بسمه تعالی

دانشگاه آزاد اسلامی واحد تاکستان

دانشکده مهندسی مکانیک

توربوماشین ها

مدرس: مهندس امیرکریمی

v سرفصل دروس

- کلیات و کاربرد قوانین پایه در توربوماشین ها.....6
- آنالیز ابعادی در توربوماشین ها.....28
- تئوری پره ها.....41
- آنالیز دوبعدی کمپرسورهای محوری.....52

بسمه تعالی

تاریخچه

اگر چه کتب و منابع عمدتاً اختراع چرخ آبی (اولین توربو ماشین) را به یونانیها نسبت می دهند ، اما بر اساس تحقیقات اخیر (تاریخ علم در ایران (دکتر فرشاد) ، اولین چرخهای آبی در ایران باستان ساخته و برای آسیاب از رودخانه (رودخانه های شوشتر) استفاده می شده است .

این ماشینها از بهترین ابزار صنعت بوده و بعنوان نیرو محرکه و موتور تحولات صنعتی در جامعه ی جدید بشری تلقی می شوند . نقش این ماشین ها در پروازهای سطحی و فضایی باعث شده است که بعد از جنگ جهانی دوم ، پیشرفت های چشمگیری در مطالعه و طراحی آنها صورت گیرد .

- کلیه پیشرفت های عمده در تکمیل و استفاده وسیع از این ماشینها در قرن 19 و 20 میلادی صورت گرفته است .

اختراع این نوع ماشین ها در زمانهای گذشته بیانگر اهمیت آنها در زندگی انسان است و توجه به این بخش از علم و تکنولوژی خصوصاً در کشوری نظیر ایران که از منابع عظیم آب برخوردار بوده و مناطق باد خیز فراوان دارد می تواند بسیار با اهمیت باشد .

"کلیات و کاربرد قوانین پایه در توربو ماشین ها"

- تعریف توربو ماشین :

کلمه توربو (turbo) یا توربینیس (turbines) کلمه ای لاتین به معنای چرخش ، چرخاندن بوده و به اجسام گردنده اتلاق می شود . (Spin or whirl)

توربو ماشین ⇐ ماشینهای دوار یا گردنده

√ کلیه ی ماشینهایی که از طریق دوران محور خود به جریان مداوم سیال ، انرژی داده و یا از سیال انرژی دریافت می کنند و نیز عامل انتقال قدرت (انرژی) ، دوران مجموعه پره ها حول محور ماشین است، توربو ماشین نامیده می شوند .

دلیل تاکید روی عامل انتقال قدرت این است که بطور مثال ، پمپهای دنده ای (Gear pumps) از طریق گردش محور به سیال انرژی می دهند ولی جزو توربو ماشینها به حساب نمی آیند .

عملی که در پمپهای دنده ای انجام می شود بیشتر به کار پمپهای رفت و برگشتی (reciprocating machines) شبیه است تا توربو ماشین ها .

الف) در توربو ماشینها عامل انتقال انرژی بین سیال و ماشین ، حرکت دورانی محور است .

در حالیکه در پمپهای (ماشینهای) رفت و برگشتی تغییر مکان خطی (Positive displacement) پیستون عامل انتقال انرژی است .

در پمپهای دنده ای نیز عامل انتقال انرژی ، انتقال سیال از یک محل به محل دیگر است و دوران محور به خودی خود نقشی ندارد .

ب) در توربو ماشینها ، جریان مداوم سیال وجود داشته اما در ماشینهای رفت و برگشتی جریان سیال مداوم نیست . (سیال بصورت بسته در طول ماشین حرکت می کند)

تعریف بیان شده توربو ماشین بسیار کلی بوده و شامل مجموعه بزرگی از ماشینهای تبدیل انرژی است.

این ماشین ها کاربردهای صنعتی ، کشاورزی و خدماتی فراوانی دارند و شامل انواع پروانه ها (Blowers) ، آسیابهای بادی (Wind mills) ، چرخ آبی ، فنهای مختلف (Fans) ، انواع پمپها ، کمپرسورها ، توربینهای هیدرولیکی (توربین آبی) (Hydraulic Turbines) بخاری (gas Turbines) و بخاری (Steam turbines) می شوند .

توربو ماشینها برای اخذ انرژی سیال به منظور تولید برق ، گردش یک موتور ، انجام کار و غیره و یا انتقال انرژی به سیال به منظور بالا بردن فشار آن یا جابجایی آن مورد استفاده قرار می گیرند .

- **چهار نوع تقسیم بندی کلی در مورد توربو ماشینها انجام می گردد** :

1- بر اساس قرارگیری عضو دوار توربو در محفظه

بطوریکه سیال عامل نتواند به لبه های پره ها منتقل شود مقدار معینی از سیال در زمان مشخصی از درون عبور می کند .

بطوریکه خطوط جریان نمی توانند در اطراف لبه پروانه پراکنده شوند توربو ماشین روی مقدار نامشخصی از سیال اثر می کند .

آسیاب بادی - ژنراتور بادی - ملخ هواپیما

2- بر اساس نوع سیال مورد استفاده

تراکم پذیر (توربو ماشین هایی که با این جریان کار می کنند) – هوا – بخار – گازهای مختلف .

- چگالی سیال در طول در اثر تغییر فشار آن تغییر می کند . (توربو ماشینهای گرمایی)

تراکم ناپذیر آب – روغن – سوخت مایع و .....

- چگالی سیال در طول آنها ثابت می ماند (توربو ماشینهای هیدرولیکی – آبی)

3- بر اساس انتقال انرژی

انرژی به سیال می دهند کار توسط عضو دوار روی سیال انجام می گیرد . (جذب کننده قد پمپها – کمپرسورها – فن ها (work absorbing machines) فشار سیال یا هد (در مورد ماشینهای هیدرولیکی) یا آنتالپی (برای ماشینهای جریان تراکم پذیر) از ورودی تا خروجی افزایش می یابد.

از سیال انرژی می گیرند کار توسط سیال روی عضو دوار انجام می شود . (work delivering machines) فشار سیال یا هد (در مورد ماشینهای هیدرولیکی) یا آنتالپی (برای ماشینهای جریان تراکم پذیر) از ورودی تا خروجی کاهش می یابد .

4- بر اساس جهت حرکت سیال از میان عضو دوار توربو ماشین

الف) جریان محوری: اگر جریان کلاً محوری باشد بدون اینکه خطوط جریان شعاعی داشته باشد .

ب) جریان شعاعی (گریز از مرکز): اگر جریان کلاً یا Radial شعاعی باشد .

ج) ترکیبی در هر دو جهت جریان .

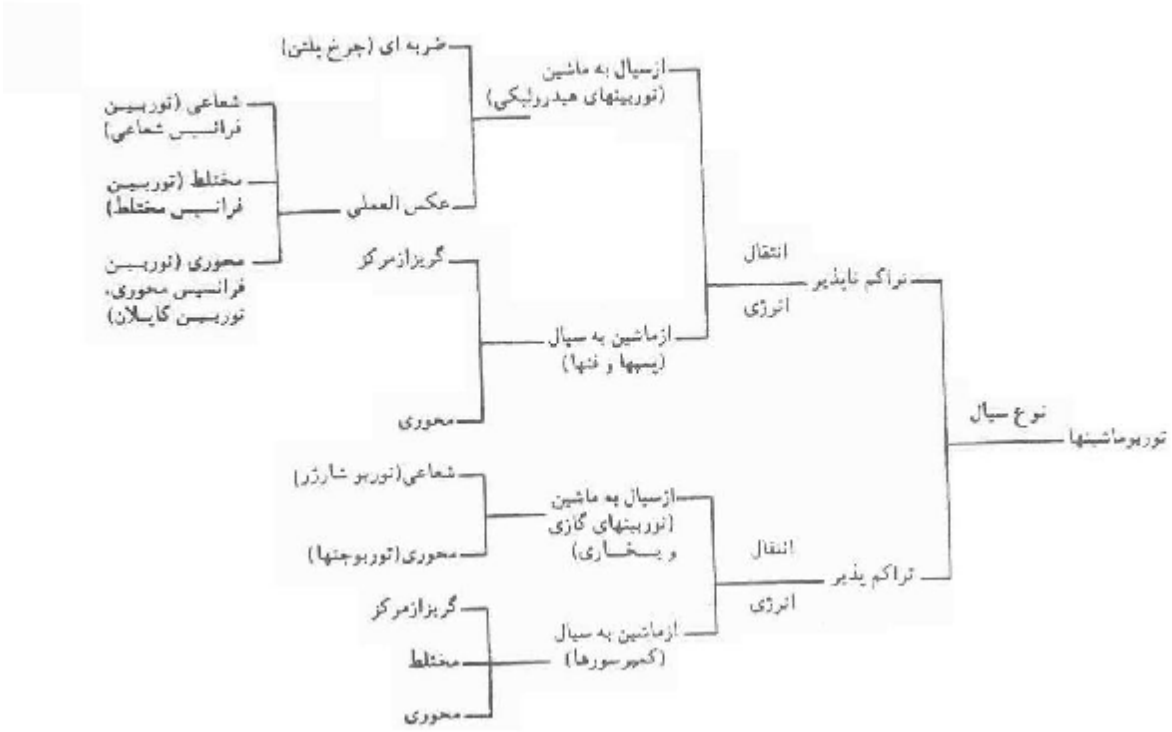
- جزء اصلی یک توربو ماشین ؛ روتور آن بوده که شامل یک سری پره (Blade or vane) به نام پره های متحرک است . (یک تورمو ماشین می تواند شامل یک یا چند ردیف روتور باشد) .

- معمولاً روتور توسط یک پوسته (shrouded) از محیط اطراف خود جدا شده ، سیال در فضای محدود بین روتور و پوسته حرکت می کند .

- جریان سیال در توربو ماشین می تواند بصورت برخورد جت به پره های متحرک باشد (توربو ماشین ضربه ای) impulse . مانند چرخ پلتون توربین ضربه ای و یا سیال در طول پره متحرک در یک سیستم بسته و توام با تغییر فشار جریان داشته باشد (توربو ماشین عکس العملی) reaction .

- طبیعی است توربو ماشین ها موارد استفاده بسیار متفاوت و مختلفی دارند و در نتیجه شکل پره ها و مسیر سیال با یکدیگر کاملاً متفاوت است و بسته به نحوه ی کار هر ماشین شکل خاص خود را دارد .

جدول تقسیم بندی توربو ماشینها :



- چند تعریف ساده از مدل های توربو ماشین :

الف) **توربین** : ماشینی است که با انبساط مداوم یک سیال جاری ، به فشار یا هد کمتر ، قدرت تولید می کند (قدرت خروجی معمولاً بر حسب kw است)

ب) **پمپ** : ماشینی است که فشار یا هد مایع liquid جاری را افزایش می دهد (بر حسب kpa یا متر بیان می گردد)

ج) **فن** : عنوانی است که برای ماشین هایی استفاده می شود که فقط افزایش فشار کمی را به جریان مداوم گاز می دهند ، معمولاً نسبت جرم مخصوص در ورود و خروج ماشین 1/05 است ، بطوریکه می توان گاز را غیر قابل تراکم فرض کرد . (افزایش بر حسب میلیمتر است)

د) **کمپرسور** : ماشینی است که افزایش فشار زیادی را به جریان مداوم گاز با نسبت جرم مخصوص بیش از 1/05 می دهد .

- تعریف انواع پمپ (توربو ماشینی که به سیال انرژی می دهد) به بیانی دیگر :

√ اگر توربو ماشین ، مایع (liquid) را پمپ کند آنرا pump می نامند .

√ اگر توربو ماشین ، گاز (gas) را پمپ کند ، بر مبنای افزایش فشار حاصل در گاز آن توربو ماشین را به سه وسیله مجزا تقسیم می کند :

1- افزایش فشار تا حدود 0/07 بار (bar) ← fan نامیده می شود . (تراکم ناپذیر)

2- افزایش فشار بین 0/07 تا 3 بار (bar) ← blower (پروانه کشتی) نامیده می شود . (تراکم پذیر)

3- افزایش فشار بالای فشار مطلق 3 بار (bar) ← کمپرسور نامگذاری می گردد .

$p_2 - p_1 = 3$ برابر $30 \approx 6$ به روایتی (تراکم پذیر)

√ مکانیزم انتقال انرژی بین روتور و سیال در کلیه ی توربو ماشینها یکسان است .

