



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۷۵ -، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۴۱۴ -، علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدامیک از ماتریسهای زیر پایین هسنبرگی نمی باشد؟ (به ازای هر  $a_i \in R$  و  $a_i \neq 0$ )

$$.۲ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$.۱ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$.۴ \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$.۳ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3+2i & 4-5i \\ -6i & 9+i\sqrt{2} \\ 7-i & 6+7i \end{bmatrix}$  ، کدام است  $A^*$  ؟

$$.۲ \begin{bmatrix} 3-2i & 6i \\ 6i & 9-i\sqrt{2} \\ 7+i & 6-7i \end{bmatrix}$$

$$.۱ \begin{bmatrix} 3-2i & 6i & 7+i \\ 4+5i & 9-i\sqrt{2} & 6-7i \end{bmatrix}$$

$$.۴ \begin{bmatrix} 3-2i & 4i \\ 6i & 9-i\sqrt{2} \\ 7+i & 6+7i \end{bmatrix}$$

$$.۳ \begin{bmatrix} 3+2i & -6i & 7-i \\ 4-5i & 9+i\sqrt{2} & 6+7i \end{bmatrix}$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۷۵-، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۱۴-، علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۹۰۰۴

۳- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر  $A_{n \times n}$  دارای دو سطر قرینه یکدیگر باشند آنگاه:  $|A| = 0$ 

۲. اگر  $k$  برابر سطر  $n$  ام  $A_{n \times n}$  را به سطر اول  $A_{n \times n}$  اضافه کنیم آنگاه: دترمینان ماتریس حاصل  $\frac{1}{k}$  برابر دترمینان ماتریس اولیه است.

۳. اگر سطر  $n$  ام  $A_{n \times n}$  در  $k$  ضرب شود آنگاه: دترمینان ماتریس حاصل  $k^n$  برابر دترمینان ماتریس اولیه است.

۴. اگر به سطر  $n$  ام  $A_{n \times n}$  عدد  $k$  اضافه شود آنگاه: دترمینان ماتریس حاصل  $k$  مرتبه بیشتر از دترمینان ماتریس اولیه است.

۴- با فرض  $rank(A)$  برابر است با:  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 1 & 6 & 3 & 12 \end{bmatrix}$

۴.۴

۳.۳

۲.۲

۱.۱

۵- مقادیر ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$  کدام است؟

±۲ .۴

±۲i .۳

-۲ و -۲i .۲

۲ و ۲i .۱

۶- با فرض  $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ ،  $\|x\|_\infty$  کدام است؟

√۱۴ .۴

۶ .۳

۳ .۲

۲ .۱

۷- اگر  $A^2 + A + I = 0$ ؛ وارون  $A$  کدام است؟

-(A + I) .۴

(A<sup>۲</sup> + I) .۳-(A<sup>۲</sup> + I) .۲

A + I .۱



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۷۵-، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۱۴-، علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۹۰۰۴

۸- با فرض  $A = L + D + U$  که  $L$  پایین مثلثی اکید،  $D$  قطری اکید،  $U$  بالا مثلثی اکید است. برای حل دستگاه  $AX = b$  دنباله  $X^{(k)}$  در روش گوس-سایدل کدام است؟

$$X^{(k)} = (L + D)^{-1} U X^{(k-1)} + (L + D)^{-1} b \quad .1$$

$$X^{(k)} = -(L + D)^{-1} U X^{(k-1)} + (L + D)^{-1} b \quad .2$$

$$X^{(k)} = D^{-1}(L + U)X^{(k-1)} + D^{-1}b \quad .3$$

$$X^{(k)} = -D^{-1}(L + U)X^{(k-1)} + D^{-1}b \quad .4$$

۹- اگر  $X^{(k)} = C + BX^{(k-1)}$ ،  $C \neq 0$ ، نگاه به از اهر انتخاب  $X^{(0)} \in R^n$  دنباله  $X^{(k)}$  به  $X$  (جواب دستگاه  $AX = b$ ) همگراست اگر و فقط اگر

$$\rho(A) < 1 \quad .1$$

$$\rho(B) < 1 \quad .2$$

$$\rho(B) \text{ موجود است} \quad .3$$

$$\rho(A) \text{ موجود است} \quad .4$$

۱۰- کدام گزینه صحیح است؟

$$.1 \text{ اگر } \rho(B) < 1 \text{ نگاه } I + B \text{ وارون پذیر است و } (I + B)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} B^i$$

$$.2 \text{ اگر } \rho(B) < 1 \text{ نگاه } I - B \text{ وارون پذیر است و } (I - B)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} B^i$$

$$.3 \text{ اگر } \rho(B) > 1 \text{ نگاه } I + B \text{ وارون پذیر است و } (I + B)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} B^i$$

$$.4 \text{ اگر } \rho(B) > 1 \text{ نگاه } I - B \text{ وارون پذیر است و } (I - B)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} B^i$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۷۵ - ، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۱۴ - ، علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۹۰۰۴

-۱۱ برای  $A_{n \times n}$  سرعت همگرایی روش توانی:

۱.	$\left  \frac{\lambda_1}{\lambda_p} \right $	بستگی دارد به
۲.	$\left  \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \right $	بستگی دارد به
۳.	$\left  \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \right ^n$	بستگی دارد به
۴.	$\left  \frac{\lambda_1}{\lambda_p} \right ^n$	بستگی دارد به

-۱۲ فرض کنید  $\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 + x_3 = 14 \\ 2x_1 - 10x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 14 \end{cases}$  کدام گزاره صحیح است؟

۱. دنباله  $X(k)$  از روش ژاکوبی به ازای هر انتخاب اولیه  $X^{(0)} \in R(n)$  به جواب دستگاه مفروض همگراست، اما همگرایی دنباله  $X(k)$  از روش گوس - سایدل به نقطه اولیه  $X^{(0)} \in R(n)$  وابسته است.
۲. دنباله  $X(k)$  از روش گوس - سایدل به ازای هر انتخاب اولیه  $X^{(0)} \in R(n)$  به جواب دستگاه مفروض همگراست، اما همگرایی دنباله  $X(k)$  از روش ژاکوبی به نقطه اولیه  $X^{(0)} \in R(n)$  وابسته است.
۳. دنباله  $X(k)$  از روش ژاکوبی و گوس - سایدل به ازای هر انتخاب اولیه  $X^{(0)} \in R(n)$  به جواب دستگاه مفروض همگراست.
۴. همگرایی دنباله  $X(k)$  از روش ژاکوبی و گوس - سایدل به نقطه اولیه  $X^{(0)} \in R(n)$  وابسته است.

-۱۳ عدد شرطی ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  را با نرم  $\|\cdot\|_\infty$  بیابید.

۹ . ۴

۵ . ۳

۲ . ۲

۱ . ۱

-۱۴ کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی باشد نگاه مقادیر ویژه  $A$  صفر یا موهومی اند.
۲. اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی باشد نگاه دارای حداقل یک مقدار ویژه حقیقی محض است.
۳. اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی باشد نگاه دارای حداقل یک مقدار ویژه موهومی محض است.
۴. اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی باشد و  $\alpha$  یک مقدار ویژه آن باشد نگاه  $\bar{\alpha}$  نیز مقدار ویژه  $A$  است.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۱۴ -، علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴

۱۵- فرض کنید  $A$  معکوس پذیر است.

اگر  $\lambda$  مقدار ویژه  $A$  و  $X$  بردار ویژه نظیر آن باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. مقدار ویژه  $\lambda$  و  $A^{-1}$  و  $\frac{1}{X}$  بردار ویژه نظیر آن باشد

۲. مقدار ویژه  $a$  و  $A^{-1}$  و  $X$  بردار ویژه نظیر آن باشد

۳. مقدار ویژه  $\frac{1}{a}$  و  $A^{-1}$  و  $X$  بردار ویژه نظیر آن باشد

۴. مقدار ویژه  $\frac{1}{a}$  و  $A^{-1}$  و  $\frac{1}{X}$  بردار ویژه نظیر آن باشد

۱۶- کدام گزینه صحیح است؟

۱. مقادیر ویژه ماتریس مقدماتی  $\pm 1$  است.

۲. مقادیر ویژه ماتریس متعامد  $\pm 1$  است.

۳. مقادیر ویژه ماتریس متعامد حقیقی و مثبت است.

۴. مقادیر ویژه ماتریس مقدماتی حقیقی و مثبت است.

۱۷- کدام گزاره صحیح است؟

۱. اگر  $A$  ماتریسی مربعی با مقادیر ویژه متمایز باشد آنگاه  $A$  با یک ماتریس قطری متشابه است.

۲. اگر  $A$  ماتریسی مربعی با مقادیر ویژه متمایز باشد آنگاه  $A$  با یک ماتریس متعامد است.

۳. اگر  $A$  ماتریسی مربعی با مقادیر ویژه متمایز باشد آنگاه  $A$  با یک ماتریس متقارن است.

۴. اگر  $A$  ماتریسی مربعی با مقادیر ویژه متمایز باشد آنگاه  $A$  با یک ماتریس متمایز است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۷۵ - آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴

۱۸- قضیه گرشگورین کدام است؟

۱. اگر  $A_{n \times n}$  و  $C_i$  دایره ای به مرکز  $a_{ii}$  و شعاع  $r_i = \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  باشد آنگاه مقادیر ویژه  $A_{n \times n}$  در  $\bigcup_{i=1}^n C_i$  قرار دارند.

۲. اگر  $A_{n \times n}$  و  $C_i$  دایره ای به مرکز  $a_{ii}$  و شعاع  $r_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  باشد آنگاه مقادیر ویژه  $A_{n \times n}$  در  $\bigcup_{i=1}^n C_i$  قرار دارند.

۳. اگر  $A_{n \times n}$  و  $C_i$  دایره ای به مرکز  $a_{ii}$  و شعاع  $r_i = \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  باشد آنگاه مقادیر ویژه  $A_{n \times n}$  در  $\bigcup_{i=1}^n C_i$  قرار دارند.

۴. اگر  $A_{n \times n}$  و  $C_i$  دایره ای به مرکز  $a_{ii}$  و شعاع  $r_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  باشد آنگاه مقادیر ویژه  $A_{n \times n}$  در  $\bigcup_{i=1}^n C_i$  قرار دارند.

۱۹- با فرض  $A = \begin{bmatrix} ۳ & -۲ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix}$  کدام است  $\|A\|_p$ ؟

۵ . ۴

۳ . ۳

۲ . ۲

- ۲ . ۱

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۷۵-، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۱۴-، علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۹۰۰۴

۲۰- هر گاه  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  و  $\alpha_p$  صفرهای چند جمله ای  $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$  باشد و  
انگاز:  $S_k = \alpha_1^k + \dots + \alpha_n^k$

$$s_k + a_1s_{k-1} + \dots + a_{k-1}s_1 + ka_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad .1$$

$$s_k^n + a_1s_{k-1}^{n-1} + \dots + a_{k-1}s_1 + ka_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad .2$$

$$s_k^k + a_1s_{k-1}^{k-1} + \dots + a_{k-1}s_1 + ka_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad .3$$

$$s_k^n + a_1s_k^{n-1} + \dots + a_{k-1}s_k + ka_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad .4$$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نشان دهید به ازای هر نرم طبیعی  $\rho(A) \leq \|A\|$ .

۱.۴۰ نمره

۲- اگر  $A$  ماتریس ضرایب و  $E$  ماتریس خطای ضرایب و  $X_t$  جواب واقعی و  $X_e$  جواب محاسبه شده

$$\text{دستگاه } AX = b \text{ انگاز: } \frac{\|E\|}{\|A\|} \geq \frac{\|X_t - X_e\|}{\|X_e\|}$$

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید روش گوس-سایدل برای دستگاه  $\begin{cases} pX_1 + X_2 = 1 \\ X_1 + pX_2 + X_3 = 2 \\ X_2 + pX_3 = 3 \end{cases}$  به ازای هر  $X$  اولیه همگراست

در صورتیکه،  $p > \sqrt{2}$ .

۱.۴۰ نمره

۴- چند جمله ای مشخصه  $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$  به روش ضرایب نامعین محاسبه کنید.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۷۵ -، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۴۱۴ -، علوم کامپیوتر (چندبخشی)، علوم کامپیوتر ۱۱۹۰۰۴

۱۴۰ نمره

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du(t)}{dt} = 2u(t) + 6v(t) \\ \frac{dv(t)}{dt} = -2u(t) - 5v(t) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{جواب عمومی دستگاه معادلات دیفرانسیل} \\ \text{را محاسبه کنید.} \end{array} \quad -5$$