



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ باشد. در اینصورت یک بازه اطمینان $\gamma 100$ درصد برای θ برابر است با:

$$.1 \left(\frac{\log q_1}{\log \prod X_i}, \frac{\log q_2}{\log \prod X_i} \right) \quad .2 \left(\frac{\log q_2}{\log \prod X_i}, \frac{\log q_1}{\log \prod X_i} \right)$$

$$.3 \left(\frac{\log \prod X_i}{\log q_1}, \frac{\log \prod X_i}{\log q_2} \right) \quad .4 \left(\frac{\log \prod X_i}{\log q_2}, \frac{\log \prod X_i}{\log q_1} \right)$$

۲- اگر X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از $f(.; \theta)$ باشد که $F(x; \theta)$ تابع توزیع تجمعی متناظر آن در X پیوسته است آنگاه $-\log F(x; \theta)$ دارای چگالی

$$.1 \text{ یکنواخت } 0 \text{ و } 1 \quad .2 \text{ گاما } n \text{ و } 1$$

$$.3 e^{-u} I_{(0,\infty)}(u) \quad .4 \text{ چگالی آن به چگالی } f(.; \theta) \text{ وابسته است.}$$

$$-3 \quad X \text{ یک تک مشاهده از توزیع } f(x; \theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x} & x > 0 \\ 0 & o.w. \end{cases} \text{ است که در آن } \theta > 0.$$

اگر $(x, 2x)$ یک فاصله اطمینان برای $\frac{1}{\theta}$ باشد. در اینصورت ضریب اطمینان برابر است با:

$$.1 e^{-1/2}(1 - e^{-1/2}) \quad .2 e^{-1/2}(1 - e^{-1}) \quad .3 e^{-1/2} + e^{-1} \quad .4 e^{-1/2} + e^{-1/2}$$

۴- یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع برنولی با پارامتر $\theta = p(X=1) = 1 - p(X=0)$ را در نظر بگیرید. اگر T برآورد درست‌نمایی ماکسیمم برای θ باشد، $\text{var}(T)$ برابر است با:

$$.1 \frac{\theta(1-\theta)}{n} \quad .2 n\theta(1-\theta) \quad .3 \frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n} \quad .4 n\hat{\theta}(1-\hat{\theta})$$

۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از $f(x; \theta) = \phi_{\theta, 25}(x)$ باشد. فرض $H_0: \theta \leq 17$ و آزمون γ : H_0 را رد می کنیم

اگر $\bar{x} > 17 + \frac{5}{\sqrt{n}}$ باشد. در اینصورت اندازه آزمون γ برابر است با: $\Phi(1) = 0.8413$

$$.1 .18413 \quad .2 .1159 \quad .3 .4207 \quad .4 .5793$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

۶- X_1, X_2 یک نمونه ی تصادفی دوتایی از توزیعی با تابع چگالی احتمال $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1$ است و ناحیه ی بحرانی آزمون فرض $\theta = 1$

در مقابل فرض $\theta = 2$ بصورت $c = \{(x_1, x_2) : x_1 x_2 \geq \frac{3}{4}\}$ تعریف می شود. توان این آزمون در نقطه ی $\theta = 2$ برابر است با:

$$.۴ \quad \frac{7}{16} - \frac{8}{9} \ln \frac{4}{3}$$

$$.۳ \quad \frac{7}{16} - \frac{9}{8} \ln \frac{3}{4}$$

$$.۲ \quad \frac{7}{16} + \frac{8}{9} \ln \frac{4}{3}$$

$$.۱ \quad \frac{7}{16} + \frac{9}{8} \ln \frac{3}{4}$$

۷- در یک آزمون فرض ساده در مقابل فرض ساده دیگر، گزینه صحیح کدامست؟ در سطح α ، برای هر α :

۱. تواناترین آزمون و آزمون $GLRT$ (نسبت درستنمایی تعمیم یافته) همیشه وجود دارند، اما ممکن است با هم برابر نباشند.

۲. تواناترین آزمون و آزمون $GLRT$ همیشه وجود دارند و با هم یکسان هستند.

۳. آزمون $GLRT$ همیشه وجود دارد ولی تواناترین آزمون ممکن است وجود نداشته باشد.

۴. تواناترین آزمون همیشه وجود دارد ولی آزمون $GLRT$ ممکن است وجود نداشته باشد.

۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$f_\theta(x) = \lambda e^{-\lambda(x-\theta)}, x > \theta$ و λ ثابت باشد. آنگاه این خانواده دارای خاصیت نسبت درستنمایی یکنوا در آماره... است.

$$.۴ \quad \frac{1}{\sum X_i}$$

$$.۳ \quad \sum X_i$$

$$.۲ \quad X_{(n)}$$

$$.۱ \quad X_{(1)}$$

۹- یک آزمون با تابع توان $\beta(\theta)$ برای فرضیه های $\begin{cases} H_0 : \theta \in \Theta_0 \\ H_1 : \theta \in \Theta - \Theta_0 \end{cases}$ یک آزمون به اندازه α است اگر:

$$.۴ \quad \sup_{\theta \in \Theta - \Theta_0} \beta(\theta) = \alpha$$

$$.۳ \quad \sup_{\theta \in \Theta_0} \beta(\theta) \leq \alpha$$

$$.۲ \quad \sup_{\theta \in \Theta - \Theta_0} \beta(\theta) \leq \alpha$$

$$.۱ \quad \sup_{\theta \in \Theta_0} \beta(\theta) = \alpha$$

۱۰- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ باشد، آنگاه ناحیه بحرانی بطور یکنواخت تواناترین آزمون برای فرض $H_0 : \theta \geq \theta_0$ در مقابل $H_1 : \theta < \theta_0$ عبارتست از:

$$.۲ \quad \max(X_1, \dots, X_n) < c$$

$$.۱ \quad \max(X_1, \dots, X_n) > c$$

$$.۴ \quad \sum X_i > c$$

$$.۳ \quad \sum X_i < c$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

۱۱- برای آزمون فرض $H_0: \mu = \mu_0$ در مقابل $H_1: \mu \neq \mu_0$ وقتی σ^2 معلوم است، یک بازه اطمینان 100γ درصد برای μ برابر است با:

$$.۱ \quad \left(\bar{x} - t_{\frac{1+\gamma}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\frac{1+\gamma}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

$$.۲ \quad \left(\bar{x} - z_{\frac{1+\gamma}{2}, n-1} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{1+\gamma}{2}, n-1} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$.۳ \quad \left(\bar{x} - z_{\frac{1+\gamma}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{1+\gamma}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

$$.۴ \quad \left(\bar{x} - t_{\frac{1+\gamma}{2}, n-1} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\frac{1+\gamma}{2}, n-1} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

۱۲- برای آزمون فرض $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ در مقابل $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ در حالتیکه μ نامعلوم است، H_0 رد می شود اگر و تنها اگر:

$$.۱ \quad \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{\sigma_0^2} > \chi_{1-\alpha, n-1}^2$$

تواناترین آزمون یکنواخت با اندازه α باشد.

$$.۲ \quad \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{\sigma_0^2} > \chi_{1-\alpha, n}^2$$

تواناترین آزمون یکنواخت با اندازه α باشد.

$$.۳ \quad \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{\sigma_0^2} > \chi_{1-\alpha, n-1}^2$$

یک آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته با اندازه α باشد.

$$.۴ \quad \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{\sigma_0^2} > \chi_{1-\alpha, n}^2$$

یک آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته با اندازه α باشد.

۱۳- یک آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته الزاما باید تنها به ... بستگی داشته باشد.

۱. تابع توان ۲. آماره بسنده کامل ۳. آماره بسنده مینیمال ۴. آماره بسنده

۱۴- آزمون فرض $H_0: \theta \in \Theta_0$ در مقابل $H_1: \theta \in \Theta_1$ یک آزمون ناریب است اگر

$$.۱ \quad \sup_{H_1} \pi_T(\theta) \leq \inf_{H_0} \pi_T(\theta)$$

$$.۲ \quad \sup_{H_0} \pi_T(\theta) \leq \inf_{H_1} \pi_T(\theta)$$

$$.۳ \quad \sup_{H_1} \pi_T(\theta) \geq \inf_{H_0} \pi_T(\theta)$$

$$.۴ \quad \sup_{H_0} \pi_T(\theta) \geq \inf_{H_1} \pi_T(\theta)$$

۱۵- برای آزمون $H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ در مقابل $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ ، H_0 رد می شود اگر و تنها اگر

$$.۱ \quad \frac{(n_2-1) \sum (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{(n_1-1) \sum (X_{1i} - \bar{X}_1)^2} > f_{\alpha, n_1-1, n_2-1}$$

$$.۲ \quad \frac{(n_2-1) \sum (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}{(n_1-1) \sum (X_{2i} - \bar{X}_2)^2} < f_{\alpha, n_1-1, n_2-1}$$

$$.۳ \quad \frac{(n_1-1) \sum (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{(n_2-1) \sum (X_{1i} - \bar{X}_1)^2} < f_{\alpha, n_2-1, n_1-1}$$

$$.۴ \quad \frac{(n_1-1) \sum (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}{(n_2-1) \sum (X_{2i} - \bar{X}_2)^2} > f_{\alpha, n_2-1, n_1-1}$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

۱۶- برای آزمون فرض $H_0: p_j^0, j=1, \dots, k+1$ که در آن p_j^0 ها احتمالهای مفروضی هستند که مجموعشان برابر یک است، تابع درستنمایی برابر است با:

$$\begin{array}{llll}
 \prod_{j=1}^{k+1} p_j^{x_{ij}} & \cdot 4 & \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{k+1} p_i^{x_{ij}} & \cdot 3 \\
 \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k p_j^{x_{ij}} & \cdot 2 & \prod_{j=1}^k \prod_{i=1}^n p_i^{x_{ij}} & \cdot 1
 \end{array}$$

۱۷- در آزمون استقلال برای جدولهای توافقی دو طرفه $-2 \log \Lambda$ دارای چه توزیعی است؟

$$\begin{array}{llll}
 \chi_{(rs-1)}^2 & \cdot 4 & \chi_{(r-1)(s-1)}^2 & \cdot 3 \\
 \chi_{2k-1}^2 & \cdot 2 & \chi_{2k}^2 & \cdot 1
 \end{array}$$

۱۸- برای نمونه های با حجم ثابت n ، آزمونی که β اندازه خطای نوع دوم را برای α اندازه ثابت خطای نوع اول می نیمم می کند، برابر است با:

۱. تواناترین آزمون بطور یکنواخت
۲. آزمون نسبت درستنمایی ساده
۳. آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته
۴. آزمون نارایب

۱۹- در پیدا کردن برآوردگرهای نقطه ای مدل خطی ساده، در حالت A ، $E\left(\frac{n\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}\right)$ برابر است با:

$$\begin{array}{llll}
 n-1 & \cdot 1 & n & \cdot 2 \\
 n(n-1) & \cdot 3 & n-2 & \cdot 4
 \end{array}$$

۲۰- یک کمیت محوری برای به دست آوردن بازه اطمینان در سطح γ برای σ^2 در حالت A برابر است با:

$$\begin{array}{llll}
 \frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2 & \cdot 1 & \frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-2}^2 & \cdot 2 \\
 \frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim t_{n-2} & \cdot 3 & \frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim t_{n-1} & \cdot 4
 \end{array}$$

۲۱- $\text{var}(\hat{\mu}(x))$ در حالت A برابر است با:

$$\begin{array}{ll}
 \sigma^2 \left(\frac{(\bar{x}-x)^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right) & \cdot 1 \\
 \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x}-x)^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right) & \cdot 2 \\
 \frac{\sigma^2}{n} & \cdot 3 \\
 \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} & \cdot 4
 \end{array}$$

۲۲- در مدل خطی ساده $Y = \beta_0 + \beta_1 x_i + E$ توزیع Y در حالت A چیست؟

$$\begin{array}{llll}
 N(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2) & \cdot 1 & N(\beta_0, \sigma^2) & \cdot 2 \\
 N(\beta_1 x_i, \sigma^2) & \cdot 3 & \text{نامشخص} & \cdot 4
 \end{array}$$

۲۳- برای ثابت های معلوم c_1, c_2 ، $UMVUE$ برای $c_1 \beta_0 + c_2 \beta_1$ برابر است با:

$$\begin{array}{llll}
 c_1 + c_2 (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1) & \cdot 1 & c_1 \hat{\beta}_0 - c_2 \hat{\beta}_1 & \cdot 2 \\
 c_1 \hat{\beta}_0 + c_2 \hat{\beta}_1 & \cdot 3 & \frac{c_1}{c_1 + c_2} (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1) & \cdot 4
 \end{array}$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

۲۴- کدامیک از گزینه های زیر برای به دست آوردن یک بازه اطمینان در سطح γ برای β_0 برقرار نیست؟

$$U = \frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2 \quad .2 \quad Z = (\hat{\beta}_0 - \beta_0) \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 n}{\sigma^2 \sum X_i^2}} \quad .1$$

.۴ U, Z مستقل اند.

$$\text{var}(\hat{\beta}_0) = \hat{\sigma}^2 \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n \sum X_i^2} \quad .3$$

۲۵- بر آورد کمترین مربعات σ^2 در حالت B مدل خطی ساده برابر است با:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-2} \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 \quad .2 \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 \quad .1$$

.۴ وجود ندارد

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 \quad .3$$

سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x} I_{(0, \infty)}(x)$ باشد. یک بازه اطمینان بزرگ نمونه ای برای θ ، با ضریب اطمینان تقریبی γ به دست آورید.

نمره ۱.۷۵

۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} I_{(0, \theta)}(x)$ باشد که در آن $\theta > 0$. تواناترین آزمون یکنواخت به اندازه α برای فرض $H_0: \theta \leq \theta_0$ را در مقابل $H_1: \theta > \theta_0$ بیابید.

نمره ۱.۷۵

۳- در یک سنجش افکار در مورد مساله معینی در اینکه آیا نظر رای دهندگان واجد شرایط زیر ۲۵ سال با نظر افراد بالای ۲۵ سال متفاوت است بحث است. با هزار و پانصد نفر بالای ۲۵ سال و هزار نفر زیر ۲۵ سال مصاحبه شده و نتایج زیر بدست آمده است. فرض صفری را که هیچگونه دلیلی از اختلاف عقیده ناشی از دسته بندی سنی مختلف وجود ندارد، آزمون کنید. مقدار جدول = ۹/۲۱

	موافق	ممتنع	مخالف
زیر ۲۵ سال	۴۰۰	۱۰۰	۵۰۰
بالای ۲۵ سال	۶۰۰	۴۰۰	۵۰۰



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (آزمون فرض ها)، آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۳ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۵

۴- فرض کنید X دارای توزیع برنولی است که در آن $p(X=1) = 1 - p(X=0)$ برای یک نمونه تصادفی به حجم $n=10$

فرض $H_0: \theta \leq \frac{1}{2}$ را در مقابل $H_1: \theta > \frac{1}{2}$ آزمون کنید.

ناحیه بحرانی $\sum X_i \geq 8$ را بکار برید.

تابع توان را بیابید.

اندازه این آزمون چقدر است؟

۱.۷۵ نمره