

بنام خدا

سوالات امتحان ریاضی ۲ - مهندسی عمران - دانشگاه تبریز ۸۹/۳/۲۹

۱- نقطه P محل تقاطع خط L با معادلات  $z=t, y=2t, x=3+2t$  را با صفحه  $x+3y-z+4=0$  بیابید و معادلات خطی واقع در این صفحه را بیابید که از P بگذرد و بر L عمود باشد.

۲- مطلوب است  $N, T, K$  و  $B$  در مورد خم  $R(t)=(e^t \sin 2t)i+(e^t \cos 2t)j+(2e^t)k$  در  $t=0$ .

۳- الف) مشتق  $f(x, y)$  در نقطه ای چون P در جهت  $i+z$  برابر است با  $2\sqrt{2}$  و در جهت  $z-2i$  برابر است با  $-3$ . مشتق  $f$  در جهت  $z-2i$  چقدر است؟  
ب) اگر  $w=f(u, v), u=x+y, v=y^2$ ،  $d^2w/dt^2$  را بیابید.

۴- اگر  $x+y+z^2=16$ ، بیشترین مقدار  $w=xyz$  را بیابید.

۵- مرکزوار ناحیه واقع در درون دلووار  $r=1+\cos\theta$  و بیرون دایره  $r=1$  را بیابید.

۶- مطلوب است حجم ناحیه ای که از بالا به کره  $x^2+y^2+z^2=2a^2$ ، و از پایین به سهمیوار  $az=x^2+y^2$  محدود است.

۷- با استفاده از قضیه گرین گردش در خلاف جهت ساعت و شار برونسوی میدان

$$F(x, y) = (x^2 - y^2)i + (x^2 + y^2)j$$

روی مثلث محدود به  $x=1, y=0$  و  $y=x$  را بیابید.

۸- مطلوب است مساحت رویه ای که استوانه  $x^2+y^2=2x$  از بالای کره  $x^2+y^2+z^2=4$  جدا می کند.

۹- با استفاده از قضیه دیورژانس شار برونسوی

$$F = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}(xi + yj + zk)$$

گذرنده از مرکز کره توپر  $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$  را بیابید.

بنام خدا  
سؤالات امتحان ریاضی ۲ - رشته مکانیک (طراحی) ۱۴، ۱۳، ۳۰

۱- نقطه P محل تقاطع خط با معادلات  $x=1+2t$ ،  $y=2t$ ،  $z=t$  را با صفحه  $x+3y-z+4=0$  بیابید و معادلات خطی واقع در این صفحه را بیابید که از P بگذرد و بر آن عمود باشد.

۲- مطلوب است  $T$ ،  $N$ ،  $k$  و  $B$  و  $\gamma$  برای خم زیر در  $t=0$

$$R(t) = (e^t \sin 2t) i + (e^t \cos 2t) j + (2e^t) k.$$

۳- تابع زیر به ازای چه مقادیری از  $n$  در معادله لاپلاس سه بعدی

$$f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^n$$
 صدق می کند

۴- قرص نازکی با چگالی  $\delta(x, y) = k(x^2 + y^2)$ ، به دایره

$x^2 + y^2 = a^2$  محدود است. گشتاور گشتی این قرص را حول محور  $x$  و گشتاور گشتی آن را حول مبدأ بیابید.

۵- مطلوب است حجم ناحیه ای که از درون به رویه  $P=1+\cos \varphi$  و از بیرون به کره  $P=2$  محدود است.

۶- نشان دهید، الف) به ازای هر خم  $\gamma$  که قضیه گرین در مورد آن برقرار است، انتگرال  $\int_C x^2 dy + y^2 dx$  مثبت است.

ب) مقدار  $\int_C xy^2 dx + (x^2 y + 2x) dy$  روی هر مربع دلخواهی

تنها به مساحت مربع بستگی دارد و به محل مربع بستگی ندارد.

۷- مطلوب است شار بالاسوی میدان

$$F(x, y, z) = z^2 i + xz j - 3z k$$

گذرنده از رویه ای که صفحات  $x=0$ ،  $x=1$  و  $z=0$  از

رستوان سه ضلعی  $z=4-y^2$  جدا می کنند

موفق باشید  
وقت ۲ ساعت

بنام خدا

امتحان ریاضی ۲ - رشته مهندسی ساخت و تولید - دانشگاه تبریز ۸۶/۴/۳

۱- نقطه تقاطع خط گذرنده از مبدأ و قائم بر صفحه  $2x-y-z=4$  را با صفحه  $x+y-2z=2$  بیابید.

۲-  $\kappa, N, T$  و  $B$  را برای خم  $R(t) = (6\sin 2t) \mathbf{i} + (6\cos 2t) \mathbf{j} + 5t \mathbf{k}$  محاسبه کنید.

۳- الف) معادلات خط قائم و صفحه مماس بر رویه  $x^2 - y^2 + z^2 = 4$  را در نقطه  $(2, -3, 3)$  بیابید.

ب) مشتق  $f(x, y, z) = \cos xy + e^{yz} + \ln zx$  را در نقطه  $P_0(1, 0, 1/2)$  و در جهت  $A = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  بیابید.

۴- اگر  $u = x + y, w = f(u, v)$  و  $v = y^2$ ،  $\partial^2 w / \partial x \partial y$  را بیابید.

۵- مطلوب است گشتاور لختی ورقه ای نازک حول محور  $x$  در صورتی که ورقه چگالی ۱ داشته و به دایره  $x^2 + y^2 = a^2$  محدود باشد.  $I_y$  و  $I_0$  ورقه را نیز بیابید.

۶- صفحه  $z = 1$  کره  $\rho = 2$  را به دو قسمت تقسیم می کند. حجم قسمت کوچکتر را بیابید.

۷- گردش در خلاف جهت ساعت و شار برونسورا برای میدان

$$F(x, y) = (x^2 - y^2) \mathbf{i} + (x^2 + y^2) \mathbf{j}$$

و منحنی  $C$  (مرز مثلث محدود به  $y = 0, x = 1, y = x$ ) بیابید.

۸- مطلوب است محاسبه انتگرال  $g(x, y) = x^2 + y^2$  بر نیمکره  $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ .

۹- با استفاده از قضیه دیورژانس شار برونسوی  $F = x^3 \mathbf{i} + y^3 \mathbf{j} + z^3 \mathbf{k}$  گذرنده از مرز ناحیه  $D$  (کره توپر  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ ) را محاسبه کنید.

وقت دو ساعت - موفق باشید.

بنام خدا

سوالات امتحان ریاضی ۲ گروه مهندسی مکانیک - دانشگاه تبریز - ۸۷/۴/۵

۱- معادله کره‌ای را بیابید که صفحات  $x + y + z - 9 = 0$  و  $x + y + z - 3 = 0$  بر آن

مماس باشند و صفحات  $2x - y = 0$ ،  $3x - z = 0$  از مرکزش بگذرند.

۲-  $B$ ،  $\kappa$ ،  $N$ ،  $T$  و  $\tau$  را برای خم  $R(t) = (6\sin 2t)i + (6\cos 2t)j + 5tk$  بیابید.

۳- تابع  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^n$  به ازای چه مقادیری از  $n$  در معادله لاپلاس سه

بعدی  $(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0)$  صدق می‌کند.

۴- مطلوب است مقادیر اکسترمم  $f(x, y, z) = x^2yz + 1$  بر محل تقاطع صفحه  $z = 1$  با کره

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2$$

۵- مطلوب است گشتاور لختی ورقه‌ای نازک حول محور  $x$  در صورتی که ورقه چگالی ۱ داشته و به

دایره  $x^2 + y^2 = a^2$  محدود باشد. سپس با استفاده از نتیجه به دست آمده  $I_x$  و  $I_y$  را بیابید.

۶- حجم ناحیه‌ای را بیابید که از بالا به سهمیوار  $z = 2 - x^2 - y^2$  و از پایین به سهمیوار

$$z = x^2 + y^2$$
 محدود است.

۷- مطلوب است گردش و شار میدان  $F(x, y) = -y^2i + x^2j$  در امتداد (گذرنده از) مسیر بسته

ای که تشکیل می‌شود از نیمدایره  $R_1(t) = (a\cos t)i + (a\sin t)j$ ،  $0 \leq t \leq \pi$ ، و پاره

خط  $R_2(t) = ti$ ،  $-a \leq t \leq a$ ، که به دنبال نیمدایره است.

۸- با استفاده از قضیه دیورژانس، شار برونسوی  $F(x, y, z) = x^2i - 2xyj + 3xzk$  گذرنده

از مرز ناحیه‌ای که کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  از یک هشتم اول جدا می‌کند، بیابید.

۹- مساحت جدا شده از مخروط  $x^2 + y^2 = z^2$  به وسیله استوانه  $x^2 + y^2 = 2ax$  را در

بالای صفحه  $xy$  بیابید.

سؤال دو ۳ نمره و بقیه ۲/۵ نمره دارند. فقط به ۸ سؤال پاسخ دهید.

وقت دو ساعت. موفق باشید.

۱- الف) اگر چهار بردار  $A, B, C, D$  در یک صفحه باشند، نشان دهید  $(A \times B) \times (C \times D) = 0$ .

ب) فاصله دو خط زیر را بیابید

۲-  $B, \kappa, N, T$  و  $\tau$  را برای خم  $R(t) = (\cos t)i + (\sin t)j + tk$  بیابید.

۳- الف) مطلوب است مشتق  $f(x, y, z) = xyz$  در جهت بردار سرعت پیچ زیر در  $t = \pi/3$ :

$$R(t) = (\cos 3t)i + (\sin 3t)j + 3tk$$

ب) نشان دهید که خم  $R(t) = (\ln t)i + (t \ln t)j + tk$  بر رویه  $xz^2 - yz + \cos xy = 1$  در

$P(0,0,1)$  مماس است.

۴- مطلوب است مقادیر اکسترمم  $f(x, y) = x^2 + 3y^2 + 2y$  بر قرص واحد  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

۵- مرکزوار ناحیه واقع در درون دلواری  $r = 1 + \cos \theta$  و بیرون دایره  $r = 1$  را بیابید.

۶- مطلوب است حجم ناحیه ای که از درون به رویه  $\rho = 1 + \cos \varphi$  و از بیرون به کره  $\rho = 1$  محدود است.

۷- مطلوب است گردش و شار میدان  $F(x, y) = -y^2 i + x^2 j$  در امتداد (گذرنده از) مسیر بسته ای که تشکیل

می شود از نیمدایره  $R_1(t) = (a \cos t)i + (a \sin t)j$ ،  $0 \leq t \leq \pi$ ، و پاره خط  $R_2(t) = ti$ ،

$-a \leq t \leq a$ ، که به دنبال نیمدایره است.

۸- با استفاده از قضیه دیورژانس، شار برونسوی  $F(x, y, z) = x^2 i - 2xyj + 3xz k$  گذرنده از مرز ناحیه ای

که کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  از یک هشتم اول جدا می کند، بیابید.

۹- مطلوب است مساحت عرقچینی که مخروط  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  از کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  جدا می کند.

هرسؤال ۲/۵ نمره دارند. فقط به ۸ سؤال پاسخ دهید. مدت دو ساعت. موفق باشید.

