

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲، کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی مهندسی صنایع (چندبخشی) (۱۱۲۲۰۷۸ -، ۱۱۱۷۱۴۴ -

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- اگر چگالی احتمال  $X$  به صورت  $f(x) = 6x(1-x)$  به ازای  $0 < x < 1$  باشد، چگالی احتمال  $Y = X^3$  کدام است؟

۱.  $2(y^{\frac{1}{3}} - 1)$       ۲.  $2(y^{\frac{1}{3}} + 1)$       ۳.  $2(y^{\frac{1}{3}} + 1)$       ۴.  $2(y^{\frac{1}{3}} - 1)$

۲- اگر  $Y = |X|$  باشد، مقدار  $g(y)$  کدام است؟

۱. به ازای  $y < 0$ ،  $g(y) = f(y) + f(-y)$       ۲. به ازای  $y < 0$ ،  $g(y) = f(y) - f(-y)$   
 ۳. به ازای  $y < 0$ ،  $g(y) = f(y) + f(-y)$       ۴. به ازای  $y < 0$ ،  $g(y) = f(y) - f(-y)$

۳- اگر  $X$  و  $Y$  متغیرهای تصادفی مستقلی باشند که چگالی نمایی با پارامتر یک دارند، چگالی احتمال  $Z = \frac{X}{X+Y}$  را

بیابید؟

۱. دارای توزیع یکنواخت یک و دو      ۲. دارای توزیع نمایی یک  
 ۳. دارای توزیع فیشر صفر و یک      ۴. دارای توزیع یکنواخت صفر و یک

۴- فرض کنید  $F(X)$  مقدار تابع توزیع متغیر تصادفی پیوسته  $X$  به ازای  $x$  باشد، چگالی احتمال  $Y = F(X)$  را بیابید؟

۱. توزیع نمایی      ۲. توزیع برنولی      ۳. توزیع یکنواخت      ۴. توزیع دوجمله ای

۵- با فرض این که  $X = \ln Y$  دارای توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  باشد، چگالی احتمال  $Y$  در کدام گزینه قرار دارد؟

۱. توزیع لگ-نرمال      ۲. توزیع نرمال      ۳. توزیع هندسی      ۴. توزیع کوشی

۶- توزیع مجموع  $n$  متغیر تصادفی مستقل پواسن با پارامتر یکسان  $\lambda$ ، کدام است؟

۱. پواسن با پارامتر  $n\lambda$       ۲. گاما با پارامتر  $n\lambda$       ۳. گاما با پارامتر  $\lambda$       ۴. پواسن با پارامتر  $\lambda$

۷- اگر  $X_r$  و  $X_s$ ،  $r$  امین و  $s$  امین متغیرهای تصادفی از نمونه ای تصادفی به اندازه  $n$  باشند که از جامعه ای متناهیاستخراج شده اند، آنگاه  $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$  استخراج شده اند، را به دست آورید؟

۱.  $\frac{\sigma^2}{N-1}$       ۲.  $-\frac{\sigma^2}{N+1}$       ۳.  $\frac{\sigma^2}{N+1}$       ۴.  $-\frac{\sigma^2}{N-1}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲، کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱) - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸) - آموزش ریاضی

۱۱۷۱۴۴ - مهندسی صنایع (چندبخشی) (۱۱۲۲۰۷۸)

۸- اگر  $\bar{X}$  میانگین یک نمونه تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای متناهی به اندازه  $N$  و واریانس  $\sigma^2$  باشد، آنگاه واریانس  $\bar{X}$  در کدام گزینه قرار دارد؟

$$\text{var}(\bar{X}) = \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\sigma^2}{n} \quad .۲$$

$$\text{var}(\bar{X}) = \frac{N-1}{N-n} \cdot \frac{\sigma^2}{N} \quad .۱$$

$$\text{var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad .۴$$

$$\text{var}(\bar{X}) = \frac{N-1}{N-n} \cdot \frac{\sigma^2}{n} \quad .۳$$

۹- اگر  $X$  و  $Y$  نمونه ای تصادفی از جامعه ای نامتناهی باشد، آنگاه  $\text{cov}(Y - \bar{X}, \bar{X})$  را به دست آورید؟

۰۴ .۴

یک .۳

$$\frac{2\sigma^2}{3} \quad .۲$$

$$\frac{\sigma^2}{2} \quad .۱$$

۱۰- اگر نمونه ای تصادفی از جامعه ای نامتناهی که متشکل از اعداد صحیح  $1, 2, \dots, N$  است انتخاب شود، میانگین توزیع  $\bar{X}$  کدام است؟

$$\frac{N}{2} \quad .۴$$

$$\frac{N+1}{2} \quad .۳$$

$$2N \quad .۲$$

$$N \quad .۱$$

۱۱- اگر  $X$  دارای توزیع نرمال استاندارد باشد، آنگاه  $X^2$  دارای چه توزیعی خواهد بود؟

$$\chi_{(2)}^2 \quad .۴$$

$$F \quad .۳$$

$$Z \quad .۲$$

$$\chi_{(1)}^2 \quad .۱$$

۱۲- برای متغیر تصادفی  $V$  که دارای توزیع خی دو با ۴ درجه آزادی است، مقدار  $E\left(\frac{1}{V}\right)$  در کدام گزینه قرار دارد؟

$$۰/۷۵ \quad .۴$$

یک .۳

$$۰/۲۵ \quad .۲$$

$$۰/۵ \quad .۱$$

۱۳- برای نمونه های تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای نمایی با پارامتر  $\theta$ ،  $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$ ،  $x \geq 0$  است. توزیع  $Y_1$  اولین آماره

ترتیبی کدام است؟

$$g_1(y_1) = 2n\theta e^{-ny_1/2\theta}, y \geq 0 \quad .۲$$

$$g_1(y_1) = \frac{n}{2\theta} e^{-ny_1/2\theta}, y \geq 0 \quad .۱$$

$$g_1(y_1) = \frac{n}{\theta} e^{-ny_1/\theta}, y \geq 0 \quad .۴$$

$$g_1(y_1) = 2n\theta e^{-2ny_1/\theta}, y \geq 0 \quad .۳$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲، کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ -)، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ -)، آموزش ریاضی  
۱۱۱۷۱۴۴ -، مهندسی صنایع (چندبخشی) (۱۱۲۲۰۷۸)

۱۴- در برآورد میانگین  $\mu$  ی یک جامعه نرمال بر مبنای یک نمونه تصادفی به اندازه  $2n+1$ ، کارایی مجانبی میانه نسبت به میانگین چیست؟

۱. برابر است.      ۲. ۶۴ درصد است.      ۳.  $\frac{\pi}{2}$  است.      ۴.  $\frac{\pi}{4}$  است.

۱۵- با مفروض بودن  $x$  موفقیت در  $n$  آزمایش، برآورد درست‌نمایی ماکسیمم پارامتر  $\theta$  را در توزیع دوجمله ای بیابید؟

۱.  $\frac{x}{2n}$       ۲.  $x^2$       ۳.  $2x$       ۴.  $\frac{x}{n}$

۱۶- فرض کنید که  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای یکنواخت  $f(x, \theta) = 1, \theta - \frac{1}{2} < x < \theta + \frac{1}{2}$  باشد، برآوردکننده درست‌نمایی  $\theta$  را بیابید؟

۱.  $Y_n - \frac{1}{2} \leq \hat{\theta} \leq Y_1 + \frac{1}{2}$       ۲.  $Y_n - 1 \leq \hat{\theta} \leq Y_1 + \frac{1}{4}$       ۳.  $Y_n \leq \hat{\theta} \leq Y_1 + \frac{1}{2}$       ۴. همه موارد

۱۷- در یک توزیع دوجمله ای با پارامتر  $\theta$ ، گزینه درست کدام است؟

۱.  $\frac{X+1}{n+2}$  برآوردکننده ای اریب برای پارامتر  $\theta$  است.

۲.  $\frac{X+1}{n+2}$  برآوردکننده ای مجانباً ناریب برای پارامتر  $\theta$  است.

۳.  $\frac{X+1}{n+2}$  برآوردکننده ای ناریب برای پارامتر  $\theta$  است.

۴. گزینه یک و دو

۱۸- خطای نوع I کدام است؟

۱. احتمال رد فرض صفر در صورتی که فرض یک درست باشد.

۲. احتمال رد فرض صفر در صورتی که فرض صفر درست باشد.

۳. احتمال رد فرض یک در صورتی که فرض صفر درست باشد.

۴. احتمال رد فرض یک در صورتی که فرض یک درست باشد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲، کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی

۱۱۱۷۱۴۴ -، مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

۱۹- یک مشاهده واحد از یک متغیر تصادفی که دارای توزیع نمایی است برای آزمون این فرض به کار می رود که میانگین توزیع  $\theta = 2$  در برابر فرض مقابل  $\theta = 5$  است. اگر فرض صفر را وقتی و فقط وقتی بپذیریم که مقدار مشاهده متغیر تصادفی کمتر از ۳ است، احتمال خطای II را پیدا کنید؟

$$e^{-3} \quad .1 \quad 1 - e^{-3} \quad .2 \quad 1 - e^{-3/5} \quad .3 \quad e^{-3/5} \quad .4$$

۲۰- اگر ۱۴۰ نفر از ۴۰۰ نفر رای دهنده، که به تصادف انتخاب شده اند، موافق انجام یک پروژه باشند و  $\hat{\theta}$  برآوردی از نسبت واقعی موافقان انجام پروژه در جامعه باشند. با اطمینان ۹۹ درصد حداکثر خطا چقدر است؟ (عدد جدول ۲/۵۷۵ است)

$$.۰۳۵ \quad .1 \quad .۰۶۱ \quad .2 \quad .۰۹۴ \quad .3 \quad .۰۶۷ \quad .4$$

۲۱- تعریف  $P$  - مقدار کدام است؟

۱. بالا ترین سطح معنی دار بودن است که می توان فرض صفر را در آن رد کرد.

۲. پایین ترین سطح معنی دار بودن است که می توان فرض صفر را قبول کرد.

۳. پایین ترین سطح معنی دار بودن است که می توان فرض صفر را در آن رد کرد.

۴. بالا ترین سطح معنی دار بودن است که می توان فرض صفر را قبول کرد.

۲۲- در آزمون فرضی معین،  $P$  - مقدار متناظر با آماره آزمون  $۰/۰۳۱۶$  است. در کدام سطح معنی دار بودن، فرض صفر را می توان رد کرد؟

$$.۰/۰۳۰ \quad .1 \quad .۰/۰۵ \quad .2 \quad .۰/۰۱۵ \quad .3 \quad .۰/۰۰۱ \quad .4$$

۲۳- آماره آزمون فرض  $\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 0/36 \\ H_1: \sigma^2 > 0/36 \end{cases}$  کدام است؟

$$F \quad .1 \quad \chi^2 \quad .2 \quad T \quad .3 \quad Z \quad .4$$

۲۴- اگر رگرسیون  $Y$  روی  $X$  خطی باشد، آنگاه  $\mu_{Y|x}$  کدام است؟

$$\mu_1 + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (x - \mu_2) \quad .1 \quad \mu_1 + \rho \frac{\sigma_1}{\sigma_2} (x - \mu_2) \quad .2 \quad \mu_2 + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (x - \mu_1) \quad .3 \quad \mu_2 + \rho \frac{\sigma_1}{\sigma_2} (x - \mu_1) \quad .4$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲، کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

 رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی  
 ۱۱۱۷۱۴۴ -، مهندسی صنایع (چندبخشی) (۱۱۲۲۰۷۸)
۲۵- با مفروض بودن چگالی توام  $f(x, y) = 1$  به ازای  $0 < y < 1, -y < x < y$ ، آنگاه:

۱. متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  ناهمبسته اند ولی مستقل نیستند.
۲. متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  ناهمبسته و مستقل هستند.
۳. متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  همبسته اند ولی مستقل نیستند.
۴. متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  همبسته و مستقل هستند.

### سوالات تشریحی

۱- اگر  $X$  تعداد خط هایی باشد که در چهار پرتاب یک سکه همگن به دست می آیند، توزیع احتمال  $Y = \frac{1}{1+X}$  را پیدا کنید؟  
 ۱.۴۰ نمره

۲- قانون اعداد بزرگ و قضیه حد مرکزی را شرح دهید؟  
 ۱.۴۰ نمره

۳- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از جامعه ای یکنواخت با  $\alpha = 0$  باشد، نشان دهید که  $\frac{n+1}{n} Y_n$  و  $2\bar{X}$  بر آوردکننده های ناریب  $\beta$  می باشند؟  
 ۱.۴۰ نمره

۴- نشان دهید که میانگین نمونه ای تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای نمایی، یک بر آوردکننده ناریب با کمترین واریانس پارامتر  $\theta$  است؟  
 ۱.۴۰ نمره

۵- نمونه ای تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای نمایی برای آزمون فرض صفر  $\theta = \theta_0$  در برابر فرض مقابل  $\theta = \theta_1 > \theta_0$ ، به کار می رود. با استفاده از لم نیمن - پیرسن تواناترین ناحیه بحرانی به اندازه  $\alpha$  را پیدا کنید و نشان دهید که چگونه باید مقدار ثابت را محاسبه کرد؟  
 ۱.۴۰ نمره