- جهت جریان القایی کدام است؟



میدان با فاصله از سیم تغییر می‌کند ← $\phi_1 = \int_{\theta=0} \vec{B}\cdot d\vec{s}$

$$= \int B\,ds = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi r} b\,dr = \frac{\mu_0 i b}{2\pi}\int_0^{b-a}\frac{dr}{r}$$

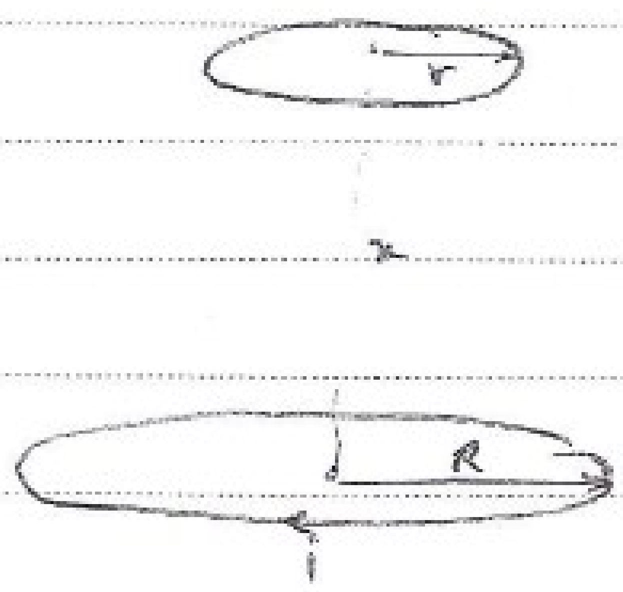
$$\phi_2 = \int_{\theta=0} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_0^a \frac{\mu_0 i}{2\pi r} b\,dr = \frac{\mu_0 i b}{2\pi}\int_0^a \frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow \phi_{tot} = \phi_1 - \phi_2 = \int_a^{b-a} \frac{\mu_0 i b}{2\pi}\frac{dr}{r}$$

$$\varepsilon = \frac{d\phi_{tot}}{dt} = (\quad)\frac{di}{dt}$$

مثال: شکل زیر دو حلقه سیم موازی با محور مشترک را نشان می‌دهد. حلقه‌ی کوچک به شعاع r بالای حلقه‌ی بزرگ‌تر با شعاع R به فاصله $x \gg R$ قرار دارد. در نتیجه میدان مغناطیسی حاصل از حلقه‌ی بزرگ‌تر در سراسر حلقه‌ی کوچک تقریباً یکنواخت است. فرض کنید x با آهنگ ثابت v افزایش می‌یابد. الف- شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ی کوچک‌تر

ب- نیروی محرکه‌ی القایی ج- جهت جریان القایی کدام است.



$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}} \qquad \text{if } x \gg R \quad B = \frac{\mu_0 i R^2}{2x^3}$$

$$\phi = \int B\cdot ds = BS = B\pi r^2$$

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

بررسی میکروسکوپی ρ:

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{\frac{m_e V_d}{te}}{n e V_d} = \frac{m_e}{n e^2 t}$$

دمای الکترون کاسته است

زمان آزاد میانگین بین برخوردها

$$\underset{\text{الکتریکی}}{E} = F = eE = m_e a$$

$$V_d = at + V_0 \Rightarrow a = \frac{V_d}{t}$$

سرعت اولیه که قابل صرف‌نظر کردن

الکترون‌ها در سوی بی‌نظم برخورد دارند

$$\Rightarrow eE = m_e \frac{V_d}{t} \Rightarrow E = \frac{m_e V_d}{te}$$

eq: دو رسانا از یک نوع ماده ساخته شده‌اند. رسانای A سیمی به قطر 1mm و رسانای B لوله‌ای توخالی به قطر بیرونی 2mm و قطر درونی 1mm است.
$\frac{R_A}{R_B} = ?$

وابستگی دما

انرژی الکتریکی

$$dU = q\,dV \Rightarrow U = \int Ri^2 t$$

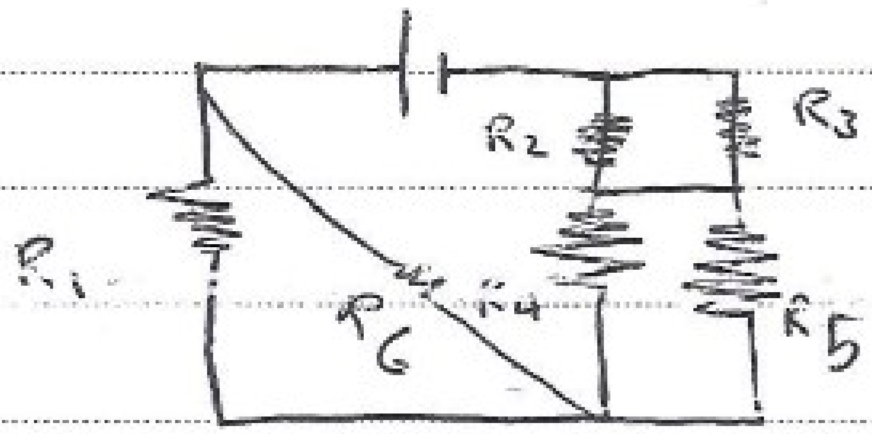
$$U = \frac{V^2}{R} t$$

$$U = Vit$$

توان:

$$P = \frac{U}{t} =$$

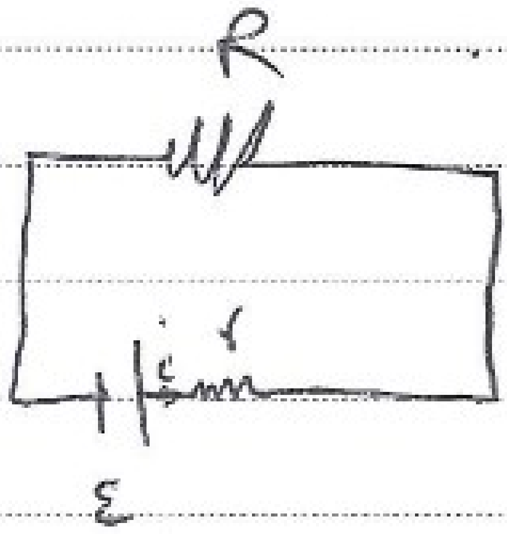
Subject:
Year. Month. Date. ( )



$R/2$ موازی R_2, R_3
$R/2$ موازی R_4, R_5
$R/2$ موازی R, R_6
سری $\Rightarrow R_T = 3R/2$

محاسبه جریان الکتریکی:

روش اول: روش قانون پایستگی انرژی پتانسیل الکتریکی.

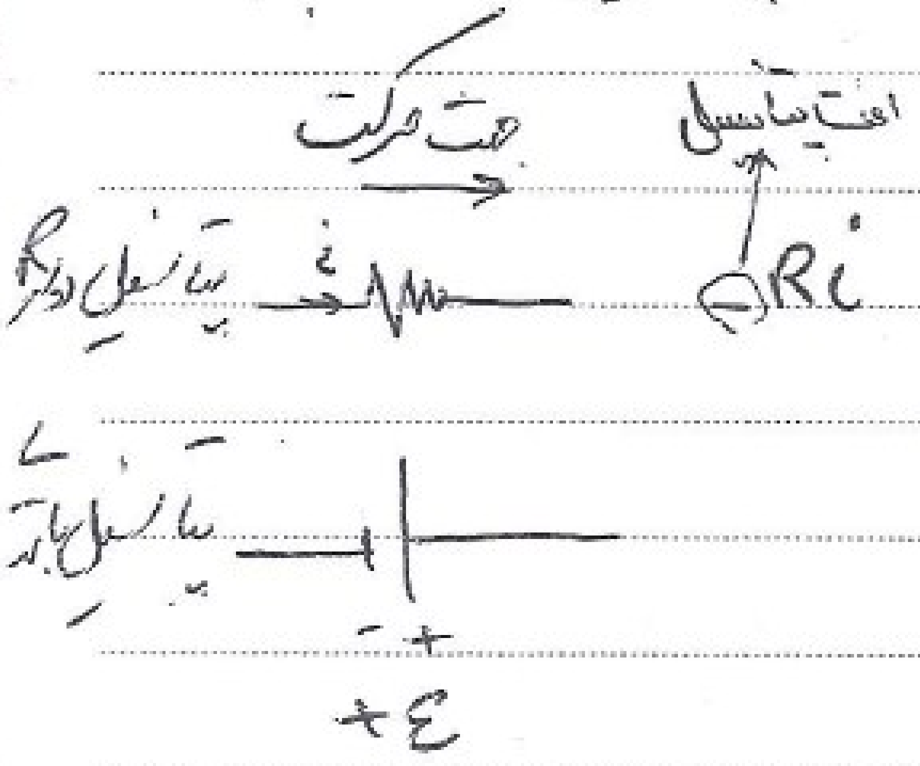


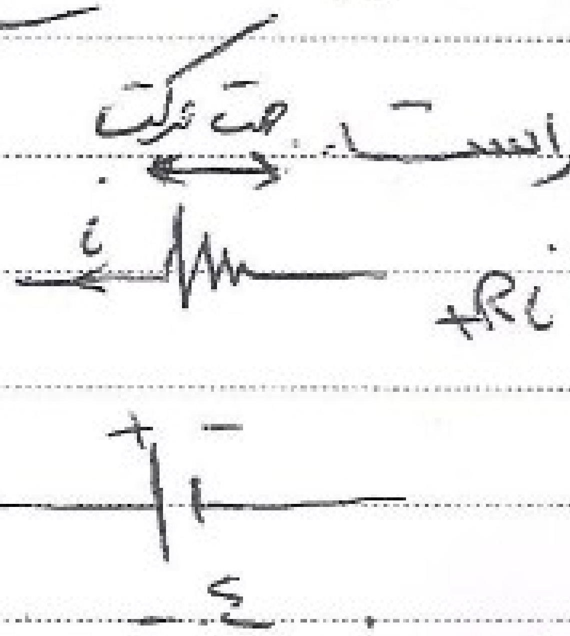
$$U_{\text{تولیدی}} = U_{\text{مصرفی}} \Rightarrow U_{\text{تولیدی}} = \varepsilon i t \ , \ U_{\text{مصرفی}} = (ri^2 + Ri^2)t$$

$$\Rightarrow \varepsilon i t = r i^2 t + R i^2 t \Rightarrow \varepsilon = (r+R) i$$

$$\boxed{i = \frac{\varepsilon}{r+R}}$$

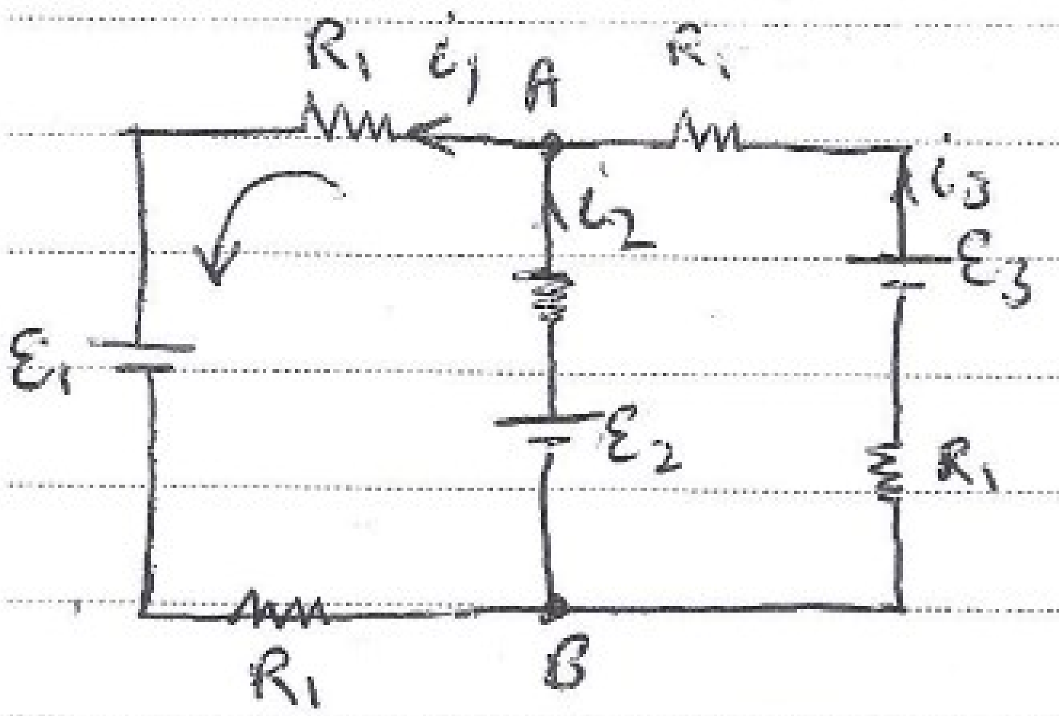
روش دوم: از روش قانون حلقه کیرشهف: مجموع اختلاف پتانسیل های اجزاء مدار در یک حلقه از مدار برابر صفر است.





