



سوالات کنکور کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی
مهندسی صنایع ، گرایش مهندسی صنایع
سال های ۸۸ و ۸۹
همراه با پاسخ تشریحی

فہمہ و فنظیم:
امین نامجو



انجمن علمی پژوهشی مهندسی صنایع
دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

www.ieun.ir

۱- به چند طریق می‌توان 5 پلیس را در سه خیابان تقسیم نمود به طوری که در هر خیابان حداقل یک پلیس قرار گیرد؟

(۱) 99 (۲) 44 (۳) 243 (۴) 96

۲- عبارت $\sum_{i=k}^n \binom{i-1}{k-1}$ با کدام یک از عبارات زیر برابر است؟

(۱) $\binom{n}{k}$ (۲) $\binom{n-1}{k-1}$ (۳) $\binom{n}{k-1}$ (۴) k^n

۳- عبارت $\sum_{i=0}^n \binom{i+r-1}{i}$ با کدام یک از عبارات زیر برابر است؟

(۱) $\binom{n}{r}$ (۲) $\binom{n+r-1}{n}$ (۳) $\binom{n+r}{r}$ (۴) $\binom{n+r}{n}$

۴- فرض کنید که 8 نفر در مقابل شما هستند که 3 نفر آنها پسر و 5 نفر آنها دختر باشند. اگر شما هیچکدام از این افراد را نشناسید

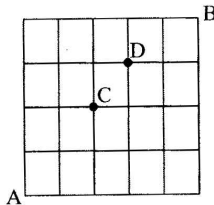
و فقط بدانید که 3 جفت خواهر و برادر در این افراد وجود دارند؛ احتمال اینکه جفت‌ها را درست حدس بزنید چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{20}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{60}$

۵- مجموعه‌ای از نقاط به شکل زیر در نظر بگیرید و فرض کنید که از نقطه A شروع کرده و در هر حرکت می‌توانید به طرف بالا

یا به طرف راست یک قدم بردارید. اگر حرکت ادامه یابد تا به نقطه B برسید و همچنین تمام مسیرهای ممکن هم‌شانس باشند،

احتمال اینکه از نقطه C عبور کنید چقدر است؟



(۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{4}{21}$

(۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{10}{21}$

۶- فرض کنید که 98 درصد نوزادان هنگام تولد زنده هستند. 15 درصد از زایمان‌ها با عمل سزارین انجام می‌گیرد. شانس زنده

ماندن با عمل سزارین 96 درصد است. اگر یک زن باردار به تصادف انتخاب شود و برای زایمان تحت عمل سزارین قرار نگیرد، با

چه احتمالی بچه او زنده می‌ماند؟

(۱) 0.96 (۲) 0.9835 (۳) 0.85 (۴) 0.8531

۷- دستگاهی ارقام صفر تا 10 را انتقال می‌دهد. هر کدام از این ارقام باید در این دستگاه از سه مرحله عبور کنند. در هر یک از

این مراحل احتمال اینکه رقم وارد شده بدون تغییر خارج شود، $\frac{1}{3}$ است. فرض کنید ارقام مذکور با شانس نابرابر به دستگاه وارد

می‌شوند و احتمال انتخاب صفر برابر با $\frac{1}{3}$ می‌باشد. حال احتمال اینکه رقم گذشته از مرحله سوم که به صورت صفر مشاهده شده

است، در حقیقت به صورت صفر وارد دستگاه شده باشد چقدر است؟

(۱) $\frac{13}{41}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{13}{27}$ (۴) $\frac{14}{27}$

۸- عدد x_1 به صورت تصادفی از مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ و عدد x_2 به صورت تصادفی از مجموعه $\{1, \dots, x_1\}$ انتخاب می‌شوند،

اگر $x_2 = 1$ باشد احتمال اینکه $x_1 = 2$ باشد چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{6}{25}$ (۴) $\frac{7}{24}$



۹- اگر تابع احتمال متغیر تصادفی Y به صورت زیر تعریف کنیم،

$$P(Y=i) = \frac{1}{k+1}; i=0,1,2,\dots,k$$

امید ریاضی و واریانس متغیر تصادفی Y کدام است؟

$$\left(1\right) \frac{k^2-1}{12}, \frac{k}{2} \quad \left(2\right) \frac{k^2-1}{12}, \frac{k+1}{2} \quad \left(3\right) \frac{k^2+2k}{12}, \frac{k}{2} \quad \left(4\right) \frac{k^2+2k}{12}, \frac{k+1}{2}$$

