



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

تعداد سوالات: تستی: تشریحی: ۵

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی هوافضا-مکانیکها حرارت و سیالات-جامدات-ساخت و تولید-رباتیک-مهندسی راه

آهن-جریه-خودرو- ۱۳۱۵۰۷۰

بارم هر سوال ۲/۸۰ می باشد.

-۱

الف- رفتار مفید: شنیدن با ارتعاش پرده گوش می باشد. تنفس با نوسان ریه ها می باشد.

رفتار مضر: شکست محور روتور به دلیل نامیزانی - شکست پل ها به دلیل پدیده تشدید

ب- طراحی باشد طوری باشد تا فرکانس نیروی تحریک دور از فرکانس طبیعی سیستم باشد تا پدیده تشدید رخ ندهد.

ج- کاهش لگاریتمی آهنگ کاهش دامنه ارتعاشات آزاد میرا را نشان می دهد و با استفاده از آن می توان میرایی سیستم را اندازه گرفت.

-۵

$$K.E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad U = \frac{1}{2} K_1 (R\theta)^2 + \frac{1}{2} (x)^2 \quad x = r\theta \rightarrow$$

$$K.E = \frac{1}{2} m (r\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad U = \frac{1}{2} K_1 (R\theta)^2 + \frac{1}{2} (r\theta)^2$$

$$\frac{d}{dt} (K.E + U) = 0 \rightarrow mr^2 \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + I \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + K_1 R^2 \theta \cdot \dot{\theta} + K_1 r^2 \theta \cdot \dot{\theta} = 0 \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{K_1 R^2 + K_1 r^2}{mr^2 + I}}$$



کد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی (ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

تعداد سوالات: تستی: ۵ تشریحی: ۵

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی / گد درس: مهندسی هوافضا-مکانیکها حرارت و سیالات-جامدات-ساخت و تولید-رباتیک-مهندسی راه

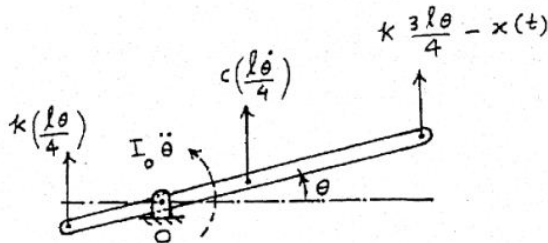
آهن-جریه-خودرو-۱۳۱۵۰۷۰

-۲

$$I_0 \ddot{\theta} = -k \frac{\ell \theta}{4} \left(\frac{\ell}{4}\right) - c \frac{\ell}{4} \dot{\theta} \left(\frac{\ell}{4}\right) - k \left[ \frac{3\ell}{4} \theta - x(t) \right] \frac{3\ell}{4}$$

$$\text{i.e., } I_0 \ddot{\theta} + \frac{1}{16} c \ell^2 \dot{\theta} + \frac{5}{8} k \ell^2 \theta = \frac{3}{4} k \ell x(t) = \frac{3}{4} k \ell x_0 \sin \omega t \quad (1)$$

$$\text{where } I_0 = \frac{1}{12} m \ell^2 + m \left(\frac{\ell}{4}\right)^2 = \frac{7}{48} m \ell^2 = \frac{7}{48} (10) (1^2) = 1.4583 \text{ kg-m}^2 \quad (2)$$



Using given data, Eq. (1) can be expressed as

$$1.4583 \ddot{\theta} + \frac{1}{16} (500) (1^2) \dot{\theta} + \frac{5}{8} (1000) (1^2) \theta = \frac{3}{4} (1000) (1) (0.01) \sin 10 t$$

$$\text{i.e., } 1.4583 \ddot{\theta} + 31.25 \dot{\theta} + 625.0 \theta = 7.5 \sin 10 t \quad (3)$$

Steady state angular displacement of the bar is given by Eq. (3.28) with:

$$\Theta = \frac{7.5}{\left[ \left( 625.0 - 1.4583 (10^2) \right)^2 + 31.25^2 (10^2) \right]^{1/2}} = 0.01311 \text{ rad}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{31.25 (10)}{625.0 - 1.4583 (10^2)} \right) = 0.5779 \text{ rad}$$

$$\therefore \theta(t) = \Theta \sin (\omega t - \phi) = 0.01311 \sin (10 t - 0.5779) \text{ rad}$$



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی (ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

تعداد سوالات: تستی: ۵ تشریحی: ۵

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی هوافضا-مکانیکها حرارت و سیالات-جامدات-ساخت و تولید-رباتیک-مهندسی راه

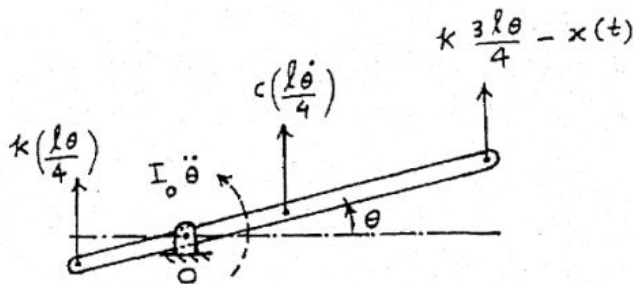
آهن-جریه-خودرو-۱۳۱۵۰۷۰

-۳

$$I_0 \ddot{\theta} = -k \frac{\ell \theta}{4} \left(\frac{\ell}{4}\right) - c \frac{\ell}{4} \dot{\theta} \left(\frac{\ell}{4}\right) - k \left[ \frac{3\ell}{4} \theta - x(t) \right] \frac{3\ell}{4}$$

$$\text{i.e., } I_0 \ddot{\theta} + \frac{1}{16} c \ell^2 \dot{\theta} + \frac{5}{8} k \ell^2 \theta = \frac{3}{4} k \ell x(t) = \frac{3}{4} k \ell x_0 \sin \omega t \quad (1)$$

$$\text{where } I_0 = \frac{1}{12} m \ell^2 + m \left(\frac{\ell}{4}\right)^2 = \frac{7}{48} m \ell^2 = \frac{7}{48} (10) (1^2) = 1.4583 \text{ kg-m}^2 \quad (2)$$



Using given data, Eq. (1) can be expressed as

$$1.4583 \ddot{\theta} + \frac{1}{16} (500) (1^2) \dot{\theta} + \frac{5}{8} (1000) (1^2) \theta = \frac{3}{4} (1000) (1) (0.01) \sin 10 t$$

$$\text{i.e., } 1.4583 \ddot{\theta} + 31.25 \dot{\theta} + 625.0 \theta = 7.5 \sin 10 t \quad (3)$$

Steady state angular displacement of the bar is given by Eq. (3.28) with:

$$\Theta = \frac{7.5}{\left\{ \left[ 625.0 - 1.4583 (10^2) \right]^2 + 31.25^2 (10^2) \right\}^{1/2}} = 0.01311 \text{ rad}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{31.25 (10)}{625.0 - 1.4583 (10^2)} \right) = 0.5779 \text{ rad}$$

$$\therefore \theta(t) = \Theta \sin (\omega t - \phi) = 0.01311 \sin (10 t - 0.5779) \text{ rad}$$



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی (ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

تعداد سوالات: تستی: تشریحی: ۵

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی هوافضا-مکانیکها حرارت و سیالات-جامدات-ساخت و تولید-رباتیک-مهندسی راه

آهن-جریه-خودرو-۱۳۱۵۰۷۰

۴- صفحه ی ۳۱۰ کتاب نیز توجه شود

$$m_1 \ddot{x}_1 + k(x_1 - x_2) = 0$$

$$(-m_1 \omega^2 + k) X_1 - k X_2 = 0$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) = 0$$

$$-k X_1 + (-m_2 \omega^2 + k) X_2 = 0$$

$$\omega^2 [m_1 m_2 \omega^2 - k(m_1 + m_2)] = 0 \quad \omega_1 = 0 \quad \text{and} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}$$

$$\begin{bmatrix} (-m_1 \omega^2 + k) & -k \\ -k & (-m_2 \omega^2 + k) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} -$$

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}^{(1)} = a_1 \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}^{(2)} = a_2 \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.5 \end{Bmatrix}$$



کد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی (ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

تعداد سوالات: تستی: تشریحی: ۵

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی / گد درس: مهندسی هوافضا-مکانیکها حرارت و سیالات-جامدات-ساخت و تولید-رباتیک-مهندسی راه

آهن-جریه-خودرو-۱۳۱۵۰۷۰

- ۵

$$\bar{x}^{(1)T} [m] \bar{x}^{(1)} = 1 \Rightarrow (X_1^{(1)})^2 \{1 \quad 2\} \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} = 1$$

$$\text{or } X_1^{(1)} = 0.2673$$

$$\bar{x}^{(2)T} [m] \bar{x}^{(2)} = 1 \Rightarrow (X_1^{(2)})^2 \{1 \quad -5\} \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -5 \end{Bmatrix} = 1$$

$$\text{or } X_1^{(2)} = 0.1690$$

Thus the modal matrix becomes

$$[X] = \begin{bmatrix} \bar{x}^{(1)} & \bar{x}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2673 & 0.1690 \\ 0.5346 & -0.8450 \end{bmatrix}$$

Using

$$\bar{x}(t) = [X] \bar{q}(t)$$

Equation (E.1) can be expressed as (see Eq. (6.112)):

$$\ddot{\bar{q}}(t) + [\omega^2] \bar{q}(t) = \bar{Q}(t) = \bar{0}$$

$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = 0, \quad i = 1, 2 \quad q_i(t) = q_{i0} \cos \omega_i t + \frac{\dot{q}_{i0}}{\omega_i} \sin \omega_i t$$

$$\begin{aligned} \bar{q}(0) &= \begin{Bmatrix} q_{10}(0) \\ q_{20}(0) \end{Bmatrix} = [X]^T [m] \bar{x}(0) \\ &= \begin{bmatrix} 0.2673 & 0.5346 \\ 0.1690 & -0.8450 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2.673 \\ 1.690 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

$$\dot{\bar{q}}(0) = \begin{Bmatrix} \dot{q}_{10}(0) \\ \dot{q}_{20}(0) \end{Bmatrix} = [X]^T [m] \dot{\bar{x}}(0) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$q_1(t) = 2.673 \cos 1.5811t$$

$$q_2(t) = 1.690 \cos 2.4495t$$

Using Eqs. (E.4), we obtain the displacements of the masses  $m_1$  and  $m_2$  as

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} 0.2673 & 0.1690 \\ 0.5346 & -0.8450 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 2.673 \cos 1.5811t \\ 1.690 \cos 2.4495t \end{Bmatrix}$$

or

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.7145 \cos 1.5811t + 0.2856 \cos 2.4495t \\ 1.4280 \cos 1.5811t - 1.4280 \cos 2.4495t \end{Bmatrix}$$