- حاصلضرب تغییرات هد یا فشار با دبی جرمی سیال (در ماشین) بیانگر انرژی جذب شده یا داده شده توسط تیغه های دوار است که روی یک محور قرار گرفته اند . انرژی انتقالی (در هر دو حالت) تحت تاثیر تغییر مختوم زاویه ای سیال است . بنابراین شکلهای مختلف توربو ماشین با تیغه ها و عضوهای دوار مختلف وجود دارند.

نحوه ی انتقال انرژی بین سیال و روتور ، معادلات حرکت و نحوه اعمال آن برای توربو ماشینها بخش عمده ای از مباحث این درس در ترم جاری را به خود اختصاص می دهد در روش به کار گرفته شده در این زمینه ، معادلات حرکت سیال بدون توجه به نوع توربو ماشین به طور جداگانه ای بررسی می شوند . بنابراین از روشهای کلی برای بررسی رفتار توربو ماشینها استفاده می شود .

بطور کلی سه روش عمده برای بررسی رفتار یک توربو ماشین وجود دارد :

1- بررسی نیروها و خطوط جریان سیال در طول توربو ماشین که با استفاده از آن ، روابط کلی بین هد ، دبی ، قدرت و ... بدست آمده و رفتار یک توربو ماشین مشخص می گردد .

2- استفاده از نتایج آزمایش است ؛ بدین ترتیب که اثرات هر متغیر در رفتار توربو ماشین را از طریق آزمایش تعیین و یا استفاده از نتایج آن ، روابط تجربی بین متغیرهای مختلف بدست می آید .

3- استفاده از تحلیل ابعادی : (آنالیز ابعادی) (اقتصادی ترین روش) متغیرهای مختلف مشخص در توربو ماشین را به نحوی و صرفاً از طریق ریاضی و فیزیک مسئله به هم ربط داده و از مجموعه پارامترهای بدست آمده و رابط کلی که بین این پارامترها برقرار است ، رفتار کلی توربو ماشین بررسی می شود . (به حداقل اطلاعات مورد طراحی نیاز دارد) (در مکانیک سیالات مورد بحث و بررسی قرار گرفته است) (جامع ترین رفتار کلی توربو ماشینها از این روش بدست می آید)

(برای توضیح رفتار و عملکرد توربو ماشین ، تعداد زیادی متغیر وارد عمل می شوند ، بمنظور کاهش متغیر به تعدادی گروه بی بعد قابل بررسی از این روش است) .

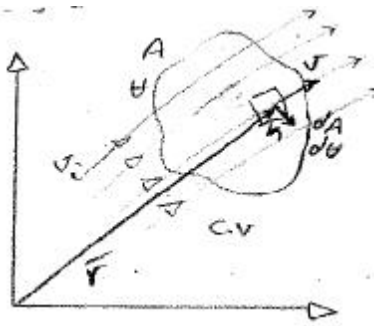
گروه متغیرهایی که نمایانگر بعضی از حالات فیزیکی هستند به گروههای بی بعد کوچکتر تبدیل می شوند .

معادلات جریان سیال :

اصولاً برای بررسی جریان سیال لازم است از اصول بقای جرم ، بقای ممنتوم ، بقای انرژی و قانون دوم ترمودینامیک استفاده کرد . همچنین روابط خاصی که بین خواص ترمودینامیکی سیال موجود است (مثل رابطه کار کامل) نیز باید استفاده شود .

رابطه کلی با توجه به مکانیک سیالات $\frac{dN}{dt}\int_{sys} = \frac{\partial}{\partial t}\oint_{cs} h r v \mathbf{r} \mathbf{r} dA + \frac{d}{dt}\oint_{cv} h r d\forall$

1- اصل بقای جرم (معادله پیوستگی) (بررسی حرکت سیال به طور کلی)



به شکل انتگرال ، در حالت کلی و برای یک حجم کنترل که در دستگاه مختصات ساکن و یا دستگاه مختصاتی که با سرعت خطی ثابت حرکت می کند ، بصورت زیر است :

(وقتی بتوان نرخ تولید جرم صفر فرض می شود $\frac{dM}{dt} = 0$ قانون بقای جرم برقرار است)

$N_{sys} = \int_{m(sys)} h dm = \int_{\forall(sys)} h r d\forall$

$$\frac{d}{dt}\int_{c.v} r\,d\forall + \oint_{c.s} r\bar{v}.\bar{n}dA = 0 = \frac{dm}{dt} \qquad (1\text{-}7)$$

$\frac{d}{dt}$ مشتق جزئی نسبت به زمان

$d\forall$ المان حجم کنترل

$\bar{V}$ بردار سرعت نسبت به حجم کنترل

$\bar{n}$ بردار واحد عمود بر سطح و به طرف خارج سطح

$d\forall$ المان سطح ورودی حجم کنترل

$$\begin{cases} N = M \\ h = 1 \end{cases}$$

- در صورت وجود جریان دائم (sssf) (تغییرات سرعت ، دبی و خواص سیال در هر نقطه نسبت به زمان صفر باشد) داریم :

(اگر جریان تراکم ناپذیر باشد p نیز حذف می شود)

$$\oint_{c.s} p\bar{v}.\bar{n}dA = 0 \qquad (1\text{-}8)$$

- در صورت یکنواخت (uniform) بودن جریان (سرعت و دیگر خواص سیال در هر مقطع یکنواخت بوده تابعی از سطح نباشد) ، داریم :

$$\sum r\bar{v}.\bar{n}A = 0 \qquad (1\text{-}9)$$

- همچنین اگر حجم کنترل دارای یک سطح با ورودی یکنواخت (i) و یک سطح با خروجی یکنواخت (e) باشد ؛ داریم :

مولفه ای عمود بر سطح حجم کنترل از سرعت نسبی و در جهت $r_i V_{ni} A_i = r_e V_{ne} A_e$

- اگر دبی جرمی ورودی را $\dot{m}$ بنامیم :

$$\dot{m} = r_i V_{ni} A_i = r_e V_{ne} A_e \qquad (1\text{-}10)$$

2- اصل بقای ممنتوم :

الف) ممنتوم خطی (قانون دوم نیوتن) $\frac{dp}{dt} = \mathbf{r} F_{ext}$

$$\frac{d}{dt}\int_{c.v} r\bar{v}d\forall + \oint_{c.s} r\bar{v}(\bar{v}.\bar{n})dA = \sum \bar{F} \qquad (1\text{-}11)$$

بطوریکه $\bar{F}$ بردار نیروی اعمال شده به حجم کنترل بوده و شامل نیروهای حجمی (مانند نیروی وزن) و نیروهای سطحی (مانند نیروی فشار و نیروی اصطکاک) می باشد .

$$= \frac{\dot{P}}{V} = \frac{N}{h}$$

√ در جریان دائم داریم :

$$\oint_{c.s} r\bar{v}(\bar{v}.\bar{n})dA = \sum \bar{F} \qquad (1\text{-}12)$$

√ در جریان یکنواخت داریم :

$$\sum r\bar{v}(\bar{v}.\bar{n})A = \sum \bar{F} \qquad (1\text{-}13)$$

√ نیروهای اعمال شده بر حجم کنترل شامل نیروی وزن $(\bar{w})$ نیروی فشار $(\bar{F}_S)$ و نیروی اصطکاکی $(\bar{F}_t)$ است :

$$r_e\bar{V}_eV_{ne}A_e - r_i\bar{V}_iV_{ni}A_i = \bar{W} + \bar{F}_s + \bar{F}_t$$

$$\dot{m}(\bar{V}_e - \bar{V}_i) = \bar{W} + \bar{F}_s + \bar{F}_t \qquad (1\text{-}14)$$

ب) اصل بقای ممنتوم (ممنتوم زاویه ای گردشی) ؛

(وقتی از یک اندازه حرکت حول یک نقطه همان بگیریم ، اندازه حرکت زاویه ای حاصل می گردد)

$$\frac{d}{dt}\int_{c.v} r\bar{r}\times\bar{V}d\forall + \oint_{c.s} r\bar{r}\times\bar{V}(\bar{v}.\bar{n})dA = \int \bar{r}\times d\bar{F} = \bar{T}ext \qquad (1\text{-}15)$$

بطوریکه $\bar{r}$ بردار فاصله بین مبدا مختصات تا هر نقطه مورد نظر است .

$\bar{T}ext$ برآیند گشتاورهای خارجی وارد بر یک بسته مدل یک نقطه با نفرات اندازه حرکت زاویه ای برابر است .

$$\bar{T}ext = \frac{d\dot{\mathbf{L}}}{dt} = \dot{\mathbf{L}} = N\,v.\mathbf{r} - n$$

√ در جریان دائم داریم :

$$\oint_{c.s} r\bar{r}\times\bar{v}(\bar{v}.\bar{n})dA=\int\bar{r}\times d\bar{F} \qquad (1\text{-}16)$$

√ در جریان یکنواخت داریم ؛

(و نیز $\bar{r}$ در روی سطح تغییر نکند)

$$\sum r\bar{r}\times\bar{v}(\bar{v}.\bar{n})A=\sum\bar{r}\times\bar{F} \qquad (1\text{-}17)$$

$$\bar{r}e\times\bar{v}ev_{ne}A_e-p_i-\bar{r}i\times\bar{v}iv_{ni}A_i=\bar{r}g\times\bar{w}+\bar{r}_s\times\bar{F}_s+\bar{r}_t\times\bar{F}_t$$

√ چنانچه بردار گشتاور کل اعمال شده بر حجم کنترل را $\bar{T}$ بنامیم ، آنگاه داریم :

$$\dot{m}(\bar{r}e\times\bar{v}e-\bar{r}i\times\bar{v}i)=\bar{T} \qquad (1\text{-}18)$$

3- اصل بقای انرژی : (قانون اول ترمودینامیک)

$$\frac{dE}{dt}\int_{sys}=\dot{Q}-\dot{W},h=e=h+\frac{v^2}{2}+93$$

رابطه کلی بقای انرژی برای یک سیستم باز در حالت کلی به شکل انتگرال بصورت زیر است :

$$\frac{d}{dt}\int_{c.v}(h+\frac{v^2}{2}+gz)rd\forall+\oint_{c.s}\left(h+\frac{v^2}{2}+gz\right)\times r\bar{v}.\bar{n}dA \qquad (1\text{-}19)$$
$$=\oint_{c.s}qdA-\dot{W}_S+\int_{c.v}\bar{F}.\bar{\forall}d\forall$$

با فرض یکنواخت و دائم بودن جریان داریم :

$$\sum r\,(h+\frac{v^2}{2}+gz)\bar{v}.\bar{n}A=\dot{Q}-\dot{W} \qquad (1\text{-}20)$$

اگر گرما از محیط به سیستم منتقل شود $\dot{Q}\rangle 0$

اگر حجم کنترل روی محیط کار انجام دهد $\dot{w}\rangle 0$

در صورتیکه حجم کنترل فقط شامل یک ورودی و یک خروجی باشد داریم :

$$\dot{m}\left[he-hi+\frac{V_e^2V_i^2}{2}+g(ze-zi)\right]=\dot{Q}-\dot{W} \qquad (1\text{-}21)$$

√ در یک فرآیند آدیاباتیک Q=0

√ در اکثر توربو ماشینها ، نرخ انتقال گرما به محیط نسبت به نرخ انتقال کار به محیط ناچیز بوده و با تقریب مناسب می توان تحول داخل توربو ماشین را آدیاباتیک فرض کرد .

√ در مورد گازها تغییرات انرژی پتانسیل با سایر انرژی ها قابل چشم پوشی است .

√ حتی در مورد مایعات ، در صورتیکه اختلاف ارتفاع بسیار زیاد نباشد ، می توان از تغییرات انرژی پتانسیل به راحتی صرف نظر کرد .

بنابراین داریم :

$$w_s = m\left[(he - hi) + \left(\frac{V_i^2 V_e^2}{2}\right)\right] \qquad (1\text{-}22)$$

برای بدست آوردن رابطه انرژی برای توربو ماشینهایی که با جریان تراکم ناپذیر کار می کنند ، می توان از روش زیر استفاده نمود :

(برای فرآیند آدیاباتیک معادله 1-20)

(1-23)

$$-dw = dh + vdv + gdz$$

$$h = u + \frac{p}{r} = u + pu$$

که در آن $w = \frac{w_s}{m}$

W شامل w $\begin{cases} w_s < 0 & w_s \\ w_s > 0 & w_t \end{cases}$

$$-dw = du + d\left(\frac{p}{r}\right) + vdv + gdz \qquad (1\text{-}24)$$

√ رابطه تکمیل شده برنولی است :

$$w = \frac{p_i - p_e}{r} + \frac{v_i^2 - v_e^2}{2} + g(zi - ze) \qquad (1\text{-}25)$$

√ رابطه برنولی (در صورتیکه حجم کنترل با محیط تبادل انرژی نداشته باشد w=0) :

$$w = \frac{p_e - p_i}{r} + \frac{v_e^2 - v_i^2}{2} + g(3_e - 3_i) = 0 \qquad (1\text{-}26)$$

(برای جریان تراکم ناپذیر صادق است) $\rightarrow p_0 = p + r\frac{v^2}{2}$

$$\frac{p_e - p_i}{rg} + \frac{v_e^2 - v_i^2}{2g} + ze - zi = H - H_F \qquad (1\text{-}27)$$

نرخ انرژی بر دبی جرمی سیال که دارای دیمانسیون طول می باشد .

√ علامت H بر خلاف علامت w_s است ← پمپ $H = HP\rangle 0$ هد پمپ

توربین $H = -H_T\langle 0$ هد توربین

4- اصل بقای آنتروپی ؛ (قانون دوم ترمودینامیک)

این قانون می گوید که برای یک سیال که تحت تحول برگشت پذیر آدیاباتیک باشد ، تغییرات آنتروپی صفر است ، در حالیکه برای همان سیال تحت یک تحول آدیاباتیک یا غیره ، آنتروپی از ورودی تا خروجی افزایش می یابد . این اصل باعث می شود که قدرت بدست آمده توسط یک توربین کم تر از قدرت بدست آمده آیزنتروبیک و کار ورودی پمپ بزرگ تر از کار آنیزنتروبیک یا ایده آل ورودی باشد .

در یک سیستم بسته برای تحول برگشت پذیر قانون دوم بصورت زیر بیان می شود :

$$ds = \left(\frac{dq}{T}\right)_{rev} \qquad (1\text{-}28)$$

برگشت پذیری و برگشت ناپذیری ، یک فرآیند معیاری است که بر اساس $J/kg.k$ بازگشت پذیر در دمای T آن می توان ایده آل بودن فرآیند ها را سنجید – فرآیندی بازگشت ناپذیر است که شامل یکی از موارد زیر باشد :

الف) اصطکاک

ب) انتقال گرما با اختلاف دمای محدود (Finite tem . Gradient)

ج) انتقال جرم با اختلاف تمرکز محدود (Finite concentration gradient)

د) انبساط آزاد

بطور کلی کاهش برگشت ناپذیری معرف مفید بودن هر فرآیندی است . هر چند حذف کامل برگشت ناپذیری در فرآیندهای واقعی ناممکن است ، اثرات برگشت ناپذیری را می توان تا مقدار قابل ملاحظه ای کاهش داد . برای یک سیستم بسته طی یک فرآیند در حالت کلی داریم :

$$ds \geq \frac{dQ}{T} \qquad (1\text{-}29)$$

علامت مساوی فقط مربوط به فرایند برگشت پذیر است . فرآیندی که برگشت پذیر و آدیاباتیک باشد را فرآیند آیزنتروبیک (Isentropic) یا آنتروپی ثابت می گویند ؛

$$ds = 0 \qquad (1\text{-}30)$$

البته عکس این مطلب صادق نیست . بعبارت دیگر هر فرآیندی که طی آن $ds = 0$ باشد ، لزوماً آدیاباتیک و برگشت پذیر نیست . قانون دوم برای یک حجم کنترل (سیستم باز) می توان بصورت عبارت زیر بیان کرد ؛

$$\oint_{c.s} \frac{qdA}{T} \le \frac{d}{dt}\int_{c.v} rsd\forall + \oint_{c.s} rs\bar{v}.\bar{n}dA \qquad (1\text{-}31)$$

$$\phi q = \frac{\phi Q}{A}$$

معادله ی حالت :

معادله ی حالت برای یک ماده ی خالص عبارتند از رابطه ی بین فشار ، چگالی و دما برای آن ماده است . برای گازها ، قانون گاز کامل ، کاربرد نسبتاً وسیعی دارد و معمولاً بصورت زیر بیان می شود :

(بسیاری از گازهای حقیقی در محدوده وسیعی از فشار و دمای خود از رابطه روبرو تبعیت می کنند)

$$P = rRT$$
$$R = \frac{\bar{R}}{\bar{M}}$$
$$\bar{R} = 8.3143\,KJ/kg\,molk$$

√ در استخراج قانون گاز کامل از نظریه جنبشی از حجم ملکولهای گاز و نیروهای بین مولکولها صرفنظر کرد .

√ این فرضیات برای گازهای واقعی فقط در فشارهای خیلی کم صادق است .

√ این گازهای واقعی حتی در فشارهای نسبتاً زیاد تقریباً شبیه گازهای کامل رفتار می کنند مشروط بر اینکه دما به اندازه ی کافی زیاد باشد . انرژی داخلی مخصوص یک گاز کامل فقط تابعی از دماست :

$$Cv = \left(\frac{dU}{dT} \right)_V$$

برای یک گاز کامل داریم :

$$du = Cv\, dT \qquad (I)$$

$$h = u + \frac{p}{r} \rightarrow dh = du + d\left(\frac{p}{r} \right)$$

برای یک گاز کامل داریم :

$$dh = du + RdT \qquad (III)$$

بنابراین ، آنتالپی یک گاز کامل نیز فقط تابعی از دماست :

$$C_P = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P$$

برای یک گاز کامل داریم :

$$dh = C_P dT \qquad (II)$$

cp , w ثابت نیستند بلکه با **w** تغییر می کند .

$$C_P - C_u = R$$

چنانچه در یک گاز کامل فرآیندی بین دو حالت تعادل رخ هد ، در آن صورت ،

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 C_P - dT \,, u_2 - u_1 \int_1^2 C_u dT$$

با فرض ثابت بودن گرمای ویژه :

$$h_2 - h_1 = C_P(T_2 - T_1), u_2 - u_1 = C_u(T_2 - T_1)$$

$$P = rRT$$

$$Tds = dh - \frac{dp}{p} = C_P dT - \frac{dp}{p} \rightarrow ds = C_P \frac{dT}{T} - R\frac{dp}{p}$$

$$s = s_1 = \int_1^2 ds = \int_1^2 C_P \frac{dT}{T} - RLn\frac{p_2}{p_1}$$

در یک فرآیند آیزنتروبیک : $\Delta s = 0$

$$\int_1^2 C_P \frac{dT}{T} - RLn\frac{p_2}{p_1}$$

علاوه بر این اگر فرض کنیم گاز کامل گرمای ویژه ثابتی دارد :

$$\frac{C_P}{R} Ln\frac{T_2}{T_1} = Ln\frac{P_2}{P_1}$$
$$\begin{cases} \frac{C_P}{w} = g \rightarrow \frac{C_P}{R} = \frac{g}{g-1} \end{cases}$$

√ در فرآیند آیزنتروبیک در گاز کاملی با گرمای ویژه ثابت :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{g-1}{g}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{g-1}$$

* یک سیستم بسته ی کوچک شامل یکماده خالص بدون حرکت زا در نظر گرفته از اثر ثقل زمین صرفه نظر کنید . قانون اول ترمودینامیک برای این بسته که تحت یک فرآیند کوچک قرار می گیرد را با فرض یکنواخت بودن کلیه خواص سیستم می نویسیم :

در صورتیکه فرآیند مورد نظر برگشت پذیر باشد ($dq = Tds$) و کار انجام شده برای $dw = pdV$ داریم :

$$Tds = du + pdV$$
$$h + u + pv \rightarrow dh = du + pdv + vdp \rightarrow Tds = dh - vdp$$

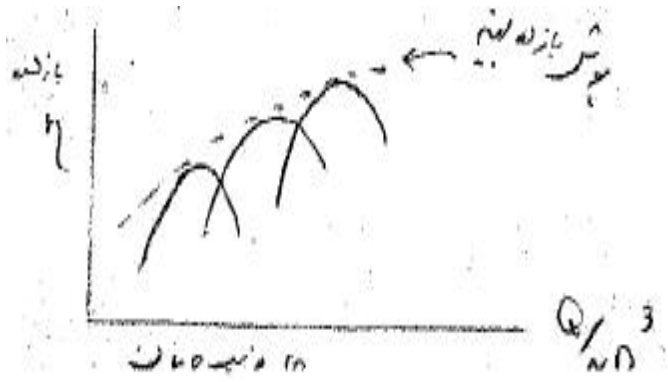
که در جریانهای تراکم پذیر مورد استفاده قرار می گیرد .

"آنالیز ابعادی در توربو ماشینها"

- آنالیز ابعادی در توربو ماشینها برای دو هدف مهم بکار برده می شود :

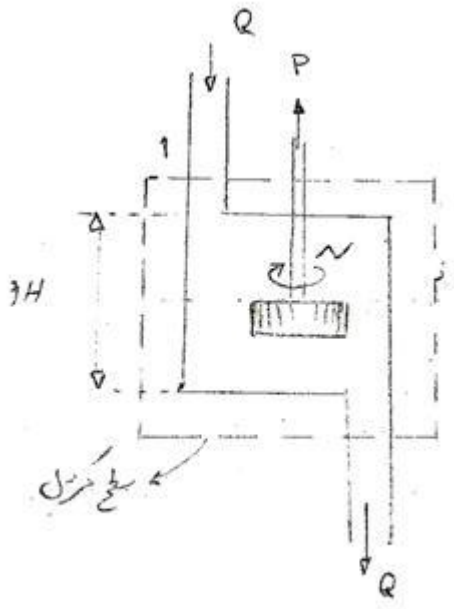
1- پیش بینی عملکرد اصلی از روی آزمایشات بررسی نمونه آزمایشگاه (متشابه یا تشابه سازی) .

2- تعیین مناسبترین نوع ماشین بر اساس حداکثر بازده برای یک محدوده مشخص از هد ، سرعت ، دبی .



- **نحوه بدست آوردن گروههای بی بعد :**

مثال برای آنالیز ابعادی : با استفاده از روش ساده ترمودینامیک مقدماتی ، سطحی فرضی (C-S) اطراف یک توربو ماشین را در نظر می گیرد ، جریان مداوم سیال از قسمت 1 وارد این مرز شده وارد قسمت 2 خارج می شود . علاوه بر جریان سیال از C-S جریانی از انرژی نیز بوسیله سه محور ماشین به داخل یا خارج از آن منتقل می شود در اینجا از جزئیات رفتار جریان سیال داخل ماشین می توان صرفه جویی نمود و فقط به بررسی عوامل موثر خارجی شامل سرعت محور ، دبی ، گشتاور و تغییر در خواص سیال درون ماشین می پردازیم .



الف) ماشینهای هیدرولیکی :

نرخ جریان (دبی حجمی) $Q(m^3/s)$

سرعت $(rev/s)\frac{1}{T}$

قدرت $P(W)$

اختلاف انرژی در توربین (انرژی خالص منتقل شده) $gH(Nm/kg)=w$

جرم مخصوص سیال $r=(kg/m^3)$

ویسکوزیته سیال $m(pa.s)$

قطر $D(m)$

سیال تراکم ناپذیر حجم کنترل نماینده یک توربین با قطر D که توان محور P را در دور N می دهد .

√ قدرت خروجی تابعی از همه متغیرهای دیگر است :

$$P=f(r,N,M,D,Q,(gH)) \qquad (1\text{-}1)$$

می توان فرض کرد که معادله (1-1) را بصورت حاصلی از همه متغیرها با توان معین و یک ثابت به شکل زیر نوشت :

$$P=Const\left[r^{a}N^{b}M^{c}D^{d}Q^{e}(gH)^{f}\right] \qquad (1\text{-}2)$$

چنانچه هر متغیر بر حسب ابعاد اصلی جرم (M) ، طول (L) در زمان (T) بیان شود ، برای یکسانی ابعاد ، در هر طرف از معادله (2-1) توان ابعاد اصلی باید برابر باشند بطوریکه از تساوی قرار دادن توان ها T,L,M در دو طرف بتوان یک سری معادله همزمان بدست آورد . بنابراین :

$$\left(ML^2/T^3\right) = const\left(\frac{M}{L^3}\right)^a\left(\frac{1}{T}\right)^b\left(\frac{M}{LT}\right)^c(L)^d\left(\frac{L^3}{T}\right)^e\left(L^2/T^2\right)^f \qquad (1\text{-}3)$$

و از تساوی قرار دادن توانها خواهیم داشت ؛

$$M \rightarrow 1 = a + c$$
$$L \rightarrow 2 = -3a - c + d + 3e + 2f$$
$$T \rightarrow -3 = -b - c - e - 2f$$

شش متغیر و فقط 3 معادله داریم . لذا می توانیم سه عدد از توانها را بر حسب باقیمانده بدست آوریم . برای a,b,d بر حسب f,e.c حل می کنیم و می شود ؛

$$a = 1 - c$$
$$b = 3 - c - e - 2f$$
$$d = 5 - 2c - 3e - 2f$$

a,b,d را در معادله (2-1) جایگذاری می کنیم :

$$P = const\left[P^{1-c}N^{3-c-e-2f}m^cD^{5-2c-3e-2f}Q^e(gH)^f\right]$$

پایه توان های مشابه را در پرانتزهای جداگانه جمع می کنیم :

$$P = const\left[\left(rN^3D^5\right)\left(m/rND^2\right)^c\left(Q/ND^3\right)^e\left(gH/N^2D^2\right)^f\right]$$

V = ND سرعت معکوس عدد رینولدز (1-4)

$$\overline{P} = P/(rN^3D^5) = const\left[\left(rND^2/m\right)^c\left(Q/ND^3\right)^e\left(gH/N^2D^2\right)^f\right]$$

(1-5) y =ضریب هد ضریب انتقال انرژی f =ضریب جریان عدد رینولدز = Re $\overline{P}$ =ضریب قدرت

هر گروه از متغیرهای معادله (1-5) در حقیقت بدون بعد هستند و همه آنها در عمل برای توربو ماشینهای هیدرولیکی استفاده شده اند .

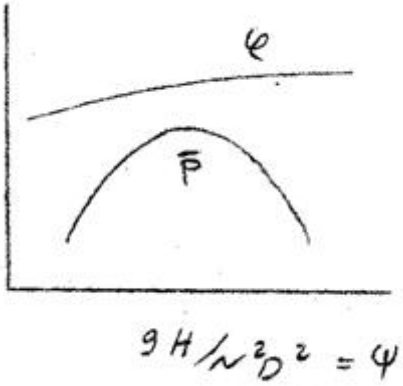
معادله 1-1 ← ضریب قدرت یک ماشین هیدرولیکی تابعی از : $\overline{P} = f(\mathrm{Re}, y, j)$

در این مرحله ممکن نیست بگوییم چه نوع رابطه ای بین آنها وجود دارد زیرا این مسئله باید از طریق آزمایش روی نمونه اصلی یا مدل یک ماشین معین بدست آید . در مورد ماشینهای هیدرولیکی روشن شده است که عدد رینولدز خیلی بالا بوده و لذا ویسکوزیته سیال کمی روی قدرت خروجی ماشین دارد ، در نتیجه قدرت فقط تابعی از y, j باقی می ماند .

$$\overline{P} = f(y, j)$$

منحنی مشخصه های عملکرد ماشین های هیدرولیکی که بر حسب گروه بدون بعد رسم شده است : (توربین هیدرولیکی) (هد ثابت در طول ماشین) (وقتی که شیر ، مقدار ثابتی باز شد و بار روی

ماشین تغییر کند گشتاور ، سرعت و نرخ جریان اندازه گرفته می شود . از این اندازه گیری ، قدرت را می توان بدست آورد و $j, \bar{p}$ را بر حسب y رسم کرد- برای یک توربین) .



$$\frac{gH}{N^2D^2} = y$$

$$h_T = \frac{P}{rgQH} = \frac{\text{قدرت واقعی داده شده به محور ورودی}}{\text{قدرت ایده آل داده شده به}}$$

با جایگذاری برای P داریم :

$$h = \bar{P}\left(ND^3/Q\right)\left(N^2D^2/gH\right) = \bar{P}/y\,j \qquad (1\text{-}6)$$

مثال) می خواهیم یک توربین آبی جریان شعاعی که قدرت 30 مگاوات را تحت هد 14 متر و سرعت 95 دور در دقیقه تولید کند را طراحی کنیم . یک مدل مشابه هندسی با خروجی 60 کیلو وات و هد 5 متر با شرایط تشابه دینامیکی آزمایش می شود . سرعت مدل ، نسبت قطر پروانه و نمونه اصلی و دبی حجمی مدل را در صورتی که راندمان مدل 90% باشد بدست آورید ؟

حل:

ضریب جرم مخصوص = $\frac{P_1}{r_1 N_1^3 D_1^5} = \frac{P_2}{r_2 N_2^3 D_2^5} \rightarrow \frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^{\frac{3}{5}}$

از طرفی ضریب هد $\rightarrow \frac{gH_1}{(N_1 D_1)^2} = \frac{gH_2}{(N_2 D_2)^2} \rightarrow \frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{N_1}{N_2}\right)$

$\rightarrow I = II \rightarrow 0.266 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^{\frac{3}{5}} = \left(\frac{5}{14}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{N_1}{N_2}\right)$

$\rightarrow \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^{\frac{2}{5}} = 2.25 \rightarrow N_2 = (2.25)^{\frac{5}{2}} \times 95 = 721.4(rpm)$

راندمان مدل = قدرت خروجی / قدرت آب ورودی $\Rightarrow = 0.9 = \frac{60 \times 10^3}{rgQH} \rightarrow Q = 0.906(\frac{m^3}{s})$

$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{0.04}{30}\right)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^{\frac{3}{5}}$

$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{5}{14}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{N_1}{N_2}\right)$

$\frac{D_2}{D_1} = 0.079$

تمرین(آنالیز ابعادی تشابه) :

1- یک فن که سرعت آن (rpm) 1750 است با دبی $(\frac{m^3}{\sec})$ 4/25 هدی برابر 153 mm ایجاد می کند که با مانومتر آبی u شکلی اندازه گرفته شده است . به فن بزرگتری احتیاج داریم که با این فن از نظر هندسی مشابه باشد ، و با همان ارتفاع و بازده اما با سرعت (rpm) 1440 کار کنند . دبی جریان حجمی فن بزرگتر را محاسبه کنید؟

حل :

برای تشابه هندسی فن ها ، متغیرهای مستقل gH (انرژی خالص انتقالی) و راندمان بر حسب 2 رابطه که تابعی از متغیرهای مستقل می باشند نشان داده می شوند :

$$\begin{matrix} gH = f_1(Q,N,D,P,m) \\ h = f_2(Q,N,D,P,m) \end{matrix}$$ جریان عدد رینولدز را بر اساس تیغه و قطر فن تعریف می کند .

گروههای بی بعد عبارتند از :

$$h = f_2(\frac{Q}{ND^3}, \frac{rND^2}{m})$$

اثرات تغییرات در رینولدز کوچک هستند و می توانند قابل اغماض باشد . بنابراین خصوصیات عملکرد کاهش پیدا می کنند به :

$$\frac{gH}{N^2D^2} = f_1\left(\frac{Q}{ND^3}\right)$$

$$h = f_2\left(\frac{Q}{ND^3}\right)$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3$$

$$\frac{gH_1}{N_1^2D_1^2} = \frac{gH_2}{N_2^2D_2^2}$$

$$N_1D_1 = N_2D_2$$

$$\rightarrow Q_2 = Q_1(N_1/N_2)^2 = 4.25(1750/1440)^2 = 6.277(\frac{m^3}{s})$$

2- یک توربین آبی طوری طراحی شده است که وقتی با سرعت (*rpm*) 93/7 و ارتفاع(m)16/5 کار می کند ،(Mw) 27 قدرت تولید می کند. یک توربین مدل را با قدرت (برون داد) (kw) 37/5 باید با ارتفاع(m)4/9 در شرایط مشابه دینامیکی امتحان کرد . سرعت و نسبت مقیاس مدل را حساب کنید . اگر فرض کنیم بازده مدل 88% باشد ، نرخ جریان حجمی را در مدل برآورد کنید . برآورد شده است که نیروی وارد بر یاتاقان رانشی ماشین اصلی (GN)7 خواهد بود . یاتاقان مدل را برای چه رانشی باید طراحی کرد ؟

حل:

$$P,h,Q = f(r,N,D,gH,m)$$

$$\frac{P}{PN^3D^5},h,\frac{Q}{ND^3} = f\left(\frac{gH}{N^2D^2},\frac{PND^2}{m}\right)$$

√ یک خصوصیت قابل توجه تحلیل ابعادی توانایی تشکیل یک گروه بی بعد جدید ، از هر دو گروه است . بنابراین با ترکیب ضریب قدرت با ضریب هد (در نتیجه حذف قطر) ، یک گروه بی بعد جدید بنام سرعت مخصوص قدرت تشکیل می شود :

$$\frac{P}{rN^3D^5}\left(\frac{N^2D^2}{gH}\right)^{\frac{5}{2}} = \left(\frac{PN^2}{r(gH)^{\frac{5}{2}}}\right) = (N_{SP})^2$$

$$N_{SP} = \frac{P^{\frac{1}{2}}N}{r^{\frac{1}{2}}(gH)^{\frac{5}{4}}} \rightarrow \frac{N_1P_1^{\frac{1}{2}}}{H_1^{\frac{5}{4}}} = \frac{N_2P_2^{\frac{1}{2}}}{H_1^{\frac{5}{4}}}$$

$$\rightarrow N_1 = 93.7(27\times10^6/37.5\times10^3)^{\frac{1}{2}}(4.9/16.5)^{\frac{5}{4}}$$

$$N_1 = 551.2(rpm)$$

نسبت مقیاس از ضریب ارتفاع تقسیم می گردد :

$$\frac{gH_1}{N_1^2D_1^2} = \frac{gH_2}{N_2^2D_2^2}$$

$$\rightarrow \frac{D_1}{D_2} = \left(H_1/H_2\right)^{\frac{1}{2}}N_2/N_1 = (4.9/16.5)^{\frac{1}{2}}(93.7/551.2) = 0.09264$$

$$\rightarrow \frac{D_2}{D_1} = 10.8$$

راندمان توربین بصورت زیر تعریف می شود :

$$h_T = \frac{P_1}{rgQ_1H_1}$$

$$\rightarrow Q_1 = \frac{P_1}{rgH_1h_1} = \frac{37.5\times10^3}{10^3\times9.81\times4.9\times0.88} = 0.8865\frac{m^3}{s}$$

نیروی تراست (F) یک متغیر جدید است که می تواند با متغیرهای شناخته شده دیگر ارتباط ابعادی داشته باشد .

$$\overline{F} = \frac{F}{rgHD^2}$$

برای تشابه دینامیکی داریم :

$$\Rightarrow \frac{F_1}{H_1{D_1}^2} = \frac{F_2}{H_2{D_2}^2} \rightarrow F_1 = 7\times10^9\,(4.9/16.5)(0.09264)^2$$

$$\rightarrow F_1 = 17.84\,MN$$

3- یک فن جریان محوری با قطر (m) 1/83 برای کار در (rpm) 1400 و سرعت متوسط محوری هوا $12/2(\frac{m}{s})$ طراحی شده است . مدلی با مقیاس یک چهارم برای آزمون طراحی ساخته شده است و

سرعت دورانی فن مدل(rpm) 4200 است . سرعت محوری هوای مدل را به نحوی که تشابه دینامیکی با فن اصلی حفظ شود حساب کنید ؟(از آثار تغییر عدد رینولدز صرف نظر شود)

مخزن فشار نسبتاً بزرگی موجود است که در آن مدل کامل را می توان قرارداد و تحت شرایط تشابه کامل آزمایش کرد . چسبندگی هوا مستقل از فشار است و دما ثابت نگه داشته می شود . در چه فشاری باید مدل را آزمایش کرد ؟

حل :

برای تشابه دینامیکی و اغماض تغییرات در عدد رینولدز سرعت محوری مدل می شود :

$$C_{x1} = C_{x2}\frac{N_1 D_1}{N_2 D_2} = \frac{12.2\times 4200}{1400\times 4} = 9.15\, m/s$$

$$R_{e1} = R_{e2}$$
$$\frac{r_1 N_1 D_1^{\,2}}{m_1} = \frac{r_2 N_2 D_2^{\,2}}{m_2} \rightarrow$$

با ثابت ماندن درجه حرارت داریم : $m_1 = m_2$

و نیز از قانون گاز Par بنابراین :

$$P_1 N_1 D_1^{\,2} = P_2 N_2 D_2^{\,2}$$
$$\rightarrow P_1 = P_2\frac{N_2}{N_1}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = 1\times\left(\frac{1400}{4200}\right)4^2 = 5.33\, atm$$

سوال پایان ترم:

یک پمپ گریز از مرکز دارای مایعی با ویسکوزیته ی سینماتیکی 3 برابر آب و با سرعت مخصوص بدون بعد برابر با $N_{SP} = 0/22$ ، دبی خروجی $3(\frac{m^3}{s})$ ، هد مایع $15\ (m)$ میباشد . چنانچه به جای این مایع از آب استفاده شود ، سرعت و هد را برای یک پمپ گریز از مرکز مدل با ابعاد $\frac{1}{2}$ پمپ اصلی بدست آورید؟(تشابه دینامیکی برقرار است)

حل :

$$N_{SP} = \frac{N_1 Q_1^{\frac{1}{2}}}{(gH_1)^{\frac{3}{4}}} = 0/22 \Longrightarrow \qquad N_1 = 5/366(rpm)$$

$$R_e = \frac{D_1^2 N_1}{u_1} = \frac{D_2^2 N_2}{u_2}$$

$$4D_2^2 N_1 u_2 = D_2^2 N_2 3u_2$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{3}{4} \rightarrow N_2 = 7.155(rpm)$$

$$\frac{gH_1}{N_1^2 D_1^2} = \frac{gH_2}{N_2^2 D_2^2} \rightarrow \frac{H_2}{H_1} = (\frac{N_1}{N_2})^2 (\frac{D_2}{D_1})^2 \rightarrow \frac{H_2}{H_1} = 0/444 \rightarrow H_2 = 6/66(m)$$

"تئوری پره ها"

ردیف متوالی دو بعدی

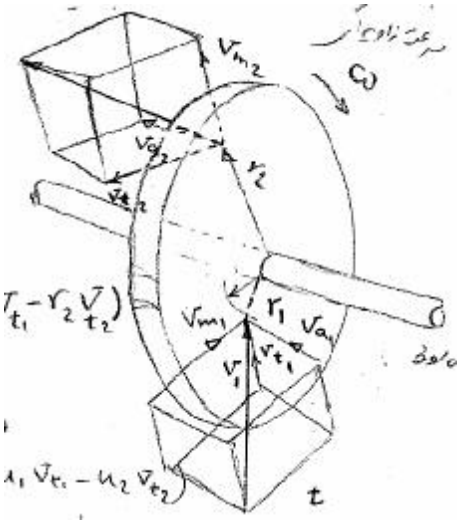
√ عملکرد هر توربو ماشین بستگی مستقیم به تغییرات اندازه حرکت زاویه ای سیال عمل کننده در حین عبور از هر ردیف تیغه دارد .

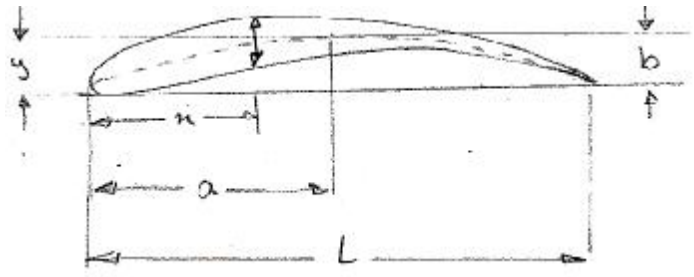
√ دید عمیق تری از مکانیک توربو ماشینها را می توان با توجه به تغییرات جریان و نیروهای اعمال شده بر هر یک از ردیف های تیغه بطور منفرد کسب نمود .

√ در این بخش جریان در ردیف تیغه های متوالی دو بعدی آزمایش می گردد .

√ برای رسیدن به جریان دو بعدی حقیقی به یک ردیف تیغه با گسترش بینهایت نیازمندیم .

مولفه های سرعت سیال در حالت کلی :





V_a : سرعت محوری (مولفه موازی محور روتور) ← ایجاد ممنتوم در جهت محوری

$V_m = V$: سرعت شعاعی (مولفه موازی شعاع r) ← ایجاد ممنتوم در جهت شعاعی

$V_t = V_1$: سرعت مماس (موازی جهت گردش روتور) ← سبب تغییر در مماس گردشی

سرعت خطی روتور : r w = u

نامگذاری در ردیف تیغه ها :

y(x) : خط انحناء

T(x) : ضخامت پروفیل

L : وتر

b : حداکثر خمیدگی واقع در فاصله a از لبه حمله

$$F = \dot{m}v$$
$$T = \dot{m}(r_1 v_{t1} - r_2 v_{t2})$$
$$\dot{W} = T.w$$
$$= \dot{m}(u_1 v_{t1} - u_2 v_{t2})$$

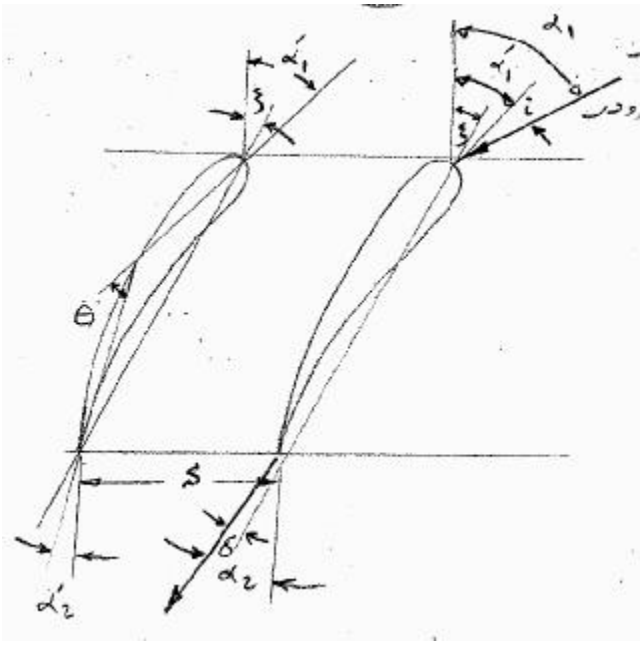
√ بطور خلاصه پارامترهای مفید برای تشریح یک تیغه در ردیف تیغه ها عبارتند از :

1) شکل انحناء (y(x))
2) b/L
3) a/L
4) نوع توزیع ضخامت
5) نسبت حداکثر ضخامت به طول وتر t_{max}/L

دو متغیر هندسی مهم دیگر که تعریف کننده ی ردیف تیغه ها می باشند :

√ نسبت فاصله دو تیغه به طول وتر $^{s}/_{L}$

√ زاویه انحناء کلی x : زاویه میان خط وتر قوس و یک مرجع عمود بر قسمت جلویی ردیف تیغه ها



$a_1' = a_2'$: زوایای ورودی و خروجی تیغه

a_1, a_2 : زوایای ورودی و خروجی جریان

$i = a_1 - a_1'$: زاویه ی برخورد

$q = a_1' - a_2'$: زاویه ی انحنای قوس تیغه

$d = a_2 - a_2'$: زاویه ی انحراف

انحراف سیال : $\in = a_1 - a_2$

x : زاویه ی انحنای کلی تیغه

قوس انحنای دایره ای : $x = \frac{1}{2}(a_1' + a_2')$

قوس انحنای سهمی :

$$a_1' = x + \tan^{-1} \frac{b/L}{\left(a/L\right)^2}$$

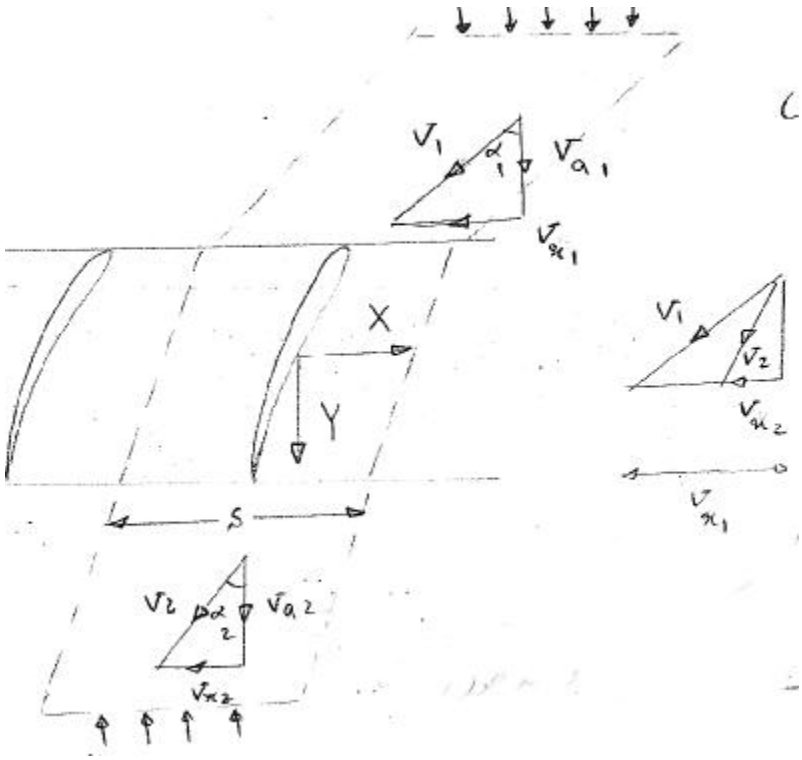
$$a_2' = x + \tan^{-1} \frac{b/L}{\left(1 - a/L\right)^2}$$

تجزیه و تحلیل نیروهای وارد بر ردیف تیغه ها :

√ سیال از بالا دست جریان با سرعت V_1 و تحت زاویه ای a_1 ، به ردیف تیغه ها (cas cados) نزدیک شده و با سرعت V_2 و تحت زاویه ای a_2 از پایین دست جریان خارج می گردد .

√ در این تجزیه و تحلیل ، سیال را تراکم ناپذیر فرض کرده و جریان را مداوم در نظر می گیریم .

یک قسمت از ردیف پره ها با پره ی مجزا شده (برای یک کمپرسور) رسم شده است :



نیروهای X,Y در واحد طول پره بر سیال اعمال می شود که مساوی و مخالف با نیروهای وارد شده از طرف سیال بر واحد طول نیز می باشند .

حجم کنترل ترسیم شده دارای مرزهای امتداد یافته تا بالا دست و پایین دست جریان در ردیف پره ها می باشد .

√ با بکارگیری اصل پیوستگی برای واحد عمق و فرض تراکم ناپذیری جریان :

$$V_{a1} = V_1 \cos a_1 = V_2 \cos a_2$$

√ از معادله اندازه حرکت در جهات y,x با سرعت محوری ثابت ، داریم :

$$Y = (P_2 - P_1)S \qquad (I)$$
$$X = PSV_a(V_{x1} - V_{x2}) = PSV_a{}^2(\tan a_1 - \tan a_2)$$
$$\begin{cases} \tan a = \dfrac{V_x}{V_a} \qquad (II) \end{cases}$$

افت های انرژی :

یک سیال حقیقی که از یک ردیف پره عبور می نماید به دلیل اصطکاک سطحی (پوسته ای) ، دچار افت فشار کل می گردد :

$$P_0 = P + \frac{1}{2}PV^2$$
$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{P_1 - P_2}{P} + \frac{1}{2}\left(V_1^2 - V_2^2\right) \qquad (III)$$

با جایگذاری روابط I و II در معادله III داریم :

$$\left(V_1^2 - V_2^2\right) = (V_{X1}^2 + V_a{}^2) - (V_{X2}^2 + V_a{}^2) = (V_{X1} + V_{X2})(V_{X1} - V_{X2})$$
$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{1}{ps}(-Y + X_{\tan a_m}) \qquad (IV)$$

بطوریکه :

$$\tan a_m = \frac{1}{2}(\tan a_1 + \tan a_2)$$

یکی از شکلهای ضریب افت فشار کل :

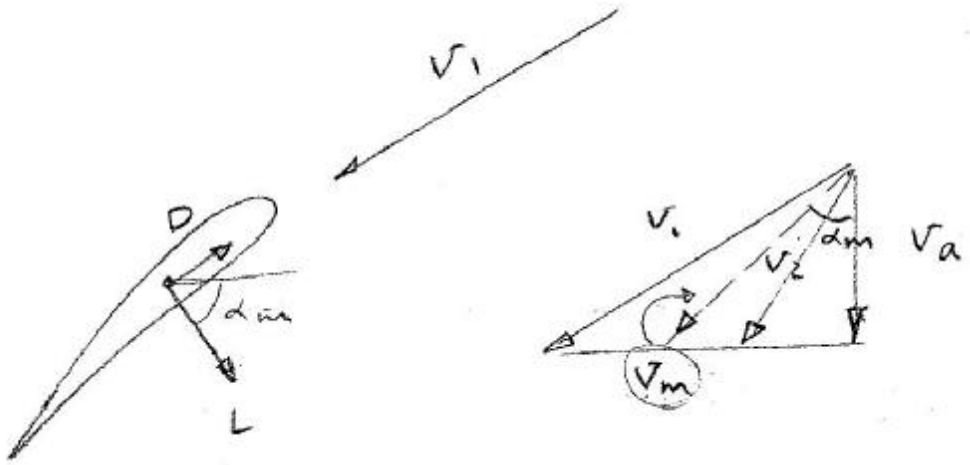
ضریب افت فشار کل : $x = \dfrac{\Delta p}{\frac{1}{2} P V_a^{\,2}}$

ضریب افزایش فشار : $C_P = \dfrac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} P V_a^{\,2}} = \dfrac{Y}{\frac{1}{2} P V_a^{\,2}}$

ضریب نیروی مماس : $C_P = \dfrac{X}{\frac{1}{2} P V_a^{\,2}} = 2(\tan a_1 - \tan a_2)$

با جایگذاری این ضرایب در رابطه (IV) :

$$C_P = C_f \tan a_m - x$$



سرعت متوسط V_m را به صورت زیر تعریف می کنیم :

$$V_m = {V_m}/{\cos a_m}$$

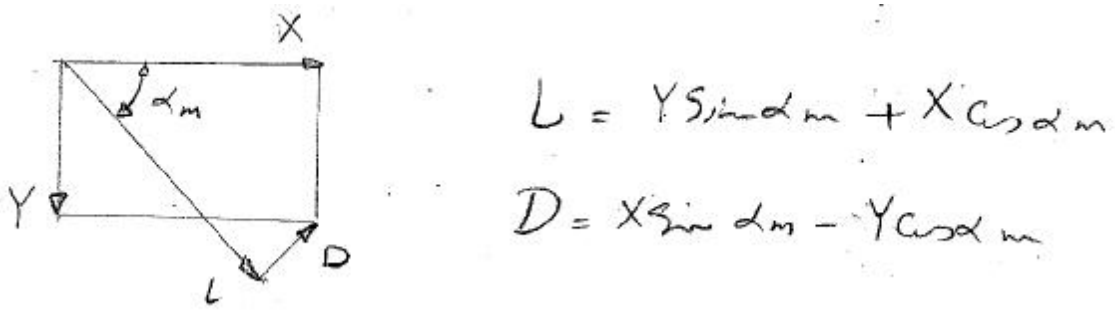
نیروی L (برا) در جهت عمود V_m و نیروی D (کشش) در جهت موازی V_m بر تیغه اعمال می شود .

نیروهای D,L نشان داده شده در شکل فوق بعنوان نیروهای عکس العملی اعمال شده از طرف تیغه بر سیال می باشد .

√ غالباً داده های تجربی بر حسب نیروی D,L بیان می گردند .

√ در حالیکه بیان نتایج بر حسب نیروی مماس (X) و محوری (Y) ممکن است سودمند تر باشد ؛

بنابراین می توان نیروهای برا و کشش را بر حسب نیروهای مماس و محوری تعیین نمود :



$$L = Y \sin a_m + X \cos a_m$$
$$D = X \sin a_m - Y \cos a_m$$

از معادله ی (IV) داریم :

$$D = \cos a_m (X \tan a_m - Y) = S\Delta P_0 \cos a_m$$

√ درگ بر اساس افت فشار کل

و برای L داریم :

$$L = (X \tan a_m - S\Delta P_0) \sin a_m + X \cos a_m$$

$$L = X \sec a_m - S\Delta P_0 \sin a_m$$
$$\rightarrow L = PSV_a^2 (\tan a_1 - \tan a_2) \sec a_m - S\Delta P_0 \sin a_m$$

√ کیفیت (برا) بر اساس افت فشار کل

ضرایب نیروی برا و کشش :

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} PV_m{}^2 L}$$
$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} PV_m{}^2 L}$$

با استفاده از * و * :

$$C_D = \frac{S\Delta P_0 \cos a_m}{\frac{1}{2} PV_m{}^2 L} = x \frac{S}{L} \cos^3 a_m$$

با استفاده از ** :

$$C_L = \frac{PSV_a^2 (\tan a_1 - \tan a_2) \sec a_m - S\Delta P_0 Sin a_m}{\frac{1}{2} PV_m{}^2 L}$$
$$= 2\frac{S}{L} \cos a_m (\tan a_1 - \tan a_2) - C_D \tan a_m$$

به طور مشابه داریم :

$$C_D = \frac{S}{L}\cos a_m (C_f - x\frac{\sin 2a_m}{2})$$

مقادیر C_D بسیار کمتر از C_L می باشد و با توجه به اینکه تجاوز a_m از 60^0 بعید است $\leftarrow C_D \tan a_m$ در معادله را می توان حذف کرد و داریم :

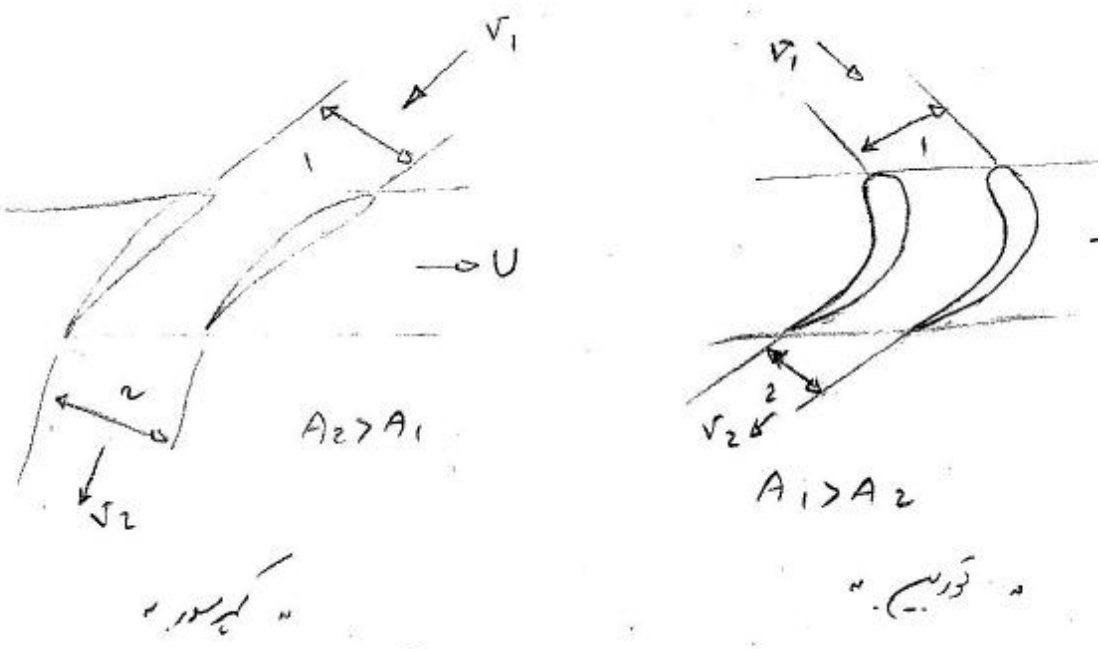
$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_P} \cong \frac{2\sec^2 a_m}{x}(\tan a_1 - \tan a_2) = \frac{C_f}{x} Sec^2 a_m$$

"آنالیز دوبعدی کمپرسورهای محوری"

√ در توربین تیغه ها یک مسیر همگرا را تشکیل می دهند که سطح مقطع در ورودی بزرگ تر از خروجی بوده و سیال در طول مسیر شتاب می گیرد .

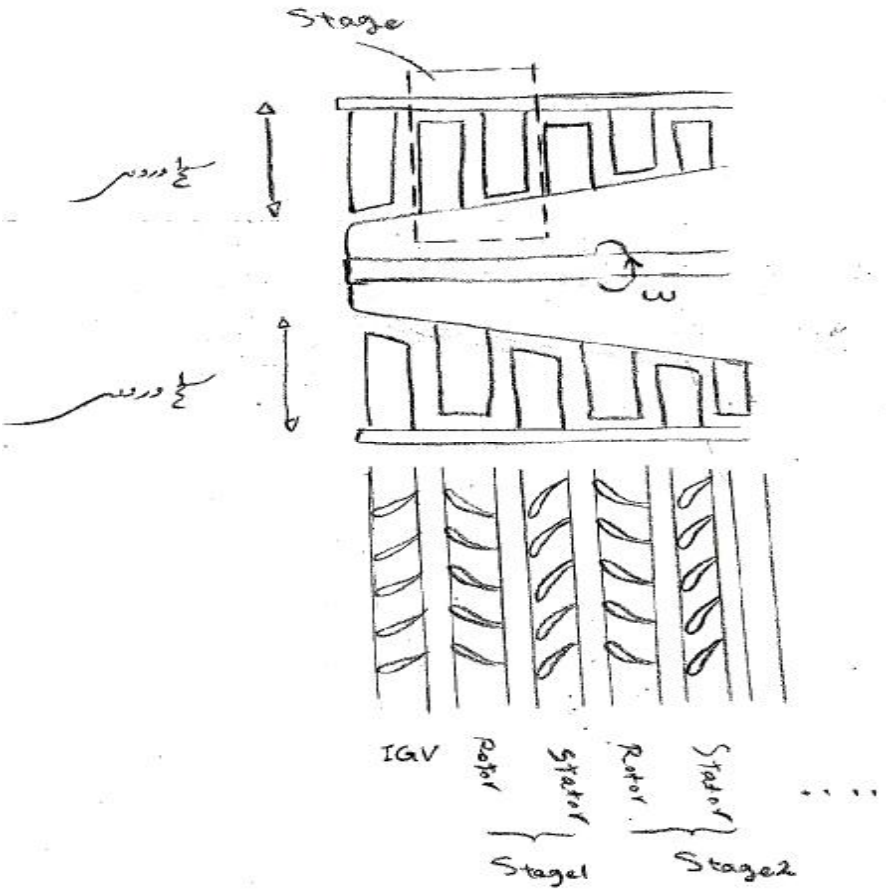
√ در کمپرسورها سیال با افزایش فشار در مسیر تیغه که سطح مقطع افزایش می یابد به پیش می رود . تحول افزایش فشار بدلیل شروع جدایی در قسمت مکش تیغه ها نمی تواند به سرعت ادامه یابد و نتیجه جدایش خواهد بود .

√ بنابراین زاویه ی چرخش بردار سرعت در توربین بسیار بزرگ تر از کمپرسور است .



√ در مطالعه جریان سیال عبوری از یک کمپرسور محوری ، تغییرات اتفاق افتاده را در یک مرحله (stage) از کمپرسور بررسی می کنند . یک مرحله شامل یک ردیف از پره های متحرک است که از پایه به محیط روتور وصل شده اند و متعاقب آن یک ردیف تیغه های ثابت است که به دیواره های پوسته خارجی وصل است .

یک کمپرسور از چندین ردیف مرحله تشکیل شده است که در هر مرحله فشار مقداری افزایش می یابد .

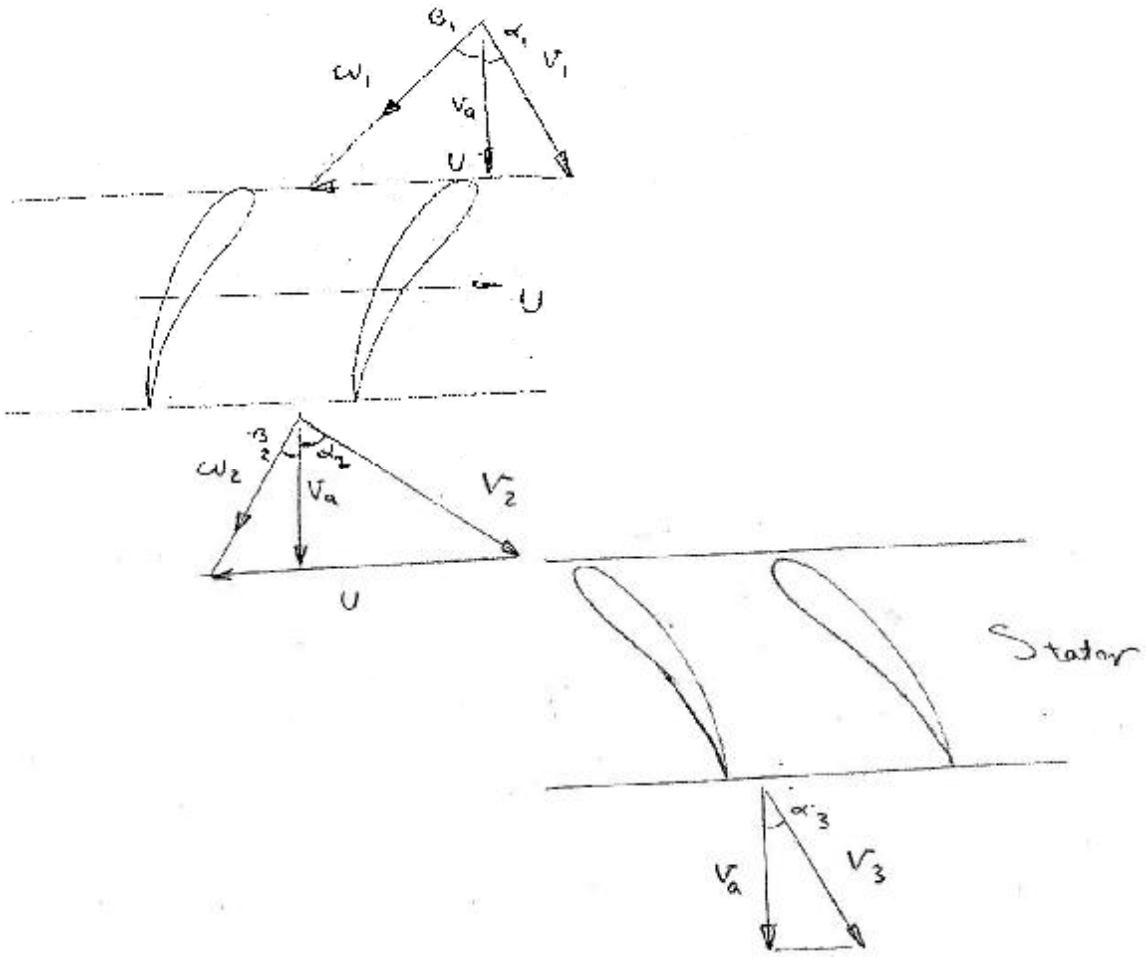


√ در ورودی کمپرسورها تعدادی پره های ثابت اضافی قرار داده شده است که پره های راهنی نامیده می شود .

این بخش از مرحله را تشکیل نداده و فقط برای هدایت هوا با زاویه صحیح به اولین پره های متحرک هستند .

√ تحلیل جریان بصورت دو بعدی انجام گرفته ، بنابراین جریان شعاعی صفر فرض می شود . $V_m = 0$

مثلث سرعت برای یک مرحله کمپرسور جریان محوری ؛



√ ترکیب دو بردار سرعت U_1, V_1 سرعت نسبی W_1 را با زاویه B_1 می دهد .

$a_1 = a_3, V_1 = V_3$

$W_2 \langle W_1 \leftarrow$ کاهش سرعت همراه با افزایش فشار استاتیک در طول پره ها اتفاق می افتد .

√ هوا به کمک خمش پره به طرف جهت محوری چرخیده و سطح مفید جریان از ورودی تا خروجی افزایش پیدا کرده و موجب کاهش سرعت می شود . چنین کاهش سرعتی در استاتور برای سرعت مطلق اتفاق می افتد .

انرژی داده شده به نرخ واحد جرم توسط معادله اویلر تعیین می شود :

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = U_2 V_{x2} - U_1 V_{x1}$$

با توجه به مثلث سرعت و ثابت بودن سرعت محوری در مرحله :

$V_t V_x$

$$U_2 = U_1 = U \rightarrow \dot{W} = \dot{m} u (V_{x2} V_{x1})$$

$$V_{x2} = U - V_a \tan b_2$$

$$\rightarrow V_{x2} - V_{x1} = V_a (\tan b_1 - \tan b_2)$$

$$V_{x1} = U - V_a \tan b_1$$

$$E = \frac{w}{mg} = UV_a (\tan b_1 - \tan b_2) \Big/ g \qquad \left(\frac{W}{N/S}\right)$$

انرژی منتقل شده بر حسب زاویه سرعت مطلق جریان :

$$E = UV_a (\tan a_2 - \tan a_1) / g \qquad \left(\frac{W}{N/S}\right)$$

$$h_0 = h + \frac{1}{2} V^2$$

اگر جریان درون مرحله را آدیاباتیک فرض کنیم :

$$h_{03} = h_{02}$$

$$\rightarrow \frac{w}{m} = h_{02} - h_{01} \qquad (\frac{w}{\left(\frac{kg}{s}\right)})$$

$$h_0 = h + \frac{v^2}{2} = h + (V_a^2 + V_x^2)/2$$

$$h_{02} - h_{01} = (h_2 - h_1) + (V_{x2}^2 + V_{x1}^2)/2 = U(V_{x2} + V_{x1})$$

$$(h_2 - h_1) - (V_{x2} + V_{x1})\left[2U - (V_{x2} + V_{x1})\right]/2 = 0$$

$$\rightarrow (h_2 - h_1) - (V_{x2} + V_{x1})\left[(V - V_{x2}) + (V - V_{x1})\right]/2 = 0$$

$$\rightarrow (h_2 - h_1) + (W_{x2} - W_{x1})(W_{x2} + W_{x1})/2 = 0$$

$$\rightarrow (h_2 - h_1) + (W_{x2}^2 - W_{x1}^2)/2 = 0$$

$$\begin{cases} w_2^2 - w_1^2 = w_x^2 - w_{x1}^2 \\ Ca = \\ \qquad\qquad \text{ثـــابـــت} \end{cases}$$

$$\rightarrow h_2 + w_x^2/2 = h_1 + w_1^2/2 \rightarrow h_{02rel} = h_{01rel}$$

بنابراین آنتالپی کل نسبی که بر اساس سرعت نسبی در روتور است در طول روتور ثابت می باشد .

$$h_c = \frac{h_0 3ss - h_0 1}{h_{03} - h_{01}} = T_{01}\left(\frac{T_{03SS}}{T_{01}}\right)/(T_{03} - T_{01})$$

$$\frac{P_{03}}{P_{01}} = \left(\frac{T_{03SS}}{T_{01}}\right)^{\frac{g}{g-1}} = \left[1 + h_c(T_{03} - T_{01})/T_{01}\right]^{\frac{g}{g-1}}$$

$$T_{03} - T_{01} = UV_a(\tan b_1 - \tan b_2)/C_P$$

در عمل V_a در طول تیغه (پره) ثابت نسبت و لذا برای در نظر گرفتن این موضوع یک ضریب کار انجام شده l بصورت زیر تعریف می شود :

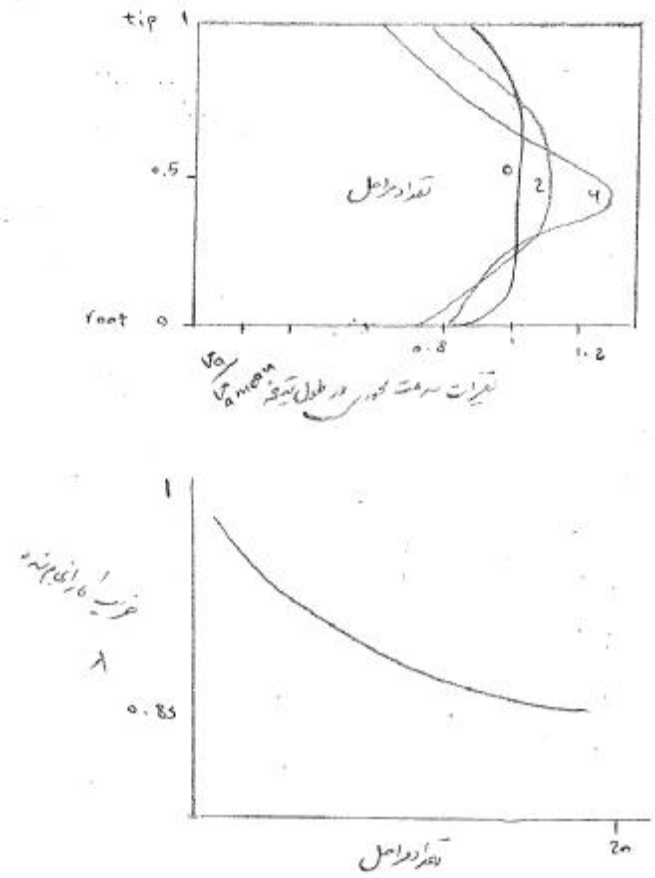
$$l = \frac{\text{ظرفیت جذب کار واقعی}}{\text{ظرفیت جذب کار ایده آل}}$$

$$\rightarrow T_{03} - T_{01} = l\,UV_a(\tan b_1 - \tan b_2)/C_P$$

$$\xrightarrow{OR} T_{03} - T_{01} = l\,UV_a(\tan a_2 - \tan a_1)/C_P$$

شکل زیر نشان می دهد که فقط در ورودی ماشین است که پروفیل سرعت در طول تیغه تقریباً ثابت است هر چه سیال در کمپرسور حرکت می کند ، اثرات مرزهای جامد روتور و استاتور روی آن بیشتر می شود .

تغییرات ضریب کار انجام شده در شکل بعدی نشان داده شده است که هر چه تعداد مراحل کمپرسور زیاد می شود l کاهش می یابد :



نسبت بازتاب : (Reaction Ratio)

$$R = \frac{\text{افزایش آنتالپی استاتیک در روتور}}{\text{افزایش آنتالپی استاتیک در مرحله}} = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1}$$

√ چون $h_{01rel} = h_{02rel}$ است ، بنابراین :

$$h_2 - h_1 = \left(w_1^2 - w_2^2\right)/2$$

√ همچنین اگر ، $v_1 = v_3$ باشد داریم :

$$(h_3 - h_1) = (h_{0\ 3} - h_{0\ 1}) = U(V_{x2} - V_{x1})$$

←بنابراین برای نسبت بازتاب داریم :

$$\frac{W_1^2 - W_2^2}{U(V_{x2} - V_{x1})} = \frac{\left(V_a{}^2 + W_{x1}{}^2\right) - \left(V_a{}^2 + W_{x2}{}^2\right)}{2U(V_{x2} - V_{x1})}$$

$$R = \frac{(W_{x1} + W_{x2})(W_{x1} - W_{x2})}{2U(V_{x2} - V_{x1})}$$

$$\begin{cases} V_{x2} = U - W_{x2} \\ V_{x1} = U - W_{x1} \end{cases} \rightarrow V_{x2} - V_{x1} = W_{x1} - W_{x2}$$

$$R = \frac{(W_{x1} + W_{x2})}{2U} = \frac{Va(\tan b_1 + \tan b_2)}{2U} = \frac{Va}{U} \tan b_m = j\ \tan b_m$$

$$j = \frac{Va}{U}$$

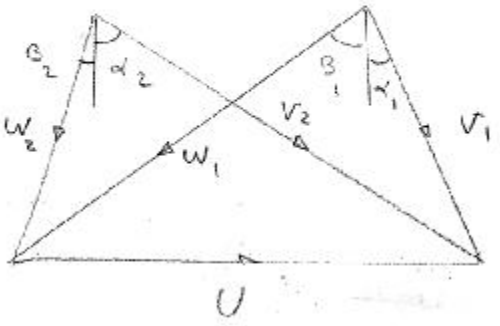
√ بطوریکه $\tan c_m = \frac{(\tan b_1 + \tan b_2)}{2}$ و نسبت سرعت محوری به سرعت تیغه را ضریب جریان می نامند .

√ بهمین ترتیب می توان نشان داد که :

$$R = \frac{1 + j\,(\tan b_2 - \tan a_1)}{2}$$

$$R\langle 0.5 \leftarrow a_1 \rangle b_2$$

$$R\rangle 0.5 \leftarrow a_1 \langle b_2$$



$R = 0.5 \rightarrow h_2 - h_1 = h_3 - h_2$

√ افزایش آنتالپی استاتیک و درجه حرارت در روتور و استاتوریکی است . با توجه به رابطه $\alpha_1=\beta_2$ و وقتی مثلث سرعت ورودی و خروجی را روی هم قرار دهیم شکل حاصله قرینه خواهد بود که در شکل فوق نشان داده شده است .

√ برای $R>0.5$ ، $\alpha_1<\beta_2$ و افزایش آنتالپی استاتیک در روتور بیشتر از استاتور همچنین افزایش فشار استاتیکی در روتور بیشتر از استاتور است .

√ اگر $R<0.5$ باشد، $\alpha_1>\beta_2$ بوده و افزایش آنتالپی و فشار استاتیکی در استاتور بزرگتر از روتور است.

مثال) می خواهیم یک مرحله کمپرسور جریان محوری برای افزایش درجه حرارت سکون 20 درجه کلوین طراحی کنیم. ضریب کار انجام شده 0/92 و سرعت تیغه در پایه و وسط و نوک به ترتیب 157/5 ،210 و 262/5 متر بر ثانیه است . سرعت محوری از پایه تا نوک ثابت بوده و برابر 157/5 می باشد . اگر نسبت بازتاب در شعاع متوسط 0/5 باشد، زوایای ورودی و خروجی تیغه را در پایه و وسط و نوک آن برای طراحی با چرخش آزاد بدست آورید :

$$C_P = 1005 \; {}^{j}\!/_{kg\,k}$$

حل را برای شعاع متوسط r_m می گیریم :

$$T_{03} - T_{01} = \frac{l U_m V_a}{C_P}\left(\tan b_{1m} - \tan b_{2m}\right)$$

$$\rightarrow \tan b_{1m} - \tan b_{2m} = \frac{20 \times 1005}{0.92 \times 210 \times 157.5} = 0.66 \qquad I$$

$$R_m = \frac{V_a}{2U_m}\left(\tan b_{1m} + \tan b_{2m}\right)$$

$$\rightarrow \tan b_{1m} + \tan b_{2m} = \frac{0.5 \times 2 \times 210}{157.5} = 1.333 \qquad II$$

$$(I),(II) \rightarrow 2\tan b_{1m} = 1.99 \rightarrow b_{1m} = 44.8$$
$$\tan b_{2m} = 1.333 - 0.993 \rightarrow b_{2m} = 18.78$$

با توجه به اینکه $R = 0.5$: (در شعاع متوسط)

$a_1 = b_2$
$a_2 = b_1$

در نوک پره :

$$\tan a_{1t} + \tan b_{1t} = \frac{Vt}{Va} = \frac{262.5}{157.5} = 1.666$$

در ورودی داریم :

$$\tan a_{2t} + \tan b_{2t} = \frac{Vt}{Va} = 0.66$$

در خروجی داریم :

برای طراحی با چرخش آزاد $rV_{x1} = Cte$ در همه شعاع ها صادق است . بنابراین بین شعاع متوسط و نوک :

چون V_a ثابت است

$$r_m V_{mt} = r_t V_{xt}$$

$$r_m \tan a_{1m} = r_t \tan a_{1t}$$

$$\rightarrow \tan a_{1t} = \frac{r_m}{r_t} \tan a_{1m}$$

از طرفی :

$$\frac{r_m}{r_t} = \frac{U_m}{U_t} = 0.8$$

زاویه ورودی هوا در نوک :

$$\rightarrow \tan a_{1t} = 0.8 \tan 18.78 \Rightarrow a_{1t} = 15.21$$

زاویه ورودی پره در نوک :

$$\tan b_{1t} = \frac{262.5}{157.5} - \tan 15.21 \Rightarrow b_{1t} = 54.37$$

در خروجی داریم $rV_x = Cte$ بنابراین :

زاویه خروجی هوا در نوک :

$$\tan a_{2t} = 0.8 a_{2m} = 0.8 \tan 44.8 = 0.794 \Rightarrow a_{2t} = 38.45$$

زاویه خروجی پره در نوک :

$$\tan b_{2t} = 1.66 - \tan a_{2t} \Rightarrow b_{2t} = 40.9$$

برای ریشه پره داریم :

$$\tan a_{1r} + \tan b_{1r} = \frac{Ur}{Va} = 1$$

$$rV_{x1} = Cte$$

$$\tan a_{1r} = \frac{U_m}{Ur} \tan a_{1m} = \frac{210}{157.5} \tan 18.78 = 0.453$$

زاویه ی هوا در ورودی در ریشه پره :

$$a_{1r} = 24.38$$

زاویه ورودی پره در ریشه :

$$\tan b_{1r} = 1 - \tan 24.38 \rightarrow b_{1r} = 28.68$$

$$\tan b_{1r} = \frac{210}{157.5} \tan a_{2m} \rightarrow a_{2r} = 52.94$$

$$\tan b_{2r} = 1 - \tan a_{2r} = 0.324 \rightarrow b_{2r} = -17.95$$
$$1.324$$

نسبت بازتاب در نوک پره :

$$R_t = \frac{U}{2}(\tan b_{1t} + \tan b_{2t})$$

$$= \frac{157.5}{2 \times 262.5}(\tan 54.37 + \tan 40.9) = 0.68$$

نسبت بازتاب در ریشه پره :

$$R_r = \frac{157.5}{2\times 157.5}(\tan 28.68 + \tan(-17.95))$$

$$= 0.112$$

- **تمرین** :

اگر در مثال قبل ، نسبت بازتاب در همه جای پره 0.5 باشد ، زاویه جریان ورودی و خروجی در نوک و ریشه پره را بدست آورید .

$$\begin{cases} R_t = \dfrac{Va_t}{2U_t}(\tan b_{1t} + \tan b_{2t}) \\ T_{03} - T_{01} = \dfrac{l\,U_t Va_t}{C_P}(\tan b_{1t} + \tan b_{2t}) \end{cases}$$

در نوک پره داریم :

$$\begin{cases} 0.5 = \dfrac{157.5}{2\times 262.5}(\tan b_{1t} + \tan b_{2t}) \\ 20 = \dfrac{0.92\times 262.5\times 157.5}{1005}(\tan b_{1t} + \tan b_{2t}) \end{cases}$$

زوایای ورودی و خروجی جریان در نوک پره :

$$\rightarrow b_1 = 47.64^0 = a_2$$
$$b_2 = 29.64^0 = a_1$$

و به همین ترتیب زوایای ورودی و خروجی جریان در ریشه بدست می آید :

$$b_1 = 43.23^0 = a_2$$
$$b_2 = 3.43^0 = a_1$$

- **مثال)** برای طراحی مرحله اول یک کمپرسور جریان محوری مشخصات و اطلاعات زیر مورد نیاز است :

افزایش درجه حرارت سکون مرحله 22 K

دبی جرمی هوا $25\frac{kg}{s}$

سرعت دورانی 150 RPM

سرعت محوری در مرحله $157\frac{m}{s}$

ضریب کار انجام شده 0.95

سرعت متوسط تیغه $200\frac{m}{s}$

نسبت بازتاب در شعاع متوسط 50%

نسبت درجه تیغه در نور $\frac{\text{ارتفاع}}{\text{عرض}}$

درجه حرارت سکون ورودی 288 k

فشار سکون ورودی 101.3 کیلو پاسکال

حساب کنید :

الف) زاویه هوا و تیغه را در شعاع متوسط

ب) شعاع متوسط

ج) ارتفاع تیغه

د) گام و عرض تیغه (L,S)

هـ) تعداد تیغه ها

الف)

در شعاع متوسط داریم :

$$T_{03} - T_{01} = \frac{l\, U_m Va}{C_P}\left(\tan b_{1m} + \tan B_{2m}\right)$$

$$22 = \frac{0.95\times 200\times 157}{1005}\left(\tan b_1 + \tan b_2\right)$$

$$\rightarrow \tan b_1 - \tan b_2 = 0.741 \qquad (I)$$

از طرفی برای نسبت بازتاب داریم :

$$\rightarrow \tan b_1 + \tan b_2 = \frac{2\times 0.5\times 200}{157} = 1.27 \qquad (II)$$

$$II, I \quad \begin{cases} b_1 = 45.16^0 = a_2 \\ b_2 = 14.81^0 = a_1 \end{cases}$$

ب) شعاع متوسط :

$$r_m = \frac{U}{2pN} = \frac{200}{2p\times 150} = 0.212(m)$$

ج) ارتفاع تیغه از سطح حلقوی بدست می آید با استفاده از معادله پیوستگی داریم :

$$\dot{m} = rAVa$$

$$V_1 = \frac{Va}{\cos a_{1m}} = \frac{157}{\cos 14.81} = 162.4(\frac{m}{s})$$

$$T_1 = T_{01} - \frac{V_1^2}{2C_P} = 288 - \frac{162.4^2}{2\times 1005} = 274.88K$$

با فرض آیزنتروبیک بودن جریان در ورودی :

$$\frac{P_1}{P_{01}} = \left(\frac{T_1}{T_{01}}\right)^{\frac{g}{g-1}}$$

فشار استاتیک $P_1 = 101.3\left(\frac{274.88}{288}\right)^{3.5} = 86.1(kpa)$

$$r_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{86.1\times 10^3}{287\times 274.88} = 1.09(\frac{kg}{m^3})$$

از رابطه پیوستگی داریم :

$$A = \frac{m}{r_1 Ca} = \frac{25}{1.09\times 157} = 0.146(m^2)$$

ارتفاع تیغه :

$$h = \frac{A}{2p\ r_m} = \frac{0.146}{2p\times 0.212} = 0.11m$$

ج) از منحنی انحراف معمولی برای یک تعداد تیغه سری تیغه را می توان برای محاسبه گام و طول پره نیز استفاده کرد . در شعاع متوسط و توجه به اینکه در آن تیغه b معادل a سری تیغه است .

$$\overset{*}{e} = B_1 - B_2 = 45 - 16 - 14.81 = 30.35^0$$

با توجه به شکل در زاویه خروجی $B_2 = 14.81^0$ مقدار L^S (ضریب استواری) را به دست می آوریم .

$$\frac{S}{L} = 0.8$$

نسبت وجه تیغه = ارتفاع / عرض ---------- $\Rightarrow 3 = \frac{0.11}{L} \rightarrow L = 0.0366m$

گام تیغه $S = 0.8 \times 0.0366 = 0.0293\ m$

تعداد تیغه ها = محیط در شعاع متوسط / گام در شعاع متوسط $= \frac{2p \times 0.212}{0.0293} = 45.446$

تعداد تیغه ها نباید از ضریب مشترک باشد (بدلیل بروز فرکانس های رزونانسی بین تیغه های ثابت و متحرک بنابراین چون 45 قابل تقسیم به 5 , 9 است ، لذا یکی بالاتر یا پایین تر 43 یا 47 انتخاب می کنیم که محاسبات را کمی تغییر می دهد : اگر تعداد تیغه را 47 پره در نظر بگیریم :

$\rightarrow S = 0.0283m$

$\rightarrow L = 0.0354m$

نسبت وجه = $\frac{h}{L} = \frac{0.11}{0.0345} = 3.1(m)$

- **مثال)** از اطلاعات مثال قبلی استفاده کرده و با در نظر گرفتن نمودارهای ذکر شده ، با فرض اینکه خط کمبر قوسی شکل است(بخشی از محیط یک دایره)محاسبه نمایید :

الف) زاویه ی انحنای قوس پره(زاویه ی خمیدگی) q

ب)زاویه ی انحراف(d)

ج)زاویه ی حمله ی پره(z)

- **حل** :

$$d = a_2 - a_2' = mq(\frac{S}{L})^{\frac{1}{2}}$$

بطوریکه $m = 0.23(\frac{2a}{L})^2 + 0.1(\frac{a_2}{50})$

در یک پره با خط کمبر قوسی شکل: $\frac{a}{L} = \frac{1}{2}$

$$m = 0.23(1)^2 + 0.1(\frac{14.81}{50}) \Rightarrow m = 0.26$$

$$d = 0.26q(0.8)^{\frac{1}{2}} = 0.233q \qquad (I)$$

$$\begin{vmatrix} q = a_1' - a_2' \\ d = a_2 - a_2' \end{vmatrix} \Rightarrow q = a_1' - a_2 + d \qquad (\Pi)$$

$$(I)\ \&\ (\Pi) \Rightarrow q = a_1' - a_2 + 0.233q$$

a_1 همان زاویه ی نسبی ورودی هوا برای ردیف پره ی متحرک یعنی b_1 است و با توجه به اینکه i (زاویه ی برخورد) در مسئله تعریف نشده است ، بنابراین صفر در نظر گرفته میشود :

$$i = a_1 - a_1^{'} = 0 \Rightarrow a_1 = a_1^{'}$$

$$q = b_1 - b_2 + 0.233q \Rightarrow q = 39.57^o$$

$$\Rightarrow d = 9.22^o \quad \text{(I) در } q$$

$$z = a_1^{'} - \frac{q}{2} \Rightarrow 45.16 - \frac{39.57}{2} = 25.4$$