



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲

۱- فرض کنید v, w فضاها ی برداری با بعد متناهی به ترتیب m, n و A نمایش تبدیل خطی T از V به W نسبت به دو پایه دلخواه باشد در این صورت:

۱. رتبه $A +$ تعداد ستونهای $T = A$ پوچی

۲. رتبه $-A$ تعداد ستونهای $T = A$ پوچی

۳. تعداد ستونهای $T = A$ پوچی

۴. رتبه $T = A$ پوچی

۲- فرض کنید f تابعی حقیقی بر R^n باشد. بستار کدامیک از مجموعه های زیر تکیه گاه f نامیده می شود؟

۱. $\{x \in R^n \mid f(x) \neq 0\}$

۲. $\{x \in R^n \mid f(x) = 0\}$

۳. $\{x \in R^n \mid f(x) > 0\}$

۴. $\{x \in R^n \mid f(x) < 0\}$

۳- مساحت محدود به منحنی های $y = 2x, y = x, xy = 2, xy = 1$ در R^2 برابر است با:

۱. $2 \ln 2$

۲. $2 + \ln 2$

۳. $\ln 2$

۴. $\frac{\ln 2}{2}$

۴- هرگاه ω, λ به ترتیب فرم های $-k$ بعدی و $-m$ بعدی باشند و

$\omega \wedge \lambda = (-1)^t \lambda \wedge \omega$ آنگاه t برابر است با:

۱. $m + k$

۲. mk

۳. m

۴. k

۵- کدامیک از گزینه های زیر نادرست است؟

۱. هر زیر مجموعه متناهی از R^n دارای اندازه صفر است.

۲. اگر $a < b$ آنگاه $[a, b] \subset R$ دارای قدر صفر است.

۳. اگر A فشرده و با اندازه صفر باشد، آنگاه A با قدر صفر است.

۴. اگر هر A_i دارای اندازه صفر باشد $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ با اندازه صفر است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محص) ۱۱۱۱۰۴۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲

۶- کدام گزینه در مورد تابع $f: R^2 \rightarrow R$ با ضابطه

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

درست است؟

۱. $D_{12}f(0, 0) = 0, D_{21}f(0, 0) = 0$ ۲. $D_{12}f(0, 0) = 1, D_{21}f(0, 0) = 1$

۳. $D_{12}f(0, 0) = 1, D_{21}f(0, 0) = -1$ ۴. $D_{12}f(0, 0) = -1, D_{21}f(0, 0) = 1$

۷- اگر $f: R^2 \rightarrow R$ با $f(x, y) = (e^{x+y} + x, y^2 x)$ تعریف شده باشد آنگاه $[f'(x)]$ برابر است با:

۱. $\begin{bmatrix} e^{x+y} + 1 & e^{x+y} \\ y^2 & 2xy \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} e^{x+y} & 1 \\ y^2 & 2xy \end{bmatrix}$

۳. $\begin{bmatrix} e^{x+y} & 1 \\ y^2 & 2 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} e^{x+y} & e^{x+y} + 1 \\ y^2 & 2xy \end{bmatrix}$

۸- فرض کنید $x = (x_1, x_2)$ و $y = (y_1, y_2, y_3)$ و $f: R^5 \rightarrow R^2$ با ضابطه

$f(x, y) = (e^{x_1} - 2y_1 + x_2 y_3, x_2 \cos x_1 + x_1 y_2 - 2y_3 + y_1)$ در این صورت $[A_x]$ در نقطه $(0, 1, 1, -1, 1)$ برابر است با:

۱. $\begin{bmatrix} -1 & +1 \\ +1 & +1 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} +1 & +1 \\ +1 & +1 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} -1 & +1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} +1 & +1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix}$

۹- اگر P, P' دو افراز دلخواه از بازه I در R^n و f تابعی کران دار بر I بطوریکه P ظریفتر از P' باشد آنگاه:

۱. $L(P', f) \leq U(P, f)$ ۲. $U(P', f) \leq U(P, f)$

۳. $U(P', f) \leq L(P, f)$ ۴. $L(p, f) \leq L(p', f)$

۱۰- هرگاه $\omega = 5x_1 dx_1 \wedge dx_3 \wedge dx_2 + 6x_2 x_3 dx_3 \wedge dx_1 \wedge dx_2$ باشد آنگاه فرم اساسی ω کدام گزینه است؟

۱. $\omega = (-5x_1 + 6x_2 x_3) dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3$ ۲. $\omega = (5x_1 + 6x_2 x_3) dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3$

۳. $\omega = (5x_1 - 6x_2 x_3) dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3$ ۴. $\omega = (-5x_1 - 6x_2 x_3) dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲

۱۱- اگر $\omega = 13xdx + y^2dy + xyzdz$ آنگاه $d^2\omega$ برابر است با:

۱. ۱۳ ۲. ۲ ۳. ۱ ۴. ۰

۱۲- اگر $E = R^2 - \{0\}$ و $\omega = \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ یک فرم روی E باشد کدام گزینه نادرست است؟

۱. ω در E بسته و کامل می باشد.
۲. ω در E بسته است.
۳. ω در E کامل نیست.
۴. $d\omega = 0$

۱۳- اگر Q^k یک سادک $-k$ بعدی باشد آنگاه:

۱. Q^0 شامل یک نقطه و یک راس است.
۲. Q^2 دارای دو راس و دو وجه است.
۳. Q^3 شامل سه راس و سه راس است.
۴. Q^1 شامل ۱ راس و یک نقطه است.

۱۴- اگر $\{\Phi_1, \dots, \Phi_k\}$ پایه ای برای V^* باشند آنگاه $\dim \Lambda^p(V^*)$ برابر کدام یک از گزینه های زیر است؟

۱. $\frac{k!}{p!(k-p)!}$ ۲. $\frac{k!}{(k-p)!}$ ۳. $\frac{k!}{p!}$ ۴. $\frac{k!}{p!}$

۱۵- فرض کنید تابع $f: [0,1] \times [0,1] \rightarrow R$ با ضابطه $f(x,y) = \begin{cases} 0 & x \in Q \\ x & x \in Q^c \end{cases}$ و P یک افراز از $[0,1] \times [0,1]$ مفروض باشد در این صورت:

۱. $U(P,f) = L(P,f) = 0$ ۲. $U(P,f) = L(P,f) = 1$
۳. $U(P,f) = 0, L(P,f) = 1$ ۴. $U(P,f) = 1, L(P,f) = 0$

۱۶- قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال، ساده شده کدام قضیه می باشد؟

۱. قضیه استوکس ۲. قضیه دیورژانس ۳. قضیه فوبینی ۴. قضیه تغییر متغیر



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲)

۱۷- فرض کنید ω یک K -فرم بسته در مجموعه باز $E \subseteq R^n$ و φ یک زنجیر $(k+1)$ بعدی از رده C^2 در E باشد. در این صورت:

$$\int_{\partial\varphi} \omega = \int_{\varphi} d\omega = 0 \quad .۲$$

$$\int_{\partial\varphi} \omega = \int_{\varphi} d\omega = 1 \quad .۱$$

$$\int_{\partial\varphi} \omega = 0, \int_{\varphi} d\omega = 1 \quad .۴$$

$$\int_{\partial\varphi} \omega = 1, \int_{\varphi} d\omega = 0 \quad .۳$$

۱۸- تحت چه شرایطی فرم ω را کامل می نامند؟

$$\omega = d\lambda \quad \text{ای باشد که } \lambda \quad .۲$$

$$d\omega = 0 \quad .۱$$

$$d\lambda = d\omega \quad \text{ای باشد که } \lambda \quad .۴$$

$$\lambda = d\omega \quad \text{ای باشد که } \lambda \quad .۳$$

۱۹- اگر نگاشت f یک سادک مستوی از فضای برداری X بتوی فضای برداری Y باشد $A \in L(X, Y)$ ای وجود دارد بطوریکه

$$f(x) = f(0) + Ax \quad .۲$$

$$f(x) = Ax \quad .۱$$

$$Ax = f(x) - f(0) \quad .۴$$

$$Ax = f(x) + f(0) \quad .۳$$

۲۰- اگر $Alt(T) = 0$ آنگاه:

$$T \wedge S = -1, S \wedge T = 1 \quad .۲$$

$$T \wedge S \neq S \wedge T \quad .۱$$

$$T \wedge S = 1, S \wedge T = -1 \quad .۴$$

$$T \wedge S = S \wedge T = 0 \quad .۳$$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- ثابت کنید اگر X یک فضای متریک کامل باشد هر نگاشت انقباضی $\phi: X \rightarrow X$ دارای نقطه ثابت منحصر بفردی می باشد.

۱.۴۰ نمره

۲- قاعده زنجیره ای در مشتق گیری را برای توابع $f: D \subseteq R^n \rightarrow R^m$ را که در آن D باز است، بیان و اثبات نمایید.

۱.۴۰ نمره

۳- اولاً ثابت کنید اگر A فشرده و با اندازه صفر باشد آنگاه A با قدر صفر است. ثانیاً با ذکر یک مثال نشان دهید اگر A فشرده نباشد این حکم غلط است؟

۱.۴۰ نمره

۴- نشان دهید ضرب گوه ای شرکت پذیر است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲)

۵- لم پوانکاره را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره