Subject:

Year. Month. Date. ( )

کنترل موجودی: تعاریف و مفاهیم موجودی و هزینه های سیستم موجودی

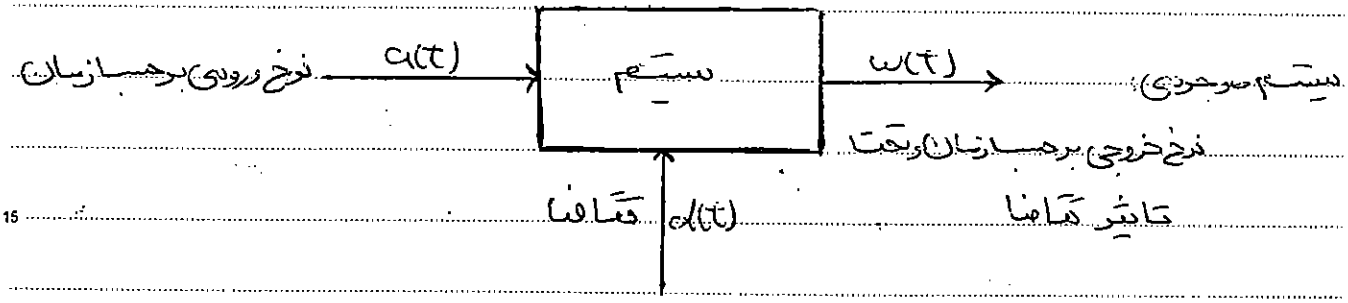
موجودی: مقدار کالایی که برای جواب گویی به تقاضا مشتری یا خود سازمان تحت کنترل برسد یا واحد تبدیل

به صورت ثابت نگه داری می شود. مثل کالاهای انبار اولیه، کالاهای انبار نیمه ساخته، کالاهای انبار محصول های

تمام، تجهیزات و ماشین آلات جزء موجودی به حساب نمی آیند چون تقاضا ندارند و تا مدتها هم نیستند

و یا سوخت و قطعات یدکی آنان موجودی هستند چون برای خود سازمان تقاضا دارند

کنترل موجودی: برنامه ریزی و تعیین سطح موجودی برای اینکه هزینه های سیستم کم شود



کمبود: تقاضاهایی که در موعد مقرر به آن پاسخ داده نشده باشد

هزینه های کمبود: هزینه هایی که با ابتدا عدم پاسخ گویی به تقاضا در موعد مقرر به آن در سیستم مواجه شدیم

LT: Lead Time: مدت زمان تحویل سفارش: فاصله ی زمانی بین لحظه ی صدور سفارش تا

لحظه ی رسیدن سفارش

متغیرهای حالت: متغیرهایی که در هر لحظه حالت یا وضعیت سیستم موجودی را بیان می کنند

1) I(t): مقدار موجودی در زمان t مثل $I(1) = 0$ ← فرض کنیم سال (موجودی inventry)

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نکته: $I(t)$ همواره بزرگتر یا مساوی صفر است $I(t) \geq 0$

۲) $b(t)$: مقدار کمبود در زمان t مثلا $b(11)=0$ یا $I(2)=0 \rightarrow b(2)=10$

نکته: $I(t) \cdot b(t) = 0$

۳) $O(t)$: مقدار سفارش جبران در زمان t

۴) $Ns(t)$: مقدار موجودی خالص در زمان t $Ns(t) = I(t) - b(t)$

$Ns(2) = I(2) - b(2) = 0 - 10 = -10$ یا $Ns(11) = I(11) - b(11) = 5 - 0 = 5$

هزینه‌های سیستم موجودی:

۱- هزینه‌ی تدارک سفارش (A) هزینه‌ی ثابت سفارش دهی: هزینه‌های سفارش که بستگی به مقدار سفارش ندارد

C.Q: هزینه‌ی خرید: ... بستگی دارد یعنی با هزینه حمل

۲- هزینه‌های نگهداری (مثل تسهیلات انبار (اجاره، آب، برق، گاز ...) - هزینه‌ی حمل و نقل داخل انبار - هزینه‌ی اشتباه از بین رفتن (مثل خراب شدن، سرقت و ...) - هزینه‌های متروک شدن یا از صد افتادن - هزینه‌ی بیمه و مالیات - هزینه سرمایه و هزینه درصد جوری یا فرصت سرمایه گذاری از دست رفته

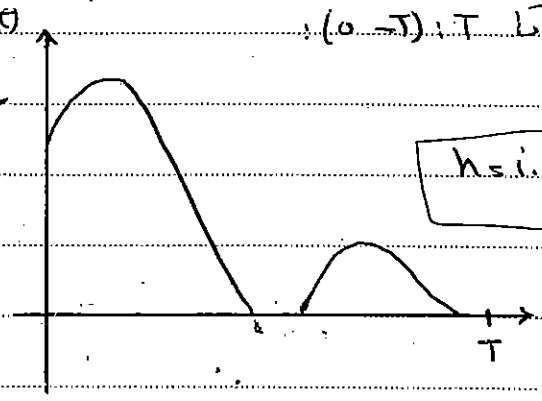
۳- هزینه‌های کمبود: هزینه‌های بستگی از زمان π مثل عوارض $\pi = 50000$ هزینه هر واحد کمبود

Subject: نکته: "هزینه نگهداری علاوه بر هزینه نگهداری قابلیت بالقوه نیز شامل هزینه نگهداری برابر است با

Year هزینه Month تبدیل Date. ( )

هزینه های وابسته به زمان $\hat{\pi}$ = هزینه هر واحد کمبود در واحد زمان $\hat{\pi}$ = ۵۰۰۰ تومان / (سال) زمان ۱ عدد

نحوه ی محاسبه ی هزینه های نگهداری از صفر تا T : $(T-0)$:



h : هزینه نگهداری هر واحد موجودی در واحد زمان $h = i.c$

جنس این پارامتر از نوع هزینه است

$\bar{I}$: متوسط موجودی در دست i : نرخ هزینه نگهداری سالانه (مجموع هزینه نگهداری)

c : قیمت واحد کالا

$$\bar{I} = \frac{\int_0^T I(t)\,d(t)}{T} \rightarrow H = h.\bar{I} \text{ (ساختار زیر مثلثی موجودی)}$$

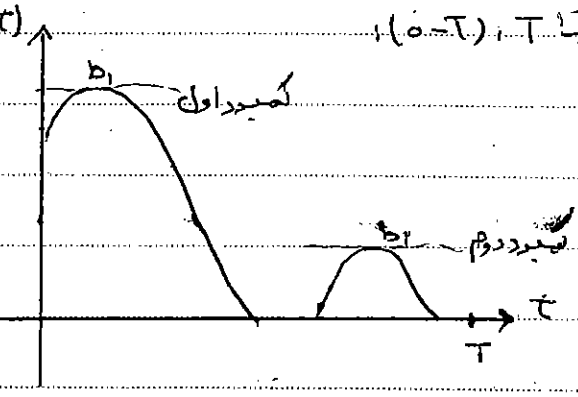
$$H = h\bar{I}T$$

ساختار زیر مثلثی

مثال: در صورتی که هزینه نگهداری هر واحد کالا در سال ۴۰۰ تومان باشد و متوسط موجودی سالانه یک انبار ۵۰ عدد باشد کل هزینه ی نگهداری سالانه چه مقدار خواهد بود؟

$h = 400 \quad \bar{I} = 50 \quad T = 1 \quad H = 400 \times 50 \times 1 = 20000$

نحوه ی محاسبه کل هزینه کمبود از صفر تا T : $(T-0)$:



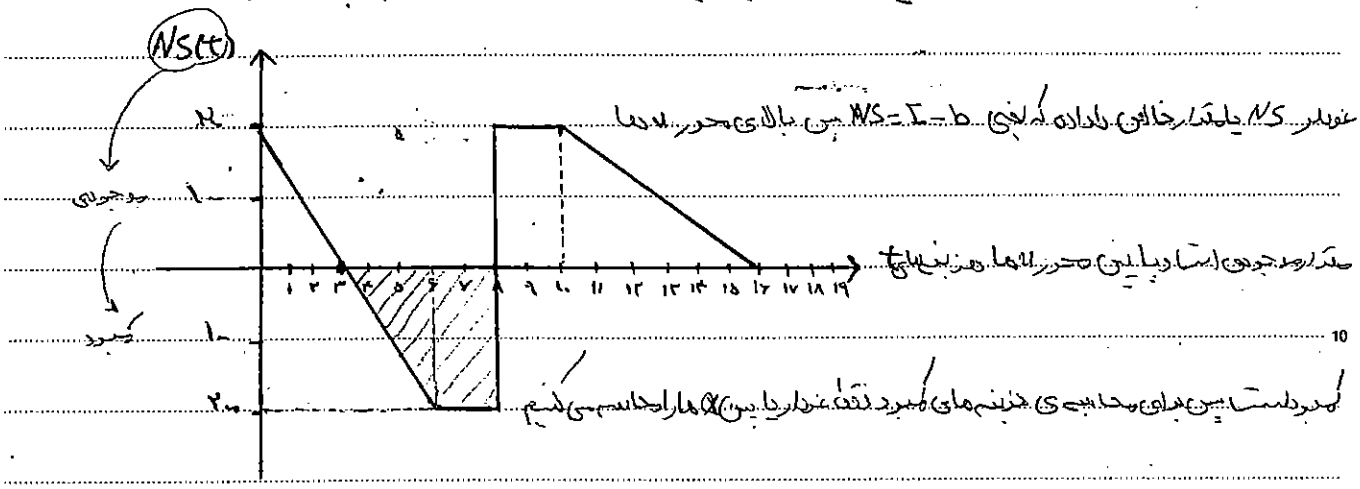
کل هزینه کمبود = $\hat{\pi}$ (مساحت زیر منحنی) + $\hat{\pi}$ (تعداد واحدهای کمبودها)

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$= \hat{\pi}\int_0^T b(t)\,dt + \pi(b_1+b_2) = \hat{\pi}\bar{b}T + \pi(b_1+b_2)$$

مثال: موجودی شرکتی در سال گذشته طبق نمودار است. در صورتی که هزینه کمبود هر واحد ۲۰ تومان باشد کل هزینه‌های کمبود این کالا در سال گذشته برابر است با



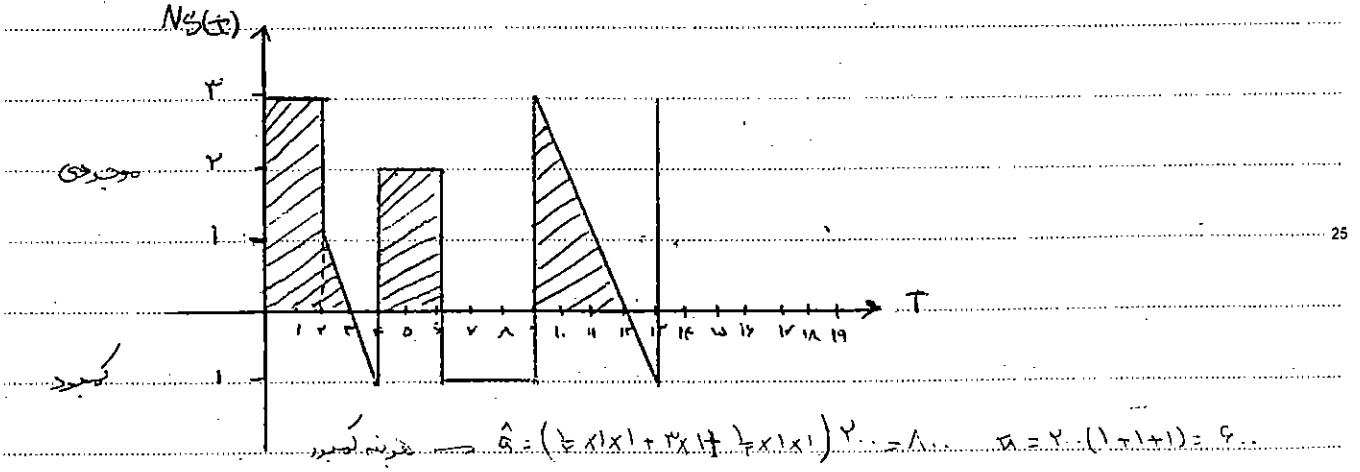
هزینه کمبود $= \hat{\pi}\bar{b}T + \pi(b_1+b_2) = 20 \times 700 \times \frac{1}{2} + 20\times(200) = 14000 + 4000 = 18000$ $\quad \hat{\pi}=20$

↓ در سال گذشته

$$\bar{b} = \frac{(5+2)2000}{2} = 7000$$

مثال: هزینه نگهداری هر تن از یک محصول کریمی در هر ماه برابر ۱۰ تومان است و هزینه‌ی کمبود هر تن از این محصول در هر ماه ۲۰ تومان است موجودی خالص و کمبود برای این محصول در دوره گذشته

یعنی ۱۲ ماه برحسب زمان به صورت زیر است کل هزینه نگهداری موجودی در سال گذشته چقدر است



هزینه کمبود $= \hat{\pi}\left(\frac{1}{2}\times1\times1 + 3\times1 + \frac{1}{2}\times1\times1\right)20 = 800$ $\quad \pi = 20\,(1+1+1) = 60$

هزینه نگهداری $= 1400 - 800 = 600$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

کل هزینه نگهداری $H = h$ (مساحت زیر منحنی موجودی) $= 12 \times$

$= 10 \left((2 \times 3) + \left(\frac{1 \times 1}{2}\right) + (2 \times 2) + \left(\frac{4 \times 3}{2}\right) \right) = 150$

مثال: کدام یک از موارد زیر جزء هزینه های نگهداری محسوب می شوند؟

هزینه مالیات — هزینه سرمایه گذاری در موجودی — هزینه تهیه درخواست خرید — هزینه بیمه انبار

عوامل موثر در مدل های موجودی:

۱- تقاضا D (demand) → قطعی → سالن → سال $D_1 = 2000$

→ پویا $D_2 = 700$

→ احتمالی → سالن $D_1 \sim N(1500, \sigma^2)$

→ پویا $D_2 \sim N(400, 200)$ ← توزیع نرمال

۲- کمبود → جایز نیست

→ جایز است

۳- محدودیت → وجود دارد مثل محدودیت انبار

→ وجود ندارد

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۴- مدت زمان تحویل سفارش LT : ← قطعی: مثل ۵ روز

← احتمالی: $LT \sim N(۱۰, ۱۴)$

۵- نرخ دریافت سفارش : ← بی نهایت

← عدد

۶- قیمت کالا در طول مدت برنامه ریزی ← ثابت

← متغیر (تورم، تخفیف-حراج)

مدل قطعی ساده، مدل EOQ، مدل مقدار سفارش اقتصادی، مدل ویلسون،

فرضیات مدل:

۱) تمامت از نوع قطعی و ساکن ۲) کمبود جایز نیست یعنی $\pi = \hat{\pi} = \infty$ ۳) محدودیتی نداریم

۴) مدت زمان تحویل سفارش یا LT قطعی است ۵) نرخ دریافت سفارش بی‌نهایت است یعنی سفارش یکجا دریافت میشود (مدل خرید) ۶- قیمت‌ها در طول مدت زمان برنامه ریزی ثابت است (سفارش متروک نشدنی نیست).

