



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۹۰۰۴

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- ماتریس مربعی  $A$  پایین هسنبرگی است اگر ...

$$a_{ij} = 0, i < j - 1 \quad \text{برای } ۰۲$$

$$a_{ij} = 0, i < j + 1 \quad \text{برای } ۰۱$$

$$a_{ij} = 0, i > j + 1 \quad \text{برای } ۰۴$$

$$a_{ij} = 0, i \neq j \quad \text{برای } ۰۳$$

۲- کدام گزینه صحیح است؟

۰۱. دو بردار متمایز دارای نرم متمایز هستند.

۰۲. نرم یک بردار غیر صفر همواره غیر صفر است.

۰۳. اگر  $A$  یک ماتریس و  $X$  یک بردار باشد آنگاه  $\|AX\| \leq \|A\| \|X\|$ .۰۴. رابطه  $\|A\| = \max_{i,j} |a_{ij}|$  یک نرم ماتریسی است.۳- کدام گزینه برای دترمینان ماتریس  $A_{n \times n}$  صحیح است؟۰۱. اگر یک سطر  $A$  با یک ستون آن برابر باشد در این صورت  $\det(A) = 0$ .

$$\det(A) = \det(A^t) \quad ۰۲$$

$$\det(A) = \det(A^k), k \in \mathbb{N} \quad ۰۳$$

$$\det(A) = \det(A^{-1}) \quad ۰۴$$

۴- اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  و  $rank(A|b) \neq rank(A)$  باشد، آنگاه برای جواب دستگاه  $AX = b$  کدام گزینه صحیح است؟

۰۲. دستگاه بینهایت جواب دارد.

۰۱. دستگاه فاقد جواب است.

۰۴. دستگاه دو جواب دارد.

۰۳. دستگاه جواب منحصر بفرد دارد.

۵- کدامیک از تعاریف زیر نمی تواند یک نرم ماتریسی باشد؟

$$\max_{1 \leq i, j \leq n} |a_{ij}| \quad ۰۴$$

$$\max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad ۰۳$$

$$\max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad ۰۲$$

$$\left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad ۰۱$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۹۰۰۴

۶- در روشهای گاوس و گاوس جردن، ماتریس ضرایب دستگاه معادلات  $AX = b$  به ترتیب (از راست به چپ) تبدیل به چه ماتریسهایی می شوند؟

۱. بالا مثلثی - پایین مثلثی  
۲. بالا مثلثی - قطری  
۳. مثلثی - قطری  
۴. قطری - پایین مثلثی

۷- خطای نسبی جواب محاسبه شده دستگاه  $AX = b$  به کدام گزینه بستگی دارد؟

۱. نرم بردار  $A^{-1}b$   
۲. دترمینان ماتریس A  
۳. عدد شرطی ماتریس A  
۴. مقادیر ویژه ماتریس A

۸- در تجزیه دولیتل ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  مولفه های  $l_{21}$  و  $u_{23}$  به ترتیب کدامند؟

۱. ۲ و ۲  
۲. ۱ و ۲  
۳.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $2\sqrt{3}$   
۴.  $\frac{1}{2}$  و ۶

۹- ماتریس روش ژاکوبی برای تعیین جواب دستگاه  $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - \frac{1}{2}x_3 = 6 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_3 = 2 \end{cases}$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & -\frac{1}{6} & \frac{7}{24} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{12} \end{bmatrix}$   
۲.  $\begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{6} & -\frac{7}{24} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{12} \end{bmatrix}$   
۳.  $\begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$   
۴.  $\begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۹۰۰۴

۱۰- روش تصحیح باقیمانده روشی است که ...

۱. خطای جواب تقریبی دستگاه را با یک دنباله نامتناهی به صفر نزدیک می کند.

۲. خطای جواب تقریبی را تخمین می زند.

۳. نیاز به تقریب اولیه جواب ندارد.

۴. فقط در روشهای تکراری به کار می رود.

