توجه کنید که چند سوال بعدی در رابطه مسأله کلی زیر است:

خانواده‌ای را در نظر بگیرید که برای تأمین ویتامین‌های A و C هر یک از افراد خانواده خود در هفته بتواند از چهار نوع میوه استفاده کند. فرض کنید که قیمت هر کیلو میوه و میزان ویتامین موجود در هر کیلو میوه و حداقل ویتامین مورد نیاز هر فرد در هفته مطابق جدول زیر باشد.

ویتامین	میوه				حداقل
	۱	۲	۳	٤	
A	2	2	1	2	9
C	3	1	3	2	19
قیمت هر کیلو	40	30	27	22	

۱- اگر بدانیم x_4 و x_3 در حل پایه بهینه هستند. حل بهینه مسأله کلی و مزدوج آن کدام است؟

۱) $x_1 = 0$ ، $x_2 = 0$ ، $x_3 = 5$ ، $x_4 = 2$ ، $y_1 = 3$ ، $y_2 = 8$

۲) $x_1 = 0$ ، $x_2 = 0$ ، $x_3 = 2$ ، $x_4 = 5$ ، $y_1 = 8$ ، $y_2 = 3$

۳) $x_1 = 0$ ، $x_2 = 0$ ، $x_3 = 5$ ، $x_4 = 2$ ، $y_1 = 8$ ، $y_2 = 3$

٤) $x_1 = 0$ ، $x_2 = 0$ ، $x_3 = 2$ ، $x_4 = 5$ ، $y_1 = 3$ ، $y_2 = 8$

۲- قیمت واقعی میوه‌های ۱ و ۲ باید حداکثر مساوی کدام یک از اعداد زیر باشد تا خرید حداقل یکی از آنها به صرفه باشد؟

۱) $c_1 = 10$ ، $c_2 = 16$

۲) $c_1 = 30$ ، $c_2 = 14$

۳) $c_1 = 46$ ، $c_2 = 50$

٤) $c_1 = 20$ ، $c_2 = 24$

۳- اگر قیمت میوه یک را به 25 واحد پول تقلیل دهیم،

۱) تولید محصول 1 و 2 بهینه است.

۲) تولید محصول 1 و 3 بهینه است.

۳) فقط تولید محصول 1 بهینه است.

٤) تولید محصول 1 و 4 بهینه است.

٤- اگر قیمت میوه دو را به 14 برسانیم،

۱) خرید محصولات 3 و 4 بهینه است.

۲) خرید محصولات 2 و 3 بهینه است.

۳) حل بهینه مسأله مزدوج تغییری نخواهد کرد.

٤) هر سه مورد درست است.

۵- اگر قیمت محصولات 1 و 2 را به ترتیب 30 و 12 بگیریم، کدام گزینه درست است؟

۱) خرید محصولات 2 و 3 بهینه است.

۲) خرید محصولات 1 و 2 بهینه است.

۳) خرید محصولات 3 و 4 بهینه است.

٤) خرید محصولات 2 و 4 بهینه است.

٦- مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر داده شده است:

$$\{\max z = Cx / Ax \le b : x \ge 0\}$$

کدام گزینه صحیح است؟

۱) شرط لازم جواب بهینه منحصر به فرد آن است که تمام $Z_j - C_j$ ها در جدول بهینه مثبت اکید باشد.

۲) شرط کافی جواب بهینه منحصر به فرد آن است که تمام $Z_j - C_j$ در جدول بهینه مثبت اکید باشد.

۳) شرط لازم و کافی جواب بهینه منحصر به فرد آن است که تمام $Z_j - C_j$ در جدول بهینه مثبت اکید باشد.

٤) شرط لازم و کافی جواب بهینه منحصر به فرد آن است که تمام $Z_j - C_j$ در جدول بهینه صفر باشند.

۷- مسایل P و D به شرح زیر مفروض است:

$$\begin{array}{lll} \max z = Cx & & \min w = Yb \\ \text{s.t.} & & \text{s.t.} \\ \quad AX \le b \quad (P) & \Leftrightarrow & \quad YA \ge C \quad (D) \\ \quad X \ge 0 & & \quad Y \ge 0 \end{array}$$

تعداد جواب‌های پایه:

۱) در مدل P بیشتر است.

۲) در مدل D بیشتر است.

۳) در مسایل P و D با هم برابرند.

٤) بستگی به تعداد محدودیت مدل (P) یعنی m و تعداد متغیر مدل (D) یعنی n دارد. هر کدام کوچکتر باشند تعداد جواب‌های پایه آن بزرگتر است.