هدف مدل: هدف مدل کمینه کردن مجموع هزینه‌های سیستم موجودی است یعنی هزینه‌های سفارش هزینه‌های نگهداری و کمبود با محاسبه مقدار سفارش بهینه (چه مقدار سفارش دهیم) (Q^*) و

Subject:

Year. Month. Date. ( )

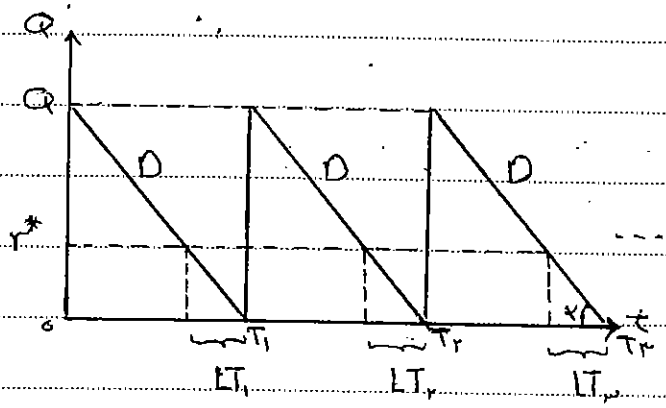
نقطه‌ی سفارش مجدد (کی سفارش دهیم) $(r^* \text{ یا } s^*)$

پارامترهای مدل: D تقاضا، A هزینه‌های ثابت سفارش دهی

h هزینه‌های نگهداری، c یا $\hat{c}$ هزینه‌های کمبود

متغیرهای مدل: Q مقدار سفارش، r نقطه‌ی سفارش، T فاصله‌ی زمانی بین دو سفارش

(وضعیت زمان یکدوره)



در زمان LT است که سفارش می‌دهیم کمی خواهیم قبل از تمام شدن موجودی، سفارش جدید به دستمان برسد

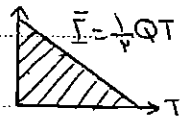
$$D = \tan\alpha = \frac{Q}{T} \longrightarrow T = \frac{Q}{D}$$

Q ← مقدار سفارش

D ← مقدار تقاضا

هزینه یکدوره $(T=1)$ = هزینه‌های سفارش دهی + هزینه‌ی نگهداری + هزینه‌های کمبود

$$= (A) \text{هزینه ثابت} + (Qc) \text{هزینه خرید} + h\bar{I} = h\frac{Q}{2}T + 0$$



$$\text{هزینه‌ی یکدوره سفارش دهی} = A + cQ + h\frac{Q}{2}T \quad \text{(*)}$$

نکته: تعداد دفعات سفارش دهی برابر است با $\frac{1}{T}$ یا $\frac{D}{Q}$

$$n = \frac{D}{Q} = \frac{1}{T}$$

کل هزینه‌ی سیستم موجودی $= n\left(A + Qc + h\frac{Q}{2}T\right) = \frac{D}{Q}A + cD + \frac{hQ}{2}$

$\frac{D}{Q}$ ← کل هزینه ثابت سفارش دهی ↓ ، cD ← کل هزینه خرید ، $\frac{hQ}{2}$ ← کل هزینه نگهداری

Subject:

Year. Month. Date. ( )

کل هزینه‌ی سفارش‌دهی سالانه $= A\frac{D}{Q}$

" " نگهداری " $= \frac{hQ}{2}$

هزینه‌ی خرید " $= CD$ ← مقدار سفارش (Q) بستگی نداره (هزینه ثابت)

هزینه‌ی سالانه $K(Q) = \underbrace{\frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2}}_{\text{متغیر}} + \underbrace{CD}_{\text{ثابت}}$

مقدار بهینه سفارش‌دهی (مقدار اقتصادی) $Q^* = \frac{dK(Q)}{dQ} = 0 \rightarrow Q^* = Q_{بهینه} = EOQ = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$

(چون Q همیشه مثبت است)

مینیمم مقدار هزینه‌ی سالانه $K(Q^*) = \frac{AD}{Q^*} + \frac{hQ^*}{2} + CD = \frac{AD}{\sqrt{\frac{2AD}{h}}} + \frac{h}{2}\sqrt{\frac{2AD}{h}} + CD$

$= \sqrt{2ADh} + CD$ ← ثابت

متغیر

کل هزینه‌ی متغیر بهینه سالانه $= \sqrt{2ADh}$

خلاصه:

هزینه‌ی سفارش‌دهی بهینه سالانه $= \frac{AD}{Q^*}$

" " نگهداری " $= \frac{Q^*h}{2}$

مقدار اقتصادی یا مقدار سفارش‌دهی بهینه $= Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$

کل هزینه متغیر سالانه بهینه $= \sqrt{2ADh}$

دوره‌ی بهینه $T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{\sqrt{\frac{2AD}{h}}}{D} = \sqrt{\frac{2A}{Dh}}$

Page

Subject:

Year. Month. Date. ( )

r^* نقطه‌ی سفارش مجدد → اگر $LT < T$ → $r^* = DLT$

→ اگر $LT > T$ → $r^* = DLT - mQ^*$ ، $m = \left[\frac{LT}{T^*}\right]$ → براکت

مثال: مدیریک مدل ساده مقدار اقتصادی سالانه $D = 2$ ، هزینه‌ی هر بار سفارش $A = 20$ ، هزینه هر واحد

محصول $c = 10$ ، نرخ هزینه‌ی سالانه نگهداری موجودی $i = 20\%$ است. در صورتی که مدت زمان تحویل سفارش

در این مدت $LT = 1.5$ سال باشد مقادیر را محاسبه کنید. ۱) مقدار هر بار سفارش بهینه ۲) مدت زمان

بهینه یک دوره ۳) نقطه‌ی سفارش بهینه ۴) جمع هزینه‌های نگهداری و سفارش دهی سالانه بهینه؟

۱) $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 200}{20}} = \frac{200}{10} = 20$ $\quad h = i \times c = 20\% \times 10 = 2$

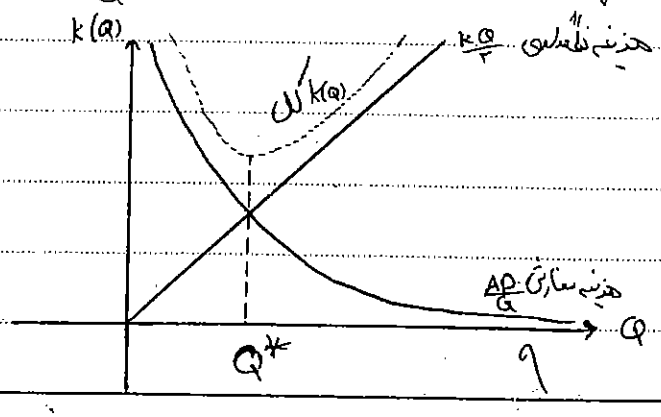
۲) $T^* = \sqrt{\frac{2A}{Dh}} = \sqrt{\frac{2 \times 20}{200 \times 2}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$ سال یا ۱.۲ ماه

یا $T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{20}{200} = \frac{1}{10}$

۳) $LT > T$ یعنی $1.5 > 1.2$ → $r^* = DLT - mQ^*$ → $m = \left[\frac{LT}{T^*}\right] = \left[\frac{1.5}{1.2}\right] = 1$

→ $r^* = \frac{200}{12} \times 1.5 - 1 \times 20 = 5$ سال

۴) $k(Q^*) = \frac{AD}{Q^*} + h\frac{Q^*}{2}$ یا $\sqrt{2ADh} = \sqrt{2 \times 20 \times 200 \times 2} = 40$



نکات مدل EOQ

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نکته: محل تلاقی هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی سالانه نقطه‌ی بهینه‌ی هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی است

در نقطه‌ی بهینه هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری برابرند بنابراین

$$\frac{AD}{Q^*} = \frac{hQ^*}{2} \rightarrow K(Q^*) = \frac{AD}{Q^*} + \frac{hQ^*}{2} \quad \text{یا} \quad \frac{AD}{Q^*}$$

$$K(Q^*) \cdot \frac{2AD}{Q^*} = \frac{2hQ^*}{2} \rightarrow \frac{kQ^*}{2} = \frac{AD}{Q^*} = \frac{hQ^*}{2}$$

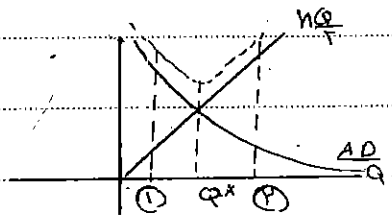
$$K(Q^*) = \frac{2AD}{Q^*} = hQ^* = \sqrt{2ADh}$$ همچنین

مثال: اگر رئیس دل ساد سوچودی هزینه هر بار سفارش ۵۰ تومان و فاصله‌ی بهینه‌ی بین دو سفارش

معادل ۲ ماه باشد کل هزینه‌ی نگهداری بهینه سالانه در این مدل چقدر است؟ $A=50 \quad T^* = 2 = \frac{1}{6}$ سال

$$K(Q^*) = \frac{2AD}{Q^*} = 2 \times 50 \times \frac{D}{Q^*} \rightarrow K(Q^*) = 600 \qquad T = \frac{1}{6} = \frac{Q^*}{D} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{D}{Q^*} = 6$$

نکته: آیا بهینه سفارش دهیم



۱) $Q < Q^* \rightarrow \frac{hQ}{2} < \frac{AD}{Q}$

۲) $Q > Q^* \rightarrow \frac{hQ}{2} > \frac{AD}{Q}$

$$K(Q) = \frac{AD}{Q} + h\frac{Q}{2}$$

$$\frac{K(Q)}{K(Q^*)} = \frac{\frac{AD}{Q}}{K(Q^*)} + \frac{h\frac{Q}{2}}{K(Q^*)} \rightarrow \frac{K(Q)}{K(Q^*)} = \frac{1}{2}\left[\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q}\right]$$

$K(Q^*)$ یا $\frac{2AD}{Q^*}$ یا hQ^*

یا $\frac{1}{2}\left[\frac{Q^*}{Q} + \frac{Q}{Q^*}\right]$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مثال: اگر در یک مدل ساده یک بار دوره برحسب سفارش بهینه و بار دیگر نصف مقدار سفارش بهینه، سفارش دهیم مجموع هزینه های نگهداری و سفارش دهی سالانه چند درصد افزایش می یابد؟

$$\frac{K(Q)}{K(Q^*)} = \frac{1}{2}\left[\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q}\right]$$

۲ برابر $\rightarrow \frac{1}{2}\left[\frac{2Q^*}{Q^*} + \frac{Q^*}{2Q^*}\right] = \frac{1}{2}\left[2 + \frac{1}{2}\right] = 1.25 \rightarrow$ ۲۵٪ افزایش

نصف شود $\rightarrow \frac{1}{2}\left[\frac{\frac{1}{2}Q^*}{Q^*} + \frac{Q^*}{\frac{1}{2}Q^*}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2} + 2\right] = 1.25 \rightarrow$ ۲۵٪ افزایش

نکته: اگر بخواهیم $\frac{K(Q^*)}{K(Q)}$ را می خواست آن وقت کاهش داشتیم

آنالیز حساسیت روی پارامترها

	$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$	$K(Q^*) = \sqrt{2ADh}$
↑ A	↑	↑
↑ D	↑	↑
↑ h	↓	↑
↑ LT	—	—

مدل کمبود در حالت تقاضای بین افتاد

در سیاست مدل در مبانی مدل مثل مدل EOQ می باشد با این تفاوت که کمبود جایز است و حتماً جبران می شود

هدف مدل: بهینه کردن هزینه های سیستم موجودی و محاسبه مقادیر Q^*، r^*، t^* و r_h^*

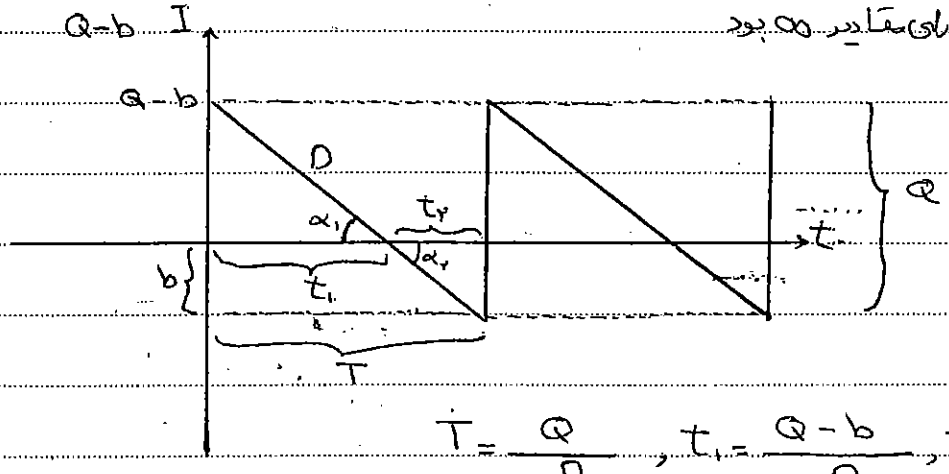
تعداد کمبود ها در یک دوره

Subject:

Year. Month. Date. ( )

پارامترهای مدل پارامترهای مدل EOQ می باشد با این تفاوت که π و $\hat{\pi}$ با بریک عدد ثابت

است در حالی که EOQ برای مقادیر ∞ بود



$$T = \frac{Q}{D}, \quad t_1 = \frac{Q-b}{D}, \quad t_2 = \frac{b}{D}$$

هزینه ی یاد دوره = هزینه سفارش دهی + هزینه نگهداری + هزینه کمبود

$$\rightarrow = CQ + A + \frac{h(Q-b)T_1}{2} + \pi b + \hat{\pi}\left(\frac{b}{2}T_2\right)$$

مثلث بالایی ← مثلث پایینی

هزینه ی یاد دوره $\times$ n = کل هزینه سالانه ، n = تعداد دفعات سفارش $= \frac{D}{Q}$

$$\text{کل هزینه سالانه} = \frac{DA}{Q} + \frac{h(Q-b)^2}{2Q} + \frac{\pi bD}{Q} + \frac{\hat{\pi}b^2}{2Q} + CD$$

هزینه ی ثابت سالانه ، هزینه ی متغیر سالانه

$$\frac{\partial k(Q,b)}{\partial b} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{\partial k(Q,b)}{\partial Q} = 0 \rightarrow$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(\hat{\pi}+h)}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi}+h}{\hat{\pi}}}$$

$$b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi}+h} = \sqrt{\frac{2ADh}{\hat{\pi}(\hat{\pi}+h)}}$$

PaPeO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

هزینه نگهداری عنصر = $\frac{hI^*}{2Q^*}$ هزینه سفارش‌دهی عنصر = $\frac{AD}{Q^*}$ هزینه کمبود = $\hat{\pi} \times \frac{(Q^*-I^*)^2}{2Q^*}$

$$b^* = \frac{hQ^* - \pi D}{\hat{\pi} + h}$$ صحیح

حل مدل: حالت اول، اگر $\pi D > \sqrt{2ADh}$ ← کمبود خوب است ← صحیح

$$b^* = 0 \longrightarrow Q^* = Q_w \rightarrow k(Q^*) = \sqrt{2ADh}$$ صحیح

حالت دوم، $\pi D < \sqrt{2ADh}$ ← حالت عادی ←

$$\left.\begin{matrix}\pi = 0 \\ \hat{\pi} > 0\end{matrix}\right\} \rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}\sqrt{\frac{\hat{\pi}+h}{\hat{\pi}}} = Q_w\sqrt{\frac{\hat{\pi}+h}{\hat{\pi}}}$$ صحیح

$$k(Q^*) = \sqrt{2ADh}\sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi}+h}} = \frac{\hat{\pi} b^*}{\text{صحیح}} = k_w\sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi}+h}}$$ صحیح

$I^*_{\text{میانگین}} = \frac{Q^* - b^*}{\text{صحیح}} = \sqrt{\frac{2AD}{h}}\sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi}+h}} = Q_w\sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi}+h}}$ حداکثر موجودی بعضی صحیح

نکته: در این مدل مقدار سفارش (Q^*) بیشتر از مدل EOQ می‌باشد

نکته: در این مدل هزینه‌ی کل کمتر از مدل EOQ می‌باشد

نکته: حداکثر موجودی در این مدل کمتر از مدل EOQ است

$$r^* = DLT - b^* \qquad LT < T$$

$$r_h^* = DLT - mQ^* - b^* \qquad LT > T$$

مثال: یک قلمی خریداری شده دارای نرخ تقاضای سالانه ۴۰۰۰ واحد است هزینه ثابت سفارش‌دهی ۶ تومان و هزینه‌ی هر واحد ۴ تومان است نرخ هزینه‌ی نگهداری موجودی ۱۵٪ است کمبود موجودی

Subject:

Year. Month. Date. ( )

جایز بوده و بصورت سفارشات تاخیر شده (پس افت) است. هزینه‌ی سالانه هر واحد که به تاخیر می افتد

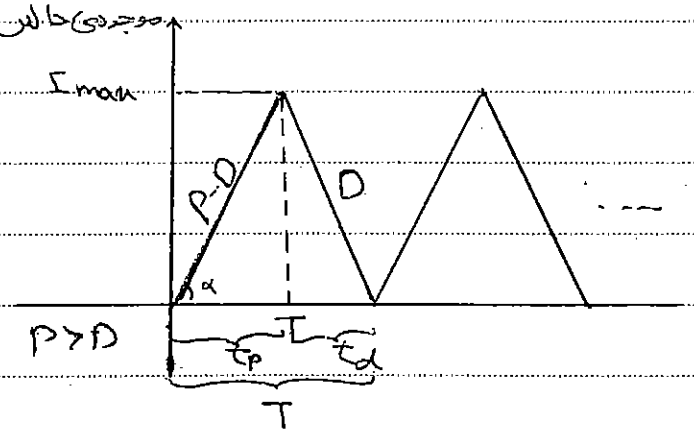
توان است اندازه‌ی اینگونه‌ی اقتصادی چقدر است؟ $A=۶$ $D=۴۰۰۰$

$C=۴ \rightarrow h=ic=\%۱۹\times۴=\%۷۶$ $\hat{\pi}=۱$ $Q^*=?$

$$Q^*=\sqrt{\frac{۲AD}{h}}\sqrt{\frac{\hat{\pi}+h}{\hat{\pi}}}=\sqrt{\frac{۲\times۶\times۴۰۰۰}{\%۶}}\sqrt{\frac{۱+\%۶}{۱}}=۱۴۶۱/۷۱$$

مدل تولیدی EPQ:

فرضیات مدل: فرضیات مدل مثل مدل EOQ می باشد با این تفاوت که سفارش با نرخ ثابت P دریافت



دریافتی شود

هدف: تعیین میزان تولید اقتصادی Q^*، r^*، r_h^* با کمینه کردن هزینه ها

پارامترهای مدل: P سرعت تولید، نرخ تولید — A: هزینه هر بار آماده سازی — C: هزینه‌ی هر بار

تولید یا قیمت تمام شده‌ی هر واحد

$$T=\frac{Q}{D} \qquad T=t_p+t_D$$

$$t_p=\frac{Q}{P} \qquad t_d=\frac{Q}{D}-\frac{Q}{P}=Q\left(\frac{۱}{D}-\frac{۱}{P}\right)$$

$$I_{max}=Q\left(۱-\frac{D}{P}\right), \quad P>D$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\bar{I} = \frac{I_{max}}{2} = \frac{Q}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right)$$

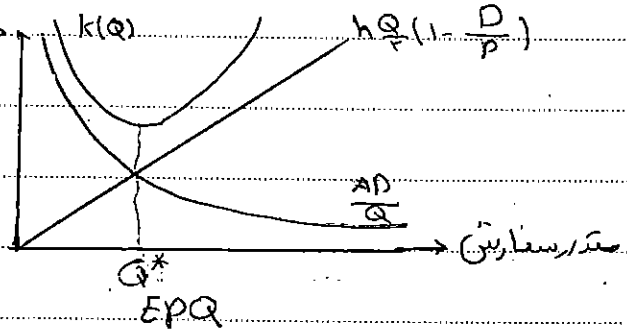
کل هزینه سالانه موجودی $= \underbrace{\frac{AD}{Q} + h\frac{Q}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}_{\text{هزینه‌ی متغیر}} + \underbrace{CD}_{\text{هزینه‌ی ثابت}}$

$$\frac{dKQ}{dQ} = 0 \rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{P}\right)}}$$

$$k(Q^*) = \sqrt{2ADh\left(1 - \frac{D}{P}\right)} \qquad r^* = DLT \quad LT < T$$

نکته: تعداد سفارش بهینه در EPQ بیشتر از مدل EOQ است

نکته: هزینه‌ی بهینه‌ی سالانه مدل کمتر از مدل EOQ است



نکته: اگر نرخ تقاضا روزانه بود حتماً به سالانه تبدیل کنید

حالت غیر داریم

نکته: اگر هزینه‌ی سفارش دهی کمتر از هزینه‌ی نگهداری باشد Q بزرگتر از QEPQ می‌شود

نکته: " " " " کوچکتر " " " "

نکته: شیب مختی کل هزینه‌ی نگهداری سالانه در نقطه‌ی بهینه برابر $\frac{h}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right)$

نکته: " " " سفارش دهی " $\frac{h}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right)$ - اشاره برابری خط

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نکته: رابطه ی هزینه ها وقتی نا یهنم سفارش هیم $\frac{k(Q)}{k(Q^*)} = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^*}{Q} + \frac{Q}{Q^*}\right)$

مثال: نرخ تولید محصولی ۱۰۰۰ واحد است و نرخ تقاضا ۵۰۰ واحد در سال است کمبود مجاز نیست

هزینه ثابت هر بار تولید ۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد ۱۰ تومان در سال است مقدار اقتصادی سفارش

چقدر است؟ $P=1000 \quad D=500 \quad A=200 \quad h=10$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\times 200\times 500}{10\left(1-\frac{500}{1000}\right)}} = 200$$

مثال: ظرفیت تولید یک دستگاهی برای تولید یک کالا سالانه ۱۰۰۰ قطعه است هزینه تولید هر واحد از این

کالا ۱۰ واحد پولی است چنانچه به خرید این کالا اقدام شود هزینه خرید هر واحد آن ۱۵ واحد پولی است نرخ

هزینه نگهداری این کالا ۱۵٪ است در سال هزینه هر بار راه اندازی ۲۰ واحد تولید اما هزینه ثابت سفارش

جهت خرید کالا واحد پولی است چنانچه نرخ تقاضای سالانه ۲۰۰ واحد در سال باشد اندازه ی اینتی بهینه

برای حالت خرید و تولید به ترتیب چقدر است

حالت اول: خرید

$D=200$

$A=15$ $\quad Q^* = \sqrt{\frac{2\times 200\times 15}{2,25}}$

$h = 15\times 0,15 = 2,25$

حالت دوم: تولید $\quad P=1000 \quad h=10\times 0,15=1,5 \quad D=200 \quad A=20$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\times 200\times 20}{1,5\left(1-\frac{200}{1000}\right)}}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مدل چند محصولی ساده: فرضیات مدل همانند مدل EOQ است با این تفاوت که برنامه ریزی برای چند محصول با هم انجام می‌شود.

هدف: محاسبه‌ی مقدار سفارش بهینه Q_j^* برای هر محصول و نقطه سفارش بهینه برای هر محصول r_j^* یا r_{hj}^*

پارامترهای مدل: D_j تقاضا برای محصول jام، A_j هزینه‌ی سفارش دهی، h_j هزینه‌ی نگهداری، LT_j نرخ تولید یا هزینه‌ی کمبود $p_j = \infty$، هزینه‌های کمبود $\hat{\pi} = \pi = \infty$

هزینه‌ها:

$$\min Z = \sum \left(\frac{D_j A_j}{Q_j} + \frac{h_j Q_j}{2} \right)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial Q_j} = 0 \rightarrow Q_j^* = \sqrt{\frac{2A_j D_j}{h_j}}$$

$$K(Q_j^*) = \sqrt{2A_j D_j h_j}$$

$$r_j^* = D_j L_j \qquad LT < T$$

$$r_{hj}^* = D_j L_j - m_j Q_j^* \qquad m_j = \left[\frac{LT_j}{T_{j0}} \right]$$

مدل چند حصری هیچ فرقی با مدل EOQ ندارد و محصولات نیز با هم هیچ ارتباطی ندارند.

مدل چند حصری کولیبر: فرضیات مدل مانند مدل چند محصولی ساده است با این تفاوت که ۱- محصولات به تدریج در پایان می‌شوند $p_j = \infty$ ۲- کلیه محصولات توسط یک خط یا یک ماشین تولید می‌شوند ۳- کمبود جایز نیست ۴- زمان آماده سازی صفر است یعنی هزینه هر بار راه اندازی صفر می‌باشد

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$\frac{D_j}{P_j}$ درصدی از یک سال یا یک دوره که ماشین درحال تولید محصول j ام است

$\sum \frac{D_j}{P_j}$ درصدی از یک سال یا یک دوره که ماشین درحال کار است

$1 - \sum \frac{D_j}{P_j}$ درصدی از یک سال یا یک دوره که ماشین بی کار است

نکته: شرط جواب داشتن این مدل این است که حتما $\sum \frac{D_j}{P_j} < 1$ باشد

$$\min Z = \sum \left(\frac{D_j A_j}{Q_j} + \frac{h_j Q_j}{2} \left(1 - \frac{D_j}{P_j}\right) \right)$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum A_j}{\sum h_j D_j \left(1 - \frac{D_j}{P_j}\right)}}$$ حتما

$Q_j^* = T^* D_j$ حتما ← بی نیاز (مهم است)

$$k(Q_j^*) = \text{کل هزینه ی بهینه ی سالیانه} = \sqrt{2 \sum A_j \sum h_j D_j \left(1 - \frac{D_j}{P_j}\right)}$$ حتما

$$I_{j\,max} = Q_j^* \left(1 - \frac{D_j}{P_j}\right)$$ حتما

مثال: در یک کارگاه صنعتی سه نوع محصول بوسیله ی یک ماشین تولید می شوند حداکثر ظرفیت تولیدی ماشین برای محصول ۱ برابر ۲۷۰۰۰ واحد در سال و برای محصول ۲ برابر ۳۶۰۰۰ واحد در سال و برای محصول ۳ برابر ۹۰۰۰ واحد در سال می باشد سایر ارقام مربوطه در جدول زیر موجود است

$P_1 = 27000$	$D_1 = 9000$	$h_1 = 5$	$A_1 = 800$
$P_2 = 36000$	$D_2 = 18000$	$h_2 = 6$	$A_2 = 700$
$P_3 = 9000$	$D_3 = 6000$	$h_3 = 8$	$A_3 = 500$

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مقدار اقتصادی هر بار تولید برای هر یک از محصولات چقدر است؟

$$T^* = \sqrt{\frac{2\times(800+700+500)}{5\times900(1-\frac{900}{2700})+6\times1800(1-\frac{1800}{3600})+8\times600(1-\frac{600}{900})}} \simeq 0.19$$

$$Q_1^* = 0.2\times900 = 180$$

$$Q_2^* = 0.2\times600 = 120$$

$$Q_3^* = 0.2\times1800 = 360$$

ب) در مثال فوق ماکزیمم موجودی انبار برای هر یک از محصولات چقدر است؟

$$I_{1max} = 180(1-\frac{900}{2700}) = 120$$

$$I_{2max} = 120(1-\frac{600}{900}) = 40$$

$$I_{3max} = 360(1-\frac{1800}{3600}) = 180$$

اگر بخواهیم حل مسئله ابتدا شرط لازم جواب دار بودن مسئله را چک می‌کنیم اگر برقرار باشد مسئله جواب ندارد

اگر برقرار باشد فرض می‌کنیم به ازای هر محصول i، T_iها با یکدیگر برابرند سپس مقدار T^* از رابطه قبل

محاسبه کرده و در رابطه‌های فوق جایگذاری می‌کنیم

مدل چند محصولی در حالت محدودیت فضای انبار، فرضیات مدل مانند مدل چند محصولی ساده است

با این تفاوت که حداکثر فضای موجود انبار برابر F است

پارامترهای مدل: F حداکثر فضای انبار، b_i فضای اشغالی هر واحد محصول i ام

$$\text{حداکثر موجودی محصول } i \text{ ام}(\sum_{i=1}^{19} b_i) \leq F = \text{حداکثر فضای اشغالی محصولات}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مدل EOQ با محدودیت فضا $= \sum f_j Q_j \leq F$

مدل EPQ با محدودیت فضا $= \sum f_j Q_j \left(1 - \frac{D_j}{P_j}\right) \leq F$

مدل کمبود با محدودیت فضا $= \sum f_j (Q_j - b_j) \leq F$

$$\min j = Z + \theta (F - \sum f_j Q_j)$$

ضریب لاگرانژ

$$F = \sum f_j \sqrt{\frac{2 D_j A_j}{h_j + 2\theta^* f_j}} \; Q$$

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2 D_j A_j}{h_j + 2\theta^* f_j}}$$

نکته: همیشه در این نوع مدل $Q_j^* \leq Q_{wj}$

الگوریتم حل: ابتدا از محدودیت فضا صرف نظر می‌شود و جواب مسئله Q_{wj} فرض خواهد شد. اگر Q_{wj} ها محدودیت فضا را راضی کردند جواب نهایی مسئله هستند در غیر این صورت از فرایند لاگرانژ برای حل مسئله استفاده می‌شود.

مثال: کارخانه‌ای سه نوع کالای ۱، ۲ و ۳ دارد. اگر ظرفیت انبار این کارخانه ۷۰ واحد باشد مقدار بهینه محصول طبق جدول زیر باشد متوسط سفارش بهینه برای این محصول چقدر خواهد بود؟

	کالای ۱	کالای ۲	کالای ۳
D_j	۵۰۰۰	۲۰۰۰	۱۰۰۰
A_j	۱۰۰	۲۰۰	۷۵
h_j	۱۰	۱۵	۵
f_j	۰/۷	۰/۸	۰/۳

PqPco

Subject:

Year. Month. Date. ( )

الف) ۷۵۷ ۵۱۶ ۱۲۲۴ ج) ۳۴۸ ۲۸۰ ۵۷۱

ب) ۷۵۷ ۲۸۰ ۱۲۲۴ د) ۳۴۸ ۵۱۶ ۵۷۹

$Q_{w1} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 5000 \times 100}{2 \times 10}} = 707$ $Q_{w2} = \sqrt{\frac{2 \times 200000 \times 200}{2 \times 15}} = 516$

$Q_{w3} = \sqrt{\frac{2 \times 75 \times 10000}{2 \times 50}} = 1224$

شرط لازم محدودیت $4Q_{w1} + 6Q_{w2} + 2Q_{w3} \leq F$

$\%7 \times 707 + \%1 \times 516 + \%2 \times 1224 = 13976.0$ اما داریم

حال تک تک گزینه ها را در معادله قرار می دهیم هرکدام کمتر از محدودیت ایجاد شد اینجا ۷۰ است جواب ما خواهد بود

گزینه اول هم که میان Q ها هست نمیشه نه چون در معادله صدق نکرده

مدل چند محصولی در حالت محدودیت سرمایه: فرضیات مدل همانند مدل چند محصولی ساده است

جز این تفاوت که حداکثر سرمایه درگیر برابر با X است

پارامترها: X حداکثر سرمایه درگیر در صورتی، c_j قیمت هر واحد محصول j ام

$X \geq$ (حداکثر صورتی حصول ذام) $\sum c_j$ = حداکثر سرمایه مورد نیاز برای کلیه محصولات

$X \geq$ مدل EOQ با محدودیت سرمایه $= \sum c_j Q_j$

مدل کمبود با محدودیت سرمایه $= \sum c_j (Q_j - b_j) \leq X$

مدل EOP با محدودیت سرمایه $= \sum c_j Q_j (1 - \frac{D_j}{P_j}) \leq X$

$\min j = Z + \beta (X - \sum c_j Q_j)$

ضریب لاگرانژ

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\frac{\delta_j}{\delta \beta} = 0 \rightarrow \sum c_j \sqrt{\frac{2A_j D_j}{h_j + 2\beta^* c_j}} = X$$

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2A_j D_j}{h_j + 2\beta^* c_j}}$$

نکته: در این نوع مدل $Q_w \geq Q_j^*$

الگوریتم مدل: الگوریتم این مدل به لحاظ ستی و تشریحی کاملاً مشابه مدل محدودیت فضا است

مثال: مصرف سالیانه ماده شوینده ۴۰۰۰ واحد در سال است هزینه سفارش هر واحد ۵ تومان است و نرخ هزینه نگهداری این شرکت ۲۰٪ در سال بوده هزینه ی هر بار سفارش دهی این ماده ۲۰ تومان است در صورتی که حداکثر سرمایه در دسترس ۱۰۰۰ تومان تجاوز نکند آنگاه مقدار هزینه ی بهینه کل هزینه ی نگهداری سفارش دهی این محصول چقدر است؟

$D = 4000 \quad c = 5 \quad h = ic = 0.2 \times 5 = 1 \quad x = 1000$

$A = 20$

ابتدا Q_w را حساب می کنیم شاید بهینه باشد $Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 4000}{1}} = 400$

$CQ_w = 5 \times 400 = 2000 \rightarrow 2000 > 1000 \rightarrow Q_w$ بهینه نیست

$CT_{max} = CQ_w = 1000 \rightarrow 5 Q_w = 1000 \Rightarrow Q_w = 200$

$$K(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} = \frac{20 \times 4000}{200} + \frac{1 \times 200}{2} = 500$$

مثال: مصرف سالیانه ی یک محصول ۴۰۰۰ واحد در سال است این محصول را می توان با نرخ ۸۰۰۰ واحد

Subject:

Year. Month. Date. ( )

در سال تولید هزینه‌ی هر بار آماده‌سازی تولید ۵۰۰ تومان است و هزینه‌ی نگهداری هر واحد محصول ۱۰۰ تومان

در سال است چنانچه هزینه‌ی تولید برای هر واحد محصول ۲۰۰ تومان باشد و قرار باشد حداکثر سرمایه در گردش

صد جوری این محصول ۲۰۰۰۰ تومان باشد مقدار بهینه‌ی هر بار تولید برای این محصول چقدر خواهد بود؟

$D=4000 \quad P=8000 \quad A=250 \quad h=100 \quad c=200 \quad X=20000$

$$Q_{\text{بهینه}} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2\times250\times4000}{100(1-\frac{4000}{8000})}} = 632.45 \sim 633$$

$$CT_{max} = cQ(1-\frac{D}{P}) = 200\times633(1-\frac{4000}{8000}) = 63300$$

$633000 > 20000 \rightarrow cQ(1-\frac{D}{P}) = 20000 \rightarrow 200Q(1-\frac{4000}{8000}) = 20000 \rightarrow Q = 200$ ظرفیت فعال است

مثال: باستانی می‌توان محصول را با نرخ سالیانه ۱۰۰۰۰ واحد در سال تولید کرد سرعت تقاضای سالیانه

برای این محصول ۵۰۰۰ واحد است هزینه‌ی آماده‌سازی هر بار آماده‌سازی ۲۰۰ تومان است هزینه‌ی نگهداری

هر واحد در سال ۱۰۰ تومان است هزینه‌ی سفارش برای تولید هر واحد محصول ۵۰ تومان است اگر قرار باشد

حداکثر سرمایه در گردش صد جوری ۲۰۰۰ تومان باشد مقدار بهینه‌ی تولید این محصول چقدر است؟

$P=10000 \quad D=5000 \quad A=200 \quad h=100 \quad c=50 \quad X=20000$

$$Q_{\text{بهینه}} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2\times200\times5000}{100(1-\frac{5000}{10000})}} = 200$$

$$CT_{max} = cQ(1-\frac{D}{P}) = 2000 \rightarrow 50\times200(1-\frac{5000}{10000}) = 5000 \rightarrow 5000 > 2000$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$5 \cdot Q\left(1 - \frac{5000}{10000}\right) = 200 \rightarrow Q = 80$$

مدل چند محصولی در حالت محدودیت تعداد دفعات سفارش در سال:

L_j: حداکثر تعداد دفعات سفارش در سال ، $\frac{D_j}{Q_j}$ تعداد دفعات سفارش محصول j ام در سال

محدودیت این مدل

$$\sum \frac{D_j}{Q_j^*} \leq L$$

$$\sum \sqrt{\frac{h_j c_j}{2(A_j + \alpha^*)}} = L \rightarrow \text{ضریب لاگرانژ}$$

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2D_j(A_j + \alpha^*)}{h_j}} \quad , \quad Q_j^* > Q_{cj}$$

الگوریتم حل مدل مانند الگوریتم محدودیت فضا و سرمایه می باشد

مدل تخفیف: یعنی قیمت هر واحد کالا با افزایش مقدار سفارش، کاهش می یابد. دو نوع تخفیف وجود دارد ۱- تخفیف نموی (افزایشی): یعنی قیمت تخفیف داده شده صرفاً برای مقادیر داخل محدوده تخفیف قابل اعمال است ۲- تخفیف کلی: یعنی قیمت داده شده برای کلیه ی مقادیر سفارش قابل اعمال است

شماره محدوده	محدوده ی تخفیف	قیمت کالا	کل هزینه خرید کلی	کل هزینه خرید نموی
۰	$q_0 \leq Q < q_1$	c_0	$c_0 Q$	$c_0 Q$
۱	$q_1 \leq Q < q_2$	c_1	$c_1 Q$	$c_0(q_1 - q_0) + c_1(Q - q_1)$
۲	$q_2 \leq Q < q_3$	c_2	$c_2 Q$	$c_0(q_1 - q_0) + c_1(q_2 - q_1) + c_2(Q - q_2)$

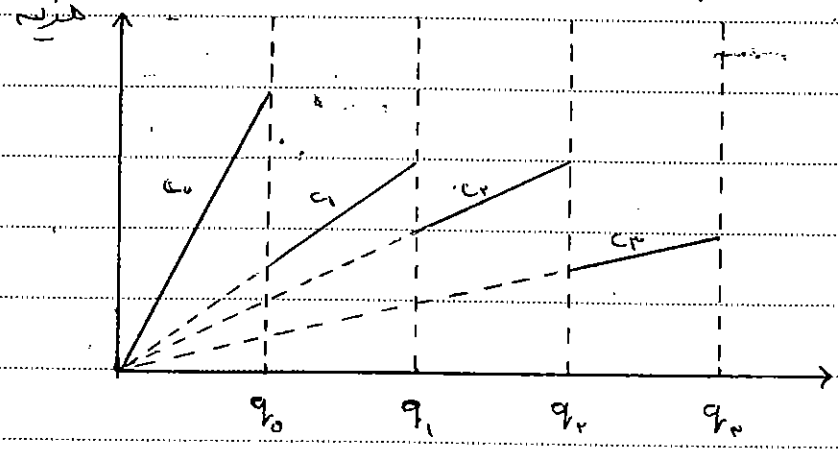
Subject:

Year. Month. Date. ( )

ز $q_j < Q < q_{j+1}$ ز $c_j Q$ $c_j Q \sum_{k=1}^{j} c_{k-1}(q_k - q_{k-1}) + c_j(Q - q_j)$

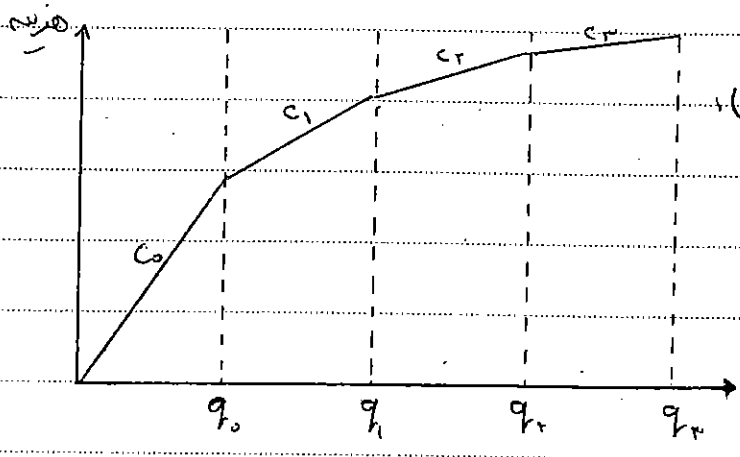
$c_0 > c_1 > c_2 > c_3 > \dots > c_j$ فرض

تمام تخفیف: تقاضا بیشتر برای سفارش‌های بزرگ هستند که در این تقاضا کاهش قیمت پیدا می‌کنیم



حالت تخفیف کلی:

در حالت تخفیف کلی مقدار هرچه قدر که باشد در کلیه‌ی دامنه‌ها با هزینه خرید آخرین دامنه محاسبه می‌شود به عبارت دیگر هزینه خرید تمام کالاها یکسان است



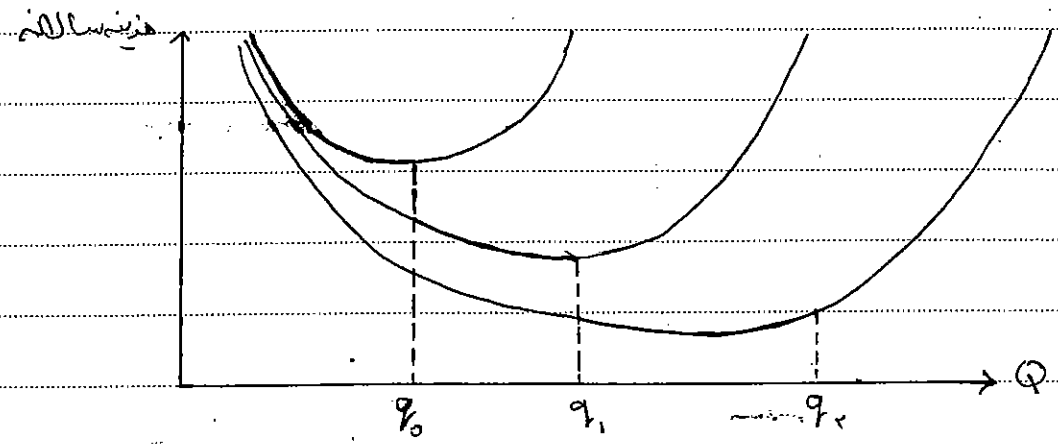
حالت تخفیف نوری (تراشی):

در حالت تخفیف نوری قیمت‌ها در دامنه‌های مختلف یکسان نیست و اقلام هر دامنه با قیمت آن دامنه خریداری می‌گردند $c_0 > c_1 > c_2 > \dots$

نرم‌افزار مناسب در حالت تخفیف کلی؟

Subject:

Year. Month. Date. ( )



مثال: برای خرید یک کالا فروشنده در مقابل سفارش دهنده یا سفارش قیمت واحد کالا را به شرح زیر اعلام نموده

q	قیمت واحد
$0 < q < 100$	۵۱۰
$100 < q < 300$	۴۰۰
$300 < q$	۳۹۰

با توجه به نرخ تقاضای کالا و هزینه‌ی سفارش آن یک سیستم موجودی برای کل هزینه‌ی موجودی ها ۲۵ واحد کالا محاسبه شده مقدار بهینه‌ی سفارش کالا کدام است؟

برای حل مثال ابتدا نحوه‌ی حل سوال و نحوه‌ی محاسبه‌ی نقطه‌ی بهینه قابل قبول برای محدوده‌ای را می‌گوییم:

اگر $Q_{wj} > q_{j+1} \longrightarrow Q_j^* = q_{j+1}$

اگر $Q_{wj} < q_j \longrightarrow Q_j^* = q_j$

اگر $q_j < Q_{wj} < q_{j+1} \longrightarrow Q_j^* = Q_{wj}$

الگوریتم حل مسئله: ابتدا از محدوده‌ی آخر شروع کرده ابتدا Q_{wn} و سپس Q_n^* را حساب می‌کنیم و این کار را تا زمانی ادامه می‌دهیم که برای اولین بار Q_{wj} داخل محدوده‌ی

Subject:

Year. Month. Date. ( )

تخفیف بیشتر برای Q^* های بیشتر که هزینه‌ی سالیانه سیستم موجودی را محاسبه می‌کنیم متوجه می‌شویم که

کمترین هزینه را داشته باشد مقدار بهینه مدل خواهد بود.

نکته: حوزه نقاط قابل بررسی در مدل تخفیف کلی نقطه‌ی سلول و نقاط انتهایی بست راست است.

نکته: در مدلی که در یک مدل مشابه به مدل تخفیف کلی تخفیف روی پارامترهای مدل مثل A و h

داده شود حل مسئله مشابه مدل تخفیف کلی خواهد بود با این تفاوت که تابع تفاوت هزینه سالیانه و

نقطه‌ی بیشینه تابع هزینه ها بر اساس پارامتر تغییر یافته محاسبه می‌شود.

نکته: در مدلی که در یک مدل خلاف مدل تخفیف کلی با افزایش مقدار سفارش قیمت واحد محصول

نیز افزایش یابد حل مسئله مشابه مدل تخفیف کلی است با این تفاوت که محدوده‌ی ابتدایی

یعنی محدوده‌ای که قیمت کمتری در محاسبه تشریح می‌شود و Q_0 و $\dot{\zeta}(Q^*)$ محاسبه می‌کنیم.

جواب مثال: بین حالت‌های ۲۵۰ و ۳۰۰ را در تابع هزینه یعنی $\frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2}$ قرار می‌دهیم یک بار

Q را ۲۵۰ و بار دیگر ۳۰۰ قرار داده هرکدام که کمتر شود Q واقعی ما خواهد بود.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

5

10

15

20

25

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مثال: بنگاهی مصرف سالیانه نوعی مواد ۸۰۰۰ کیلو است اگر هزینه‌ی هر بار سفارش دهی برابر ۱۰۰۰ تومان باشد و هزینه‌ی نگهداری سالیانه هر واحد کالا از جدول زیر تبعیت کند مقدار سفارش اقتصادی چند کیلو است؟

مقدار سفارش	هزینه نگهداری
۱ ـ ۳۰۰	۱۵۰ تومان
۳۰۱ <	۱۳۰ تومان

نکته: در مسائل تخفیف همیشه از کمترین قیمت شروع می‌کنیم حال یا به بالا می‌رویم یا به پایین.

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{h_1}} = \sqrt{\frac{2\times 1000\times 8000}{130}} = 350/8$$ درباره‌ی مورد نظر می‌باشد ✓

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2AD}{h_2}} = \sqrt{\frac{2\times 1000\times 8000}{150}} = 326/5$$ درباره مورد نظر نیست ✗

حال Q_1^* که درباره صدق کرد و تمام تقاضا است آن را از لحاظ هزینه بررسی می‌کنیم هرچند اهم کوچک بود مقدار اقتصادی می‌باشد ولی چون بعد از Q_1 درست واقعه تشکیل یا سفارش نداریم پس Q_1 حد مقدار سفارش اقتصادی است و نیازی به حساب هزینه‌ها هم نداریم $Q_1^* = 350/8$

مثال: برای هر یک نوع کالا فروشنده به ازای مقادیر مختلف سفارش تخفیفی قائل می‌شود در شرکت حمل و نقل هزینه‌ی حمل کالا را همیشه دیر پیش‌ماهنده است

مقدار	هزینه حمل (کیلو/ریال)
$0 < Q < 10000$	۲/۵
$Q > 10000$	۱/۵

Subject:

Year. Month. Date. ( )

هزینه‌ی هر بار سفارش کالا ۵۰۰ ریال است و هزینه نگهداری کالا ۱۰٪ و مصرف سالانه ۴۰۰ کیلو است مقدار اقتصادی هر بار سفارش چقدر است؟

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 400 \times 500}{0.1}} = 2000$$

در این سوال Q^* مقدار تخفیف بستگی ندارد بلکه فقط به مقدار هزینه حمل بستگی دارد در حال می‌بینیم که Q در کدام بازه‌ی می‌کند که در بازه‌ی ۱۰۰۰ < Q < ۲۰۰۰ می‌باشد حال باید هزینه‌ی این نقطه دشم سفارش‌های مقرراتی را بدست آوریم

هر کدام که کمتر بود مقدار اقتصادی هست

$$K(Q^*=2000) = ? \quad , \quad K(Q=10000) = ?$$

$$K(Q^*) = \frac{AD}{Q^*} + \frac{hQ^*}{2} + cD \rightarrow \frac{400 \times 500}{2000} + \frac{0.1 \times 2000}{2} + 2.5 \times 500 = 1450$$

$$K(Q=1000) = \frac{400 \times 500}{1000} + \frac{0.1 \times 1000}{2} + 1.5 \times 500 = 1270 \rightarrow$$ مقدار بهینه ما خواهد بود

مثال: مصرف سالیانه ماده اولیه کارخانه‌ای ۲۰۰۰ واحد است هزینه‌ی ثابت هر بار سفارش ۲۰۰۰ تومان است و نرخ هزینه‌ی نگهداری موجودی ۲۰٪ است درصورتی که مقدار خرید در هر بار کمتر یا برابر ۱۰۰۰ واحد باشد قیمت خرید هر واحد ۱۱۰ تومان است ولی اگر مقدار خرید هر واحد در هر بار بیش از ۱۰۰۰ واحد باشد قیمت خرید هر واحد ۱۰۰ تومان است با توجه به این اطلاعات مقدار سفارش اقتصادی در هر بار را بدست آورید؟

قیمت	مقدار سفارش
۱۱۰ ت	$Q \leq 1000$
۱۰۰ ت ↑	$Q > 1000$

$D = 2000$ $A = 2000$ $i = 0.2$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 2000}{0.2 \times 100 \rightarrow 9}} = 2000$$ در بازه می‌باشد ✓

$h = 0.2 \times 110$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 2000}{0.2 \times 110}} \simeq 2000$$ در بازه‌ست ✓

بی‌نهایت داشتیم تا بین $Q^* = 2000$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مثال: یک تولیدکننده محصول دارای نرخ تقاضای سالیانه به مقدار ۱۲۰۰۰۰ واحد ثابت و نرخ تولید سالیانه ۶۰۰۰۰۰ واحد است. هزینه‌ی راه‌اندازی ماشین آلات ۸۰۰ و نرخ نگهداری ۱۱ است. هیچ کمبودی مجاز نیست و هزینه‌ی متغیر هر واحد محصول طبق جدول زیر بستگی به میزان Q داشته. هزینه‌ی راه‌اندازی برابر است با

C	Q
۶	۰ ≤ Q < ۱۰۰۰۰
۵/۸	۱۰۰۰۰ ≤ Q < ۳۵۰۰۰
۵/۷	۳۵۰۰۰ ≤ Q

$$Q_{1^*} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2\times 800\times 120000}{11\times 5/7\,(1-\frac{120000}{600000})}} = 20519$$ در بازه‌ی نیست ✗

$$Q_{2^*} = \sqrt{\frac{2\times 800\times 120000}{11\times 5/8\,(1-\frac{120000}{600000})}} = 20342$$ در بازه‌ی باشد ✓

بررسی نقطه ۲۰۳۴۲ و نقاط سمت راست آن نهی ۳۵۰۰۰

$$k(Q=20342) = \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2}(1-\frac{D}{P}) + cD = \frac{800\times 120000}{20342} + \frac{11\times 5/8\times 20342}{2}(1-\frac{120000}{600000}) + 5/8\times 120000$$

$$= 705439$$

$$k(Q=35000) = 699540 \longrightarrow Q^* = 35000$$

مدل احتمالی یک دوره‌ای شرایط مسئله مثل EOQ است با تفاوت‌های زیر:

۱- تقاضا احتمالی است ۲- کمبود جایز است و از نوع فروش از دست رفته است ۳- برنامه‌ریزی فقط برای یک دوره انجام می‌شود و مجدد برای انتهای دوره اگر باقیمانده باشد از بین می‌رود

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۴- در ابتدای دوره مرجوعی باید ۱ است درصورتی که این موجودی برای دوره کافی نباشد مقدار مورد نیاز سفارش داده

در ابتدای دوره قابل تامین است

پارامترهای مدل: D ← تقاضا ، $f_D(w)$ ← تابع چگالی تقاضا در یک دوره

$F_D(w)$ ← تابع تجمعی تقاضا ، c ← قیمت هر واحد محصول ، v ← قیمت فروش هر واحد محصول

π ← هزینه‌ی کمبود هر واحد محصول ، l ← قیمت حراج هر واحد محصول ، h ← هزینه‌ی

نگهداری هر واحد کالا در یک دوره ، H ← هزینه نگهداری هر واحد کالا باقیمانده در انتهای دوره به منظور از

بین بردن یا حراج ، A ← هزینه‌ی سفارش دهی

متغیرهای مدل: R ← مرجوعی یا نه‌ی ابتدای دوره

$$Q = R - I \begin{cases} \text{اگر } I \geq R \text{ بود سفارش نمی دهیم} \\ \text{اگر } R > I \text{ بردیه اندازه‌ی } Q \text{ سفارش می دهیم} \end{cases}$$

انواع حالت‌های مدل: ۱- تقاضای پیوسته: الف) $A=0$ ب) $A\neq 0$

۲- تقاضای گسسته: الف) $A=0$ ب) $A\neq 0$

۱- حالت تقاضای پیوسته و $A=0$: در این حالت مقدار R از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید

$$F_D(R) = \frac{v + D - c}{v + \pi + H}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۲- حالت کسته و $A=0$ ،

$$F_D(R) \geq \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H}$$

کوچکترین مقدار تقاضا است که این رابطه را برقرار می کند ←

مثال: کارگاهی قرارست محصولی را که در ایام عید به فروش می رسد تولید کند تابع توزیع تقاضای این محصول بصورت زیر تخمین زده شده است اگر هزینه‌ی تولید هر واحد از این محصول ۳ تومان قیمت فروش ۵ تومان و قیمت حراج هر واحد باقیمانده در انتهای دوره ۲ تومان باشد میزان تولید بهینه برای تولید محصول چقدر خواهد بود اگر ۴ واحد موجودی اولیه داشته باشیم؟ حالتکسته داریم پس

R	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
$P(R)$	٪۰	٪۵	٪۱۰	٪۲۰	٪۲۰	٪۱۰	٪۵	٪۵	٪۵

$$F_D(R) \geq \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = \frac{۵۰۰۰ + ۰ - ۳۰۰۰}{۵۰۰۰ + ۰ + ۲۰۰۰} = ٪۶۶$$

حال مقدار تجمعی جدول را بدست می آوریم

$F(R)$	٪۵	٪۱۰	٪۲۰	٪۴۰	٪۶۰	٪۸۰	٪۹۰	٪۹۵	۱

حال باتوجه به جدول $F(R)$ میبینیم که مقدار ٪۶۶ بین کدام درعد برای $F(R)$ قرار دارد که بین ٪۸۰ و ٪۶۰ است پس باید

مقدار ٪۸۰ را انتخاب کنیم که R آن ۱۱ است پس $R = 11$ خواهد بود حال چون ۴ واحد موجودی داشتیم

باید فقط ۷ واحد سفارش دهیم

Subject:

Year. Month. Date. ( )

