



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱

۱- خم مسطحی که با معادله $x^2 + y^2 = 0$ داده می شود بیانگر کدام مقطع مخروطی است.

۱. بیضی ۲. سهمی ۳. مجموعه ی تهی ۴. نقطه ی تنها

۲- در یک دستگاه مختصات مناسب هر مقطع مخروطی P_R^2 به کدام صورت زیر نمی تواند باشد.

۱. $C: (x^2 + y^2 - z^2 = 0)$ مقطع مخروطی ناتباهیده با

۲. $C: (x^2 + y^2 + z^2 = 0)$ مجموعه تهی با معادله ی

۳. $C: (x^2 - y^2 = 0)$ دو خط متمایز با معادله ی

۴. $C: (x^2 + y^2 = z^2)$ نقطه تنها $(0:0:1)$ که معادله اش می باشد

۳- هرگاه $F(U, V)$ یک صورت ناصفر از چند جمله ای ناهمگن درجه d بر حسب U, V باشد آنگاه F :

۱. حداکثر d صفر در P^{-1} دارد. ۲. حداقل d صفر در P^{-1} دارد.

۳. حداکثر $d-1$ صفر در P^{-1} دارد. ۴. حداقل $d-1$ صفر در P^{-1} دارد.

۴- اگر $P_1, \dots, P_n \in P_R^2$ نقاط متمایزی باشند که هیچ چهارتای آن همخط نباشند آنگاه:

۱. حداکثر یک مقطع مخروطی وجود دارد که از نقاط P_1, \dots, P_5 می گذرد.

۲. حداقل یک مقطع مخروطی وجود دارد که از نقاط P_1, \dots, P_5 می گذرد.

۳. دقیقاً یک مقطع مخروطی وجود دارد که از نقاط P_1, \dots, P_5 می گذرد.

۴. هیچ مقطع مخروطی وجود ندارد که از نقاط P_1, \dots, P_5 بگذرد.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱

۵- اگر $n \leq 5$ و هیچ چهار نقطه از نقاط P_1, \dots, P_n همخط نباشند آنگاه:

$$\dim_{S_2}(p_1, \dots, p_n) = 6 - n \quad .۲ \quad \dim_{S_2}(p_1, \dots, p_n) \leq 6 - n \quad .۱$$

$$\dim_{S_2}(p_1, \dots, p_n) = n \quad .۴ \quad \dim_{S_2}(p_1, \dots, p_n) \leq n \quad .۳$$

۶- فرض کنید $C^{(\lambda, \mu)}$ یک دسته مقطع مخروطی شامل لااقل یک مقطع مخروطی ناتباهیده در P_k^2 باشد. اگر $K = R$ آنگاه دسته مقطع مخروطی

۱. حداقل شامل یک مقطع مخروطی ناتباهیده است.

۲. حداکثر شامل یک مقطع مخروطی ناتباهیده است.

۳. حداقل شامل یک مقطع مخروطی تباهیده است.

۴. حداکثر شامل یک مقطع مخروطی تباهیده است.

۷- شکل آفین خم درجه سوم در P_R^2 به کدام صورت است.

$$y^2 = x^3 + ax + b \quad .۱ \quad y^2 = x^3 + ax^2 + bx \quad .۲$$

$$y^3 = x^2 + ax + b \quad .۳ \quad y^3 = x^3 + ax^2 + b \quad .۴$$

۸- خم $y^2 = x^3 + 4x$ را با قانون ساده شده گروهی در نظر بگیرید. در اینصورت خط مماس بر خم C در نقطه $p = (2, 4)$ از کدام نقطه می گذرد.

$$(1, 0) \quad .۱ \quad (1, 1) \quad .۲ \quad (0, 0) \quad .۳ \quad (0, 1) \quad .۴$$

۹- یک مجموعه جبری $X \subset A_k^n$ تحویلناپذیر است هرگاه هیچ تجزیه ای از X بصورت وجود نداشته باشد.

$$[(X_1, X_2) \subsetneq X]$$

$$X = X_1 \cup X_2 \quad .۱ \quad X = X_1 \cap X_2 \quad .۲$$

$$X = X_1 = X_2 \quad .۳ \quad X \subset X_1 \subset X_2 \quad .۴$$

۱۰- فرض کنید K یک هیات جبری - بسته باشد آنگاه برای هر ایده آل J در A :

$$I(V(J)) = 1 \quad .۱ \quad I(V(J)) = \text{rad} J \quad .۲ \quad I(V(J)) \geq 1 \quad .۳ \quad I(V(J)) \geq \text{rad} J \quad .۴$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱۱۱۳

۱۱- نگاشت چند جمله ای $\varphi_n = A^1 \rightarrow A^n$ تعریف شده با $X \rightarrow (X^2, X^n)$: اگر n زوج باشد آنگاه نگاره با یکرخت است.

$$A^1 \cdot ۴ \quad A^2 \cdot ۳ \quad A^{\frac{n}{2}} \cdot ۲ \quad A^n \cdot ۱$$

۱۲- هرگاه $F \in K(A^2)$ در مبدا منظم نباشد آنگاه روی کلیه نقاط یک خم مار بر کدام نقطه همواره منظم است.

$$(0,2) \cdot ۱ \quad (2,0) \cdot ۲ \quad (0,0) \cdot ۳ \quad (2,2) \cdot ۴$$

۱۳- اگر f چند جمله ای همگن از درجه d باشد آنگاه برای هر $\lambda \in k$:

$$f(\lambda x_0, \dots, \lambda x_n) = \lambda^d f(x_0, \dots, x_n) \cdot ۲ \quad f(\lambda x_0, \dots, \lambda x_n) = \lambda f(x_0, \dots, x_n) \cdot ۱$$

$$f(\lambda x_0, \dots, \lambda x_n) = \lambda f(x_n) \cdot ۴ \quad f(\lambda x_0, \dots, \lambda x_n) = \lambda^d f(x_n) \cdot ۳$$

۱۴- خم $f = y^2 - x^2 + \dots$ در A^2 دارای چند نقطه ناتکین است.

$$۱ \cdot ۱ \quad ۲ \cdot ۲ \quad ۳ \cdot ۳ \quad ۴ \cdot ۴$$

۱۵- فرض کنید A یک هیات و $B \subset A$ یک زیر حلقه A و بعلاوه A یک B -جبر متناهی باشد. در این صورت:

$$۱ \cdot ۱ \quad B \text{ یک ایده آل ماکسیمال است.} \\ ۲ \cdot ۲ \quad B \text{ یک رادیکال است.} \\ ۳ \cdot ۳ \quad B \text{ یک هیات است.} \\ ۴ \cdot ۴ \quad B \text{ یک ایده آل اول است.}$$

۱۶- فرض کنید $V \subset A^n$ یک مجموعه جبری و V تحویل ناپذیر باشد. کدام گزینه نادرست است؟

$$۱ \cdot ۱ \quad \text{بازای هر دو زیر مجموعه باز ناتهی } u_1, u_2 \subset V, \text{ داریم } u_1 \cap u_2 \neq \emptyset \\ ۲ \cdot ۲ \quad \text{بازای هر دو زیر مجموعه باز ناتهی } u_1, u_2 \subset V, \text{ چگال است.} \\ ۳ \cdot ۳ \quad \text{برای هر دو زیر مجموعه باز ناتهی } u_1, u_2 \subset V, \text{ متناهی است.} \\ ۴ \cdot ۴ \quad \text{برای هر دو زیر مجموعه باز ناتهی } u \subset V, \text{ چگال است.}$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱

۱۷- فرض کنید V یک چند گونای آفین و $k[V]$ حلقه مختصات V باشد. هر گاه هیات K جبری - بسته باشد، آنگاه:

$$dom f \neq V \Leftrightarrow f \in k[V] \quad .2$$

$$dom f = V \Leftrightarrow f \in k[V] \quad .1$$

$$dom f \subset V \Leftrightarrow f \in k[V] \quad .4$$

$$dom f = V \Leftrightarrow f \notin k[V] \quad .3$$

۱۸- کدام گزینه درست است؟

.۲ هر نگاشت غالب یک بیک است.

.۱ هر نگاشت غالب گویاست.

.۴ هر نگاشت گویا یک نگاشت غالب است.

.۳ ترکیب دو نگاشت گویا، گویا است.

۱۹- عدد طبیعی مانند r و زیر مجموعه ای باز و چگال مانند $V_0 \subset V$ وجود دارد به طوری که برای همه نقاط $P \in V$ رابطه زیر برقرار است؟

$$\dim T_P V = r \quad .1 \quad \dim T_P V \leq r \quad .2 \quad \dim T_P V \geq r \quad .3 \quad \dim T_P V = 0 \quad .4$$

۲۰- فرض کنید V یک چند گونای دلخواه باشد. در این صورت:

$$\dim V = \text{tr deg}_k k[V] \quad .2$$

$$\dim V = \text{deg}_k k(V) \quad .1$$

$$\dim V = \text{tr deg}_k k[V] + 1 \quad .4$$

$$\dim V = \dim k[V] \quad .3$$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- فرض کنید k یک هیات جبری - بسته و $p, q \in K[t]$ نسبت به هم اول باشند. هر گاه چهار ترکیب خطی متمایز از p و q در $K[t]$ مربع کامل باشند آنگاه $p, q \in K$.

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید C_1, C_2 دو خم درجه سوم باشند که فصل مشترک آنها متشکل از نه نقطه متمایز باشد، یعنی $C_1 \cap C_2 = \{p_1, \dots, p_9\}$. در اینصورت هر خم درجه سوم D که از هشت نقطه p_1, \dots, p_8 بگذرد از p_9 نیز می گذرد.

۱.۴۰ نمره

۳- برای هر حلقه A ، اگر A نوتری باشد آنگاه $A[X]$ نیز نوتری است. (قضیه پایه هیلبرت)

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید V یک چند گونای آفین باشد. ثابت کنید V_f با یک چند گونای آفین یکرخت است و $k[V_f] = k[V][f^{-1}]$.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱۱

۱۰۴۰ نمره

۵- ثابت کنید تابع $V \rightarrow N$ که توسط $P \mapsto \dim T_P V$ تعریف می شود، در اینصورت برای هر عدد صحیح r ،

زیر مجموعه $S(r) = \{P \in V \mid \dim T_P V \geq r\} \subset V$ یک مجموعه بسته است.