ε قرار داده ایم از مثبت عامل جریان است

ex: با توجه به تبدیل انرژی الکتریکی از هر باتری E_1 ، E_2 ، E_3 را بدست آورید و اختلاف پتانسیل بین دو نقطه a و b را بنویسید.



$$\begin{cases} R_1 = 1\Omega \\ R_2 = 2\Omega \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 4V \\ \varepsilon_1 = 2V \end{cases}$$

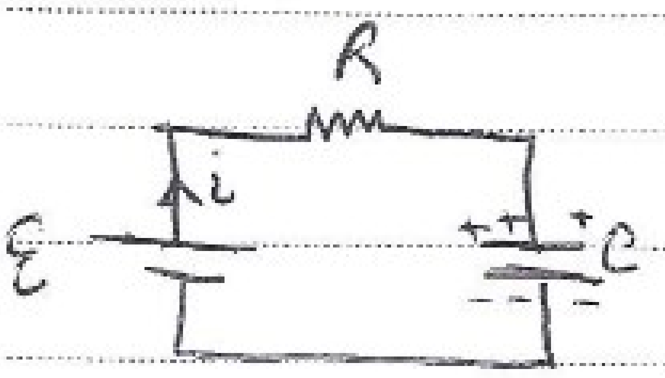
حلقه چپ: $V_A - i_1R_1 - \varepsilon_1 - R_1 i_1 + \varepsilon_2 - i_2 R_2 = V_A$

حلقه راست: $V_A + i_3R_1 - \varepsilon_3 + i_3R_1 + \varepsilon_2 - i_2R_2 = V_A$

قانون گره: $i_2 + i_3 = i_1 \Rightarrow \boxed{i_1 = \frac{2}{3}A \,,\, i_2 = i_3 = \frac{1}{3}A}$

$$V_A + i_2R_2 - \varepsilon_2 = V_B = \varepsilon_2 - i_2R_2 \Rightarrow 4 - \frac{1}{3} \times 2 = \frac{10}{3}$$

مدار RC:



مرحله شارژ خازن
1- باتری وجود دارد.
2- خازن خالی است.
3- پس از مدتی خازن پر می‌شود یعنی خازن حکم کلید پیدا می‌کند و مدار را قطع می‌کند.

$t = \infty \Rightarrow q = q_{max}$
زمان زیاد
$i = 0$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

قانون حلقه: $-Ri - V_2 + \mathcal{E} = 0 \Rightarrow Ri + \frac{q}{C} = \mathcal{E} \Rightarrow R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$

$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow$ معادله دیفرانسیل مرتبه اول

معادله مشخصه: $m + \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow m = \frac{-1}{RC} \Rightarrow \underbrace{q = Ae^{mt} = Ae^{-t/RC}}_{\text{جواب عمومی}}$, $\underbrace{q' = B}_{\text{جواب خصوصی}}$

$$\frac{dq'}{dt} + \frac{q'}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$0 + \frac{B}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow \boxed{B = C\mathcal{E}}$$

تابع بار بر زمان $q(t) = Ae^{-t/RC} + B$

$$\text{if } t = 0 \longrightarrow q = 0 = A + B \Rightarrow A = -B = -C\mathcal{E}$$

$$\text{if } t = \infty \longrightarrow q = \underbrace{q_{max}}_{CV = C\mathcal{E}} = B$$

$$\Rightarrow \boxed{q(t) = \mathcal{E}C\left(1 - e^{-t/RC}\right)} \quad , \quad \boxed{i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}}$$

تابع جریان روی مدار

ثابت زمانی $\leftarrow \tau = RC$:

ثابت زمانی: میزان زمانی است که در آن جریان روی مدار به $\frac{1}{e}$ مقدار اولیه خود میرسد

Subject:

Year. Month. Date. ( )

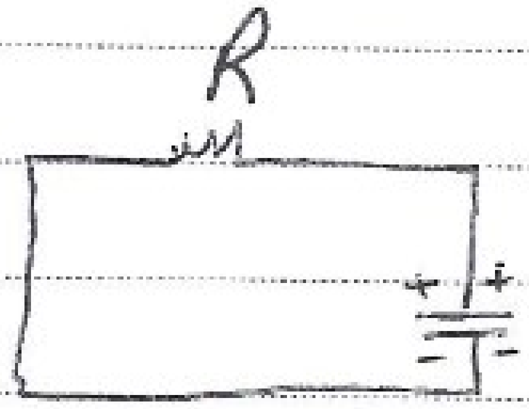
$$t=RC=\tau \Rightarrow i(t)=\frac{\varepsilon}{R}e^{-R/RC} \Rightarrow \boxed{i(\tau)=/37\ \varepsilon/R=/37\, i_{max}}$$

$$\boxed{q(\tau)=63\%\ \underbrace{C\varepsilon}_{q_{max}}}$$

← یعنی 37% جریان اولیه برقرار است یعنی 63% بار

روی خازن نشسته در نهایت یعنی 63% خازن پر شده است.

← مرحله دشارژ خازن در حالتی که باطری وجود ندارد.



اما باتری وجود ندارد

۲- خازن پر است.

۱- بین آن سری خازن خالی می شود یعنی

$t=\infty \rightarrow q=0,\ i=0$

$$-Ri-\frac{q}{c}=0 \Rightarrow R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{c}=0 \Rightarrow \frac{dq}{dt}+\frac{q}{RC}=0$$

$$\Rightarrow \int\frac{dq}{q}=\int\frac{dt}{RC} \Rightarrow L_n q=-\frac{t}{RC} \Rightarrow q=Ae^{-t/RC}+B$$

$$\text{if } t=0 \quad q=q_{max}=A$$

$$\Rightarrow q_{(t)}=Ae^{-t/RC}=q_{max}e^{-t/RC}$$

$$\text{if } t=\infty \quad q=0=B$$

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=\frac{-q_{max}}{RC}e^{-t/RC}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

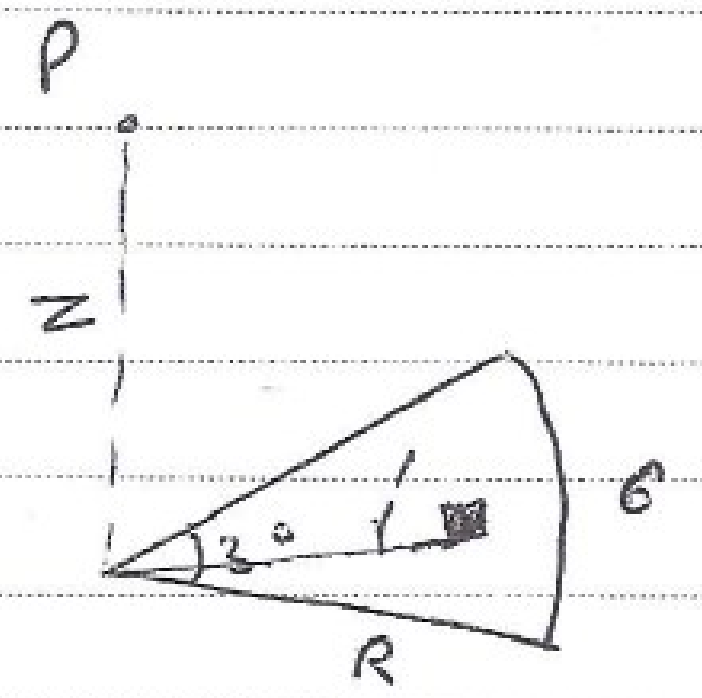
$$E = k\int \frac{dq}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}(\vec{r}-\vec{r}\,')$$

نکته: واحد میدان مغناطیسی $\vec{B}$ تسلا T است، داریم

$T = 10^4 G$ (تسلا، گوس)

نکته: اگر به جای بار جریان الکتریکی قرار دهیم باز هم سر آن نیرو وارد می‌شود.

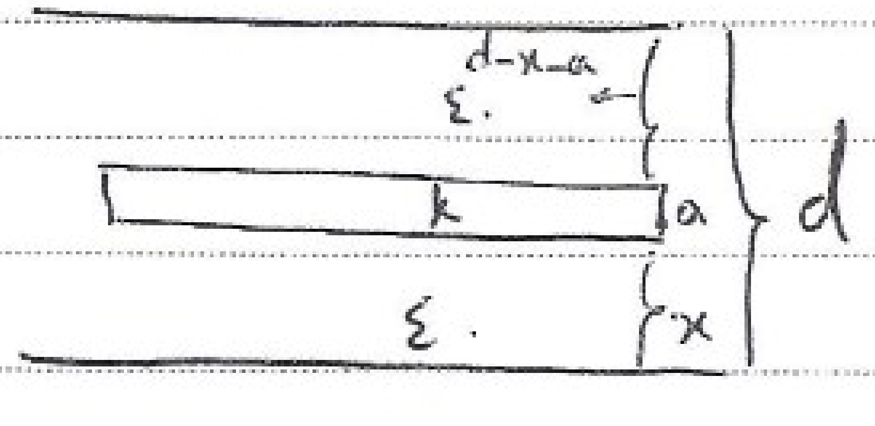
نمونه سوال میدان الکتریکی:



$$dq = \sigma dA$$

$$dq = \sigma r' dr' \underbrace{d\varphi'}_{\pi/6}$$

$$E = \int k \frac{dq}{r^2} \Rightarrow E = k\int \frac{k\sigma \,\pi/6\, z\, r' dr'}{(\sqrt{r'^2+z'^2})^3}$$



اگر دی‌الکتریک صفحات آغشته D باشد ⟸

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{1}{k\varepsilon_0 A/x} + \frac{1}{k\varepsilon_0 A/a} + \frac{1}{\varepsilon_0 A/(d-x-a)}$$

$$C_T =$$

از فرمول خازن تخت استفاده کردیم

Subject:
Year. Month. Date. ( )

ثابت زمانی مرحله شارژ $\tau = RC$

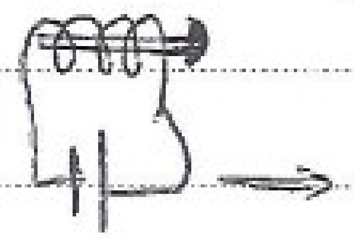
$t=\tau \rightarrow q(\tau) = q_{max} \cdot \frac{1}{e} \rightarrow \%37 \; q_{max}$ بار روی خازن باقی مانده است

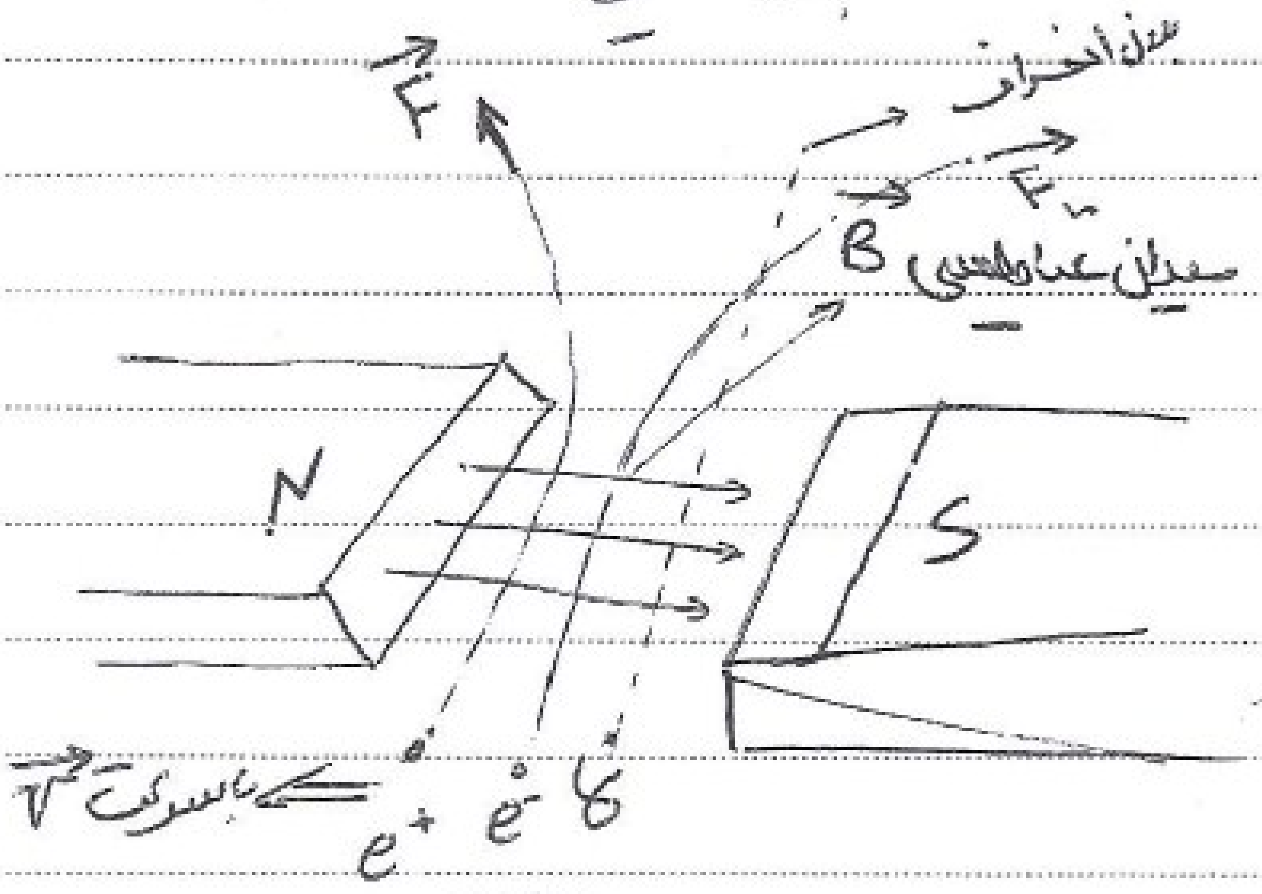
یعنی ۶۳٪ تخلیه شده پس ثابت زمانی برای زمانی است که در خازن شده است.

(دشارژ) ثابت τ = مدت زمانی که بار روی خازن به $\frac{1}{e}$ مقدار اولیه خود برسد.

فصل دوم میدان مغناطیسی:

میدان مغناطیسی: در دو شکل تولید می‌شود
۱- خاصیت ذاتی مواد: آهنربا
۲- به علت حرکت بارهای الکتریکی


آهنربای الکتریکی



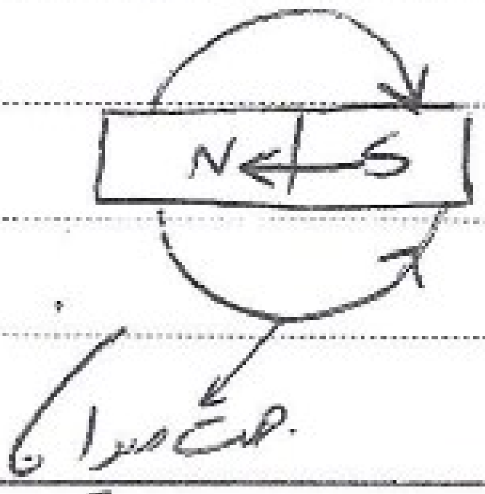
- نیروی مغناطیسی:

$\vec F = q\vec v \times \vec B \rightarrow |\vec F| = qvB\sin\theta$

زاویه بین $\vec v$ و $\vec B$

در این رابطه علامت بار اثر دارد

- خطوط میدان مغناطیسی:



۱- تراکم خطوط شدت میدان را نشان می‌دهد