متوسط تعداد کمبود در دوره

حالت پیوسته $\int_{R}^{+\infty} (x-R)\, f_D(x)\, dx$

حالت گسسته $\sum_{R} (x-R)\, p(x)$

متوسط کل هزینه کمبود یک دوره $= \pi \left(\int_{R}^{+\infty} (x-R) f_D(x)\, dx \text{ یا } \sum_{R} (x-R)\, p(x) \right)$

متوسط تعداد موجودی پایان‌دوره در انتهای دوره

حالت پیوسته $\int_{0}^{R} (R-x)\, f_D(x)\, dx$

حالت گسسته $\sum_{0}^{R} (R-x)\, p(x)$

متوسط کل هزینه نگهداری یک دوره $= h \left(\int_{0}^{R} (R-x) f_D(x) dx \text{ یا } \sum_{0}^{R} (R-x)\, p(x) \right)$

موجودی اطمینان عبارت است از مقدار موجودی که همیشه در این رهبت مقابله با کمبود احتمالی نگه داشته می‌شود تا بتوانیم جلوگیری کنیم و به این دلیل که میزان تقاضا در فاصله‌ی زمانی تحویل غیر قطعی است هرچه مقدار موجودی اطمینان زیادتر شود هزینه‌ی نگهداری افزایش یافته و متوسط هزینه کمبود کاهش یافته و تا مجموع هزینه‌ی نگهداری و متوسط هزینه‌ی کمبود جهت مقدار موجودی اطمینان حداقل باشد ذخیره اطمینان بهینه حاصل شده است

Page 9

Subject:

Year. Month. Date. ( )

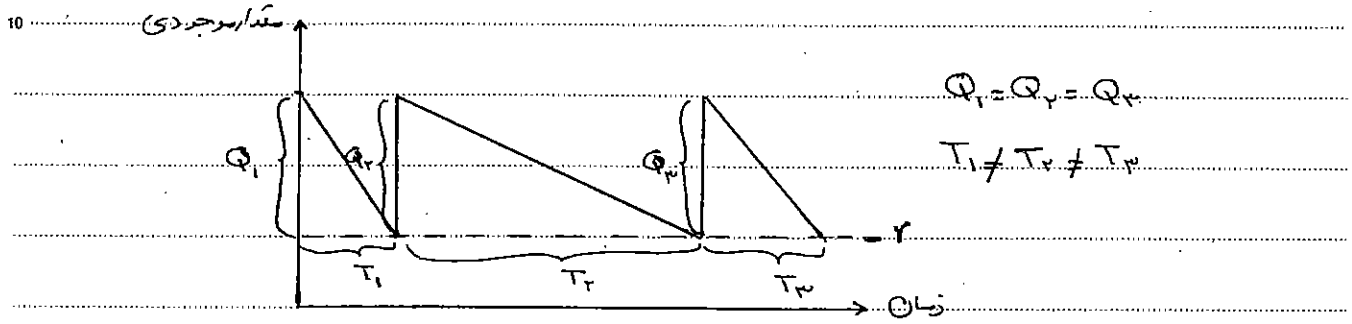
خلاصش های مرور سیستم موجودی و (خلاصش های سفارش دهی) و استخلاصش های مرور دائم ۲ خلاصش های مرور ای

در خلاصش های مورد دائم و نیمتا موجودی بصورت لحظه ای مرور می شود و یکی از حالتهای معروف این نوع خلاصش

FOS است یا مقدار سفارش ثابت که به آن (Q و Q) نیز می گویند یا نقطه سفارش نامیده می شود در خلاصش

FOS به محض اینکه مقدار موجودی به مقدار r یا نقطه سفارش رسید به اندازه ی ثابت Q سفارش داده می شود

در این خلاصش فاصله ی بین دو سفارش متوالی را T گویند که لزوماً برابر نیست و نمودار آن بدین صورت است

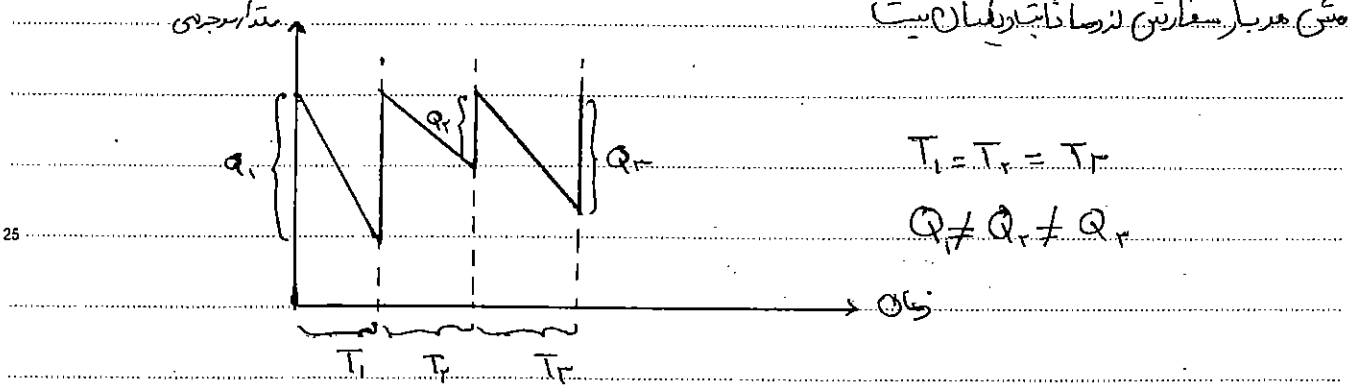


در خلاصش های دوره ای مرور موجودی بصورت دوره ای انجام شده و یکی از حالتهای معروف این خلاصش FOI

یا فاصله سفارش ثابت یا (T و Q) است که مقدار موجودی نیز نامیده می شود در خلاصش FOI در زمان های

T_1 و T_2 و T_3 که فاصله ی یکسانی با آنها دارند وضعیت موجودی مرور شده و تا سقف موجودی سفارش داده می شود در این خلاصش

مقدار هر بار سفارش لزوماً ثابت یکسان نیست



Subject:

Year. Month. Date. ( )

مزایای خط مشی ها و برخط مشی FOL سرورسرجردی بصورت دوره ای بوده پس هزینه ی سفارش دهی کمتر است

همچنین اصلان هم گروه کردن اقلام سیستم موجودی و سفارش دهی زمان وجود دارد

و برخط مشی FOS احتمال مواجه با کمبود کمتر از خط مشی FOL است بنابراین هزینه های نگهداری و هزینه های کمبود سالانه مبتنی به FOL کمتر است

مدل احتمالی ساده با خط مشی سفارش دهی FOS :

فرمانتبدل همانتسدل EOQ می باشد با تفاوت های زیر ۱- تقاضا احتمالی و سالن است ۲- کمبود جایز است و از نوع نرویش از دست رفته می باشد ۳- خط مشی سفارش دهی FOS می باشد

پارامترهای مدل همانتسدل EOQ است با تفاوت های زیر

D : متغیر تقاضای تقاضای در سال ، μ_D : میانگین تقاضا در سال ، σ_D : انحراف معیار تقاضا در سال ، D_L : متغیر تقاضای تقاضا در دست زمان تحویل ($\frac{D_L}{LT}$) ، μ_{D_L} : میانگین تقاضا در دست زمان تحویل ، σ_{D_L} : انحراف معیار تقاضا در دست زمان تحویل ، π : هزینه های هر واحد کمبود

α : قابلیت اطمینان یا سطح خدمت درنتیجه داریم

که به معنی در یک دوره با کمبود مواجه نشویم $\rightarrow P(D_L \leq r) = \alpha$

که به معنی در یک دوره با کمبود مواجه شویم $\rightarrow P(D_L > r) = 1 - \alpha$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

یا به عبارتی داریم $(DL<r)$ (با کمبود مواجه می‌شویم) و $(DL>r)$ (با کمبود مواجه می‌شویم)

متغیرهای مدل: Q: مقدار هر بار سفارش، r: نقطه‌ی سفارش، SS: موجودی اطمینان Safety Stock

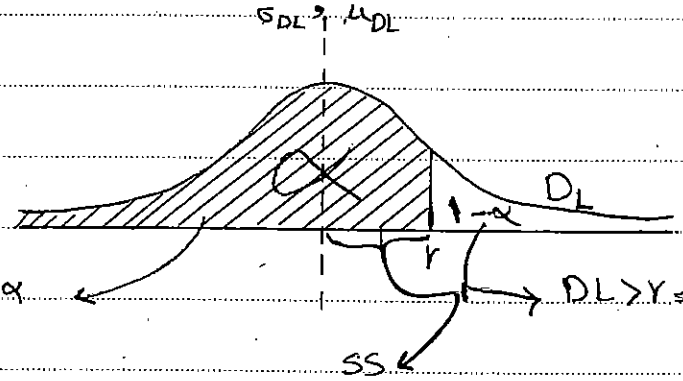
کمبود موجودی اطمینان یعنی میزانی که برای پاسخ‌گویی به تغییرات تقاضا در مدت زمان تحویل تعریف‌شده وسکار

آن با هزینه نگهداری سالانه و کمبود قابل محاسبه است. موجودی اطمینان هرچه بیشتر باشد هزینه نگهداری

بیشتر و کل هزینه کمبود سالانه کمتری شود و بالعکس

متوسط موجودی در دست: $\left(\frac{Q}{2}+SS\right)$

هزینه نگهداری موجودی: $h\left(\frac{Q}{2}+SS\right)$



$r=\mu_{DL}+SS$

روش‌های حل مدل (Q,r) در این روش تابع هزینه را نوشته و سپس نسبت به دو متغیر Q و r مشتق می‌گیریم

$$\text{کل هزینه}=\frac{AD}{Q}+\left(\frac{Q}{2}+SS\right)h+\pi\frac{D}{Q}\bar{b}(r)$$

مقادیری که در چارک‌بندی می‌شویم $B(r)$ و $B(r)=\frac{D}{Q}\bar{b}(r)$ \longrightarrow

این روش روش مختی می‌باشد

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۲- در این روش از مفهوم سطح خدمت برای حل مسئله استفاده می‌کنیم و مانند الگوریتم زیر جلو می‌رویم

الف) مقدار Q^* را مشابه مدل EOQ و از رابطه‌ی $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$ بدست می‌آوریم

ب) سطح خدمت را محاسبه می‌کنیم یعنی $\alpha = \frac{\text{متوسط تعداد دوره کمبود در سال}}{\text{متوسط تعداد دوره‌ها در سال}} = \frac{N_b}{n} = \frac{N_b}{\frac{D}{Q}}$

ج) اگر پیوسته باشد $F_{DL}(r) = \alpha$

تابع توزیع تجمعی تقاضا در مدت زمان تحویل در نقطه سفارش r

اگر گسسته باشد $F_{DL}(r) \geq \alpha$

د) محاسبه‌ی $r = \mu_{DL} + ss$ یا $ss = r - \mu_{DL}$

هـ) در $\bar{b}(r)$ اگر تقاضا پیوسته باشد

پیوسته $\bar{b}(r) = \int_{r}^{+\infty} (u - r) f_{DL}(u)\, du$

$\bar{b}(r)$: متوسط تعداد کمبود در یک دوره

گسسته $\bar{b}(r) = \sum (u - r)\, p(u)$

نکته: درصد تقاضاهایی که با کمبود مواجه می‌شوند می‌توان از $\frac{B(r)}{D} = \frac{\bar{b}(r)}{Q}$

بدست آورد $B(r) = \frac{D}{Q} \bar{b}(r)$

نکته: $1 - \alpha$ یا تعداد دوره‌هایی که با کمبود مواجه می‌شود ارتباط مستقیم دارد ولی با درصد تقاضاهایی که با کمبود مواجه می‌شود ارتباط مستقیم ندارد

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نکته: $\frac{1}{1-\alpha}$ برابر است با متوسط تعداد دوره‌هایی که با یک بیش مواجه می‌شویم

مدل احتمالی FOS درحالت قطعی احتمالی زمان:

$D_L \sim N(\mu_{DL}, \sigma^2_{DL})$

$$\alpha = P(DL < r) = P\left(\frac{DL - \mu_{DL}}{\sigma_{DL}} \leq \underbrace{\frac{r - \mu_{DL}}{\sigma_{DL}}}_{Z_\alpha}\right) = P(Z < Z_\alpha) = \alpha$$

$$\longrightarrow r = \mu_{DL} + \underbrace{Z_\alpha \sigma_{DL}}_{SS}$$

مدل احتمالی FOS درحالت مدت زمان تحویل احتمالی:

$$\mu_{DL} = \mu_D \mu_L \quad , \quad \sigma_{DL} = \sqrt{\mu_D^2 \sigma_L^2 + \mu_L \sigma_D^2}$$

$$\longrightarrow r = \mu_{DL} + \underbrace{Z_\alpha \sigma_{DL}}_{SS} \quad \text{بیا رهم}$$

حالت‌های مدل: ۱- تقاضا احتمالی و LT یا L قطعی است

$$\left.\begin{matrix} D \text{ احتمالی} \\ L \text{ قطعی} \end{matrix}\right\} \longrightarrow \mu_L = L \qquad \sigma_L = 0 \longrightarrow$$

$$\text{بیا رهم} \quad \mu_{DLT} = \mu_D L \qquad \sigma_{DLT} = \sigma_D \sqrt{L}$$

۲- تقاضا قطعی و LT یا L احتمالی

$$\left.\begin{matrix} D \text{ قطعی} \\ L \text{ احتمالی} \end{matrix}\right\} \longrightarrow \mu_D = D \qquad \sigma_D = 0 \longrightarrow$$

$$\mu_{DLT} = \mu_L D \qquad \sigma_{DLT} = \sigma_L D$$

Page 30

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مثال: تقاضای سالانه‌ی کالایی بصورت تابع نرمال با میانگین ۸۰۰۰ و انحراف معیار ۱۰۰۰ است

زمان انتظار تحویل کالا بصورت ثابت و یک ماه می‌باشد اگر سطح سرویس این کالا ۹۵٪ باشد

