

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ - ، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱- کدام یک از عبارات زیر در مورد نرم تابع  $f$  یعنی  $\|f\|$  برقرار است؟

$$\|f\| = (f, f)^2 \quad .2 \quad \frac{1}{2} \quad .1$$

$$\|f\| = (f, f) \quad .3$$

$$\|f\| = (f + f, f + f) \quad .4$$

۲- تابع دو متغیره  $F$  برای مجموعه توابع  $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$  یک تابع مولد است هرگاه:

$$F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(t) x^n \quad .2 \quad F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x) t^n \quad .1$$

$$F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} t^n \quad .4 \quad F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x) \quad .3$$

۳- حاصل  $P_5(1)$  که در آن  $P_5$  پنجمین چند جمله ای لژاندر می باشد کدام است؟

$$5 \quad .1 \quad -1 \quad .2 \quad 1 \quad .3 \quad \text{صفر} \quad .4$$

۴- چند جمله ای های چبیشف نوع دوم دسته خاصی از چند جمله ای های ژاکوبی به ازای کدام یک از مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  است؟

$$\alpha = \beta = 0 \quad .1 \quad \alpha = \beta = -\frac{1}{2} \quad .2 \quad \alpha = \beta = 1 \quad .3 \quad \alpha = \beta = \frac{1}{2} \quad .4$$

۵- کدام گزینه جزء معادلات منفرد است؟

$$\text{معادله لژاندر} \quad .1 \quad \text{معادله لاگر} \quad .2 \quad \text{معادله هرمیت} \quad .3 \quad \text{همه موارد} \quad .4$$

۶- فرض کنید  $C_n$  ضرایب فوریه تابع  $f$  نسبت به مجموعه متعامد  $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$  باشد. آنگاه  $C_n$  کدام است؟

$$C_n = \frac{(f, \varphi_n)}{\|\varphi_n\|} \quad .1 \quad C_n = (f, \varphi_n) \quad .2 \quad C_n = \frac{(f, \varphi_n)}{\|\varphi_n\|^2} \quad .3 \quad C_n = \frac{(f, \varphi_n)}{\|f\|^2} \quad .4$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۲۸

۷- سری فوریه چند جمله ای های لاگر برای تابع  $f$  یعنی  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n L_n(x)$  را در نظر بگیرید. ضرایب این سری کدام است؟

۱.  $c_n = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x} f(x) L_n(x) dx$

۲.  $c_n = \int_0^{\infty} e^{-x} f(x) L_n(x) dx$

۳.  $c_n = \int_0^{\infty} e^{-x^2} f(x) L_n(x) dx$

۴.  $c_n = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} f(x) L_n(x) dx$

۸- اگر  $P_n(x)$  چندجمله ایهای لژاندر را نشان دهد،  $\|P_5(x)\|^2$  کدام است؟

۱.  $\frac{2}{9}$

۲.  $\frac{2}{11}$

۳.  $\frac{2}{5}$

۴.  $\frac{2}{7}$

۹- اگر  $u_0 \neq 0$  جواب مسئله همگن  $Lu = 0, a \leq x \leq b$  باشد، مسئله ناهمگن آن  $Lu = f(x)$  دارای جواب است هرگاه:

۱.  $\int_a^b u_0 dx \neq 0$

۲.  $\int_a^b u_0 f(x) dx \neq 0$

۳.  $\int_a^b u_0 f(x) dx = 0$

۴.  $\int_a^b u_0 dx = 0$

۱۰- کدام گزینه در مورد تابع گرین نادرست است؟

۱. تابع گرین در  $x = \xi$  پیوسته است.

۲. تابع گرین در  $x = \xi$  مشتق پذیر است.

۳. تابع گرین در مسئله همگن  $Lu = 0$  صدق می کند.

۴. تابع گرین نسبت به متغیرهای  $x$  و  $\xi$  متقارن است.

۱۱- سری فوریه کسینوسی تابع  $f(x) = \sin^2 x, 0 \leq x \leq \pi$  کدام است؟

۱.  $\sum \frac{\cos 2nx}{n^2}$

۲.  $\sum \frac{\cos nx}{n}$

۳.  $\frac{1 - \cos 2x}{2}$

۴.  $1 - \cos 2x$

۱۲- سری فوریه تابع متناوب  $f(x) = \begin{cases} 1 & -\pi < x < 0 \\ 2 & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ -3 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$  با دوره تناوب  $2\pi$  در  $x = 0$  به چه مقداری همگراست؟

۱. صفر

۲. ۲

۳. ۱

۴.  $\frac{3}{2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۳- اگر تابع  $f$  بر بازه  $[0, c]$  قطعه ای هموار باشد آنگاه سری کسینوسی فوریه برای  $f$  کدام است؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{c} \quad .2 \qquad \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{c} \quad .1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{c} \quad .4 \qquad \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{c} \quad .3$$

۱۴- یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی شبه خطی می نامیم هر گاه:

۱. معادله نسبت به بالاترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود غیر خطی باشد.

۲. معادله نسبت به پایین ترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود خطی باشد.

۳. معادله نسبت به پایین ترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود غیر خطی باشد.

۴. معادله نسبت به بالاترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود خطی باشد.

۱۵- معادله دیفرانسیل تقریباً خطی با مقادیر مستقل خطی  $x$  و  $y$  به صورت

$$LZ = AZ_{xx} + 2BZ_{xy} + CZ_{yy} + M(x, y, z, Z_x, Z_y) = 0$$
 را در نظر بگیرید. مبین  $L$  کدام است؟

$$\Delta(x, y) = B(x, y) - A(x, y)C(x, y) \quad .2 \qquad \Delta(x, y) = B^2(x, y) - 4A(x, y)C(x, y) \quad .1$$

$$\Delta(x, y) = B(x, y) - 4A(x, y)C(x, y) \quad .4 \qquad \Delta(x, y) = B^2(x, y) - A(x, y)C(x, y) \quad .3$$

۱۶- عملگر  $L$  در سوال قبل در نقطه  $(x, y)$  سهموی است هر گاه:

$$\Delta(x, y) = 0 \quad .1 \qquad \Delta(x, y) = 1 \quad .2 \qquad \Delta(x, y) > 0 \quad .3 \qquad \Delta(x, y) < 0 \quad .4$$

۱۷- کدام گزینه در مورد معادله دیفرانسیل  $yZ_{xx} + (x+y)Z_{xy} + xZ_{yy} = 0$  درست است؟۱. این معادله همه جا به خط  $y = x$  هذلولوی و بر این خط سهموی است.

۲. این معادله همه جا هذلولوی است.

۳. این معادله همه جا سهموی است.

۴. این معادله همه جا بیضوی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۲۸

۱۸-  $\frac{\partial z}{\partial x} + z = x$  جواب عمومی معادله دیفرانسیل کدام است؟

۱.  $z = e^{-x} f(x-y) + x$

۲.  $z = e^{-x} f(y) + x$

۳.  $z = e^{-x} f(y) + x - 1$

۴.  $z = e^{-x} f(x-y) + x + 2$

۱۹- تابع  $f$  بر بازه  $[a, b]$  قطعه ای هموار است هر گاه:

۱.  $f$  بر  $[a, b]$  قطعه ای پیوسته باشد.

۲.  $f'$  بر  $[a, b]$  قطعه ای پیوسته باشد.

۳.  $f$  و  $f'$  بر  $[a, b]$  قطعه ای پیوسته باشد.

۴.  $f$  بر  $[a, b]$  هموار باشد.

۲۰- چند جمله ای های لژاندر نسبت به کدام تابع وزن روی بازه  $[-1, 1]$  متعامد هستند؟

۱.  $w(x) = e^{-x}$

۲.  $w(x) = 1$

۳.  $w(x) = e^{-x^2}$

۴.  $w(x) = x$

### سوالات تشریحی

نمره ۱.۴۰

۱- تابع گرین و جواب مسأله با مقدار مرزی  $\begin{cases} y'' + y = 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 0, & y(1) = 0 \end{cases}$  را پیدا کنید.

نمره ۱.۴۰

۲- مقادیر ویژه و توابع ویژه مسأله  $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq \pi \\ y(0) = 0, & y'(\pi) = 0 \end{cases}$  را در صورت وجود بدست آورید.

نمره ۱.۴۰

۳- (الف) فرمول انتگرال فوریه تابع  $f(x) = \begin{cases} 1; & |x| < 1 \\ 0; & |x| > 1 \end{cases}$  را بدست آورید.

(ب) به کمک قسمت (الف) مطلوب است حاصل  $\int_0^{\infty} \frac{\sin 2s}{s} ds$ .

نمره ۱.۴۰

۴- جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $x^2 p - xyq + yz = 0$  را پیدا کنید.

نمره ۱.۴۰

۵- مسأله  $\frac{\partial w}{\partial x} + x \frac{\partial w}{\partial t} = 0$  را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.  
 $w(x, 0) = 0$   
 $w(0, t) = t$