

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضیات گسسته، مبانی ترکیبیات

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۹ -، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۵ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۵۷

- گردایه ای مرکب از ۲ توب قرمز یکسان، ۳ توب زرد یکسان و ۲ توب آبی یکسان را در نظر بگیرید. به چند طریق می توان این ۷ توب را در ۹ سبد به شماره های ۱ تا ۹ گذاشت به طوری که در هر سبد حداقل یک توب قرار داده شود؟

$C(9; 2,3,2)$

$\frac{P(9,7)}{2!3!2!} \cdot ۳$

$\frac{9!}{2!3!2!} \cdot ۲$

$P(9;2,3,2) \cdot ۱$

- تعداد جایگشت های تصمیم یافته یک مجموعه  $3k$  عضوی که اعضای آن در  $k$  گروه ۳ عضوی از اشیاء یکسان دسته بندی شده اند، کدام گزینه است؟

$(3k)!$

$\frac{(3k)!}{(k!)^3} \cdot ۳$

$\frac{(3k)!}{(3!)^k} \cdot ۲$

$\frac{(3k)!}{3!} \cdot ۱$

$$\text{ضریب } \left(x - 2y + \frac{3}{z}\right)^7 \frac{x^2 y^2}{z^3} \text{ در بسط کدام گزینه است؟}$$

$(-2)^2 (3)^3 c(7;2,2,3) \cdot ۲$

$(1)^2 (-2)^2 (3)^{-3} c(7;2,2,3) \cdot ۱$

$2^2 (-3)^3 (-6)^2 c(7;2,3,2) \cdot ۴$

$(1)^2 (-2)^3 (-3)^3 c(7;2,2,3) \cdot ۳$

-۴ به چند طریق می توان مجموعه  $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$  را به ۲ زیر مجموعه ۴ عضوی و ۳ زیر مجموعه ۲ عضوی و یک زیر مجموعه ۶ عضوی افراز کرد؟

$\frac{20!}{2!(4!)^2 3!(2!)^3 6!} \cdot ۲$

$\frac{20!}{(4!)^2 (2!)^3 6!} \cdot ۱$

$\frac{20!}{2!(4!)^2 3!(2!)^3 6!} \cdot ۴$

$\frac{20!}{2!(4!)^2 + 3!(2!) + 6!} \cdot ۳$

-۵ تعداد جوابهای صحیح نا منفی معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq r$  کدام است؟

$C(r, n) \cdot ۴$

$C(r+n-1, n-1) \cdot ۳$

$C(r+n, n) \cdot ۲$

$C(r+n-1, n) \cdot ۱$

-۶ تعداد توابع پوشای یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی کدام گزینه است؟

$5^3 \cdot ۴$

$5!C(5,3) \cdot ۳$

$5!S(5,3) \cdot ۲$

$3!S(5,3) \cdot ۱$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضیات گسسته، مبانی ترکیبیات

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۹ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۵۷

-۷ فرض کنید  $g(x)$  تابع مولد دنباله  $\{a_n\}_{n=0}^{+\infty}$  باشد در اینصورت کدامیک از گزینه های زیر تابع مولد دنباله است؟

$$\frac{g(x)}{1-x}$$

$$xg'(x)$$

$$x^2g(x)$$

$$(1-x)g(x)$$

-۸ فرض کنید  $r$  و  $n$  یک عدد صحیح نا منفی و  $k$  یک عدد صحیح باشد. اگر آنگاه ضریب در  $(e^x - 1)^n$  به ترتیب در کدام گزینه صادق است؟

$$s(r,n)$$

$$n!s(r,n)$$

$$0$$

$$k^r n!s(r,n)$$

-۹ فرض کنید  $a_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه  $n$  عضوی تعریف شود. رابطه بازگشتی متناظر با

کدام گزینه است؟

$$a_n = 2^{a_{n-1}}$$

$$a_n = 2a_{n-2}$$

$$a_n = 2a_{n-1}$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

$$a_0 = 1$$

$$a_0 = 1, a_1 = 2$$

$$a_0 = 1$$

$$a_0 = 1, a_1 = 2$$

-۱۰ فرض کنید جواب عمومی یک رابطه بازگشتی بصورت  $a_n = (A_1 + A_2 n) 3^n$  باشد. رابطه بازگشتی نظیر در کدام گزینه صادق است؟

$$a_{n+1} = 3a_{n-1} + 3$$

$$a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n = 0$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3a_{n-1}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - a_{n-1}$$

-۱۱ فرض کنید جواب خصوصی رابطه بازگشتی  $a_n = 2a_{n-1} + 2^n$  کدام است

$$a_n^{(p)} = A 2^n$$

$$a_n^{(p)} = An 2^n$$

$$a_n^p = An^2$$

$$a_n^{(p)} = An^2 2^n$$

-۱۲ فرض کنید معادله مشخصه یک رابطه بازگشتی همگن به صورت  $x^2 + 4 = 0$  باشد. جواب عمومی رابطه بازگشتی کدام است؟

$$a_n = c_1 2^n + c_2 (-2)^n$$

$$a_n = (2i)^n$$

$$a_n = 2^n \left( c_1 \cos n \frac{\pi}{2} + c_2 \sin n \frac{\pi}{2} \right)$$

$$a_n = c_1 \cos n \frac{\pi}{2} - c_2 \sin n \frac{\pi}{2}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضیات گسسته، مبانی ترکیبیات

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۹ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۵۷

$$g(x) = \frac{-4}{1-x} - \frac{5}{1-2x} \quad \text{. فرض کنید} \quad \begin{cases} a_n \\ \text{تابع مولد حاصل از حل یک رابطه بازگشتی با استفاده از روش تابع مولد باشد.} \end{cases} \quad \text{.} \quad -13$$

جمله عمومی رابطه بازگشتی  $(a_n)$  کدام گزینه است؟

$a_n = -4 - 5(2^n) \quad \text{.} \quad 2$

$a_n = -4(-1)^n - 5(-2)^n \quad \text{.} \quad 1$

$a_n = -4 - 5(-2)^n \quad \text{.} \quad 4$

$a_n = -4(-1)^n - 5(2^n) \quad \text{.} \quad 3$

$$\left\{ (-1)^n \right\}_{n=0}^{+\infty} \quad \text{.} \quad \begin{cases} \text{تابع مولد نمائی دنباله} \\ \text{کدام گزینه است؟} \end{cases} \quad \text{.} \quad -14$$

$\frac{1}{1+x} \quad \text{.} \quad 4$

$\sinh x \quad \text{.} \quad 3$

$\frac{1}{1-x} \quad \text{.} \quad 2$

$e^{-x} \quad \text{.} \quad 1$

-۱۵ به چند طریق می توان یک مجموعه ۱۰ عضوی با عناصر متمایز را به حداقل سه زیر مجموعه غیر تهی افراز کرد؟

$S(10,3) \quad \text{.} \quad 2$

$3!S(10,3) \quad \text{.} \quad 1$

$S(10,1) + S(10,2) + S(10,3) \quad \text{.} \quad 4$

$10!S(10,3) \quad \text{.} \quad 3$

-۱۶ هر زیرگراف کامل از گراف  $G(V, E)$  و همچنین هر زیرگراف  $G'(V', E')$  از گراف  $G$  که  $V' = V$  به ترتیب چه نام دارند؟

۱. همبند و زیرگراف القائی

۱. زیرگراف القائی و زیرگراف فرآگیر

۴. زیرگراف فرآگیر و زیرگراف القائی

۳. خوش و زیرگراف فرآگیر

-۱۷ گراف دو بخشی کامل سه راسی چند زیرگراف فرآگیر دارد؟

$9^2 \quad \text{.} \quad 4$

$\binom{3}{2} \quad \text{.} \quad 3$

$2^9 \quad \text{.} \quad 2$

$\binom{9}{3} \quad \text{.} \quad 1$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضیات گسسته، مبانی ترکیبیات

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۹ -، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۵ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۵۷

-۱۸ گراف ( $G(V, E)$ ) با  $|V| = v$  یال و  $|E| = e$  را در نظر بگیرید. کدام گزینه صحیح نمی باشد؟

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2e, \quad G(V, E) \quad .1$$

در گراف بیسوسی

$$\sum_{v \in V} id(v) = \sum_{v \in V} od(v) = e, \quad G(V, E) \quad .2$$

در گراف سودار

$$\sum_{v \in V} (id(v))^2 = \sum_{v \in V} (od(v))^2, \quad G(V, E) \quad .3$$

در گراف زمینه گراف سودار

$$\delta(G) \leq \frac{2e}{v} \leq \Delta(G), \quad G(V, E) \quad .4$$

در گراف بیسوسی

-۱۹ کدام گزینه صحیح می باشد؟

۱. در گراف سودار  $G$  بدون کمان موازی، مجموع درایه های هر سطر ماتریس وقوع برابر با صفر است.۲. درایه های روی قطر اصلی ماتریس وقوع گراف ساده  $G$ ، بیانگر درجه رئوس گراف  $G$  است۳. درایه های روی قطر اصلی ماتریس مجاورت گراف کامل  $n$  راسی  $K_n$  برابر با  $n-1$  است۴. درایه های روی قطر اصلی ماتریس مجاورت  $A^2$  از گراف ساده  $G$ ، بیانگر درجه رئوس گراف  $G$  است-۲۰ در گراف ساده  $G$ ، اگر  $\delta$  کوچکترین درجه رئوس در گراف  $G$  باشد، کدام گزینه صحیح نمی باشد؟

۱. در هر درخت با حداقل دو راس، هر یال یک پل است.

۲. اگر  $\delta \geq k$ ، آنگاه  $G$  دارای مسیری به طول  $k$  است.۳. گراف  $G$  دویخشی است اگر دوری به طول فرد داشته باشد۴. اگر گراف زمینه  $G$  همبند باشد، گراف  $G$  ضعیفا همبند است.-۲۱ در جبر بول  $D_{30}$  مقدار عددی عبارات  $3+15 \cdot 6 \times 10$  به ترتیب در کدام گزینه صدق می کند؟

$$1. 60 \quad 2. 15 \quad 3. 30 \quad 4. 30 \quad 30 \cdot 3 + 15 \cdot 2$$

-۲۲ فرض کنید  $B$  یک جبر بولی باشد و  $x, y \in B$ . در اینصورت کدام گزینه نادرست است؟

$$x = y = 1 \Leftrightarrow xy = 1 \quad .2 \quad x = y = 0 \Leftrightarrow x + y = 0 \quad .1$$

$$x + y = 0 \Leftrightarrow x' + y = 1 \quad .4 \quad x + y = x \Leftrightarrow xy = x \quad .3$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۵ تشریحی: ۵۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضیات گسسته، مبانی ترکیبیات

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۹ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۵۷

-۲۳ کدام یک از مجموعه های زیر جبرهایی از از جبر بول  $D_{70}$  نمی باشد؟

$$A = \{1, 2, 3, 6, 35, 70, 105, 210\} \quad .2$$

$$A = \{1, 5, 6, 7, 30, 35, 42, 210\} \quad .1$$

$$A = \{1, 210\} \quad .4$$

$$A = \{1, 5, 42, 35\} \quad .3$$

-۲۴ کدام گزینه صحیح نمی باشد؟

$$\min_i^n \cdot \min_j^n = 0 ; 0 \leq i \neq j \leq 2^n - 1 \quad .1$$

$$\sum_{j=0}^{2^n-1} \min_j^n = 1 \quad .2$$

$$\sum_{j=0}^{2^n-1} \min_j^n = 0 \quad .3$$

اگر  $\min_i^n$  و  $\min_j^n$  هم ارز نیستند. آنگاه  $0 \leq i \neq j \leq 2^n - 1$  .۴

-۲۵ صورت نرمال عطفی عبارت بولی  $f(x, y, z) = x + y$  کدام گزینه است؟

$$f = \sum Max^3(0,1) \quad .2$$

$$f = \prod Min^3(0,1) \quad .1$$

$$f = \sum Min^3(0,1) \quad .4$$

$$f = \prod Max^3(0,1) \quad .3$$

### سوالات تشریحی

۱.۷۵ نمره

-۱ تعداد جوابهای صحیح معادله  $x + y + z = 12$  را با شرایط زیر بیابید  
 $x \geq -1, y \geq 0, z \geq 3$

۱.۷۵ نمره

-۲ تابع مولد معمولی دنباله  $\{5r - 3r^3\}_{r=0}^{+\infty}$  را بیابید.

۱.۷۵ نمره

-۳ با استفاده از روش تابع مولد، رابطه بازگشتی غیر همگن زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} a_n = 3a_{n-1} + 3^{n-1} & (n \geq 1) \\ a_0 = 1 \end{cases}$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: ریاضیات گسسته، مبانی ترکیبیات

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۹ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۸۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۵۷

نمره ۱.۷۵

الف- فرض کنید  $B_1$  جبر بولی زیر مجموعه های  $D_{30}$  باشد. تابع یکریختی  $f : B_1 \rightarrow B_2$  را دقیقا مشخص نمایید.

ب- اتم در یک جبر بولی را تعریف کرده و اتمهای جبر بولی  $B_1$  و سپس  $B_2$  را مشخص نمایید.