نقطه سفارش چقدر است؟ $D \sim N(8000, 1000)$ $Z(95\%) = 1.64$

$LT = 15 \text{ day} = \frac{1}{24}$ سال $\alpha = 95\%$ $r = ?$

در این مثال L مقدی ثابت است و D احتمالی است پس حالت (2) را داریم در نتیجه

$$\mu_{DL} = \mu_D L = 8000 \times \frac{1}{24} = 333.3$$

$$\sigma_{DL} = \sigma_D \sqrt{L} = 1000 \times \sqrt{\frac{1}{24}} = 204.12$$

$$\rightarrow r = \mu_{DL} + Z\alpha \sigma_{DL} = 333.3 + (1.64)(204.12) = 369$$

مثال: مصرف روزانه‌ی کالایی ثابت و برابر ۵ واحد است اما مدت زمان تحویل این کالا دارای توزیع

نرمال با متوسط ۲ و واریانس ۰/۵۷ هفته است نقطه سفارش مجدد این کالا در سطح خدمت

دهی ۹۰٪ برابر است با هر هفته ۶ روز است. $P(Z < 1.28) = 90\%$ درستی $D = 5 \times 6 = 30$

$L \sim (2, 0.76)$ $\alpha = 90\%$

حالت دوم است پس $\mu_{DLT} = \mu_L D = 2 \times 30 = 60$ $\sigma_{DLT} = \sigma_L D = 0.76 \times 30 = 17.1$

$$r = \mu_{DL} + Z\alpha \sigma_{DL} = 60 + (1.28)(17.1) = 81$$

مثال: برای محاسبه‌ی از حفاظی سفارشی ثابت یا Fos استفاده می‌شود مقدار سفارش در هر بار

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

وسوجون ایران ۵ ماکیوا باشه

ثابت به دیر ۱۰۰ کیلوگرم است و توزیع احتمالی تقاضا طی مدت تحقیق به شرح جدول زیر است با فرض اینکه

تقاضا سالانه برای این محصول ۴۰۰۰ کیلوگرم باشد آنگاه تعداد دفعات کمبود در سال برای این محصول و بیت

آزمایش	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰
$P(x)$	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱

$D=4000$ $\quad Q=100$ $\quad SS=10$ $\quad r=\mu_{DLT}+SS \rightarrow r=80+10=90$

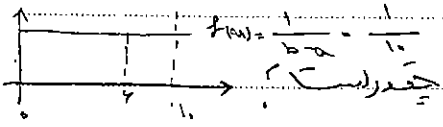
$\mu_D = E(x) = \sum x_i p(x_i) = 40\times0.1 + 50\times0.1 + 60\times0.1 + 70\times0.1 + 80\times0.2 + 90\times0.1 + 100\times0.1 +$

$110\times0.1 + 120\times0.1 = 4+5+6+7+16+9+10+11+12 = 80$

احتمال کمبود $= P(X>90) = 0.1 + 0.1 + 0.1 = 0.3$

تعداد دفعات کمبود $=$ تعداد دوره‌های سال $\times$ احتمال کمبود $= 12 \times 0.3 \times \frac{4000}{100} = 12$ $\quad n=\left(\frac{D}{Q}\right)$

مثال: در یک مدل کنترل موجودی احتمالی هزینه هر واحد کسری ۲۰ واحد پولی است اگر توزیع تقاضا طی زمان تحقیق



فاصله‌ای ۵ و ۱۰ باشد هزینه کسری مورد انتظار وقتی ۶ واحد ذخیره داشته باشیم چقدر است؟

$r=20$ $\quad P(x>6) = \frac{10-6}{10} = 0.4$

هزینه مورد انتظار $=$ هزینه کمبود $\times$ احتمال کمبود

$= 20 \times 0.4$

$= 8$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مثال: مدت زمان تماس‌های تلفنی در زمان تحویل ۵۰ مورد بررسی شده و نتایج آن به صورت خلاصه در جدول زیر داده شده است. چنانچه تماس‌های بالاتر از ۱۴۰ ثانیه نیاز به پیروی کنند، مقدار ذخیره این کانال برای سطح سرویس ۹۰٪ چه مقدار خواهد بود؟ $Z_{0.9} = 1.28$

D_i	۱۰۰	۱۲۰	۱۳۵	۱۴۰	۱۴۵	
f_i تعداد فراوانی	۵	۳۰	۴۰	۱۵	۱۰	$\sum f_i = 100$
P_i	$\frac{5}{100} = 0.05$	۰.۳	۰.۴	۰.۱۵	۰.۱	$P_i = \frac{f_i}{\sum f_i}$
$\sum P_i$ تجمعی	۰.۰۵	۰.۳۵	۰.۷۵	۰.۹ ↑	۱	

D_i = میزان تماس در دوره‌ی i ام

f_i = تعداد فراوانی

P_i = احتمال اینکه تماس در دوره i ام به اندازه D_i باشد

$$SS = Z_\alpha \sigma \Rightarrow SS = 1.28 \times 11.057 = 14.13 \simeq 14$$

$$\bar{D} = \sum x_i p(x_i) = 100 \times 0.5 + 120 \times 0.3 + 135 \times 0.4 + 140 \times 0.15 + 145 \times 0.1 = 50 + 36 + 54 + 21 + 14.5 = 135.5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i (D_i - \bar{D})^2}{\sum f_i}} = 11.057$$

$$P(X \le r) = \alpha \Rightarrow P(X \le 2) = 0.9 \Rightarrow r = 2$$

مثال: در ارتباط با سطح دستیک کدام عبارت زیر صحیح است؟

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۱) احتمال کمبود ۵٪ یعنی درایتهای مدیریت سفارش ۹۵٪ تقاضاها پاسخ داده می‌شود و باقی کمبود

۲) " " ۵٪ " " " " ۵٪ "

۳) " " ۵٪ " در هر چرخه سفارش دهی متوسط یک سفارش با کمبود روبرو است

۴) هیچ کدام

N_b (تعداد دفعات کمبود) $= \frac{D}{Q} \times$ احتمال کمبود

مثال: میزان تقاضای روزانه و مدت زمان تحویل مربوط به اجناس گذشته از جدول زیر بدست آمده است

اگر نقطه سفارش بر اساس متوسط تقاضا و ماکزیمم زمان تحویل قرار داده شود میزان موجودی ذخیره چند واحد خواهد بود؟

۲ ۳۵ ۷ = ماکزیمم LT

دوره‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تقاضا روزانه (واحد)	۳۰	۶۰	۵۰	۳۰	۶۰	۵۰	۷۰	۵۰
زمان تحویل روزانه	۶	۵	(۷)	۳	۶	۵	۴	۴

$E(x) = \bar{D} = \mu_D = \frac{۳۰+۶۰+\dots+۵۰}{۸} = ۵۰$

$E(x) = \overline{LT} = \mu_{LT} = \frac{۶+۵+\dots+۴}{۸} = ۵$

$۲ = ۵۰ \times ۷ = ۳۵۰$

$۲ = \mu_{DLT} + SS \Rightarrow ۲(\mu_D \mu_L) + SS \rightarrow ۳۵۰ = (۵۰ \times ۵) + SS$

$\rightarrow SS = ۱۰۰$

Page 60

۴۲

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نکته: دو مدل جاری سه فرمول بسیار مهم هستند

۱) $r = \mu_{DLT} + ss = \mu_D \mu_L + ss$

۲) $ss = z_\alpha \sigma = z_{1-\alpha} \sigma$

۳) $N_b = \frac{D}{Q} \times$ احتمال کمبود (α)

نکته: هرگاه در سوالی از مقادیر n یا p_i یاد شده بود یا آن‌ها را در جدولی عناوین داده بود می‌توان

$\mu = \sum x_i p(x_i)$ را بدست آورد و $\sigma^2 = \sum x_i^2 p(x_i)$ بدست آید

مثال: مدیر سفارش اقتصادی کالایی ۲۲۰ واحد است و مصرف آن در واحد زمان تقریبا ثابت است

دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۵ و انحراف معیار ۷ روز است نقطه سفارش مجدد کالا برای سطح

خدمت ۹۵٪ به دست آید $r = \mu_{DLT} + ss$ $z_{0.05} = 1.64$

D ثابت و LT احتمالی است $\Rightarrow$ $\mu_{DLT} = \mu_L D$ $\sigma_{DLT} = \sigma_L D$

$ss = z_{1-\alpha} \sigma_{DLT} = z_{1-\alpha} \sigma_L D = 1.64 \times 7 \times 15 = 172.2$

$r = \mu_L D + ss = 25 \times 15 + 172.2 = 547.2$

مثال: چنانچه آیا کالایی دوبرابر افزایش یابد و مصرف این کالا در هر واحد زمانی دارای توزیع نرمال

باشد با ثابت نگه داشتن سطح خدمت این کالا نقطه سفارش مجدد آن چه

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۱) نقطه سفارش می شود ۲) ثابت باقی می ماند

۳) بیشتر از میزان تقاضای پیش بینی شده / کمتر از ۲ برابر تقاضای پیش بینی شده

$Y = M_{DLT} + SS$

$Y = M_D \hat{L}_t + Z_{\alpha} \sigma_D \sqrt{L}$

مثال: در شرکتی مقدار سفارش محصول برابر تقاضای ۴ هفته ای آن است سال را ۵۰ هفته فرض کنید

این شرکت مایل است در هر سال حداکثر متوسط برای دو دوره سفارش برای این محصول کمبود رخ دهد با توجه به

این اطلاعات سطح خدمت برای این محصول چند درصد است؟ مقدار تقاضا ۵۰ واحد است.

$M_b = \frac{D}{Q}$ (احتمال کمبود) $\rightarrow 2 = \frac{50}{4} \times \rightarrow \alpha = 0.16$

سطح خدمت $= 1 - 2 = 0.84$

مثال: مصرف روزانه کالایی ثابت و برابر ۲۰ واحد است زمان تدارک این کالا متغیر و تابع

احتمال زیر است مقدار سفارش این کالا ثابت و برابر ۶۰۰ است در صورتی که هزینه نگهداری هر

واحد ۱ تومان در سال باشد و کل هزینه های نگهداری برابر ۴۰۰ تومان در سال باشد نقطه سفارش چند

این کالا چقدر است؟

زمان تدارک	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹
احتمال	۵	۷	۱۵	۲۰	۱۸	۱۲	۱۰	۸	۵	۳

Subject:

Year. Month. Date. ( )

کل هزینه سالیانه $= h\left(\frac{Q}{2} + SS\right) \rightarrow 4000 = 10\left(\frac{600}{2} + SS\right) \rightarrow SS = 100$

D ثابت و LT احتمالی $\quad \mu_{DLT} = \mu_L D \quad\quad ROP = \mu_{DLT} + SS$

$ROP = \mu_L D + SS \rightarrow ROP = 24 \times 20 + 100 = 480 + 100 = 580$

$\mu_L = \sum x_i p(x_i) = 20 \times \frac{9}{30} + \dots + 29 \times 3 = 24$

خط مشی دو ظرفی (s,Q) در این خط مشی ابتدا به دو قسمت ظرف بزرگ با حجم Q و ظرف دوم با حجم r تقسیم بندی می شود ابتدا از ظرف بزرگتر یا Q شروع به مصرف می کنیم تا تمام شود به محض (بلکه بخواهیم از ظرف دوم مصرف کنیم به اندازه ی Q سفارش می دهیم تا رسیدن سفارش از ظرف دوم استفاده می کنیم به محض رسیدن سفارش ابتدا ظرف دوم را r را تکمیل می کنیم و هرچی باقی ماند را وارد ظرف اول می کنیم و دوباره از ظرف اول (بزرگ) مصرف می کنیم

حالت احتمالی: D احتمالی و LT احتمالی:

$$ROP = \mu_D \mu_L + SS$$

$$SS = Z_{1-\alpha} \sqrt{\mu_L \sigma_D^2 + \sigma_L^2 \mu_D}$$

$$\sigma_{DL} = \sqrt{\mu_D^2 \sigma_L^2 + \mu_L \sigma_D^2}$$

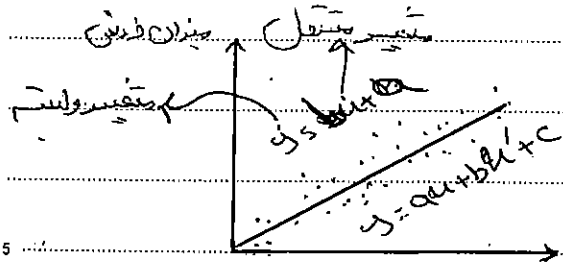
Page

Subject:

Year. Month. Date. ( )

تکنیک‌های پیش‌بینی ۸

۱- روش رگرسیون: روش خطی یا روش برآشی



میزان فروش به هزینه تبلیغات وابسته است

متغیر مستقل ← $y = bx + a$ ← متغیر وابسته

حل شاخ خط (عرض از مبدأ) ← ضریب زاویه یا شیب خط

$$b = \frac{n\Sigma xy - (\Sigma x)(\Sigma y)}{n(\Sigma x^2) - (\Sigma x)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$\frac{\Sigma y_i}{n}$ ← $\bar{y}$ ، $\bar{x}$ → $\frac{\Sigma x_i}{n}$

مثال ص ۱۲۵ برای حل این سؤال ممنوع است

شاخص‌های رگرسیون ۹ ۱- ضریب همبستگی داده‌های عرضه یا r

$$r = \frac{\Sigma x_i \cdot y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{((\Sigma x_i^2) - n\bar{x}^2)((\Sigma y_i^2) - n\bar{y}^2)}} \qquad -1 \le r \le 1$$

اگر $r = 1$ بود هرگونه تغییر در متغیر مستقل دقیقاً به نسبت مساوی متغیر وابسته را در همان جهت تغییر می‌دهد اگر $r = -1$ هرگونه تغییر در متغیر مستقل دقیقاً به نسبت مساوی متغیر وابسته را تغییر می‌دهد در جهت عکس

Subject:

Year. Month. Date. ( )

اگر r^2 یا ضریب همبستگی مساوی یا نزدیک به یک باشد در مقایسه با دیگر مدل‌ها قابل توجهی دارند

۲- ضریب تعیین نشان‌دهنده‌ی انحراف یا r^2 که مقدار آن بین ۰ تا ۱ است. r^2 مقدار تغییرات

مثال: $r^2 = 0.3$ یعنی است اگر $r^2 = 1$ باشد وستیبیو واپیتلی کاملی به همراه دارند

۳- میزان خطای میانگین:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - a\sum y_i - b\sum x_i y_i}{n-2}}$$

a و b همان پارامترهای رگرسیون هستند

روش S_{yx} را با مقادیر مختلف و هرچه S_{yx} از مقادیر میانگین کوچکتر باشد

نشان‌دهنده‌ی بهتری است و نزدیک بودن r^2 به ۱ نشان‌دهنده‌ی همین مورد است

۴- روش مقدار واقعی دوره‌ی قبل: در این روش پیش‌بینی هر دوره را برابر با مقدار واقعی دوره‌ی قبل

در نظر می‌گیرند.

