سلام

جزوه‌ای که پیش رو دارید، خلاصه‌ای از درس مدارهای الکتریکی است که به منظور جمع‌بندی مطالب و نظم بخشیدن به آموخته‌های شما عزیزان تهیه شده است. با توجه به اثر جادویی! خلاصه‌نویسی، توصیه می‌کنم زمان مناسبی را برای مرور این جزوه اختصاص دهید.

با آرزوی موفقیت روزافزون شما

علی عبدالعالی

نوشین واثقی

مصطفی تقوی کنی

در جدول ذیل دروس به سرفصلهای مهم آن طبقه بندی شده و مشخص شده است که در هر سال از هر مبحث چند تست سوال شده است و دانشجوی محترم می تواند زمان باقیمانده تا کنکور را با توجه به اهمیت مباحث مدیریت نماید.

رشته: مهندسی برق						درس: مدارهای الکتریکی		
ردیف	مبحث	۱۳۸۵	۱۳۸۶	۱۳۸۷	۱۳۸۸	۱۳۸۹	مجموع ۵ سال	نسبت از کل
		تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست		
1	مدارهای مقاومتی و روشهای تحلیل آنها	3	0	1	3	1	8	9%
2	مدارهای معادل	2	2	2	0	1	7	8%
3	مدارهای مرتبه اول	2	3	2	0	3	10	12%
4	مدارهای مرتبه دوم	2	4	0	1	1	8	9%
5	مدارهای LTI مرتبه n ام	0	0	0	1	1	2	2%
6	تجزیه و تحلیل حالت دائمی سینوسی	2	5	2	2	1	12	14%
7	مدارهای با القای متقابل(تزویج) و ترانسفورماتور	2	1	1	0	1	5	6%
8	روشهای منظم تجزیه و تحلیل مدار	0	0	0	0	1	1	1%
9	روش فضای حالت	0	1	0	1	1	3	4%
10	تبدیل لاپلاس و تحلیل مدار به کمک آن	1	1	3	5	2	12	14%
11	مشخصه های ذاتی و فرکانس های طبیعی مدار	1	2	3	1	0	7	8%
12	دوقطبی ها	4	1	1	1	1	8	9%
13	قضایای شبکه	1	0	0	0	1	2	2%
جمع		**20**	**20**	**15**	**15**	**15**	**85**	**100%**

فصل اول

مفاهیم اولیه مدارهای الکتریکی

قوانین کیرشهف

قانون جریان یا KCL:

جمع جبری جریان‌های خروجی از هر گره برابر صفر است.

در هر گره یا سوپر گره یا کات‌ست داریم:

$$\sum I_{out} = 0$$

قانون ولتاژ یا KVL:

جمع جبری ولتاژهای عناصر در هر مسیر بسته صفر است.

در هر مش یا سوپرمش یا حلقه داریم:

$$\sum V_i = 0$$

در یک مدار، **تعداد متغیرهای مستقلِ جریانِ شاخه**، برابر است با:

۱ + تعداد گره - تعداد شاخه

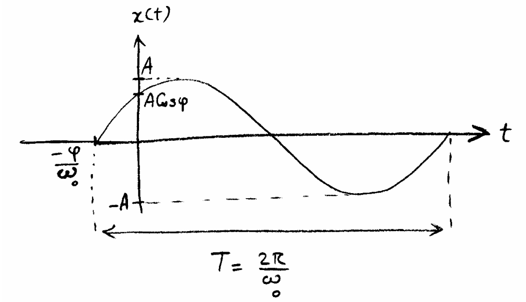
در یک مدار، **تعداد متغیرهای مستقلِ ولتاژِ شاخه**، برابر است با:

۱ - تعداد گره

شکل موج‌ها و طرز نمایش‌آنها

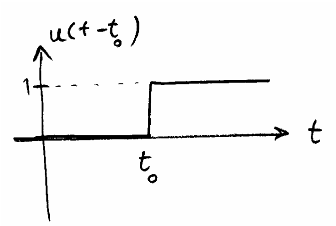
۱) سینوسویید:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \Leftrightarrow$$



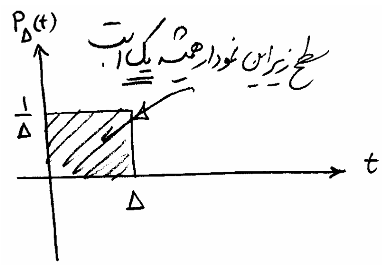
۲) پله واحد:

$$u(t-t_0) = \begin{cases} 1 & t > t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$



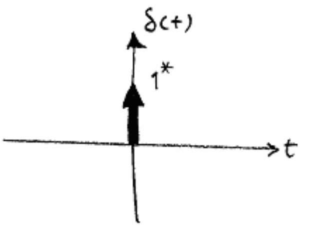
۳) پالس:

$$P_\Delta(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \dfrac{1}{\Delta} & 0 < t < \Delta \\ 0 & t > \Delta \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$



۴) ضربه واحد:

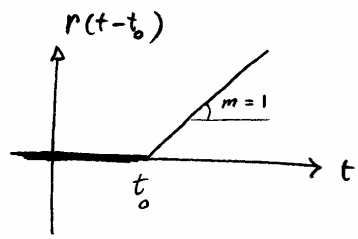
$$\delta(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t \neq t_0 \\ 1^* & t = t_0 \end{cases} = \lim_{\Delta \to 0} P_\Delta(t-t_0) \quad \Leftrightarrow$$

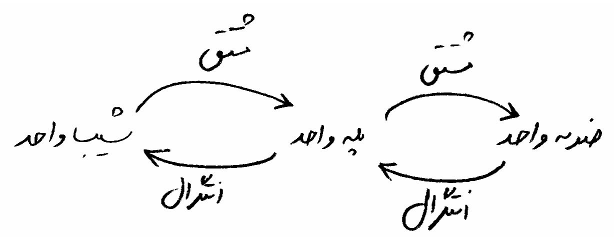


* این طرز نمایش، یعنی سطح زیر این منحنی در لحظه وقوع تابع δ، یک است: $\int_{0^-}^{0^+} \delta(t)\,dt = 1$

۵) تابع شیب واحد:

$$r(t-t_0) = \begin{cases} t - t_0 & t \geq t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$



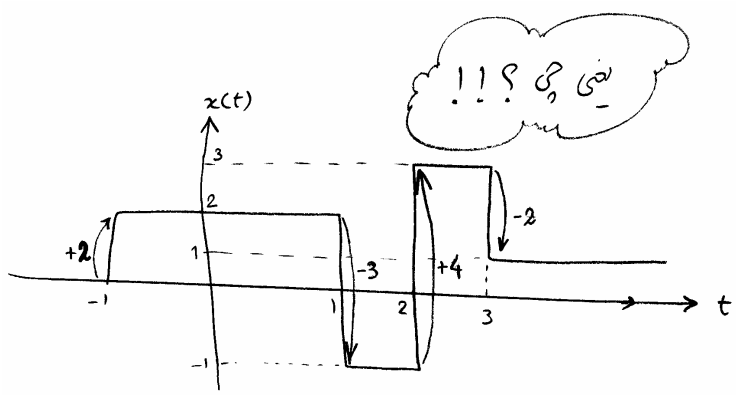


بیان کردن توابع پالسی، بر اساس توابع پله:

برای تعیین ضابطه چنین نمودارهایی، در هر یک از **نقاط پرش**، از فرمول زیر استفاده کنید:

$u(t-t_{\text{پرش}})$ × مقدار علامتدارِ پرش

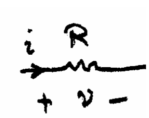
مثال:



$$x(t) = 2\times u(t+1) - 3u(t-1) + 4u(t-2) - 2u(t-3)$$

اجزای مدار

۱ـ مقاومت LTI:



$\Rightarrow \; v = Ri$

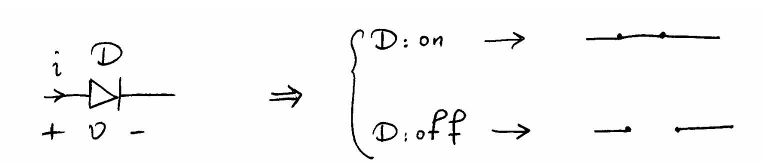
حالت‌های خاص:

الف) اتصال کوتاه (R=0): **فقط ولتاژِ** اتصال ـ کوتاه صفر است (جریانِ اتصال ـ کوتاه هر مقداری می‌تواند داشته باشد.)

ب) مدار ـ باز ($R \to \infty$): **فقط جریانِ** مدار ـ باز صفر است (ولتاژ مدار ـ باز هر مقداری می‌تواند داشته باشد.)

۲ـ دیود ایده‌آل:

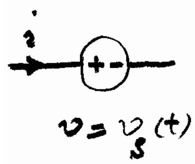
نوعی سوییچِ حساس به ولتاژ و جریان می‌باشد.



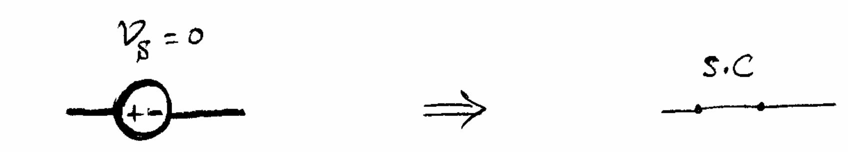
دو **شرط لازم** برای روشن بودن دیود:
۱) ولتاژ آند بیشتر از ولتاژ کاتد باشد.
۲) جریان گذرنده از دیود، بزرگتر یا مساوی صفر باشد.

۳ـ منبع ولتاژ مستقل:

عنصری که ولتاژ دو سرش **مستقل** از جریان گذرنده از آن باشد.

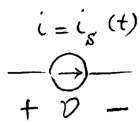


نکته : **صفر کردنِ** (کشتن، خنثی کردن) منبع ولتاژ مستقل، به معنای **اتصال ـ کوتاه** کردن آن می‌باشد:

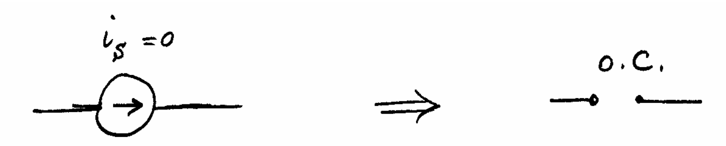


۴ـ منبع جریان مستقل:

عنصری که جریان گذرنده از آن، مستقل از ولتاژ دوسرش باشد.

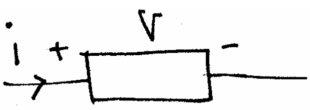


نکته : **صفر کردنِ** (کشتن، خنثی کردن) منبع جریان مستقل، به معنای **مدار ـ باز کردنِ** آن می‌باشد:



توان الکتریکی: برابر است با ولتاژ ضربدر جریان و واحد آن وات است.

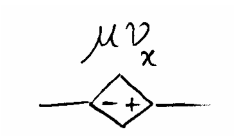
البته در نظر گرفتن علامت‌های استاندارد را نباید فراموش کنید.



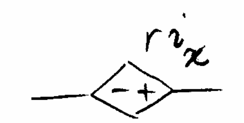
$$P = Vi = Ri^2 = \frac{V^2}{R} \quad ; \quad \begin{cases} P > 0 & \text{مصرفی} \\ P < 0 & \text{تولیدی} \end{cases}$$

۵- منابع وابسته (کنترل شده):

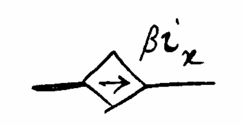
ـ منبع ولتاژ کنترل شده با ولتاژ



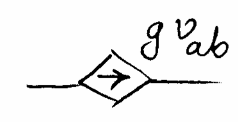
ـ منبع ولتاژ کنترل شده با جریان



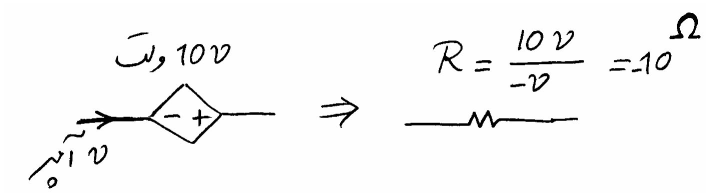
ـ منبع جریان کنترل شده با جریان



ـ منبع جریان کنترل شده با ولتاژ



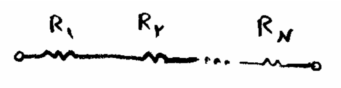
قضیه جذب منبع: در شرایط بسیار خاصی که جریان و ولتاژ دو سر یک منبع وابسته معلوم باشد، می‌توان به جای آن منبع وابسته یک مقاومت قرار دارد و البته توجه به علامت‌های استاندارد را نباید فراموش کنید:



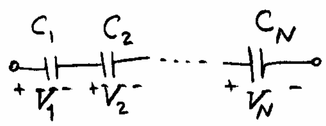
تجزیه و تحلیل مدار

اتصال سری عناصر:

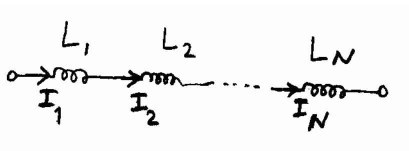
$$\begin{cases} I_t = i_1 = i_2 = \cdots \\ V_t = V_1 + V_2 + \cdots \end{cases}$$



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N$$



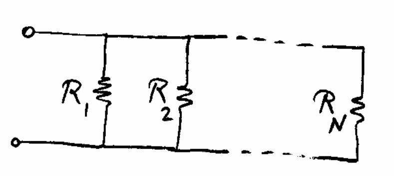
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}$$



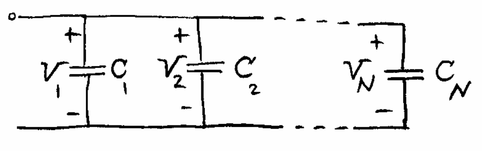
$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \cdots + L_N$$

اتصال موازی عناصر:

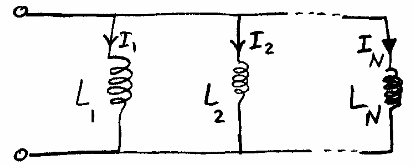
$$\begin{cases} V_t = V_1 = V_2 = \cdots \\ i_t = i_1 + i_2 + \cdots \end{cases}$$



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$



$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_N$$



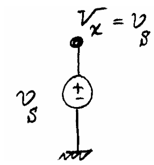
$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N}$$

روش‌های تجزیه و تحلیل مدارهای مقاومتی

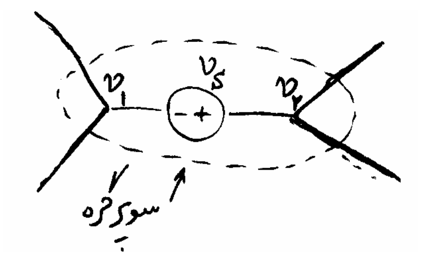
روش تحلیل گره: پنج مرحله دارد:

۱. انتخاب گره زمین (مبنا): گرهٔ زمین را یا **یک سر منبع ولتاژ** (معمولاً سر منفی) در نظر بگیرید، یا گره‌ای در نظر بگیرید که تعداد شاخه بیشتری به آن متصل شده است.

۲. تعیین ولتاژ گره‌های معلوم:



۳. قرار دادن منابع ولتاژ در **سوپر گره** و نوشتن روابط مستطیلیه[1]:



$\Rightarrow$ $\boxed{v_2 - v_1 = v_s}$

رابطه مستطیلیه

۴. اعمال KCL به کلیه گره‌ها و سوپر گره‌ها (بجز زمین)

۵. حذف متغیرهای کنترلی (در صورت وجود)

روش تحلیل مش: پنج مرحله دارد:

۱. نسبت دادنِ متغیرهای جریان به هر یک از مش‌های مدار (جهت قراردادی: ساعتگرد)

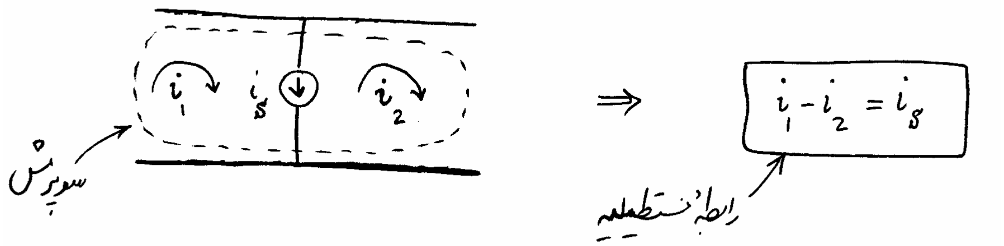
ـ جریان شاخه‌ای که فقط در یک مش قرار دارد، برابر با جریان همان مش است.

ـ جریان شاخه‌ای که بین دو مش مشترک است، برابر تفاضل جریان آن دو مش است.

۲. تعیین جریان‌های مش‌های معلوم: اگر منبع جریانی در یک مش بیرونی قرار داشت، جریان آن مش معلوم است.

۱- ابزار رد گزینه!

۳. قرار دادن منابع جریانی که بین دو مش قرار دارند در سوپر مش، و نوشتن روابط مستطیلیه!:



۴. اعمال KVL به کلیه مش‌ها و سوپر مش‌ها

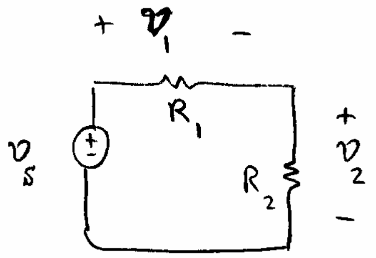
۵. حذف متغیرهای کنترلی (در صورت وجود)

مطمئناً در مداراتی که گره کمتری دارند تحلیل گره مناسب‌تر است و مدارات با حلقه کمتر برای تحلیل مش مناسب‌ترند.

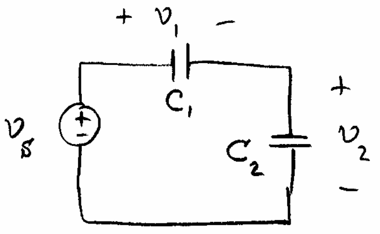
روش هوشمندانه (KCL بازی و سپس KVL در حلقه خوب!):

در این روش ابتدا KCL بازی می‌کنیم یعنی با جریان‌های موجود در مدار بازی می‌کنیم و جریان شاخه‌های مدار را مشخص می‌کنیم و سپس با KVL در لحقه خوبی که فاقد منبع جریان باشد، مجهول مدار را مشخص می‌کنیم. البته واضح است که از دوگان این روش یعنی KVL بازی و سپس KCL در گره خوب هم می‌توان استفاده کرد.

روابط تقسیم ولتاژ و شار در حالت سری:



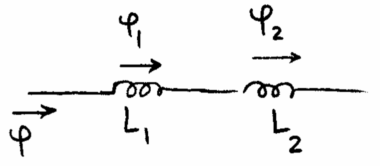
$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_s \times \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} \\ v_2 = v_s \times \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \end{cases}$$



لطفاً دقت کنید!

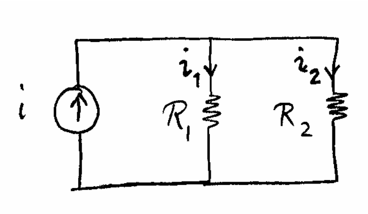
$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_s \times \dfrac{C_2}{C_1 + C_2} \\ v_2 = v_s \times \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} \end{cases}$$

لطفاً باز هم دقت کنید!



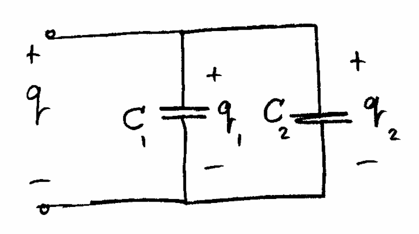
$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \varphi \times \dfrac{L_1}{L_1 + L_2} \\ \varphi_2 = \varphi \times \dfrac{L_2}{L_1 + L_2} \end{cases}$$

روابط تقسیم جریان و بار در حالت موازی:

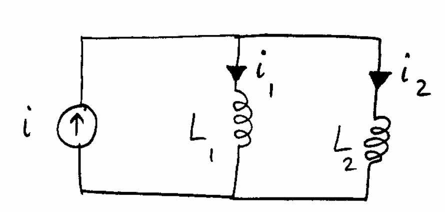


دقت!

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = i \times \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \\ i_2 = i \times \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} \end{cases}$$



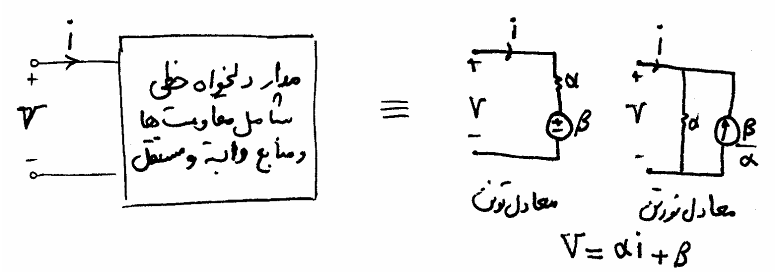
$$\xrightarrow{q=q_1+q_2} \begin{cases} q_1 = q \times \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} \\ q_2 = q \times \dfrac{C_2}{C_1 + C_2} \end{cases}$$



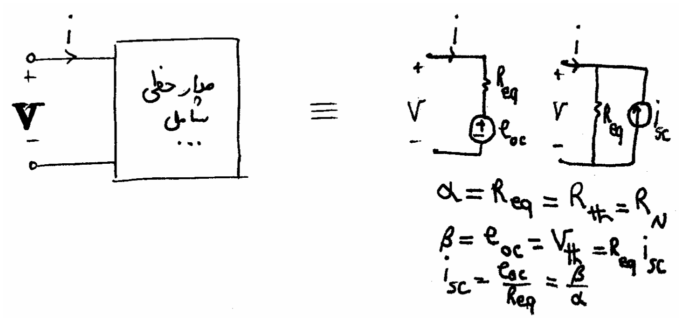
توجه!

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = i \times \dfrac{L_2}{L_1 + L_2} \\ i_2 = i \times \dfrac{L_1}{L_1 + L_2} \end{cases}$$

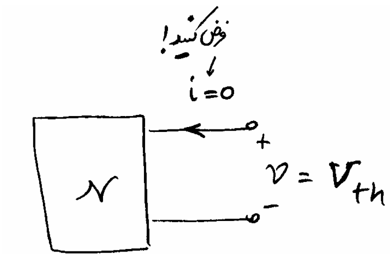
مدارهای معادل تونن و نورتن:



۲ـ مدار معادل نورتن:

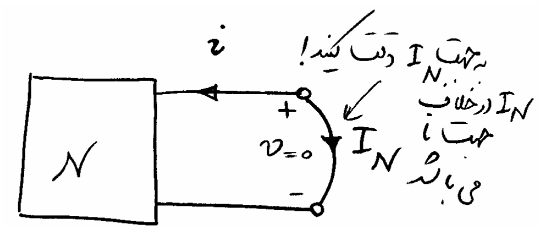


روش محاسبه V_{th} یا e_{oc}: از نامش پیداست که کافیست پس از **مدار ـ باز** کردنِ دو سر مدار $(i = 0)$، ولتاژ دیده شده از دو سر مدار را محاسبه کنیم:



نکته : مداری که ندارد، حتماً V_{th}اش **صفر** است.

روش محاسبه I_N یا i_{sc}: کافیست پس از **اتصال ـ کوتاه** کردنِ دو سر مدار $(v = 0)$، جریان گذرنده از این اتصال کوتاه را بیابیم:

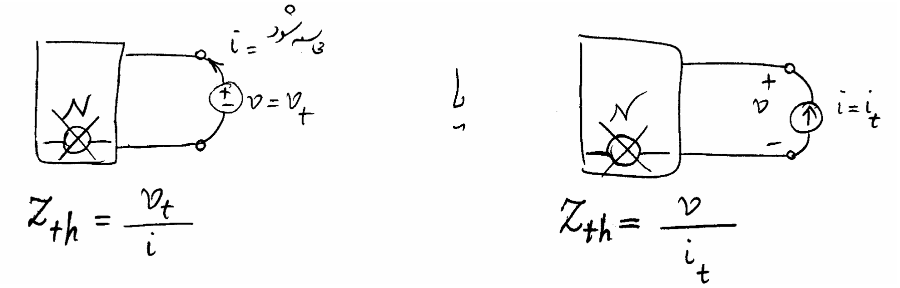


نکته : مداری که ندارد، حتماً I_Nاش **صفر** است.

مراحل محاسبه مقاومت معادل

۱) صفر کردنِ منابع مستقل

۲) اعمال منبع ولتاژِ تستِ v_t (یا منبع جریانِ تستِ i_t) به دو سر مدار و محاسبه جریان خارج شونده از منبع ولتاژ (یا محاسبه ولتاژ v_t دو سر منبع جریان) البته برای راحت‌تر شدن حل می‌توان i_t یا V_t را برابر یک در نظر گرفت.



در تست‌هایی که مجبورید هر دو پارامترِ V_{th} و Z_{th} (یا I_N و Z_{th}) را بیابید، می‌توانید منبع جریانی با مقدار i را به دو سر مدار وصل کرده و سعی می‌کنیم ولتاژِ v دو سر آن را بیابیم:

ـ چنانچه بتوان ولتاژ را به صورت $v = \alpha i + \beta$ بیان کرد، α همان Z_{th}، و β همان V_{th} است.

ـ چنانچه بتوان جریان را به صورت $i = \alpha' v + \beta'$ بیان کرد، α' همان $\frac{1}{Z_{th}}$، و β' همان I_N است.

استفاده از رابطه حیاتی زیر می‌تواند در **رد گزینه** به شما کمک کند.[۱]

$$\boxed{V_{th} = Z_{th}\, I_N}$$

قضیه جمع آثار: پاسخ حاصل از اعمال همزمان دو یا چند منبعِ به یک مدار **خطی** برابر با مجموع پاسخ‌های حاصل از اعمال هر یک از این منابع به تنهایی است، به شرط آنکه **سایر منابع مستقل صفر شده باشند.**

نکته : جمع آثار تنها در مورد **پاسخ‌های خطی** (نظیر ولتاژ یک شاخه، جریان یک شاخه) می‌تواند اعمال شود. بنابراین قضیه جمع آثار را در مورد **پاسخ‌های غیرخطی** (نظیر توان، انرژی و...) به کار **نبرید**.

استفاده از تقارن در تحلیل مدار: گاهی توجه به تقارن در تحلیل مدار، کار را بسیار ساده می‌کند و از تعداد مجهولات می‌کاهد. اولین نکته‌ای که پس از دیدنِ مدارات متقارن باید به ذهنتان برسد، استفاده از یکی از نکات زیر است:

۱. گره‌های متقارن (نسبت به محور یا صفحه تقارن)، دارای ولتاژ یکسان هستند.

۲. وقتی جریان i در محور تقارن مدار به n شاخه یکسان می‌رسد، جریان هر یک از این شاخه‌ها $\frac{i}{n}$ خواهد بود.

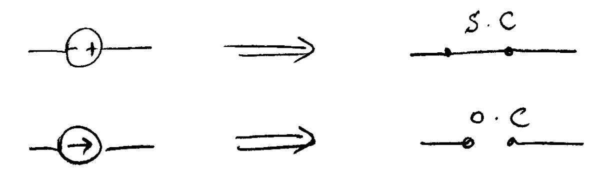
برخی از اشتباهات رایجِ مربوط به این فصل:

۱. در نظر گرفتن علامت‌های استاندارد را فراموش نکنید.

۲. هنگام استفاده از قانون اهم دقت کنید مقاومت‌ها بر حسب **اهم** هستند یا **موهو**

۳. دقت کنید **جریانِ اتصال کوتاه** و **ولتاژِ مدار باز**، هر مقداری می‌توانند داشته باشند.

۴. هنگام محاسبه Z_{th}، یادتان باشد که قبل از هر کار ها را **صفر کنید**. یعنی:



۱ـ معمولاً 50% شما را به جواب نزدیک می‌کند!

فصل دوم

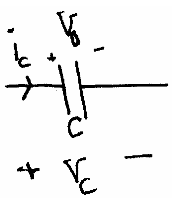
مدارهای مرتبه اول

مدار مرتبه اول: مداری که **پس از ساده‌سازی** فقط یک عنصر ذخیره کننده انرژی (سلف و خازن) داشته باشد.

معادله دیفرانسیل حاکم بر مدارات مرتبه اول:

$$\frac{dy(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}y(t)=\text{عبارتی بر حسب ورودی و مشتقاتش}$$

۱. روابط و اتصالات خازن‌ها

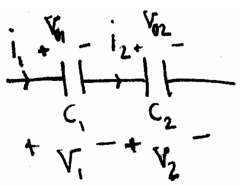


$$q=CV$$

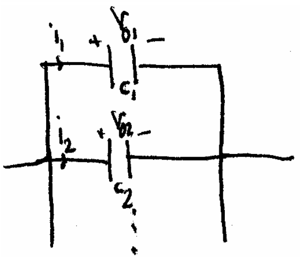
$$i_c=\frac{dq}{dt}=C\frac{dv_c}{dt}$$

$$V_c=V_0+\frac{1}{c}\int_0^t i_c dt$$

$$w=\frac{1}{2}CV_c^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}qV_c$$



$$\begin{cases}V=V_1+V_2+\cdots\\ I_t=i_1=i_2=\cdots\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_t=\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots\right)^{-1}\\ V_{0t}=V_{01}+V_{02}+\cdots\end{cases}$$



$$\begin{cases}i_t=i_1+i_2+\cdots\\ V=V_1=V_2=\cdots\end{cases}\Rightarrow\quad C_t=C_1+C_2+\cdots$$

برای بدست آوردن V_{0t} از اصل بقای بار استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} q_{0t} = q_{01} + q_{02} + \cdots = C_1V_{01} + C_2V_{02} + \cdots \\ C_t = C_1 + C_2 + \cdots \end{cases} \Rightarrow \quad V_{0t} = \frac{q_{0t}}{C_t} = \frac{\sum_i C_iV_{01}}{\sum_i C_i}$$

$$W_{\text{قبل از اتصال}} = \frac{1}{2}C_1V_{01}^2 + \frac{1}{2}C_2V_{02}^2 + \cdots$$

$$W_{\text{بعد از اتصال}} = \frac{1}{2}C_tV_{01}^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2 + \cdots)\left(\frac{C_1V_{01} + C_2V_{02} + \cdots}{C_1 + C_2 + \cdots}\right)^2$$

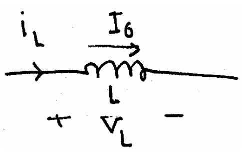
$$W_{\text{بعد از اتصال}} < W_{\text{قبل از اتصال}} \qquad \Delta W = W_{\text{قبل از اتصال}} - W_{\text{بعد از اتصال}}$$

ΔW صرف حرکت بارها جهت هم پتانسیل شدن خازن‌ها می‌شود.

$q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2}q_t$ تقسیم بار در خازن‌های موازی

$V_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2}V_t$ تقسیم ولتاژ در خازن‌های سری

روابط و اتصالات سلف‌ها

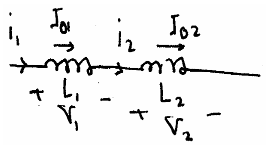


$$\varphi = LI$$

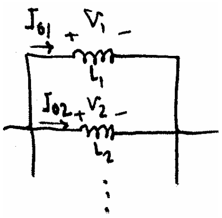
$$V_L = \frac{d\varphi}{dt} = L\frac{di_L}{dt}$$

$$i = I_0 + \frac{1}{L}\int V_L dt$$

$$w = \frac{1}{2}Li_L^2$$



$$\begin{cases} L_t = L_1 + L_2 + \cdots \\ V_{0t} = \frac{\varphi_{0t}}{L_t} = \frac{\sum_i L_iI_{0i}}{\sum_i L_i} \end{cases}$$



$$\begin{cases} L_t = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots\right)^{-1} \\ I_{0t} = I_{01} + I_{02} + \cdots \end{cases}$$

$$W_{\text{قبل از اتصال}} = \frac{1}{2}L_1I_{01}^2 + \frac{1}{2}L_2I_{02}^2 + \cdots$$

$$W_{\text{بعد از اتصال}} = \frac{1}{2}L_tI_{01}^2 = \frac{1}{2}(L_1 + L_2 + \cdots)\left(\frac{L_1I_{01} + L_2I_{02} + \cdots}{L_1 + L_2 + \cdots}\right)^2$$

$$\Delta W = W_{\text{قبل از اتصال}} - W_{\text{بعد از اتصال}}$$

$\varphi_1 = \frac{L_1}{L_1 + L_2}\varphi_t$ تقسیم شار در سلف‌های سری

$I_1 = \frac{L_1}{L_1 + L_2}I_t$ تقسیم جریان در سلف‌های موازی

رابطه طلایی: در مدارات مرتبه اول LTI (خطی، تغییر ناپذیر با زمان) و با ورودی DC پاسخ کامل از رابطه طلایی زیر بدست می‌آید:

$$y(t)=(y_0-y_\infty)e^{\frac{-t-t_0}{\tau}}+y_\infty$$

محاسبه ثابت زمانی τ:

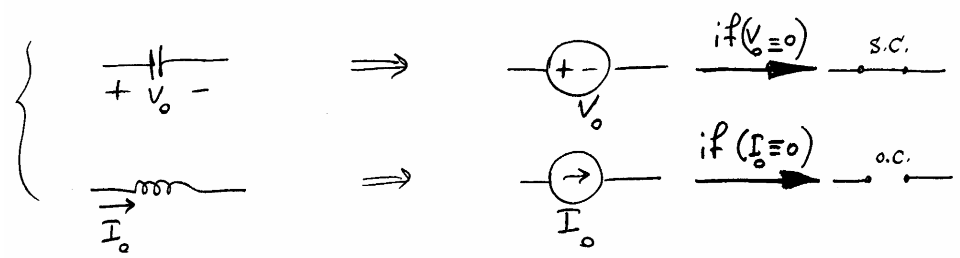
$$\tau=\begin{cases}RC & \text{در مدارات خازنی}\\ \dfrac{L}{R} & \text{در مدارات سلفی}\end{cases}$$

R مقاومت معادل از دو سر سلف یا خازن است ;

برای محاسبه y_0 و y_∞ از رابطه صفره و بینهایته استفاده می‌کنیم.

رابطه صفره (قضیه پیوستگی):

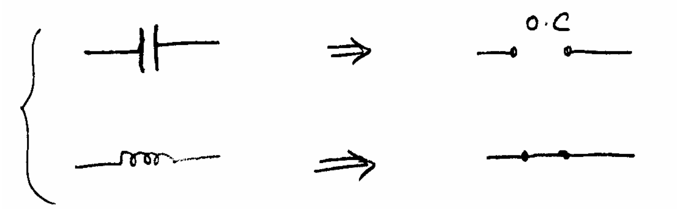
از آنجایی که **ولتاژ خازن** و **جریان سلف** نمی‌توانند به طور ناگهانی تغییر کنند (حالت استثنا را کمی جلوتر بررسی می‌کنیم!)، لذا در $t=t_0$ می‌توانیم از **رابطه صفره** استفاده کنیم:



اما استثناهای رابطه صفره (استثناهای قضیه پیوستگی):

۱. وجود منابع ضربه در مدار
۲. «سلف‌های سری با جریان‌های متفاوت»، یا «خازن‌های موازی با ولتاژهای متفاوت» در مدار وجود داشته باشد.
۳. «حلقهٔ شاملِ **فقط** خازن و منبع ولتاژ»، یا «کات‌ستِ (گرهٔ) شاملِ **فقط** سلف و منبع جریان» در مدار وجود داشته باشد.

رابطه بی‌نهایته (معادل‌های حالت ماندگار):



اشتباهات رایج:

۱. کمیت‌های پیوسته **فقط** v_c و i_L هستند. (نه v_R، i_R و...!)
۲. هنگام محاسبه ثابت زمانی مدارات مرتبه اول، صفر کردنِ منابعِ ─○─ را **فراموش نکنید!**
۳. شرط استفاده از رابطه طلایی، مرتبه اول و LTI بودن مدار و DC بودن ورودی است و شرط استفاده از رابطه صفره و بی‌نهایته فقط DC بودن ورودی است و برای مدارات مرتبه n و غیر LTI هم صادق است.

برای مدارات مرتبه اول غیر LTI اگر استفاده از شرایط صفره و بینهایته هم نتواند ما را به پاسخ مطلوب برساند تنها چاره نوشتن معادله دیفرانسیل و حل آن است. (که معمولاً از نوع معادلات دیفرانسیل جدایی‌پذیر هستند.)

فصل سوم

مدارات مرتبه دوم

مدار مرتبه دوم: مداری که **پس از ساده‌سازی** فقط دارای دو عنصر ذخیره کننده انرژی (و هر تعداد مقاومت و منبع) باشد.

معادله دیفرانسیل حاکم بر مدارات مرتبه دوم:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+2\alpha\frac{dy(t)}{dt}+\omega_0^2 y(t)=\text{عبارتی بر حسب ورودی و مشتقاتش}$$

α: ضریب تضعیف یا میرایی $\left(\frac{\text{Neper}}{\text{S}}\right)$

ω_0: فرکانس تشدید $\left(\frac{\text{rad}}{\text{S}}\right)$

مثل هر معادله دیفرانسیل دیگری!، پاسخ کامل این معادله دیفرانسیل هم به صورت کلی زیر است:

$$y(t)=\underbrace{y_h(t)}_{\substack{\text{پاسخ همگن}\\ \text{(پاسخ ورودی صفر)}}}+\underbrace{y_p(t)}_{\substack{\text{پاسخ خصوصی}\\ \text{(پاسخ حالت صفر)}}}$$

پاسخ همگن:

برای یافتن پاسخ همگن، از ریشه‌های معادله مشخصه متناظر با معادله دیفرانسیل مدار استفاده می‌کنیم: $S^2+2\alpha S+\omega_0^2=0$

$$S_{1,2}=-\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}\qquad\Rightarrow\qquad y_h(t)=\left(K_1e^{S_1t}+K_2e^{S_2t}\right)u(t)$$

با توجه به شرط اولیه $y'(0)$, $y'(0)$ تعیین می‌شوند.

پاسخ خصوصی: در حالت **خاصی** که ورودی مدار **فقط منابع DC** باشد، «پاسخ خصوصی، همان پاسخ حالت دائمی است.»

یعنی از همان معادله‌های بنیانشته برای یافتن پاسخ خصوصی می‌توانید استفاده کنید.

ضریب کیفیت (Q):

$$Q \triangleq 2\pi \times \frac{\text{توان راکتیو}}{\text{توان متوسط}}$$

ضریب کیفیت مدارات دوم:

$$Q=\frac{\omega_0}{2\alpha}$$

ضریب کیفیت نشان دهنده عمر مدار است و هر چه انرژی در مداری دیرتر تلف شود (یا بمیرد) Q بالاتر است و بالعکس.

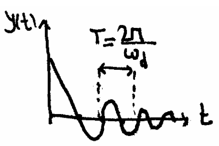
انواع مدارهای مرتبه دوم (بر حسب شکلِ پاسخ گذرا)

۱. میرای شدید: $\alpha>\omega_0$ $\left(Q<\frac{1}{2}\right)$ $\Leftarrow$ S_1 , S_2 حقیقی و منفی $\Leftarrow$ $y(t)=k_1e^{S_1t}+k_2e^{S_2t}$

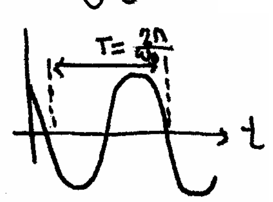
۲. میرای بحرانی: $\alpha=\omega_0$ $\left(Q=\frac{1}{2}\right)$ $\Leftarrow$ $S_1=S_2$ حقیقی و منفی $\Leftarrow$ $y(t)=(k_1+k_2t)e^{-\alpha t}$

۳. میرای ضعیف: $\alpha<\omega_0$ $\left(Q>\frac{1}{2}\right)$ $\Leftarrow$ $\begin{cases} S_{1,2}=-\alpha\pm j\omega_d \\ \omega_d=\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2} \end{cases}$ $\Leftarrow$ $y(t)=e^{-\alpha t}(k_1\cos\omega_d t+k_2\sin\omega_d t)$

لطفاً به فرکانس نوسان دقت کنید!



۴. نامیرا: $\alpha=0$ $(Q\to\infty)$ $\Leftarrow$ $S_{1,2}=\pm j\omega_0$ $\Leftarrow$ $y(t)=k\cos(\omega_0 t+\theta)$



نکته : منابع —○— هیچ تأثیری در نوع مدار مرتبه دوم ندارد، پس می‌توانید آنها را **صفر کنید**!

مدارهای مرتبه دوم خاص:

سری RLC $\rightarrow$ $\begin{cases} \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ \alpha = \dfrac{R}{2L} \\ Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}} \end{cases}$

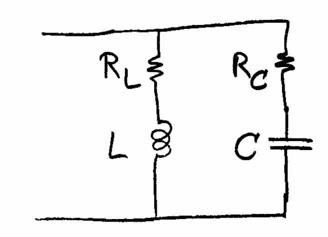
موازی RLC $\rightarrow$ $\begin{cases} \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ \alpha = \dfrac{1}{2RC} \\ Q = R\sqrt{\dfrac{C}{L}} \end{cases}$

نوسان‌سازی:

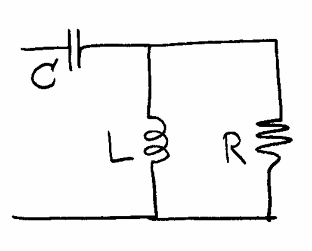
دو شرط برای قرار گرفتنِ یک مدار مرتبه دوم در حالت «نامیرا» یا «نوسانی» وجود دارد:

$$\boxed{\begin{matrix} \alpha = 0 \\ \omega_0^2 > 0 \end{matrix}}$$

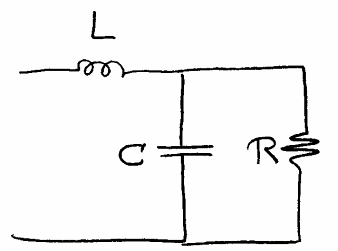
فرکانس نوسان مدارات مهم:



$$\Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{L - R_L^2 C}{L - R_C^2 C}}$$



$$\Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC - \dfrac{L^2}{R^2}}}$$



$$\Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}}$$

پاسخ مدارات مرتبه دوم

در تست‌هایی که با مدارات مرتبه دوم سر و کار داریم معمولاً با یافتن مقادیر اولیه و نهایی از رابطه صفره و بینهایته به جواب قطعی نمی‌رسیم و احتیاج به چک کردن "شرایط اولیه مشتق" در گزینه‌ها هم داریم.

به روابط زیر که نام آنها را استفاده از تعبیرهای فیزیکی گذاشته‌ایم، دقت کنید:

$$\frac{di_L}{dt}\left(0^+\right)=\frac{1}{L}V_L\left(0^+\right)$$

$$\frac{dV_C}{dt}\left(0^+\right)=\frac{1}{C}I_C\left(0^+\right)$$

حال برای یافتن مقادیر اولیه مشتق و استفاده از فرمول‌های فوق قدم‌های زیر را به ترتیب طی می‌کنیم:

۱) رسم مدار در $t=0^-$ به کمک رابطه بی‌نهایته و یافتنِ $i_L(0)$ و $v_C(0)$

۲) رسم مدار در $t=0^+$ به کمک رابطه صفره و یافتنِ $v_L(0)$ و $i_C(0)$

۳) استفاده از تعبیرهای فیزیکی برای یافتن مقادیر اولیه مشتق.

زمانی که مشتق متغیری به غیر از v_C و i_L مطلوب می‌باشد، کار کمی مشکل‌تر می‌شود و می‌بایست بعد از طی قدم‌های ۱ و ۲ مرحله قبل معادله‌ای بر حسب متغیر مورد نظر و احیاناً v_C و i_L در کل حوزه زمان بنویسیم و سپس از معادله مشتق بگیریم تا مشتق متغیر مذکور بر حسب i_C و v_L بدست آید و در مرحله آخر $t=0^+$ را به معادله تحمیل می‌کنیم.

اشتباهات رایج:

۱. فرمولِ αی مدارات RLC سری و موازی را با هم قاطی نکنید!

۲. فرکانس نوسان در حالت میرایی ضعیف، ω_d است (**نه** ω_0!)

۳. گر چه منابع مستقل تأثیری در محاسبه Q ندارد، ولی منابع وابسته در محاسبه Q تأثیرگذار است.

فصل چهارم

مبانی مدارهای *LTI*

از دو دیدگاه پاسخ کامل یک مدار LTI را بررسی می‌کنیم:

پاسخ ورودی صفر + پاسخ حالت صفر = پاسخ کامل

پاسخ حالت ماندگار + پاسخ حالت گذرا = پاسخ کامل

۱ـ پاسخ حالت صفر (ZSR) : پاسخ شبکه‌ای که پیش از وارد کردن ورودی، هیچگونه حالت اولیه‌ای ندارد. این پاسخ:

* **فقط و فقط** تابعی از **ورودی** مدار است.
* **شبیه** ورودی است.

۲- پاسخ ورودی صفر(ZIR): پاسخ شبکه‌ای که **هیچگونه ورودی** ندارد. این پاسخ:

* تابع شرایط اولیه است.
* تابع مشخصات مدار است.

۳- پاسخ حالت گذرا: قسمتی از پاسخ که در $t \to \infty$، **صفر** می‌شود.

۴- پاسخ حالت ماندگار: قسمتی از پاسخ که در $t \to \infty$، **مخالف صفر** است.

اشتباه رایج:

۱ـ به هیچ وجه نباید بگویید **پاسخ گذرا** همان **پاسخ ورودی صفر** است!

۲ـ به هیچ وجه نباید بگویید **پاسخ دایمی** همان **پاسخ حالت صفر** است!

نکته : پاسخ گذرا، از هر دو پاسخِ ZSR , ZIR ناشی می‌شود.

و پاسخ حالت ماندگار،فقط از ZSR ناشی می‌شود.

شکل زیر این مفهوم را به تصویر می‌کشد:

پاسخ کامل

ZSR	ZIR
پاسخ ماندگار	پاسخ گذرا

نکته : ZIR ، **تابعی خطی** از شرایط اولیه است.

نکته : ZSR ، **تابعی خطی** از ورودی مدار است.

نتایج LTI بودن سیستمها:

$$x(t)\rightarrow \boxed{\text{LTI}} \rightarrow y(t)$$

$$\frac{d^n x(t)}{d\pi^n} \rightarrow \boxed{\text{LTI}} \rightarrow \frac{d^n y(t)}{d\pi^n}$$

$$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau \rightarrow \boxed{\text{LTI}} \rightarrow \int_{-\infty}^{t} y(\tau)\, d\tau$$

$$\text{F.T.}\{x(t)\} \rightarrow \boxed{\text{LTI}} \rightarrow \text{F.T.}\{y(t)\}$$

$$\mathscr{L}\{x(t)\} \rightarrow \boxed{\text{LTI}} \rightarrow \mathscr{L}\{y(t)\}$$

انتگرال کانولوشن:

پاسخ ضربهٔ سیستم LTI

ورودی سیستم

پاسخ حالت صفر سیستم

$$x(t) \rightarrow \boxed{h(t)} \rightarrow y(t)$$

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

نکته : در بسیاری از سؤالات تستی معمولاً محاسبهٔ پاسخ ZSR ، **در یک لحظهٔ خاص** مطلوبست و در نتیجه در این نوع سؤالات، محاسبهٔ انتگرال کانولوشن به زمان زیادی نیاز ندارد:

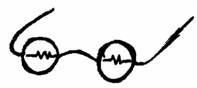
$$y(t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t_0 - \tau) d\tau$$

فصل پنجم

تحلیل در حالت ماندگار سینوسی

قضیه: مجموع هر تعداد سینوسی **هم فرکانس**، و هر تعداد مشتق‌های آنها (از هر مرتبه)، باز هم یک سینوسی با همان فرکانس می‌باشد.

برای تحلیل مدارات سینوسی، ابتدا مدار را به‌وسیله عینک مقاومت بین به حوزه فرکانس انتقال دهید و سپس از یکی از روش‌های تحلیل مدارهای مقاومتی (روش‌های منظم یا ابتکاری) استفاده کنید:



حوزه زمان	حوزه فرکانسی
$x(t) = A_m \cos(\omega t + \varphi)$	$X = A_m \measuredangle \varphi$
$R^{(\Omega)}$	$R^{(\Omega)}$
$L^{(H)}$	$L\omega j^{\,(\Omega)}$
$C^{(F)}$	$\frac{1}{C\omega j}^{(\Omega)}$
$x(t) = A_m \sin(\omega t + \varphi)$	$X = A_m \measuredangle \left(\varphi - 90^\circ\right)$
$\frac{d^n y(t)}{dt^n}$	$(j\omega)^n \, Y(j\omega)$

توجه کنید که تحلیل مدار به کمک **فازورها** فقط پاسخ حالت ماندگار سینوسی را محاسبه می‌کند و **هیچگونه اطلاعاتی در خصوص پاسخ حالت‌گذاری مدار نمی‌دهد.**

امپدانس و ادمیتانس:

امپدانس Z: نسبت **فازور** ولتاژ به **فازور** جریان می‌باشد[۱]:

$$Z^{(\Omega)}(j\omega)=\frac{V}{I}=R^{(\Omega)}+j\ \chi^{(\Omega)}=|Z|\measuredangle\varphi$$

یعنی در حالت کلی امپدانس عددی مختلط است.

یعنی در حالت کلی امپدانس تابع فرکانس ورودی است

مقاومت ( ) راکتانس ( )

ادمیتانس Y: نسبت **فازور** جریان به **فازور** ولتاژ می‌باشد[۲]:

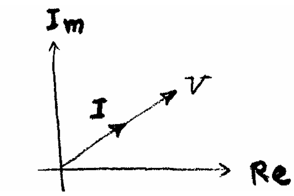
$$Y^{(\mho)}(j\omega)=\frac{V}{I}=G^{(\mho)}+j\ B^{(\mho)}=|y|\measuredangle\theta$$

کندوکتانس ( ) سوسپتانس ( )

$$\left.\begin{array}{l}|Z|=\dfrac{|V|}{|I|}\ ,\ \measuredangle Z=\measuredangle V-\measuredangle I\\[2ex] |Y|=\dfrac{|I|}{|V|}\ ,\ \measuredangle Y=\measuredangle I-\measuredangle V\end{array}\right.\Rightarrow|Z|=\frac{1}{|Y|}\ ,\ \measuredangle Z=-\measuredangle Y$$

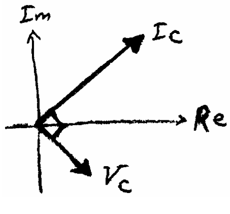
روابط فازوری عناصر مدار

مقاومت



$$V=RI\ \Rightarrow$$
$$|V|=R|I|\ ,\ \measuredangle V=\measuredangle I$$

خازن



$$V=\frac{1}{C\omega j}I$$
$$|V|=\frac{1}{\omega C}|I|\ ,\ \measuredangle V=\measuredangle I-90^\circ$$

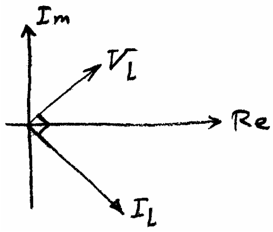
V از I، 90° عقب‌تر و به اصطلاح پیش فاز است.

$x_c=\frac{1}{\omega C}$ مقاومت ظاهری خازن است.

۱ـ مشابه همان مفهوم «مقاومتِ» خودمان است!

۲ـ مشابه همان مفهوم «رسانایی» خودمان است!

سلف



$V = L\omega jI$

$|V| = \omega L|I|$, $\measuredangle V = \measuredangle I + 90^\circ$

V از I، 90° جلوتر و به اصطلاح پس‌فاز است.

$x_L = \omega L$ مقاومت ظاهری سلف است.

اشتباه رایج:

معادله $Z = \frac{1}{y}$ **نمی‌گوید**:

$\boxed{\cancel{R = \frac{1}{G}}}$, $\boxed{\cancel{\chi = \frac{1}{B}}}$

رابطه صحیح بین مؤلفه‌های Z و Y عبارت است از:

$\boxed{R = \frac{G}{G^2 + B^2}}$, $\boxed{\chi = \frac{-B}{G^2 + B^2}}$

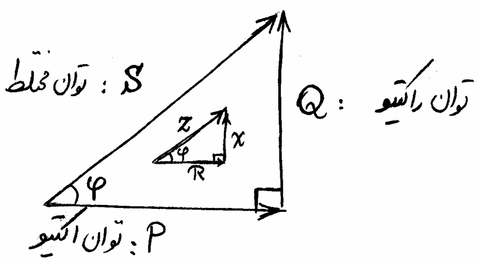
تشدید:

$\operatorname{Im}\{Z\} = 0$ or $\operatorname{Im}\{y\} = 0$

جملاتی که هم‌ارز تشدید هستند:

- ✓«ولتاژ و جریان هم‌فازند»
- ✓«توان راکتیو مدار صفر است»
- ✓«توان حقیقی ماکزیمم است»
- ✓«امپدانس، حقیقی است»
- ✓«ضریب توان ($\cos\varphi$) ماکزیمم است»

توان در حالت دائمی سینوسی



به تشابه «مثلث امپدانس» و «مثلث توان» توجه کنید!

$S^{(VA)} = P^{(w)} + jQ^{(VAR)}$

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} V I^* \\ P = \frac{1}{2} R|I|^2 = \frac{1}{2} G|V|^2 = \frac{1}{2}|V|.|I|\cos\varphi \\ Q = \frac{1}{2}\chi|I|^2 = -\frac{1}{2} B|V|^2 = \ = \frac{1}{2}|V|.|I|\sin\varphi \end{cases}$$

V و I ولتاژ و جریان دوسرِ مقاومت هستند:

V و I ولتاژ و جریان دوسرِ راکتانس هستند:

نکات مهم توان:

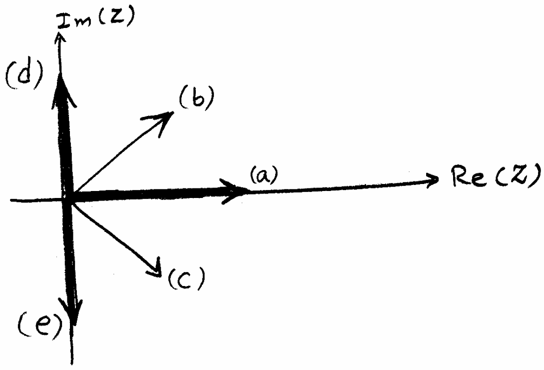
۱) در فرمول‌های فوق، V و I برحسب **مقدار ماکزیمم** هستند. اگر V و I برحسب **مقدار مؤثر** بودند، ضرایب $\frac{1}{2}$ حذف می‌شود.

۲) اندازه توان مختلط، $|S|$، را **توان ظاهری** می‌نامیم.

۳) زاویه امپدانس و زاویه توان مختلط با هم برابرند:

$$\angle Z = \measuredangle S$$

نکته : ۴) برحسب محل قرار گرفتن بردار امپدانس، **5 نوع بار** خواهیم داشت:



«بار مقاومتی خالص»	(a) $\varphi = 0$	$\Rightarrow$ $P > 0$,	$Q = 0$
«بار مقاومتی ـ سلفی»	(b) $0 < \varphi < 90^\circ$	$\Rightarrow$ $P > 0$,	$Q > 0$
«بار مقاومتی ـ خازنی»	(c) $-90^\circ < \varphi < 0$	$\Rightarrow$ $P > 0$,	$Q < 0$
«بار سلفی خالص»	(d) $\varphi = 90^\circ$	$\Rightarrow$ $P = 0$,	$Q > 0$
«بار خازنی خالص»	(e) $\varphi = -90^\circ$	$\Rightarrow$ $P = 0$,	$Q < 0$

ضریب توان: $P.F. = \cos\varphi$

توان و قضیه جمع آثار:

قضیه جمع آثار برای توان لحظه‌ای برقرار نیست

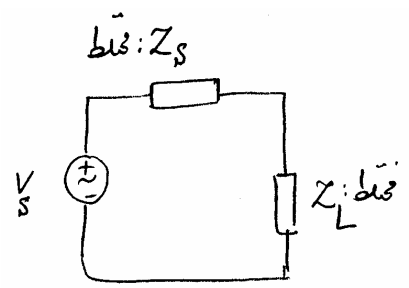
نکته : جمع آثار به دو شرط می‌تواند برای توان **متوسط** برقرار باشد:

۱) فرکانس منابع ورودی **متفاوت** باشد.

۲) مدارد در **حالت دائمی** باشد.

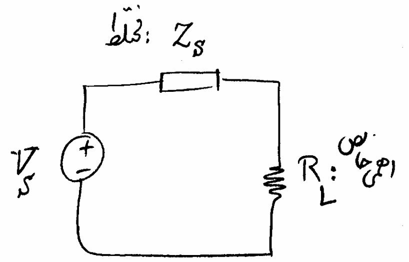
قضیه انتقال توان ماکزیمم:

حالت اول:



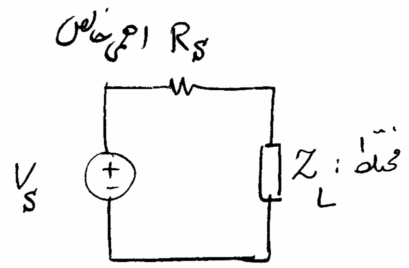
$$\Rightarrow \quad Z_L = Z_S^*$$

حالت دوم:



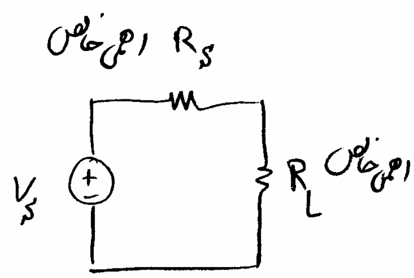
$$\Rightarrow \quad R_L = |Z_s| = \sqrt{R_s^2 + \chi_s^2}$$

حالت سوم:



$$\Rightarrow \quad \begin{cases} \chi_L = 0 \\ R_L = R_s \end{cases}$$

حالت چهارم:



$$\Rightarrow \quad R_L = R_s$$

فصل ششم

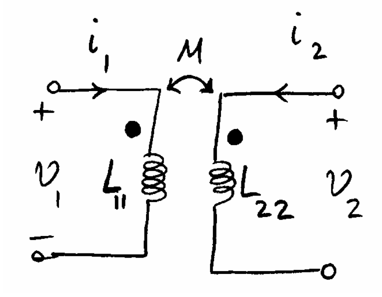
مدارهای تزویج شده

قانون القای فارادی:

تعداد دورهای سیم‌پیچ   شار گذرنده از هادی

نیروی محرکهٔ القایی $\rightarrow E = \dfrac{-Nd\phi}{dt} \qquad \left(\dfrac{Wb}{S} = V\right)$

سلفهای تزویج شده



$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M \\ M & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M \\ M & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {di_1}/{dt} \\ {di_2}/{dt} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & M \\ M & L_{22} \end{bmatrix} \qquad , \qquad \Gamma = L^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{L_{22}}{\det(L)} & \dfrac{-M}{\det(L)} \\ \dfrac{-M}{\det(L)} & \dfrac{L_{11}}{\det(L)} \end{bmatrix}$$

علامت ضریب القای متقابل M :

✓بیان اول:
- M **مثبت** است اگر و فقط اگر جریانها به سرهای **همسان** وارد شوند.
- M **منفی** است اگر و فقط اگر جریانها به سرهای **ناهمسان** وارد شوند.

✓بیان دوم:
- M **مثبت** است اگر شار گذرنده از دو سلف اثر **تقویت کنندگی** داشته باشد(هم جهت باشد)
- M **منفی** است اگر شار گذرنده از دو سلف اثر **تضعیف کنندگی** داشته باشد(در خلاف جهت یکدیگر باشند)

ضریب تزویج K : معیاری برای سنجشِ درجهٔ تزویجِ دو سلف:

$$K=\frac{|M|}{\sqrt{L_1L_2}}=\frac{|X_M|}{\sqrt{X_{L1}\quad X_{L2}}}=\frac{\varphi_{12}}{\varphi_1}=\frac{\varphi_{21}}{\varphi_2}$$

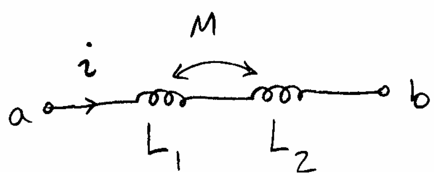
۱ ـ K نامنفی است و به جهتهای قراردادی جریان سلفها ربطی ندارد.

۲ ـ هر قدر سلفها نزدیکتر (دورتر) باشند، K به 1 (به صفر) نزدیکتر می‌شود.

۳ ـ برای سلفهای پسیو، $0\le k\le 1$ است.

اتصال سلفهای تزویج

اتصال سری:

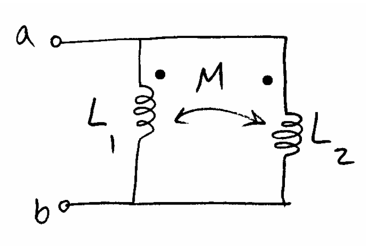


شارهای ایجاد شده هم جهت باشند ($M>0$ باشد)

$$\Rightarrow \quad L_{ab}=L_1+L_2\pm 2|M|$$

شارهای ایجاد شده در خلاف جهت یکدیگر باشند($M<0$ باشد)

اتصال موازی:



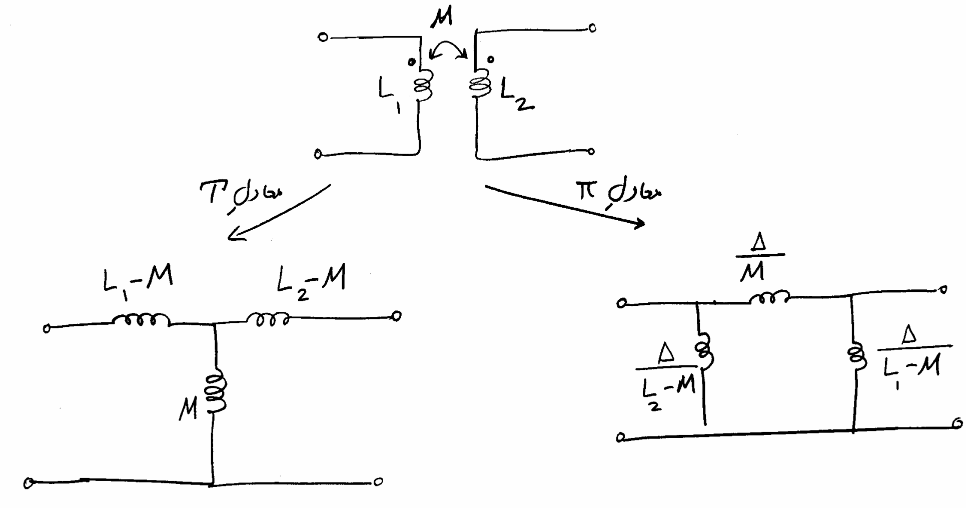
$$\Rightarrow L_{ab}=\frac{L_1+L_2-2|M|}{L_1L_2\mp 2|M|^2}$$

- (+) شارهای ایجاد شده در خلاف جهت هم باشند یا نقاط به‌طورضربدری قرار گرفته باشند. ($M<0$ باشد)
- (-) شارهای ایجاد شده هم جهت با هم باشند یا نقاط هم راستای هم باشند. ($M>0$ باشد)

نکته :

$$\begin{cases}\text{if}\quad \det(L)>0 \;\Rightarrow \text{مختلف العلامه} \qquad M \text{ و } \Gamma_{12}\\ \text{if}\quad \det(L)<0 \;\Rightarrow \text{هم علامت هستند} \qquad M \text{ و } \Gamma_{21}\end{cases}$$

مدارهای معادل سلفهای تزویج : $\left(\Delta = \det(L)\right)$



انرژی ذخیره شده در سلفهای تزویج :

$$W = \frac{1}{2}\ I' \quad L \quad I$$

سلفها جریان بردار ترانهادهٔ

انرژی ذخیره شده در دو سلف:

$$W = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

ای‌نقطه قرارداد به توجه با منفی یا مثبت

فصل هفتم

تبدیل لاپلاس

قرارداد:

۱-برخلاف درس سیگنال و سیستم که با تبدیل لاپلاس **دو طرفه** کار می کنیم ، در درس مدارالکتریکی از تبدیل لاپلاس **یکطرفه** استفاده می‌شود و لذا در اینجا روی ناحیهٔ همگراییِ (ROC) تبدیل لاپلاس بحث نمی‌کنیم.

۲-بطور ضمنی فرض می‌کنیم تمام توابع مورد نظر ما تبدیل لاپلاس دارند.

خواص تبدیل لاپلاس:

۱ ـ یکتایی (بدون شرح!)

۲ـ خطی بودن (بدون شرح!)

۳ـ مشتقگیری:

$$f'(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} s^2\, F(s) - f\left(0^-\right)$$

$$f''(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} s^2\, F(s) - sf\left(0^-\right) - f'\left(0^-\right)$$

$$f^{(n)}(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} s^n\, F(s) - s^{n-1} f\left(0^-\right) - s^n - 2f'\left(0^-\right) - \dots - f^{(n-1)}\left(0^-\right)$$

۴ـ انتگرالگیری:

$$\int_{0^-}^{t} f(\tau)\, d\tau \xleftrightarrow{\mathscr{L}} \frac{1}{s} F(s)$$

دقت

۵ ـ شیفت زمانی: (هم علامت!)

$$f(t-\tau) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} e^{-\tau s} F(s)$$

۶ـ شیفت فرکانسی (غیرهم علامت!)

$$e^{-at}f(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} f(s+a)$$

۷ـ تبدیل لاپلاس توابع متناوب:

ضابطهٔ f در یکی از تناوبهایش   دوره تناوبِ f

$$f(t)=\sum f_1(t-KT) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} \underbrace{\frac{1}{1-e^{-TS}}}F_1(s)$$

اگر این جمله را دیدید، بلافاصله یاد تناوب بیفتید!

کانوالو

۸ـ
$$f(t)*g(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} F(s).G(s)$$

۹ـ
$$f(t).g(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} F(s)*G(s)$$

تبدیل لاپلاسِ توابع مهم:

$$\delta(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} 1$$

$$\delta^{(n)}(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} S^n$$

$$u(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} \frac{1}{s}$$

$$t\,u(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} \frac{1}{s^2}$$

$$t^n\,u(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} \frac{n!}{s^n+1}$$

$$e^{-at}\,u(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} \frac{1}{s+a}$$

$$t^n e^{-at}\,u(t) \xleftrightarrow{\mathscr{L}} \frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$$

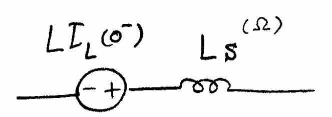
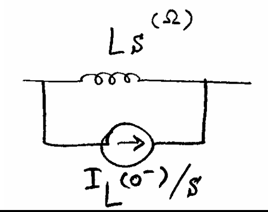
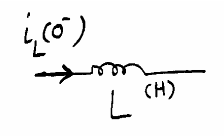
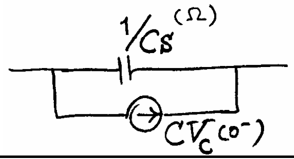
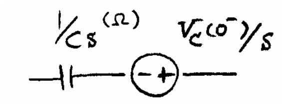
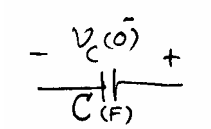
$$(\text{فرد})\quad \sin\beta t.u(t) \leftrightarrow \frac{\beta}{s^2+\beta^2}\quad (\text{زوج})$$

$$(\text{زوج})\quad \cos\beta t.u(t) \leftrightarrow \frac{\beta}{s^2+\beta^2}\quad (\text{فرد})$$

تحلیل مدارهای الکتریکی LTI با تبدیل لاپلاس:

با استفاده از این روش، با یک بار تحلیل مدار، **پاسخ کامل** مدار را بدست می‌آوریم.

روش کارـ به کمک جدول زیر، مدار را به حوزهٔ لاپلاس انتقال بدهید. حال با روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی، **مدار مقاومتیِ** حاصله را تحلیل کنید. در نهایت از پاسخ بدست آمده، لاپلاس معکوس بگیرید.

حوزهٔ لاپلاس (شکل دوم)	حوزهٔ لاپلاس (شکل اول)	حوزهٔ زمان
		
		
		
منبع مستقل با ضابطهٔ $F(s)$	منبع مستقل با ضابطهٔ $F(s)$	منبع مستقل با ضابطهٔ $f(t)$

تابع شبکه:

تابع شبکهٔ $H(s) = \dfrac{\text{لاپلاس پاسخ حالت صفر}}{\text{لاپلاس ورودی}}$

لاپلاس پاسخ ضربهٔ $h(t)$ = تابع شبکهٔ $H(s)$

توابع شبکه و حالت دایمی سینوسی:

در حالت **خاصی** که ورودی مدار تابعی سینوسی باشد، و تمام قطبهای تابع شبکهٔ $H(s)$ در نیم صفحهٔ چپ باشند، ثابت می‌شود که:

پاسخ حالت ماندگار سینوسی ≈ پاسخ حالت صفرِ ناشی از ورودی سینوسی

نتیجه: برای تعیین تابع شبکه، می‌توان بصورت زیر عمل کرد:

$$H(s)\Big|_{s=j\omega} = \frac{\text{فازور خروجی}}{\text{فازور ورودی}}$$

نکته : اگر در سؤالی پاسخ کامل به‌ازای یک **ورودی خاص**، تحت یک **شرایط اولیهٔ معین** معلوم بود، پاسخ کامل **به ازای هر ورودی دیگر** (ولی تحت همان شرایط اولیه) نیز قابل محاسبه است:

$$\mathscr{L}\{\text{پاسخ کامل}\} = \mathscr{L}\{\text{پاسخ حالت صفر}\} + \mathscr{L}\{\text{پاسخ ورودی صفر}\}$$

پاسخ فرکانس:

برای محاسبهٔ پاسخ فرکانسی یک شبکه، کافیست **به ازای کلیهٔ فرکانسها**، پاسخ حالت ماندگار سینوسی آن شبکه را بیابیم:

$$X_m \cos(\omega t+\varphi) \rightarrow \boxed{LTI} \rightarrow y_m \cos(\omega t+\theta)$$

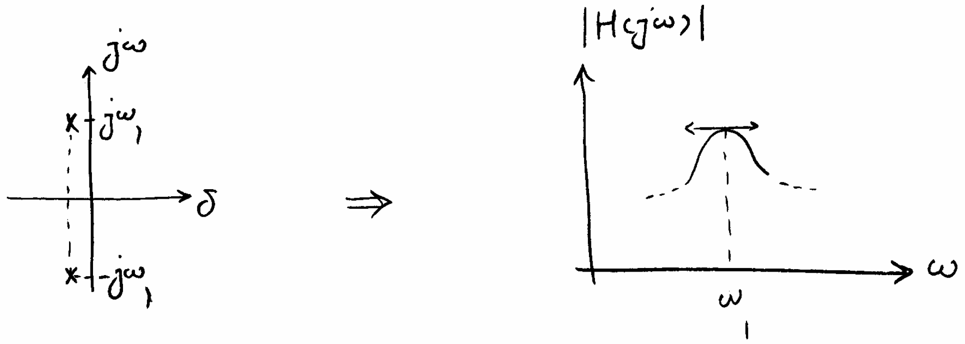
$$H(j\omega) = \text{پاسخ فرکانسی} = \frac{\text{فازور خروجی}}{\text{فازور ورودی}} = \frac{y_m \measuredangle \theta}{x_m \measuredangle \varphi}$$

به عبارت ساده‌تر، **پاسخ فرکانسی**، همان تابع شبکه ایست که در آن بجای s، $j\omega$ جاگذاری شده است:

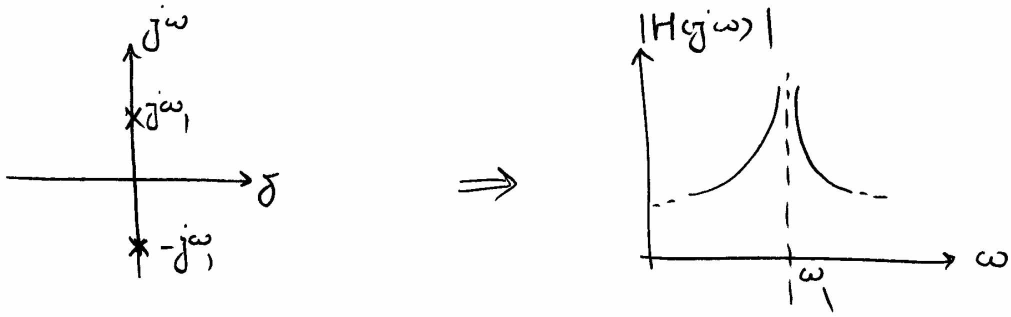
$$H(jw) = H(s)\Big|_{s=j\omega}$$

قطبها، صفرها و پاسخ فرکانسی

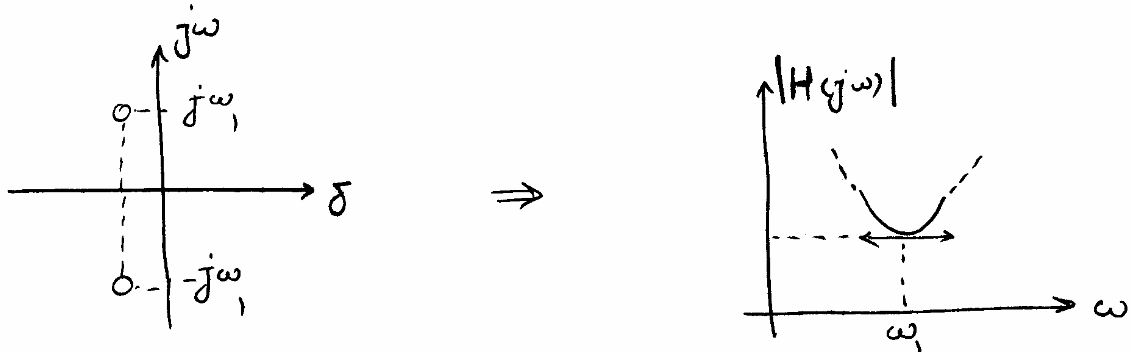
۱ـ اگر در نزدیکی محور $j\omega$ قطبی قرار داشت، در فرکانس نزدیک به آن قطب، یک ماکزیمم نسبی، روی نمودار $|H(j\omega)|$ بوجود می‌آید:



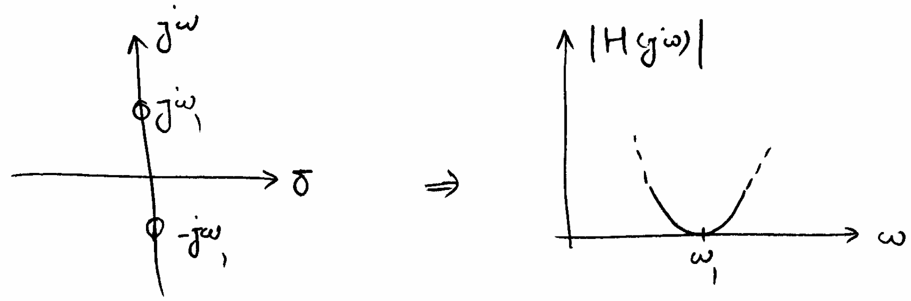
۲ـ اگر روی محور $j\omega$ قطبی قرار داشت، در فرکانسِ آن قطب، نمودار $|H(j\omega)|$ دارای مجانب قایم می‌شود:



۳ـ اگر در نزدیکی محور $j\omega$ ، صفر وجود داشت، در فرکانسِ آن صفر، نمودار $|H(j\omega)|$ دارای یک مینیمم نسبی می‌شود:



۴ـ اگر روی محور $j\omega$ صفری قرار داشت، در فرکانس آن صفر، نمودار $|H(j\omega)|$ دارای صفر خواهد بود:



۵ـ در صورتیکه تعداد صفر و قطبهای کراندار تابع شبکه برابر بود، $|H(j\omega)|$ به مقداری ثابت همگرا می‌شود.

فصل هشتم

فرکانس‌های طبیعی

فرکانس طبیعی متغیرِ x : چنانچه برای شرایط اولیهٔ معینی، پاسخ ورودی صفرِ x، جمله‌ای مانند $k_1e^{s_1t}$ را شامل بشود، s_1 **یک فرکانس طبیعی متغیر x است.**

مرتبهٔ فرکانس طبیعیِ متغیرِ x : تعداد جملاتی از **پاسخ حالت صفر x** که شامل جملهٔ e^{s_1t} بوده و بطور خطی از هم مستقل باشند:

$$\upsilon(t) = 4e^{-2t} + te^{-2t} - 3e^{-t} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = -1 & \text{« مرتبه یک »} \\ s_2 = -2 & \text{« مرتبه دو »} \end{cases}$$

فرکانسهای طبیعی، تابع چه چیزهایی هستند؟

۱- توپولوژی مدار

۲- مقدار المانهای شبکه

روشهای تشخیص فرکانسهای طبیعی متغیر

۱- نوشتن معادله دیفرانسیل مینیمال متغیر x ‏ (F(D)x)

۲- استفاده از تبدیل لاپلاس (و محاسبهٔ معادله مشخصهٔ حاکم بر متغیر x)

۳- استفاده از مفهوم تابع تبدیل

محاسبهٔ فرکانسهای طبیعی به کمک تبدیل لاپلاس:

۱ـ صفر کردن منابع مستقل

۲ـ انتقال مدار به حوزهٔ لاپلاس (بدون درنظر گرفتن شرایط اولیه)

۳ـ تحلیل **مدار مقاومتی حاصله**، و یافتن معادله مشخصهٔ حاکم بر متغیر مورد نظر ((F(s)(x))

۴ـ حل معادله مشخصهٔ (F = 0)، بمنظور محاسبهٔ فرکانسهای طبیعی متغیر مطلوب

نکته : از آنجایی که در جملهٔ $k_i e^{s_i t}$، ضریبِ ثابتِ k_i تابعی از شرایط اولیه است، این امکان وجود دارد که به ازای برخی **شرایط اولیهٔ خاص**، این ضریب k_i صفر گردد و در نتیجه فرکانس طبیعیِ متناظر با این ضریب، در خروجی ظاهر نگردد $\left(0\times e^{s_i t}=0\right)$. برای یافتن این **شرایط اولیهٔ خاص**، کافیست هنگام انتقال مدار به حوزهٔ لاپلاس، شرایط اولیهٔ سلف و خازنها را هم به حوزهٔ لاپلاس منتقل کنیم.

فرکانسهای طبیعی و تابع شبکه

روش دیگری که برای محاسبهٔ فرکانس‌های طبیعی متغیر x بکار می‌رود، استفاده از قطبهای تابع تبدیل $H(s)=\frac{X(s)}{Y(s)}$ می‌باشد. بدین منظور کافیست **پس از صفر کردن منابع مستقل**، قطبهای تابع تبدیل تابع تبدیل $H=\frac{X}{Y}$ را بیابیم.

فرکانسهای طبیعی یک شبکه = مجموعهٔ کلیهٔ فرکانسهای طبیعی کلیهٔ متغیرهای آن شبکه

برای محاسبهٔ فرکانسهای طبیعی **یک شبکه** (و نه یک متغیر شبکه!)، معمولاً از روشهای منظم تحلیل مدار استفاده می‌شود:

۱ـ روش منظم گره

۲ـ روش منظم مش

۳ـ روش منظم حلقه

۴ ـ روش منظم کات ست

روش کار هم بسیار ساده است!

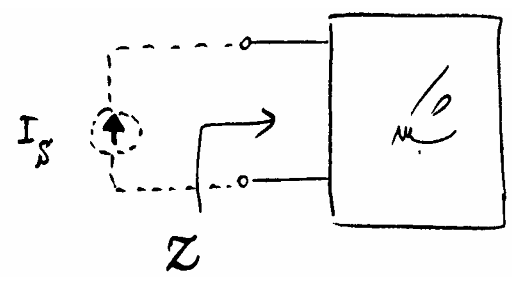
۱ ـ ماتریس شبکه را بیابید (مثلاً ماتریس ادمیتانس گره؛ ماتریس امپدانس مش و ...)

۲ـ ریشه‌های **غیر صفرِ** دترمینان این ماتریس، همان فرکانسهای **طبیعیِ غیر صفرِ شبکه** هستند.

نکته : علاوه بر روش فوق ، $\det(sI-A)$ نیز فرکانس‌های طبیعیِ غیر صفر شبکه را بدست می‌دهد.

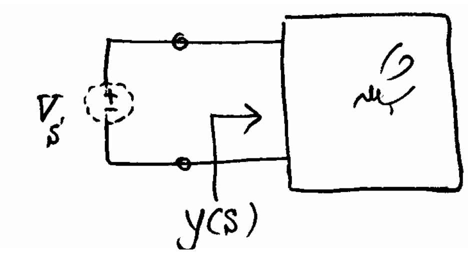
ماتریس حالت شبکه

فرکانسهای طبیعی مدار ـ باز: فرکانسهای طبیعی شبکهٔ مدارـ باز، همان قطبهایِ امپدانس ورودی شبکه می‌باشند:



قطبهای $Z(s)$ = فرکانسهای طبیعی شبکه $\Rightarrow$

فرکانسهای طبیعی اتصال ـ کوتاه: فرکانسهای طبیعیِ شبکهٔ اتصال ـ کوتاه، همان قطبهای ادمیتانس ورودی شبکه می‌باشند:

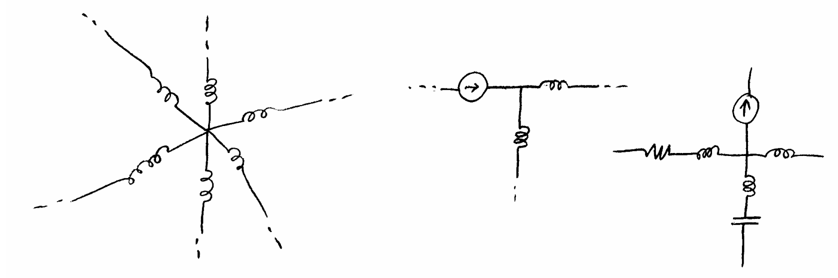


قطبهای $y(s)$ = فرکانسهای طبیعی شبکه $\Rightarrow$

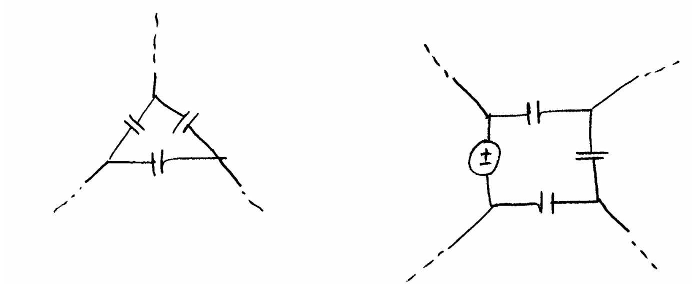
تعداد فرکانس‌های طبیعی یک شبکه برابر است با:

تعداد متغیرهای حالت وابسته ــ تعداد حلقه خازنی ــ تعداد کات‌ست سلفی ــ تعداد عناصر ذخیره کننده انرژی

مثال‌هایی از کات‌ست‌های سلفی:



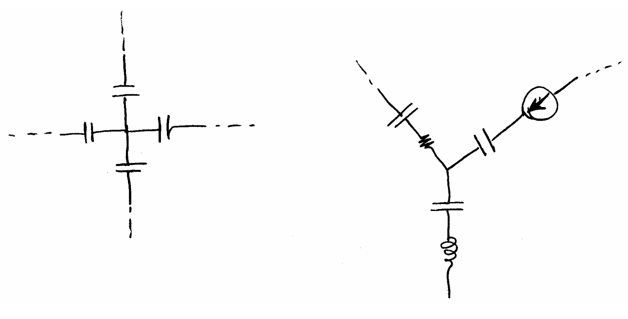
مثال‌هایی از حلقه‌های خازنی:



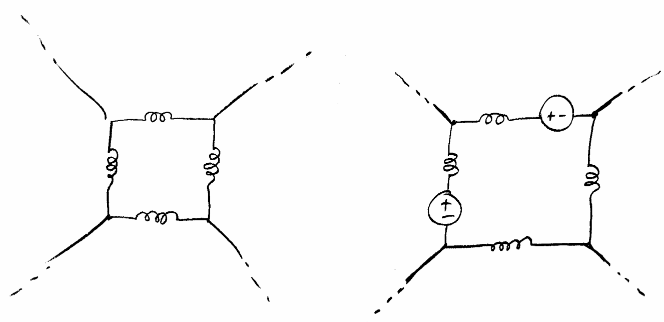
تعداد فرکانس‌های طبیعی صفر برابر است با:

تعداد حلقه سلفی + تعداد کات‌ست خازنی

مثال‌هایی از کات‌ست‌های خازنی:



مثال‌هایی از حلقه‌های سلفی:

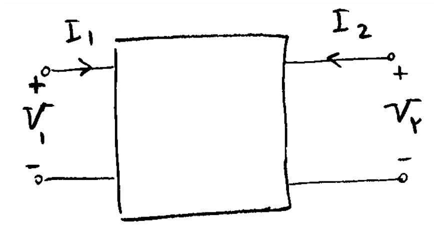


فصل نهم

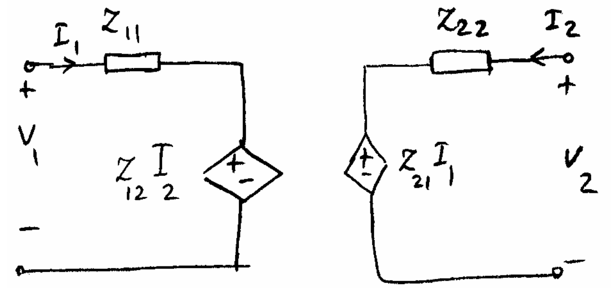
دوقطبی

مبحث ساده و خوش‌سئوالی است!

دوقطبی شکل زیر می‌تواند به روش‌های مختلفی توصیف شود.



۱ـ پارامترهای امپدانس Z**:**



پارامترهای Z همان ماتریس امپدانس حلقه هستند.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

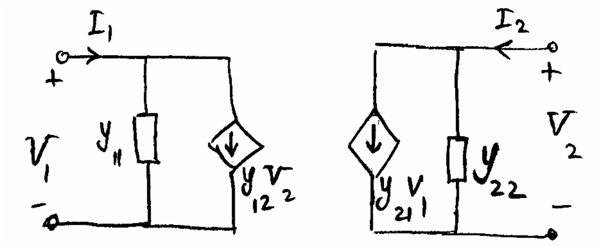
خوب حفظشان کنید!

$$\boxed{\begin{array}{ll} Z_{11} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} & Z_{12} = \left.\dfrac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} \\ \\ Z_{21} = \left.\dfrac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} & Z_{22} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} \end{array}}$$

۲ـ پارامترهای ادمیتانس y:

پارامترهای y همان ماتریس ادمیتانس گره هستند.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$



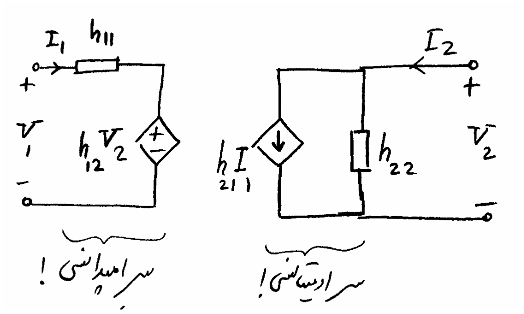
خوب حفظشان کنید!

$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} \qquad y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}$$

$$y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} \qquad y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$$

۳ـ پارامترهای هیبرید H:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$



خوب حفظشان کنید!

$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} \qquad h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} \qquad h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

۴ـ پارامترهای انتقال T:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

خوب حفظشان کنید!

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} \qquad B = \left.\frac{-V_1}{I_2}\right|_{V_2=0}$$

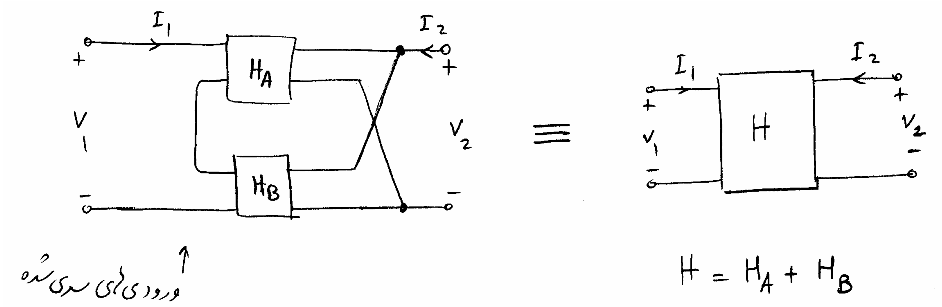
$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} \qquad D = \left.\frac{-I_1}{I_2}\right|_{V_2=0}$$

به هم‌بستن دوقطبی:

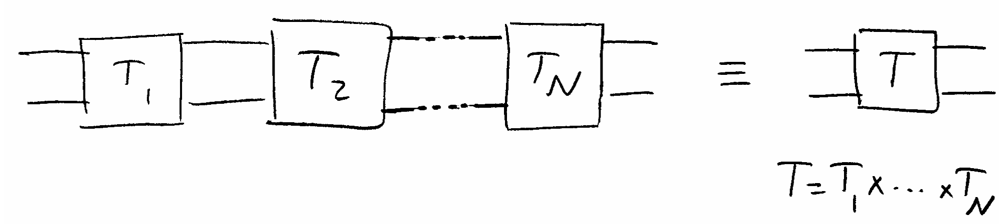
۱. اگر دوقطبی‌ها با هم **سری** شده بودند، **پارامترهای Z** آنها، نظیر به نظیر با هم جمع می‌شوند.

۲. اگر دوقطبی‌ها با هم **موازی** شده بودند، **پارامترهای y** آنها، نظیر به نظیر با هم جمع می‌شوند.

۳. اگر دوقطبی‌ها به صورت «ورودی سری ـ خروجی موازی» بسته شده بودند (شکل زیر)، پارامترهایِ H آنها نظیر به نظیر با هم جمع می‌شوند.



۴. اگر دوقطبی‌ها به صورت Tandem (پشت سر هم[1]) بسته شده بود، پارامترهای T آنها در هر ضرب می‌شوند:



دوقطبی متقابل:

دوقطبی که شرط زیر در آن برقرار است:

$$\boxed{Z_{12} = Z_{21}} \quad \text{or} \quad \boxed{y_{12} = y_{21}}$$

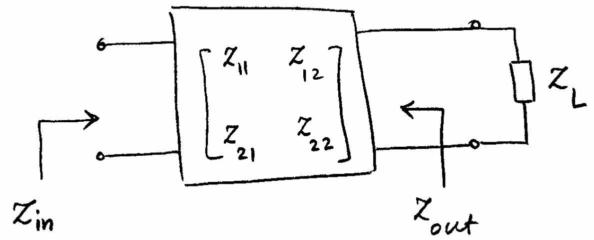
دوقطبی متقارن:

دوقطبی که شرط زیر در آن برقرار است:

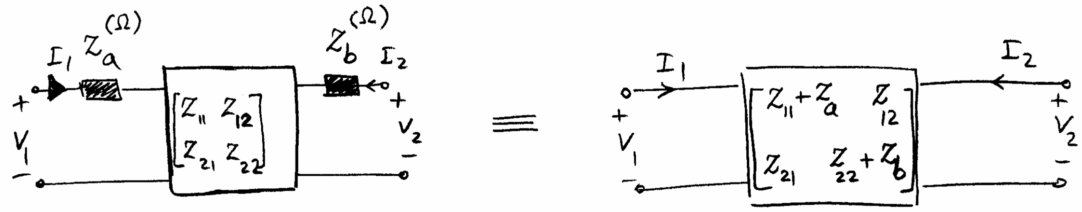
$$\boxed{Z_{11} = Z_{22}} \quad \text{or} \quad \boxed{y_{11} = y_{22}}$$

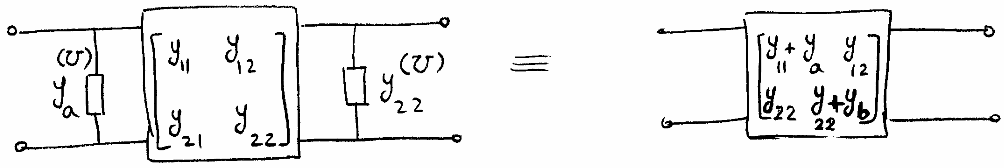
۱ـ Tandem را با سری قاطی نکنید!

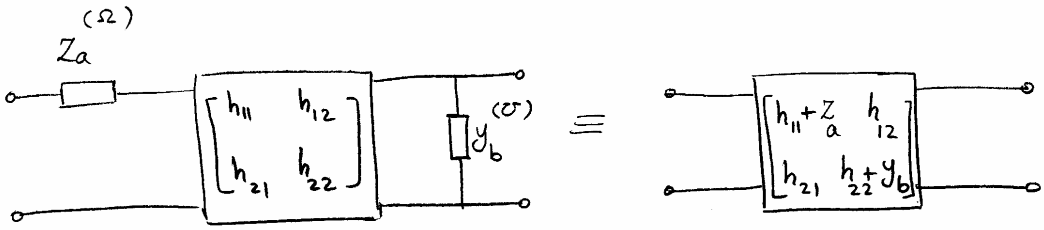
شبکه‌های معروف:

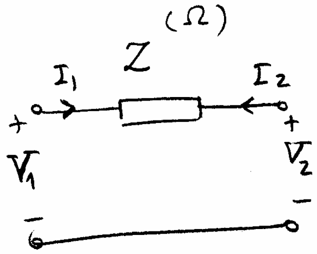


$$\Rightarrow \begin{cases} Z_{in} = Z_{11} - \dfrac{Z_{12}\,Z_{21}}{Z_{22}+Z_L} \\ Z_{out} = Z_{22} - \dfrac{Z_{12}\,Z_{21}}{Z_{11}} \end{cases}$$

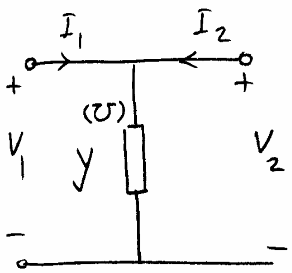






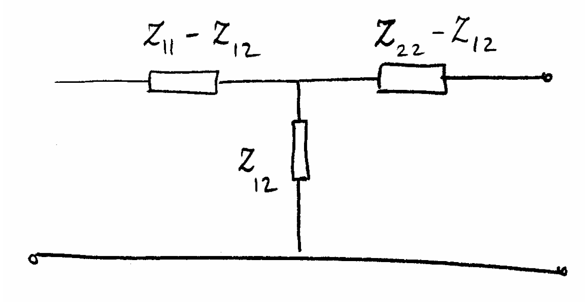


$$\Rightarrow \; T = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

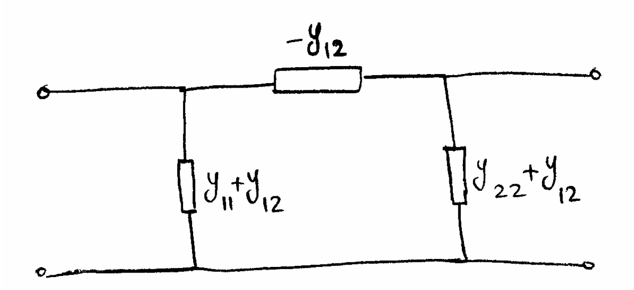


$$\Rightarrow \; T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix}$$

نکته : هر دوقطبی **متقابلی** را می‌توان به صورت T یا π مدل کرد:



و



فصل دهم

قضایای شبکه

و اما فصل آخر؛ یعنی قضایای شبکه که اکثر مواقع ازش سوال هست؛ آدم‌ها در برابر سوال‌های این بخش دو جورن! یا نمی‌توان کاری بکنن! یا اینکه مثل آب خوردن … .

قضیه‌های شبکه پنج تا هستند:

۱- قضیه جمع آثار
۲- قضیه شبکه‌های معادل تونن نورتن
۳- قضیه جانشینی

که این سه تای اول هم خیلی ساده‌اند و هم خیلی تکراری و توضیحات کتاب هم کافی و هم گویا هستند و اما ۲ تا قضیه آخر:

۴- قضیه هم پاسخی
۵- قضیه تلگان

قضیه هم پاسخی به یک زبان ساده چنین می‌گوید که در یک شبکه‌ی هم پاسخ[1] می‌شود جای ورودی و خروجی را عوض کرد؛ فقط باید به نوع و محل ورودی و خروجی توجه کرد. به این ترتیب ۳ بیان برای هم پاسخی وجود داره که این بیان‌ها در کتاب (جلد دوم) موجوده، اما در اینجا با ادبیاتی جدید آنها را بررسی می‌کنیم:

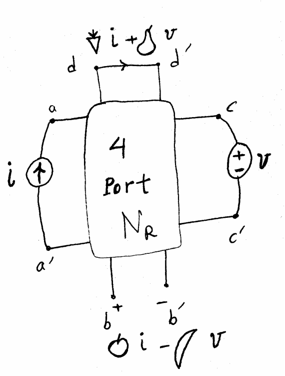
بیان اول: اگه "**این‌ور**" جریان i بدیم و "**اون‌ور**" ولتاژ V بگیریم، حالا اگه "**اون‌ور**" همون جریان i رو بدیم؛ "**این‌ور**" همون ولتاژ V رو می‌گیریم.

[1] شبکه‌ای هم پاسخ است که خطی بوده و شامل منابع وابسته و نابسته و شرایط اولیه و ژیراتور نباشد. (یعنی اگر این شرایط برقرار باشند؛ شبکه هم پاسخ است و اگر این شرایط برقرار نباشند؛ ممکنه هم پاسخ باشه یا نباشه!)

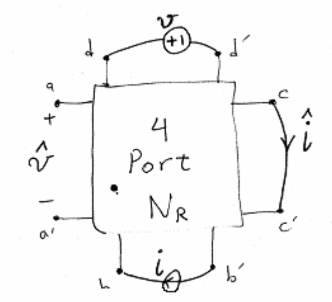
در یه چهار قطبی داریم:

ورودی‌ها در سرهای aa' و cc' اعمال می‌شوند و خروجی‌ها در سری‌های bb' و dd' گرفته می‌شوند.

در ضمن هویج و گلابی و سیب و موز ضرایب حقیقی هستند.



حال اگر محل ورودی‌ها را عوض کنیم و به سری‌های bb' و dd' منتقل کنیم (مطابق شکل)؛ آنگاه خروجی‌ها $\hat{V}_{aa'}$ و $\hat{i}_{cc'}$ چه می‌شود؟



با توجه به بیان‌های هم پاسخی پیداست که:

$$\hat{V} = \underbrace{\ \ }_{\text{بیان اول}} i + \underbrace{\ \ }_{\text{بیان سوم}} V$$

$$\hat{i} = \underbrace{\ \ }_{\text{بیان دوم}} V + \underbrace{\ \ }_{\text{بیان سوم}} i$$

(خواهش می‌کنم که لختی تامل کنید و بیاندیشید و روی این مساله قدری وقت بگذارید، قول می‌دهد که پشیمان نمی‌شوید! ☺)

و اما سرانجام قضیه‌ی تلگان:

جناب آقای تلگان می‌فرماید که در یک شبکه‌ی هم پاسخ؛ چنانچه شبکه را دوبار روشن کنیم و مقادیر قدیم و جدیدی برای ولتاژها و جریان‌ها بدست آوریم؛ رابطه‌ی جالب زیر همواره برقرار است:

$$v_1\hat{i}_1 + v_2\hat{i}_2 + v_3\hat{i}_3 + \cdots = \hat{v}_1 i_1 + \hat{v}_2 i_2 + \hat{v}_3 i_3 + \cdots$$

قدیم جدید   قدیم جدید   قدیم جدید $+\cdots=$ جدید قدیم   جدید قدیم   جدید قدیم $+\cdots$

و تو چه می‌دانی که چه برکات زیادی در این رابطه‌ی تلگان نهفته است.

یه پیشنهاد: در مثال خوشمزه قبلی سری‌های aa' و bb' و dd' را در نظر بگیرید (بی‌خیال قطب cc' شوید) و با تلگان $\hat{V}_{aa'}$ را پیدا کنید:

$$v_1\hat{i}_1 + v_2\hat{i}_2 + v_4\hat{i}_4 = \hat{v}_1 i_1 + \hat{v}_2 i_2 + \hat{v}_4 i_4$$

$$0 + \ \ i\cancel{i} + 0 = \hat{V}\cancel{i} + 0 + V\left(-\ \ \cancel{i}\right)$$

$$\hat{V} = \ \ i + \ \ V$$

که همان جوابی شد که با قضیه هم پاسخی بدست آمد و این بسیار شیرین است! ☺

و برای بدست آوردن $\widehat{i}$؛ این بار بی‌خیال قطب aa' شوید و برای سری‌های bb' و cc' و dd' رابطه‌ی قشنگ تلگان را بنویسید؛ تا به پاسخ زیر برسید:

$$v_2\widehat{i}_2 + v_3\widehat{i}_3 + v_4\widehat{i}_4 = \widehat{v}_2 i_2 + \widehat{v}_3 i_3 + \widehat{v}_4 i_4$$

$$- \quad \cancel{v}\, i + \cancel{v}\left(-\widehat{i}\right) + 0 = 0 + 0 + \cancel{v}\left(- \quad v\right)$$

$$\widehat{i} = - \quad i + \quad V$$

و در نتیجه:

که همان نتیجه‌ی قبلی است.

دوستان بهتر از گل‌ام؛

پیشنهاد می‌کنم در این فرصت طلایی باقیمانده، تا می‌توانید مساله و تمرین و تست حل کنین تا ایشاا... روز کنکور، گل طلایی رو بزنین و همه رو خوشحال کنین! ...

مراجعی که در تهیه این خلاصه از آنها استفاده شده است، عبارتند از:

۱ـ مدارهای الکتریکی ۱ و ۲ دکتر عبدالعالی، مهندس واثقی ـ انتشارات پارسه
۲ـ مدارهای الکتریکی ۱ و ۲ مهندس مصطفی تقوی کنی ـ انتشارات آزاده