۱۰- اگر X دارای توزیع بین منفی با پارامترهای $r=2, p=\frac{2}{3}$ باشد احتمال $(X=10)$ اولین موفقیت در آزمایش سوم رخ دهد)

P چقدر است؟

$$\left(1\right) \frac{1}{9} \quad \left(2\right) \frac{2}{27} \quad \left(3\right) \frac{4}{27} \quad \left(4\right) \frac{3}{10}$$

۱۱- تعداد تصادف‌های هر نفر در یک منطقه حادثه‌خیز دارای یک متغیر تصادفی پواسان با پارامتر $\lambda=5$ در سال است. فرض کنید قانون جدیدی وضع شده به طوری که پارامتر پواسان را برای افرادی که آن را اجرا می‌کنند به $\lambda=3$ کاهش می‌دهد. اگر فقط 75 درصد افراد این منطقه قانون را اجرا کنند و بدانیم که شخص معینی در سال 2 تصادف داشته باشد، احتمال اینکه این شخص قانون را رعایت کرده باشد چقدر است؟

$$\left(1\right) 0.935 \quad \left(2\right) 0.625 \quad \left(3\right) 0.765 \quad \left(4\right) 0.888$$

۱۲- اگر 10 زوج به تصادف دور یک مسیر گرد نشسته باشند، احتمال اینکه هیچ مردی پهلوئی همسرش نباشد، با استفاده از تقریب پواسان چقدر است؟

$$\left(1\right) 0.25 \quad \left(2\right) 0.35 \quad \left(3\right) 0.15 \quad \left(4\right) 0.05$$

۱۳- متغیر تصادفی X با مقادیر $E(X)=2$ و $Var(X)=3$ مفروض است در اینصورت مقادیر $a=E(X^2)$ و

$$b=E[(X-2)^2], c=E[(X-3)^2] \text{ و } d=E[X(X-2)] \text{ را چگونه با هم مقایسه می‌کنید؟}$$

$$\left(1\right) d < a < b < c \quad \left(2\right) d = b < c < a \quad \left(3\right) b < d < c < a \quad \left(4\right) b < d = c < a$$

۱۴- فرض کنید که N متغیری تصادفی با توزیع $P(N=n) = \frac{1}{2^n}$ برای $n=1,2,\dots$ باشد. تاسی را N بار پرتاب می‌کنیم و

مجموع اعداد ظاهر شده روی تاس در N بار پرتاب را با S نشان می‌دهیم، احتمال $P(N=2/S=3)$ چقدر است؟

$$\left(1\right) \frac{24}{169} \quad \left(2\right) \frac{12}{216} \quad \left(3\right) \frac{34}{216} \quad \left(4\right) \frac{71}{629}$$

۱۵- اگر X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد و X_1, X_2 نمونه‌های مستقلی از آن باشند توزیع $(X_1 + X_2) / \sqrt{(x_1 - x_2)^2}$

کدام است؟

(۱) توزیع t با دو درجه آزادی

(۲) توزیع مربع کای با یک درجه آزادی

(۳) توزیع t با یک درجه آزادی

(۴) توزیع مربع کای با دو درجه آزادی

۱۶- یک نمونه تصادفی مانند X_1, X_2, \dots, X_n از جمعیتی با توزیع نرمال که میانگین صفر و واریانس σ^2 دارد انتخاب می‌شود.

میانگین و واریانس متغیر تصادفی $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ به ترتیب از راست به چپ عبارتند از:

$$\left(1\right) \frac{\sigma^4}{n}, \sigma^2 \quad \left(2\right) \frac{2\sigma^4}{n}, \sigma^2 \quad \left(3\right) \frac{2\sigma^4}{n-1}, \sigma^2 \quad \left(4\right) \frac{\sigma^4}{n}, \sigma^4$$

۱۷- در یک نمونه تصادفی $n=20$ از یک جامعه انتخاب و صفت X و Y از هر فرد مورد بررسی قرار گرفته است. اگر $r=$

$\sum (x_i - \bar{x})^2$ و $\sum (y_i - \bar{y})^2$ باشد، آنگاه SSE کدام است؟

$$\left(1\right) \frac{21}{18} \quad \left(2\right) \frac{21}{20} \quad \left(3\right) 21 \quad \left(4\right) 20$$

