

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

۱- توپولوژی  $A$  - شامل در  $X$  یک توپولوژی گسسته است هرگاه

$$A = X \quad ۰.۱ \quad A = \emptyset \quad ۰.۲$$

۰.۳  $A$  مجموعه متناهی باشد. ۰.۴  $A$  مجموعه شمارا باشد.

۲- در فضای توپولوژیک متمم شمارای  $X$  مجموعه  $\{2, 4, 6, \dots\}$  در کدام گزینه صدق می کند؟

- ۰.۱ هم باز و هم بسته  
۰.۲ نه باز و نه بسته  
۰.۳ باز است ولی بسته نیست.  
۰.۴ بسته است ولی باز نیست.

۳- اگر  $S = \{(-\infty, a) \mid a \in \mathbb{R}\} \cup \{(a, +\infty) \mid a \in \mathbb{R}\}$  باشد آنگاه توپولوژی تولید شده توسط  $S$  روی اعداد حقیقی  $\mathbb{R}$  کدام گزینه است؟

- ۰.۱ توپولوژی گسسته ۰.۲ توپولوژی حد بالایی ۰.۳ توپولوژی حد پایینی ۰.۴ توپولوژی معمولی

۴- اگر  $X = \mathbb{R}$  و  $Y = [0, 1) \cup \{3\}$  باشد آنگاه توپولوژی زیرفضایی  $Y$  و توپولوژی ترتیبی در  $Y$  (با  $<$ ) از نظر مقایسه توپولوژیها در کدام گزینه صدق می کنند؟

- ۰.۱ قابل مقایسه نیستند.  
۰.۲ برهم منطبقند.  
۰.۳ توپولوژی زیر فضایی ظریفتر است.  
۰.۴ توپولوژی ترتیبی ظریفتر است.

۵- اگر  $X$  یک فضا و  $Y$  زیرفضایی از آن و  $A \subseteq Y$  باشد آنگاه

$$\text{Int}(A) \subseteq (\text{Int}(A))_Y \quad ۰.۲ \quad (\text{Int}(A))_Y \subseteq \text{Int}(A) \quad ۰.۱$$

$$\bar{A} = (\bar{A})_Y \quad ۰.۴ \quad \bar{A} \subseteq (\bar{A})_Y \quad ۰.۳$$

۶- در فضای توپولوژیکی  $X$  کدام گزینه مفهوم خارج زیرمجموعه  $A$  در  $X$  نیست؟

$$\text{Int}(X - A) \quad ۰.۱ \quad X - \bar{A} \quad ۰.۲ \quad \text{Ext}(A) \quad ۰.۳ \quad X - \text{Int}(A) \quad ۰.۴$$

۷- اگر  $(X, d)$  یک فضای متریک و  $Y$  زیرمجموعه ای غیر خالی از  $X$  باشد اگر  $(Y, d_Y)$  کامل باشد آنگاه

- ۰.۱  $\bar{Y} = X$  است.  
۰.۲ هر دنباله اصلی در  $X$  دارای نقطه حدی در  $Y$  است.  
۰.۳  $(X, d)$  بسته است.  
۰.۴  $(X, d)$  کراندار است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۵ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

۸- اگر  $X$  و  $Y$  دو فضای دلخواه و  $f: X \rightarrow Y$  یک تابع باشد آنگاه کدام گزینه مغایر با بقیه گزینه است؟

۱. به ازای هر زیرمجموعه  $Y$  مانند  $B$ ،  $f^{-1}(\overline{B}) \subseteq \overline{f^{-1}(B)}$

۲. به ازای هر زیرمجموعه بسته  $Y$  مانند  $B$ ،  $f^{-1}(B)$  در  $X$  بسته است.

۳. به ازای هر زیرمجموعه  $Y$  مانند  $B$ ،  $f^{-1}(\text{Int}(B)) \subseteq \text{Int}(f^{-1}(B))$

۴. به ازای هر زیرمجموعه  $X$  مانند  $A$ ،  $f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$

۹- اگر  $X = [0, 2\pi]$  و افراز  $M$  از  $X$  به صورت  $M = \{0, 2\pi\} \cup \{x \mid 0 < x < 2\pi\}$  باشد آنگاه فضای خارج قسمت حاصل کدام گزینه است؟

۱. استوانه      ۲. چنبره      ۳. دایره      ۴. نوار موبیوس

۱۰- کدام یک از فضاهای زیر ممکن است نافشرده باشد؟

۱. فضایی که توپولوژی آن متناهی باشد.  
۲. فضای توپولوژیکی ناگسسته  
۳. فضای توپولوژیکی متمم متناهی  
۴. فضای توپولوژیکی متمم شمارا

۱۱- کدام گزینه درست است؟

۱. هر فضای متری فشرده، کامل است.  
۲. هر فضای متری کلاکراندار، فشرده است.  
۳. هر زیرمجموعه فشرده یک فضا، بسته است.  
۴. هر فضای متری کامل، فشرده است.

۱۲- کدام گزینه درست است؟

۱. هر فضای موضعاً فشرده، فشرده است.  
۲. توپولوژی متمم متناهی موضعاً فشرده است.  
۳. توپولوژی متمم شمارا موضعاً فشرده است.  
۴. هر زیرمجموعه فضای موضعاً فشرده، موضعاً فشرده است.

۱۳- شرط لازم و کافی برای اینکه به ازای هر زیرمجموعه واقعی و غیر تهی فضای  $X$  مانند  $A$ ،  $\partial(A) \neq \emptyset$  باشد آنست که  $X$

۱. همبند باشد.      ۲. فشرده باشد.      ۳. شمارا باشد.      ۴. هاسدورف باشد.

۱۴- کدام یک از زیرمجموعه های یک فضا تباهیده اند؟

۱. زیرمجموعه های همبند  
۲. زیرمجموعه های نه باز و نه بسته  
۳. زیرمجموعه های یکانی  
۴. زیرمجموعه های بدیهی

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۵) - ریاضی (محض) (آنالیز)، ریاضی (محض) (جبر)، ریاضی (محض) (هندسه)، ریاضی (محض) - زمینه گراف و ترکیبات جبری، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

۱۵- اگر  $X = \{a, b, c, d, e\}$  یک فضا و  $\tau = \{X, \phi, \{a\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d, e\}\}$  یک توپولوژی در  $X$  باشد آنگاه کدام گزینه یک مولفه در  $X$  است؟

۱.  $X$       ۲.  $\{a\}$       ۳.  $\{c, d\}$       ۴.  $\{a, c, d\}$

۱۶- کدام یک از فضاهای زیر کلاً ناهمبند و موضعاً همبند است؟

۱.  $Q$  (اعداد گویا)      ۲.  $R - Q$  (اعداد گنگ)

۳.  $\{0\} \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$       ۴.  $\mathbb{N}$  (اعداد طبیعی)

۱۷- کدام یک از خواص زیر خاصیت توپولوژیک نیست؟

۱. کرانداری      ۲. اولین اصل شمارایی      ۳. دومین اصل شمارایی      ۴. تفکیک پذیری

۱۸- فضای  $R_L$  کدام خاصیت زیر را ندارد؟

۱. اولین اصل شمارایی      ۲. دومین اصل شمارایی      ۳. تفکیک پذیری      ۴. لیندولف

۱۹- کدام گزینه در اصل  $T_1$  صدق می کند؟

۱. فضای  $\{x\}$  - شامل      ۲. فضای  $\{x\}$  - ناشامل  
۳. فضای ناگسسته که حداقل دو عضو دارد.      ۴. فضای نامتناهی متمم متناهی

۲۰- فضای  $A$  - شامل  $X$  که در آن  $X - A$  مجموعه یکانی باشد در کدام گزینه صدق می کند؟

۱. فضای منظم است.      ۲. فضای  $T_3$  است.      ۳. فضای نرمال است.      ۴. فضای  $T_4$  است.

### سوالات تشریحی

نمره ۱،۴۰

۱- مفاهیم زیر را بیان کنید

(الف) توپولوژی (ب) توپولوژی ناگسسته (ج) توپولوژی متمم متناهی (د) توپولوژی سیرپینسکی

نمره ۱،۴۰

۲- اگر  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک و  $Y \subseteq X$  باشد ثابت کنید گردایه  $\{U \cap Y \mid U \in \tau\}$  یک توپولوژی در  $Y$  است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰)

۳- اگر  $f: X \rightarrow Y$  تابعی باشد ثابت کنید  $f$  بسته است اگر و تنها اگر به ازای هر زیرمجموعه  $X$  مانند  $A$ ،  

$$\overline{f(A)} \subseteq f(\overline{A})$$

۴- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو فضا و  $f: X \rightarrow Y$  تابعی پیوسته باشد. ثابت کنید اگر  $X$  فشرده باشد آنگاه  $f[X]$  نیز فشرده است.

۵- ثابت کنید اگر  $X$  و  $Y$  دو فضای همبند باشند آنگاه  $X \times Y$  نیز همبند است.