



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱- تابع چگالی توام  $(X, Y)$  بصورت زیر است:  $f(x, y) = \begin{cases} c(x+y) & 0 < x, y < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$  مقدار  $C$  برابر است با:

۱. ۴

۲. ۳

۳. ۲

۴. ۱

۲- در صورتیکه  $X, Y > 0, X + Y < 1$   $f(X, Y) = \begin{cases} 2 & X, Y > 0, X + Y < 1 \\ 0 & \text{و غیره} \end{cases}$  آنگاه تابع چگالی حاشیه ای  $X$  برابر است با

$$f_X(x) = \begin{cases} 2(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{و غیره} \end{cases}$$

$$f_X(x) = \begin{cases} 2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{و غیره} \end{cases}$$

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}(1-x)^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{و غیره} \end{cases}$$

$$f_X(x) = \begin{cases} (1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{و غیره} \end{cases}$$

۳- در تابع دو متغیره  $f(x, y) = (x+y)I_{(0,1)}(x)I_{(0,1)}(y)$  مقدار  $P(0 < X < \frac{1}{2}, 0 < Y < \frac{1}{4})$  کدام است؟

۳. ۴

۱. ۳

۱. ۲

۳. ۱

۴- کدام مورد صحیح نیست؟

۱. توزیع کوشی همان توزیع  $t$  با یک درجه آزادی است.

۲. توزیع  $t$  با  $k$  درجه آزادی همان توزیع  $F$  با  $1$  و  $k$  درجه آزادی است.

۳. با افزایش درجه آزادی در توزیع  $t$  این توزیع به توزیع نرمال گرایش می یابد.

۴. هیچکدام

۵- اگر تابع چگالی توام دو متغیر به صورت  $f(x, y) = \begin{cases} 12xy(1-y) & 0 < x < 1 \quad 0 < y < 1 \\ 0 & \text{و غیره} \end{cases}$  آنگاه میانگین  $X$  برابر است با

۱. ۴

۱. ۳

۱. ۲

۲. ۱

۶- اگر  $f(x, y) = e^{-(x+y)}I_{(0,\infty)}(x)I_{(0,\infty)}(y)$  باشد کدام گزینه نادرست است؟

۴.  $X$  و  $Y$  مستقلند

۳.  $f(x) = e^{-x}I_{(0,\infty)}(x)$

۲.  $f(y|x) = f(x)$

۱.  $Cov(X, Y) = 0$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۷- قانون ضعیف اعداد بزرگ همگرایی ..... است.

۰۱ در توزیع      ۰۲ میانگین مرتبه دوم      ۰۳ همگرایی در احتمال      ۰۴ هیچکدام

۸- فرض نمایید  $X \sim \Gamma(a, \beta)$  و  $Y \sim \Gamma(b, \beta)$  و از هم مستقل اند در این صورت متغیر تصادفی  $Z = \frac{X}{X+Y}$  دارای

توزیع ..... است.

۰۱  $\beta(a, b)$       ۰۲  $\Gamma(a, b)$       ۰۳  $N(a, b)$       ۰۴ یکنواخت

۹- اگر  $F$  یک تابع توزیع تجمعی باشد. کدام گزینه درست است؟۰۱  $F(x, y) = F(x) + F(y)$  یک تابع توزیع تجمعی توام است.۰۲  $F(x, y) = F(x).F(y)$  یک تابع توزیع تجمعی توام است.۰۳  $F(x, y) = \max(F(x), F(y))$  یک تابع توزیع تجمعی توام است.۰۴  $F(x, y) = F(x) + 2F(y)$  یک تابع توزیع تجمعی توام است.

۱۰- تابع توزیع متغیر تصادفی  $(X, Y)$  بصورت  $F(x, y) = \begin{cases} (1-e^{-y})(1-e^{-x}) & x > 0, y > 0 \\ 0 & o.w \end{cases}$  است. تابع چگالی توام

 $(X, Y)$  کدام است؟

$$f(x, y) = \begin{cases} xye^{-(x+y)} & x, y > 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad ۰۲$$

$$f(x, y) = \begin{cases} xye^{-(x+y)} & x, y > 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad ۰۱$$

$$f(x, y) = \begin{cases} xye^{-(x+y)} & x, y > 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad ۰۴$$

$$f(x, y) = \begin{cases} xye^{-(x-y)} & x, y > 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad ۰۳$$

۱۱-  $\frac{mX}{1 + \frac{mX}{n}}$ 

اگر  $X$  دارای توزیع  $F(m, n)$  باشد آنگاه  $\frac{mX}{1 + \frac{mX}{n}}$  دارای توزیع ..... است.

$$F\left(\frac{M}{2}, \frac{n}{2}\right) \quad ۰۴$$

$$B\left(\frac{M}{2}, \frac{n}{2}\right) \quad ۰۳$$

$$B(n, m) \quad ۰۲$$

$$F(n, m) \quad ۰۱$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱۲- تابع چگالی توام  $(X, Y)$  بصورت زیر  $f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 < x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{و غیره} \end{cases}$  آنگاه  $E(X|Y=y)$  برابر است با:

۱. ۱  $\frac{y}{2}$  ۲.  $\frac{y}{2}$  ۳.  $\frac{1+x}{2}$  ۴. صفر

۱۳- تابع چگالی توام  $(X, Y)$  بصورت  $f(x, y) = e^{-(x+y)} I_{(0, \infty)}(x) I_{(0, \infty)}(y)$  تابع چگالی  $Z = X + Y$  کدام است؟

۱.  $f(z) = e^{-2z} I_{(0, \infty)}(z)$  ۲.  $f(z) = e^{-z} I_{(0, \infty)}(z)$   
۳.  $f(z) = e^{-\frac{z}{2}} I_{(0, \infty)}(z)$  ۴.  $f(z) = e^{-z^2} I_{(0, \infty)}(z)$

۱۴- اگر میانگین متغیر تصادفی  $X$  برابر ۴ باشد حداکثر مقدار  $P(X \geq 8)$  کدام است؟

۱. ۰.۵ ۲. ۰.۸ ۳. ۰.۴ ۴. ۰.۲

۱۵-  $X_1, \dots, X_{r_0}$  نمونه تصادفی از توزیع پواسن ۲ است اگر  $Y = \sum_{i=1}^{r_0} X_i$  باشد. توزیع  $Z = \frac{Y - 10}{\sqrt{10}}$  به چه توزیعی

میل می کند؟

۱.  $U(0, 1)$  ۲.  $N(0, 1)$  ۳.  $b(40, 0.5)$  ۴.  $P(10)$

۱۶- متوسط دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با احتمال ۱ به میانگین توزیع مشترک می گراید. مبین کدام گزینه است؟

۱. قانون ضعیف اعداد بزرگ ۲. قضیه حد مرکزی  
۳. قضیه نابرابری مارکف ۴. قانون قوی اعداد بزرگ

۱۷- مجموع مربعات  $k$  متغیر تصادفی نرمال مستقل دارای توزیع ..... است.

۱.  $N(0, K)$  ۲.  $N(K, K\sigma^2)$   
۳.  $\chi^2$  با  $K$  درجه آزادی ۴.  $\chi^2$  با  $\frac{K}{2}$  درجه آزادی

۱۸- تابع چگالی توام  $(X, Y)$  بصورت  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{غیر اینها} \end{cases}$  است توزیع  $X$  به شرط  $Y=y$  کدام است؟

۱.  $U(0, 1)$  ۲.  $U(0, 2)$  ۳.  $U(0, X)$  ۴.  $U(0, Y)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱۹- طول عمر یک نوع لامپ دارای توزیع نمایی با میانگین ۱۰۰ است. اگر ۱۰ لامپ از این نوع را با هم روشن کنیم، میانگین طول عمر اولین لامپی که می سوزد چقدر است؟

۱. ۱۰      ۲. ۱۰۰      ۳.  $\frac{1}{10}$       ۴.  $\frac{1}{100}$

۲۰- فرض نمایید  $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & o.w \end{cases}$  در این صورت تابع چگالی سومین آماره ترتیبی این توزیع برابر است با؟

۱.  $24y^3(1-y^4)$       ۲.  $14y^2(1-y^4)$       ۳.  $14y^3(1-y^2)$       ۴.  $24y^5(1-y^2)$

۲۱- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع توزیع  $F(x)$  باشد توزیع  $U = F(x)$  کدام است؟

۱.  $B(1, 0.5)$       ۲.  $U(0, 1)$       ۳.  $B(2, 0.5)$       ۴.  $N(0, 1)$

۲۲- اگر  $X_1, \dots, X_n$  نمونه تصادفی از نرمال استاندارد باشد توزیع  $\frac{X_1}{X_n}$  چیست؟

۱.  $F$       ۲. نرمال      ۳. کوشی      ۴.  $T$

۲۳- اگر  $X$  دارای توزیع  $F(m, n)$  باشد میانگین برابر است با:

۱.  $\frac{m}{n}$       ۲.  $\frac{m}{n-2}$       ۳.  $\frac{n}{n-2}$       ۴.  $\frac{m}{m-2}$

۲۴- اگر  $f(x) = e^{-x} I_{(0, \infty)}(x)$  چگالی  $Y = X^2$  کدام است؟

۱.  $e^{-xy}, y > 0$       ۲.  $e^{-y^2}, y > 0$       ۳.  $\frac{1}{2\sqrt{y}}(e^{-\sqrt{y}} + e^{\sqrt{y}})$       ۴.  $\frac{1}{\sqrt{y}}e^{-\sqrt{y}}$

۲۵- بزرگی نمونه چقدر باشد تا ۹۹٪ مطمئن گردیم  $\bar{X}_n$  در فاصله ۰/۵ از  $\mu$  قرار گیرد؟

۱. ۴۰      ۲. ۴۰۰      ۳. ۲۰۰      ۴. ۲۰



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

## سوالات تشریحی

۱- تابع چگالی توام  $(X, Y)$  بصورت  $0 < x < y < 1$ ،  $\rho(X, Y) = \frac{1}{2}$   $f(x, y) = \begin{cases} 2 & , 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$  است. نشان دهید:

۱.۵۰ نمره

۲- قانون حد مرکزی را تنها بیان نمایید

۱.۵۰ نمره

۳- فرض کنید  $X_i$  دارای توزیع گاما با پارامتر  $n_i$  و  $\lambda$  باشد  $(i = 1, 2)$ ، توزیع  $Y_1 = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$  را تعیین نمایید  $(Y_2 = X_1 + X_2)$

۱.۵۰ نمره

۴- فرض نمایید  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  نمونه تصادفی از توزیع نرمال استاندارد باشد. نشان دهید  $\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2$  دارای توزیع خی دو با  $n - 1$  درجه آزادی است؟

۱.۵۰ نمره

۵- ۴۸ عدد را به نزدیکترین عدد صحیح گرد و با هم جمع میکنیم فرض بر این است که خطای گرد کردن از هم مستقل و دارای توزیع یکنواخت روی  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  دارند. احتمال اینکه حاصل جمع ۴۸ عدد گرد نشده بیش از دو حد با حاصل جمع گرد شده تفاوت نداشته باشد چقدر است؟

۱.۰۰ نمره