۱۸- در تجزیه و تحلیل واریانس برای بررسی تساوی میانگین سه جامعه نرمال اطلاعات زیر در دست است:

جامعه	1	2	3
اندازه نمونه	3	4	5
میانگین نمونه	6	8	7
واریانس نمونه	4	9	4

اگر واریانس جوامع مساوی فرض شوند، میانگین کل و برآورد نااریب واریانس کدام است؟

$$\frac{85}{12}, \frac{51}{3} \quad (2) \qquad \frac{85}{9}, \frac{51}{9} \quad (1)$$

$$\frac{85}{12}, \frac{51}{9} \quad (4) \qquad \frac{85}{9}, \frac{51}{3} \quad (3)$$

۱۹- به منظور مقایسه هزینه مسکن خانوارها در 5 منطقه، از هر یک از مناطق نمونه‌ای به حجم $n = 6$ خانوار به طور تصادفی انتخاب شده است و بر اساس مشاهدات جدول تحلیل واریانس به صورت زیر به دست آمده است. مقدار عددی F در تحلیل واریانس کدام است؟

منبع متغیر	SS	df	MS	F
تیمارها (خانوارها)	6.4			
خطا				
کل	68.9			

$$1.6 \quad (2) \qquad .64 \quad (1)$$

$$6.4 \quad (4) \qquad 2.5 \quad (3)$$

۲۰- دو نمونه مستقل در ماه‌های دی و اسفند به حجم‌های $n_1 = 50$ و $n_2 = 100$ از واجدان شرکت در انتخابات مجلس گرفته شد. از افراد نمونه سوال شد آیا در انتخابات مجلس شرکت می‌کنند؟ نتایج بررسی در جدول زیر آمده است. مقدار آماره آزمون تساوی نسبت رای دهندگان در ماه‌های دی و اسفند از طریق آزمون z کدام است؟

ماه	اندازه نمونه	تعداد شرکت کنندگان
دی	50	34
اسفند	100	86

$$2.598 \quad (2) \qquad 6.75 \quad (1)$$

$$1.2 \quad (4) \qquad 3.75 \quad (3)$$

آمار و احتمالات مهندسی ۸۹

۱- فرض کنید که اطلاعات زیر در مورد y و x موجود است. اگر x را به چشم یک متغیر مستقل و y را به چشم یک متغیر وابسته (تصادفی) نگاه کنیم به ازای هر یک از مقادیر x دو مقدار y داشته باشیم، آنگاه یک برآورد کننده نااریب σ^2 (واریانس خطا یا ε) در معادله $y = A + Bx + \varepsilon$ عبارتست از:

x	-1	-0.5	0.5	1
y	1.5	1	2.5	2
	2.5	3	3.5	4

$$\hat{\sigma}^2 = 0 \quad (2) \qquad \hat{\sigma}^2 = 0.867 \quad (1)$$

$$\hat{\sigma}^2 = 0.201 \quad (4) \qquad \hat{\sigma}^2 = 0.5 \quad (3)$$

۲- در یک رگرسیون ساده اگر b برآورد کمترین مربعات شیب رگرسیون و $\hat{\sigma}_b^2$ برآورد انحراف معیار b و r ضریب همبستگی بین x و y باشد، آنگاه $\frac{b}{\hat{\sigma}_b}$ برابر است با:

$$\frac{\sqrt{n-2}}{r\sqrt{1-r^2}} \quad (4) \qquad \frac{r\sqrt{1-r^2}}{\sqrt{n-2}} \quad (3) \qquad \frac{r}{\sqrt{1-r^2}}\sqrt{n-2} \quad (2) \qquad \frac{r}{\sqrt{1+r^2}}\sqrt{n-2} \quad (1)$$

۳- در یک نمونه تصادفی 62 تایی از توزیع نرمال دو متغیره برای این که بتوانیم وجود همبستگی خطی بین متغیرها را در سطح معنادار 0.5 قبول کنیم، گزینه صحیح برای ضریب همبستگی نمونه‌ای کدام است؟

$$|r| > 0.6 \quad (4) \qquad |r| > 0.25 \quad (3) \qquad |r| > 0.5 \quad (2) \qquad |r| > 0.125 \quad (1)$$

4- در رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ که در آن ε_i ها مستقل بوده و $E(\varepsilon_i) = 0$ و $\text{var}(\varepsilon_i) = 1$ و β_0