۸- مدل زیر را در نظر بگیرید،

$$\begin{array}{l} \max = \{\min(20, |3x_1 - 2x_2 + 4x_3|, |x_1 + x_2 - 2x_3|)\} \\ \text{s.t} \\ \quad AX \le b \\ \quad X \ge 0 \end{array}$$

با توجه به این مسأله چه می‌توان گفت؟

۱) یک مسأله برنامه‌ریزی نیست.

۲) فقط قابل تبدیل به یک مسأله برنامه‌ریزی خطی می‌باشد.

۳) فقط قابل تبدیل به یک مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی می‌باشد.

٤) فقط قابل تبدیل به یک مسأله برنامه‌ریزی خطی با متغیرهای صحیح می‌باشد.

۹- دستگاه زیر جواب ندارد،

$$\{AX = 0 : X \le 0 \ , \ CX > 0\}$$

کدام یک از دستگاه‌های زیر حتماً جواب دارد؟

۱) $\begin{array}{l} -YI + VA = C \\ Y \ge 0 \end{array}$

۲) $\begin{array}{l} YI + VA = C \\ V \ge 0 \end{array}$

۳) $\begin{array}{l} -YI + VA = C \\ V \ge 0 \end{array}$

٤) $\begin{array}{l} YI + VA = C \\ Y \ge 0 \end{array}$

۱۰- مسأله زیر و جدول بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\begin{array}{l} \max z = 2x_1 + x_2 - x_3 \\ \text{s.t.} \\ \quad x_1 + 2x_2 + x_3 \le 8 \\ \quad -x_1 + x_2 - 2x_3 \le 4 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{array}$$

پایه	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHs
x_1	1	2	1	1	0	8
x_5	0	3	−1	1	1	12
z	0	3	3	2	0	16

اگر ضریب x_2 در اولین محدودیت از 2 به $\frac{1}{4}$ تغییر کند.

۱) جدول بهینه نیست و مقدار بهینه تابع هدف برابر 15 خواهد شد.

۲) جدول بهینه نیست و مقدار بهینه تابع هدف برابر $\frac{104}{5}$ خواهد شد.

۳) جدول بهینه نیست و مقدار بهینه تابع هدف برابر $\frac{140}{5}$ خواهد شد.

٤) جدول همچنان بهینه باقی می‌ماند.

۱۱- در سوال قبلی اگر فعالیت جدید $x_6 \ge 0$ با 4 واحد سود و بردار $a_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ پیشنهاد شده باشد، تولید هر واحد محصول x_6 چقدر سود خالص در بر خواهد داشت؟

۱) 2 واحد پول

۲) 4 واحد پول

۳) $\frac{1}{2}$ واحد پول

٤) تولید x_6 صرفه اقتصادی ندارد.

۱۲- یک جواب شدنی از یک مسأله حمل و نقل در جدول زیر نشان داده شده است. مقدار c_{23} کدام است؟

$V_1=6$	$V_2=9$	$V_3=4$	
6 (200)	9	13	$u_1=0$
11	14 (400)	C_{23} (200)	u_2
8	7	11 (500)	$u_3=7$

۱) 8

۲) 7

۳) 9

٤) 5

۱۳- مدل برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}\min z &= x_1 + x_2 + x_3\\ \text{s.t.}\quad & -x_2 + x_3 \ge a\\ & x_1 - x_3 \ge b\\ & dx_1 + x_2 \ge c\\ & x_1, x_2, x_3 \ge 0\end{aligned}$$

مسأله فوق تحت چه شرایطی به یک مسأله Self – Dual تبدیل خواهد شد؟

۱) $a = b = c = d = 1$
۲) $-a = -b = -c = -d = 1$
۳) $a = b = 1 : -c = -d = 1$
۴) $-a = -b = 1 : c = d = 1$

۱۴- مسأله همزاد (Dual) یا ثانویه متناظر با مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر کدام است؟

$$\begin{aligned}\min\ & x_0\\ \text{s.t.}\quad & Ax - x_0 e \le b\\ & x, x_0 \ge 0\end{aligned}$$

e بردار $m \times 1$ و درایه‌های آن همه یک است. ماتریس A یک ماتریس $m \times n$ است.

۱) $\max b^T y$ s.t. $A^T y - e^T y \le 1$, $y \le 0$

۲) $\min b^T y$ s.t. $A^T y - e^T y \ge 1$, $y \ge 0$

۳) $\min b^T y$ s.t. $A^T y \ge 0$, $e^T y \le 1$, $y \ge 0$

۴) $\max b^T y$ s.t. $A^T y \ge 0$, $e^T y \ge 1$, $y \le 0$

۱۵- مسأله زیر مفروض است:

$$z^1 = \{\max \sum_{j=1}^{n} c_j x_j / \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i : x_j \ge 0\}$$

که در آن a_{ij}، b_i و c_j اعداد صحیح هستند. y_i^* جواب بهینه دوگان این مسأله است حال فرض کنید که:

$$z^2 = \{\max \sum_{j=1}^{n} c_j x_j / \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i + k_i : x_j \ge 0\}$$

چنانچه جواب مسأله اخیر موجه باشد کدام عبارت صحیح است؟

۱) $z^2 \le z^1 + \sum_{i=1}^{m} y_1^* k_i$
۲) $z^2 = z^1 + \sum_{i=1}^{m} k_i y_i^*$
۳) $z^2 > z^1 + \sum_{i=1}^{m} k_i y_i^*$
۴) $z^2 > z^1$

۱۶- اگر دو مسأله برنامه‌ریزی ریاضی یکی با هدف $\max f(x)$ و دیگری با هدف $\max g(x)$ که ناحیه امکان‌پذیر آنها یکی باشد آن‌گاه تابع هدف $\max h(x) = f(x) + g(x)$ بر روی همان ناحیه امکان‌پذیر باشدکدام شرط زیر برقرار است؟

۱) $\max h(x) = \max f(x) + \max g(x)$
۲) $\max h(x) \le \max g(x)$
۳) $\max h(x) \le \max f(x)$
۴) $\max h(x) \le \max f(x) + \max g(x)$

۱۷- در یک جدول سیمپلکس که به صورت کانونی می‌باشد، می‌دانیم که $\sum_{j=1}^{n} x_j \le \alpha$ می‌باشد، که در آن α یک عدد حقیقی و مثبت است. اگر جدول جاری متناظر بهینه نباشد، فرض کنید.

$$c_k - z_k = \min(c_1 - z_1 : c_2 - z_2 ;\dots : c_n - z_n)$$

اگر $\overline{z}$ مقدار تابع هدف جدول جاری باشد، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\overline{z} + \alpha(c_k - z_k)$ یک کران بالای تابع مقصود است.
۲) $\overline{z} + \alpha(c_k - z_k)$ یک کران پائین تابع مقصود است.
۳) $\overline{z} + \alpha(c_k - z_k)$ برابر مقدار تابع مقصود بهینه است.
۴) مقدار تابع مقصود بهینه برابر $\frac{1}{2}(\overline{z} + \alpha(c_k - z_k))$ است.

۱۸- برنامه‌ریزی ریاضی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned}&\max f(x)4x_1+6x_2-x_1^3-2x_2^2\\&\text{s.t.}\\&\quad x_1+3x_2\le 8\\&\quad 5x_1+2x_2\le 14\\&\quad x_1,x_2\ge 0\end{aligned}$$

کدام گزینه در رابطه با نقطه $x_2=\frac{3}{2}$ و $x_1=\frac{2}{3}$ صحیح است؟

۱) نقطه می‌نیمم است.
۲) نقطه داخلی است و نمی‌تواند بهینه باشد.
۳) بهینه است.
٤) نقطه مرزی است و بهینه است.

۱۹- برنامه‌ریزی ریاضی با محدودیت‌های خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned}&\max f(x)=8x_1-x_1^2+2x_2+x_3\\&\text{s.t.}\\&\quad x_1+3x_2+2x_3\le 12\\&\quad x_1,x_2,x_3\ge 0\end{aligned}$$

نقطه داده شده $x_1=x_2=x_3=2$

۱) مرزی و بهینه نیست.
۲) مرزی و بهینه است.
۳) نقطه می‌نیمم است.
٤) نقطه داخلی و بهینه است.

۲۰- مسأله حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned}&\min z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}\\&\text{s.t.}\\&\quad \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=a_i : i=1 \quad n\\&\quad \sum_{i=1}^{m}x_{ij}=b_j : j=1 \quad n\\&\quad x_{ij}\ge 0\end{aligned}$$

اگر B یک پایه قابل قبول این مسأله باشد و سیستم روابط خطی زیر را حل کنیم.

مربوط به x_{ij} پایه $\rightarrow u_i+v_j=c_{ij}$

و $w=(u_1,\dots,u_m,v_1,\dots,v_n)$ یک جواب قابل قبول برای مسأله دوگان مسأله فوق باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) مسأله نامحدود است.
۲) دوگان مسأله نامحدود است.
۳) B پایه بهینه مساوی است.
٤) مسأله جواب بهینه دارد ولیکن B لزوماً پایه بهینه نیست.

تحقیق در عملیات ۸۹

۱- مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر مفروض است:
با توجه به چهارچوب مسأله کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

$$\begin{aligned}&Max z=4x_1-x_2+3x_3-2x_4+x_5\\&\quad x_1+x_2+x_3+x_4 \quad x_5\le 10\\&\quad x_1 \quad +x_3 \quad \le 5\\&\quad x_j\ge 0,\ j=1,2,3,4,5\end{aligned}$$

۱) متغیرهای x_1 و x_5 در پایه هستند و $z=25$
۲) متغیرهای x_1 و x_3 در پایه هستند.
۳) متغیرهای x_3 و x_5 در پایه هستند.
٤) متغیرهای x_2 و x_4 در پایه هستند.

۲- مدل برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\{Max\ x_0=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j\ ;\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\le 0;x_j\ge 0\}$$

کدام‌یک از گزاره‌های ذیل صحیح است؟

۱) مدل می‌تواند دارای یک حل بهینه محدود غیر صفر باشد.
۲) مدل تنها دارای جواب بهینه $x_j=0$ است $j=1,\dots,n$
۳) حل مدل همواره نامتناهی است.
٤) مدل یا دارای جواب بهینه $x_j=0$ است $j=1$ تا n یا اینکه دارای جواب نا متناهی است.

۳- اگر $a_1, a_2, ..., a_n$ یک پایه برای E^n باشد. $y = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k a_k$ با $\alpha_j = 0$ باشد.

۱) بردارهای $a_1 a_2 .. a_{j-1}, y, a_{j+1} .. , a_n$ یک پایه برای E^n تشکیل می‌دهند.

۲) بردارهای $a_1, a_2 .. a_{j-1}, y, a_{j+1} .. , a_n$ یک پایه برای E^{n-1} تشکیل نمی‌دهند.

۳) بردارهای $a_1, a_2 .. a_{j-1}, y, a_{j+1} .. , a_n$ یک پایه برای E^n تشکیل نمی‌دهند.

٤) در خصوص تشکیل پایه با بردارهای $a_1, a_2 .. a_{j-1}, y, a_{j+1} .. , a_n$ نمی‌توان قضاوت نمود.

۴- مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر مفروض است:

$$\begin{aligned} \underset{s.t.}{Max}\, z &= 2x_1 - x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2\ 2x_3\ \ x_4 &= 8 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_5 &= 16 \end{aligned}$$

کدام گزینه جواب بهینه را نشان می‌دهد؟

۱) $[3,0,2,1,2]$
۲) $[8,-4,1,2,0]$
۳) $[2,0,3,0,0]$
٤) $[8,0,0,0,0]$

۵- در یک مسأله اولیه $\nabla z^{\alpha} = [0,2]^T$ گردیده است. اگر مدل دوگان این مسأله بصورت زیر باشد. حل اولیه کدام است؟

$$\begin{aligned} \underset{s.t.}{Min}\quad w &= 3y_1 + 4y_2 \\ y_1 + 4y_2 &\ge 8 \\ y_1 + 2y_2 &\ge 4 \\ y_1, y_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

۱) بی‌نهایت جواب دارد.
۲) $[2,0,1,0]$
۳) $[1.5,1,0.5,0]$
٤) جواب ندارد.

۶- در مسأله قبل، اگر x_3, x_4 متغیرهای کمکی مسأله اولیه باشند، مقدار $\dfrac{\delta x_2}{\delta x_4}$ در بهینگی چقدر است؟

۱) -0.5
۲) 0.5
۳) -2.5
٤) 0.25

۷- مدل خطی زیر و جدول نهایی آن را در نظر بگیرید، بازه تغییرات c_2 چقدر باشد تا جدول بهینه باقی بماند؟

$$\begin{aligned} \max z &= 20x_1 + 10x_2 \\ 3x_1 + 4x_2 &\le 12 \\ 4x_1 + 3x_2 &\le 12 \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

	x_1	x_2	s_1	s_2
s_1	0	$\frac{7}{4}$	1	$-\frac{3}{4}$
x_1	1	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
z	0	5	0	5

۱) $c_2 \le 15$
۲) $c_2 \le 25$
۳) $c_2 \le 16$
٤) $10 \le c_2 \le 20$

۸- مدل برنامه‌ریزی غیر خطی زیر مفروض است:

$$\begin{aligned} \underset{s.t.}{Min}\quad f(x) &= -(x_1-4)^2 - (x_2-4)^2 - 4x_1 + 5x_2 - 13 \\ x_1 + x_2 - 4 &\le 0 \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

نقطه بهینه این مسأله کدام است؟

۱) هر دو نقطه $(0,0)$ و $(0,4)$
۲) هر دو نقطه $(0,0)$ و $(4,0)$
۳) فقط نقطه $(4,0)$
٤) فقط $(0,4)$

۹- در حل مسأله صفر و یک زیر کدام‌یک از متغیرها برای انشعاب بایستی انتخاب کرد؟

$$\begin{aligned} Max\ z &= -8x_1-2x_2+4x_3-7x_4-5x_5 \\ &-3x_1-3x_2+x_3-2x_4-3x_5 \ge -2 \\ &-5x_1-3x_2+2x_3-x_4-x_5 \ge -4 \\ &x_j \in \{0,1\}\quad j=1 \text{ تا } 5 \end{aligned}$$

۱) x_2
۲) x_1
۳) x_5
٤) x_3

۱۰- در حل مسأله برنامه‌ریزی خطی به روش سیمپلکس در یکی از تکرارها اطلاعات زیر حاصل شده‌است:
در این تکرار کدام مورد صادق است؟

$$\begin{aligned} Max z &= 5+x_2+2x_4 \\ x_1 &= \frac{4}{3}-2x_2-x_4 \\ x_3 &= \frac{7}{4}-3x_2+\frac{1}{2}x_4 \\ &x_1,x_2,x_3 \ge 0 \end{aligned}$$

۱) متغیر x_4 وارد پایه شده و x_1 از پایه خارج می‌شود.
۲) متغیر x_4 وارد پایه شده و متغیر x_3 از پایه خارج می‌شود.
۳) متغیر x_2 وارد پایه شده و x_1 از پایه خارج می‌شود.
٤) متغیر x_2 وارد پایه شده و متغیر x_3 از پایه خارج می‌شود.

۱۱ - یک محصول تکمیل شده از مونتاژ دو قطعه A و B حاصل می‌شود. اگر هدف ماکزیمم کردن محصول تکمیل شده باشد. تابع هدف این مسأله به چه صورت نوشته می‌شود؟ اگر z مقدار محصول تکمیل شده و X_A و X_B مقدار تولید قطعات A و B باشد.

۱) $Max\ z = Min\{X_A, X_B\}$
۲) $Max\ z = X_A + X_B$
۳) $Max\ z = Max\{X_A, X_B\}$
٤) $Max\ z = Min\{X_A + X_B\}$

- توجه کنید چهار سؤال بعدی در رابطه با مسأله کلی زیر است.
مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر داده شده است $(LP.)$

$$\begin{aligned} \underset{st.}{Max}\ z &= 3x_1+4x_2+6x_3 \\ x_1+x_2+x_3 &\le 50 \\ 2x_1-2x_2+4x_3 &\le 80 \\ x_1,x_2,x_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

متغیرهای پایه	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	حل
z	a_3	0	0	$\frac{14}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	a_5
x_2	$\frac{1}{3}$	1	0	$\frac{4}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	20
x_3	$\frac{4}{6}$	0	1	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	a_4
s_3	a_2	0	0	a_1	$\frac{5}{6}$	1	60

و جدول بهینه ناقص آن داده شده است.

۱۲- در مدل (LP) مقدار a_1 کدام است؟

۱) $\frac{8}{6}$
۲) $-\frac{8}{6}$
۳) $\frac{5}{6}$
٤) $-\frac{5}{6}$

۱۳- در مدل (LP) مقدار a_2 چقدر است؟

۱) $-\frac{8}{6}$
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{4}{6}$
٤) $\frac{8}{3}$

۱۴- در مدل (LP) مقدار a_3 چقدر است؟

۱) $\frac{8}{6}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{8}{6}$
٤) $-\frac{2}{3}$

۱۵- در مدل (LP) مقدار a_4 و a_5 به ترتیب برابرند با:

۱) 200,20
۲) 260,30
۳) 240,30
٤) 300,30