مقدار واقعی دوره قبل ← D_{t-1} = F_t ← مقدار پیش‌بینی دوره t

مثال: من زمانی است

پیش‌بینی بدون دخالت عامل روند

در نظر گرفتن تغییرات روند در روش مقدار واقعی دوره‌ی قبل

$$T_t = D_t - D_{t-1}$$

برای دخالت دادن روند در پیش‌بینی‌ها داریم

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$F_t = D_{t-1} + T_{t-1}$$

$$F_t = D_{t-1} + (D_{t-1} - D_{t-2})$$

$$F_t = 2D_{t-1} - D_{t-2}$$ ← پیش بینی به همراه دخالت عامل روند

س روش معدل متحرک: در این روش کلیه داده‌های سال گذشته با هم جمع شده و بر تعدادشان تقسیم می‌شوند تا دیدیست آمده برای پیش بینی تقاضای دوره بعد استفاده قرار گیرد. مثال ص ۲۵۹ مهم

$$F_t = \frac{\sum_{i=1}^{t-1} D_i}{t-1}$$

میانگین ساده برای داده‌های مناسب است که میانگین ثابت مانند و دارای روند نیستند

مثال: با استفاده از داده‌های زیر و با استفاده از معدل متحرک ساده و با دوره تناوب ۳ میزان سفارش را برای دوره ۶ پیش بینی کنید؟

y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	
۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	$n=3$

$$\frac{30+25+20}{3} = 25$$

مثال ص ۲۶۰ مهم است

* روش معدل متحرک موزون و شبیه معدل متحرک ساده است با این تفاوت که درصدی که بخواهیم برای دوره‌ی t پیش بینی انجام دهیم دوره‌ی نزدیک به t وزن بیشتری دارند نسبت به دوره‌هایی که از t دور هستند

مثال ص ۲۶۵ مهم است

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نکته: در اکثر سطوح باید جمع تمام زمان‌ها یک باشد ولی اگر یکا هم نشد باید همه موجودی‌ها را تقسیم بر مجموع

زمان‌ها کنیم

نکته: روش همواره‌سازی نمایی 8 سال ش ۱۱۷ مهم است.

نکته: اگر قبلاً از روش میانگین متحرک ساده استفاده کرده باشیم و بهترین نتیجه را داشته باشد در روش هموار

سازی نمایی رابطه‌ای بین α و n وجود دارد $\alpha = \frac{2}{n+1}$

نکته: هرچه α به یک نزدیک‌تر باشد خطاها را بیشتر تخمین داده می‌شوند و برعکس

نکته: اگر مقدار مصرف کالاها در دوره‌ی گذشته تقریباً ثابت و یکنواخت باشد هرچه α کوچکتر انتخاب

شود بهتر است و اگر تغییرات مصرف در دوره‌ی گذشته زیاد باشد هرچه α بزرگتر باشد بهتر است

نکته: هرچه α کوچک باشد یعنی به آخرین داده ارزش کمتری داده شده است و به این جهت ساده

به آخرین داده ارزش بیشتری داده شده است

آنالیز ABC: هر گاه سازمانی بخواهد چند قلم کالای خود را تجزیه و تحلیل نماید معمولاً ارزش و حجم محصولات به شکل زیر

خواهید	درصد حجم اقلام	درصد ارزش اقلام
دسته‌ی A	٪۱۰	٪۷۵
دسته‌ی B	٪۲۵	٪۲۰
دسته‌ی C	٪۶۵	٪۵

Page 69

Subject:

Year. Month. Date. ( )

اقلام گروه A، اقلامی هستند که جنبه‌ی حیاتی دارند و به هیچ وجه نباید با کمبود مواجه شویم و برای آن‌ها

باید سیستم موجودی دقیق و حساس در نظر گرفت

اقلام گروه B، اقلامی هستند که ارزش آن‌ها کمتر از دسته‌ی A بوده و کنترل آن‌ها از گروه A است

اقلام گروه C، اقلامی هستند که نیازی به کنترل نداشته و کمبود آن‌ها مشکل خاصی را ایجاد نمی‌کند برای

این گروه سیستم موجودی خاصی نداریم و برای سفارش‌ها حجم و به اندازه‌ی سفارش، خرید می‌کنیم

نکته: منظور از ارزش کالا در اینجا میزان قیمت کالا نخواهد بود بلکه اهمیت آن در ادامه روند تولید است

نکته: سیستم FOS عمدتاً برای کالاهای دسته‌ی A کاربرد دارد و سیستم FOI عمدتاً برای کالاهای دسته‌ی

B و C کاربرد دارد.

مثال: در آنالیز ABC اقلام موجودی، گروهی که دارای بیشترین درصد حجم هستند کدام است؟ گروه C

مثال: فرض کنید تعداد اقلام موجودی ۱۰ قلم باشد و در آنالیز ABC برای طبقه‌بندی کردن این اقلام مقدار

۶۰٪ کل حجم پولی متعلق به یکی از این اقلام است در این صورت این قلم جزء کدام یک از گروه‌های زیر حتماً

می‌شود؟ الف) C یا B ب) B ج) C د) A

برنامه‌ریزی سفارشات دوره‌ای: در این قسمت سفارش‌ها را در دوره‌های مشخص و مقدار

سفارش داریم یا از موجودی دوره قبل استفاده می‌کنیم و حالت‌هایی وجود دارد که ۲ یا ۳ مقداری سفارش

Subject:

Year. Month. Date. ( )

می دهیم که مقدار تقاضای یک یا چند دوره را پوشش دهد به عبارت دیگر اگر قرار باشد که تقاضای یک یا چند دوره پوشش دهد یعنی اگر قرار باشد که تقاضای دوره چهارم از دوره ی اول تامین گردد. تقاضای دوره دوم و سوم نیز باید از دوره اول تامین گردد. ۳ هزینه نگهداری براساس موجودی پایان دوره محاسبه می شود. یعنی موجودی مجازیست که مقدار سفارش داده شده بصورت یکجا در اول دوره دریافت می شود نتیجه: اگر در انتهای یک دوره موجودی داشته باشیم در دوره ی بعد از آن سفارش نمی دهیم.

نکته: مقدار موجودی پایان دوره باید جوابگوی نیاز حداقل یک دوره بعد باشد یعنی اینکه مقدار سفارش در ابتدای هر دوره یا برابر است با مجموع تقاضای یک یا چند دوره ی آینده است

روش LUC (Least unit cost): در این روش به مقداری سفارش می دهیم که حداقل هزینه را برای هر واحد داشته باشیم با فرض اینکه قیمت خرید (c) ثابت باشد پس داریم

دوره ها	مقدار سفارش	هزینه سفارش	هزینه نگهداری	مجموع هزینه ها	LUC
۱	D_1	A	۰	A	A/D
۲	D_1+D_2	A	D_2h	$A+D_2h$	$\frac{A+D_2h}{D_1+D_2}$
۳	$D_1+D_2+D_3$	A	D_2h+2D_3h	$A+D_2h+2D_3h$	$\frac{A+D_2h+2D_3h}{D_1+D_2+D_3}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

می کوایم برای دوره ها بعد از دهم جایی که هزینه ی واحد یعنی LUC از مقدار قبلی اش بزرگتر

Page

Subject:

Year. Month. Date. ( )

شود متوقف می شویم و به اندازه ی مجموع تقاضاهای قبلی سفارش می دهیم

روش LTC (least Total cost): در این روش جهر مقدار زمان به مقداری سفارش داده می شود که هزینه ی کل سربار به ازای دوره کمترین مقدار را داراباشد برای نیل به این هدف باید قدر مطلق اختلاف بین هزینه های نگهداری و سفارش کمترین مقدار را داشته باشد و سپس انتخاب می شود که این اختلاف حداقل شود

دوره ها	مقدار سفارش	هزینه سفارش	هزینه نگهداری	اختلاف هزینه سفارش و نگهداری
۱	D_1	A	۰	A
۲	D_1+D_2	A	D_2h	$\lvert A-D_2h\rvert$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

در هر دوره ای که اختلاف هزینه سفارش و نگهداری حداقل شد یعنی هزینه ی دوره ی بعد از دوره قبل بیشتر باشد محاسبه را متوقف می کنیم

نکته: وقتی دو دوره هزینه اش برابر شد دوره ی دوم را انتخاب می کنیم مثلا D_3 و D_4 که $D_3 < D_4$

مثال: اگر تقاضای محصولی برای ده دوره آینده به صورت زیر باشد و اگر هزینه ی هر بار سفارش دهی برابر ۲۵ تومان باشد و هزینه ی نگهداری هر واحد کالا در هر دوره برابر ۵ تومان باشد براساس روش LTC

خواهیم مقدار سفارش را تعیین کنیم مقدار سفارش چقدر است؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	۳۰	۵	۴۰	۶۰	۲۰	۷۰	۸۰	۱۰۰	۳۰	۵۰

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

دوره ۱ ← $Lec = \frac{۲۰۰+۵}{۳۰} = ۶,۶۷$

دوره ۲ ← $Lec = \frac{۲۰۰+۵\times۵۰}{۳۰+۵۰} = ۵,۶۲$ ← مقدار سفارش بعد $۸۵ = ۵۰+۵۰+۱۳۰$ ت

دوره ۳ ← $Lec = \frac{۲۰۰+۵\times۵۰+۲\times۶\times۵}{۳۰+۵۰+۶} = ۷$ ✗

مثال ۵ هزینه کالای پ در دوره های آتی طبق جدول زیر است و هزینه نگهداری هر واحد آن ثابت و برابر ۱ تومان در دوره می باشد هزینه سفارش دهی این کالا در دوره ی اول ۷۰ تومان و در سایر دوره ها ۲۰۰ تومان است

مقدار سفارش این کالا در دوره اول بر اساس LT چند واحد است

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
هزینه	۰	۱۵	۳۰	۴۰	۶۰	۲۰

دوره	هزینه سفارش دهی	هزینه نگهداری	اختلاف دو هزینه
۱	۰	۰	۰
۱,۲	۷۰ ← از دوم ۱	۱۵×۵	۲۰ ✓ سفارش دوم ۱۰
۱,۲,۳	۷۰ ← " "	۱۰×۵+۳۰×۵×۲	۲۸۰

مثال ۶ در کدام یک از سفارشات بر اساس جداول هزینه ی واحد کدام یک از گزینه های زیر همواره صحیح است.

الف) بهتر است مقدار هر بار سفارش دقیقاً با مصرف یک دوره کامل برابر باشد

ب) مقدار هر بار سفارش باید همواره از مصرف یک دوره بیشتر باشد

ج) برای یک دوره از دوره ی قبل مقداری موجودی میسره ولی ممکن است این مقدار موجودی برای مصرف دوره T کافی باشد

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\mu_{DLT+T} = \mu_D \mu_{LT+T}$$

$$\sigma_{DLT+T} = \sqrt{\mu_D^2 \sigma_{LT+T}^2 + \mu_{LT+T} \sigma_D^2}$$

اگر D قطعی باشد $\longrightarrow \mu_D = D$ و $\sigma_D = 0$

اگر LT قطعی باشد $\longrightarrow \mu_{LT+T} = LT+T$ و $\sigma_{LT+T} = 0$

مثال: محصولی هر ۳ ماه یکبار سفارش داده می‌شود مدت تحویل این محصول ۱ ماه است و تقاضای ماهانه این محصول از توزیع نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۱۰ پیروی می‌کند. اگر سطح خدمت این محصول ۹۰٪ باشد و $Z_{90\%} = 1.28$ حداکثر موجودی این محصول چقدر است؟

LT قطعی و تقاضا احتمالی

$T = 3$ ماه

$LT = 1$ ماه

$\alpha = 90\%$

$$\longrightarrow R = \mu_D(LT+T) + Z_\alpha \sqrt{\mu_D^2 \sigma_{LT+T}^2 + (LT+T)\sigma_D^2}$$

$$\longrightarrow R = 100 \times 4 + 1.28 \times \sqrt{1 \times 4 \times 100}$$

$$\longrightarrow R = 400 + 1.28 \times 20\sqrt{4} = 425.6\sqrt{4} = 425.6$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۴- مقدار هر بار سفارش باید مساوی یک یا چند دوره کامل باشد.

میانگین مصرف کالایی طی ۸ ماه آینده به صورت زیر پیش بینی می شود هزینه سفارش دهی این کالا برابر با ۲۰۰ تومان است و هزینه نگهداری هر واحد ۳ تومان می باشد بر اساس روش LTC مقدار سفارش در دوره‌ی اول برابر است با

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تقاضا	۱۰	۶۰	۳۵	۱۵	۱۰	۲۰	۱۵	۱۰۰

دوره ها	مقدار سفارش	هزینه سفارش	هزینه نگهداری	اختلاف دو هزینه
۱	۱۰	۲۰۰	۰	۲۰۰
۱و۲	۷۰	۲۰۰	۳×۶۰	۲۰ ✓ ۷۰ تا میخوایم
۱و۲و۳	۱۰۰	۲۰۰	۳×۶۰+۲×۳۵	۳۶۰ ×

Fos	FoL
r	R
LT	LT+T
Q	D_T

سل اصطلاحی ساده FoL :

$r = \mu_{DL} + z \times \sigma_{DL}$

$R = \mu_{D(LT+T)} + z \times \sigma_{D(LT+T)}$

σ_{LT+T} و تغییرات تقاضا در مدت زمان تحویل به علاوه‌ی یک دوره سفارش.

μ_{DLT+T_1} و میانگین

σ_{DLT+T_1} و انحراف معیار

Page