معلوم است. $\text{Var}(\hat{\beta}_1)$ با روش حداقل مربعات خطا کدام است؟

$$\frac{1}{n + \frac{\bar{x}}{\sum x_i^2}} \quad (1) \quad \frac{1}{n} + \frac{1}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} \quad (2) \quad \frac{1}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} \quad (3) \quad \frac{1}{\sum x_i^2} \quad (4)$$

5- برای دو جامعه مستقل $N(\mu_1, \sigma^2)$ و $N(\mu_2, \sigma^2)$ برای انجام آزمون $H_0: \mu_1 = \mu_2$ در مقابل $H_1: \mu_1 > \mu_2$ نتایج حاصل از دو نمونه مستقل از دو جامعه به صورت زیر است:

$$n_x = 13, \bar{x} = 45.15, S_x^2 = 64, \pi_y = 12, \bar{y} = 42.25, S_y^2 = 76.4$$

آماره آزمون برابر است با:

$$0.84 \quad (4) \quad 2.9 \quad (3) \quad 0.36 \quad (2) \quad 0.42 \quad (1)$$

6- متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین مجهول μ و واریانس $\sigma^2 = 4$ است. بر اساس نمونه تصادفی 16 تایی ما می‌توانیم در مورد میانگین آزمون فرض انجام دهیم. به طوری که $H_1: \mu > 2$ و ناحیه پذیرش در شکل رایج خود به صورت $(-\infty, 3]$ باشد. اگر بدانیم $Z_{0.092} = 1.3225$ و $Z_{0.5} = 1.645$ کدام مقدار میانگین توزیع است که متفاوت بودن آن با 2 با احتمال 0.95 آشکار می‌شود؟

$$1.355 \quad (4) \quad 3.645 \quad (3) \quad 3.290 \quad (2) \quad 3.8225 \quad (1)$$

7- فرض کنید که $X_1 \sim N(\theta_1, \sigma^2)$, $X_2 \sim N(\theta_2, \sigma^2)$ دو متغیر تصادفی مستقل باشند. به طوری که σ^2 یک مقدار معلوم است. علاقمند به آزمون $H_0: \theta_1 = \theta_2 = 0$ در مقابل $H_1: \theta_1^2 + \theta_2^2 > 0$ هستیم اگر ناحیه بحرانی به فرم $x_1^2 + x_2^2 \geq c$ باشد. مقدار c برای اندازه آزمون در سطح α کدام است؟

$$x_{1-\alpha, 2}^2 \quad (4) \quad \frac{1}{\sigma^2} x_{\alpha, 2}^2 \quad (3) \quad \sigma^2 x_{\alpha, 2}^2 \quad (2) \quad x_{\alpha, 2}^2 \quad (1)$$

8- مصرف روزانه آب یک شهر (به میلیون لیتر) تقریباً دارای توزیع گاما با پارامترهای $\alpha = 2$ و $\beta = \frac{1}{3}$ است. اگر گنجایش منبع-های آب 9 میلیون لیتر باشد، احتمال این که در یک روز شهر دچار کمبود آب شود چقدر است؟

$$2e^{-\frac{1}{3}} \quad (4) \quad 4e^{-3} \quad (3) \quad 2e^{-3} \quad (2) \quad e^{-3} \quad (1)$$

9- فرض کنید که در هر ساعت به طور متوسط 30 اتومبیل وارد یک پارکینگ می‌شوند. احتمال اینکه متصدی پارکینگ حداقل 5 دقیقه منتظر بماند تا دومین اتومبیل وارد پارکینگ شود چقدر است؟

$$\frac{1}{4} e^{-\frac{7}{2}} \quad (4) \quad \frac{7}{2} e^{-\frac{5}{2}} \quad (3) \quad \frac{1}{4} e^{-\frac{5}{2}} \quad (2) \quad \frac{5}{2} e^{-\frac{7}{2}} \quad (1)$$

10- فرض کنید که طول عمر لامپهای تولیدی یک شرکت از توزیع نمایی با تابع چگالی احتمال $\lambda(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ و $x > 0$ پیروی می‌کند. هر لامپی که کمتر از 100 ساعت عمر کند هزینه گارانتی معادل 500 تومان دارد. اگر یک نمونه تصادف 100 تایی از این لامپها بگیریم، مطلوب است برآورد هزینه گارانتی این 100 لامپ از طریق روش درستنمایی ماکزیمم.