۱۱- اگر  $A$  یک ماتریس تنک با ابعاد بزرگ باشد کدامیک از روشهای زیر برای حل دستگاه  $AX = b$  مناسبتر است؟

۱. روش SOR

۲. روش حذفی گوس با محورگیری جزئی

۳. روش حذفی گوس با محورگیری کلی

۴. روش تجزیه چولسکی

۱۲- دومین تقریب جواب دستگاه زیر به روش گاوس-سایدل و با فرض  $X^{(0)} = (0,0,0)$  کدام است؟

$$\begin{cases} 10x_1 - 2x_2 - x_3 = 3 \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 = 6 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$X^{(2)} = (0.69, 1.56, 2.25) \quad .2$$

$$X^{(2)} = (0.69, 1.26, 2.28) \quad .1$$

$$X^{(2)} = (0.3, 1.26, 2.28) \quad .4$$

$$X^{(2)} = (0.78, 1.812, 2.796) \quad .3$$

۱۳- سرعت همگرایی روش تکراری  $X^{(n+1)} = BX^{(n)} + C$  برای حل دستگاه  $AX = b$  به کدامیک از موارد زیر بستگی دارد؟

۱. مقادیر ویژه ماتریس  $C$ ۲. مقادیر ویژه ماتریس  $B$ ۳. وارون پذیری ماتریس  $I - B$ ۴. مقادیر ویژه ماتریس  $A$ ۱۴- اگر رابطه  $A^2 - 5A = -6I$  برای ماتریس  $A$  برقرار باشد، مقادیر ویژه  $A$  کدامند؟

۰.۴ 0,5

۰.۳  $2 \pm i$ 

۰.۲ 2,3

۰.۱ -2, -3

۱۵- هرگاه  $\lambda = 1$  مقدار ویژه ماتریس  $A$  باشد گزینه همواره درست است؟۰.۱  $\lambda = 1$  مقدار ویژه  $A^{-1}$  است.۰.۲  $\lambda = 1$  مقدار ویژه  $A^2$  است.۰.۳  $\lambda = -1$  نیز مقدار ویژه  $A$  است.۰.۴ هیچکدام از مقادیر ویژه  $A$  صفر نیستند.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۹۰۰۴

۱۶- کدامیک از موارد زیر درباره مقادیر ویژه ماتریس هرمیتی درست است؟

۰۱. دو به دو معکوس یکدیگرند.  
 ۰۲. ناصفرند.  
 ۰۳. موهومی محض هستند.  
 ۰۴. حقیقی هستند.

۱۷- کدامیک جز دوایر گرشگورین برای ماتریس زیر است؟

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

۰۱.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq 5\}$   
 ۰۲.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq 2\}$   
 ۰۳.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - 9| \leq 2\}$   
 ۰۴.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq 10\}$

۱۸- اگر  $P(\lambda) = (\lambda^2 - 1)(\lambda + 3)$  چندجمله ای مشخصه ماتریس  $A$  باشد، چندجمله ای مشخصه ماتریس  $A + I$  کدام است؟

۰۱.  $\lambda^3 + 6\lambda^2 + 8\lambda$     ۰۲.  $\lambda^3 + 3\lambda^2 - \lambda - 3$     ۰۳.  $\lambda^3 - 4\lambda$     ۰۴.  $\lambda^3 - 4\lambda + 4$

۱۹- اگر ماتریس  $A$  یک ماتریس نامنفرد باشد، کدامیک از گزینه های زیر صحیح است؟

۰۱. تجزیه  $A = QR$  منحصر به فرد است.  
 ۰۲. تجزیه  $A = LU$  منحصر به فرد است.  
 ۰۳. ماتریس  $A$  معین مثبت است.  
 ۰۴. ماتریس  $A$  اکیدا قطری غالب است.

۲۰- تعیین نزدیکترین مقدار ویژه ماتریس  $A$  به عدد  $P$  با کدام گزینه معادل است؟

۰۱. تعیین بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A - pI$  از نظر قدرمطلق به روش توانی و جمع آن با  $P$ .  
 ۰۲. تعیین کوچکترین مقدار ویژه ماتریس  $A - pI$  از نظر قدرمطلق به روش معکوس توانی و جمع آن با  $P$ .  
 ۰۳. تعیین بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A + pI$  از نظر قدرمطلق به روش توانی و جمع آن با  $P$ .  
 ۰۴. تعیین کوچکترین مقدار ویژه ماتریس  $A + pI$  از نظر قدرمطلق به روش معکوس توانی و جمع آن با  $P$ .



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۹۰۰۴

۲۱- در روش توان ماتریسی برای تسریع همگرایی روش توانی، چرا باید  $k$  فرد باشد؟۰۱ در صورت زوج بودن  $k$ ،  $\lambda$  را نمی توان با استفاده از  $\lambda^k$  بدست آورد.۰۲ در صورت زوج بودن  $k$ ، محاسبات پیچیده تر می شود.۰۳ در صورت زوج بودن  $k$ ، انتشار خطا بیشتر است.۰۴ در صورت زوج بودن  $k$ ، همگرایی روش توانی افزایش نمی یابد.۲۲- هرگاه بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A$  (از نظر قدر مطلق) برابر با ۱۱ و بردار ویژه نظیر آن برابر با $X^{(1)} = (0.5, 1, 0.75)^t$  باشد، ماتریس تقلیل یافته در توسیع روش توانی کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4.5 & -2 \end{bmatrix} \quad .۴$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4.5 & 2 \end{bmatrix} \quad .۳$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -4.5 & -2 \end{bmatrix} \quad .۲$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4.5 & 2 \end{bmatrix} \quad .۱$$

۲۳- کدامیک از روشهای زیر یک روش تبدیلی برای تعیین مقادیر ویژه ماتریس  $A$  است؟۰۴ روش  $QR$ ۰۳ روش  $LR$ 

۰۲ روش گاوس

۰۱ روش گیونز

۲۴- برای تعیین چند جمله ای مشخصه ماتریس سه قطری متقارن  $A = \begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 \\ c_1 & b_2 & c_2 & 0 \\ 0 & c_2 & b_3 & c_3 \\ 0 & 0 & c_3 & b_4 \end{bmatrix}$  به روش بازگشتی و فرض

 $f_0(\lambda) = 1$  و  $f_1(\lambda) = (\lambda - b_1)$  حاصل  $f_2(\lambda)$  کدام است؟

$$\lambda^2 - (b_1 + b_2)\lambda - c_1^2 \quad .۲$$

$$\lambda^2 - (b_1 + b_2)\lambda + b_1 b_2 - c_1^2 \quad .۱$$

$$\lambda^2 - (b_1 - b_2)\lambda - c_1^2 \quad .۴$$

$$(\lambda - b_1)(\lambda - b_2) \quad .۳$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۹۰۰۴)

۲۵- روش تفاضلات متناهی برای حل یک معادله با مشتقات جزئی، آن را به ... تبدیل می کند.

۱. دستگاه معادلات خطی

۲. معادله دیفرانسیل معمولی

۳. مسئله مقدار ویژه ماتریسی

۴. معادله مثلثاتی

### سوالات تشریحی

۱.۷۵ نمره

۱- الف) نشان دهید عناصر قطری یک ماتریس پادمتقارن صفرند.  
ب) نشان دهید اگر ماتریس مربعی  $A$  رتبه کامل باشد ماتریس  $A^T A$  معین مثبت است.

۱.۷۵ نمره

۲- دستگاه معادلات زیر را به روش تجزیه چولسکی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

۱.۷۵ نمره

۳- نشان دهید بردارهای ویژه نظیر مقادیر ویژه متمایز یک ماتریس هرمیتی، متعامدند.

۱.۷۵ نمره

۴- معادله دیفرانسیل مقدار مرزی زیر را با انتخاب  $h = 0.2$  حل کنید (حل دستگاه معادلات لازم نیست):

$$y'' + 4y' + xy = e^x, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$y(0) = 0,$$

$$y(1) = 0.$$