$$50,000(1 - e^{-100\lambda}) \quad (1) \quad \text{تومان} \quad 50,000 \quad (2) \quad \text{تومان} \quad 50,000 e^{-100\lambda} \quad (3) \quad \text{تومان} \quad 25000 \quad (4)$$

11- فرض کنید X فضای نمونه و θ فضای پارامتر باشند. اگر X مشاهده‌ای از $f_\theta(x)$ و $\hat{\theta}$ برآورد حداکثر درستنمایی θ بر اساس مشاهده X باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

$$\forall \theta \in \theta \text{ به ازای } \int_{\hat{\theta}}(x) > \int_{\theta}(x) \quad (2) \quad \forall y \in X \text{ به ازای } \int_{\hat{\theta}}(x) > \int_{\theta}(y) \quad (1) \\ \forall y \in X; \theta \in \theta \text{ به ازای } \int_{\hat{\theta}}(x) \geq \int_{\theta}(y) \quad (4) \quad \forall y \in X \text{ به ازای } \int_{\hat{\theta}}(x) \geq \int_{\theta}(y) \quad (3)$$

۱۲- متغیر تصادفی در پارامتری نمایشی x با پارامترهای μ و $\lambda > 0$ و تابع چگالی زیر مفروض است.

$$f(x, \mu, \lambda) = \lambda e^{-\lambda(x-\mu)}, x \geq \mu$$

با فرض در دسترس بودن نمونه تصادفی x_1, \dots, x_n از جامعه x و MLE (تخمین زننده حداکثر درستسمایی) پارامترهای μ و λ برابریند:

$$\hat{\mu} = \max(x_1, \dots, x_n), \hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{x} - \hat{\mu}} \quad (۲) \qquad \hat{\mu} = \min(x_1, \dots, x_n), \hat{\lambda} = \frac{n}{\bar{x} - \hat{\mu}} \quad (۱)$$

$$\hat{\mu} = \min(x_1, \dots, x_n), \hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{x} - \hat{\mu}} \quad (۴) \qquad \hat{\mu} = \max(x_1, \dots, x_n), \hat{\lambda} = \frac{n}{\bar{x} - \hat{\mu}} \quad (۳)$$

۱۳- بر اساس نمونه‌های تصادفی ۴ تایی از ۳ جامعه نرمال اطلاعات زیر به دست آمده است:

$$\bar{x}_1 = 110, \bar{x}_2 = 100, \bar{x}_3 = 120, s_1^2 = 180, s_2^2 = 220, s_3^2 = 200$$

مقدار آماره آزمون و توزیع آماره فرض برای میانگین‌های سه جامعه کدام است؟

$$F_{2,9}, 2 \quad (۴)$$

$$F_{9,2}, 2 \quad (۳)$$

$$F_{2,9}, 3 \quad (۲)$$

$$F_{9,2}, 3 \quad (۱)$$

۱۴- در یک بررسی برابری میانگین‌های ۴ جامعه از هر جامعه ۵ مشاهده جمع‌آوری شده است. اگر \bar{y}_1 میانگین نمونه‌ای مربوط به جامعه اول باشد و میانگین نمونه‌های سایر جامعه‌ها به صورت زیر باشد.

جامعه	1	2	3	4
میانگین تیمارها	\bar{y}_1	\bar{y}_{1+1}	\bar{y}_{1+2}	\bar{y}_{1+3}

در صورتی که $s_1^2 = s_2^2 = s_3^2 = s_4^2 = 2.5$ باشد،

آماره آزمون کدام است؟

$$\frac{25}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{25}{3} \quad (۲)$$

$$3.33 \quad (۱)$$

۱۵- اگر ۲۶ لاستیک از ۲۰۰ لاستیک نوع A کمتر از ۲۵۰۰۰ کیلومتر دوام آورده باشد، در حالی که رقم متناظر برای ۲۰۰ لاستیک

از نوع B و C و D عبارت از ۲۱ و ۱۶ و ۳۳ باشند و بخواهیم آزمون زیر را انجام دهیم:

$$H_0 = P_A = P_B = P_C = P_D$$

درجه آزادی برای آماره آزمون مربع کامل کدام است؟

H_1 حداقل یکی از P_i ها متفاوت است:

$$F_{2,9}, 2 \quad (۴)$$

$$F_{9,2}, 2 \quad (۳)$$

$$F_{2,9}, 3 \quad (۲)$$

$$F_{9,2}, 3 \quad (۱)$$

یادداشت: